El Algebra Lineal en la Resolución de Problemas Altimétricos de Topografía

Viviana A. Costa[1], Claudio E. Justo[2]
[1]IMApEC, Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata
49 y 115, 1900 La Plata
[2]Area Departamental de Agrimensura, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata
47 y 116, 1900 La Plata
vacosta@ing.unlp.edu.ar - cejusto@yahoo.com.ar

Resumen. Es este artículo presentamos la resolución de problemas Altimétricos de Topografía, que se estudian en la asignatura de Cálculo de Compensación en la carrera de Ingeniero Agrimensor (Área Tecnológica-Básica). Para la resolución de esos problemas se modelan las observaciones y se utilizan elementos del Algebra Lineal. En particular se requiere del conocimiento del Cálculo Matricial y de Sistemas de Ecuaciones Lineales consistentes e inconsistentes. Vinculado a estos problemas y como un aporte para su enseñanza y aprendizaje, se desarrolló una actividad conjunta entre los cursos de Cálculo de Compensación y de Matemática C, donde se estudia el Álgebra Lineal (Área Básica). El objetivo fue desarrollar la habilidad del modelado de observaciones, motivar al estudiante en el estudio de problemas de su especialidad y dar una continuidad y significado a los elementos matemáticos en estudio.

Palabras Clave: Algebra Lineal, Topografía, Cálculo Matricial, Mínimos Cuadrados, Enseñanza.

4 Introducción

En este trabajo exponemos una interesante utilidad de algunos conceptos del Algebra Lineal que permiten resolver problemas en Topografía, disciplina que estudia el conjunto de técnicas y conocimientos para describir y delinear las posiciones de puntos sobre la superficie de la Tierra.

Casos particulares son los problemas Altimétricos que buscan mediante diversos métodos y procedimientos determinar y representar la *altura o cota* de cada punto respecto de un plano de referencia. Con la Altimetría se consigue representar el relieve del terreno mediante planos de curvas de nivel, perfiles, etc. El cálculo de volúmenes es otro importante producto de los datos altimétricos.

La resolución de este estilo de problemas requiere modelar matemáticamente una situación real, utilizando elementos del Algebra Lineal y del conocimiento de Sistema de Ecuaciones Lineales consistentes e inconsistentes.

El estudio del Álgebra Lineal, no es sencillo, además de ser dificultosa su aplicación a problemas cotidianos. Es presentado en forma de contenidos en general abstractos y de difícil comprensión por parte de los estudiantes en todas las disciplinas de la enseñanza: Ciencias e Ingeniería. Por esto, varios investigadores recomiendan, para un mejor aprendizaje, motivar los contenidos desde la geometría y desde su utilización en las distintas especialidades [1-4].

En este sentido y como un aporte para mejorar la enseñanza en carreras de ingeniería de los conceptos antes mencionados, proponemos realizar una actividad en conjunto para alumnos de Ingeniero Agrimensor en la Facultad de Ingeniería de la UNLP (FI UNLP), entre los estudiantes que cursan Matemática C (Área Básica) cuyos contenidos son los del Algebra Lineal, y los que cursan Cálculo de Compensación (Área Tecnológica-Básica).

La actividad consiste básicamente en el modelado, planteo y resolución de un problema Altimétrico en Topografía. Busca varios objetivos. Entre ellos, el de familiarizar al alumno menos avanzado en la carrera con el *modelado* de situaciones simples de Topografía. Esto los ayudaría a encarar soluciones más complejas. Es conocido que la modelización de situaciones reales juega un rol fundamental, sobre todo para alumnos en carreras de ingeniería, puesto que les permitirá plantear matemáticamente problemas de la física, de la ingeniería, u otros. Entendemos la modelización matemática como un proceso intelectual que incluye las capacidades de estructurar la situación que se va a modelar, traducir la realidad a una estructura matemática, interpretar los modelos matemáticos en términos reales, trabajar con un modelo matemático, reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados [5].

Otro de los objetivos, es el de motivar al alumno del Área Básica, en el aprendizaje y estudio de la matemática mostrándole su utilidad y significado de los contenidos estudiados en problemas de su especialidad.

Por un lado, el aprendizaje se vuelve especialmente significativo cuando el aprendiz se ve enfrentado a problemas reales que debe resolver y no al puro ejercicio creado con fines didácticos. Por otro, entendemos por motivar en la enseñanza a las acciones que realiza el docente para que los estudiantes den una razón a su aprendizaje, se dispongan con buen ánimo y dirijan sus conductas hacia metas específicas. Las metas constituyen la principal variable que influye en la motivación. En nuestro caso, se encuentra centrada en la realización de una tarea, que puede dar origen a algunos tipos de motivación, las denominadas de *competencia* e *intrínseca* [6].

> *"Motivación de competencia: aquel estudiante que se interesa por aprender lo que se encuentra estudiando, incrementando sus conocimientos, tanto por los contenidos como por los procedimientos, que estudian aunque no vayan a recibir recompensas por ello, repasan las tareas para no olvidar el procedimiento que los condujo al éxito".*
>
> *"Motivación intrínseca: es aquella que ocurre cuando se atrapa la atención del estudiante, bien sea porque el tema es interesante o porque las actividades que se desarrollan atraen la atención de quien aprende. Con esta motivación el alumno se siente a gusto, cómodo con aquello que el realiza."*

Para los alumnos avanzados, el desarrollo de la actividad propuesta, tendría por objetivo el de transmitir, a la vez de aprender, conocimiento con sus pares menos avanzados. Algunos investigadores afirman que es clave en el proceso educativo generar espacios que sirvan de interacción entre pares. Muchas veces, los mismos pares están en mejores condiciones de ayudarse mutuamente, más que el propio profesor, porque están más cercanos a su propia situación. Se aprende solo, pero también, y sobre todo, con otros, en el diálogo con otros y con el entorno social. De esta forma, trabajar en conjunto entre pares, además se convertiría en una cuestión de economía de tiempo para los profesores. También, los alumnos avanzados se relacionarían con sus conocimientos anteriores (en este caso, conocimientos matemáticos) permitiéndoles reafirmarlos, ampliarlos, cuestionarlos y hasta ponerlos en duda para proponer nuevas miradas y abordajes [7].

5 Problema Topográfico

La Topografía es el estudio dimensional de pequeñas porciones de la superficie terrestre. Se estudian básicamente distancias lineales entre puntos definidos. Una distancia que interesa es la distancia vertical entre estos puntos. En cada punto de la Tierra mediante una plomada es posible definir una dirección que se llama Vertical del Lugar. Esta vertical puede materializarse mediante distintos instrumentos, muchos de uso cotidiano. Desde plomadas de albañil hasta los instrumentos topográficos más sofisticados. La vertical permite definir sobre ella un Sistema de Coordenadas de una dimensión.

5.1 Sistema de Alturas Topográfico

Se acepta en Topografía que a igual variación de altura en metros sobre la vertical se corresponde igual variación del potencial gravitatorio para todos los puntos de un sector. Entonces se modelan las superficies equipotenciales con esferas concéntricas. Esto no es cierto para puntos lo suficientemente lejanos.

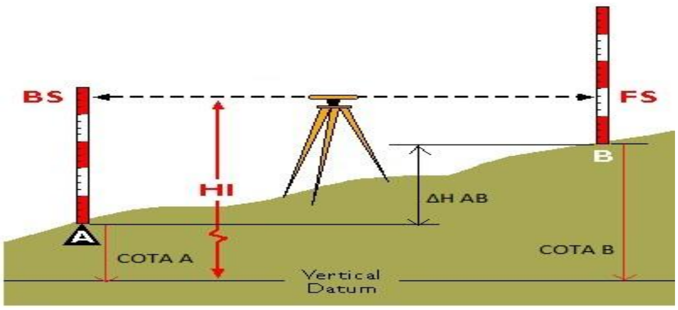


Fig. 1. Esquema de trabajo

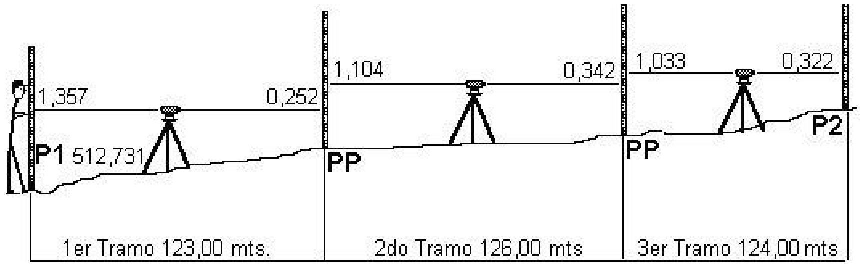


Fig. 2. Determinación de un Desnivel Acumulado.

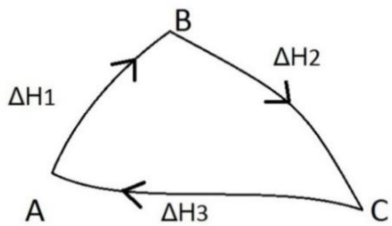


Fig. 3. Circuito Cerrado o Loop.

6 Cálculo de una Red de Alturas

Las redes consisten de anillos o loops de desniveles acumulados uniendo puntos de interés. Los *desniveles* pueden parametrizarse. A estos parámetros se los denomina c*otas*. Tanto las *cotas* como los *desniveles* finales surgen de modelar y resolver un sistema de ecuaciones lineales.

Para la resolución del problema topográfico se *modelan* las *observaciones* para la determinación de las *alturas* o *cotas* $X_l, ..., X_n$, donde *n* especifica la cantidad de puntos. Aunque, lo que en realidad se miden son los *desniveles* o diferencia de alturas. La altura en el punto *j* se mide desde el punto *i*, para dar un valor ΔH_{ij} (probablemente no exacto) por la diferencia de altura:

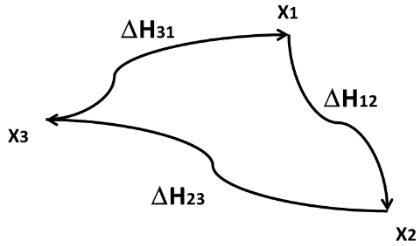
$$\text{Punto i:} \quad X_j - X_i = \Delta H_{ij} = \Delta h_{ij} + v_{ij} \tag{1}$$

Estas diferencias se miden para ciertos pares *i, j* de una red. A partir las mediciones Δh_{ij} que incluyen un *error* v_{ij} que adecua las observaciones al modelo, se estiman las alturas reales. Esto es porque las *observaciones* se apartan de su valor teórico de modelo por estar sometidas en el proceso de medición a fenómenos diversos que no podemos controlar (la medición es un experimento aleatorio).

6.1 Resolución

Para la resolución supongamos una red con 3 puntos y 3 mediciones. Esta es una situación simple, a partir de la cual es posible extenderla a cualquier otra red más compleja.

En este caso modelamos el problema y se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones lineales:



$$\begin{aligned} &Punto\ 1 \quad X_2 - X_1 = \quad \Delta H_{12} \\ &Punto\ 2 \quad X_3 - X_2 = \quad \Delta H_{23} \\ &Punto\ 3 \quad X_1 - X_3 = \quad \Delta H_{31} \end{aligned} \qquad \textbf{(2)}$$

La matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones (2) la dada por (3), resulta ser singular. Su determinante es cero.

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(3)}$$

Cuando sumamos las tres ecuaciones, del lado derecho del sistema resulta la condición siguiente:

$$\Delta H_{12} + \Delta H_{23} + \Delta H_{31} \qquad \textbf{(4)}$$

- Caso en que *no hay errores en las mediciones*. Estas son exactas. Es decir que los errores vi son ceros. Es decir: $\Delta H_{12} + \Delta H_{23} + \Delta H_{31} = 0$.

Entonces el sistema de ecuaciones es consistente, pero la solución X_l, X_2, X_3 no es única. Hay un número infinito de soluciones. Esto es claro, y la razón es que no podemos determinar *alturas absolutas* sólo a partir de las *diferencias de altura*. Una o más de las alturas X_j deberían ser dadas a priori.

Supongamos para este caso, que la primer altura se fija en $X_1 = H$. Las ecuaciones se vuelven de la forma:

$$\begin{aligned} X_2 &= H + \Delta H_{12} \\ X_3 - X_2 &= \Delta H_{23} \\ - X_3 &= - H + \Delta H_{31} \end{aligned} \qquad \textbf{(5)}$$

Ahora tenemos tres ecuaciones y dos incógnitas. La matriz de coeficientes del sistema ahora es:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(6)}$$

En el lenguaje del Algebra Lineal, tenemos una matriz de 3x2. La primera columna correspondiente a X_l ha sido eliminada. Las dos columnas restantes son linealmente independientes. Es decir que el rango de A es 2 (rango completo). Para el caso en que las *mediciones son exactas y fijando una altura*, habrá consistencia. Podemos resolver dos de las ecuaciones para X_2 y X_3, y la tercera ecuación se satisface automáticamente.

La solución al problema es:

$$\begin{aligned} &Punto\ 1 \quad X_1 = \quad H \\ &Punto\ 2 \quad X_2 = \quad H + \Delta H_{12} \\ &Punto\ 3 \quad X_3 = \quad H + \Delta H_{23} \end{aligned} \qquad \textbf{(7)}$$

Este es el caso atractivo, pero el hecho que las mediciones sean exactas, en la práctica casi nunca sucede.

- Caso en que las *mediciones no son exactas*. Esto quiere decir que $(\Delta H_{12}+\Delta H_{23}+\Delta H_{31}) \neq 0$, resultando el sistema de ecuaciones, inconsistente. No tiene solución.

Para su resolución, suponemos ahora (cambiando el modelo) que las *mediciones* tienen *errores* v_{ij} que son distintos de cero y desconocidos. El objetivo será encontrar las *cotas* a partir de hallar los *errores*.

Se tiene entonces el sistema:

$$\begin{aligned} X_2 - X_l &= \Delta h_{12} + v_{12} \\ X_3 - X_2 &= \Delta h_{23} + v_{23} \\ X_l - X_3 &= \Delta h_{31} + v_{31} \end{aligned} \qquad \textbf{(8)}$$

Para la resolución de este problema se proponen dos formas distintas.

(a) Una forma de resolverlo es buscar una solución que haga que la norma al cuadrado del vector error (v_{12}, v_{23}, v_{31}) sea mínima con la condición:

$$(\Delta h_{12} + v_{12}) + (\Delta h_{23} + v_{23}) + (\Delta h_{31} + v_{31}) = 0 \quad \textbf{(9)}$$

Es decir buscamos el mínimo de la función dada por (10).

$$F(v_{12}, v_{23}, v_{31}, k) = [v_{12}^2 + v_{23}^2 + v_{31}^2] + k [(\Delta h_{12} + v_{12}) + (\Delta h_{23} + v_{23}) + (\Delta h_{31} + v_{31})] \quad \textbf{(10)}$$

Es posible resolver este problema por el *Método de Multiplicadores de Lagrange*. El mínimo se encuentra donde las componentes del gradiente de F son nulas:

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial v_{12}} = 2v_{12} + k = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial v_{23}} = 2v_{23} + k = 0\,, \quad \frac{\partial F}{\partial v_{31}} = 2v_{31} + k = 0 \\ \qquad \frac{\partial F}{\partial k} = (\Delta h_{12} + v_{12}) + (\Delta h_{23} + v_{23}) + (\Delta h_{31} + v_{31}) = 0 \end{cases} \quad \textbf{(11)}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones anterior, obtenemos los valores para los v_{ij} que resultan ser todos iguales:

$$v_{12}= v_{23}= v_{31}\,,\quad v_{12} + v_{23} + v_{31} = - (\Delta h_{12}+\Delta h_{23} + \Delta h_{31}), \text{ resulta } v_{12}= - (\Delta h_{12} + \Delta h_{23} + \Delta h_{31}) / 3 \quad \textbf{(12)}$$

Llamando $\Delta = -(\Delta h_{12} + \Delta h_{23} + \Delta h_{31})/3$, obtenemos los desniveles, formados por las observaciones más sus errores correspondientes.

Volviendo al sistema de ecuaciones (8) y dado que el sistema es consistente, pues se cumple la condición (9) con infinitas soluciones, debemos fijar uno de los valores. Tal cómo se realizó anteriormente, si por ejemplo la primer altura en $X_1 = H$, obtenemos el conjunto solución igual al encontrado en (7):

$$\begin{array}{lll} Punto\ 1 & X_1 = & H \\ Punto\ 2 & X_2 = & H + \Delta h_{12} + \Delta \\ Punto\ 3 & X_3 = & H + \Delta h_{23} + \Delta \end{array} \quad \textbf{(13)}$$

De esta forma se encuentran las *alturas* a partir de los *errores en los desniveles*. Esta forma de resolución se la denomina: por *ecuaciones de condición sin parametrizar las observaciones*.

(b) Otra forma de resolver el problema, es *parametrizando las observaciones*. Es decir, el objetivo es hallar las *cotas* a partir de un conjunto de *desniveles*. Las observaciones se expresan con *parámetros*, que se identifican con las cotas, en este caso, X_1, X_2, X_3. Esta modalidad también se conoce como Ecuaciones de Observación, pues a cada observación le corresponde una ecuación, siendo de esta manera muy práctico para resolver con computadora.

Consideramos nuevamente el sistema (8) donde las observaciones poseen respecto de su valor de modelo un error de origen aleatorio. En este caso encontraremos las *cotas* mediante el *Método de Mínimos Cuadrados* [7-8].

Método de Mínimos Cuadrados. Este método consiste en hallar la "mejor solución x" al sistema de ecuaciones lineales inconsistente $Ax=b$, A de orden mxn y b $nx1$.Se busca x_0 de R^n tal que sea mínima la norma $\|Ax - b\|$. Para cualquier $x \in R^n$, Ax es combinación lineal de las columnas de A, por lo que estamos buscando es el elemento que es combinación de las columnas de A que más se acerca a b. Eso no es más que la proyección ortogonal de b sobre el espacio columna de A. La solución que minimiza la norma es aquella tal que Ax_0 es la proyección ortogonal sobre el espacio de las columnas de A, es decir, $(b - Ax_0)$ es ortogonal a Ay, $\forall\, y \in R^n$. Por lo tanto $<Ay, b - Ax_0> = 0$, $\forall\, y \in R^n$, $y^tA^t(b - Ax_0) = 0$, $\forall\, y \in R^n$, entonces $y^t(A^tb - A^tAx_0) = 0$, $\forall\, y \in R^n$, de lo que se deduce que

$$A^tAx_0 = A^tb \quad \textbf{(14)}$$

Al sistema de ecuaciones anterior se lo denomina *ecuaciones normales*. En el caso en que la matriz A tenga las columnas linealmente independientes, la matriz A^tA es no singular, y entonces la solución de las ecuaciones normales es única. Es decir:

$$x_0 = (A^tA)^{-1}A^tb \quad \textbf{(15)}$$

Volviendo a nuestro problema, queremos hallar las cotas X tal que sea mínima la norma $\|AX - \Delta h\| = \|v\|$. Siendo que la matriz A (3) del sistema (8) es singular, sus columnas son linealmente dependientes, entonces fijamos una cota, por ejemplo $X_1 = H$. De este modo, la matriz del sistema de *ecuaciones normales* resulta ser no singular. Entonces el problema tendrá solución única:

$$X = \left[\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}^t . \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \right]^{-1} . \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}^t . \begin{bmatrix} H + \Delta h_{12} \\ \Delta h_{23} \\ -H + \Delta h_{31} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(16)}$$

$$X = \begin{bmatrix} 2/3 & -1/3 & -1/3 \\ 1/3 & 1/3 & -2/3 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} H + \Delta h_{12} \\ \Delta h_{23} \\ -H + \Delta h_{31} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(17)}$$

Realizando los cálculos en (17), obtenemos las alturas o *cotas*, a partir de los *desniveles,* equivalentemente a lo hallado en (13):

$$\begin{array}{lll} Punto\ 1 & X_1 = & H \\ Punto\ 2 & X_2 = & H + \left[\frac{2}{3}\Delta h_{12} + \left(\frac{-1}{3}\right)\Delta h_{23} + \left(\frac{-1}{3}\right)\Delta h_{31} \right] \\ Punto\ 3 & X_3 = & H + \left[\frac{1}{3}\Delta h_{12} + \frac{1}{3}\Delta h_{23} + \left(\frac{-2}{3}\right)\Delta h_{31} \right] \end{array} \qquad \textbf{(18)}$$

Observe que nuevamente las estimaciones de las alturas dependen de fijar una de ellas. Si se midieron alturas desde el nivel del mar diferente, todos los componentes de las mediciones suben o bajan juntas. Además, la solución hallada es equivalente a la hallada en el caso (a).

Además utilizando el método de Mínimos Cuadrados, es posible, encontrar el denominado *error cuadrático* $E^2 = \|AX - \Delta h\|^2 = \|v\|^2$.

7 Aportes a la Enseñanza del Algebra Lineal

En la Facultad de Ingeniería de la UNLP, el estudio del Ajuste de los Problemas Altimétricos en Topografía se estudia en la asignatura Cálculo de Compensación (CC) en el 5[to] semestre de la carrera de Ingeniero Agrimensor. Por otro lado, los contenidos matemáticos implicados en la resolución de esos problemas, se estudian en la asignatura Matemática C (MC) correspondiente al 3[er] semestre de la misma carrera.

Los profesores a cargo de esos cursos, autores de este trabajo, coinciden en realizar una actividad en conjunto con los alumnos que cursan ambas asignaturas, pretendiendo logar los objetivos mencionados en la introducción.

Los alumnos que estudian CC, para el estudio del ajuste, realizan un trabajo práctico propuesto por el profesor del curso. El mismo consiste en medir los desniveles entre las distintas marcas físicas que componen la red altimétrica del campus de la facultad (Fig. 4). Ellos se separan en grupos. Cada uno, es responsable del registro de los desniveles de dos tramos entre las cotas. Preparan, verifican y colocan el instrumental que utilizan, tal como se mostró en la Fig. 1 y Fig. 2. El mismo consiste en dos reglas graduadas (miras) y un nivel para medir las lecturas en las miras. Finalmente realizan las mediciones y registran los datos en una tabla.

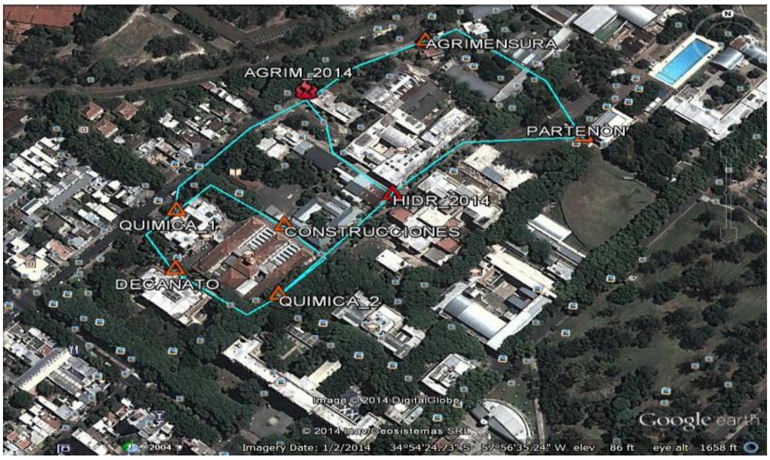
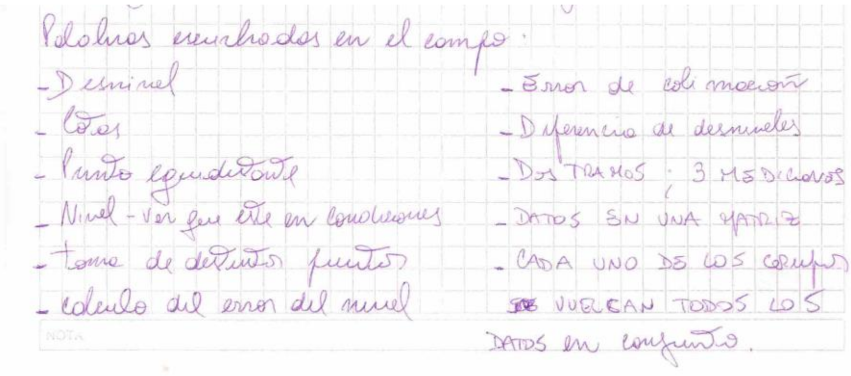


Fig. 4. Red altimétrica en FI UNLP

Mientras los alumnos de CC realizan estas observaciones y mediciones, los alumnos de MC, también distribuidos en grupos, acompañan, observan, comparten y dialogan con sus pares avanzados, observando el instrumental, nuevo para ellos y tomando notas de campo, que recopilan en un informe (Fig. 5 y 6).

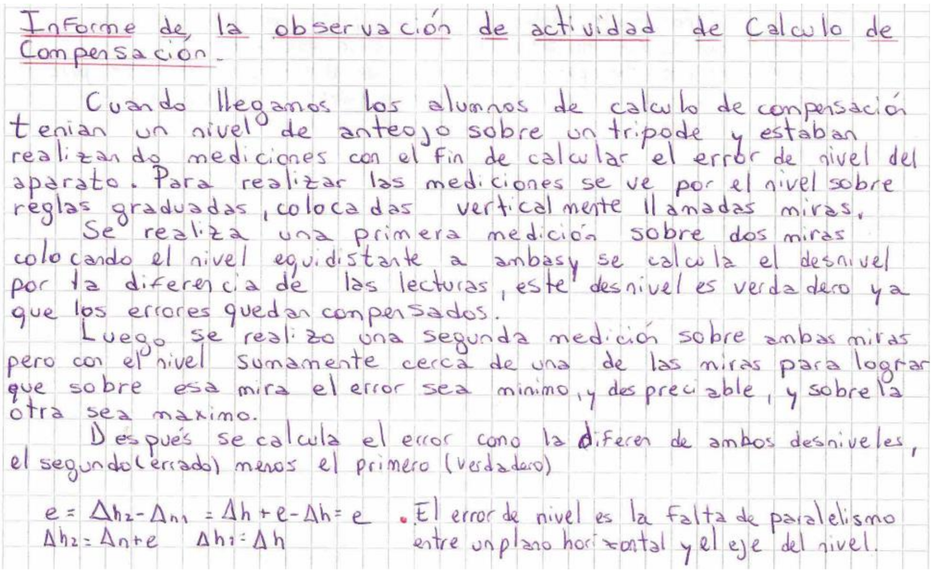

Palabras escuchadas en el campo:

- Desnivel
- Cotas
- Punto equidistante
- Nivel - ver que este en condiciones
- toma de distintos puntos
- calculo del error del nivel
- Error de colimación
- Diferencia de desniveles
- DOS TRAMOS : 3 MEDICIONES
- DATOS EN UNA MATRIZ
- CADA UNO DE LOS GRUPOS VUELCAN TODOS LOS DATOS en conjunto.

Fig. 5. Informe de un grupo de alumnos de MC. Detalle de palabras nuevas para ellos escuchadas durante el desarrollo de la actividad.

Luego de realizar las mediciones, los alumnos de CC reúnen todos los datos registrados por los grupos en una tabla de cálculo y proceden a resolver el problema altimétrico. Modelan el problema de acuerdo a las hipótesis de trabajo. Para ello, y tal como se mencionó en el apartado anterior, como existen observaciones por encima del mínimo indispensable para dar cota a todos los puntos, las medidas redundantes generarán un conflicto entre ellas. Este conflicto se *modela* con los residuos v_i. Se impondrá a los residuos que el vector que formen en el sistema de ecuaciones a plantear sea de módulo mínimo. Por eso se aplica el método de Mínimos Cuadrados. Este sistema planteado una vez resuelto permitirá obtener las cotas que modelan las observaciones realizadas en el campo corregidas con su residuo respectivo. Las incógnitas del problema modelado serán las cotas más los desvíos de las observaciones.

Finalmente, los alumnos de MC, participan de la puesta en común que realizan los alumnos avanzados en el cual exponen y debaten la resolución del problema altimétrico, para luego en forma independiente resolver un problema similar al observado, con datos suministrados por el profesor.


Informe de la observación de actividad de Calculo de Compensación.

Cuando llegamos los alumnos de calculo de compensación tenian un nivel de anteojo sobre un tripode y estaban realizando mediciones con el fin de calcular el error de nivel del aparato. Para realizar las mediciones se ve por el nivel sobre reglas graduadas, colocadas verticalmente llamadas miras.

Se realiza una primera medición sobre dos miras colocando el nivel equidistante a ambas y se calcula el desnivel por la diferencia de las lecturas, este desnivel es verdadero ya que los errores quedan compensados.

Luego se realizo una segunda medición sobre ambas miras pero con el nivel sumamente cerca de una de las miras para lograr que sobre esa mira el error sea minimo, y despreciable, y sobre la otra sea maximo.

Después se calcula el error como la diferen de ambos desniveles, el segundo (errado) menos el primero (Verdadero)

$e = \Delta h_2 - \Delta h_1 = \Delta h + e - \Delta h = e$

$\Delta h_2 = \Delta h + e \quad \Delta h_1 = \Delta h$

• El error de nivel es la falta de paralelismo entre un plano horizontal y el eje del nivel.

Fig. 6. Informe de un grupo de alumnos de MC.

8 Conclusión

En este trabajo expusimos un problema Altimétrico en Topografía que es posible resolverlo utilizando conceptos del Algebra Lineal. Además, se presentó una actividad conjunta realizada con los alumnos de un curso de Matemática C (3er semestre) y los de Cálculo de Compensación (5to semestre), ambas asignaturas de la carrera Ingeniero Agrimensor de la FI UNLP.

Con la realización de la actividad en conjunto se propuso:

- Presentar una tarea profesional real donde los datos son generados por el alumno, como así también su resolución.
- Estimular el modelado observacional por medio del Algebra Lineal.
- Mostrar distintas situaciones típicas de las situaciones áulicas que por lo general carecen de significado más allá de lo puramente matemático. Por ejemplo: inconsistencia, déficit de rango, singularidad de una matriz.
- Presentar la conveniencia del manejo del Algebra Lineal para la resolución de problemas de ingeniería.
- Facilitar el acceso a temas más específicos en la materia del Área Tecnológica Aplicada.

Consideramos que la propuesta logró los objetivos, pretendiendo ser un aporte más para mejorar la enseñanza en carreras de ingeniería, y en particular de la matemática.

Los alumnos que estudian matemática, tuvieron contacto con nueva terminología específica de la carrera, observaron una tarea profesional afín a sus intereses, utilizaron herramientas matemáticas de un modo significativo para la resolución de un problema altimétrico y compartieron un mismo espacio con alumnos avanzados, quienes les enseñaron el instrumental utilizado y lo relacionado con el modelado y resolución del problema altimétrico.

Agradecimientos. A los alumnos de ambos cursos por la excelente predisposición para la actividad propuesta. Este trabajo se realiza en el marco del Proyecto de Incentivos “Diseño, implementación y análisis de estrategias didácticas en ciencias básicas en carreras de ingeniería”, acreditado por la Secretaria de Ciencia y Técnica de la Universidad Nacional de La Plata.

Referencias

1. Carlson D.; Johnson C.R.; Lay D.C. y Duane Porter A. (1997). The Linear Algebra Curriculum Study Group Recommendations for the First Course in Linear Algebra. Resources for Teaching Linear Algebra, MAA Notes, volumen 42, Mathematica Association of America.
2. Dorier J. L. (2002). Teaching Linear Algebra at University. Proceedings of the international congress of mathematicians, ICM 2002, Pequín, China.Vol. III: Invited lectures. Beijing: Higher Education Press. 875-884.
3. Hillel J. (2000). Modes of Description and the Problem of Representation in Linear Algebra. On the Teaching of Linear Algebra, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.191–207.
4. Sierpinska A.; Trgalova J.; Hillel J.; Dreyfus T. (1999). Teaching and Learning Linear Algebra with Cabri. Research Forum paper, Proceedings of PME 23, Haifa University, Israel, Vol. 1 119–134.
5. de la Fuente Martínez, C. (2009). Modelos matemáticos, resolución de problemas y proceso de creación y descubrimiento en matemáticas. Conexiones y aprovechamiento didáctico en secundaria. En Rico Romero, L. (Ed.) Construcción de modelos matemáticos y resolución de problemas (pp. 123-154). España: Ministerio de Educación.
6. Farias, D.; Pérez, J. (2010). Motivación en la Enseñanza de las Matemáticas y la Administración. Formación universitaria, 3(6), 33-40.
7 Kaplún, G. (2005). La pedagogía de la EaD con NTIC: ¿Transmisión o construcción de conocimientos? Aprender y enseñar en tiempos de Internet. Formación profesional a distancia y nuevas tecnologías, 35-50.
8. Strang, G. (2007). Álgebra lineal y sus aplicaciones. Edición 4. Editor Thomson, 2007
9. Lay, D. C.; Murrieta Murrieta, J. (2007). Algebra lineal y sus aplicaciones. Pearson Educación.