

Software educativo para la resolución numérica y gráfica de ecuaciones diferenciales ordinarias

Ascheri M. E., Pizarro R., Astudillo G., García P., Culla M. E., Pauletti C.
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de la Pampa
Avda. Uruguay 151 - Santa Rosa - La Pampa - 02954-425166
mavacheri@gmail.com rubenpizarro71@gmail.com

Resumen

En el marco del curso Cálculo Numérico que se dicta para varias carreras de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNLPam, se está trabajando en un proyecto de investigación sobre la elaboración de un software educativo para la *resolución numérica y gráfica de integrales y de ecuaciones diferenciales ordinarias*, usando herramientas gratuitas existentes en la Web.

Los objetivos que se pretenden alcanzar son:

- Generar el contexto educativo adecuado a los contenidos a desarrollar y a los objetivos propuestos en la asignatura.
- Proporcionar una herramienta tecnológica para afianzar los conceptos teóricos y la aplicación de los métodos numéricos a través de la visualización gráfica del funcionamiento de los mismos.
- Poner a disposición de los estudiantes una herramienta de acceso libre y disponible en la Web.

En una primera instancia, se comenzó a trabajar con la elaboración del software educativo que incluye el tema *resolución numérica y gráfica de integrales*. Se elaboró el software educativo correspondiente, se experimentó, analizó y validó. Esto es, se hicieron todas las pruebas estipuladas y los ajustes necesarios para su aplicación en el curso de Cálculo Numérico.

En el transcurso de este año, se comenzará a hacer lo propio abordando ahora el tema *resolución numérica y gráfica de ecuaciones diferenciales ordinarias*.

Palabras clave: software educativo, integración numérica, ecuaciones diferenciales ordinarias.

Contexto

El presente Proyecto de Investigación, está acreditado y financiado por la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de La Pampa. Surge como continuidad de un proyecto ya finalizado relativo a la elaboración de un software educativo para la *resolución numérica de ecuaciones no lineales, interpolación y aproximación polinomial y ajuste de curvas por mínimos cuadrados*.

Está relacionado con otros proyectos del Departamento de Matemática del cual este grupo forma parte, en los que se abordan contenidos relacionados a la matemática, su enseñanza y la inclusión de tecnologías en el proceso de enseñanza y de aprendizaje.

Introducción

La experiencia obtenida a partir de la estrategia metodológica empleada en un Proyecto de Investigación anterior, motiva a que se continúe con el desarrollo de software educativo que incluya otras temáticas de Cálculo Numérico para lograr una integración curricular y complementar

los resultados obtenidos hasta el momento. Esta herramienta tiene como funcionalidad pretendida, guiar el aprendizaje como soporte del proceso de enseñanza. Actualmente, se ha finalizado con la etapa que se refiere a la elaboración del software educativo que contemple el tema *resolución numérica y gráfica de integrales* (Ascheri *et al.*, 2014 y 2015). Dicho software se encuentra disponible en el sitio <http://secanu.exactas.unlpam.edu.ar/>. Se comenzará ahora a trabajar en el desarrollo del software referido al tema *resolución numérica y gráfica de ecuaciones diferenciales ordinarias*, incluido en el curso de Cálculo Numérico que se dicta para las carreras de Profesorado en Matemática (3° Año), Licenciatura en Física (3° Año) e Ingeniería Civil (2° Año) de nuestra Facultad.

Según Alemán de Sánchez (1999), es importante que el software contemple no solamente las prácticas, sino que proporcione al estudiante ayuda en la solución de los problemas y brinde una retroinformación completa, sin limitarse a indicar que se ha cometido un error, sino brindando información acerca del tipo de error. Este y otros aspectos serán considerados e implementados en los diversos ejemplos que se desarrollaran en el software.

Líneas de Investigación, Desarrollo e Innovación

Las líneas de investigación que se abordan con el presente proyecto son las siguientes:

- Enseñanza de matemática, visualización gráfica de diferentes métodos numéricos.
- Inclusión de tecnologías en el proceso de enseñanza y de aprendizaje

Resultados y Objetivos

Ya se ha desarrollado y se ha puesto a punto el software educativo correspondiente a la

resolución numérica y gráfica de integrales. Se propone ahora el logro del siguiente objetivo:

- ✓ Desarrollar el software educativo diseñando las etapas necesarias para lograr el producto, para la *resolución numérica y gráfica de ecuaciones diferenciales ordinarias*.

Para ello, se han planificado las siguientes tareas:

1. Hacer una búsqueda y análisis preliminar de elementos existentes en el campo de la Ingeniería de Software y en el de las Ciencias de la Educación.
2. Utilizar estos elementos, incorporándoles aspectos educativos relativos a la temática involucrada.
3. Experimentar y hacer un análisis y validación de este software.
4. Actualizar, de acuerdo a los resultados obtenidos, el sitio Web de la asignatura "Cálculo Numérico" dependiente de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNLPam.

Para obtener los datos que permitirán realizar un análisis y validación de esta segunda fase del software educativo elaborado y obtener conclusiones, se utilizarán principalmente la observación, las encuestas y los resultados obtenidos por los estudiantes en las diferentes evaluaciones parciales y finales. Estos resultados constituirán el aporte de una metodología de investigación cuantitativa.

Se desarrollará una estrategia de triangulación que permitirá la coexistencia de la investigación cuantitativa y de la cualitativa (Erickson, 1999). Esta estrategia definida como la combinación de metodologías para el estudio de un mismo fenómeno, considera a los métodos cuantitativos y cualitativos como campos complementarios. Por medio de esta combinación de metodologías, se espera balancear las debilidades de cada uno de los métodos numéricos utilizados y poder fortalecer sus ventajas. También, se espera

encontrar, con la misma metodología, posibles falencias o detectar contradicciones que no se puedan identificar por algunas de las herramientas (observación, encuestas, datos y demás) en forma aislada. En muchos casos, son necesarios ambos tipos de datos (cualitativos y cuantitativos), para una mutua verificación y de forma suplementaria (Vasilachis de Gialdino, 2006).

Un software educativo debe poner énfasis en lograr aprendizajes significativos, brindando posibilidades de vincular los nuevos conceptos con los que se tienen adquiridos y estableciendo relaciones no arbitrarias entre ellos. Debe tener en cuenta los objetivos de las unidades, además de los contenidos y sus relaciones. Debe aportar a la comprensión de las temáticas involucradas. Debe lograr un incremento de la motivación y facilitar el desarrollo de las destrezas. También, debe integrar actividades de evaluación, tanto para el estudiante como para el docente.

Para la elaboración de esta parte del software educativo se utilizarán distintas técnicas, tales como el uso de gráficas por computadoras y animación interactiva para ilustrar y presentar procesos y algoritmos (Alemán de Sánchez, 1999; Cataldi, 1999; Di Battista et al, 1999; Galvis Panqueva, 1992; Marquès, 1996; Price et al, 1998; Rivera Porto, 1997, entre otros).

La visualización de la conducta dinámica de los algoritmos presenta importantes beneficios educativos:

- Logran un incremento de la motivación.
- Facilitan el desarrollo de destrezas.
- Asisten en el desarrollo de habilidades analíticas.
- Ofrecen un buen soporte al docente.
- Permiten la exploración de las peculiaridades de un algoritmo, explorando de forma interactiva.

Las herramientas informáticas y las técnicas numéricas que usaremos son, respectivamente, la computadora y los

métodos numéricos clásicos de resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias (Ascheri y Pizarro, 2007; Chapra y Canale, 2007; Gerald y Wheatley, 2000; Mathews y Fink, 2000; Nakamura, 1997), tales como los métodos de Taylor, Euler, Heun, Runge-Kutta, pasos múltiples, entre otros.

A modo de ejemplo, se presenta una de las actividades que se trabajará y resolverá numérica y gráficamente, con el grupo de estudiantes que cursan Cálculo Numérico (de Ingeniería en Construcciones y de Prof. en Matemática), utilizando el software educativo.

Actividad. Una pieza metálica con una masa de 0.1 kg y 200° C (ó 473° K) se coloca en cierto momento dentro de un cuarto con una temperatura de 25° C, en donde está sujeta al enfriamiento por convección natural y la transferencia de calor por radiación. Bajo la hipótesis que la distribución de temperatura es uniforme en el metal, la ecuación de la temperatura se puede escribir como sigue

$$\frac{dT}{dt} = \frac{A}{pcv} [\varepsilon\sigma(294^4 - T^4) + h_c(297 - T)],$$

$$T(0) = 473$$

donde T es la temperatura en grados Kelvin y las constantes son

$p = 300 \text{ kg/m}^3$ densidad del metal; $v = 0.001 \text{ m}^3$ volumen del metal; $A = 0.25 \text{ m}^2$ área de la superficie del metal; $c = 900 \text{ J/kgK}$ calor específico del metal; $\varepsilon = 0.8$ emisividad; $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ w/m}^2\text{K}^4$ cte. Stefan-Boltzmann; $h_c = 30 \text{ w/m}^2\text{k}$ coeficiente de transferencia del calor.

- a) Calcule la temperatura T utilizando el método de Runge-Kutta de cuarto orden para $0 \leq t \leq 180$ (seg) y $h = 1$.
- b) Realice lo mismo que en a) pero utilizando los métodos de Euler y Heun.
- c) Haga los gráficos correspondientes a los distintos métodos de acuerdo a los resultados obtenidos y escriba sus conclusiones.

Formación de Recursos Humanos

Se espera continuar con un grupo de trabajo considerando:

- La motivación de los integrantes a participar de jornadas y eventos científicos.
- La contribución al desarrollo de capacidades y habilidades intelectuales en jóvenes estudiantes que participen o se relacionen con el Proyecto.
- La posibilidad de interesar a otros docentes y estudiantes en participar en actividades de investigación.

A partir de la presentación de los resultados de proyectos relacionados con el actual se han adquirido compromisos tendientes a realizar intercambios de las producciones que surjan, logrando así ampliar la población a la que estará dirigida la implementación del software educativo y que no se restrinja sólo a la cátedra de Cálculo Numérico.

Referencias

Alemán de Sánchez, A. *La enseñanza de la matemática asistida por computadora.* (1999). En línea: <http://www.utp.ac.pa/articulos/enseñarmatematica.html>

Ascheri, M. E.; Pizarro, R. *Libro de Texto para Estudiantes Universitarios: CÁLCULO NUMÉRICO.* EdUNLPam. (2007).

Ascheri, M. E.; Pizarro, R. A.; Astudillo, G.; García, P.; Culla, M. E. *Avances en la Elaboración del Software Educativo para la Resolución Numérica y Gráfica de Integrales,* Memorias de la V REPEM, Vol. 5, ISSN N° 2362-5716, pp. 322-330. (2014).

Ascheri, M. E.; Pizarro, R. A.; Astudillo, G.; García, P.; Culla, M. E.; Pauletti, C., *Utilización de un software educativo para la resolución numérica y gráfica de integrales,* Memorias del XVII Workshop de Investigadores en Ciencias de la

Computación, ISBN N° 978-987-633-134-0, pp. 1-5. (2015).

Cataldi, Z.; Lage, F.; Pessacq, R.; García Martínez, R. *Revisión de Marcos Teóricos Educativos para el Diseño y Uso de Programas Didácticos.* (1999). En línea:

www.itba.edu.ar/capis/webcapis/RGMITBA/comunicacionesrgm/c-icie99-revisionde%20marcosteoriciseducativos.pdf

Chapra, S.; Canale, R. *Métodos Numéricos para Ingenieros.* Mc Graw Hill/Interamericana de España, S. A. U. (2007).

Di Battista, P.; Eades, G.; Tamassia, R.; Tollis, I., *Graph Drawing: Algorithms for the Visualization of Graphs.* Prentice Hall. (1999).

Erickson, F. *Métodos cualitativos de investigación sobre la enseñanza.* Paidós. (1999).

Galvis Panqueva, A. *Ingeniería de Software Educativo.* Ediciones Unidades (1992).

Gerald, C. y Wheatley, P. *Análisis Numérico con aplicaciones.* México: Pearson Educación. (2000).

Marquès, P. *El software educativo.* Universidad Autónoma de Barcelona. (1996). En línea: http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques_software

Mathews, J.; Fink, K. *Métodos Numéricos con MATLAB.* Prentice Hall. (2000).

Nakamura, S. *Análisis Numérico y Visualización Gráfica con MATLAB.* México: Pearson Educación. (1997).

Price, B.; Beacker, R.; Small, I. *An Introduction to Software Visualization, Software Visualization.* MIT Press. (1998).

Rivera Porto, E., *Aprendizaje Asistido por Computadora. Diseño y Realización.* (1997). En línea:

<http://www.geocities.com/eriverap/libros/Aprend-comp/apen1.html>

Vasilachis de Gialdino, I. *Estrategias de Investigación Cualitativa.* Gedisa, S. A. (2006).