

## Evaluación de Modelos AC y DC para Problemas de Asignación de Unidades Generadoras Incorporando Restricciones de Transmisión en Sistemas Eléctricos: Formulaciones MILP y MINLP

Gonzalo E. Alvarez<sup>1</sup>, Marian G. Marcovecchio<sup>1,2</sup>, Pio A. Aguirre<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> INGAR/CONICET-UTN, Avellaneda 3657, Santa Fe, Argentina

<sup>2</sup> UNL, Universidad Nacional del Litoral, Santiago del Estero 2829, Santa Fe, Argentina

{galvarez, mariangm, paguir}@santafe-conicet.gov.ar

**Abstract.** En este trabajo se efectúa una evaluación y comparación de dos modelos para la resolución del problema de programación de unidades generadoras, para satisfacer la demanda eléctrica de un sistema con restricciones de transmisión en sus formatos de programación matemática. El modelo AC, caracterizado por su mayor complejidad da lugar a una formulación MINLP; y el modelo DC, que es una versión simplificada y su implementación produce una formulación MILP. Se describen los modelos que representan la generación de energía eléctrica en centrales térmicas con restricciones de transmisión. Se presentan conclusiones sobre los dos modelos en cuanto a los valores de sus funciones objetivo, tiempos de cómputo, y resultados del despacho económico. También se estudia la factibilidad de emplear las soluciones obtenidas con el modelo simplificado en el modelo más complejo.

**Keywords:** Optimización, Modelos de Programación Matemática MILP y MINLP, Modelo AC, Modelo DC, Problema de Asignación de Unidades con Restricciones de Seguridad.

### Nomenclatura

Subíndices:		$dem_{p_{bt,t}}$	Carga Activa [MW]
$bt$	Barra de transferencia	$dem_{q_{bt,t}}$	Carga Reac.[MVAR]
$l$	Línea de transmisión	Costos de encendido/apagado para cada unidad	
$t$	Unidad de tiempo		
$bt_{e-s}$	Barra de entrada-salida	Variables:	
Parámetros:		$p_{i,t}$	Potencia act. gen. [MW]
$BT$	Total de barras	$q_{i,t}$	Pot. reac. gen [MVAR]
$g_{bt_e-bt_s}$	Conductancia de la línea	$V_{bt}$	Voltaje en barra [p.u.]

$b_{bt_e-bt_s}$	Susceptancia de la línea	$\theta_{bt}$	$\ominus$ voltaje en la barra
$r_{bt_ebt_s}$	Resistencia de línea [p.u]	$p_{l,t}$	Potencia activa en línea
$x_{bt_ebt_s}$	Reactancia de línea [p.u]	$q_{l,t}$	Potencia reactiva en línea
a/b/c	Coefficientes de costo de combustible	$S_{bt}$	Potencia aparente [MVA]

## 1 Introducción

Existe una demanda creciente de energía a nivel mundial, que ha llevado a aumentar su consumo en más del doble en las últimas cuatro décadas [1]. Durante el comienzo de este período el paradigma se centró en producir energía a partir de recursos fósiles en forma abundante para satisfacer las necesidades y no se tomaban mayores recaudos por los efectos ambientales ni el agotamiento de las fuentes explotadas. A comienzos de la década de los noventa se empezó a dar importancia a estas cuestiones, debido principalmente a que comenzaban a corroborarse los efectos de la contaminación y a aumentos en los precios de los hidrocarburos. Hoy en día, numerosas entidades estudian los impactos del uso de estas fuentes de energía [2], dándole gran importancia a los efectos de las emisiones de dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>), que es un gas de efecto invernadero. Si bien en los últimos años aumentó la disponibilidad de combustibles fósiles gracias a nuevas técnicas extractivas como el fracking, esto no revierte el hecho que al ser recursos no renovables se van a agotar con el tiempo. Además, el fracking también se encuentra cuestionado por sus efectos contaminantes [3]. Todos estos factores muestran la compleja situación que existe en el contexto global.

Por lo tanto, en la actualidad, la atención está puesta principalmente en dos aspectos: aumentar el porcentaje de participación de fuentes renovables en la producción de energía (durante 2013 la participación de combustibles fósiles fue de más del 80% en el total de fuentes utilizadas) y mejorar los procesos de producción de energía para satisfacer las demandas de una manera más eficiente.

En la actualidad, para satisfacer las demandas de electricidad en el mundo se producen alrededor de 23.000 [Twh] por año. Las pérdidas de electricidad y los procesos productivos deficientes constituyen un desperdicio de enormes sumas de dinero y de recursos. Las pérdidas se clasifican en técnicas (fijas: histéresis, pérdidas en el núcleo de transformadores, efecto corona en líneas; y variables: causadas por el flujo de corriente transportado) y no técnicas (robo, fraude, consumo no contabilizado y problemas de gestión). A fines de 2014, la capacidad instalada de Argentina reportada por CMMESA era de 31.405 [MW], y durante 2012 las pérdidas fueron del 15 % de la producción total de electricidad [4]. Por lo que se puede ver claramente la importancia de la eficiencia tanto en la generación como en el transporte de electricidad [5].

La generación de energía en los parques generadores se determina a partir de la programación de los generadores, que consiste en establecer cuál es el estado en que se encuentra cada uno de ellos (encendido o no) y el nivel de potencia a generar, durante cada unidad de tiempo (generalmente de una hora) a lo largo del horizonte de programación. Una de las técnicas más usadas para definir la programación de las unidades es la programación matemática, que consiste en el uso de modelos matemá-

ticos, particularmente modelos de optimización, que ayudan a la toma de decisiones teniendo en cuenta los recursos disponibles y facilitando también el monitoreo de los procesos.

El problema de programar unidades generadoras se conoce como Asignación de Unidades (UC por sus siglas en inglés de Unit Commitment), y ha sido ampliamente explorado en la literatura por más de seis décadas [6]. Aunque se lo nombre en forma simplificada como problema UC, en este trabajo y al igual que en muchos otros presentes en la literatura, el problema de Asignación de Unidades se aborda en forma conjunta con el problema conocido como Despacho Económico, que consiste en determinar el nivel de potencia que cada unidad encendida debe producir para satisfacer la demanda. El problema abordado aquí tiene en cuenta restricciones como la reserva rodante, restricciones técnicas de las unidades tales como límites superiores e inferiores de producción de potencia, tiempos mínimos de encendido y de apagado de cada unidad y límites de rampa; y tiene por objetivo minimizar el costo de operación.

Sin embargo en ocasiones el problema UC se resuelve sin tener en cuenta las restricciones de transmisión de electricidad por las líneas hasta los centros de consumo [7], [8]. Si la solución obtenida de esta manera es implementada para el sistema real, puede causar sobrecarga de las líneas e incluso puede ocurrir que dicha solución sea infactible. Al incorporar restricciones de transmisión al problema UC, el problema se denomina Asignación de Unidades con Restricciones de Seguridad (SCUC, del inglés Security Constrained Unit Commitment). Este problema también ha sido estudiado desde hace tiempo [9] y han sido presentados muchos desarrollos en el tema [10]–[15].

La Programación de Unidades que se resuelve en este trabajo se aborda desde el punto de vista de la optimización, minimizando la función objetivo que representa el costo operativo, sujeto a restricciones dentro de las cuales se encuentran las de transmisión. Las soluciones obtenidas no producen violaciones de capacidad máxima de líneas o similares, es decir, se puede asegurar que las soluciones obtenidas serán factibles. Este enfoque se diferencia de los métodos de simulación ampliamente utilizados para resolver esta problemática, los métodos más difundidos se encuentran descritos en [16].

En este campo de investigación, existen dos maneras predominantes de tratar las restricciones de transmisión en los problemas de SCUC. Una de ellas es el modelo de flujo de potencia de Corriente Alterna (AC) [17] que consiste en calcular los flujos de línea y los voltajes en las barras, dado un conjunto de parámetros conocidos como variables del sistema. Estas variables son: la potencia activa y reactiva inyectadas en barras donde puede haber generadores y/o cargas, el voltaje en las barras (generalmente tienen un generador regulando el voltaje) y el ángulo de voltaje para la barra de referencia. Por lo tanto, para cada barra del sistema existen cuatro variables. La principal característica es su complejidad, debido a que el modelado de la circulación de flujo de potencia por las líneas no es lineal, incluye la multiplicación de variables continuas y la suma de funciones trigonométricas (seno y coseno). Esto implica una gran demanda de capacidad de cálculo, volviéndolo poco aplicable en algunos casos. El problema del Modelo AC en el marco de programación matemática es del tipo MINLP (problema mixto entero no lineal). Este problema tiene variables continuas,

enteras y términos no lineales en la función objetivo y las restricciones. Por todo esto el modelo SCUC con las restricciones de transmisión del modelo AC constituye un problema del tipo NP-Hard, difícil de resolver.

La otra opción es modelar estas restricciones con el modelo de flujo de potencia de Corriente Directa (DC) [18], el cual se obtiene del modelo AC a partir de asumir ciertas hipótesis simplificadoras. Se aproxima el modelo no lineal constituyendo un problema MILP (problema mixto entero lineal) para el cual, si el problema es factible, será posible hallar su solución óptima. En este modelo se considera solamente los flujos de potencia activa, por ello se lo conoce también como modelo de *solo-MW*. Se considera despreciable la resistencia de línea frente a la reactancia, y se supone despreciable la diferencia de voltaje entre las barras. En virtud de estas hipótesis simplificadoras, el modelo DC brinda menos detalles de información en cuanto a que no se obtienen valores de potencia reactiva ni de voltaje en barras, a diferencia del modelo AC. Sin embargo el requerimiento computacional es considerablemente menor, lo que constituye la principal razón de vigencia de este modelo para sistemas de potencia.

En muchas ocasiones los autores optan por elegir un modelo u otro argumentando que debido a las ventajas o desventajas anteriormente nombradas, el modelo elegido se adecúa mejor a su sistema. Si bien se han presentado comparaciones entre estos modelos las mismas resultan incompletas, por ejemplo la comparación presentada en [19] muestra las diferencias entre los valores de potencia activa arrojados a partir de la resolución de ambos modelos, pero omite comparar los tiempos computacionales requeridos para resolverlos. En efecto, si bien es un tema muy discutido en el estado del arte, no abundan de igual modo estudios comparativos que muestren diferencias de desempeño entre los modelos AC y DC, lo cual brinde un panorama que permita decidir el modelo a implementar, dependiendo del fin que se busque.

El presente trabajo evalúa las características nombradas anteriormente, considerando entre otros aspectos, diferencias entre: costos de generación por MW, valores de potencia activa, y tiempos de resolución. Se analizarán los modelos, aplicados a casos de estudios presentados en otros trabajos.

## 2 Formulación Matemática

### 2.1 Modelo de Asignación de Unidades (modelo UC)

El modelo de Asignación de Unidades o UC adoptado en este trabajo es el formulado por Marcovecchio y col. [20], en ese trabajo se presentó un modelo cuya formulación matemática involucra una menor cantidad de variables binarias respecto a otras formulaciones presentes en la literatura. De manera que el modelo resulta más eficiente, desde el punto de vista computacional. En el modelo se plantea minimizar el costo de producción de potencia para satisfacer la demanda requerida, calculado como:

$$\min C = \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T [(a_i u_{i,t} + b_i p_{i,t} + c_i p_{i,t}^2) + cu_{i,t} + cd_{i,t}] \quad (1)$$

La función a minimizar es la doble sumatoria para todas las unidades y todas las horas del horizonte de programación del costo de combustible dependiente de la po-

tencia producida por cada unidad, más los costos de encendido y apagado de las unidades. La variable binaria  $u_{i,t}$  es igual a 1 cuando la unidad  $i$  se encuentra encendida en el tiempo  $t$ , y vale 0 para el caso contrario.

La función objetivo originalmente es no lineal, específicamente, es una función cuadrática, sin embargo la misma será linealizada.

Para la programación a corto plazo, el período de tiempo adoptado es de 1 hora, y el horizonte de programación es de 24 horas.

## 2.2 Modelo de Flujo de Potencia de Corriente Alterna (modelo AC)

El modelo de Flujo de Potencia de Corriente Alterna o simplemente Modelo AC adoptado en el presente trabajo se basa en [21] y [22]. A continuación se presentan las ecuaciones matemáticas para este modelo.

La potencia aparente en cada barra está dada por:

$$S_{bt} = P_{bt} + jQ_{bt} \quad (2)$$

Las potencias activa y reactiva que circulan por las líneas  $l$ , que conectan dos barras, están dadas por las ecuaciones no lineales (3) y (4):

$$P_{bt} = V_{bt_e} \sum_{1}^{BT} V_{bt_s} (g_{bt_e-bt_s} \cos(\theta_{bt_e} - \theta_{bt_s}) + b_{bt_e-bt_s} \text{Sen}(\theta_{bt_e} - \theta_{bt_s})) \quad (3)$$

$$Q_{bt} = V_{bt_e} \sum_{1}^{BT} V_{bt_s} (g_{bt_e-bt_s} \text{Sen}(\theta_{bt_e} - \theta_{bt_s}) - b_{bt_e-bt_s} \cos(\theta_{bt_e} - \theta_{bt_s})) \quad (4)$$

En (5) y (6) se plantean los balances de potencias activas y reactivas en cada barra:

$$\sum_{i=1}^I p_{i,bt,t} + \sum_{l=1}^L \sum_{bt=1}^{BT} p_{-l,bt_e,bt_s=bt,t} - \sum_{l=1}^L \sum_{bt=1}^{BT} p_{-l,bt_e=bt,bt_s,t} = \sum_{c=1}^C \text{dem}_{p_{bt,t}} \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^I q_{i,bt,t} + \sum_{l=1}^L \sum_{bt=1}^{BT} q_{-l,bt_e,bt_s=bt,t} - \sum_{l=1}^L \sum_{bt=1}^{BT} q_{-l,bt_e=bt,bt_s,t} = \sum_{c=1}^C \text{dem}_{q_{bt,t}} \quad (6)$$

La convención de signos adoptada consiste en tomar como positiva la potencia que entra a la barra y como negativa la potencia que sale. Para este modelo en un sistema eléctrico con BT barras, existirán 4.BT variables ( $P_{bt}$ ,  $Q_{bt}$ ,  $\theta_{bt}$  y  $V_{bt}$ , para cada barra). Además, se debe establecer la barra de referencia, donde generalmente se asume que el voltaje equivale a 1 p.u. y el ángulo es 0.

## 2.3 Modelo de Flujo de Potencia de Corriente Directa (modelo DC)

Para el modelo AC, la potencia activa de la línea que conecta la barra  $bte$  con la barra  $bts$  está dada por (3). Por su parte, el modelo de Flujo de Potencia de Corriente Directa o Modelo DC, consiste en una aproximación lineal del AC, que se basa en tres supuestos, según [23]:

Las resistencias de las líneas son despreciables comparadas con sus reactancias, y por lo tanto las pérdidas de potencia en la red se omiten, simplificando los parámetros de líneas.

$$g_{bt_ebt_s} = \frac{r_{bt_ebt_s}}{r_{bt_ebt_s}^2 + x_{bt_ebt_s}^2} = \frac{r_l}{r_l^2 + x_l^2} \approx 0 \quad (7)$$

$$b_{bt_ebt_s} = \frac{x_{bt_ebt_s}}{r_{bt_ebt_s}^2 + x_{bt_ebt_s}^2} = \frac{x_l}{r_l^2 + x_l^2} \approx -\frac{x_l}{x_l^2} \approx -\frac{1}{x_l} \quad (8)$$

La diferencia de voltaje entre barras es mínima, por lo cual se puede asumir que todos los voltajes equivalen a 1 p.u..

La diferencia de ángulos de voltaje entre barras es muy pequeña, por lo que se pueden asumir las siguientes relaciones:

$$\text{Sen}(\theta_{bt_e} - \theta_{bt_s}) \cong \theta_{bt_e} - \theta_{bt_s} \quad (9)$$

$$\text{Cos}(\theta_{bt_e} - \theta_{bt_s}) \cong 1$$

(10)Sustituyendo (6-9) en la ecuación (3), la potencia transmitida por la línea  $l$  se calcula como:

$$p_{l_{bt_ebt_s}} = -b_{bt_ebt_s} \theta_{bt_ebt_s} = \frac{\theta_{bt_e} - \theta_{bt_s}}{x_{bt_ebt_s}} = \frac{\theta_{bt_e} - \theta_{bt_s}}{x_l} \quad (11)$$

Por lo tanto, reemplazando en la ecuación de balance de potencias reales en cada barra (5), recordando que la línea  $l$  conecta las barras  $bt_e$  con  $bt_s$ , y siguiendo el procedimiento descrito en [24], el balance de potencias activas estará dado por:

$$\sum_{i=1}^I p_{i,bt,t} + \sum_{l=1}^L \sum_{bu=1}^{BT} \left( \frac{\theta_{bt_e=bt,t} - \theta_{bt_s=bt,t}}{x_{bt_ebt_s}} \right) - \sum_{l=1}^L \sum_{bu=1}^{BT} \left( \frac{\theta_{bt_s=bt,t} - \theta_{bt_e=bt,t}}{x_{bt_ebt_s}} \right) = \sum_{i=1}^I p_{i,bu,t} + \sum_{l=1}^L \sum_{bu=1}^{BU} \left( \frac{\theta_{bt_e=bt,t} - \theta_{bt_s=bt,t}}{x_l} \right) - \sum_{l=1}^L \sum_{bu=1}^{BU} \left( \frac{\theta_{bt_s=bt,t} - \theta_{bt_e=bt,t}}{x_l} \right) = \sum_{c=1}^C \text{dem}_{p_{bt,t}} \quad (12)$$

### 3 Análisis comparativo de los modelos

Dos problemas son testeados para estudiar tiempos de resolución, costo de producción por MW y resultados de la programación de unidades de ambos modelos. Para resolver estos problemas se utilizó el software GAMS [25] en una PC Intel Core i5 de 2.67 Ghz, con 4 Gb de RAM. El primer sistema testado cuenta con tres unidades generadoras, seis barras de transferencia y seis líneas. Es de pequeño tamaño, por lo cual sirve para apreciar de una manera más clara las diferencias entre los modelos. El segundo sistema testado cuenta con la misma cantidad de generadores y barras, pero tiene casi el doble de líneas de transmisión. Este último sistema muestra el incremento en el requerimiento computacional de resolución asociado al tamaño del problema, especialmente para el empleo del modelo no lineal.

#### 3.1 Sistema de 3 generadores, 6 barras y 6 líneas

Este sistema está basado en un problema presentado en [26] y su diagrama unifilar se muestra en la Figura 1.

En primer lugar se considera el problema de Asignación de Unidades sin tener en cuenta las restricciones de transmisión, utilizando para su resolución los solvers más usados para problemas de programación del tipo Mixto Entero Lineal (MILP) que son CPLEX y GUROBI. Los datos para los generadores 1, 2 y 3 del sistema son los siguientes, Potencia Máxima por generador: 220, 100 y 20 [MW]; potencia mínima: 100, 10 y 10 [MW]; rampa de potencia máxima por hora 55, 50 y 20 [MW]; horas mínimas de encendido y mínimas de apagado: 4, 2 y 2, respectivamente. Estos últimos 3 valores también aplican a las horas iniciales de las unidades. El valor objetivo óptimo obtenido para el modelo UC, con CPLEX y GUROBI fue de 157.877,59 en ambos casos; y los tiempos de resolución fueron de 0,156 y 0,109 CPUs respectivamente. Se observa que la resolución del modelo es extremadamente rápida, en efecto, en menos de un cuarto de segundo se obtiene una programación de generadores que permite operar el sistema de forma óptima.

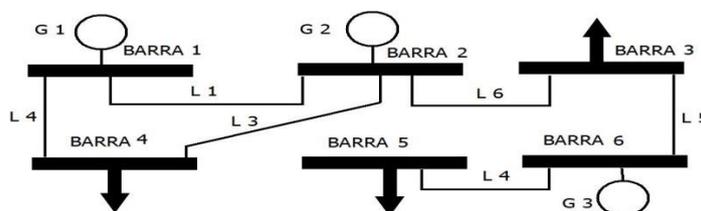


Fig. 1. Diagrama unifilar para el sistema de 3 generadores y 6 líneas. Caso 3.1.

En segundo lugar, se evalúa la resolución del sistema teniendo en cuenta las restricciones de transmisión (problema SCUC). Los datos relativos a las líneas del sistema son: de terna simple, 132 [kV], la capacidad límite para la línea 1 es 200 [MW] y 100 [MW] para el resto; las resistencias por línea ordenadas por número creciente de línea son: 0.0050, 0.0030, 0.0030, 0.0020, 0.0005 y 0.0020 [p.u.]; y las reactancias son 0.170, 0.258, 0.197, 0.140, 0.018 y 0.140 [p.u.], respectivamente. El resto de los datos relativos al sistema se encuentran en [26]. Como modificación al problema original se anexó la línea 6 para dar factibilidad, y se eliminaron 2 transformadores del sistema para concentrar la atención del trabajo en sistemas donde las barras son conectadas entre sí a través de líneas. Si bien en la práctica no es lo mismo que entre dos barras exista una línea a que exista un transformador, no se tendrá en cuenta la diferencia de esta sustitución para los objetivos de este trabajo, donde interesa mostrar la diferencia de modelos en sistemas conformados por generadores, líneas, barras y cargas.

A los fines comparativos del presente trabajo, se observará sólo la potencia activa, debido a que a diferencia del modelo AC, el modelo DC no contempla la potencia reactiva.

Cabe destacar que la solución obtenida del problema UC, resulta ser infactible para el problema SCUC. De aquí la importancia de incorporar las restricciones de transmisión al problema, porque como se puede apreciar en este caso, la solución del modelo

UC no se podría aplicar a un problema real, ya que no sería posible transmitir la energía producida por el parque generador a los centros de consumo.

Los resultados del problema SCUC para los solvers CPLEX y GUROBI se presentan en la tabla 1. Como puede verse, este último redujo el tiempo de ejecución en casi la mitad respecto de CPLEX, mientras que la potencia activa producida fue la misma en ambos casos. Por otro lado, el modelo AC fue resuelto con el solver SBB, debido a que es un modelo no lineal y arrojó un tiempo de procesamiento extremadamente alto, de 344 segundos, en comparación con los del modelo DC. Esta gran diferencia en tiempos de ejecución se debe a que en general, se requiere un mayor esfuerzo computacional para resolver un problema de programación no lineal, además, en este caso los modelos tienen dimensiones considerablemente diferentes: el modelo DC cuenta con 360 variables continuas y 72 binarias; a diferencial del modelo AC que tiene 720 variables continuas y 72 binarias. Para la función objetivo el modelo DC arrojó un valor de 157.962,1; mientras que para el modelo AC el costo obtenido fue de 158.892,9. Esta diferencia obedece a que las formas de calcular los valores de flujos de potencia activa que circula por las líneas son distintas para ambos modelos como se detalló anteriormente en las secciones 2.2 y 2.3. En nuestro caso, aunque los valores de flujo de potencia por las líneas son distintos para los modelos AC y DC, las diferencias son pequeñas.

**Tabla 1.** Modelo SCUC: Función objetivo y tiempo de resolución. Caso 3.1.

Modelo -Solver	Costo	Tiempo de procesamiento
<b>SCUC-DC, CPLEX</b>	157.962,1	0,140 segundos
<b>SCUC-DC, GUROBI</b>	157.962,1	0,084 segundos
<b>SCUC-AC, SBB</b>	158.892,9	344 segundos

Por lo tanto estos valores de los flujos de potencia en línea impactan en la potencia producida por los generadores. Recordemos que estos flujos, se producen originalmente en los generadores, y circulan por la línea con el objetivo de llegar a las cargas para satisfacer la demanda de energía. Y esto impacta en la función objetivo de estos problemas que considera el costo de producción de potencia junto con los costos de arranque.

Es importante aclarar que la solución del modelo DC fue implementada en el modelo AC, pero no fue factible.

La Figura 2 muestra la solución de despacho económico obtenido discriminado por generador para el horizonte de programación, utilizando el modelo DC y AC, y solvers CPLEX y SBB, respectivamente. El generador número 3 produce la misma potencia para ambos modelos, por eso sus valores se superponen en la gráfica. Y en la Figura 3 se presenta el resultado de los flujos de potencia transmitidos por las líneas del sistema, con la solución obtenida utilizando el modelo DC resuelto con CPLEX. Se aclara que la línea 2 y 3 tienen los mismos valores de potencia, por eso están superpuestas en la gráfica.

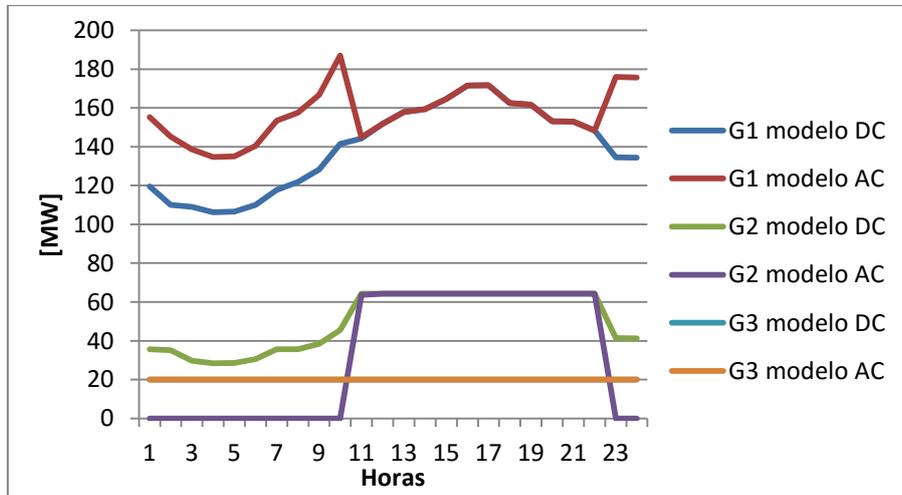


Fig. 2. Caso 3.1, SCUC: Despacho económico óptimo por generador. Modelo DC y AC

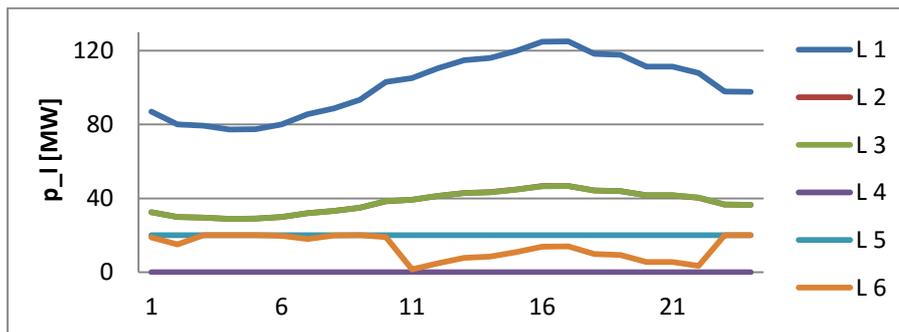


Fig. 3. Caso 3.1, Problema SCUC: potencia por línea de la solución óptima obtenida con el modelo DC

En la Figura 4 se presentan los costos de generación por MW producido para cada hora, para las tres opciones testeadas: el problema UC sin restricciones de transmisión, y el problema SCUC para los modelos AC y DC. Se observa que los costos del modelo UC son casi idénticos a los del modelo DC, con pequeñas diferencias en las franjas horarias 2-6 y 22-24. En cambio, se observa una mayor diferencia para los costos del modelo AC, que arranca con un costo menor a los otros modelos hasta la hora 7, donde pasa a ser mayor para igualarse a las otros costos a partir de la hora 12 hasta la hora 22. El costo total del problema UC es menor porque no se incluyen las restricciones de transmisión, en cambio para el problema SCUC que incluye estas restricciones, el costo se eleva porque se produce electricidad a través de una combinación distinta de los generadores. Y los valores del problema SCUC con los modelos AC y DC difieren porque existen pequeñas diferencias en los valores de potencia activas, que son ligeramente mayores en el modelo AC.

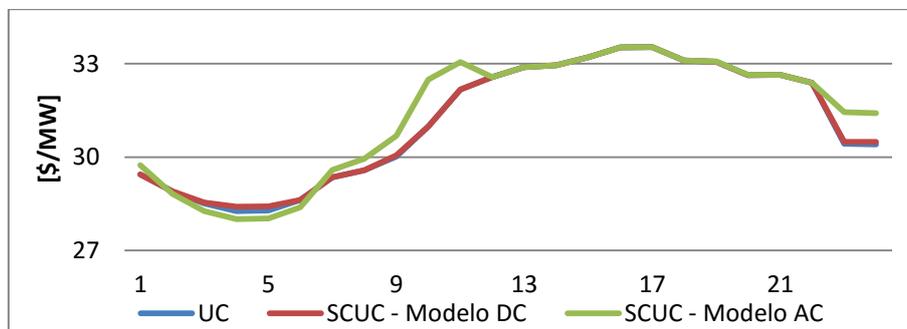


Fig. 4. Curvas de costos de generación para los problemas UC y SCUC. Caso 3.1

### 3.2 Sistema de 3 generadores, 6 barras y 11 líneas

Este caso de estudio se encuentra descrito en el trabajo de Grey y Sekar [27], cuyo diagrama unifilar se muestra en la Figura 5: consta de 3 generadores térmicos, 6 barras de transferencia y 11 líneas de transmisión. Las potencias activas máximas de los 3 generadores son 260, 220 y 80 [MW]; las potencias mínimas son 20, 20 y 5; horas mínimas de encendido son 4, 2 y 1; horas mínimas de apagado son 3, 2 y 1; las horas de estado inicial son 4, 2 y 2; las rampas de potencia son 40, 60 y 30 [MW], respectivamente. Los resultados de la función objetivo para el modelo UC, con CPLEX y GUROBI son de 77.775 en ambos casos; y los tiempos de resolución son de 0,249 y 0,149 CPUs respectivamente. El valor objetivo óptimo obtenido para el modelo UC, implementando los solvers antes mencionados en GAMS, es \$ 547 menor que el obtenido en [27], que utiliza para resolver el problema de optimización el comando quadprog en MATLAB.

En segundo lugar se incluyen las restricciones de transmisión, para el que se estudiaron los modelos de flujo de potencia AC y DC. Los datos relativos a las líneas del sistema son: de terna simple, 132 [kV] de tensión de trabajo, la capacidad límite es 160 [MW] para todas las líneas; las resistencias por línea son 0.01938, 0.04699, 0.05811, 0.05403, 0.12711, 0.03181, 0.09498, 0.12291, 0.06615, 0.05695 y 0.06701 [p.u.], respectivamente; las reactancias son 0.2, 0.2, 0.3, 0.25, 0.1, 0.3, 0.2, 0.26, 0.1, 0.4 y 0.3 [p.u.], respectivamente; los demás datos relativos al sistema están en [27].

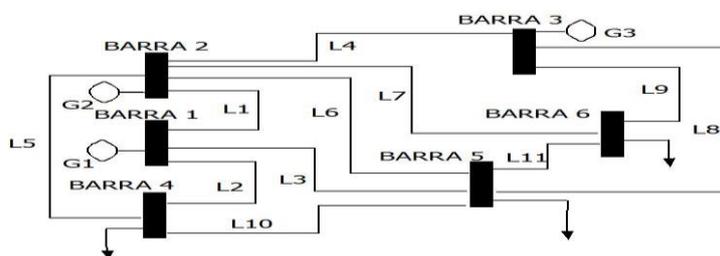


Fig. 5. Diagrama unifilar para el sistema de 3 generadores, 11 líneas. Caso 3.2.

Fue necesario realizar algunas modificaciones debido a que originalmente Grey y Sekar formularon el caso para ser resuelto por el modelo DC, por lo cual carece de datos para el estudio de las influencias de las potencias reactivas en el sistema. Los datos que se anexan se determinaron teniendo en cuenta la experiencia en modelos de Corriente Alterna expuesta en el trabajo de Fu y col. [26], y se presentan en la Tabla 2 y Tabla 3. Para la comparación, al igual que el caso anterior, se observa sólo la parte de potencia activa.

Los resultados de la resolución del problema SCUC para los modelos AC y DC se presentan en la tabla 4. En este caso, las dimensiones de los modelos son las siguientes: el modelo DC cuenta con 480 variables continuas, y 72 binarias; mientras que el modelo AC tiene 960 variables continuas, y 72 binarias.

**Tabla 2.** Consumo de potencia reactiva en barras 4, 5 y 6 [MVAR]. Caso 3.2. Horas 1-12.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
39.14	35.19	33.24	32.25	31.29	31.77	32.25	34.22	39.10	43.02	44.00	44.49
12.71	11.73	11.08	10.75	10.43	10.59	10.75	11.40	13.03	14.34	14.66	14.83
12.71	11.73	11.08	10.75	10.43	10.59	10.75	11.40	13.03	14.34	14.66	14.83

**Tabla 3.** Consumo de potencia reactiva en barras 4, 5 y 6 [MVAR]. Caso 3.2. Horas 13-24.

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
44.00	43.02	42.54	42.54	44.49	48.88	46.93	46.43	45.95	44.97	42.54	39.60
14.66	14.34	14.18	14.18	14.83	16.29	15.64	15.47	15.31	14.99	14.18	13.20
14.66	14.34	14.18	14.18	14.83	16.29	15.64	15.47	15.31	14.99	14.18	13.20

**Tabla 4.** Modelo SCUC: Función objetivo y tiempo de resolución. Caso 3.2.

Modelo – solver	Costo	Tiempo de procesamiento
<b>SCUC-DC, CPLEX</b>	85.147,65	0,515 segundos
<b>SCUC-DC, GUROBI</b>	85.147,65	0,181 segundos
<b>SCUC-AC, SBB</b>	87.264,30	1.463,5 segundos
[27] – quadprog <b>MATLAB</b>	90.030	N/D

La solución del modelo DC fue implementada en el modelo AC, pero resultó ser infactible.

La Figura 6 muestra el despacho económico obtenido con el modelo DC, es decir, la potencia producida por generador.

En la Figura 7, se presenta la comparación del costo por MW producido durante el horizonte de programación para las tres opciones exploradas: problema UC, SCUC con modelo DC y SCUC con modelo AC. Se advierte una clara diferencia en los valores para el problema UC respecto a las otras dos, mientras los costos para los problemas de SCUC con los modelos DC y AC tienen comportamientos similares con pequeñas variaciones, debido a que las líneas obligan a producir electricidad de manera distinta a la solución UC. Para satisfacer las restricciones de transmisión, el problema

SCUC para ambos modelos AC y DC, arroja un costo de producción más elevado durante todo el horizonte de programación.

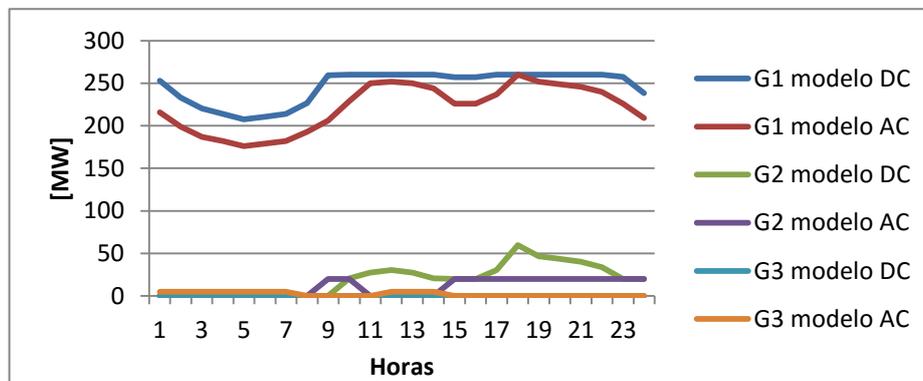


Fig. 6. Caso 3.1, SCUC: Despacho económico óptimo por generador. Modelo DC y AC

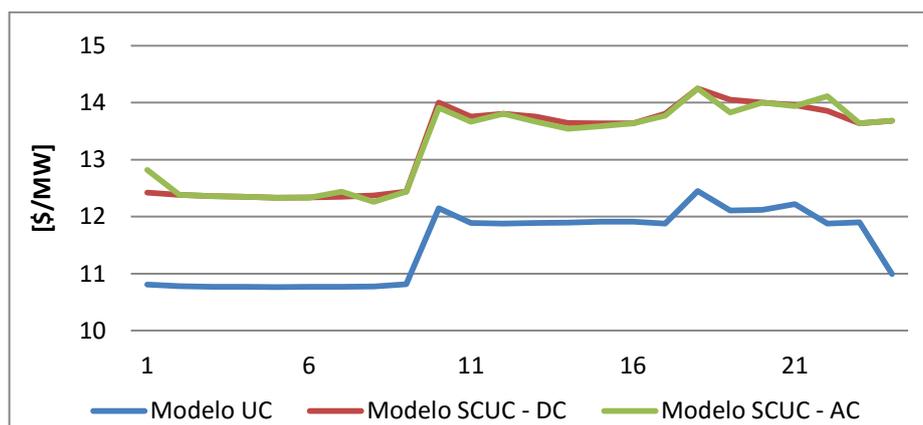


Fig. 7. Curvas de costo horario de generación para los problemas UC y SCUC. Caso 3.2

## 4 Conclusiones

En este trabajo se compararon los dos modelos más extendidos en la literatura para modelar restricciones de seguridad en el problema de Asignación de Unidades.

Los casos de estudios que fueron probados mostraron que los modelos UC arrojaron soluciones que no fueron factibles para los modelos SCUC, debido a que violan las restricciones de transmisión.

El modelo DC utilizado para resolver el problema SCUC demostró ser muy eficiente en su tiempo de cómputo, pero la solución obtenida resultó ser infactible en el modelo AC. Los tiempos de cómputo para el modelo AC resultan prohibitivos para problemas de tamaño moderado, por ser formulaciones del tipo MINLP.

Por lo anterior, surge como trabajo futuro el desarrollo de aproximaciones lineales para el modelo AC que permitan resolver problemas en tiempos razonables y generen soluciones factibles.

## Referencias

- [1] International Energy Agency, “Key World Energy Statistics 2015,” 2015.
- [2] International Energy Agency, “Energy and climate change,” 2015.
- [3] P. S. Goodman, F. Galatioto, N. Thorpe, A. K. Namdeo, R. J. Davies, and R. N. Bird, “Investigating the traffic-related environmental impacts of hydraulic-fracturing (fracking) operations,” *Environ. Int.*, vol. 89–90, pp. 248–260, 2016.
- [4] R. Jiménez, T. Serebrisky, and J. Mercado, “Dimensionando las pérdidas de electricidad en los sistemas de transmisión y distribución en América Latina y el Caribe - Reporte del Banco Interamericano de Desarrollo,” 2014.
- [5] “Eficiencia Energética : Estudio Mundial,” Consejo Mundial de la Energía, 2004.
- [6] R. H. Kerr, L. Scheidt, A. Fontana, and J. Willey, “Unit Commitment,” *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-85, no. 5, pp. 417–421, 1966.
- [7] J. Ostrowski, M. F. Anjos, and A. Vannelli, “Tight Mixed Integer Linear Programming Formulations for the Unit Commitment Problem,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 27, no. 1, pp. 39–46, 2012.
- [8] H. Quan, D. Srinivasan, A. M. Khambadkone, and A. Khosravi, “A computational framework for uncertainty integration in stochastic unit commitment with intermittent renewable energy sources,” *Appl. Energy*, vol. 152, pp. 71–82, 2015.
- [9] A. Monticelli, M. V. F. Pereira, and S. Granville, “Security-constrained optimal power flow with post-contingency corrective rescheduling,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 2, no. 1, pp. 175–180, 1987.
- [10] J. Ostrowski and J. Wang, “Network reduction in the Transmission-Constrained Unit Commitment problem,” *Comput. Ind. Eng.*, vol. 63, no. 3, pp. 702–707, 2012.
- [11] J. D. Lyon, M. Zhang, and K. W. Hedman, “Capacity response sets for security-constrained unit commitment with wind uncertainty,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 136, pp. 21–30, 2016.
- [12] K. Hreinsson, M. Vrakopoulou, and G. Andersson, “Stochastic security constrained unit commitment and non-spinning reserve allocation with performance guarantees,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 72, pp. 109–115, 2015.
- [13] S. Badakhshan, M. Kazemi, and M. Ehsan, “Security constrained unit commitment with flexibility in natural gas transmission delivery,” *J. Nat. Gas Sci. Eng.*, vol. 27, pp. 632–640, 2015.
- [14] J. J. Shaw, “Direct method for security-constrained unit commitment,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 10, no. 3, pp. 1329–1342, 1995.
- [15] S. Guo, “A Quick Method for Judging the Feasibility of Security-Constrained Unit Commitment Problems within Lagrangian Relaxation Framework,” *Energy Power Eng.*, vol. 4, no. 6, pp. 432–438, 2012.
- [16] N. P. Padhy, “Unit Commitment — A Bibliographical Survey,” *IEEE Trans. POWER Syst.*, vol. 19, no. 2, pp. 1196–1205, 2004.

- [17] Y. Bai, H. Zhong, Q. Xia, C. Kang, and L. Xie, "A decomposition method for network-constrained unit commitment with AC power flow constraints," *Energy*, vol. 88, pp. 595–603, 2015.
- [18] B. Stott, J. Jardim, and O. Alsac, "DC Power Flow Revisited," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 24, no. 3, pp. 1290–1300, 2009.
- [19] T. J. Overbye, X. Cheng, and Y. Sun, "A comparison of the AC and DC power flow models for LMP calculations," in *Proceedings of the 37th Annual Hawaii International Conference on System Sciences*, 2004, p. 9.
- [20] M. G. Marcovecchio, A. Q. Novais, and I. E. Grossmann, "Deterministic optimization of the thermal Unit Commitment problem: A Branch and Cut search," *Comput. Chem. Eng.*, vol. 67, pp. 53–68, 2014.
- [21] O. I. Elgerd, *Electric Energy Systems Theory: An Introduction*. New York: McGraw-Hill, 1971.
- [22] J. Zhu, *Optimization of Power System Operation*. Hoboken, NJ, USA.: John Wiley & Sons, 2009.
- [23] K. Van Den Bergh, E. Delarue, and W. D'haeseleer, "DC power flow in unit commitment models," *TME Work. Pap. Environ.*, no. May, pp. 1–38, 2014.
- [24] G. Alvarez, M. Marcovecchio, and P. Aguirre, "Unit Commitment Scheduling Including Transmission Constraints: a MILP Formulation," *Proc. 26th Eur. Symp. Computer Aided Chemical Engineering– ESCAPE 26*, vol. 38, pp. 2157–2162, 2016.
- [25] "General Algebraic Modeling System (GAMS): GAMS Development." 2016.
- [26] Y. Fu, M. Shahidehpour, and Z. Li, "Security-Constrained Unit Commitment With AC Constraints," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 20, no. 3, pp. 1538–1550, 2005.
- [27] A. Grey and A. Sekar, "Unified solution of security-constrained unit commitment problem using a linear programming methodology," *IET Gener. Transm. Distrib.*, vol. 2, no. 6, pp. 856–867, 2008.