

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

PUBLICACIONES DE LA FACULTAD DE CIENCIAS FISICOMATEMATICAS

Jefe del Departamento de Publicaciones y Biblioteca
Ing. MARCELO MESNY

VOL. VII

NÚM. 2

SERIE SEGUNDA

32

REVISTA

DEPARTAMENTO DE AERONÁUTICA

G. Dedebant. — Sobre el juicio valorativo del pronóstico 7

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

E. J. Bertomen. — Velocidad de bombas mecánicas de vacío 23

Ana B. Mocoroa, Sara M. Abecasis y Sonia J. Nassiff. — Relación de
rendimientos del par isomérico Te^{121m} , Te^{121} en la reacción
 $Sb^{121}(\bar{d}, 2n) Te^{121m}$ 31S. Abecasis, M. Boero, H. Bosch y A. Mocoroa. — Estudio sobre el
estado isomérico del Nb^{92} 39

0027

LA PLATA (Rep. Argentina)

FACULTAD DE CIENCIAS FISICOMATEMATICAS

Agosto 1961

AUTORIDADES

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Presidente

DR. DANILO CARLOS VUCETICH

Vicepresidente

DR. CONSTANTINO BRANDARIZ

FACULTAD DE CIENCIAS FISICOMATEMÁTICAS

Decano

DR. GERMÁN FERNÁNDEZ

Vicedecano

ING. ROBERTO D. COTTA

Consejeros Académicos

Profesores: Dr. Marco A. Poggio, Ing. Alberto Fava, Ing. Roberto D. Cotta, Dr. Ernesto Bertomeu, Ing. Felipe F. Freyre, Ing. Clodoveo Pasqualini. **Graduados:** Ings. Adolfo Giacobbe y Hugo Sarraillet. **Estudiantes:** Sres. Guillermo Barba, Arnoldo D. Fischer, Abel Perugorría y José M. Recalde.

Secretario Técnico

ING. ROLANDO MUGETTI

SERIE SEGUNDA

32

REVISTA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

PUBLICACIONES DE LA FACULTAD DE CIENCIAS FISICOMATEMATICAS

Jefe del Departamento de Publicaciones y Biblioteca
Ing. MARCELO MESNY

VOL. VII

NÚM. 2

SERIE SEGUNDA

32

REVISTA

DEPARTAMENTO DE AERONÁUTICA

G. Dedebant. — Sobre el juicio valorativo del pronóstico 7

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

E. J. Bertomeu. — Velocidad de bombas mecánicas de vacío 23

Ana B. Mocoroa, Sara M. Abecasis y Sonia J. Nassiff. — Relación de rendimientos del par isomérico Tc^{121m} , Tc^{121} en la reacción $Sb^{121} (d, 2n) Tc^{121m}$ 31

S. Abecasis, M. Boero, H. Bosch y A. Mocoroa. — Estudio sobre el estado isomérico del Nb^{92} 39



LA PLATA (Rep. Argentina)

FACULTAD DE CIENCIAS FISICOMATEMATICAS

Agosto 1961

*Se ha hecho el depósito de Ley.
Es propiedad de la Facultad de
Ciencias Fisicomatemáticas.*

SOBRE EL JUICIO VALORATIVO DEL PRONOSTICO

por G. DEDEBANT

DEPARTAMENTO DE AERONÁUTICA

RESUMEN.— *Se trata de un trabajo de Investigación Operativa relativo a un problema meteorológico, pero cuyo alcance es muy general.*

El autor se ha propuesto fundamentar el juicio valorativo del pronóstico sobre la Inferencia Estadística, limitándose la situación al caso más sencillo: la dicotomía.

Se hace la distinción entre técnicas estadísticas y dinámicas, ofreciendo un "test" según el criterio familiar de la desviación tipo. Luego se trata el "test" de superioridad de una técnica dinámica sobre toda técnica estadística y a continuación el "test" de comparación de dos técnicas dinámicas. Ejemplos típicos ilustran la teoría.

Se comprueban las técnicas secuenciales (que son técnicas dinámicas) a partir del modelo de los racimos de Borel. Finalmente, se examina el caso de acontecimientos raros por medio de la ley de Poisson, llegándose a la conclusión que no debe prestarse confianza a un oráculo, en el nivel 99,7 %, sino después de tres éxitos.

1. Ubicación del problema. — Cualquiera sea el uso operativo que pueda hacerse del juicio valorativo del pronóstico, es necesario fundamentar a este último sobre la *Inferencia Estadística*. Es lo que intentamos en esta nota, limitándonos al caso elemental de la *situación dicotómica*.

Para precisar el lenguaje, el problema será el siguiente: "Se dice que un día J ha sido un día de lluvia cuando se ha recogido una precipitación superior a ϵ mm. En un período de N días, una técnica del pronóstico obtiene un cierto número de éxitos (anunciando buen tiempo BT y lluvia LL). ¿Cómo medir el valor de esta técnica?"

2. **Procedimiento actualmente admitido.** — Los resultados de las pruebas están ordenados en una tabla de contingencia de las pruebas:

		Ocurrencias previstas		
		BT	LL	Total
Ocurrencias observadas	{ BT	a	b	P
	{ LL	c	d	Q
Total		ϕ	ψ	N

de la cual Heidke deduce el índice de valor (skill score):

$$S = \frac{a + d - D}{N - D}$$

donde

$$D = \frac{P\phi + Q\psi}{N}$$

es la esperanza matemática (estimada) del suceso, y

$$a + d$$

es el número de éxitos efectivamente realizados.

Appleman ha criticado este índice y propuso sustituirlo por:

$$S' = \frac{a + d - P}{N - P}; \quad (P > Q)$$

3. **Técnicas estadísticas y dinámicas.** — Las técnicas del pronóstico se subdividen en dos clases:

a) *Las técnicas estadísticas (unskilled)*, en las que no interviene ninguna teoría física, pero sí solamente la probabilidad p de uno de los acontecimientos, estimada por la frecuencia P/N dada por la tabla de contingencia de las pruebas. Estas técnicas pueden ser transmitidas inmediatamente a cualquiera.

b) *Las técnicas dinámicas (skilled)*, que se apoyan en teorías físicas o leyes observadas (más o menos válidas) y solamente pueden ser transmitidas a especialistas.

Según nuestra opinión, existe prácticamente una clase intermedia (y actualmente quizá la más numerosa): nos referimos a las técnicas

mixtas donde intervienen la experiencia y la intuición del pronosticador.

Estas técnicas no pueden transmitirse; están llamadas a perder terreno a medida que progrese la Ciencia Meteorológica y a incorporarse a una u otra de las clases enunciadas en primer término.

Una comparación permitirá comprender la distinción entre técnicas estadísticas y dinámicas. En el juego de "bridge" existen leyes y convenciones (que en realidad son consejos), basados en la experiencia y el cálculo estadístico de las diferentes distribuciones y posiciones relativas de las cartas. Como en su vida un jugador juega un gran número de partidas, éste obtendrá con el tiempo beneficios siguiendo estas reglas, sin necesidad de analizar en detalle cada situación.

Sin embargo los grandes jugadores no se contentan con esta aproximación y pretenden jugar cada partida como un *caso real*.

En cuanto a la clase intermedia, sería la de los jugadores que agregan a las técnicas de base una proporción de intuición más o menos acertada.

4. Distinción entre las técnicas estadísticas y dinámicas. —

El documento bruto que recibe el estadístico es la tabla de contingencias de las pruebas. No dispone de otra información para emitir su juicio.

Por lo tanto comenzará elaborando un *método de Monte Carlo*, para comparar la tabla de contingencia con un esquema del azar. Se tratará aquí del modelo de las urnas (p) y (φ).

Imaginemos una cinta dividida en casilleros blancos y negros, correspondientes a los días de BT y de LL, que efectivamente se han producido. Supongamos que extraemos una bolilla blanca de la urna (p). Elegiremos entonces un casillero blanco. Extraigamos luego una bolilla de la urna (φ) y coloquémosla en el casillero elegido. Si es blanca, hemos tenido un *éxito* y si es negra, un *fracaso*.

Lo mismo acontecería si inicialmente se hubiese extraído de la urna (p) una bolilla negra.

Estas operaciones se traducen, mediante el empleo de los dos teoremas fundamentales del Cálculo de Probabilidades, en la forma siguiente:

a) BT — Probabilidad de éxito $BT = (\text{Prob. que } J \text{ sea un día de } BT) \cdot X (\text{Prob. que se haya previsto } BT \text{ para el día } J).$

Sea:

$$p\varphi$$

b) LL — Igualmente:

$$\text{Prob. de éxito LL} = q\psi$$

En suma:

$$r = \text{Prob. de éxito BT y LL} = p\varphi + q\psi$$

La tabla de contingencia de las *probabilidades* es:

$$N \left\| \begin{array}{cc|c} p\varphi & p\psi & p \\ q\varphi & q\psi & q \\ \hline \varphi & \psi & 1 \end{array} \right\|$$

Es la esperanza matemática de la tabla de contingencia de las pruebas.

Las probabilidades p, q, φ, ψ , se estiman así:

$$p = \frac{a + b}{N}; \quad q = \frac{c + d}{N}; \quad \varphi = \frac{a + c}{N}; \quad \psi = \frac{b + d}{N}$$

Vamos a demostrar ahora que este modelo estadístico equivale a la extracción al azar de una bolilla blanca de una “*urna de los éxitos* (r)” (bolilla blanca = éxito; bolilla negra = fracaso).

Sea en efecto la variable aleatoria X , igual al número de éxitos:

$$X \left\{ \begin{array}{cc} 1 & 0 & \text{(valores)} \\ p\varphi + q\psi & q\varphi + p\psi & \text{(probabilidades)} \end{array} \right.$$

Su función característica $E(e^{ixt})$ es:

$$(p\varphi + q\psi)e^{it} + (q\varphi + p\psi) = re^{it} + s; \quad (s = 1 - r)$$

Para N pruebas independientes, la función característica es entonces:

$$(re^{it} + s)^N$$

es decir la de una ley binomial con las proporciones r y s de bolillas blancas y negras.

l.q.q.d.

Con relación a este modelo de Monte Carlo, se puede discernir si la técnica es estadística o dinámica, según la amplitud de las des-

viaciones $(f - r)$ entre la frecuencia observada f de los éxitos y su esperanza matemática r , comparada con la desviación tipo:

$$\sigma = \sqrt{\frac{rs}{N}}$$

de las extracciones de la urna de los éxitos.

La frecuencia f es:

$$f = \frac{a + d}{N}$$

Las estimaciones de las probabilidades r y s , son:

$$r = \frac{(a + b)(a + c) + (b + d)(c + d)}{N^2}$$

$$s = \frac{(a + b)(b + d) + (c + d)(a + c)}{N^2}$$

de donde la de σ :

$$\sigma = N^{-5/2} \sqrt{[(a + b)(a + c) + (b + d)(c + d)][(a + d)(b + d) + (c + d)(a + c)]}$$

Finalmente:

$$f - r = \frac{2(ad - bc)}{N^2} = \frac{2\Delta}{N^2}$$

siendo Δ el determinante de la tabla de contingencia.

5. Test de distinción de las técnicas dinámicas y estadísticas. — Queremos saber si la desviación $(f - r)$ puede razonablemente obtenerse durante la extracción en la urna (r). Si *sí*, se concluirá que la técnica es *estadística*. Si *no*, que es *dinámica*.

Entre los tests posibles (σ , t de Student, χ^2), emplearemos el test familiar del desvío tipo σ . Ello puede hacerse, pues ya que si N es un poco grande, la ley binomial se representa bien por la ley normal. Solamente en el caso de acontecimientos raros ($r \approx 1$; $s \approx 0$) deberá recurrirse a la ley de Poisson.

El test de σ consiste en lo siguiente: "Se ha comprobado que en una serie de N pruebas se tiene:

$$f > r$$

la desviación (positiva) $f - r$, puede atribuirse al azar (no significativo) ¿o bien resulta de una técnica dirigida (significativa)?”

Observemos que solamente operamos en la mitad derecha de la distribución. En este caso, las tablas de la función Θ muestran que:

$$\begin{cases} \text{la desviación es significativa para } 1,6\sigma; 2,25\sigma; 3\sigma; \text{ con los} \\ \text{niveles de significación: } 5\%; 1\%; 0,1\%. \end{cases}$$

Ilustremos la teoría con ejemplos.

I — Tomemos el caso de un éxito *completo* sobre N pruebas:

$$f = 1$$

La tabla de contingencia de las pruebas es:

$$\begin{array}{cc|c} a & o & a \\ o & d & d \\ \hline a & d & a + d \end{array}$$

De donde:

$$\Delta = ad; N = a + d; r = \frac{a^2 + d^2}{N^2}; s = \frac{2ad}{N^2}$$

La relación de la desviación observada $(1 - r)$ a la desviación tipo, es:

$$\sqrt{\frac{sN}{r}} = \sqrt{\frac{2ad}{a^2 + d^2}} N$$

Elijamos el nivel de significación 1% ($2,25\sigma$).

Para estar razonablemente convencidos que el éxito ininterrumpido no es causa del azar y que por consiguiente se debe a una técnica dinámica, debe ser:

$$N \geq 5 \frac{a^2 + d^2}{2ad}$$

Aplicaciones:

a) Si $a = d$ (clima de París):

$$N \geq 5 \text{ días.}$$

b) Si $a = 4d$ (clima de La Plata):

$$N \geq 11 \text{ días.}$$

c) Si $a = 350$; $d = 15$ (clima de San Juan):

$$N \geq 59 \text{ días.}$$

d) Si $a = 365$; $d = 1$ (clima del desierto):

$$N \geq 912 \text{ días.}$$

A medida que la lluvia es más rara, es necesario más tiempo para testar el pronóstico. En el límite ($a \cong N$; d pequeño) la relación de las desviaciones es:

$$(2d)^{1/2}$$

Para que esta relación sea significativa, es necesario que:

$$d \geq 5/2 \quad \text{ó} \quad d \geq 3$$

es decir, que el advenimiento raro debe ser previsto sin error, por lo menos *tres veces* seguidas.

Para alcanzar el grado de convicción:

$$99,9 \% = 100 \% - 0,1 \%$$

serían necesarios *cinco éxitos* sucesivos.

El estudio de este caso límite volverá a considerarse más adelante utilizando la ley de Poisson.

II — Sea la técnica (“across the board”) que consiste en prever siempre el acontecimiento frecuente. La tabla de contingencia de las pruebas será:

$$\begin{array}{cc|c} a & o & a \\ c & o & c \\ \hline a + c & o & a + c \end{array}$$

de donde:

$$\Delta = 0; \quad f - r = 0$$

Existe 50 % de probabilidades (mitad derecha de la distribución) que se trate de una técnica estadística.

III — Sea la técnica “seca o cara” que consiste en prever con suertes iguales BT y LL. La tabla de contingencia de las pruebas es:

$$\begin{array}{cc|c} a & b & a + b \\ c & a - b + c & a + 2c - b \\ \hline a + c & a + c & 2(a + c) \end{array}$$

de donde

$$\Delta = (a - b)(a + c); \quad r = s = \frac{1}{2}; \quad \sigma = \frac{1}{2},$$

y

$$\frac{f - r}{\sigma} = \frac{a - b}{a + c}$$

Siendo esta relación inferior a uno, el desvío nunca será significativo (según las tablas de Θ , en el caso el más extremo será sobrepasado por el azar en más de 15 % de las pruebas).

IV — Sea la técnica *climatológica*, que consiste en prever según las probabilidades climatológicas:

$$\varphi = p; \quad \psi = q$$

La tabla de contingencia de las pruebas es:

$$\begin{array}{cc|c} a & b & a + b \\ b & d & b + d \\ \hline a + b & b + d & a + 2b + d \end{array}$$

de donde:

$$\Delta = ad - b^2; \quad r = \frac{(a + b)^2 + (b + d)^2}{(a + 2b + d)^2}; \quad s = \frac{2(a + b)(b + d)}{(a + 2b + d)^2}$$

$$f - r = \frac{2(ad - b^2)}{(a + 2b + d)^2}; \quad f - r/\sigma = 2^{1/2} \frac{ad - b^2}{(a + b)(b + d)}$$

El valor más grande es ($b = 0$): $2^{1/2} = 1,41$.

La desviación nunca es entonces significativa (según las tablas de Θ , será sobrepasado por el azar en más de 8 % de las pruebas).

V — Sea la técnica *secuencial* que consiste en prever para el día siguiente el mismo tiempo que hace el día del pronóstico.

En la hipótesis en que se admite que el tiempo de “mañana” es *independiente* del tiempo de “hoy” (lo que no es exacto, debido a la persistencia del tiempo), se tiene:

$$\varphi = p; \quad \psi = q$$

y los resultados son los mismos que en la técnica climatológica.

Más adelante volveremos sobre las técnicas secuenciales y la persistencia del tiempo.

6. Test de superioridad de una técnica dinámica sobre toda técnica estadística. — Determinemos primero la mejor técnica estadística. Es evidentemente aquella cuya esperanza matemática de los éxitos es la más grande. Como ($p > q$):

$$r = p\varphi + q\psi = p(1 - \psi) + q\psi = p - (p - q)\psi$$

El valor más grande de r se alcanza para $\psi = 0$. La mejor técnica estadística es entonces la que prevé siempre el acontecimiento el más probable (across the board).

Sea entonces una técnica reconocida como dinámica, es decir tal que $f > r$, con una desviación significativa.

Es necesario ahora que:

$$f > p \text{ (la mejor técnica estadística)}$$

Debemos entonces efectuar el test de la desviación ($f - p$). Es una variable aleatoria que, en el modelo de la urna (r), sigue la ley binomial. Podemos aplicarle el criterio de la desviación tipo, a partir del valor experimental de $f - p$:

$$f - p = \frac{d - b}{N}$$

y de la estimación de la desviación tipo dada más arriba,

$$\sigma = (rs/N)^{1/2}$$

Veamos un ejemplo:

VI — En el caso que $a = 4d$ (clima de La Plata), se obtiene 80 % de éxitos, previendo siempre BT (la mejor de las técnicas estadísticas).

¿Qué porcentaje de éxitos debe lograr una técnica dinámica para ser considerada como superior a esta técnica estadística?

El desvío tipo es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{N}} = \frac{2}{5 N^{1/2}}$$

a) Sea $N = 100$ días; entonces $\sigma = 0,04$.

Será necesario por lo tanto que:

$$f \geq 0,80 + 2,25 \times 0,04 = 0,89 \text{ (para 1 \%)}$$

b) Sea $N = 1000$ días; entonces $\sigma = 0,013$,
deberá ser:

$$f \geq 0,80 + 2,25 \times 0,013 = 0,83 \text{ (para 1 \%)}$$

7. Comparación entre dos técnicas dinámicas. — Sean dos técnicas reconocidas como dinámicas ($f_1 > r$; $f_2 > r$) y tales que:

$$f_2 > f_1$$

¿Es la segunda superior a la primera?

Debemos estudiar la variable aleatoria ($f_2 - f_1$). Esta *no sigue* la ley binomial. Su función característica (producto de las funciones características de f_2 y de f_1) es en efecto:

$$(r_2 s_1 e^{it} + r_1 s_2 e^{-it} + r_1 r_2 + s_1 s_2)^N$$

Ella no puede ser reducida a la forma de una función característica de una ley normal.

Sin embargo, cuando $N \rightarrow \infty$, ella tiende evidentemente hacia el producto de dos funciones características de una ley normal. Los parámetros de esta ley-producto, que es una ley normal, son:

$$E(f_2 - f_1) = r_2 - r_1$$

$$\sigma(f_2 - f_1) = \sqrt{\frac{r_1 s_1 + r_2 s_2}{N}}$$

Se podrá aplicar entonces el “test” de la desviación tipo.

Ejemplo

VII — Con los mismos datos que para el ejemplo VI, supongamos que una técnica dinámica haya obtenido $f_1 = 0,85$ en un año. Nos proponemos juzgar si una segunda técnica dinámica que da $f_2 > 0,85$, es superior a la primera.

Para ello (nivel 1 %) debe ser:

$$f_2 \geq 0,85 + 2,25 \sqrt{\frac{0,85 \times 0,15 + f_2(1 - f_2)}{N}}$$

o sea, aproximadamente:

$$f_2 \geq 0,85 + 2,25 \sqrt{\frac{2 \times 0,85 \times 0,15}{N}}$$

Para $N = 361$ días

$$f_2 \geq 0,85 + 0,06 = 0,91$$

Concluyendo, si no hay más que una pequeña diferencia entre los éxitos de dos técnicas dinámicas será necesario una larga serie de pruebas para decidir cuál es la mejor.

8. Técnicas secuenciales. — La persistencia del tiempo es una tendencia, estáticamente comprobada, que se explica fácilmente por el hecho que el período medio de las perturbaciones es superior a 24 horas.

El segundo teorema del Cálculo de Probabilidades se escribirá en este caso así:

$$\text{Prob. éxitos BT} = (\text{Prob. BT, el día J}) \times (\text{Prob. BT, el día J, si BT el día J — 1})$$

Entonces el φ del esquema de las urnas (p) y (φ) es igual a la probabilidad *condicional*:

$$p' = p (J/J - 1)$$

Por consiguiente:

$$\text{Prob. total de éxito BT y LL} = r' = pp' + qq'$$

Si no hubiese persistencia del tiempo, se tendría $p' = p$ y $q' = q$, cayendo nuevamente en la técnica climatológica.

Entre los modelos de Monte Carlo que pueden representar la persistencia del tiempo, el más simple es el *esquema de los racimos de Borcl*.

Consiste en imaginar que las bolillas de las urnas están unidas por racimos de k y l (como uvas), de modo que al extraer una bolilla, *ipso facto* se extraen k ó l del mismo color.

Un ejemplo de técnica secuencial consiste en prever el día J, el tiempo que reinó el día J — 1. Esta técnica no es estadística, pues hace intervenir la ley observada de la persistencia del tiempo. Hay que clasificarla entre las técnicas dinámicas.

Nos proponemos ahora compararla a las técnicas estadísticas.

En un racimo k , existen $(k - 1)$ -días de BT precedidos por un día de BT. Entonces:

$$p' = \frac{k - 1}{k}$$

e igualmente

$$q' = \frac{l - 1}{l}$$

Como el número de racimos BT y de racimos LL, difieren al máximo en una unidad, se tiene la relación:

$$\left| \frac{Np}{k} - \frac{Nq}{l} \right| \leq 1$$

la que, si N es grande, se reduce prácticamente a:

$$p = q \frac{k}{l}$$

La probabilidad de éxito de nuestra técnica secuencial será:

$$r' = \frac{k-1}{k} p + \frac{l-1}{l} q = 1 - \frac{2p}{k}$$

Busquemos ahora las condiciones para que la técnica secuencial sea superior a *toda* técnica estadística. Para ello es necesario ($p > q$) que:

$$1 - \frac{2p}{k} \geq p$$

sea

$$k \geq \frac{2p}{q}; \text{ de donde } l \geq 2$$

Los acontecimientos raros deben entonces estar agrupados *por lo menos de a pares*. Si es así, la desviación tipo debe además ser significativa. Las probabilidades de éxito y de fracaso son respectivamente:

$$1 - \frac{2p}{k} = 1 - \frac{2q}{l} \quad \text{y} \quad \frac{2q}{l}$$

El número de extracciones es:

$$\underbrace{\frac{Np}{k}}_{\text{n}^\circ \text{ de racimos BT}} + \underbrace{\frac{Nq}{l}}_{\text{n}^\circ \text{ de racimos LL}} = \frac{2Np}{k}$$

La desviación tipo σ' de la técnica secuencial es por consiguiente:

$$\sigma' = \sqrt{\frac{1}{N} \left(1 - \frac{2q}{l} \right)}$$

Su relación con la desviación tipo σ de la mejor técnica estadística (across the board; $r = p$):

$$\sigma = \sqrt{\frac{pq}{N}}$$

es entonces:

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \sqrt{\frac{1 - 2q/l}{pq}}$$

Esta relación alcanza su valor más pequeño para $l = 2$. Por consiguiente:

$$\frac{\sigma'}{\sigma} \geq (1/q)^{1/2}$$

Para que sea significativo 1 %, debe ser:

$$(1/q)^{1/2} \geq 2,25$$

o sea:

$$q \geq 1/5; \quad p \leq 4/5$$

Ejemplos

VIII — $p = q = 1/2$; $l = 3$ ó 4 (clima de París).

La condición $l \geq 2$ se satisface.

Luego:

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \sqrt{\frac{1 - 1/l}{1/4}} = 2 \sqrt{\frac{l-1}{l}}$$

o sea,

$$2 (2/3)^{\frac{1}{2}} = 1,62 \quad \text{ó} \quad 2 (3/4)^{\frac{1}{2}} = 1,73$$

La desviación es significativa, 5 %. En este nivel, se tiene interés en aplicar la técnica secuencial.

IX — $p = 4/5$; $q = 1/5$ (clima de La Plata).

Ignoramos (personalmente) los valores de k y de l , pero ello no impide sacar conclusiones.

Si $l = 1$ (días de lluvia aislados), la técnica secuencial es inferior.

$$\text{Si } l = 2; \quad \frac{\sigma'}{\sigma} = 5^{\frac{1}{2}} = 2,24$$

y entonces la técnica secuencial es superior a *toda* técnica estadística. *A fortiori* si $l > 2$.

X — En un clima del desierto: $p \cong 1$; $q \cong 0$.

Si los días de lluvia son aislados, la técnica secuencial es inferior.

Pero si están agrupados por lo menos de a pares, la relación de las desviaciones tipos:

$$\frac{\sigma'}{\sigma} \cong (1/q)^{\frac{1}{2}}$$

será muy grande y por lo tanto siempre significativa.

En resumen, se puede decir que hay interés en aplicar la técnica secuencial ($J - 1 \rightarrow J$) en los casos donde los acontecimientos raros están agrupados por lo menos de a pares, lo que por otra parte está de acuerdo con el buen sentido.

9. Caso de los acontecimientos raros. — Este caso debe tratarse con la ley de Poisson. Planteemos lo siguiente: “Un oráculo ha anunciado sin error ni omisión n acontecimientos raros. ¿Qué debe pensarse de sus predicciones futuras?”

La tabla de contingencia de las pruebas es:

$$\begin{array}{cc|c} N - n & 0 & N - n \\ 0 & n & n \\ \hline N - n & n & N \end{array}$$

La esperanza matemática de la frecuencia de los éxitos es:

$$r = \frac{(N - n)^2 + n^2}{N^2} \cong 1 - \frac{2n}{N}$$

La ley de probabilidades de los fracasos (acontecimientos raros) es una ley de Poisson, de parámetro:

$$Ns = 2n$$

Esto se comprueba buscando el límite de la función característica para $N \rightarrow \infty$:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (se^{it} + r)^N = \exp [2n(e^{it} - 1)]$$

La ley de probabilidad es por consiguiente:

$$e^{-2n} \frac{(2n)^x}{x!}$$

Siendo el pronóstico hasta ahora infalible: $x = 0$. La probabilidad que el oráculo se equivoque en el porvenir (es decir que sufra un

fracaso) es entonces e^{-2n} , y la probabilidad que sea absolutamente infalible es: $1 - e^{-2n}$.

Los valores son los siguientes:

$n = 1$	86,5 %	no significativo
$n = 2$	98 %	significativo
$n = 3$	99,75 %	muy significativo

En conclusión, si el profeta posee un éxito en su activo, no hay todavía razón para prestarle confianza. Si posee dos éxitos, se puede *probablemente* prestarle confianza. Y si posee tres éxitos, merece una gran confianza. Verdaderamente se trata de un hombre bien informado o de un visionario y no un especulador favorecido por la suerte.

Ilustremos esta tesis con un ejemplo.

10. Un supuesto historiador anuncia la primera guerra mundial para 1914. Esta se produce en efecto en esa fecha. Luego anuncia la segunda para 1939. Aún no debemos creerlo. Pero nuevamente tiene razón. Anuncia la tercera guerra para 19...? debemos acordarle 98 % de confianza.

Señalemos al pasar que este ejemplo ha sido bastante bien elegido, en vista que las fechas de declaración de guerra, desde el año 1400, tienen una distribución que sigue la ley de Poisson, como lo ha demostrado J. E. Moyal.

VELOCIDAD DE BOMBAS MECANICAS DE VACIO

E. J. BERTOMEU

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

RESUMEN.— *Se consideran las fórmulas conocidas para el cálculo de la Velocidad de Bombeo de bombas mecánicas y se deducen dos nuevas expresiones válidas una para presiones altas y la otra para presiones bajas explicándose mediante ellas las curvas empíricas de las bombas mecánicas.*

I. INTRODUCCION

El cálculo de la velocidad de bombeo suele mencionarse en la literatura con referencia al caudal volumétrico de una bomba mecánica, independientemente de la presión y en muy pocas ocasiones en cuanto a su dependencia con esta variable. El propósito de este trabajo es el de considerar la fórmula de la velocidad en función de la presión mínima mencionada por R. Witty (1) e intentar aproximarla a las curvas reales en base a las diversas condiciones del flujo gaseoso con que opera una bomba mecánica.

II. CAUDAL VOLUMETRICO

Siendo f la frecuencia de rotación de una bomba mecánica, n el número de paletas y V_b el volumen máximo de la cámara de admisión de aire, la velocidad de bombeo S o caudal volumétrico estará dada por:

$$S = n f V_b \quad (1)$$

y si indicamos con V_e y V_r los volúmenes del estator y del rotor, respectivamente, será:

$$V_b = (V_e - V_r)/n \quad (2)$$

que puede expresarse en función de los radios del estator y rotor, R_e , y R_r respectivamente:

$$V_b = \pi e (R_e^2 - R_r^2)/n \quad (2')$$

siendo e el ancho del estator.

Generalmente el volumen V_b es algo menor que la diferencia (2) debido al volumen propio de la o las paletas. Esto debe tenerse en cuenta al sustituir el radio R , aumentándolo en el coeficiente a tal que sea:

$$a = \left[1 + \text{Volumen de las paletas}/(\pi R_r^2 e) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

Teniendo en cuenta las expresiones (1), (2') y (3) puede escribirse que:

$$S = \pi f e (R_c^2 - R_r^2 a^2)$$

y, todavía, haciendo $k = R_c/R_r$:

$$S = \pi f e R_r^2 (k^2 - a^2) \quad (4)$$

En general, para bombas medianas y grandes es:

$$a \cong 1$$

y para todas las bombas mecánicas:

$$1,1 \leq k \leq 1,5$$

La expresión obtenida así proporciona solamente la información relativa al caudal volumétrico de la bomba mecánica independientemente de la presión del recinto que evacua, de la descarga y de la mínima presión alcanzable.

III. VELOCIDAD DE BOMBEO EN FUNCION DE LA PRESION MINIMA Y DE LA PRESION EN LA DESCARGA

Estudiaremos ahora el proceso de descarga que se produce en cada ciclo de compresión en el que ocurre lo siguiente:

A) el gas ingresó a la cámara de aspiración a la presión P que tenía en el recinto que se evacua (supondremos que el volumen de dicho recinto es mucho mayor que V_b). Si el volumen mínimo de la cámara de descarga es V_c , la presión que alcanzará el gas al ser comprimido será:

$$P' = \frac{PV_b}{V_c} = \rho P$$

siendo ρ la razón de compresión.

B) el gas que quedó en la cámara de compresión del ciclo anterior se encontrará a la presión P_c que puede ser mayor que la presión P_d existente en la parte exterior de la descarga. En efecto esto es posible

porque a medida que la presión P de los gases a evacuar disminuye, la descarga que se produce a través de la válvula respectiva irá retardándose porque el excéntrico tendrá que alcanzar posiciones cada vez más próximas al final del ciclo para que los gases descarguen (2). Este retardo dependerá de V_c y su razón con V_b puesto que cuanto mayor sea ρ tanto más tardará en propagarse la cresta de compresión hasta la válvula de descarga y por tanto P_c deberá depender inversamente de ρ . También la frecuencia del ciclo, nf , tendrá importancia haciendo crecer P_c directamente porque a mayor frecuencia será menor el intervalo disponible en el proceso de descarga. Podrá ponerse entonces:

$$P_c = P_d + (P_d - P)k_1nf/\rho \quad (5)$$

siendo k_1 una constante de proporcionalidad.

Se advierte que la expresión da para P_c el mismo valor que P_d cuando la bomba trabaja a la misma presión P que en la descarga porque en tal caso todo el ciclo de compresión es de descarga. Siendo P_c el valor final de la presión residual en la cámara de descarga una vez terminado el ciclo de evacuación, la variación total de la presión en la cámara será:

$$\Delta P \cong \rho P + (P_d - P) k_1nf/\rho \quad (6)$$

El caudal de gas descargado deberá ser en el mejor de los casos:

$$Q = nf V_c \Delta P$$

es decir:

$$Q = nf V_c [\rho P + k_1nf (P_d - P)/\rho] \quad (7)$$

La velocidad de bombeo a la presión P del recinto que se evacua será igual a Q/P y por tanto indicándola con S_1 se tendrá:

$$S_1 = S[1 + (P_d/P - 1) k_1nf/\rho^2] \quad (8)$$

en la cual S está dado por la (4).

Ahora bien, como en todas las bombas mecánicas la presión tiene un valor mínimo P_0 para la cual la velocidad se hace cero, teniendo en cuenta esta condición y sustituyendo P_0 en la (8) puede determinarse el valor de k_1 :

$$k_1 = [P_0/(P_0 - P_d)] \rho^2/nf$$

que reemplazada en la (8) da:

$$S_2 = S[1 + (P_d/P - 1)/(1 - P_d/P_0)] \quad (9)$$

que es la expresión dada por R. Witty en el trabajo citado.

Esta expresión que es útil para adecuar la velocidad de bombeo a las condiciones límites de trabajo de toda bomba no resulta eficaz sin embargo para representar las curvas empíricas.

IV. VELOCIDAD DE BOMBEO EN FUNCION DE LAS CONDICIONES DE ADMISION

Nos proponemos ahora estudiar la dependencia entre la velocidad y otras variables características de las bombas que evidentemente han de condicionar el régimen de operación de las mismas. Tales son la conductancia de admisión y la forma en que varía el volumen de admisión en función del tiempo.

Para el caso de una bomba de dos paletas con rotor excéntrico en el estator se puede demostrar que con bastante aproximación el volumen de la cámara de admisión de la bomba aumenta linealmente con el tiempo, siendo el coeficiente el valor S , es decir:

$$V_b(t) \cong St \quad (10)$$

La expresión (10) tiene importancia si se la considera en relación con la presión máxima P que alcanza el gas que ingresa a la cámara de admisión durante el ciclo de aspiración. En efecto, el gas que ingresa a la cámara V_b cuando la presión P es elevada lo hace en condiciones de flujo turbillionario y cuando P es baja en condiciones de flujo viscoso.

Para decidir cuáles son las condiciones del flujo gaseoso debe tenerse en cuenta el número de Reynolds el que en definitiva depende de la velocidad de la bomba y de las dimensiones de la lumbrera de admisión. El estudio de diversas bombas permite llegar a la conclusión de que el flujo puede ser turbillionario hasta presiones P del orden del milímetro cosa que evidentemente no puede especificarse definitivamente por anticipado para todas las bombas mecánicas porque depende de la forma y dimensiones de la lumbrera de entrada.

Estudiaremos ahora el proceso de aspiración en la cámara V_b en la cual habíamos supuesto que el gas alcanzaba en cada ciclo de aspiración la misma presión P que existe en el recinto que se evacua.

Si indicamos con P_b la presión instantánea en V_b durante la aspiración, en condiciones turbillonarias el caudal de gas aspirado estará expresado por (3):

$$Q = c_t (P - P_b)^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

siendo c_t un coeficiente cuyo subíndice t caracteriza la condición del flujo turbillonario. Este coeficiente ha de depender de la forma, sección y pulimento de la lumbrera de admisión.

Teniendo en cuenta la (10) puede ponerse

$$Q = d(P_b V_b)/dt = S P_b + S t dP_b/dt \quad (12)$$

que con la (11) puede integrarse:

$$\int_0^{1/nf} dt/t = \int_{P_0}^{\bar{P}} dP_b/[c_t(P - P_b)^{\frac{1}{2}}/S - P_b]$$

en la cual los límites de integración son P_0 para el instante inicial $t = 0$ y \bar{P} para el instante en que termina el ciclo es decir $t = 1/nf$.

La integral da para \bar{P} el valor:

$$\bar{P} = c_t[(P + c_t^2/4S^2)^{\frac{1}{2}} - c_t/2S]/S \quad (13)$$

y reemplazando este valor de \bar{P} en la (9) quedará:

$$S_{3t} = S \left\{ 1 + \frac{\frac{P_d}{S} \left[\left(P + \frac{c_t^2}{4S^2} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{c_t}{2S} \right] - 1}{1 - \frac{P_d}{P_0}} \right\} \quad (14)$$

reemplazable por la expresión:

$$S_{3t} = S \left\{ 1 - \frac{\frac{P_0}{S} \left[\left(P + \frac{c_t^2}{4S^2} \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{c_t}{2S} \right]}{1 - \frac{P_d}{P_0}} \right\} \quad (15)$$

puesto que es $P_d \gg P_0$.

Si indicamos:

$$S_{3t} = (S - S_{3t})/S \quad (16)$$

la diferencia relativa entre la velocidad de bombeo en condiciones turbillonarias y el caudal volumétrico, será:

$$\delta S_{3t} = 2S^2P_0 / \{[(4S^2P + c_t^2)^{1/2} - c_t] c_t\} \quad (17)$$

expresión en la cual puede verse:

A) que el aumento de la frecuencia de rotación aumenta δS_{3t} y por consiguiente empeora el comportamiento relativo de la velocidad de bombeo,

B) el aumento del volumen V_b de la cámara de admisión produce un efecto análogo al del aumento de la frecuencia,

C) es conveniente para un dado valor de S disminuir la frecuencia y aumentar V_b agrandando el ancho e del estator en cuyo caso será posible agrandar c_t disminuyendo por consiguiente δS_{3t} .

Al descender la presión P el flujo evoluciona hacia condiciones de régimen viscoso en cuyo caso el caudal Q de gas que ingresa a la bomba dependerá de un coeficiente c_v que caracteriza esta condición, el cual en general es de la forma (4):

$$c_v = c(P + P_b)/2 + c' \quad (18)$$

Resultará entonces el caudal aspirado:

$$Q_a = c_v(P - P_b) = [c(P + P_b) + c'] (P - P_b)$$

Es necesario ahora tener en cuenta que en razón de la presión mínima alcanzable P_0 este caudal debe tender a anularse. Para lograr tal condición consideramos que el caudal aspirado Q_a disminuirá en la cantidad Q_r debido a los gases que retornan a la cámara de aspiración, de modo que será:

$$Q = Q_a - Q_r$$

el caudal neto extraído. Puede ponerse entonces:

$$Q_r = \alpha P_0 \quad (19)$$

donde α es un coeficiente a determinar y con ello tendremos

$$Q = [c(P + P_b)/2 + c'] (P - P_b) - \alpha P_0 = SP_b + StdP_b/dt \quad (20)$$

ecuación que integrada ahora entre los instantes 0 y $1/nf$ y las presiones P_0 y \bar{P} conduce al resultado:

$$\bar{P} = [(c' + S)^2/c^2 + 2c'P/c + p^2 - \alpha P_0]^{1/2} - (c' + S)/c \quad (21)$$

en la cual la condición de que, para $P = P_0$ deberá ser $\bar{P} = P_0$ conduce a que:

$$\alpha = -2S/c$$

Ahora bien, teniendo en cuenta que el término $-\alpha P_0$ de la ecuación (20) ha sido agregado para satisfacer la condición empírica respecto a la presión final P_0 para la cual deberá anularse Q y comparando los valores teóricos con los experimentales se advierte la conveniencia de que el término $2SP_0/c$ que correspondería reemplazar en la (21) en lugar de $-\alpha P_0$ tenga a altas presiones poco valor, lo que conduce a adoptar:

$$\alpha = -(2S/c) e^{-(P - P_0) 10^{-3}} \quad (22)$$

Sustituyendo este valor en la (21) y ésta en la (9) resulta:

$$S_{3v} = S \left\{ 1 + \frac{\frac{P_d}{\left[\left(\frac{c' + S}{c} \right)^2 + \frac{2S}{c} e^{-(P - P_0) 10^{-3}} + \frac{2c'}{c} P + P^2 \right]^{1/2} - \frac{c' + S}{c}} - 1}{1 - \frac{P_d}{P_0}} \right\} \quad (23)$$

que para presiones P_d elevadas (bombas de una sola etapa) puede ponerse:

$$S_{3v} = S \left\{ 1 + \frac{\frac{P_0}{\left[\left(\frac{c' + S}{c} \right)^2 + \frac{2S}{c} e^{-(P - P_0) 10^{-3}} + \frac{2c'}{c} P + P^2 \right]^{1/2} - \frac{c' + S}{c}} - 1}{1 - \frac{P_0}{P_0}} \right\} \quad (24)$$

Las expresiones (15) y (24) que proponemos ajustan relativamente bien las curvas empíricas de bombas mecánicas y naturalmente, mucho mejor que la (9).

La decisión respecto a la presión para la cual la primera fracasa y la presión para la cual comienza a ser aplicable la segunda está vinculada al número de Reynolds que caracteriza las condiciones de operación de la bomba. Queda una zona intermedia en la cual es posible promediar valores de ambas curvas o extrapolar la primera curva hasta la segunda. Al respecto queda todavía trabajo por hacer para tomar una decisión definitiva.

R E F E R E N C I A S

- (1) R. WITTY: *Journal of Scientific Instruments*. 22, 201 (1945).
- (2) B. CHAMPEIX: *Physique et Technique des Tubes Electroniques*, t. I; *Elements de Tech-du Vide*. Ed. Dunod (1958).
- (3 y 4) S. DUSHMAN: *Scientific Foundations of Vacuum Technique*. Ed. J. Wiley and Sons (1949).

Entregado a la Comisión de Publicaciones, el 15/VI/61.

RELACION DE RENDIMIENTOS DEL PAR ISOMERICO
 Te^{121m} , Te^{121} EN LA REACCION $Sb^{121}(d, 2n) Te^{121m}$ *

ANA B. MOCOROA, SARA M. ABECASIS Y SONIA J. NASSIFF
DEPARTAMENTO DE FÍSICA, UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA
PLATA Y CNEA

RESUMEN. *La relación de secciones eficaces para el par isomérico Te^{121m} , Te^{121} en la reacción $Sb^{121}(d, 2n) Te^{121m}$, Te^{121} , ha sido determinada experimentalmente para deuterones de energía entre 9 y 28 Mev observándose un leve y monótono aumento de dicha relación al incrementarse la energía de las partículas proyectiles.*

I. INTRODUCCION

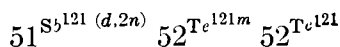
Se supone que para energías menores de 30 Mev, las reacciones nucleares se producen fundamentalmente mediante la formación intermedia de un núcleo compuesto. El núcleo emite, cuando es energéticamente posible, una o más partículas quedando el núcleo residual generalmente en un estado excitado. Desde éste se llega, mediante una cascada gamma, al estado fundamental o bien a un estado isomérico.

A bajas energías de la partícula proyectil, los spins del núcleo inicial y de los isómeros son los factores fundamentales en la determinación de la relación de población de los estados isoméricos. Es favorecido aquel isómero cuyo spin es más próximo al del núcleo blanco. A energías mayores, en que el núcleo compuesto se forma con

* Trabajo realizado parcialmente bajo los auspicios de la Comisión Especial de Física Atómica y Radioisótopos de la Universidad de La Plata y de la United State Air Force, Office of Scientific Research Air Research and Development Command, bajo donación AF-AFOSR-60-9.

un rango más amplio de spins, este efecto no es tan marcado (2)-(6). La teoría estadística sugiere que la relación citada se aproxima a la de los pesos estadísticos (7), (8).

En este trabajo se estudia la relación de secciones eficaces en función de la energía del proyectil, para la formación del par isomérico producido en la reacción nuclear



II. PARTE EXPERIMENTAL

En el haz interno del sincrociclotrón de la Comisión Nacional de Energía Atómica se irradiaron muestras de óxido de antimonio, introducidas en sobres de plata, con deuterones de energía variada desde 28 Mev hasta 9,2 Mev. El umbral de esta reacción es de 9 Mev aproximadamente. Para el cálculo de la energía de deuterones se utilizaron las tablas de M. Rich and R. Madey (9).

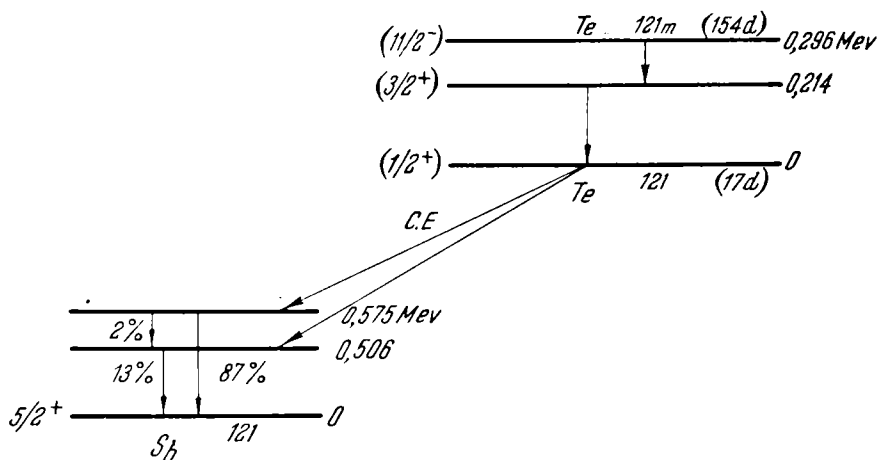


Fig. 1. — Esquema de desintegración correspondiente al par isomérico Te^{121m} - Te^{121}

Los isótopos estables de antimonio son el Sb^{121} (57,25 %) y el Sb^{123} (42,75 %).

Las posibles reacciones nucleares sobre los antimonios estables conducen a producir las actividades de Te^{119} (4,5 días), Te^{121} (154 días y 17 días) y Te^{123} (104 días). Del Te^{123} formado por la reacción $\text{Sb}^{123}(d, 2n) \text{Te}^{123}$ resulta una radiación gamma de 0,159 Mev, que no interfiere con los rayos Te^{121} que interesan. Se supone que la actividad de Te^{121} obtenida a partir de la reacción $\text{Sb}^{123}(d, 4n) \text{Te}^{121}$ es despreciable respecto de la obtenida por la reacción $\text{Sb}^{121}(d, 2n) \text{Te}^{121}$.

El óxido de antimonio irradiado se disolvió en HCl, 6N agregando telurio como portador. Después de reducir el TeVI a TeIV con HBr, se precipitó telurio metálico con clorhidrato de hidrazina. Este procedimiento se repitió varias veces usando siempre antimonio como portador de retención.

El esquema de desintegración correspondiente al Te^{121} está indicado en la Fig. 1 (10).

Midiendo las intensidades relativas de los rayos 0,214 y 0,575 Mev, se puede determinar la población de los niveles de 154 días y 17 días respectivamente.

Los espectros de radiación gamma se llevaron a cabo con un cristal de INa(Tl) de $2'' \times 2''$ y un analizador "Tracerlab" de un canal.

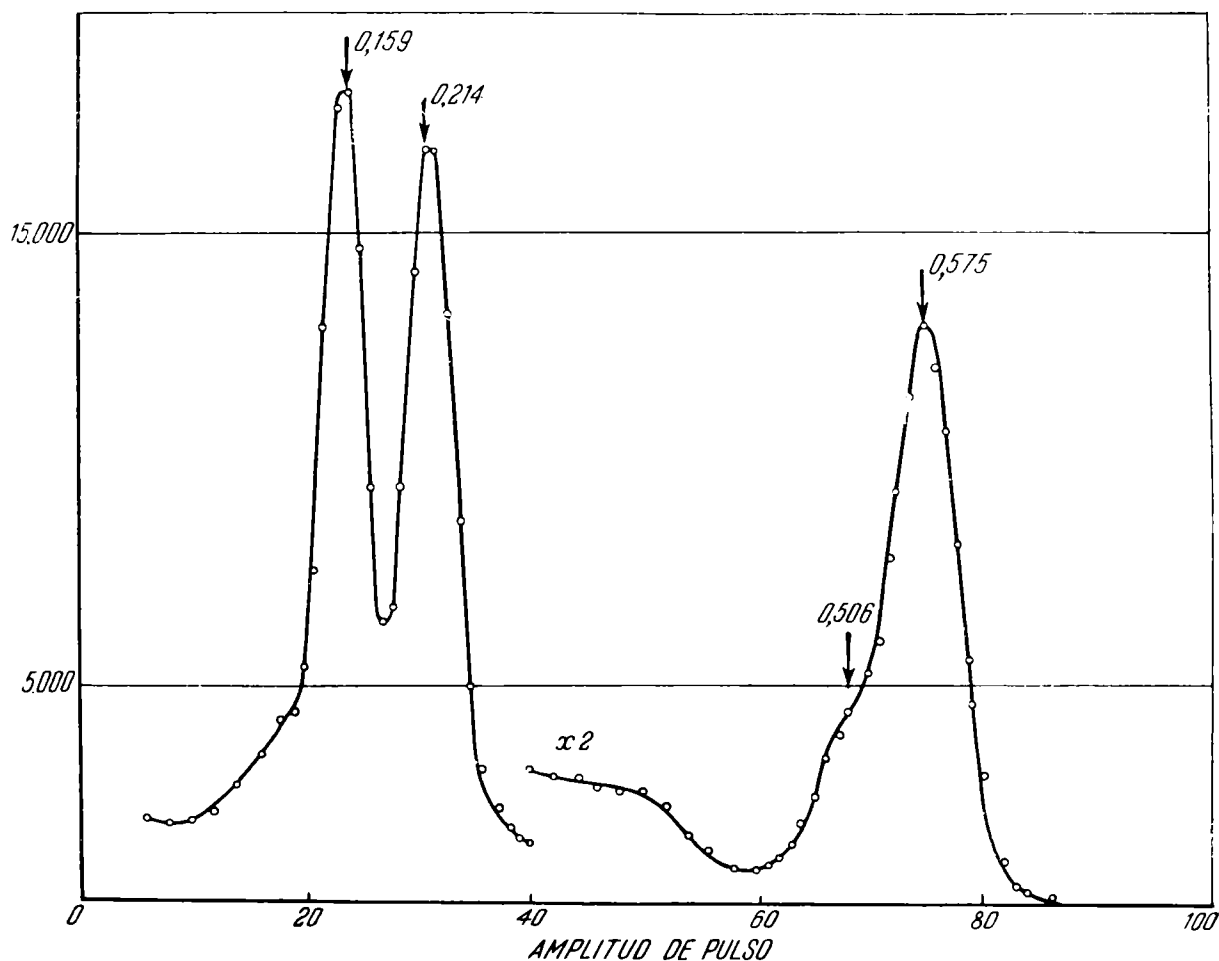


Fig. 2. — Espectro de radiación gamma procedente de la muestra de antimonio irradiada con deuterones de 18,7 Mev, 72 días después de la irradiación, medido en un espectrómetro de un canal con un cristal de INa(Tl) de $2'' \times 2''$.

En la *Fig. 2* se representó, como ejemplo, uno de los espectros gamma de la muestra correspondiente a energía de deuterones de 18,7 Mev, $\pm 0,3$, medido 72 días después del fin de irradiación. Se observan picos correspondientes a energías 0,575; 0,506; 0,214 y 0,159 Mev. Los dos primeros corresponden a radiaciones provenientes de la desintegración del nivel fundamental del Te^{121} , el rayo de 0,214 Mev corresponde a la desexcitación del estado isomérico y el rayo de 0,159 Mev se debe al Te^{123} presente.

Integrando las superficies correspondientes a los picos de 0,214 Mev y 0,575 Mev obtenidas mediante análisis de descuento de fondo de Compton de los rayos de 0,575 y 0,506 Mev y realizadas las correcciones de actividad además de las correspondientes al esquema de desintegración, se determinaron las relaciones de secciones eficaces σ_m/σ_g pertenecientes al estado isomérico de spin $11/2^-$ y al fundamental de spin $1/2^+$, con contribución del nivel de spin $3/2^+$, respectivamente.

III. RESULTADOS Y DISCUSION

Los valores de la relación σ_m/σ_g se obtienen como promedios correspondientes a tres mediciones realizadas a diferentes tiempos desde fin de irradiación. En la Tabla I figuran dichos valores para diferentes energías de los deuterones.

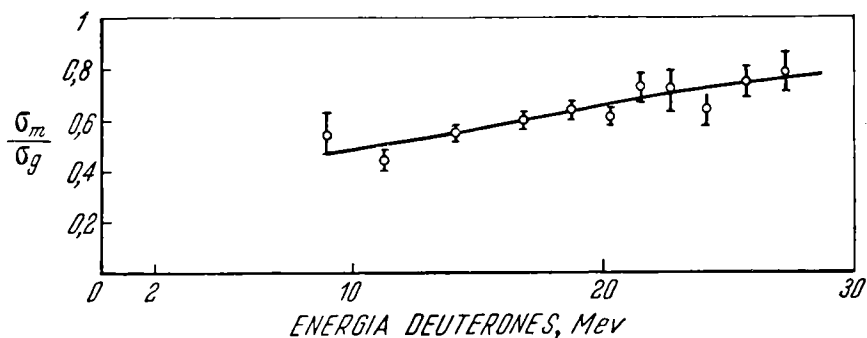


Fig. 3. — Relación σ_m/σ_g en función de la energía de los deuterones incidentes.

En la *Fig. 3* está representada la relación σ_m/σ_g en función de la energía de la partícula proyectil.

Se observa en el gráfico que al crecer la energía de los deuterones aparece un leve aumento en la población del nivel de spin más alto.

Esto concuerda con los resultados experimentales (2)-(8) que indican que a bajas energías del proyectil, en la reacción nuclear se pueblan más los estados del núcleo residual de spin más próximo al del núcleo blanco.

No hay evidencia que σ_m/σ_a tienda como límite a la relación de pesos estadísticos $2I_m + 1/2I_i + 1 + 2I_g + 1$ (7)-(8).

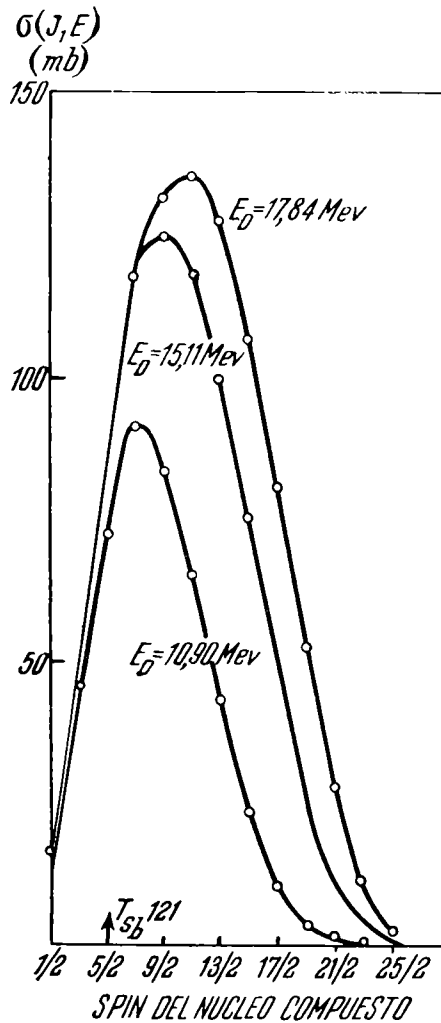


Fig. 4. — Cálculo de la distribución de impulsos angulares en el núcleo compuesto para energías de deuterones de 10,90 Mev, 15,11 Mev y 17,84 Mev.

En la *Fig. 4* se representó al cálculo de la distribución de momentos angulares en el núcleo compuesto para energías de deuterones incidentes, en coordenadas de centro de masa, de 10,90 Mev, 15,11 Mev y 17,84 Mev. Se supone para ello que cada partícula que penetra la

barrera es capturada y la distribución de los impulsos angulares en el núcleo compuesto está dada por

$$\sigma(J, E) = \pi \frac{\lambda^2}{4\pi^2} \sum_{S=|I-s|}^{I+s} \sum_{l=|J-S|}^{J+s} g(S) \frac{2J+1}{2S+1} T_l(E)$$

donde T_l : es el coeficiente de trasmisión de barrera para l y E dados.

S : es el spin del canal de entrada $I + s$.

J : es el impulso angular del núcleo compuesto.

I : es el spin del núcleo blanco.

s : es el spin del deuterón.

$g(S)$: es el peso estadístico del canal de entrada.

La tendencia indicada por las curvas de la *Fig. 4* concuerda con la evidenciada por la curva de la *Fig. 3*.

TABLA 1

Energía Deuterones (Mev)	σ_m/σ_g
27,30 ± 0,1	0,793 ± 0,087
25,80 ± 0,2	0,747 ± 0,064
24,20 ± 0,2	0,653 ± 0,079
22,80 ± 0,2	0,720 ± 0,093
21,50 ± 0,1	0,720 ± 0,060
20,30 ± 0,1	0,623 ± 0,024
18,70 ± 0,3	0,653 ± 0,032
16,60 ± 0,2	0,603 ± 0,009
14,30 ± 0,3	0,560 ± 0,015
11,70 ± 0,3	0,470 ± 0,025
9,20 ± 0,2	0,560 ± 0,095

V. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a los Dres. R. Slobodrian, C. A. Mallmann, D. Bes y H. Bosch, las discusiones y críticas sobre el presente trabajo.

VI. REFERENCIAS

- (1). J. M. BLATT y V. F. WEISSKOPF, *Theoretical Nuclear Physics*. (John Wiley, New York, 1952).
- (2). B. LINDER y R. JAMES, *Phys. Rev.* *114*, 322. (1953).
- (3). R. M. DIAMOND, J. W. MEADOWS y R. A. SHARP. *Phys. Rev.* *102*, 193 (1953).
- (4). J. R. HUIZENGA y R. VANDENBOSCH, *Phys. Rev.* *120*, 1305 (1960).
- (5). A. C. PAPPAS y R. A. SHARP, *J. Inorg. Nuclear Chem.* *10*, 173 (1959).
- (6). S. M. BAILEY, *UCRL Report A.E.C.U.-8710* (1959).
- (7). E. SEGRE y A. C. HELMHOLTZ, *Revs. Modern Phys.* *21*, 271 (1949).
- (8). H. B. LEVY, Ph. D. thesis, *UCRL Report 2305* (1953).
- (9). M. RICH and R. MADEY, *UCRL Report-2301* (1954).
- (10). D. STROMINGER, J. M. HOLLANDER y G. T. SEABORG, *Revs. Modern Phys.* *30*, 585 (1958).

ESTUDIO SOBRE EL ESTADO ISOMERICO DEL Nb⁹² *

S. ABECASIS, M. BOERO, H. BOSCH y A. MOCOROA

DEPARTAMENTO DE FÍSICA, UNIVERSIDAD NACIONAL
DE LA PLATA Y CNEA

RESUMEN.— *Se estudió el estado isomérico del Nb⁹². Se confirma la información dada por James sobre el estado de 13 horas y la no existencia del de 191 m dado por Bocciolini et al.*

I. INTRODUCCION

En el año 1953 James (1) asignó un estado isomérico al Nb⁹² de 13 ± 2 horas, basándose en experiencias de funciones de excitación obtenidas bombardeando Nb⁹³ con protones. El nivel isomérico da lugar a una radiación gamma de 2,35 Mev.

En 1960 Bocciolini *et al.* (2) irradiando niobio con neutrones, encuentran una actividad de período 191 ± 3 min caracterizada por tres radiaciones gamma de 0,200, 0,495 y 0,695 Mev, esta última muy débil, interpretada como suma por ángulo sólido de las dos primeras. Esta actividad fué asignada al Nb⁹² metaestable, sin realizar separación química. Los citados autores señalan que no han detectado el rayo de 2,35 Mev de 13 horas de período, previamente descubierto por James (1).

Con el objeto de estudiar el esquema de desintegración correspondiente a ambos estados del Nb⁹², en este laboratorio se ha procedido previamente a clarificar la existencia del nivel isomérico del Nb⁹².

* Trabajo realizado parcialmente con los auspicios de la Comisión Especial de Física Atómica y Radioisótopos de la Universidad Nacional de La Plata y con los de la United States Air Force, Office of Scientific Research, bajo donación AF-AFOSR-60-9.

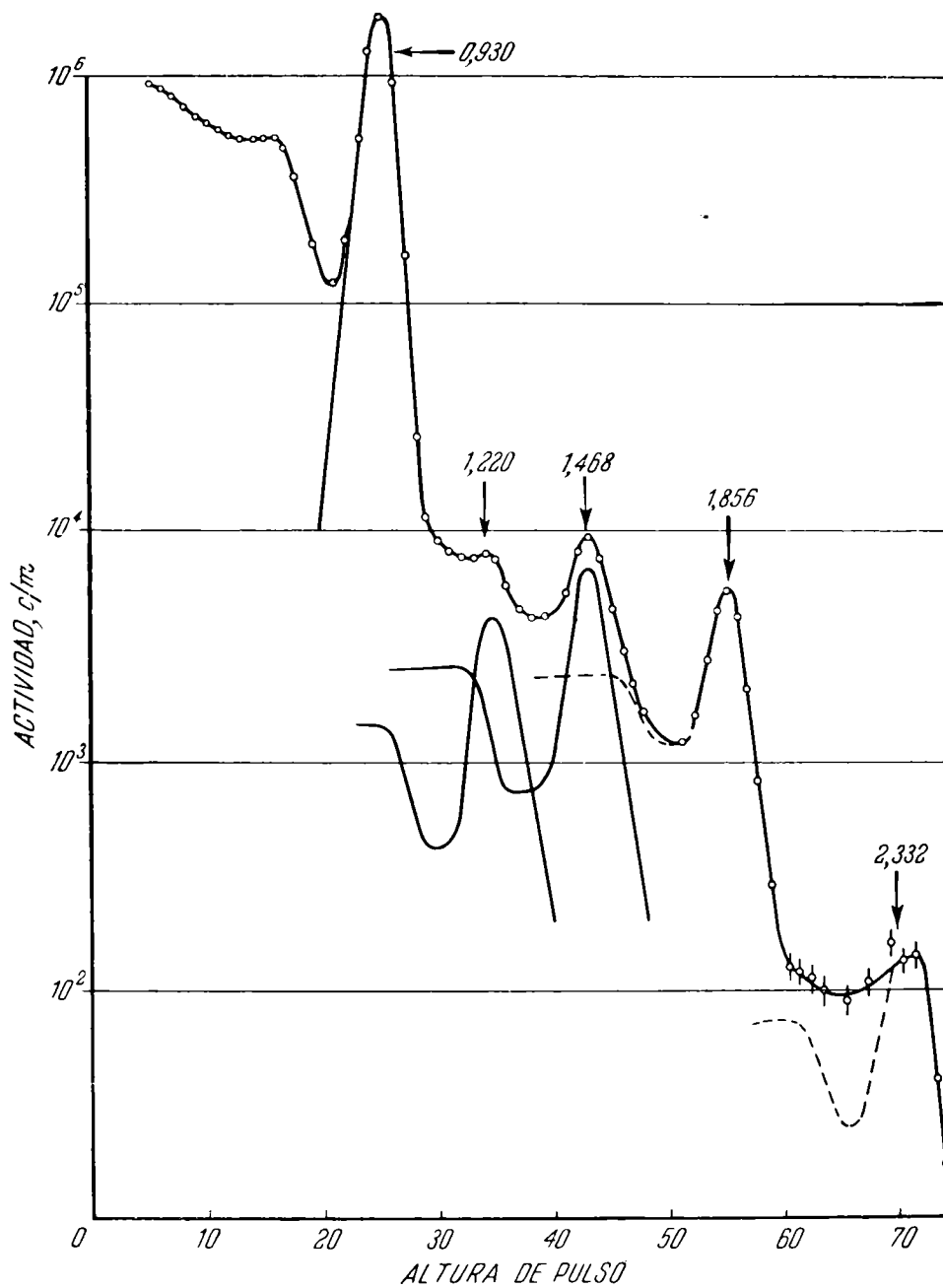


Fig. 1. — Espectro gamma de la muestra de Nb^{93} irradiada con deuterones, medida con un cristal de NAI(Tl) de $2'' \times 2''$ en el rango de energias 0-2,4 Mev. Distancia fuente cristal: 20 cm.

II. PREPARACION DE FUENTES RADIOACTIVAS

Se irradiaron 20 mg de Nb^{93} espectroscópicamente puro con deutrones de 22 Mev, acelerados en el sincrociclotrón de la CNEA. Se forma Nb^{92} a partir de la reacción $\text{Nb}^{93}(d, p2n)\text{Nb}^{92}$. El material

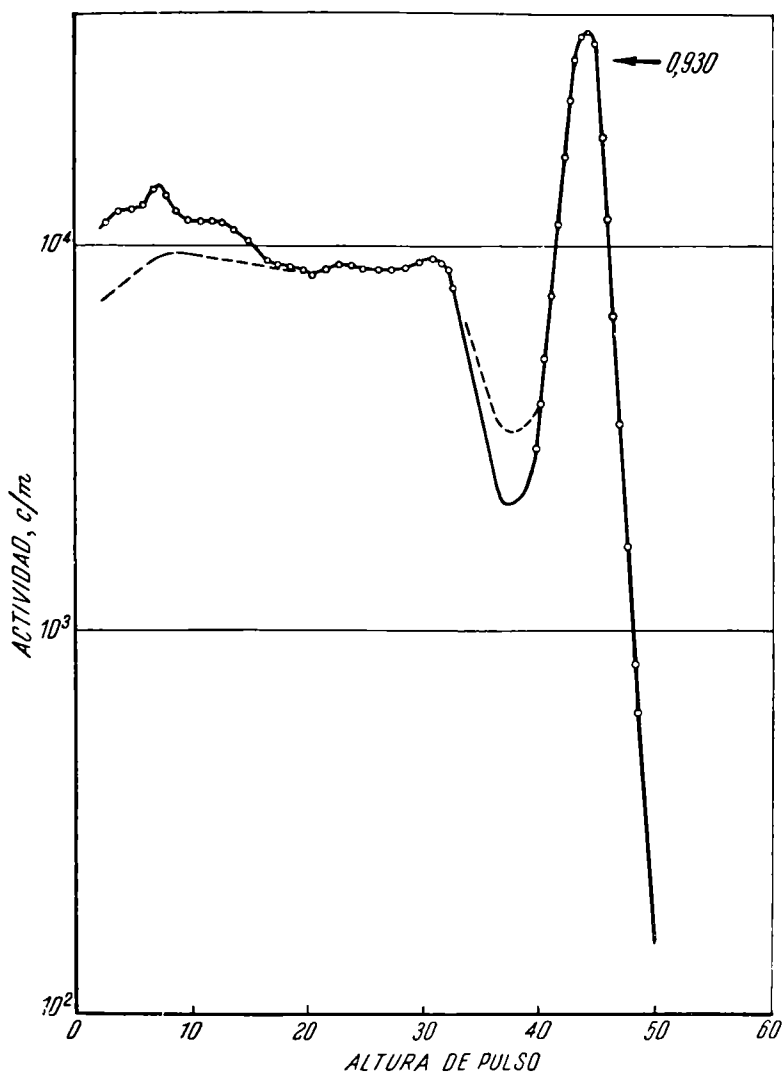


Fig. 2. — Espectro gamma de la muestra de Nb^{92} en el rango de energías 0-0, 930 Mev. La línea punteada indica el mismo espectro con geometría colimada de plomo. Distancia fuente cristal: 5 cm.

irradiado se disuelve en ácido fluorhídrico concentrado con gotas de ácido nítrico. Se agrega exceso de ácido fluorhídrico y portador lantano, bario y zirconio. El lantano se usa como portador no isotópico

del itrio. También precipita el $(\text{ZrF}_6)\text{Ba}$. En la solución se agrega NH_3 concentrado y caliente, con lo cual precipita el Nb_2O_5 . Este se disuelve con HCl y se agrega portador molibdeno. Vuelve a precipitarse el Nb_2O_5 con NH_3 . Se repite el proceso y se filtra sobre papel coloidal, se lava y queda un depósito de aproximadamente 1,5 cm de diámetro.

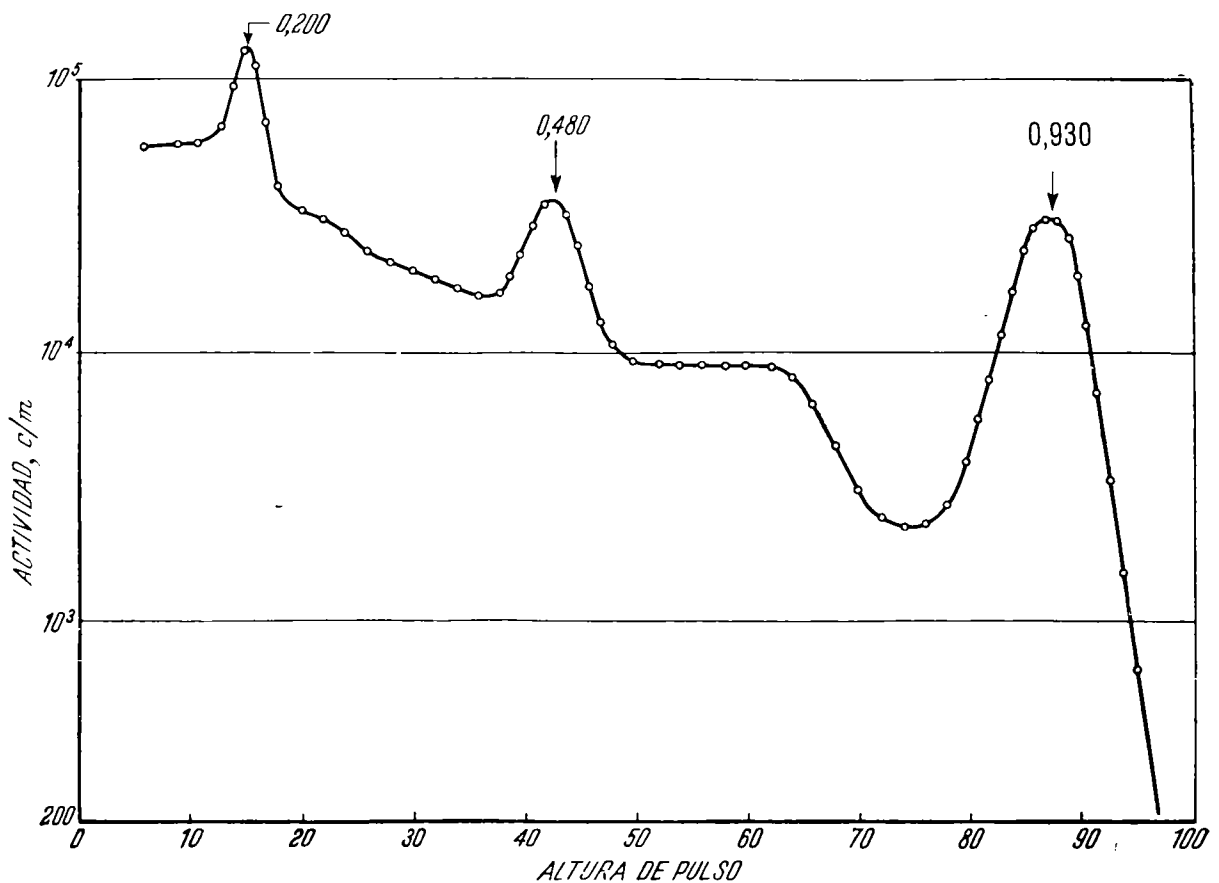


Fig. 3. — Espectro gamma de la muestra de Nb^{93} irradiada con neutrones, sin separación química. Rango de energías 0-0,930 Mev. Distancia fuente cristal 20 cm.

III. MEDICIONES

Se estudiaron cinco muestras de Nb^{92} con un espectrómetro gamma constituido por un cristal de $\text{NAI}(\text{Tl})$ de $2'' \times 2''$, fotomultiplicador RCA 6655A y un selector de impulsos de cien canales. Se interpuso un absorbedor de berilio de $1,876 \text{ g/cm}^2$.

Se obtuvieron diferentes espectros de la radiación gamma en distintos rangos de energía. En la *Fig. 1* está representado el espectro de energías gamma correspondiente a una muestra. Se observan rayos de 2,332; 1,856; 0,930; 1,468 y 1,220 Mev. El primero pertenece a la actividad de $13,5 \pm 2$ horas. El segundo y tercero representan los conocidos rayos gamma provenientes de la desintegración del nivel fundamental del Nb^{92} de 10 días. El cuarto decrece con período de 6,9 horas correspondiente al Mo^{93} , producido por la reacción $\text{Nb}^{93} (d, 2n)\text{Mo}^{93}$. Esta actividad no ha podido eliminarse en la separación química. En cuanto al rayo de 1,220 Mev podría ser asignado también al Mo^{93} de acuerdo con el análisis del espectro y períodos hechos hasta el momento. La Tabla I indica los valores de energía e intensidades relativas de los rayos gamma citados.

En la *Fig. 2* se representa el espectro de energías gamma de una muestra de Nb^{92} , sin contaminación de Mo^{93} . La línea punteada indica el espectro obtenido con geometría colimada. No se observó la actividad mencionada por Boccioni *et al* (2). Con el objeto de estudiar el origen de ésta, se midió una muestra obtenida a partir de $\text{Nb}^{93} (n, 2n)\text{Nb}^{92}$, sin separación química. Se encontraron rayos gamma de 0,200 y 0,480 Mev, ambos con período de 192 min (ver *Fig. 3*). Posteriormente se irradió otra muestra de Nb^{93} con neutrones y se separaron químicamente las fracciones de niobio, zirconio e itrio. Los rayos mencionados fueron observados en la fracción itrio.

TABLA I

Energía e intensidades relativas de los rayos gamma que aparecen en el espectro de la Fig. 1

Nucleido	Energía	Intensidad relativa	
		Pres. Autores	H. West (3)
Nb^{92m}	$2,332 \pm 0,030$	$0,039 \pm 0,010$	
Nb^{92}	$1,856 \pm 0,035$	$1,1 \pm 0,1$	$0,84 \pm 0,1$
Nb^{92}	$0,930 \pm 0,005$	100	100
Mo^{93}	$1,468 \pm 0,020$		
Mo^{93}	$1,220 \pm 0,010$		

IV. CONCLUSIONES

De acuerdo con las mediciones realizadas se puede establecer que no existe el estado isomérico de 192 min del Nb^{92} , indicado por Boccio-
lini *et al* (2). Se confirma la existencia del estado isomérico de 13 horas
descubierto por James (1), que da lugar al rayo gamma de 2,332 Mev.

V. REFERENCIAS

- (1). R. A. JAMES, *Phys. Rev.* 93, 288, (1954).
- (2). BOCCIOLINI, DI CAPORACCIO, FOA y MANDO, *Nuovo Cimento*, XVI, 1084,
(1960).
- (3). H. WEST, *Phys. Rev.* 113, 881, (1959).

ESTE LIBRO SE TERMINÓ
DE IMPRIMIR EL DÍA 16
DEL MES DE ABRIL DEL
AÑO MIL NOVECIENTOS
SESENTA Y DOS, EN LA
IMPRESA LÓPEZ,
PERÚ 666, BUENOS AIRES,
REPÚBLICA ARGENTINA.

**PUBLICACIONES DE LA
FACULTAD DE CIENCIAS FISICOMATEMÁTICAS**

Las publicaciones oficiales de la Facultad se dividen en las tres series siguientes:

SERIE PRIMERA. — Informaciones generales

Esta serie comprende:

- a) el **Anuario**, que se publicará cada dos años, con informaciones relativas a las leyes, decretos, ordenanzas del Consejo superior que afecten a la Facultad y las del Consejo Académico de la misma y resoluciones del decano de interés general, organización general de la Facultad, carreras que se cursan en ella, planes de estudio, programas de las materias, autoridades y personal docente, etcétera.
- b) Informaciones sobre la organización y evolución de sus institutos, departamentos, laboratorios, gabinetes, etc.
- c) Ampliaciones de sus edificios, publicando planos, fotografías, presupuestos, partidas acordadas en el presupuesto nacional, donaciones, etc.
- d) Movimiento del personal docente y datos sobre el mismo, visitas realizadas por personas destacadas, etc.
- e) Informes sobre elecciones de autoridades y asambleas de profesores. Discursos académicos.
- f) Noticias sintéticas de carácter general sobre actos de instituciones similares nacionales y extranjeras.

SERIE SEGUNDA. — Revista y Contribuciones

Esta serie que es continuación de las series matemática, física y técnica, publicadas hasta el 31 de diciembre de 1938, con el título principal "Contribución al estudio de las ciencias físicas y matemáticas", comprende:

- a) La "Revista" de la Facultad de ciencias fisicomatemáticas, con trabajos de índole técnico-científica de su personal docente, orientados en primer lugar a las necesidades de la enseñanza y su vinculación con la industria nacional.
- b) Las "Contribuciones" al estudio de las ciencias físicas y matemáticas, con trabajos y conferencias de índole científica de los miembros del personal docente de la Facultad o de personas extrañas al mismo, que el Consejo Académico o el Director de publicaciones resuelva publicar, agrupados en concordancia con la organización general de la Facultad.

La "Revista" se publicará cada dos meses y las "Contribuciones" a medida que se acumule el material necesario para su número.

SERIE TERCERA. — Publicaciones especiales

Esta serie comprende:

- a) Publicaciones especiales.
- b) Textos generales.
- c) Publicaciones didácticas.

Las publicaciones llevarán una numeración general siguiendo la de las anteriores de la Facultad por orden cronológico, de acuerdo con la fecha en que se termine la impresión.

Además, cada serie llevará en el mismo orden la numeración especial que le corresponda. Esta numeración se inicia en el año 1939.

En todos los originales y publicaciones respectivas correspondientes a la segunda serie se hará constar la fecha de entrega a la Comisión para ser impresos.

ADVERTENCIA

Con el fin de evitar extravíos en la correspondencia, rogamos que se nos hagan los envíos a la siguiente dirección:

FACULTAD DE CIENCIAS FISICOMATEMÁTICAS

Departamento de Publicaciones y Biblioteca

Av. 1 esq. 47. — LA PLATA
República Argentina

