

ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDIDA EN LA VERIFICACIÓN DE NIVELES.

Ignacio Quinteros, Pablo Paús.

¹ Grupo GPSyM - Dpto. Agrimensura - Facultad de Ingeniería - UNLP.

INTRODUCCIÓN

En el campo de las mediciones es necesario, siempre, dar alguna indicación sobre el grado de fiabilidad de un resultado. Si omitimos dar esta información las diferentes mediciones no podrán ser comparables entre sí. Es por ello que resulta necesario establecer procedimientos para evaluar y cuantificar su incertidumbre.

Dicha incertidumbre es un parámetro asociado al resultado de medición, que caracteriza la dispersión de los valores que podrían ser razonablemente atribuidos al mensurando. Esta dispersión del resultado es debida a los efectos aleatorios de la medición y a la falta de conocimiento completo de las correcciones aplicadas a los errores sistemáticos.

Teniendo en cuenta el procedimiento por el cual se debe realizar la verificación según la Norma ISO 17.123-2, para el presente trabajo el mensurando (magnitud física que se someterá a la medición) queda definido como una diferencia de alturas (desnivel), sobre el/ los cuales se determinara la verificación o no del instrumento. Y consecuentemente se informa la incertidumbre correspondiente a dicho ensayo, en base a las diferentes fuentes que intervengan, ya sean mediciones repetidas e independientes, instrumental utilizado, etc.

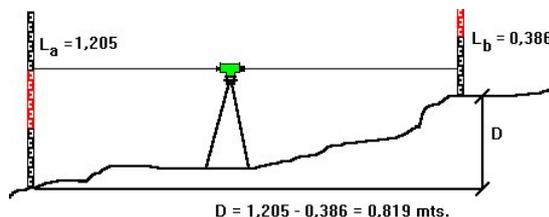
Modelo físico

Teniendo en cuenta el instrumento que va a ser sometido a ensayo y el procedimiento que se debe aplicar en el mismo, es necesario para estudiar la incertidumbre de medida, determinar un modelo físico. Por definición el modelo físico consiste en el conjunto de suposiciones sobre el mensurando y las variables físicas relevantes para su medición. En el caso aplicado a niveles se deben considerar las siguientes suposiciones:

1. Línea de visual horizontal. Queda determinada por el instrumento a ensayar
2. Propagación en línea recta. Sin ser afectada por fenómenos que la pudieran modificar.
3. Estación. La estación del instrumento bajo ensayo se realiza cumpliendo la condición: Distancia instrumento mira = Distancia entre miras / 2
4. Miras. Las miras se encuentran ubicadas en posición vertical

Modelo matemático

Para el cálculo de un desnivel ΔH cualquiera se establece en primer lugar un sentido de avance, lo que origina las lecturas "atrás" y las lecturas "adelante". La diferencia matemática entre ellas da el valor del desnivel. El signo positivo o negativo del ΔH está también asociado al sentido de avance establecido: $L_{\text{atrás}} - L_{\text{adelante}} = \Delta H$. Siendo $L_{\text{atrás}}$ la lectura en la mira atrás y L_{adelante} la correspondiente lectura en la mira adelante.



De los “n” desniveles medidos resulta el valor más probable del ensayo. Con $n = 10$, $\overline{\Delta H}$ resulta de:

$$\frac{\Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \Delta h_4 + \Delta h_5 + \Delta h_6 + \Delta h_7 + \Delta h_8 + \Delta h_9 + \Delta h_{10}}{10} = \overline{\Delta H}$$

Asociado a $\overline{\Delta H}$ y como estimador de la incertidumbre con la que se determina ΔH , se calcula la desviación típica o desviación estándar.

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta h_i - \overline{\Delta H})^2}{n - 1}}$$

Donde las diferencias $\Delta h_i - \overline{\Delta H}$ representan los desvíos de las observaciones respecto al valor más probable.

Fuentes de incertidumbre

En primer lugar, es necesario conocer los factores por los cuales estarán afectadas las medidas a realizar. Es decir, que fuentes serán las que introduzcan la “duda” en el resultado. Dentro de las causas de incertidumbre se pueden nombrar las siguientes:

Propias del procedimiento de ensayo:

- *Inexistencia de perfecta equidistancia*
- *Repetibilidad*

Del operador:

- *Agudeza visual*

De la mira:

- *Calibración de la mira*
- *Verticalización de la mira*
- *Resolución*

Del instrumento bajo ensayo:

- *Aumento*

Del ambiente:

- *Temperatura*

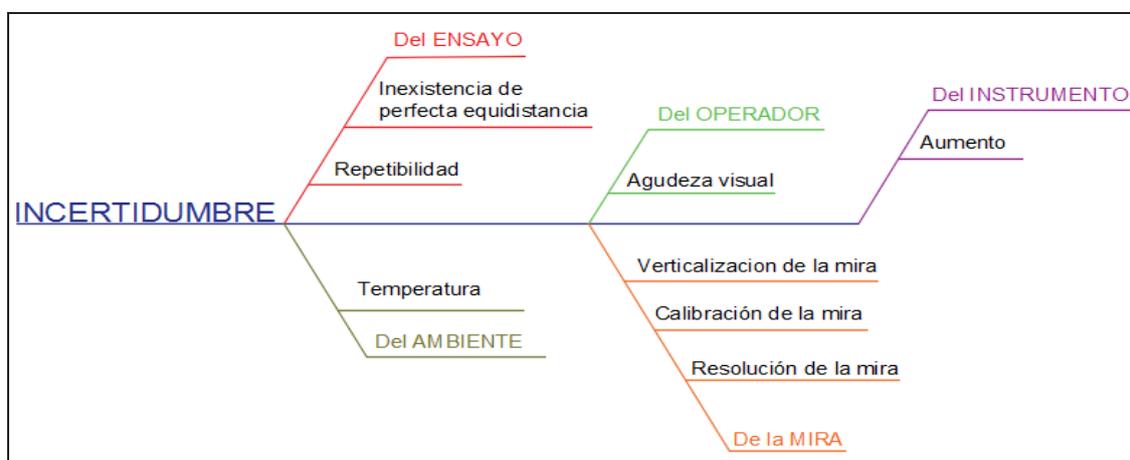


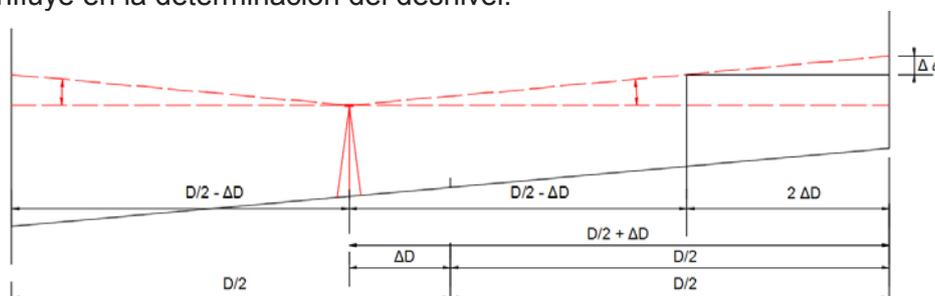
Diagrama de fuentes de incertidumbre – “Espina de pescado”

Conociendo todas estas fuentes se debe proceder a cuantificar cada una de ellas, para posteriormente llegar a la incertidumbre final de medición.

Inexistencia de perfecta equidistancia

Para que la influencia del error de colimación no afecte la determinación del desnivel las distancias nivel-mira (atrás) y nivel-mira (adelante) deben ser iguales (*Modelo Físico*).

En este caso se analiza una variación de magnitud ΔD en dicha equidistancia y cómo la misma influye en la determinación del desnivel.



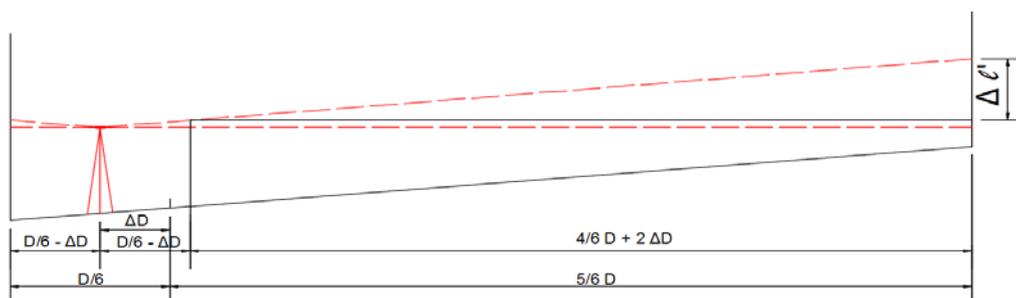
Si se supone una variación ΔD se tendrá para una mira (atrás) una distancia $D/2 - \Delta D$ y hacia la otra mira (adelante) tendremos una distancia $D/2 + \Delta D$. Teniendo en cuenta lo antedicho, se compensará la influencia del error de colimación hasta una distancia igual a $D/2 - \Delta D$. El tramo restante será igual a $2\Delta D$.

El tramo $2\Delta D$ y el ángulo vertical β componen la influencia de la imperfecta equidistancia en la posición 1 del ensayo.

$$\text{tag } \beta = \frac{\Delta l}{2\Delta D}$$

$$2\Delta D \cdot \text{tag } \beta = \Delta l$$

En el caso de la posición 2 sucede lo mismo, solo que este caso la distancia en la que se compensa la influencia del error de colimación es $D/6 - \Delta D$, en vez de ser $D/6$. Se obtiene entonces sobre la mira ubicada a $4/6 D + 2\Delta D$ una influencia $\Delta l'$.



$$\left(\frac{4}{6} D + 2\Delta D\right) \cdot \text{tag } \beta = \Delta l'$$

En el caso de no existir tal valor de ΔD la expresión sería: $\left(\frac{4}{6} D\right) \cdot \text{tag } \beta = \Delta l'^2$

Considerando los valores Δl , $\Delta l'$ y $\Delta l'^2$ y las posiciones antes expuestas se puede realizar el siguiente análisis:

- Partiendo de la posición 2, con $\Delta l'$, y considerando la posición siguiente, donde $\Delta D=0$, se tiene que:

$$\Delta l' - \Delta l'^2 = \text{tag } \beta \cdot 2\Delta D$$

Se parte de este caso ya que en ambas posiciones es donde la influencia del error de colimación es mayor y la diferencia entre los Δl es "comparable". En el caso de

considerar la posición 1 los Δl no serían “comparables”, ya que esas diferencias de posición son las que nos darán la existencia o no del error de colimación.

Considerando una diferencia entre Δl^1 y Δl^2 no mayor a 0,1 mm se puede decir que el valor de ΔD no puede ser mayor que 1 m, para un β del orden de los $10''$.

Para la verificación de niveles la distancia será medida con cinta métrica milimetrada, con lo cual se encontrará ampliamente dentro de los parámetros mencionados y la influencia de esta fuente de incertidumbre no se tendrá en cuenta.

Repetibilidad

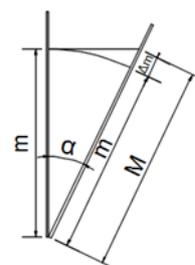
La incertidumbre proveniente de la repetibilidad se encuentra asociada directamente a la metodología de ensayo. Ya que se debe realizar la medición de un desnivel n veces ($n=10$ – Modelo Matemático). De los cuales se obtendrá el valor más probable y sus estimadores de incertidumbre.

Con lo cual, la incertidumbre proveniente de la repetibilidad de las mediciones queda cuantificada con la varianza de la media, que representa la mejor estimación de la dispersión de los n desniveles observados.

Verticalización de la mira

En este caso una inclinación de la mira de ángulo α produce una lectura incorrecta M . Siendo la correcta m . Para cuantificar la influencia de esta inclinación se considera la diferencia entre los tramos M y m ($M-m$) = Δm .

Para un valor de Δm inferior a 0,1 mm los valores de α y m no deben ser superiores a los $20'$ y 2,00 m respectivamente. Con lo cual esta fuente de incertidumbre se considera despreciable, ya que con cualquier nivel esférico de mercado se puede estar dentro de los $20'$ ¹ y un $m=2,00$ m resulta prácticamente imposible de alcanzar por la metodología de ensayo.



Temperatura

La temperatura es otra fuente de incertidumbre, ya que una variación de la temperatura produce una variación en la longitud de las miras. La incidencia de esta variación sobre el tramo de mira considerado viene dado por la siguiente expresión:

$$\Delta Long. = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

Dónde: Δt es la diferencia de temperaturas; α : coeficiente de expansión térmica; L_0 : longitud inicial a 20°C .

En este caso se tiene en cuenta la situación más desfavorable, donde ambas miras se encuentran a diferentes temperaturas.

Para asegurar una incertidumbre menor que 0,1 mm en un tramo de mira $L_0=1\text{m}$ y miras de aluminio ($\alpha=2,4 \times 10^{-5} [\text{mm/mm}^\circ\text{C}]$), la diferencia de temperatura entre miras debe ser menor que 4°C . Por lo tanto es necesario medir la diferencia de temperaturas con una incertidumbre menor a 1°C , con termómetros iguales o bien el mismo termómetro.

Aumento y agudeza visual

En primer lugar se debe aclarar que la agudeza visual está relacionada con la “habilidad” de distinguir los detalles de los objetos, por ello es que es sumamente subjetiva. Frecuentemente se mide “descubriendo” la mayor distancia a la que pueden distinguir dos líneas como tales y no como una sola, quedando entonces caracterizada por un ángulo

¹Una especificación estándar de niveles esféricos es del orden $7'$ a $10'$

mínimo de visión. En la práctica, se toma un ángulo límite medio de agudeza visual de 30" y considerando que se encuentra afectado por el aumento del antejo (**A**), dicha influencia se cuantifica como:

$$\Delta vi = \frac{30''}{A} \cdot \left(1 + \frac{4 \cdot A}{100}\right)$$

Donde $\left(1 + \frac{4 \cdot A}{100}\right)$ corresponde al factor de claridad determinado de forma empírica,^{II} teniendo en cuenta que con un mayor aumento disminuye el ángulo de luminosidad/claridad que incide dentro del antejo y por ende dicha condición es menos favorable.

Considerando aumentos típicos de 20x y 32x para los antejos y la distancia nivel-mira, que en caso más desfavorable es de 5/6 D, con D= 35 m se tiene:

Aumento - A	Δvi (")	Δvi (mm)
20x	2,70"	0,4 mm
32x	2,14"	0,3 mm

De esta evaluación se pueden mencionar dos conclusiones.

- En primer lugar, la incertidumbre proveniente de la relación agudeza visual– aumento no resulta despreciable.
- La influencia de error de colimación informada en valores angulares no pueden ser inferiores a los valores antes expuestos. De ser así este apartado no se estaría teniendo en cuenta.

Vale aclarar que este apartado es válido solo para niveles ópticos, no digitales. Debido a que en el caso de niveles digitales la lectura está asociada a la resolución de la cámara CCD de cada instrumento.

Resolución y agudeza visual

La resolución se encuentra directamente relacionada con la mínima división de la mira o regla, e inversamente relacionada con la apreciación visual del operador. De este modo se puede decir que "la resolución es la mínima variación de la magnitud medida que da lugar a una variación perceptible de la indicación correspondiente".^{III}

En el caso práctico de la verificación de niveles se considera a la mínima división como 10 mm (1,00 cm) y una estimación de la quinta parte. Con lo que se tiene:

$$\Delta r = \frac{\text{Resolución}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \Delta r = \frac{\text{mínima división}}{\text{fracción estimable}} = \frac{10 \text{ mm}}{\sqrt{3}} = 1,2 \text{ mm}$$

Valor que no resulta despreciable al momento de estimar la incertidumbre final. Nuevamente vale aclarar que este apartado es válido solo para niveles ópticos, no digitales.

^{II}Topografía general y aplicada – Domínguez García Tejero

^{III}Guía GUM - 2008

Calibración de las miras

La calibración de un instrumento tiene como objeto informar con que incertidumbre mide el mismo. A esa incertidumbre intrínseca del instrumento se le debe adicionar la incertidumbre de la medición, para conocer con que incertidumbre se da un resultado.

En el caso de las miras se debe conocer con que fiabilidad, propia de las mismas, se puede realizar la lectura. Aquí radica la importancia de conocer las características de las miras con las que se realizara el ensayo.

Incertidumbre combinada

El resultado final de la cuantificación de la incertidumbre es la incertidumbre combinada. Donde se expresa el resultado final de la incertidumbre proveniente de todas las fuentes. La expresión de la incertidumbre combinada resulta de la raíz de la suma de los cuadrados de todas las incertidumbres intervinientes.

$$\mu_c = \sqrt{S(\bar{q})^2 + \Delta vi^2 + \Delta r^2 + \Delta C^2}$$

μ_c = incertidumbre combinada

$S(\bar{q})^2$ = incertidumbre repetibilidad

Δvi = incertidumbre aumento y agudeza visual

Δr = incertidumbre resolución y agudeza visual

ΔC = incertidumbre calibración de miras

CONCLUSIONES

Como conclusión del presente trabajo resulta relevante mencionar cuán importante es definir los aspectos fundamentales que hacen al desarrollo del estudio (modelo físico, modelo matemático, y fuentes de incertidumbre).

Al comienzo se mencionó la importancia de las Normas Internacionales y los procedimientos que se establecen para llegar a los resultados técnicamente válidos. Y en este cierre del trabajo es bueno destacar que para estimar la incertidumbre de medición no hay procedimientos estrictos a seguir, si bien la Guía GUM establece pautas y consideraciones a tener en cuenta, la mejor forma de realizar un estudio de este tipo es no estar sujeto a ninguna forma estricta. Es decir, estudiar e investigar con la mayor curiosidad y teniendo un campo de visión lo más amplio posible. De este modo se llegan a analizar todas las variables y luego se “filtraran” las que se crean redundantes.

Se debe realizar un trabajo de “inteligencia” para recabar toda la información disponible para la cuantificación de la incertidumbre, ya sea de productos de mercado, bibliografía relacionada con instrumental topográfico, conocimientos técnicos de funcionamiento del instrumento y la información complementaria que sea necesaria, este o no relacionada directamente con el instrumental. Esta cuantificación será la que permita decir que las mediciones sean comparables con las obtenidas en otros laboratorios de calibración.

BIBLIOGRAFÍA

Guía GUM 2008

Estimación de incertidumbres; M. Mar Pérez Hernández- Centro Español de Metrología

Estimación de la incertidumbre de medida; METRYCAL

Incertidumbre de medición; Ing. Marcelo Iglesias, Ing. Flavio Piotto, Ing. Jorge Stella INTI

Metrología General; Ing. Marcelo Iglesias – INTI

Guía para estimar la incertidumbre de la medición CENAM

Topografía general y aplicada – Domínguez García Tejero

Información general de luz, visión y agudeza visual.–Trabajos de gestión metrológica en laboratorios de verificación y calibración - *Grupo GPSyM Dpto. Agrimensura - Facultad de Ingeniería – UNLP.*