

SOBRE EL DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN CIRCUITO ELÉCTRICO PARAMÉTRICO

Flego Silvana P. y Palacio Luis E.

Grupo de Investigación Teórica y Aplicada en Teoría de la Información (GTyATI).
Área Departamental de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería,
Universidad Nacional de La Plata (UNLP).
1 y 47 s/n, (1900) La Plata, Buenos Aires, Argentina.

En la presente comunicación se presentan los resultados de un estudio de factibilidad y viabilidad de construir un circuito eléctrico RLC que permita la generación de oscilaciones paramétricas mediante una variación de capacidad. Los estudios se realizan bajo dos enfoques diferentes. Por un lado, se desea construir un circuito, simple y de bajo costo, para ser utilizado con fines didácticos. Por otro lado, se desea construir un dispositivo que cumpla con condiciones específicas de manera tal que permita evaluar la potencialidad de resultados analíticos recientemente introducidos en la literatura.

Palabras claves: excitación paramétrica, circuito RLC oscilante, resonancia paramétrica.

INTRODUCCIÓN

En 1860 Melde [1] demostró que, cambiando periódicamente la tensión de una cuerda, es posible excitar oscilaciones transversales en ella con frecuencias medias tan grandes como las debidas a cambios de las frecuencias de tensión. Así, las vibraciones paramétricas pueden describirse como sistemas dinámicos, en donde uno o más de los parámetros que definen al sistema son variables en el tiempo. En el caso más simple, la trayectoria teórica de fenómenos relacionados con la ocurrencia de tales oscilaciones conduce directamente a una ecuación diferencial con coeficientes periódicos. Ecuaciones de este tipo surgen en una gran cantidad de problemas físicos. Sus soluciones no serán exploradas aquí, sin embargo es importante mencionar que cuando la excitación externa es aproximadamente dos veces la frecuencia natural del sistema, estos se vuelven inestables y las oscilaciones incrementan en el tiempo. A esto se le conoce como resonancia paramétrica.

A principios del siglo pasado se inició el estudio de sistemas eléctricamente oscilante [2-8] y desde ese entonces los principios básicos para la realización observacional de un generador eléctrico paramétrico están disponibles en la literatura. Es nuestro interés construir un circuito eléctrico que pueda ser utilizado para visualizar como las vibraciones paramétricas pueden ser utilizadas para energizar un sistema y comprobar algunos resultados teóricos que describen el comportamiento del mismo cuando está sometido a estas excitaciones. Por otra parte, esperamos adquirir competencias que nos permitan construir dispositivos que puedan ser utilizados para evaluar predicciones teóricas existentes en la literatura.

En la presente comunicación se presentan los resultados de un estudio de factibilidad y viabilidad de construir un circuito eléctrico RLC que permita la generación de oscilaciones paramétricas mediante una variación de capacidad. Los estudios se realizan bajo dos enfoques diferentes. Por un lado, con el deseo de construir un resonador paramétrico cuyo comportamiento esté gobernado por una ecuación de Mathieu, presentamos un diseño de circuito RLC cuya implementación permitiría evaluar la potencialidad de resultados analíticos recientemente introducidos en la literatura [9-11]. Por otro lado, con fines didácticos, focalizamos nuestra atención en un circuito sencillo, diseñado con componentes modernos y de bajo costo [12] y reproducimos, mediante simulación computacional, resultados que están en concordancia con aquellos exis-

tentes en la literatura [8,12]. El mismo está en construcción y será utilizado para que el estudiante comprenda los conceptos subyacentes a este fenómeno, a través de un dispositivo funcional al servicio de la Facultad.

ANTECEDENTES

Las excitaciones paramétricas de un sistema eléctrico fueron logradas por Mandelstam y Papalexi en el año 1933 [8]. El circuito estudiado es un RLC, sin ningún generador de fuerza electromotriz externo y con una capacidad que cambia periódicamente por accionamiento mecánico. El arreglo experimental que utilizaron se muestra esquemáticamente en la figura 1.

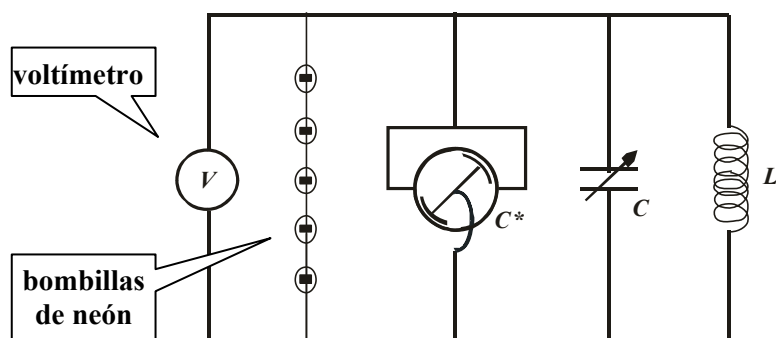


Figura 1: Esquema del circuito experimental utilizado por Mandelstam y Papalexi [6].

El sistema oscilatorio está formado por el capacitor C con capacidad cambiante periódicamente, el cual está en paralelo con un capacitor C^* lleno de aceite ajustable, y un inductor L , que consta de varias secciones de devanado secundario de un transformador (sin el núcleo de hierro). El capacitor C consta de dos sistemas de revestimiento: un estator y un rotor. El estator fue construido con 26 placas cuadradas de aluminio, cada una con 14 recortes radialmente simétricos; el rotor estaba formado por 25 discos circulares de 30 cm de diámetro, también hechos de aluminio con recortes similares (figura 2). La fuerza motriz para el sistema fue proporcionada por un motor de corriente continua que daba hasta 4000 rev/min. En régimen de funcionamiento, la velocidad del motor de n rev/seg cambia periódicamente la capacidad del sistema oscilatorio a una frecuencia igual a $14n$ rev/seg. Las bombillas de neón, conectadas en paralelo con el capacitor, servían para determinar la aparición y la intensidad de las oscilaciones y, simultáneamente, para restringir la acumulación de oscilaciones en caso de que surgieran. El voltímetro electrostático utilizado era capaz de leer unos 1200 V.

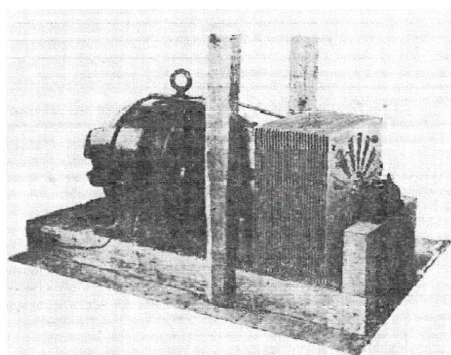


Figure 2: Fotografía del aparato experimental diseñado y utilizado por Mandelstam y Papalexi [8].

Los resultados experimentales obtenidos estuvieron en concordancia con las predicciones teóricas de la época. Los valores medidos resultaron bastante satisfactorios teniendo en cuenta que los experimentos fueron principalmente de naturaleza cualitativa.

El mecanismo físico de cómo operan los dispositivos variables constituye el principal problema para la construcción de un circuito que produce energía eléctrica a partir de la variación de parámetros. Desde los años 30 se vienen analizando distintas topologías de circuitos factibles de implementar, las cuales poseen diversas configuraciones. En los últimos años se ha considerado la utilización de dispositivos electrónicos. Una y otra vez, las implementaciones sirvieron para mostrar como adecuadas variaciones periódicas de la capacidad o de la inductancia del circuito generan energía eléctrica. Debido a nuestros actuales intereses, los circuitos reportados en [12] resultan prometedores para fines didácticos.

En [12] se estudió un circuito RLC paramétrico con dos capacitores que se conectan, alternativamente, en serie y en paralelo, dando por resultado una capacidad equivalente que varía periódicamente. Proponen luego, que la construcción puede realizarse con dos conmutadores direccionales o cuatro conmutadores unidireccionales. La capacidad real se determina a partir de los ciclos de la corriente y del voltaje en el solenoide siguiendo el siguiente algoritmo

$$C = \begin{cases} C_2 & \text{si } (U_L \geq 0, I \geq 0) \text{ o } (U_L \leq 0, I \leq 0) \\ C_1 & \text{en el resto de los casos} \end{cases}$$

donde C_1 es el valor mayor de capacidad y C_2 es el valor menor. El proceso propuesto constituye una operación controlada por fase sin una frecuencia externa predefinida. El circuito de conmutación de capacidades real se puede construir mediante el empleo de relés de estado sólido que contienen cada uno dos transistores de efecto de campo, conectados en oposición. Los relés se pueden controlar mediante un sistema de control basado en un micro-controlador.

Una segunda propuesta para la construcción de osciladores paramétricos reportada en [12] está basada en el empleo de diodos varicap ó varactor [9]. Un diodo consiste de dos regiones conductoras entre las cuales se desarrolla una capa no conductora cuando se aplica un voltaje en sentido inverso. Las regiones conductoras corresponden a las placas de un capacitor, en tanto que la capa no conductora corresponde al dieléctrico entre las placas. Mediante la aplicación de un voltaje variable se altera el espesor de la capa no conductora y, por lo tanto, la capacitancia del varactor varía, por ejemplo, de 70 pF a 1V hasta 3 pF a 28V.

CONTRIBUCIÓN ACTUAL

Nuestro interés es construir un circuito eléctrico, a bajo costo, que pueda ser utilizado para visualizar como las vibraciones paramétricas pueden ser utilizadas para energizar un sistema y comprobar algunos resultados teóricos que describen el comportamiento del mismo cuando está sometido a estas excitaciones. Por otra parte, esperamos adquirir competencias que nos permitan construir circuitos que puedan ser utilizados para evaluar abordajes teóricos que están siendo desarrollados para estudiar el comportamiento de estos dispositivos. Actualmente disponemos de herramientas de control para tratar con sistemas descritos por una ecuación de Mathieu (ME) por lo que estamos interesados en circuitos cuyos componentes presenten un comportamiento lineal y los parámetros varíen de forma armónica. En particular, deseamos construir un circuito con capacidad variable, la cual provenga de una variación armónica de la distancia entre las placas del capacitor. Este sistema conduce, sin aproximaciones, a una EM. Con estos objetivos en la mira realizamos los siguientes análisis.

Sobre la construcción del circuito RLC-serie original

Nuestras investigaciones iniciales estaban dirigidas a la factibilidad de construir un sistema oscilatorio reproduciendo el esquema experimental logrado originalmente por Mandelstam y Papalexi en el año 1933 [6-8]. Encontramos que la construcción y puesta en marcha de éste sistema presenta muchas desventajas, entre las cuales podemos citar:

- La capacidad C , variable periódicamente, tiene valores extremos fijos. Para el estudio del comportamiento del sistema, sería necesaria la construcción de varios capacitores, con un costo elevado para fines didácticos.
- La capacidad C^* , ajustable variando la constante dieléctrica (volumen variable de aceite entre las placas) resulta complicado.
- La inductancia L debe ser elevada, por lo que se debe utilizar un inductor voluminoso.
- La ecuación que describe el comportamiento del circuito no es una ME, pues la variación de la distancia entre las placas del capacitor responde a una función de onda cuadrada.

Destaquemos además que con los valores de los parámetros reportados en [8] se pueden lograr oscilaciones que producen sobretensiones elevadas, las cuales solo están limitadas por la conexión de lámparas de neón en serie ($V \approx 600 - 700 \text{ volts}$). Desconectando las lámparas fueron reportados voltajes superiores ($V \approx 2000 \text{ volts}$). Estos regímenes de funcionamiento requieren dispositivos más seguros y herramientas de control, a fin de que no representen un peligro de riesgo para la manipulación y experimentación con estudiantes.

Las dificultades descritas nos conducen a preguntarnos por circuitos construidos con componentes modernos que permitan visualizar el fenómeno y simulaciones computacionales que permitan su control.

Sobre la construcción del circuito RLC-serie original con componentes modernos.

La primera propuesta fue utilizar el circuito utilizado por Mandelstam y Papalexí con componentes circuitales modernos. En este caso, la utilización de un capacitor variable de vacío sería el elemento principal a ser adquirido. Por ejemplo el capacitor CVCD 3000 de Jennings [13]. En la figura 3 se muestra este dispositivo y en la figura 4 el conjunto completo de capacitor, soporte y motor (el conjunto se vende comercialmente).



Figura 3: Capacitor variable de vacío CVCD 3000 (Jenning Technology).



Figura 4: Conjunto capacitor, soporte y motor.

No obstante, nos encontramos que el costo de ellos es muy elevado. Por otra parte, el motor proporcionado es de tipo paso a paso (permite saltos fijos o múltiplos de ellos) por lo que produce una variación de la distancia entre las placas del capacitor que responde a una función de onda cuadrada y por lo tanto un RLC paramétrico que se construya con este capacitor no es gobernado por una EM.

AVANCES EN EL DISEÑO DE UN CIRCUITO CON FINES CIENTÍFICOS

Es nuestro deseo investigar la potencialidad predictiva de las herramientas de control desarrolladas en [9-11]. Proyectamos construir un circuito LRC-simple para lo cual es necesario

- Construir un inductor que, trabajando en régimen lineal, nos proporcione valores elevados de inductancia L . La solución más económica resulta en utilizar el secundario de un trans-

formador grande con múltiples derivaciones para usar diferentes valores de L . Para evitar efectos no-lineales, el mismo debe tener núcleo de aire, por lo que para dar un valor de L elevado debemos disponer de un transformador muy voluminoso.

- Construir un capacitor de placas plano-paralelas, cuya capacidad varíe debido a la variación de la separación entre sus placas. Dicho movimiento debe responder a una función senoidal. Proyectamos acoplar un motor eléctrico a una de las placas del capacitor por medio de un mecanismo de transformación de movimiento circular a lineal (leva, cigueñal-biela,...) como muestra la figura 5.

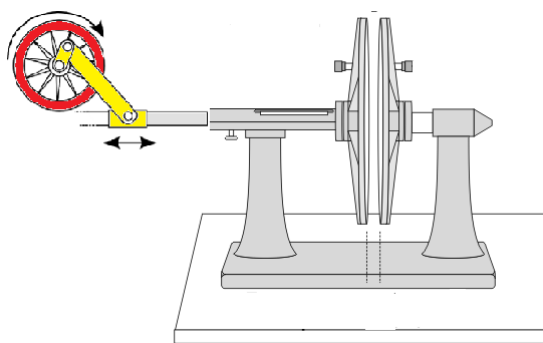


Figura 5: Esquema del capacitor con variación de capacidad debida al movimiento armónico de sus placas

Actualmente se están utilizando los resultados reportados en [10,11] para establecer los valores de los parámetros de funcionamiento de los distintos elementos del sistema a fin de poder evaluar si su construcción es viable.

SOBRE EL DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DEL CIRCUITO CON FINES DIDÁCTICOS

De los distintos circuitos investigados, decidimos iniciar las investigaciones del *circuito RLC simple de capacitores conmutados* citado en la sección anterior [12]. El mismo se puede construir con elementos de uso corriente, que pueden ser adquiridos comercialmente, y tiene la fundamental característica de estar construido con dispositivos eléctricos conocidos por *los alumnos de todas las áreas de la ingeniería*. Esta característica permite visualizar el fenómeno y comprobar algunos resultados cualitativos.

El esquema conceptual del circuito RLC-serie de capacitores conmutados se muestra en la figura 6. A fin de controlar el funcionamiento del mismo, optamos por someterlo a simulación computacional [15,16]. Los valores de los parámetros reportados en [12] nos resultaron insuficientes para reproducir los resultados allí obtenidos. Dada la similitud con el circuito original utilizado por Mandelstam y Papalexí (en ambos casos la capacidad varía respondiendo a una forma de onda cuadrada) utilizamos los valores reportados en el antiguo experimento [8]. Los resultados obtenidos están en concordancia con los citados en la literatura y resultan prometedores para controlar el sistema.

Actualmente estamos en la etapa de construcción del circuito real. Siguiendo [8] serán colocadas bombillas de neón, en paralelo con el capacitor, para determinar la aparición y la intensidad de las oscilaciones y, principalmente, para restringir la acumulación de oscilaciones en caso de que surjan.

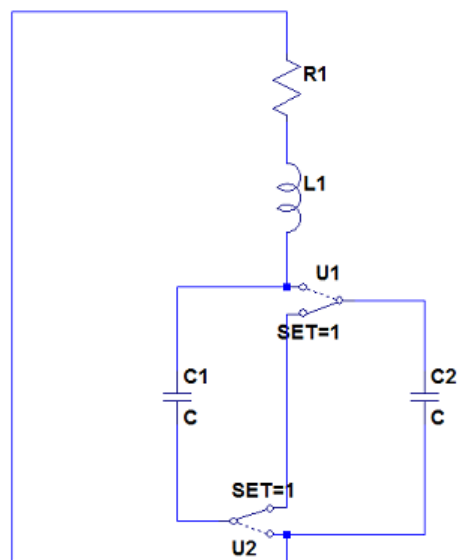


Figura 6. Esquema conceptual (realizado con LTSpice [15])

CONCLUSIÓN

El circuito RLC con capacitores conmutados, sencillo y de bajo costo, resulta prometedor para ser implementado con fines didácticos. Constituye un sistema que ayuda a entender el fenómeno de las oscilaciones paramétricas eléctricas y por analogía, las que ocurren en fenómenos más complejos o de mayor dimensión, como puede ser el estudio de estructuras de edificios, alabes de helicóptero, sistemas sumergidos en fluidos turbulentos, flechas con rigidez periódica, entre otros. Por otra parte, un laboratorio de circuitos eléctricos resonantes, incluyendo la observación y el ensayo con distintos circuitos, entre ellos un paramétrico, permitiría comprender los conceptos subyacentes a los distintos tipos de resonancia y al mismo tiempo conocer técnicas modernas de análisis e implementación, como es la simulación computacional.

Por otra parte, la construcción de un circuito RLC paramétrico, cuyo comportamiento sea gobernado por una ecuación de Mathieu, tiene un costo elevado. Los avances teóricos, aplicables a todo sistema sometido a excitaciones paramétricas cuyo comportamiento esté gobernado por una ecuación de Mathieu, justifican esta inversión. Sin embargo, es necesario continuar los ensayos a fin de determinar los rangos de funcionamiento de los distintos componentes con el objetivo de que el sistema pueda ser llevado, en forma controlada, a distintos estados resonantes, permitiendo de esta manera, evaluar las predicciones teóricas y la potencialidad de las técnicas de control que están siendo desarrolladas. Estamos trabajando en esta línea.

Agradecimiento: Esta iniciativa está siendo parcialmente soportada por el Proyecto "Investigación en el área de Ciencias Básicas-Convocatoria 2014-" de la Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata (UNLP), Argentina.

REFERENCIAS

1. Melde, Pogg. Annalen der Phys. **109** (1859), 192; **111** (1860), 573.
2. Rayleigh, Phil. Mag., April 1883, p. 229;
3. H. Poincare L'eclairage électrique, 50 (1907), p. 299.
4. H. Guenther-Winter, Zeit. für Hochfreq **37**, (1931), 172.
5. Y. Watannabe, T. Saito y Y. Kaito, J. Inst. of Electrical Engineering of Japan, **53**, N 536, (1933), 21.
6. L.I. Mandelstam, Progress in the Physical Sciences, **13**, Issue 2, p. 162.
7. N.D. Papaleski, Oscillations Conference, November 1931.
8. L. I. Mandelstam and N. D. Papalexii, Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki, **3**, N 7 (1933), 1141. Translated into english by P. J. Pesavento, Journal of Technical Physics **3**, issue 7 (2006).
9. S.P.Flego. *Stationary ansatz-solutions of the RLC-circuit under parametric excitation*. To be submitted
10. S.P.Flego. *Behavior of the stationary states of parametrically excited RLC circuits*. To be submitted.
11. S.P.Flego. *Sobre el control de funcionamiento de sistemas excitados paraméricamente*. (IV Jornadas ITE, Fac. de Ingenieria, UNLP, La Plata, Argentina, 2015). ISBN 978-950-34-0946-6
12. F.D. Amador y H. Eckardt: *Simulation of a Parametric Oscillator Circuit, Part 2* (2013). <http://aias.us/documents/otherPapers/LCR-Resonant-2f.pdf>.
13. Jennings Technology. Vacuum capacitors. http://www.iequalscdvdt.com/vacuum_capacitors.html
14. PSpice Links, PSpice 9.1. http://www.eng.auburn.edu/%7Etroppel/pspice_links.html
15. LTSpice circuit simulator, <http://www.linear.com/designtools/software/#LTSpice>
16. OpenModelica con interfase para graficador OMEdit, versión 1.9.0, <http://www.openmodelica.org/>.