

## ANÁLISIS DE LA APARICIÓN DE FISURAS DE ORIGEN TÉRMICO EN ESTRUCTURAS MASIVAS DE HORMIGÓN CONSIDERANDO DISTRIBUCIÓN ALEATORIA DE LAS PROPIEDADES DEL MATERIAL

Ma. Paula Zappitelli, Ma. Victoria Gutiérrez, Edgardo I. Villa y Claudio G. Rocco

Departamento de Construcciones, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata.  
Calle 48 y 115 s/n, (B1900TAG) La Plata, Buenos Aires, República Argentina.  
paula.zappitelli@ing.unlp.edu.ar

*Palabras clave: Estructuras de hormigón masivo, análisis termo-mecánico, XFEM, fisuras de origen térmico, modelo de fisuración cohesiva.*

### INTRODUCCIÓN

De acuerdo con la definición del ACI, las estructuras de hormigón masivo son aquellas en las que el volumen de hormigón involucrado es lo suficientemente grande como para tomar medidas que permitan hacer frente al calor generado por la hidratación del cemento y a los cambios volumétricos asociados [1,2]. Estos cambios volumétricos generan la aparición de tensiones de tracción, que si superan la resistencia del material pueden ocasionar fisuras que afectan la capacidad resistente de la estructura y su durabilidad, o simplemente su funcionamiento y estética. Por este motivo es importante poder predecir la evolución térmica del hormigón durante el proceso de hormigonado y los niveles de tensiones generados por dichas temperaturas para poder tomar medidas tendientes a evitar los problemas referidos.

Si bien se han propuesto distintos modelos que permiten predecir la historia térmica en las estructuras de hormigón y establecer el estado tensional asociado, estos consideran un comportamiento elástico lineal que no permite describir el proceso de iniciación y propagación de fisuras, lo cual impide establecer niveles de tolerancia al daño o entender el comportamiento de estructuras fisuradas por causas térmicas. Por ello, incorporar el fenómeno de la iniciación y propagación de fisuras en los problemas térmicos de las estructuras de hormigón es un aporte significativo tanto en el campo teórico como práctico.

En este trabajo se presentan los resultados correspondientes al estudio de la localización y evolución de fisuras de origen térmico, utilizando el Método de los Elementos Finitos Extendido (XFEM), basado en el método de los segmentos cohesivos, con asignación aleatoria de las propiedades del material a través de un código desarrollado en MATLAB, considerando para la resistencia a tracción del hormigón una distribución normal y una distribución de Weibull.

### ECUACIONES DE BALANCE TÉRMICO

Las observaciones experimentales indican que el flujo de calor es proporcional al gradiente térmico, siendo el factor de proporcionalidad la conductividad térmica del material, como se indica en la expresión siguiente [3]:

$$\vec{q} = -K \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (1)$$

en la que  $q$  es el vector de flujo de calor,  $K$  la matriz de conductividad y  $\frac{\partial \theta}{\partial x}$  el vector gradiente de temperaturas. la ecuación (2) representa la formulación diferencial, o fuerte, de la ecuación de balance térmico:

$$\rho \cdot \dot{U} = -\frac{\partial q}{\partial x} + r \quad (2)$$

en donde  $q$  es el flujo de calor a través de la superficie de control,  $r$  es el calor generado en el volumen de control,  $\dot{U}$  es la variación temporal de la energía interna y  $\rho$  es la densidad del material. Para integrar numéricamente la expresión (2) se la debe relajar multiplicando cada miembro por una temperatura variacional arbitraria  $\delta\theta$ . Además para integrar numéricamente las ecuaciones diferenciales que describen el fenómeno físico hay que discretizar espacial y temporalmente el problema, llegando a la expresión (3)

$$\frac{1}{\Delta t} \int_V N^N \cdot \rho \cdot (\dot{U}_{t+\Delta t} - \dot{U}_t) dV + \int_V \bar{\theta}_{t+\Delta t}^M \cdot \int_V k_{t+\Delta t}^M \cdot \frac{\partial N^M}{\partial x} \cdot \frac{\partial N^N}{\partial x} \cdot dV - \int_V N^N \cdot r_{t+\Delta t} \cdot dV - \int_S N^N \cdot q_{t+\Delta t} \cdot dS = 0 \quad (3)$$

Este es un sistema de ecuaciones no lineal que se resuelve a través del Método de Newton modificado. Una vez obtenido el campo de temperaturas nodales, se puede obtener el campo de deformaciones del sólido a partir del coeficiente de expansión térmica del material. Las deformaciones elásticas se obtienen por diferencia entre las deformaciones totales y las deformaciones de origen térmico. Conocido el campo de deformaciones, las tensiones se calculan por aplicación de la Ley de Hooke.

### MODELO NUMÉRICO

El Método de los Elementos Finitos Extendido (XFEM) fue presentado primeramente por Belitschko y Black [4]. Es una extensión del Método de los Elementos Finitos basado en el concepto de partición de la unidad introducido por Melenk y Babuska [5], que permite incorporar funciones locales de enriquecimiento que permiten capturar las singularidades en la punta de la fisura, y una función discontinua que representa el salto en el desplazamiento a través de la superficie de la fisura. Considerando lo anterior el vector desplazamiento,  $\mathbf{u}$ , queda definido de la siguiente manera [5]:

$$\mathbf{u} = \sum_{I=1}^N N_I(x) [\mathbf{u}_I + H(x) \mathbf{a}_I] + \sum_{\alpha=1}^4 F_{\alpha}(x) \mathbf{b}_I^{\alpha} \quad (4)$$

donde  $N_I(x)$  representa las funciones de forma,  $\mathbf{u}_I$  es el vector de desplazamientos nodales asociado con la parte continua de la solución de elementos finitos,  $\mathbf{a}_I$  es vector de grados de libertad nodales enriquecidos,  $H(x)$  es la función discontinuidad asociada a  $\mathbf{a}_I$  a través de la superficie de la fisura,  $\mathbf{b}_I^{\alpha}$  es el vector de grados de libertad nodales enriquecidos y  $F_{\alpha}(x)$  son las funciones elásticas de la punta de la fisura asociadas a  $\mathbf{b}_I^{\alpha}$ .

Una alternativa dentro del marco de XFEM está basada en el comportamiento cohesivo de tracción-separación. El código de elementos finitos ABAQUS V6.14 utiliza esta alternativa para simular la iniciación y propagación de fisuras a lo largo de un camino arbitrario dependiente de la solución en el cuerpo del material, ya que la propagación de la fisura no está atada a los límites del elemento determinados por la malla. Los nodos fantasma, superpuestos a los nodos reales originales, se introducen para representar la discontinuidad en los elementos fisurados [6], tal como se indica en la Fig. 1.

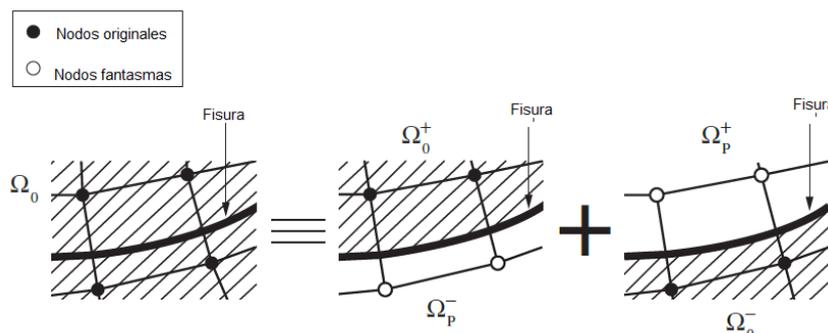


Figura 1. Principio del método de los nodos fantasma.

## CASOS ANALIZADOS

Se han analizado dos bases de hormigón de dimensiones 4mx2m y 8mx2m. El período de análisis es de 100 días, durante los cuales la única acción sobre la estructura es debida al calor de hidratación del cemento. Los fenómenos de transferencia de calor considerados incluyen convección entre la superficie de la base y el aire y conducción en la masa de hormigón. El modelo busca reproducir el fenómeno de fisuración a edad temprana en el hormigón utilizando XFEM basado en el método de los segmentos cohesivos, modelo que se encuentra implementado en el código de análisis por el MEF ABAQUS V6.14.

Para la resolución del problema se utilizó un modelo de análisis secuencialmente acoplado. Esto significa que el campo de tensiones depende del campo de temperaturas en el material, pero las temperaturas no dependen de las tensiones [3]. El modelo realizado es bidimensional. Se emplearon elementos lineales cuadriláteros de transferencia de calor de cuatro nodos (DC2D4) en el análisis térmico y elementos bilineales cuadriláteros de deformación plana e integración reducida de cuatro nodos (CPE4R) en el análisis mecánico. En la Tabla 1 se indican las propiedades térmicas y mecánicas del hormigón utilizado.

Tabla 1. Propiedades del hormigón

Propiedades	
Densidad	2.40E-06 kg/mm <sup>3</sup>
Conductividad	5.79E-07 kcal/mm.s.°C
Calor específico	2.30E-01 kcal/kg.°C
Coefficiente de convección hormigón-aire	1.6E-09 kcal/mm <sup>2</sup> .s.°C
contenido unitario de cemento	3.80E-07 kg/mm <sup>3</sup>
Resistencia media a la compresión a 28 días	38 MPa
Resistencia media a la tracción a 28 días	2.9 MPa
Módulo de elasticidad a 28 días	34000 MPa
Coefficiente de expansión térmica	1.19E-05 1/°C
Coefficiente de Poisson	2.00E-01 -
Peso e la unidad de volumen	2.40E-05 N/mm <sup>3</sup>
Apertura crítica	6.55E-02 mm

Como se explicó anteriormente el modelo mecánico empleado fue XFEM, basado en el método de los segmentos cohesivos. Este método requiere la definición de una curva de ablandamiento, que en el presente trabajo se adoptó de tipo lineal. Para definir la referida curva se necesitan: la resistencia a la tracción del material y la apertura crítica. En lo que respecta a la resistencia a tracción del hormigón se analizaron dos situaciones, en primer lugar se consideró que ésta varía según una ley de distribución normal como la indicada en la Fig. 2 (a), con una resistencia media de 2.9 MPa y una desviación estándar de 0.4 MPa. Por otro lado se consideró una distribución tipo Weibull, Fig. 2 (b), con parámetro de forma 18.81 y parámetro de escala 39.10 MPa

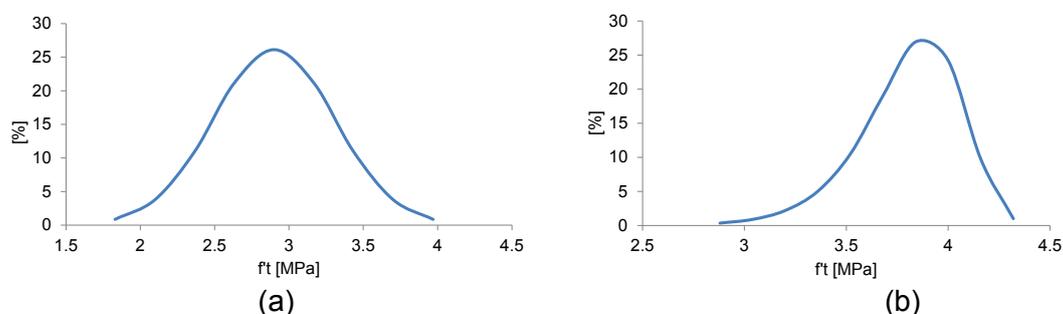


Figura 2. Resistencia a tracción del hormigón, (a) Distribución normal (b) Distribución de Weibull.

En el presente trabajo se consideraron las mencionadas distribuciones de resistencia a la tracción del material mediante el desarrollo de un algoritmo en MATLAB que permite asignar

aleatoriamente a distintas zonas de la estructura diferentes valores de la resistencia a tracción.

En la Fig. 3 se observa la discretización correspondiente a la base de 4mx2m en la que los distintos grupos de colores representan un valor de resistencia a tracción diferente.

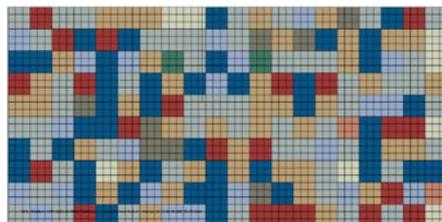


Figura 3. Asignación aleatoria del material en el elemento estructural.

Para cada uno de los casos analizados se consideraron cinco asignaciones aleatorias de resistencia a tracción, lo cual permite otorgarle un enfoque probabilístico al problema analizado. Con respecto a las condiciones de contorno en el modelo térmico se consideró intercambio de calor unidireccional entre la base de hormigón y el aire y condiciones adiabáticas en el resto de las caras. La temperatura ambiente se consideró igual 15° C, constante durante todo el análisis y la temperatura de colocación del hormigón se adoptó igual a 20° C.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En las Figs. 5 a 7 se muestran los patrones de fisuración obtenidos para cada uno de los arreglos propuestos con las distintas distribuciones de resistencia estudiadas. A su vez, en las Tablas 3 a 5 se presentan los parámetros analizados: longitud de la fisura, relación entre la longitud de la fisura y el canto, tiempo de aparición de la fisura y coordenadas de la punta de la fisura, medidas como se indica en la Fig. 4.

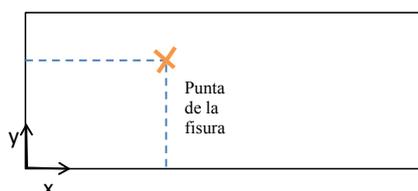


Figura 4. Coordenadas para la ubicación de la punta de la fisura.

A partir de la Fig. 5 y de la Tabla 3, puede concluirse que para las dos distribuciones la base se encuentra efectivamente fisurada, ya que la relación longitud de fisura/canto está en el orden del 40%, siendo la longitud de las fisuras y su posición similares. Las fisuras que discrepan con lo anterior son las correspondientes a los arreglos 1 para el caso de la distribución normal y 2 para el caso de la distribución de Weibull, lo que puede estar relacionado con el hecho que en esas zonas existan elementos de menor resistencia.

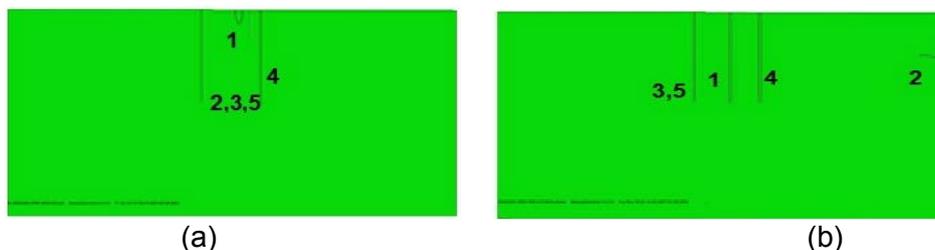


Figura 5. Patrones de fisuración en la base 4mx2m empotrada. El número de cada fisura corresponde al arreglo respectivo. (a) Distribución normal (b) Distribución de Weibull.

Con respecto al caso de las bases de 4mx2m, en la Fig. 6 se observa que todos los patrones de fisuración son verticales y se localizan en la zona inferior de la base para ambas distribuciones, a diferencia de lo que sucedía en el caso anterior.

Tabla 3. Parámetros analizados base 4mx2m empotrada.

Dimensiones de la base	Nº de arreglo	Coordenadas punta de la fisura				Longitud de fisura		Relación long fisura/Canto		Tiempo de aparición	
		[m]				[m]		[-]		[horas]	
		Normal		Weibull		Normal	Weibull	Normal	Weibull	Normal	Weibull
		x	y	x	y						
4X2	A1	2.00	1.73	2.00	1.13	0.27	0.87	13%	43%	18.00	17.01
	A2	1.73	1.13	3.73	1.60	0.87	0.27	43%	13%	16.78	4.06
	A3	1.73	1.13	1.73	1.13	0.87	0.87	43%	43%	16.01	14.02
	A4	2.20	1.13	2.20	1.13	0.87	0.87	43%	43%	18.04	18.04
	A5	1.73	1.13	1.73	1.20	0.87	0.80	43%	40%	16.78	15.54

Por otro lado, de acuerdo a lo indicado en la Tabla 4, la relación longitud de fisura/canto se encuentra en el orden del 20% para todos los casos, por lo que las bases están efectivamente fisuradas. Para ambas distribuciones las longitudes de fisuras obtenidas son iguales, pero la ubicación de la punta de la fisura discrepa para los arreglos 1 y 5.

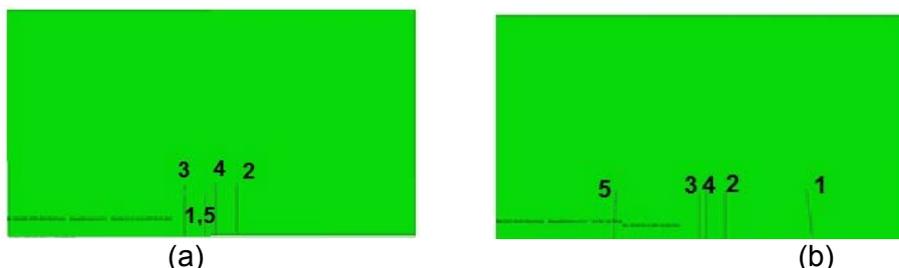


Figura 6. Patrones de fisuración en la base 4mx2m simplemente apoyada. El número de cada fisura corresponde al arreglo respectivo. (a) Distribución normal (b) Distribución de Weibull.

Tabla 4. Parámetros analizados base 4mx2m simplemente apoyada.

Dimensiones de la base	Nº de arreglo	Coordenadas punta de la fisura				Longitud de fisura		Relación long fisura/Canto		Tiempo de aparición	
		[m]				[m]		[-]		[horas]	
		Normal		Weibull		Normal	Weibull	Normal	Weibull	Normal	Weibull
		x	y	x	y						
4X2	A1	1.93	0.40	3.00	0.47	0.40	0.47	20%	23%	10.42	9.63
	A2	2.20	0.47	2.20	0.47	0.47	0.47	23%	23%	10.58	8.74
	A3	1.73	0.47	1.93	0.47	0.47	0.47	23%	23%	10.58	9.75
	A4	2.00	0.47	2.00	0.47	0.47	0.47	23%	23%	11.36	11.77
	A5	1.93	0.40	1.33	0.47	0.40	0.47	20%	23%	11.36	9.55

Finalmente, para el caso de las bases de 8mx2m empotradas, se observa en la Fig. 7 que los patrones de fisuración son similares para las dos distribuciones, al igual que la posición de la punta de la fisura, como se indica en la Tabla 5. La base se encuentra efectivamente fisurada, ya que la relación longitud de fisura/canto se encuentra en el orden del 30% para la mayoría de los casos y las longitudes de fisuras obtenidas son similares. El hecho de que la fisura correspondiente al arreglo 5 considerando distribución de Weibull sea horizontal puede estar relacionado con la presencia de una zona de baja resistencia en ese lugar.



Figura 7. Patrones de fisuración en la base 8mx2m empotrada. El número de cada fisura corresponde al arreglo respectivo. (a) Distribución normal (b) Distribución de Weibull.

En general, en todos los casos analizados, los patrones de fisuración obtenidos utilizando distribución normal y distribución de Weibull para la resistencia a la tracción son similares. Esto puede estar relacionado con que la diferencia entre la parte central de ambas distribuciones acumuladas es pequeña y difícil de detectar en histogramas experimentales. Sin embargo, para probabilidades extremadamente bajas, la diferencia entre el decaimiento exponencial de la distribución normal y la de Weibull, para la cual la cola sigue un decaimiento de acuerdo con una ley exponencial, es muy grande [7].

Esto es compatible con el hecho de que todos los casos analizados en este trabajo corresponden a tensiones de tracción cuya probabilidad de ocurrencia está ubicada en la parte central de las distribuciones.

Tabla 5. Parámetros analizados base 8mx2m empotrada.

Dimensiones de la base	Nº de arreglo	Coordenadas punta de la fisura				Longitud de fisura		Relación long fisura/Canto		Tiempo de aparición	
		[m]				[m]		[-]		[horas]	
		Normal		Weibull		Normal	Weibull	Normal	Weibull	Normal	Weibull
		x	y	x	y						
8X2	A1	6.87	1.33	1.40	1.40	0.67	0.60	33%	30%	14.78	14.39
	A2	1.07	1.33	6.73	1.73	0.67	0.87	33%	43%	15.50	14.42
	A3	0.93	1.33	0.93	1.33	0.67	0.67	33%	33%	14.28	12.43
	A4	6.87	1.33	1.07	1.33	0.67	0.67	33%	33%	14.78	15.50
	A5	1.20	1.40	1.07	1.33	0.60	0.67	30%	33%	16.06	15.50

## CONCLUSIONES

En el presente trabajo se incorporó exitosamente, a través de un código desarrollado en MATLAB, la resistencia a tracción del material según su distribución de probabilidad en un modelo XFEM basado en el método de los segmentos cohesivos para analizar patrones de fisuración. A su vez se utilizaron dos tipos de distribuciones diferentes, una distribución normal de probabilidades y una distribución de Weibull, para evaluar comparativamente los resultados obtenidos.

Los patrones obtenidos con ambas distribuciones son similares, lo cual se relaciona con el hecho de que las probabilidades consideradas se encuentran en la parte central de las curvas de distribución, y para estos valores ambas funciones se comportan de manera similar.

La incorporación al modelo de la resistencia a tracción según su distribución de probabilidad representa la implementación de una herramienta muy poderosa que permite introducir el análisis probabilístico en un análisis numérico.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] ACI 116R-78, Cement and Concrete Terminology, Reported by ACI Committee 116, p. 27, 1978.
- [2] ACI 224R-01, Control of Cracking in Concrete Structures, Reported by ACI Committee 224, p. 28, 2001.
- [3] ABAQUS, Heat Transfer Theory Appendix I, Dassault Systems Simulia Corp., 2006.
- [4] Belytschko T., and T. Black, Elastic Crack Growth in Finite Elements with Minimal Remeshing, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 45, pp. 601–620, 1999.
- [5] Melenk, J., and I. Babuska, The Partition of Unity Finite Element Method: Basic Theory and Applications, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 39, pp. 289–314, 1996.

- [6] ABAQUS, ABAQUS Analysis User's Manual Version 6.14, Dassault Systems Simulia Corp., Vol 2, pp 805-806, 2014.
- [7] Bazant Z., Pang S., Vorechovsky M. and Novák D., Energetic-statistical size effect simulated by SFEM with stratified sampling and crack band model. International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol 71, pp 1297-1320, 2007.