

*Universidad Nacional de Rosario*

*Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura*

*Tesis Doctoral*

*Modelado del Geoide con GPS y Gravimetría.  
Caracterización de la Estructura Geológica  
de Tandil.*

*Daniel Del Cogliano*

*Director: Dr. Antonio Introcaso*

*Febrero de 2006*

*A mis amores, Adri, Naty, Manu y July*

## *Agradecimientos*

*Parte de las hipótesis y conclusiones expresadas aquí son el resultado de un fructífero intercambio con colegas de diferentes instituciones del país y el exterior, cuyas especialidades pueden resumirse en las tres que convergen en este trabajo: geodesia, geofísica y geología.*

*Mi especial consideración para ellos y todos aquellos que de diferentes maneras colaboraron en la realización de esta Tesis.*

*Deseo agradecer muy particularmente,*

*-al Dr. Antonio Introcaso (UNR<sup>1</sup>), que como director definió desde el principio los principales objetivos de esta Tesis, marcó en todo momento el camino a seguir y generó las condiciones para que la misma se desarrolle en un marco de discusión enriquecedora. Como no mencionar su comprensión y paciencia ante cada inconveniente que se presentó y la rápida respuesta ante cada requerimiento.*

*-al Dr. Luis Dalla Salda (UNLP<sup>2</sup>), por acercarme su sabiduría y la visión geológica sobre los problemas abordados en este trabajo. La interpretación de los resultados obtenidos en relación a los modelos geológicos de formación de Tandilia, no hubiera sido posible sin su aporte.*

*-a los Profesores Dr. Victor Ramos (UBA<sup>3</sup>) y Dr. Walter Mooney (USGS<sup>4</sup>-EEUU), por su desinteresada contribución y por atender con tanta consideración mis consultas.*

*-al Dr. José Kostadinoff (UNS<sup>5</sup>) y al Instituto Geográfico Militar (IGM), por el aporte de los datos gravimétricos.*

*-a la Lic. Carolina Crovetto (UNR) y a la Dra. Beatriz Introcaso (UNR), por su apoyo, en particular durante cada una de mis visitas a Rosario.*

*-al Lic. Luciano Mendoza (UNLP), por su excelente predisposición y apoyo permanente.*

*-al Lic. Raúl Perdomo (UNLP), quien impulsó la realización de esta Tesis conciente de la importancia de avanzar en la interpretación de los resultados geodésicos en relación con los problemas corticales. Gracias, por el afecto e incondicional apoyo de siempre.*

*- a mi esposa e hijos, por su amor y comprensión.*

---

<sup>1</sup> UNR: Universidad Nacional de Rosario

<sup>2</sup> UNLP: Universidad Nacional de La Plata

<sup>3</sup> UBA: Universidad de Buenos Aires

<sup>4</sup> USGS: U.S. Geological Survey

<sup>5</sup> UNS: Universidad Nacional del Sur

## **Resumen**

*La superficie del geoide sobre las Sierras de Tandil, fue analizada y utilizada como indicador de las características corticales de esa estructura geológica.*

*El conocimiento preciso del geoide es uno de los requerimientos básicos de esta metodología.*

*Por ese motivo fue necesario obtener un modelo local de alta precisión a partir de la aplicación del método de las Fuentes Equivalentes. Esta metodología demostró ser apta para la integración de las ondulaciones del geoide en puntos altimétricos GPS<sup>1</sup> y la gravedad en puntos intermedios.*

*El nuevo modelo de geoide para Tandilia (ESS1175<sup>2</sup>) obtenido en este trabajo, representó una sensible mejora con respecto al modelo basado únicamente en las ondulaciones GPS (FCAG98<sup>3</sup>).*

*La Red Geodésica de la Provincia de Buenos Aires (GEOBA98) y su densificación, con puntos altimétricos GPS sobre todo el territorio provincial, representó la información de referencia que permitió generar el nuevo modelo y evaluar su precisión externa.*

*La comparación del geoide observado con un modelo isostáticamente compensado fue posible gracias a dos nuevas y refinadas herramientas: el modelo de elevaciones SRTM90<sup>4</sup> y el modelo geopotencial EIGEN-CG01C (Reigber et al., 2004). Ambos son mejoras de versiones anteriores. En particular el modelo geopotencial EIGEN-CG01C asegura precisión centimétrica en longitudes de onda mayores a 400 km.*

*De esta manera fue posible filtrar el geoide observado y aislar las señales vinculadas a la estructura estudiada. Este geoide residual fue comparado con el obtenido a partir de un modelo isostáticamente balanceado. El análisis incluyó las Cuencas de Claromecó (Introcaso y Ruiz, 2005) y del Salado (Introcaso et al., 2002), que tienen un efecto neto sobre la ondulación residual de Tandilia.*

*A partir de un conjunto de consideraciones geológicas, geofísicas y geodésicas la corteza normal se caracterizó a través de un espesor de 42 km y densidad 2.84 gr/cm<sup>3</sup>, sobre un manto de densidad 3.24 gr/cm<sup>3</sup>.*

*Los desvíos sistemáticos del modelo isostáticamente balanceado fueron atribuidos a la presencia de anomalías de densidad en torno de las Sierras.*

---

<sup>1</sup> GPS: Global Positioning System

<sup>2</sup> ESS: Equivalent Sources Solution

<sup>3</sup> FCAG: Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

<sup>4</sup> SRTM: Shuttle Radar Topography Mission

*La estructura anómala propuesta se desarrolla a la manera de una cuña tectónica oceánico-mantélica, paralela al cordón principal de las Sierras en dirección NW-SE y al Este de las mismas. El ancho oscila entre 20 km y 50 km, con una profundidad de 15 km y densidad 2.96 gr/cm<sup>3</sup>.*

*Esta estructura podría guardar relación con la sutura entre los terrenos de Buenos Aires y Tandilia (1770 Ma) en el marco del modelo colisional de Ramos (1999). Los resultados gravimétricos no permiten confirmar esta asociación aunque no la descartan.*

## **INDICE**

<b>1. Introducción y Objetivos</b>	<b>8</b>
1.1 Introducción	8
1.2 Objetivos	8
<b>2. Elementos Geodésicos</b>	<b>10</b>
2.1 Introducción	10
2.2 El Potencial Terrestre	10
2.3 Propiedades del Potencial Gravitacional	12
2.4 Potencial de Gravedad o Gravífico	14
2.5 Las Superficies de Nivel	17
2.6 El Geoide	18
2.7 Sistemas de Alturas	20
2.8 Geoide y Cuasi-Geoide	24
2.9 Anomalías de Aire Libre	25
2.10 Modelos Geopotenciales	26
<b>3. El Método Geométrico – GPS</b>	<b>29</b>
3.1 Principios y conceptos	29
3.2 La ondulación del Geoide observada con GPS	31
3.3 La referencia vertical en Buenos Aires	35
3.4 La Red Geodésica de la Pcia. de Buenos Aires	36
3.5 El Modelo de Geoide FCAG98	39
3.6 Las Superficies de Agua en el Método Geométrico	43
<b>4. Método de las Fuentes Equivalentes</b>	<b>47</b>
4.1 Introducción	47
4.2 Principios	47
4.3 Las Fuentes Equivalentes	48

4.4 Geoide y cuasi-geoide en Tandilia	51
4.5 Los datos	52
4.5.1 Las ondulaciones del geoide	52
4.5.2 Anomalías Gravimétricas	52
4.6 Ajuste de los puntos masa – Resultados	54
4.7 Influencia del MDE	62
4.8 Análisis de los modelos EGM96 y EIGEN-CG01C	63
4.9 Conclusiones de esta sección	65
<b>5. Análisis Isostático</b>	<b>67</b>
5.1 Ondulación Isostática	67
5.2 Ondulaciones del Geoide en Tandil	70
5.3 Anomalías Gravimétricas	74
5.4 Las anomalías de Aire Libre	77
<b>6. Análisis de la estructura geológica</b>	<b>83</b>
6.1 Introducción	83
6.2 El modelo cortical	87
6.2.1 La corteza normal	87
6.2.2 La estructura anómala	88
6.3 Análisis de las observaciones	89
6.4 Anomalía de densidad y el modelo geológico	90
6.5 Ajuste de las observaciones	94
<b>7. Conclusiones</b>	<b>96</b>
7.1. Modelado del Geoide con GPS y Gravimetría	96
7.2. Caracterización de la Estructura Geológica de Tandil	97
<b>Referencias citadas en el texto</b>	<b>99</b>

# **1. Introducción y Objetivos**

## 1.1 Introducción

*Tradicionalmente los geofísicos han tratado de determinar las características geológicas de la corteza terrestre y de la litósfera empleando diversos métodos como el gravimétrico, el sismológico (sismos naturales y sismos provocados), el magnetométrico y magnetotélúrico, y otros que involucran estudios térmicos.*

*En particular, con la gravimetría se han realizado frecuentemente estudios a partir de inversiones utilizando anomalías de Bouguer. También a partir de anomalías Isostáticas en distintos sistemas (modelos) y en menor medida se han utilizado anomalías de Aire Libre, por ejemplo, empleando expresiones de recurrencia: AL vs Altitudes.*

*Desde el advenimiento de los satélites artificiales hasta el presente la Geodesia se ha enriquecido con el aporte de observaciones vinculadas a las órbitas satelitales y sus perturbaciones, la altimetría del mar, la gravedad y el gradiente de gravedad en el espacio. La consecuencia es el mejor conocimiento del campo gravitatorio terrestre a nivel global. Sumadas las observaciones de gravedad en el mar y en los continentes, surge la posibilidad de disponer de un modelo del geoide apropiado para la representación de grandes estructuras, pero insuficiente para definir claramente entidades geológicas pequeñas como Tandilia.*

*El método de las Fuentes Equivalentes que será aplicado en este trabajo, permite integrar información de la ondulación del geoide y la gravedad para el cálculo de un geoide local de alta resolución y precisión centimétrica.*

*Una parte del geoide será utilizada como señal de la corteza local, que puede ser eventualmente caracterizada.*

*Esta metodología nunca fue aplicada en pequeñas formaciones como Tandilia.*

*En esta Tesis se aborda ese problema, y se propone investigar el alcance de la metodología para la detección de estructuras anómalas a partir de un tratamiento riguroso del geoide.*

## 1.2 Objetivos

*Se trata de optimizar el cálculo del geoide y explorar las posibilidades que ofrece el análisis de las deformaciones del mismo, como herramienta para el estudio de pequeñas estructuras geológicas.*

*Los modelos geopotenciales como el EGM96 (Lemoine et al., 1998) y el más reciente EIGEN-CG01C (Reigber et al., 2004) no tienen suficiente poder resolutivo ni precisión para nuestro propósito.*

*El modelo de geoide de la provincia de Buenos Aires (Perdomo y Del Cogliano, 1999) calculado con GPS gana en detalle con respecto a los modelos geopotenciales, pero tampoco garantiza las precisiones requeridas.*

*Con el objetivo de conseguir la representación del geoide a nivel centimétrico sobre las Sierras, será aplicado el método de las Fuentes Equivalentes.*

*En este caso se utilizarán observaciones de gravedad y de la ondulación del geoide.*

*En estas condiciones es posible encarar, como objetivo fundamental, el estudio de las características corticales de una pequeña estructura geológica como Tandilia.*

*Esto será posible a partir del análisis de un geoide residual que contenga únicamente la señal de la corteza local.*

*Finalmente, se intentarán interpretar los resultados en el marco geológico de la formación de Tandilia.*

*A modo de síntesis, los objetivos de esta Tesis son:*

*1-calcular un geoide de precisión centimétrica en la región de Tandilia, a partir del método de las Fuentes Equivalentes, utilizando gravimetría y ondulaciones del geoide.*

*2-analizar la relación del geoide obtenido con las estructuras geológicas próximas y procurar inferir información cortical (espesores corticales).*

*3-interpretar los resultados obtenidos en el contexto geológico de Tandilia y el cratón del Río de La Plata*

## **2. Elementos Geodésicos**

### 2.1 Introducción

*El conocimiento del campo de gravedad terrestre es de fundamental importancia para la Geodesia, debido a que prácticamente todas las observaciones geodésicas están vinculadas al mismo. En consecuencia, el potencial terrestre necesariamente deberá ser parte del modelo de estas observaciones.*

*Las nuevas misiones de satélites artificiales requieren un conocimiento cada vez más afinado del potencial gravitatorio para poder resolver su órbita en forma precisa y por otra parte, aportan información fundamental del mismo a través de diversas estrategias e instrumentos.*

*No obstante, la mayor demanda proviene de los sistemas de posicionamiento satelitario (GPS, GLONNAS, Galileo) que son capaces de proveer coordenadas horizontales y alturas con precisión centimétrica. Pero la coordenada vertical está referida a una superficie matemática (el elipsoide) y en consecuencia los desniveles calculados no tendrán la significación física requerida por la ingeniería.*

*El conocimiento del campo gravitatorio terrestre permite transformar estas alturas y referirlas a una superficie de nivel, que en general es el geoide.*

*El “geoide” es uno de los elementos más relevantes en el presente trabajo, como representación de la figura de nuestro planeta y como herramienta para inferir datos de las características corticales. Es la superficie que buscaremos calcular y a través de la que intentaremos realizar interpretaciones de la estructura de la corteza terrestre.*

*Pero el “geoide” es una “superficie equipotencial” particular del campo de gravedad, que ya nos ocuparemos de definir más precisamente.*

*El estudio de las superficies equipotenciales de nuestro planeta, implica aspectos teóricos del potencial terrestre suficientemente desarrollados en textos de la especialidad (Heiskanen-Moritz, 1967; Moritz, 1980; Torge, 2001; entre otros). No obstante, por tratarse de un tema central en esta Tesis, nos ocuparemos de plantear aquellos elementos considerados más relevantes y sobre los cuales volveremos en varias oportunidades en los sucesivos capítulos.*

### 2.2 El Potencial Terrestre

*De acuerdo a la ley de la gravitación de Newton, dos masas puntuales parecen atraerse entre sí con una fuerza:*

$$\mathbf{F} = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{l^2} \cdot \frac{l}{l} \quad (2.1)$$

$G$  : Constante de gravitación universal ( $6.673 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ Kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ )  
 $l$  : Módulo de la distancia entre las masas  $m_1$  y  $m_2$

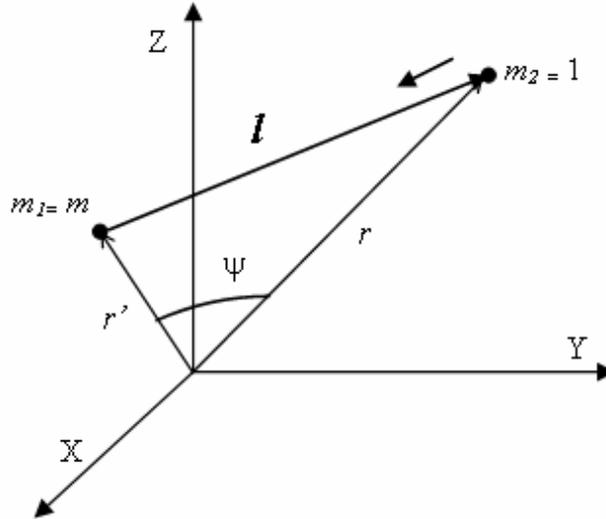


Fig. 2.1 Elementos de masa. Sistema de Referencia.

Si consideramos una masa puntual unitaria en  $m_2$ ,

$$\mathbf{F} = -G \cdot \frac{m}{l^2} \cdot \frac{\mathbf{l}}{l} = \mathbf{a} \quad (2.2)$$

En función de las distancias geocéntricas  $r$  y  $r'$ :

$$\mathbf{l} = \mathbf{r} - \mathbf{r}' \quad l = |\mathbf{l}| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2} \quad (2.3)$$

Subdividiendo a la Tierra de masa  $M$  en un conjunto de masas elementales  $dm$ :

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}) = -G \cdot \iiint_{\text{Tierra}} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dm \quad (2.4)$$

Nótese que la aceleración no depende del sistema de referencia seleccionado, puesto que únicamente es función de las masas y la distancia entre ambas.

Es conveniente representar el campo de la acción gravitatoria a través de una magnitud escalar. Por lo dicho anteriormente, este campo gravitacional será invariante a las rotaciones, luego el rotor de la aceleración será nulo.

Se trata entonces de un campo conservativo que puede representarse a través de una cantidad escalar que llamamos "potencial"  $V$ .

$$\mathbf{a} = \text{grad } V \quad (2.5)$$

Para una masa puntual:

$$V = \frac{G.M}{l} \quad \text{con} \quad \lim_{r \rightarrow \infty} V = 0 \quad (2.6)$$

Para todo el planeta,

$$V(\mathbf{r}) = G \iiint_{\text{Tierra}} \frac{dm}{l} \quad (2.7)$$

Escribiendo la masa en función de la densidad volumétrica,  $dm = \rho dv$ , se tiene:

$$V(\mathbf{r}) = G \cdot \iiint_{\text{Tierra}} \frac{\rho}{l} dv \quad \lim_{r \rightarrow \infty} V = 0 \quad (2.8)$$

En estos términos el potencial en el punto  $P$  está indicando el trabajo que debe realizar la fuerza gravitatoria para mover una masa puntual desde el infinito hasta  $P$ . El mayor inconveniente de esta fórmula es el desconocimiento de la función de densidad en toda la Tierra, que impide evaluar el potencial en función de la posición. En consecuencia, para evaluar el potencial gravitacional, será necesario recurrir a mediciones vinculadas al campo en el exterior del planeta. Usualmente la cantidad  $1/l$  del integrando de (2.7) se desarrolla en armónicos esféricos.

### 2.3 Propiedades del Potencial Gravitacional

Analizaremos aquí las propiedades más salientes del potencial gravitacional y de sus derivadas primera y segunda.

A partir de la ecuación (2.8), la primera derivada en el punto  $P$  es:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = V_x = -G \iiint_{\text{Tierra}} \frac{x - x'}{l^3} \cdot dm \quad (2.9)$$

y las otras componentes. Cada una es la componente de la aceleración de la gravedad (grad  $V$ ).

La segunda derivada de (2.8) es:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = V_{xx} = -G \cdot \iiint_{\text{Tierra}} \frac{dm}{l^3} + 3G \cdot \iiint_{\text{Tierra}} \frac{(x - x')^2}{l^5} dm \quad (2.10)$$

y las otras componentes.

Ahora debemos distinguir dos casos: cuando el punto atraído  $P$  está en el exterior de la Tierra y cuando se encuentra en su interior.

En este análisis despreciaremos el efecto de la masa atmosférica (aprox.  $10^{-6}$  de la masa total).

Si el punto  $P$  está en el exterior de la superficie terrestre  $S$ , entonces la distancia  $l$  siempre será mayor que cero y (2.8), (2.9) y (2.10) serán valores definidos y se tratará de funciones continuas que se anulan en el infinito.

Aplicando el operador Laplaciano a  $V$  ( $\text{div grad } V$ ) en el sistema de referencia  $XYZ$ :

$$\Delta V = V_{xx} + V_{yy} + V_{zz} \quad (2.11)$$

Reemplazando la ecuación (2.10) en esta última, se obtiene:

$$\Delta V = 0 \quad \text{Ecuación de Laplace} \quad (2.12)$$

Esta es la conocida ecuación diferencial de segundo orden de Laplace, válida para el potencial exterior de la Tierra.

Aquellas funciones continuas con primera y segunda derivada también continuas, que satisfacen la Ecuación de Laplace (2.12) son denominadas “funciones armónicas”.

Luego, el potencial gravitacional terrestre en el exterior de la Tierra es una función armónica.

El otro caso por analizar es cuando el punto atraído  $P$  se ubica en el interior de  $S$ . Entonces  $l$  puede tomar el valor cero y podrían ocurrir indeterminaciones con  $1/l$ .

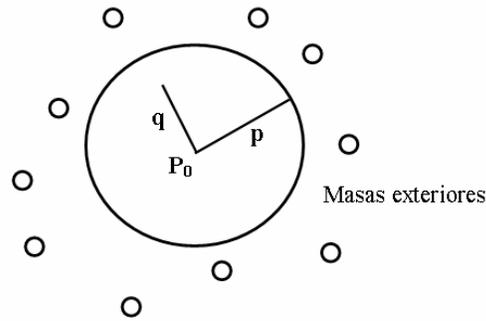
El potencial en el punto  $P$  será el resultado de la contribución de las masas interiores y exteriores. A partir de un modelo de Tierra esférica con una distribución de densidad radial:

$$V = G \cdot \iiint_{\text{Tierra}} \frac{dm}{l} + 2\pi G\rho \cdot \left( p^2 - \frac{q^2}{3} \right) \quad (2.13)$$

Para  $q \rightarrow 0$  y  $p \rightarrow 0$  coincide con la expresión (2.8) del potencial exterior. La primera derivada es:

$$V_x = -G \cdot \iiint_{\text{Tierra}} \frac{x - x'}{l^3} dm - \frac{4}{3} \pi G\rho \cdot (x - x_0) \quad (2.14)$$

y las demás componentes.



**Fig. 2.2** Potencial en el interior de la Tierra

Cuando  $q \rightarrow 0$   $x-x_0$ ;  $y-y_0$ ;  $z-z_0 \rightarrow 0$ . Entonces  $V_x$  coincide con la expresión (2.9) correspondiente al potencial en el exterior de las masas.

La derivada segunda:

$$V_{xx} = -G \cdot \iiint_{\text{Tierra}} \frac{1}{l^3} dm - 3G \iiint_{\text{Tierra}} \frac{(x-x')^2}{l^5} dm - \frac{4}{3} \pi G \rho \quad (2.15)$$

y sus otras componentes. Cuando  $q \rightarrow 0$ ,

$$V_{xx} = -\frac{4}{3} \pi G \rho \quad (2.16)$$

y las otras componentes.

De esta manera queda probado que el potencial gravitatorio y sus derivadas primera y segunda son finitas y continuas también en el interior de la Tierra.

Si ahora utilizamos la derivada segunda (2.15) en el Laplaciano (2.11):

$$\Delta V = -4\pi \cdot G \cdot \rho \quad \text{Ecuación de Poisson} \quad (2.17)$$

En consecuencia, el potencial gravitatorio en el interior de la Tierra no es una función armónica.

#### 2.4 Potencial de Gravedad o Gravífico

La aceleración de la gravedad es el resultado de la atracción gravitatoria (**a**) más la aceleración centrífuga (**c**) debida a la rotación terrestre.

$$\mathbf{g} = \mathbf{a} + \mathbf{c} \quad (2.18)$$

El módulo de **g** es la intensidad de gravedad o simplemente la "gravedad". La dirección de **g** es la "vertical del lugar".

Cada uno de los vectores de la expresión (2.18) puede escribirse como el gradiente del correspondiente potencial:

$$\mathbf{g} = \text{grad } W \quad \mathbf{a} = \text{grad } V \quad \mathbf{c} = \text{grad } Z \quad (2.19)$$

El potencial centrífugo  $Z$  está relacionado con la aceleración centrífuga ( $\mathbf{c}$ ) que experimentan los cuerpos sobre la superficie de la Tierra como consecuencia de la rotación diurna.

La aceleración centrífuga puede escribirse:

$$\mathbf{c} = (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \times \boldsymbol{\omega} = \omega^2 \mathbf{p} \quad |\mathbf{c}| = c = \omega^2 \cdot r \cdot \cos\varphi \quad (2.20)$$

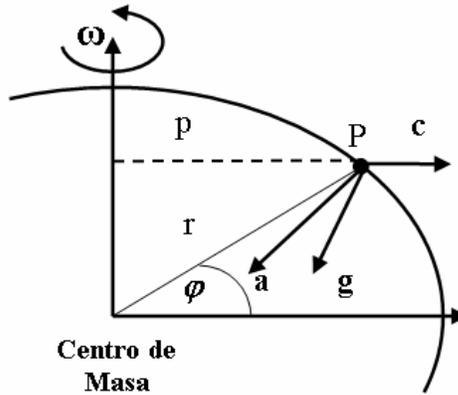


Fig. 2.3 Potencial Centrífugo

La aceleración centrífuga es máxima en el Ecuador con un valor de  $0.03 \text{ m/s}^2$ , que representa un 0.3 % de la acción gravitatoria ( $9.8 \text{ m/s}^2$ ).

Se define el Potencial Centrífugo como:

$$Z(r) = \frac{\omega^2}{2} (r \cos\varphi)^2 \quad \lim_{p \rightarrow 0} Z = 0 \quad (2.21)$$

El Laplaciano de  $Z$  es:

$$\Delta Z = 2\omega^2 \quad (2.22)$$

Luego  $Z$  no es una función armónica.

Finalmente, el Potencial Gravífico será:

$$W = V + Z = G \iiint_{\text{Tierra}} \frac{\rho}{r} dv + \frac{\omega^2}{2} p^2 \quad (2.23)$$

donde  $p = r \cdot \cos\phi$ .

En el sistema Geocéntrico  $(X, Y, Z, O)$ , la aceleración  $\mathbf{g}$  puede escribirse en función de las coordenadas naturales ó astronómicas, latitud y longitud ( $\Phi$  y  $\Lambda$ ), que definen la dirección de la vertical del lugar.

$$\mathbf{g} = -g \mathbf{n} = -g \cdot \begin{pmatrix} \cos\Phi \cdot \cos\Lambda \\ \cos\Phi \cdot \sin\Lambda \\ \sin\Phi \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

$$\mathbf{g}^T = (\text{grad}W)^T = (W_X, W_Y, W_Z) \quad (2.25)$$

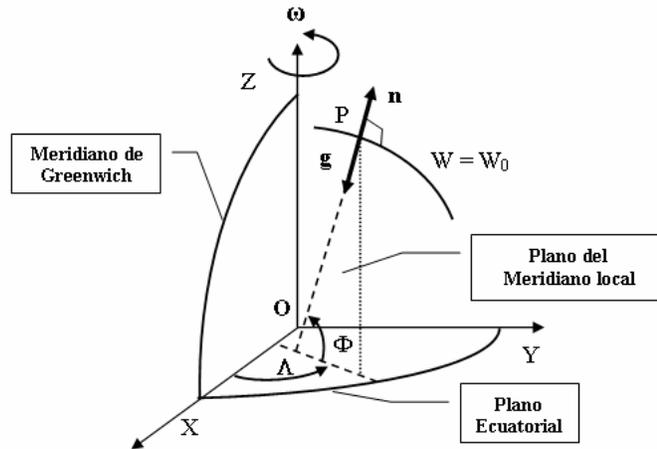


Fig. 2.4 Vertical del lugar

La generalización de la ecuación de Poisson se obtiene aplicando el operador Laplaciano en (2.23):

$$\Delta W = \Delta(V + Z) = \Delta V + \Delta Z \quad (2.26)$$

$$\Delta W = -4\pi \cdot G \cdot \rho + 2\omega^2 \quad (2.27)$$

En el espacio exterior, donde  $\rho = 0$ , será:

$$\Delta W = 2\omega^2 = \Delta Z \quad (2.28)$$

Regresando a la expresión (2.19), notamos que la intensidad de la gravedad “g” será variable debido a que ambos términos, gravitatorio y centrífugo, son variables.

Debido al aplanamiento en los polos, la acción gravitatoria “a” decrece desde los polos hacia el Ecuador por un efecto de distancia. La aceleración centrífuga es en cambio máxima en el Ecuador y disminuye hasta anularse en los polos.

En consecuencia, la aceleración centrífuga reduce la aceleración gravitatoria desde un valor máximo en el Ecuador hasta no afectarla en los polos. Los valores entre los que oscila la aceleración “g” son:  $9.78 \text{ m/s}^2$  en el Ecuador y  $9.83 \text{ m/s}^2$  sobre los polos.

## 2.5 Las Superficies de Nivel

Las superficies de nivel y la vertical del lugar son la natural representación del campo de la gravedad.

La superficie equipotencial o superficie de nivel queda definida así:

$$W = W(r) = \text{constante} \quad (2.29)$$

Si realizamos un desplazamiento infinitesimal  $ds$ , en función de (2.25) la diferencia entre las superficies de nivel será:

$$dW = \mathbf{g} \cdot d\mathbf{s} = g \cdot ds \cdot \cos(\mathbf{g} \cdot d\mathbf{s}) \quad (2.30)$$

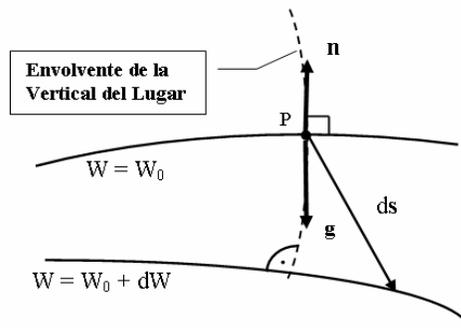


Fig. 2.5 Superficies de Nivel

Es decir, la derivada de  $W$  en una determinada dirección es igual a la componente de la gravedad en esa dirección.

Por otra parte, como únicamente interviene la componente de  $ds$  sobre la vertical (línea de la plomada), se infiere que  $dW$  es independiente del camino seguido.

Luego no es necesario realizar un trabajo para desplazarse sobre una superficie de nivel,  $W = \text{cte}$ . Se trata entonces de una superficie de equilibrio.

Este es un resultado muy importante. Por ejemplo, si nos movemos sobre una superficie equipotencial

$$dW = 0 \quad \text{y} \quad \cos(\mathbf{g} \cdot d\mathbf{s}) = \cos(\pi/2) = 0 \quad (2.31)$$

*Se infiere que la gravedad  $g$  es normal a la superficie equipotencial  $W$ .*

*Si  $ds$  se dirige hacia arriba en la dirección de la normal  $\mathbf{n}$ ,*

$$dW = -g \cdot dn \quad (2.32)$$

*Esta relación entre la diferencia de potencial  $dW$  y la diferencia de altura  $dn$ , es la que permite obtener una diferencia de potencial a partir de la medición de gravedad y desniveles.*

*Una consecuencia de esta relación es que las superficies equipotenciales no se mantendrán paralelas entre sí. Ya mencionamos que la gravedad es variable sobre el planeta. Si nos desplazamos sobre una superficie de nivel de mayores a menores valores de gravedad, la distancia geométrica entre las superficie de nivel irá aumentando. Eso es lo que ocurre entre cada uno de los polos y el Ecuador.*

*Por este motivo, la vertical del lugar entre las sucesivas líneas de nivel genera una curva en el espacio (Fig. 2.5).*

## 2.6 El Geoide

*La superficie de la Tierra puede ser representada de diferentes maneras. El límite de la superficie física o sólida de nuestro planeta es bastante irregular, y no puede ser representada fácilmente en forma matemática.*

*La misma será aproximada a partir de las coordenadas geodésicas de un conjunto más o menos denso de puntos bien distribuidos sobre buena parte de los continentes y datos del lecho marino. Actualmente, los modelos digitales de elevaciones (MDE) derivados de observaciones satelitales sirven para interpolar entre los puntos de coordenadas conocidas.*

*Mucho más conveniente es representar la superficie media de los océanos que cubre cerca del 70 % del planeta. Despreciando los efectos no gravitatorios, esa superficie coincidirá con una superficie equipotencial.*

*Extendiendo la misma por debajo de los continentes, queda definida la “superficie matemática de la Tierra” conocida con el nombre de “geoide”.*

*El geoide fue introducido originalmente por C. F. Gauss como un modelo refinado de la figura de la Tierra. Lo definió como la superficie equipotencial del campo de gravedad terrestre que coincide con el nivel medio de los océanos.*

Matemáticamente,

$$W = W(r) = W_0 \quad (2.33)$$

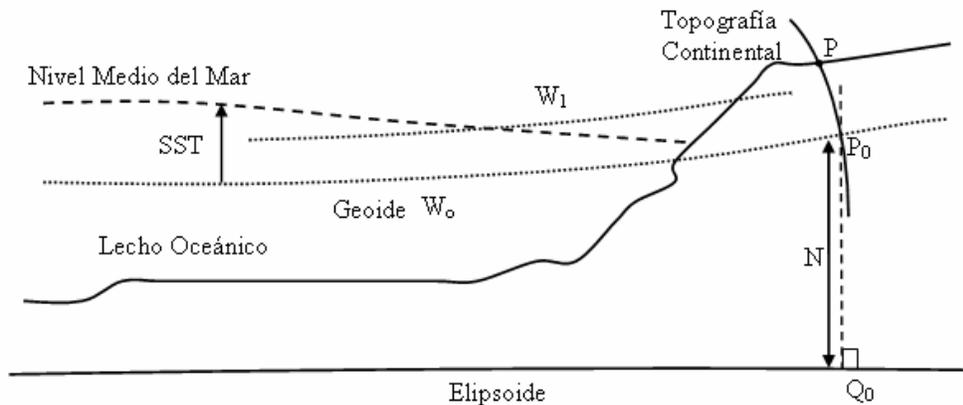
De acuerdo a la ecuación de Laplace (2.12), el potencial será una función armónica y por lo tanto continua en el exterior de la Tierra. Sin embargo, de acuerdo a su definición, el geode se extiende un 30 % en el interior de la Tierra, donde gobierna la ecuación de Poisson (2.17).

La superficie del geode sufrirá alteraciones en su curvatura toda vez que se tropiece con discontinuidades de densidad más o menos importantes. No obstante, puede ser representada muy aceptablemente a través de desarrollos en armónicos esféricos (Torge, 2001).

En estas condiciones, el geode es una superficie muy aproximada de la Figura de la Tierra, matemáticamente representable y físicamente significativa.

Pero hoy sabemos que debido a las corrientes oceánicas y efectos cuasi estacionarios, el nivel medio del mar no coincide con una superficie equipotencial del campo de gravedad. Además el nivel medio del mar también es variable en largos períodos de tiempo.

La desviación del nivel medio del mar con referencia al geode (Fig. 2.6) lleva el nombre Topografía de la Superficie del Mar (SST – Sea Surface Topography), y alcanza valores de  $\pm 1$  m (Lisitzin, 1974).



**Fig. 2.6** SST: Sea Surface Topography  
N: ondulación del Geode

Evidentemente es necesario incorporar estos conceptos a la definición del geode.

*Aplicando una condición de mínimo apartamiento con respecto al nivel medio de los océanos, el geoide puede definirse como la superficie equipotencial que mejor ajusta a al nivel medio del mar de una determinada época (Mather, 1978; Rapp, 1995).*

*La magnitud geométrica que define su altura con respecto a un elipsoide de referencia es la “ondulación del geoide”  $N$ , que se mide a lo largo de la normal al elipsoide.*

*En consecuencia, las coordenadas geodésicas de un punto  $P_0$  sobre el geoide serán, la latitud y longitud geodésicas del punto  $Q_0$  (Fig. 2.6) y la ondulación del geoide:  $\varphi$ ,  $\lambda$ ,  $N$ .*

*Un aspecto relativamente sutil es el tratamiento de los efectos de las mareas permanentes en el cálculo y definición del geoide.*

*El “geoide medio” (“mean geoid or mean-tide”) incluye los efectos directos e indirectos debidos a la deformación de la corteza por mareas permanentes. Es el más requerido para estudios oceanográficos.*

*En el “geoide sin marea” (“non-tidal geoid or tide-free”), estos efectos han sido eliminados. Parece el más conveniente para la Geodesia, que en los problemas de borde requiere un geoide sin masas en el exterior.*

*Pero el efecto indirecto debido a la deformación de la Tierra, provocada por la marea permanente, no es bien conocida. Por eso en Geodesia es conveniente utilizar el “geoide-cero” (“zero-geoid or zero-tide”). En este, han sido eliminados únicamente los efectos directos de la atracción.*

*En la zona de Tandilia las diferencias en la ondulación del geoide que arrojan las diferentes definiciones del geoide son del orden de 1 cm.*

## 2.7 Sistemas de Alturas

*De la expresión (2.32) queda clara la necesidad de acompañar la medición de desniveles “ $dn$ ” (nivelación) con observaciones de gravedad “ $g$ ”.*

*La ecuación integral que relaciona la diferencia de potencial entre dos puntos con la nivelación realizada, será:*

$$W_0 - W_p = - \int_{P_0}^P dW = \int_{P_0}^P g \cdot dn = C \quad (2.34)$$

*Donde  $C$  es el Número Geopotencial. Las unidades de  $C$  son  $m^2/s^2$ , cuando lo más conveniente es disponer de un sistema de altura métrico.*

Se define entonces la “altura dinámica”,

$$H_{\text{Din}} = \frac{C}{\gamma(45^\circ)} \quad (2.35)$$

Donde  $\gamma(45^\circ)$  es el valor de la gravedad normal correspondiente a la latitud  $45^\circ$ , es decir, una constante.

En otros términos el valor constante de gravedad normal escala el número geopotencial para convertirlo en una magnitud métrica.

Estas alturas deben calcularse a partir de los desniveles medidos, a los que es necesario corregir. En este caso, las correcciones son muy grandes y las alturas dinámicas prefieren ser evitadas en el ámbito de la geodesia, aunque son utilizadas en oceanografía y meteorología.

Pero su interpretación física es clara, entre alturas iguales no existirá diferencia de potencial de gravedad.

La distancia lineal entre los puntos  $P$  y  $P_0$  de la figura 2.6, medida sobre la envolvente de la vertical del lugar, se denomina “altura ortométrica”.

Es la altura de  $P$  sobre el geoides, muchas veces referida en forma “imprecisa” como altura sobre el nivel medio del mar o cota.

En términos matemáticos,

$$H = - \int_{w_0}^w \frac{dW}{g} = \frac{C}{\bar{g}} \quad \text{donde,} \quad \bar{g} = \frac{1}{H} \int_0^H g \cdot dH \quad (2.36)$$

Donde  $\bar{g}$  es el valor medio de la gravedad a lo largo de la línea de la plomada entre  $P$  y  $P_0$ , y  $g$  es la gravedad sobre la superficie en la que se mide el desnivel  $dH$ .

El mayor inconveniente para el cálculo de la altura ortométrica es la determinación correcta de la gravedad media, que dependerá del conocimiento de la densidad de masa entre la estación  $P$  y el geoides.

Por otra parte, los desniveles medidos requieren de pequeñas correcciones para ser convertidos en desniveles ortométricos.

Es una de las alturas más requeridas en las obras civiles y está claramente referida a una superficie equipotencial (el geoides). Hasta el presente, es el sistema altimétrico utilizado en nuestro país.

Una posibilidad para evitar las hipótesis de distribución de masa entre la topografía y el geoide, es definir una altura en la que la gravedad real sea reemplazada por la gravedad teórica o normal. Esta puede ser calculada en forma precisa por las fórmulas del modelo de potencial normal  $\gamma(\varphi)$  (Torge, 2001).

El potencial normal es generado por un elipsoide de revolución que contiene la masa terrestre y tiene la misma velocidad de rotación terrestre. La superficie del elipsoide de referencia es una superficie equipotencial  $U_0 = Ve + Ze$ .

El potencial gravitatorio normal  $Ve$  cumple con la ecuación de Laplace en el espacio exterior del elipsoide y  $Ze$  por definición es igual al potencial centrífugo  $Z$  de la Tierra real.

Luego, el elipsoide se ajusta de tal manera que el potencial normal sobre el elipsoide sea igual al potencial real sobre el geoide (Fig. 2.7),

$$U_0(Q_0) = W_0(P_0) \quad (2.37)$$

No obstante, en cada punto  $P$  el potencial de la Tierra real ( $W$ ) diferirá del normal ( $U$ ) en una cantidad denominada “potencial perturbador” ( $T$ ).

$$T(P) = W(P) - U(P) \quad (2.38)$$

Con vistas a replantear la ecuación (2.36) en el espacio del modelo, definimos en la figura 2.7 una superficie llamada “teluroide” a partir de los puntos en los que el potencial normal ( $U$ ) iguala el potencial real ( $W$ ) en la superficie.

En consecuencia, será:

$$W(P) = U(Q) \quad \text{y} \quad W(P_0) = U(Q_0) \quad (2.39)$$

A partir de la ecuación (2.36), se obtiene la altura normal  $H_n$ :

$$H_n = - \int_{U(Q_0)}^{U(Q)} \frac{dW}{\gamma} = \frac{C}{\bar{\gamma}} \quad \text{donde,} \quad \bar{\gamma} = \frac{1}{H_n} \int_0^{H_n} \gamma \cdot dH_n \quad (2.40)$$

La “altura normal” así definida tiene una clara interpretación geométrica. Es la distancia desde el punto  $Q$  hasta el elipsoide de referencia a lo largo de la normal al mismo.

La gravedad normal media, que divide al número geopotencial  $C$  calculado de la nivelación, es fácilmente calculable a partir del modelo sin necesidad de hipótesis sobre la distribución de masas.

Esta es la ventaja fundamental en el cálculo de las alturas normales con respecto a las ortométricas.

La “anomalía de altura”,  $\zeta$ , es la altura sobre el teluroide. Representa una medida geométrica de la diferencia entre las superficies de potencial real en la superficie y el mismo potencial de la Tierra normal.

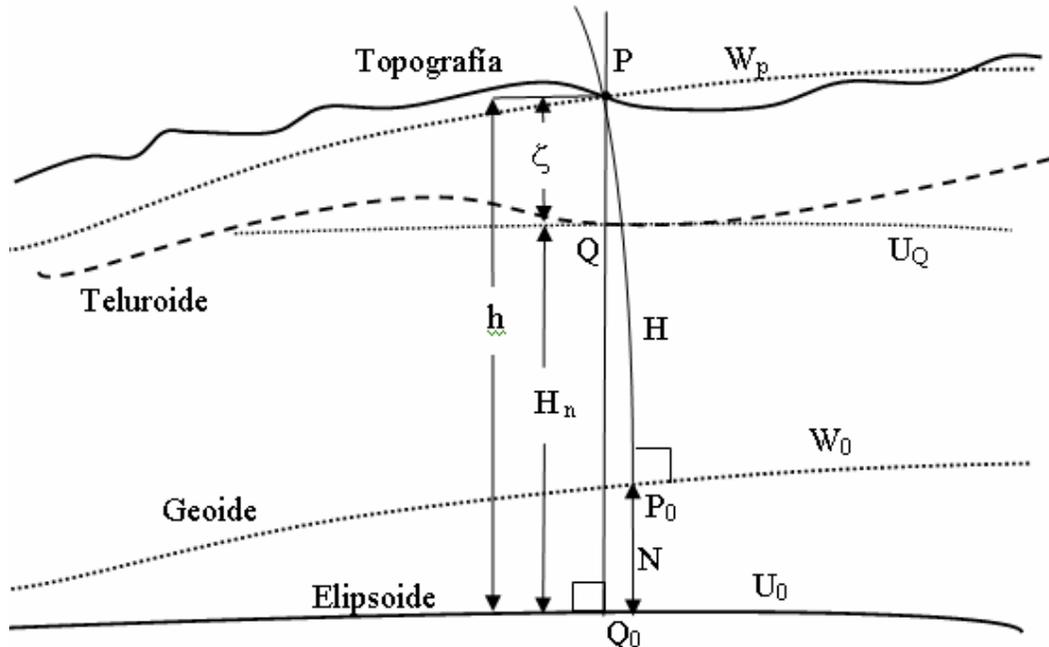


Fig. 2.7 Altura Ortométrica ( $H$ ), Normal ( $H_n$ ) y Elipsoidal ( $h$ )

Finalmente, a partir de GPS se obtiene la altura elipsoidal  $h$  (Fig. 2.7), que se mide sobre la normal al elipsoide entre  $Q_0$  y  $P$ .

Considerando la desviación de la vertical y la curvatura de la línea sobre la que se mide  $H$ , con muy buena aproximación puede escribirse:

$$h = H + N = H_n + \zeta \quad (2.41)$$

Esta relación entre las alturas elipsoidal, ortométrica y normal será de gran importancia en el desarrollo de este trabajo.

Aplicando las ecuaciones (2.36) y (2.40) en (2.41) se obtiene:

$$N - \zeta = H_n - H = \frac{\bar{g} - \bar{\gamma}}{\bar{\gamma}} \cdot H \quad (2.42)$$

Pero,  $\bar{g} - \bar{\gamma} = AB$  es la anomalía de Bouguer. En esta anomalía se han eliminado en forma muy aproximada las masas exteriores al punto de evaluación. En el caso de existir equilibrio isostático,  $AB$  deberá ser muy próxima a cero.

$$N - \zeta = H_n - H = \frac{AB}{\bar{\gamma}} \cdot H \quad (2.43)$$

## 2.8 Geoide y Cuasi-Geoide

Naturalmente, lo conveniente es que las alturas se midan al punto  $P$  como ocurre con  $H$  y no al teórico punto  $Q$  en el interior de la corteza.

Por eso, las alturas normales se trasladan hacia arriba hasta la superficie topográfica. Por abajo queda definida una nueva superficie llamada cuasi-geoide que se eleva en la “anomalía de altura”  $\zeta$  sobre el elipsoide (Fig. 2.8).

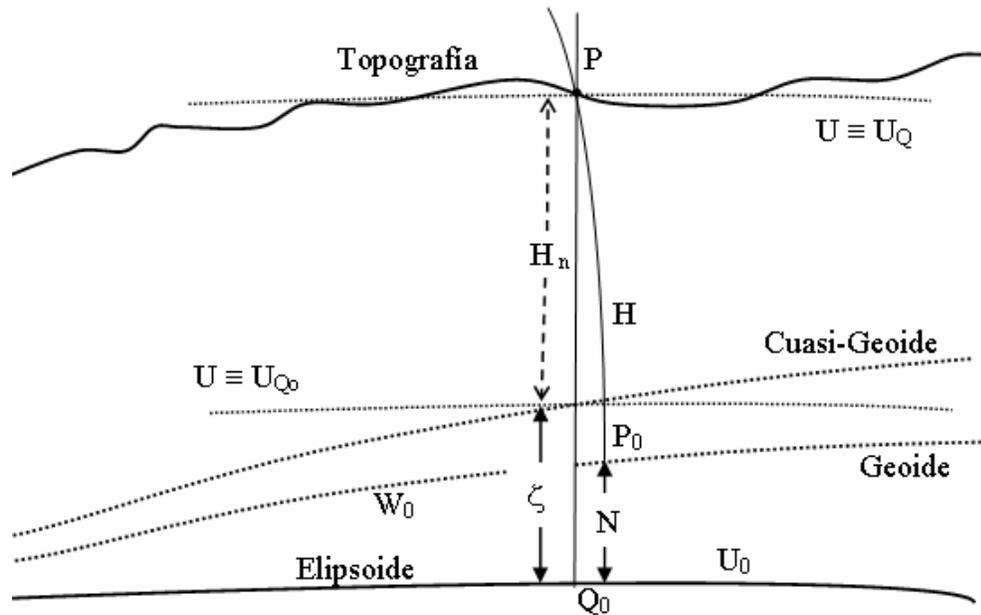


Fig. 2.8 Geoide y Cuasi-Geoide

Notar que la “ondulación del geoide” (Fig. 2.7 y 2.8) es la distancia entre dos superficies de idéntico potencial  $U_0 = W_0$ .

Del mismo modo, la “anomalía de altura”  $\zeta$  es la distancia entre dos superficies de igual potencial  $U_Q = W_P$  (Fig. 2.7).

Una diferencia entre  $N$  y  $\zeta$  es que la primera está planteada a nivel del mar (geoide) y la segunda sobre la superficie topográfica.

De acuerdo a la ecuación (2.43), la diferencia entre las alturas ortométricas y normales se mantendrá dentro de valores pequeños. En consecuencia, el cuasi-geoide se parece mucho al geoide.

Finalmente, la altura ortométrica  $H$  y la ondulación del geoide  $N$ , en el campo del modelo son reemplazados respectivamente por la altura normal  $H_n$  y la anomalía de altura  $\zeta$ .

La relación de estas cantidades con el potencial perturbador  $T$  se expresa a través del Teorema de Bruns (Heiskanen and Moritz, 1967) aplicado a nivel del geoide y sobre la superficie:

$$N = \frac{T(P_0)}{\gamma_0} \quad \text{y} \quad \zeta = \frac{T(P)}{\gamma_Q} \quad (2.44)$$

Notar que en el cálculo de  $N$ , el campo perturbador corresponde al nivel del geoide y la gravedad normal al punto  $Q_0$  sobre el elipsoide.

En el caso de la anomalía de altura, el potencial perturbador es el evaluado a nivel de la superficie y la gravedad normal sobre el punto  $Q$  del teluroide.

## 2.9 Anomalías de Aire Libre

Siguiendo el mismo razonamiento, pueden compararse las aceleraciones de la gravedad a nivel del mar y a nivel de la superficie topográfica.

$$\Delta g_{\text{Geoide}} = g(P_0) - \gamma(Q_0) \quad (2.45)$$

$$\Delta g_{\text{SupTop}} = g(P) - \gamma(Q) \quad (2.46)$$

Las ecuaciones (2.45) y (2.46) son respectivamente las anomalías de gravedad a nivel del geoide y en la superficie topográfica. Nuevamente, en ambos casos la observación y el modelo corresponden a los mismos potenciales.

Aunque numéricamente muy similares, son conceptualmente diferentes.

La gravedad observada es obtenida en el punto  $P$ . En consecuencia, para obtener  $g(P_0)$  en (2.45) es necesario reducir el valor observado al nivel del geoide utilizando el gradiente de gravedad real, que es desconocido.

La ecuación (2.46) contiene la observación  $g(P)$  en la estación de superficie. El otro término es producto del modelo teórico en el espacio armónico exterior al elipsoide. Luego, en este caso resulta sencillo calcular  $\gamma(Q)$  a partir de  $\gamma(Q_0)$ . Advertir que no se requieren hipótesis de densidad.

La última es la que Molodensky definió como “anomalía de Aire Libre”, que no debe confundirse con la normalmente definida al nivel del geoide.

Las anomalías de Aire Libre que se utilizarán en esta Tesis para el cálculo preciso del geoide, a través del método de las Fuentes Equivalentes (§4.3), son las que surgen de comparar el valor gravimétrico real observado en P con el modelo en el teluroide (2.46) y se corresponden con las definidas por Molodensky.

La perturbación de gravedad ( $\delta g$ ), compara la gravedad observada y el modelo en un mismo punto.

$$\delta g = g(P) - \gamma(P) \quad (2.47)$$

En función del potencial perturbador  $T(P) = W(P) - U(P)$  se obtiene la importante relación:

$$\delta g = -\frac{\partial T}{\partial h} \quad (2.48)$$

Reemplazando la fórmula de Bruns (2.44) en (2.48),

$$g_p - \gamma_p = -\gamma \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial h} - \zeta \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial h} \quad (2.49)$$

Considerando  $\gamma_Q = \gamma_p - \zeta \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial h}$ , con  $\frac{\partial \gamma}{\partial h} \approx -0.3 \text{ mGal/m}$ , y de (2.46) se obtiene:

$$\Delta g_{\text{SupTop}} = g_p - \gamma_Q = -\gamma \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial h} \quad (2.50)$$

Esta relación entre la anomalía de Aire Libre en la superficie y el gradiente vertical de la anomalía de altura, será de gran importancia en el análisis del método de las Fuentes Equivalentes (§4.7).

## 2.10 Modelos Geopotenciales

Algunas señales geodésicas contenidas en el potencial terrestre pueden ser detectadas a partir del análisis espectral de un modelo de gravedad terrestre.

Como ocurrirá en esta Tesis, el análisis de la acción gravitatoria local sobre el geoide requiere que previamente se eliminen los efectos atribuidos a las largas longitudes de onda.

Por eso es muy importante contar con un modelo de gravedad global o geopotencial, que incluya toda la Tierra.

Las largas longitudes de onda de estos modelos se obtienen a partir de información de satélites artificiales. Las técnicas hoy son múltiples, pero al comienzo se basaron en la observación de las perturbaciones orbitales provocadas por las anomalías de masa terrestre. Los desvíos entre la órbita observada y la calculada se atribuyen a deficiencias del modelo gravitacional. Las diferencias se minimizan mejorando los parámetros del modelo.

Más adelante, los satélites altimétricos comenzaron a aportar información fundamental sobre la altura de los océanos.

En los últimos años misiones como CHAMP y GRACE incluyeron además instrumentos para la medición de gravedad y gradiente de gravedad.

Los modelos geopotenciales se basan en el desarrollo en serie de armónicos esféricos (Torge, 2001):

$$T(r, \vartheta, \lambda) = \frac{G \cdot M}{r} \sum_{l=1}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^l \sum_{m=0}^l (\Delta \bar{C}_{lm} \cdot \cos m \lambda + \Delta \bar{S}_{lm} \cdot \sin m \lambda) \bar{P}_{lm}(\cos \vartheta) \quad (2.51)$$

Donde,

$G$ : constante de la gravitación universal

$M$ : masa de la Tierra, incluyendo la atmósfera

$a$ : semi-eje mayor del elipsoide de referencia

$r$ : distancia geocéntrica

$\vartheta$ :  $90 - \varphi$

$\bar{C}_{lm}$  y  $\bar{S}_{lm}$ : coeficientes armónicos esféricos normalizados

$\bar{P}_{lm}$ : funciones asociadas de Legendre normalizadas

En general, en la primera sumatoria  $l$  se considera a partir de 2, asumiendo que el origen del sistema de coordenadas coincide con el geocentro. En alguno de los modelos geopotenciales más recientes, se incluyen términos correspondientes a  $l=1$ .

Los desarrollos en armónicos esféricos del potencial al grado “ $l$ ” y orden “ $m$ ” representan una descomposición espectral del campo gravitacional. La longitud de onda asociada con el desarrollo al grado y orden  $l$ , es  $360^\circ / l$ , que corresponde a una resolución de  $180^\circ / l$ .

El modelo Geopotencial queda definido por el conjunto de coeficientes armónicos esféricos normalizados  $\bar{C}_{lm}$  y  $\bar{S}_{lm}$ , que son determinados observacionalmente a partir de expresiones como (2.52) y (2.56).

A partir del modelo, cualquier magnitud del potencial terrestre puede ser calculada. Por ejemplo, a partir de la fórmula de Bruns (ec. 2.44), la anomalía de altura será:

$$\zeta(r, \vartheta, \lambda) = \frac{G \cdot M}{\gamma \cdot r} \sum_{l=1}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^l \sum_{m=0}^l (\Delta \bar{C}_{lm} \cdot \cos m \lambda + \Delta \bar{S} \cdot \sin m \lambda) \bar{P}_{lm}(\cos \vartheta) \quad (2.52)$$

A partir de la ecuación anterior y de (2.43) puede calcularse la ondulación del geoide:

$$N(r, \vartheta, \lambda) = \zeta(r, \vartheta, \lambda) + \frac{AB}{\gamma} \cdot H \quad (2.53)$$

Aplicando la aproximación esférica de la ecuación de la geodesia física (2.54), que relaciona las observaciones gravimétricas con el potencial perturbador, se obtiene la anomalía de gravedad.

$$\Delta g(r, \vartheta, \lambda) = -\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r} \cdot T \quad (2.54)$$

$$\Delta g(r, \vartheta, \lambda) = \frac{1}{r} \cdot \sum_{l=1}^{\infty} (l-1) \cdot \left[ \frac{a}{r} \right]^{l+1} \cdot T_l(\vartheta, \lambda) \quad (2.55)$$

$$\Delta g(r, \vartheta, \lambda) = \frac{G \cdot M}{r^2} \sum_{l=1}^{\infty} \left( \frac{a}{r} \right)^l \sum_{m=0}^l (\Delta \bar{C}_{lm} \cdot \cos m \lambda + \Delta \bar{S} \cdot \sin m \lambda) \bar{P}_{lm}(\cos \vartheta) \quad (2.56)$$

Si la ecuación (2.54) es aplicada sobre la superficie de la Tierra, se obtiene la anomalía (2.46) definida por Molodensky.

Las ecuaciones (2.52), (2.53) y (2.56) serán aplicadas en este trabajo en base a los coeficientes de dos Modelos Geopotenciales: EGM96 (Lemoine et al., 1998) y EIGEN-CG01C (Reigber et al., 2004).

### 3. El Método Geométrico - GPS

#### 3.1 Principios y conceptos

*Existen diferentes metodologías que permiten abordar el cálculo del geoide a partir de observaciones vinculadas al campo de gravedad terrestre: ondulación del geoide (GPS/levelling), gravedad (anomalías y perturbaciones), desviaciones de la vertical y gradientes de gravedad.*

*En nuestro caso, las observaciones disponibles serán las ondulaciones del geoide y las anomalías de gravedad.*

*Es conocida la dificultad de recuperar la superficie del geoide, particularmente en el continente. Sin abundar en detalles propios de un libro de texto, mencionaremos los aspectos salientes de este problema.*

*Las superficies de nivel son relativamente paralelas en el exterior de la Tierra si no se involucran grandes distancias. Sin embargo, las cosas son bastante más complicadas e impredecibles cuando nos movemos hacia el interior del planeta.*

*La consecuencia a nivel de la topografía es que el desnivel observado ( $\Delta n$ ) entre dos puntos alejados, dependerá del camino utilizado para realizar la determinación de los desniveles parciales entre puntos intermedios.*

*En la práctica, esas inconsistencias provocadas por la convergencia de las superficies de nivel en las proximidades de la superficie de la Tierra, se resuelven (son minimizados) a través de los números geopotenciales ( $\Delta W$ ), que representan la diferencia de potencial entre dos puntos. Magnitud que por definición es función de la posición de los puntos y no depende del camino adoptado.*

$$dW = g \cdot dn \quad (3.1)$$

*Por eso, es imprescindible acompañar la determinación de desniveles con mediciones de la gravedad sobre la superficie topográfica ( $g$ ).*

*No obstante, el cálculo de la altura ortométrica (distancia al geoide) se ve fuertemente limitado porque para obtenerla se necesita la gravedad media entre la superficie y el geoide ( $\bar{g}$ ), que obviamente no es posible medir.*

$$\Delta H = \frac{\Delta W}{\bar{g}} = \frac{\int g \cdot dn}{\bar{g}} \quad (3.2)$$

*Ello implica la adopción de hipótesis de densidad (§2.7) que permitan inferir la gravedad en el interior de la Tierra a partir de la gravedad observada sobre la superficie.*

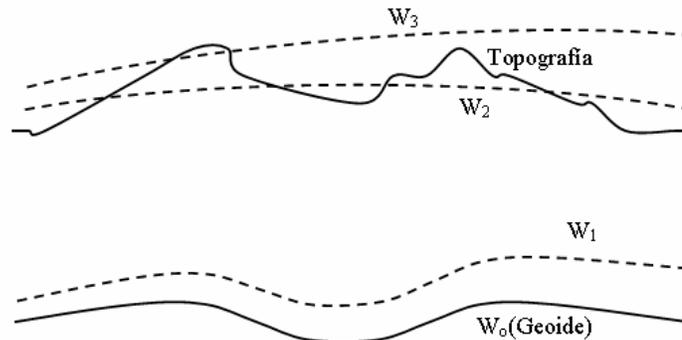
*Esta situación puede verse agravada cuando las características topográficas se combinan con heterogeneidades de masa próximos a la superficie.*

*Ahora imaginemos que podemos disponer de desniveles ortométricos sobre un determinado territorio. Entonces, a partir del nivel medio de un mareógrafo debidamente corregido por efectos de la topografía del mar, parece posible calcular alturas ortométricas sumando consecutivamente los desniveles observados.*

$$H = H_0 + \frac{W - W_0}{g} = H_0 + \frac{\int g \cdot dn}{g} \quad (3.3)$$

*Cuando se calcula el desnivel entre un par de puntos, el nivel del instrumento utilizado materializa el horizonte astronómico. El desnivel observado corresponde a la diferencia entre dos líneas de nivel próximas sobre la superficie de la Tierra.*

*Debido a la presencia de anomalías de masa, las superficies equipotenciales sobre la superficie topográfica y sobre el geoide en general no serán paralelas (Fig. 3.1).*



**Fig. 3.1** Falta de paralelismo entre las superficies de nivel.

*Entonces, los desniveles observados en superficie no pueden ser extrapolados al nivel del geoide. En particular, cuando las alturas comienzan a ser importantes. Si lo hacemos, debemos tener en claro que no materializaremos el geoide en el sentido de una superficie equipotencial al nivel del mar.*

*Como sugiere Wahr (1999), una posibilidad es calcular desniveles a partir de la cumbre del Monte Everest. De esa manera se determinará teóricamente una “superficie equipotencial” que represente al geoide al nivel del Monte Everest. Esa superficie puede transportarse al nivel del mar a partir de la teoría del potencial asumiendo la dependencia radial de sus coeficientes. Se consigue así el geoide a nivel del mar. Pero la variación asumida es estrictamente válida en el exterior de la Tierra y hacia el interior es solo una aproximación. Finalmente, el geoide así calculado no será en rigor una superficie equipotencial.*

*Lo que se hace en la práctica es equivalente a lo anterior. La Tierra se redefine a la forma del geoide, acomodando las masas exteriores en una capa infinitesimal inmediatamente por debajo del geoide (reducción del Helmert). De esta manera, la superficie de nivel calculada al nivel del mar será prácticamente paralela a la correspondiente al nivel topográfico (como señalamos en §3.1, las superficies de nivel son virtualmente paralelas en el exterior de la Tierra). Nuevamente, la superficie así calculada no corresponderá estrictamente a una equipotencial por debajo de los continentes y a nivel del mar.*

*Concientes de la imposibilidad de determinar el potencial terrestre en el interior de la Tierra, los esfuerzos están apuntados al cálculo del cuasi-geoide (Molodensky, 1958).*

*Como ya fue aclarado, en este planteo no es necesario realizar hipótesis de densidad. Las mediciones de los observables del campo gravitatorio realizadas sobre la superficie topográfica permiten determinar la superficie del campo normal que iguala el campo topográfico. Esta figura llamada “teluroide”, puede convertirse en una superficie muy próxima al geoide, denominada “cuasi-geoide”. Simplemente las alturas normales definidas entre el elipsoide y el teluroide, se transportan a la topografía para quedar referidas a una nueva superficie (cuasi-geoide) que se aparta del elipsoide de referencia en la anomalía de altura. Se trata claramente de una superficie no equipotencial (Fig. 2.8).*

*De esta manera, se determina el cuasi-geoide en forma precisa y teóricamente clara. A partir del mismo se aproxima al geoide (Torge, 2001) a través de la expresión (4.10), que relaciona la anomalía de altura ( $\zeta$ ) y la ondulación del geoide ( $N$ ) con la anomalía de Bouguer ( $AB$ ) y la altura de la estación ( $H$ ).*

*Como veremos en este trabajo, la importancia del geoide no se agota en la más usual aplicación de los relevamientos altimétricos, donde vinculado con GPS ha significado una revolución en el medio productivo.*

*La interpretación de estructuras geológicas también encuentra una herramienta en el correcto conocimiento del geoide. De esa manera las anomalías gravitatorias pueden ser relacionadas con anomalías de densidad en el interior de la Tierra.*

*Por otra parte, las determinaciones GPS abren un campo de posibilidades para el mejor conocimiento del geoide.*

### 3.2 La ondulación del Geoide observada con GPS

*El método geométrico para el cálculo del geoide surge a partir del advenimiento de los sistemas de posicionamiento satelitario, y matemáticamente se basa en un proceso de interpolación.*

*La alternativa que brindan sistemas como el GPS de determinar alturas geodésicas precisas con relativa facilidad, permite incorporar las viejas redes altimétricas de otra manera en la definición de la superficie del geoide.*

De acuerdo a lo expuesto en la sección §2.7, la determinación de alturas elipsoidales ( $h$ ) con GPS en puntos altimétricos (GPS/levelling), donde se dispone teóricamente de la altura ortométrica ( $H$ ), implica la pseudo observación de la ondulación del geoide ( $N$ ).

$$N = h - H \pm \sigma_N \quad (3.4)$$

El error  $\sigma_N$  es el resultado de los errores involucrados en ambas alturas.

El error estimado para las alturas niveladas  $H$ , publicadas por el IGM, es de algunos milímetros (Introcaso, 2005; comunicación personal).

En relación a la altura elipsoidal, los errores típicos de una determinación geodésica GPS de alta precisión es de un par de centímetros.

Luego, en este trabajo, el error estimado del pseudo observable  $N$  es de unos 2 cm ( $\sigma_N$ ).

En el método geométrico, se trata de interpolar el comportamiento del geoide entre valores discretos de la ondulación “observada” del geoide.

Si se dispone de suficiente cantidad de puntos altimétricos GPS con una distribución geográfica conveniente, será posible describir el comportamiento de  $N$  entre ellos.

Pero en este método no se dispone de información alguna del campo gravitatorio terrestre entre los puntos observados. En consecuencia, es extremadamente difícil predecir las variaciones de  $N$  entre los mismos. La única posibilidad es recurrir a un proceso de interpolación numérica.

La función resultante  $N(\varphi, \lambda)$ , es lo que llamamos “modelo del geoide”.

En estas condiciones, será posible conocer el valor de la ondulación del geoide en cualquier punto de coordenadas  $\varphi$  y  $\lambda$ , en el área donde la interpolación sea válida.

Si realizamos una determinación geodésica con GPS en un punto intermedio de la zona abarcada por los puntos GPS altimétricos, con los que se determinó  $N(\varphi, \lambda)$ , se dispondrá de las coordenadas geodésicas  $\varphi$ ,  $\lambda$  y  $h$ . Luego, será posible calcular inmediatamente la altura  $H$  en el mismo punto a través de la siguiente expresión:

$$H = h - N(\varphi, \lambda) + v_H \quad (3.5)$$

En  $v_H$  se tienen en cuenta los errores comprometidos con la determinación de la altura elipsoidal  $h$ (GPS) y con los errores del modelo. En ese sentido, estos errores no

tendrán necesariamente una distribución normal. Más adelante, en §5.3, veremos la forma en que podemos estimarlos a partir de puntos de control.

*Un aspecto de gran importancia es el origen de cada una de las alturas utilizadas.*

*Las alturas físicas  $H$  (IGM) son las correspondientes a la Red Altimétrica Nacional, que tiene su origen en el punto PARN (Punto Altimétrico de Referencia Normal) ubicado en las Sierras de Tandil. El mismo fue construido en el año 1949 y vinculado al cero del mareógrafo de Mar del Plata (1923) a través de una nivelación de precisión de 180 km de longitud.*

*Más delicado es el tema de las alturas elipsoidales. La Red Geodésica de la provincia de Buenos Aires GEOBA98 (§3.4) fue calculada a partir de observaciones de alta precisión geodésica y ajustada a puntos de referencia SAGA (South American Geodynamic Activities-GFZ) con coordenadas en el marco internacional ITRF96 (Internacional Terrestrial Reference Frame; Sillard et al., 1998), época 1998,3.*

*Luego, la red fue desplazada a través de una traslación para coincidir en un punto (IGM0) de la red POSGAR94 (ITRF92, época 1993.8) (Moirano et al., 1999). De esta manera, se conservó la precisión interna de la red GEOBA98 y las coordenadas resultaron compatibles con POSGAR94 dentro de la precisión de este último.*

*En rigor, antes de realizar la traslación es necesario llevar las coordenadas calculadas a la época de POSGAR94, para lo que se requiere un “modelo de velocidades” que describa el movimiento de cada punto en algún sistema de referencia terrestre.*

*Debido a la ausencia de un modelo de velocidades adecuado y a la menor precisión de la red POSGAR94, no se consideró apropiado realizar el cambio de época de las coordenadas GEOBA98 (1998,3) a la época de referencia de POSGAR94 (1993.8).*

*Con referencia al modelo de velocidades puede agregarse que si bien se dispone del modelo NNR-NUVEL-1A (No Net Rotation Northwestern University VELOCITY Model, DeMets et al., 1994), el mismo no es el más apto para este tipo de transformaciones. Por tratarse de un modelo basado en registros geológicos y geofísicos, resuelve las velocidades sobre muy largos períodos de tiempo.*

*En nuestro caso, deberíamos conocer como se desplazaron las diferentes regiones de la provincia en los últimos años, resultado que únicamente pueden aportar los modelos de velocidades geodésicos.*

*Nuevas campañas observacionales sobre la red geodésica GEOBA98, que ya están previstas (Proyecto SIRGAS, 2006), aportarán el primer modelo geodésico de velocidades para la provincia de Buenos Aires.*

*Este modelo, deberá integrarse a los modelos de velocidades geodésicos regionales y mundiales más modernos a través de las estaciones SIRGAS (1997) e IGS ubicadas en el territorio provincial y nacional.*

Vinculado con los resultados del presente trabajo, será de gran importancia interpretar los movimientos relativos entre los puntos ubicados sobre la Cuenca del Salado en relación a zonas estables como el basamento cristalino de Tandilia.

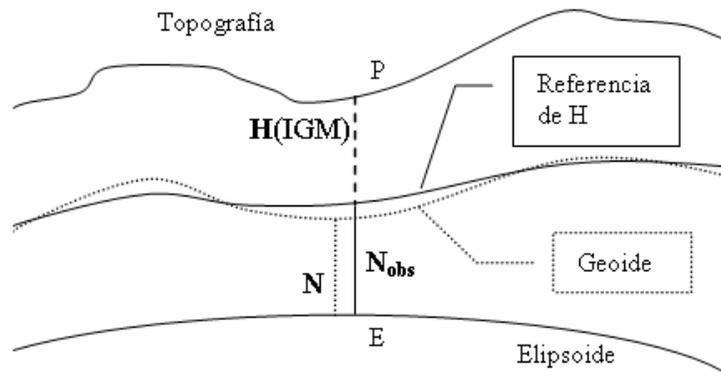
En consecuencia, las alturas de la red GEOBA98 están referidas al elipsoide WGS84 orientado de acuerdo con ITRF96 época 1998.3, y coincidente con el mismo elipsoide de POSGAR94 únicamente en el punto IGM0. En la práctica, implica trabajar con alturas absolutamente compatibles con POSGAR94.

En función de lo descripto, la ondulación  $N_{obs}$  determinada en cada punto altimétrico GPS (ec. 3.4) será la altura de la superficie referencia de las alturas físicas IGM ( $H$ ) sobre el elipsoide WGS84 materializado por la red GEOBA98 (Fig. 3.2).

Si la superficie de referencia de las alturas IGM fuera el geoide,  $N_{obs}$  sería justamente la “ondulación del geoide” ( $N$ ). Pero las alturas IGM no son estrictamente alturas ortométricas y la superficie que materializan los puntos altimétricos solo se aproxima al geoide.

Al momento (2005), las alturas  $H(IGM)$  no contienen todas las correcciones gravimétricas necesarias para ser consideradas alturas ortométricas (§ 2.7).

Las alturas  $H$  correspondientes a unos 54,000 km de nivelación son el resultado de una compensación realizada en los EEUU entre 1969 y 1971 utilizando gravedad teórica.



**Fig. 3.2** Referencia de las alturas IGM (2005).  
 $N_{obs} = h(GPS) - H(IGM)$

Posteriormente, los nuevos polígonos observados (aprox. 32,000 km) fueron calculados con software propio del IGM.

En la actualidad se trabaja para resolver esta eventual inconsistencia a través del cálculo de los números geopotenciales evaluados a partir de los desniveles y la gravedad observada.

*Pero en Buenos Aires, debido a su topografía relativamente suave y el valor de las anomalías de gravedad, las diferencias  $N-N_{obs}$  de la figura 3.2 no deberían superar el centímetro. Esta estimación surge de analizar el efecto de utilizar en (2.36) la gravedad teórica en lugar de la observada.*

### 3.3 La referencia vertical en Buenos Aires

*En esta Tesis se trabajó con esta modalidad sobre todo el territorio de la Provincia de Buenos Aires, donde existe una red de nivelación de alta precisión suficientemente extendida y en buen estado.*

*La Red Altimétrica Nacional fue construida y relevada después de la Ley de la Carta (1941), aunque antes de eso ya se habían medido algunas líneas de nivelación de alta precisión en Buenos Aires, Entre Ríos, Santa Fé y Córdoba. Actualmente cuenta con unos 86,000 km de nivelación de alta precisión y se continúa trabajando para extenderla a los lugares más remotos del país.*

*A modo de ejemplo, en 1998 fue construida y observada la primera línea de nivelación de alta precisión en Tierra del Fuego, que entre otras aplicaciones, permitió la realización del primer modelo de geoide para Tierra del Fuego (Del Cogliano et al., 2001)*

*Durante 2001, se completó la nivelación entre la ciudad de Río Gallegos y el Puesto Monte Aymond (Pcia. de Santa Cruz) sobre el límite internacional con Chile. Este nuevo tramo fue de vital importancia para la realización de la primera comparación entre las redes altimétricas de Argentina y Chile (Del Cogliano et al, 2003), que significó una ratificación de la buena representación del nivel medio del mar de nuestra red en esas latitudes.*

*Sin duda, la red altimétrica nacional es una de las obras geodésicas más importantes de Sudamérica y, con las salvedades ya realizadas, materializa el Sistema Vertical en nuestro país.*

*Como ya fue mencionado en §3.2, el origen de la red está definido por el nivel medio del mareógrafo de Mar del Plata (1923). Pero hoy conocemos que más allá de las mareas lunisulares, el nivel medio del mar en el planeta es variable en el tiempo (Torge, 2001).*

*Por otra parte, los niveles medios del resto de los mareógrafos dispuestos sobre la costa atlántica, deberían ser consistentes con la misma red altimétrica.*

*El análisis de este aspecto de la red altimétrica en un sentido global, fue realizado por el Servicio de Hidrografía Naval Argentino (D'Onofrio et al., 1999). En el mismo, seis mareógrafos sobre la costa argentina entre Buenos Aires y Santa Cruz, fueron vinculados altimétricamente a la red (1996) y evaluadas las diferencias con los niveles medios aportados por cada mareógrafo. Los resultados, que no cuentan con la debida corrección de la topografía del mar, arrojan diferencias coherentes con la calidad esperada en una red extendida sobre más de 2000 km de costa. Estos resultados deberán ser contrastados*

*con las presentes y futuras determinaciones de la topografía del mar en las proximidades de cada mareógrafo.*

### 3.4 La Red Geodésica de la Pcia. de Buenos Aires

*En 1998 la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de la Universidad Nacional de La Plata formalizó un convenio con el Ministerio de Obras Públicas de la Provincia de Buenos Aires para la realización de una Red Geodésica Provincial de alta precisión (GEOBA98).*

*Nuestro grupo de investigación comprendió rápidamente que se trataba de una excelente oportunidad para utilizar los monumentos existentes de la Red Altimétrica, suficientemente consolidados, de fácil acceso y con información de vital importancia para la generación de un modelo de geoide.*

*De esta forma, se diseñó una red geodésica materializada en un 100 % por puntos altimétricos.*

*Consta de unos 120 puntos dobles distribuidos sobre todo el territorio provincial con distancias típicas de 50 km entre los más próximos. Cada punto doble comprende dos pilares separados por unos 3 km (Fig. 3.3).*

*Las observaciones se realizaron conjuntamente con la Dirección de Geodesia de la Pcia. de Buenos Aires entre finales de 1997 y mediados de 1998. La dirección científica estuvo a cargo de la FCAG-UNLP.*

*Las mediciones se realizaron enteramente con receptores geodésicos GPS de doble frecuencia (Trimble 4000SE, 4000SI y 4700) trabajando en modalidad estático. Cada punto fue ocupado al menos en dos oportunidades, en sesiones de 3 horas con un mínimo de 3 receptores trabajando simultáneamente en diferentes estaciones.*

*El procesamiento de la red fue realizado enteramente por el autor.*

*Los vectores de cada línea de base fueron procesados con el software GPSurvey 2.3 (Trimble) y son representados por segmentos en la figura 3.3.*

*Los cierres de figuras permitieron detectar datos discordantes en las alturas instrumentales y soluciones GPS deficientes.*

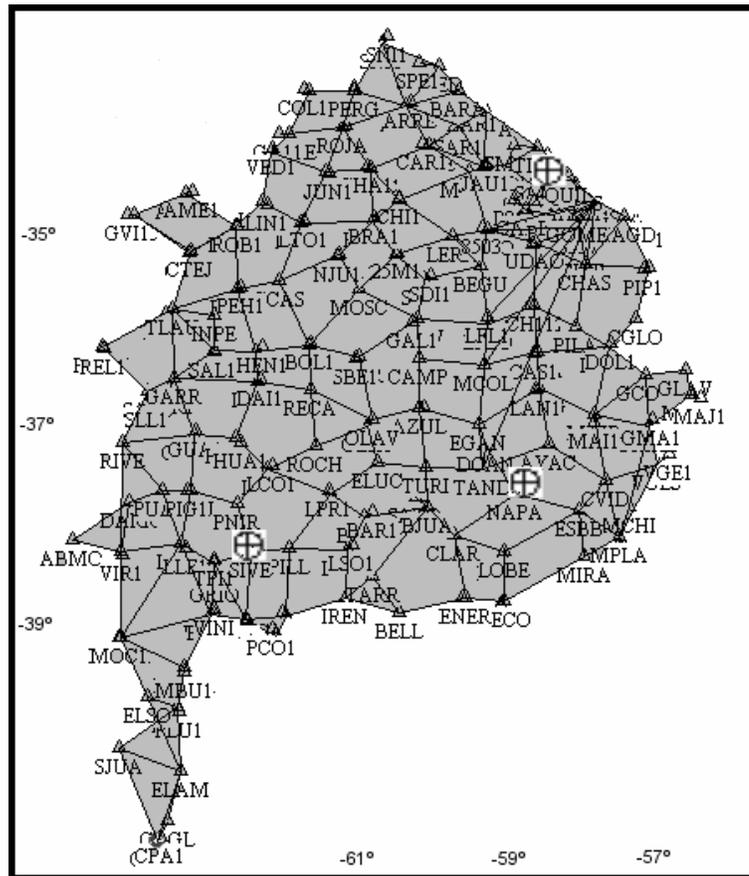
*Finalizado este proceso, se ingresó en la etapa de compensación y ajuste de la red.*

*Se utilizó el software Trimnet plus de Trimble, que realiza la compensación sobre los pseudo-observables: distancia, acimut y diferencia de altura de cada vector GPS.*

*En primer lugar se realizó la compensación de la “red libre”, es decir, sin condiciones. En esta instancia es posible analizar la real consistencia interna de la red*

observada y calculada. En este caso, las precisiones arrojaron una desviación estandar típica de 1cm para las coordenadas horizontales y de 2.5 cm para la componente vertical.

Otro dato de interés, es el alto nivel de coherencia de la red analizada sobre los diferentes sectores de la provincia.



**Fig. 3.3** Red Geodésica de la Provincia de Buenos Aires (GEOBA).  
Los segmentos representan los vectores GPS procesados.  
Los círculos cruzados indican los 3 puntos SAGA.

Hasta aquí, el ajuste libre provee coordenadas referidas al sistema definido por las órbitas de los satélites (GPS) en la época media de observación (1998.3). En nuestro caso, las órbitas utilizadas fueron las efemérides precisas provistas por el servicio internacional IGS (Internacional GPS Service) expresadas en el sistema WGS84 muy próximo a ITRF.

Finalmente se procedió al ajuste de la red a un sistema de referencia terrestre claramente definido. Para ello se decidió adoptar las coordenadas de 3 puntos de la red SAGA ubicados en la provincia de Buenos Aires: LPGA (La Plata), SITI (Tandil) y SIVE (Sierra de la Ventana).

Se utilizaron las coordenadas de los puntos SAGA correspondientes al Marco de Referencia Terrestre Internacional de 1996 (ITRF96) época 1997.0.

*Sin embargo, la solución final debía ser expresada en el sistema oficial argentino, que era y sigue siendo POSGAR94. En la provincia de Buenos Aires hay casi una decena de estos puntos.*

*La razón por la que no fueron utilizados puntos de referencia de la red POSGAR94, es que las coordenadas de estos son de calidad muy inferior a la red observada. Luego, si se procediera de esta manera se conseguiría un marcado deterioro de la calidad original de la red.*

*Antes de realizar el ajuste, las coordenadas de los tres puntos de referencia deben ser expresadas en la época media de observación (1998.3).*

*Debido a la proximidad de la época de las coordenadas de referencia (1997.0) y la época media de observación (1998.3), el cambio de las primeras no introducirá ningún error apreciable, más allá de la representatividad del modelo de velocidades adoptado. Además, los tres puntos se encuentran en zonas de gran estabilidad.*

*De esta manera se fijaron las coordenadas de los tres puntos de referencia para la época 1998.3 y se realizó la nueva compensación con condiciones.*

*El ajuste representó una ligera rotación entre los sistemas, pero las coordenadas de las estaciones conservaron en gran medida las precisiones estimadas en el ajuste libre.*

*Esta situación es solo posible cuando se utilizan coordenadas de referencia de muy alta calidad interna como es el caso de los puntos SAGA, que no le imprimen deformación alguna a la red.*

*El conjunto de coordenadas obtenido está referido al marco de referencia ITRF96, época 1998.3, pero el requerimiento es expresar las posiciones en el marco definido por la red POSGAR94. Ya argumentamos sobre las deficiencias de POSGAR94 frente a marcos de referencia como ITRF96 ó el materializado por la propia red GEOBA.*

*Para no resignar las precisiones obtenidas en el ajuste a SAGA, se decidió desplazar la red así calculada para que se aproximara lo mejor posible a POSGAR94. Este procedimiento se concretó a través de una traslación espacial ( $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ ) en el punto IGM0, ubicado en el edificio del Instituto Geográfico Militar (Ciudad Autónoma de Buenos Aires).*

*De esta forma, las coordenadas resultantes GEOBA98 pueden considerarse expresadas en POSGAR94 pero con una precisión superior. En cada punto, las tres coordenadas tienen asignado un estimador de error y una elipse de error asociada. Sin embargo, para toda la red pueden resumirse errores estimados (RMS) de 1-2 cm en latitud y longitud, y de 2-3 cm en altura.*

*Un nuevo procesamiento de la red POSGAR utilizando software científico, resultó en el marco de referencia denominado POSGAR98 (Moirano, 2000), época 1995.4. Sus*

coordenadas son producto de un ajuste a un marco de referencia internacional denominado SIRGAS95, que densifica al marco ITRF94 en América del Sur.

Dicho de otra manera, POSGAR98 materializa el sistema de referencia ITRS (Internacional Terrestrial Referente System) y su realización ITRF.

Un nuevo análisis realizado sobre la red GEOBA98 (Perdomo et al., 2001) a través del ajuste a varios puntos POSGAR98, ratificó la calidad de la misma.

Esto significa que cuando sea conveniente, las coordenadas GEOBA98 podrán ser convertidas a un sistema de referencia internacional como ITRS a través de un conjunto mínimo de parámetros de transformación.

### 3.5 El Modelo de Geoide FCAG98

Cada punto de la red GEOBA98 es físicamente un pilar de nivelación convertido además en referencia geodésica, en el que se dispone de las dos alturas necesarias para calcular la ondulación del geoide (ec. 3.4).

El modelo de geoide FCAG98 (Perdomo y Del Cogliano, 1999) fue calculado a partir de la ondulación “observada” en los 240 puntos de la red GEOBA98.

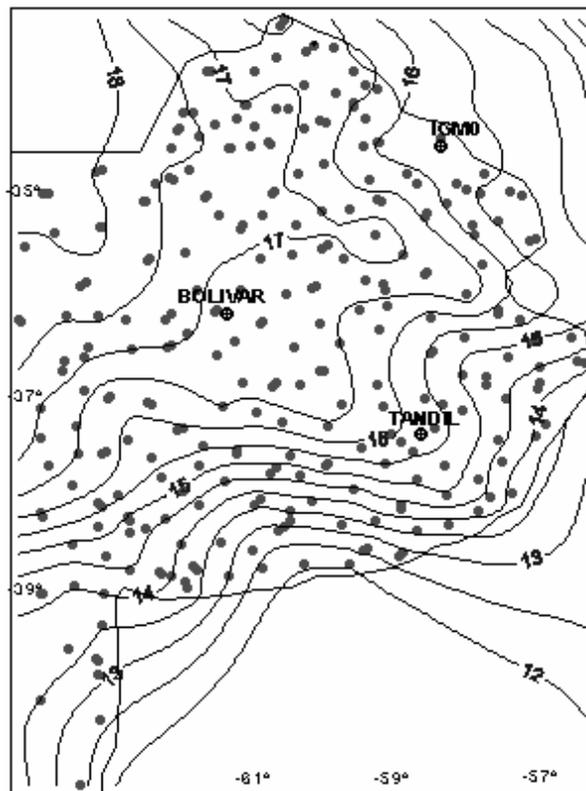


Fig. 3.4  $N_{obs}$ . Isolíneas cada 0.50 m.

La variación de la ondulación sobre toda la provincia es de unos 4 metros (de 13 a 17 metros), con la parte más baja sobre la costa atlántica y aumentando progresivamente hacia el Noroeste (Fig. 3.4).

Con el objeto de generar mejores condiciones para la interpolación, a la ondulación observada se le restó la ondulación calculada (ec. 3.6) a partir del modelo geopotencial EGM96 (Lemoine et al., 1998) al grado y orden 360.

Como muestra la figura 3.5, se obtiene efectivamente un observable de valores absolutos pequeños y con gradientes bastante más suaves.

$$\delta N_{\text{obs}} = N_{\text{obs}} - N(\text{EGM96}) \quad (3.6)$$

Con estos valores y el método de grillado de Mínima Curvatura (Surfer 7.0) se generó una grilla regular cada 3 km. Esa grilla define en forma numérica el modelo del geode.

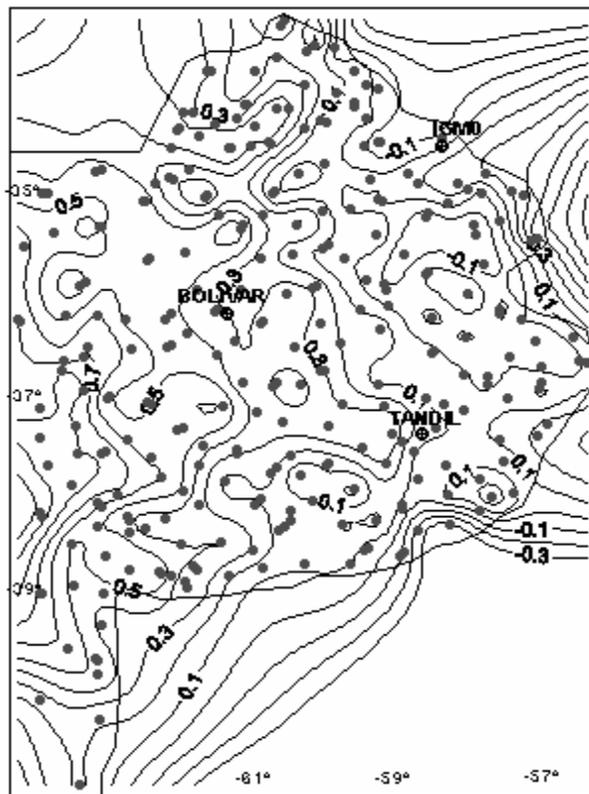


Fig. 3.5  $N_{\text{obs}} - N(\text{EGM360})$ . Isolíneas cada 0.10 m.

Un programa de interpolación numérica propio, utiliza esa grilla como la información de referencia.

Ingresando en el mismo con coordenadas horizontales es posible recuperar la ondulación calculada por el modelo FCAG98 ( $N(\varphi, \lambda)$ ).

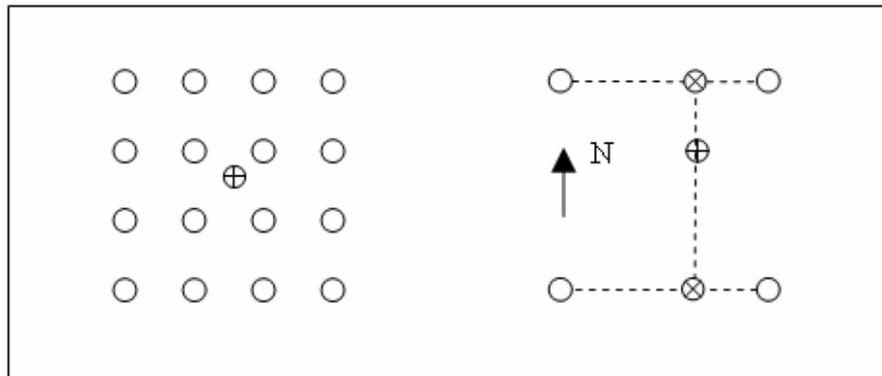
Para ello, en primer lugar el programa de interpolación identifica y selecciona los cuatro puntos de la grilla que contienen el punto a interpolar. A continuación interpola linealmente los valores de la grilla en el punto, primero en longitud los valores al norte y al sur, y luego los resultados en latitud (Fig. 3.6).

Cabe mencionar que fueron evaluadas numéricamente otras variantes, como aproximaciones cuadráticas utilizando más puntos de la grilla. Sin embargo, las diferencias encontradas no justifican su aplicación.

Finalmente, al valor resultante  $\delta N_{int}$  se le suma la ondulación del modelo EGM96.

$$N(\varphi, \lambda) = \delta N_{int} + NEGM96(\varphi, \lambda) \quad (3.7)$$

Para facilitar la utilización del modelo, se desarrolló una interfase en Tcl/Tk que permite ingresar un conjunto de puntos con sus coordenadas GPS ( $\varphi, \lambda, h$ ) y obtener la correspondiente ondulación del geode y altura  $H$  (ec. 3.8) coherente con la red altimétrica del IGM.



**Fig. 3.6** Interpolación de  $\delta N$ .

A la izquierda, la grilla (círculos) y el punto donde interpolar.

A la derecha, como se realiza la interpolación a partir de los 4 puntos de grilla seleccionados.

Luego,

$$H(\varphi, \lambda)_{int} = h(\text{GPS})_{obs} - [\delta N_{int} + NEGM96(\varphi, \lambda)] \quad (3.8)$$

El listado de coordenadas de entrada, resultado de un eventual relevamiento GPS, puede ser ingresado muy fácilmente “copiando” del archivo original (de texto o planilla tipo Excel) y “pegando” en la parte superior de la ventana de procesamiento (Fig. 3.7).

Punto	Latitud	Longitud	Altura(GPS)
AZUL	-36.81764189	-59.87126392	158.36
PACO	-37.15665827	-59.61775438	185.42
TURI	-37.36153494	-59.77959592	265.09

Punto	Latitud	Longitud	N(Obs)	Altura(SNM)
AZUL	-36.817641890	-59.871263920	16.80	141.56
PACO	-37.156658270	-59.617754380	16.61	168.81
TURI	-37.361534940	-59.779595920	16.42	248.67

**Fig. 3.7** Arriba: ingreso de coordenadas geodésicas.  
 Abajo: salida del software de interpolación.  
 La última columna muestra la altura  $H$  calculada.

*Nótese el impacto de esta herramienta en la actividad profesional del agrimensor, que regresa del campo con los datos GPS y en el gabinete los asimila a una nivelación.*

*Claro que, si solo se dispone de las coordenadas horizontales, puede calcularse únicamente la ondulación  $N$ .*

*Al momento, la ondulación  $N$ (EGM96) se obtiene también por interpolación. Esto se debe a que es bastante engorroso integrar el software de cálculo del modelo geopotencial al software de interpolación. Por cierto, los errores introducidos por esta aproximación fueron controlados rigurosamente en las diferentes regiones del territorio provincial. Los mismos no superan un par de centímetros.*

*Sin embargo, en breve se considera reemplazar este procedimiento por la evaluación directa del modelo geopotencial en el punto de interpolación. Esto es tanto más importante en la medida que los nuevos modelos geopotenciales son más precisos.*

*La representación del modelo fue controlada sobre diferentes puntos de nivelación IGM no incluidos en la generación del mismo, arrojando un 78 % de los casos con diferencias que no superan los 12 cm (Perdomo et al., 2001).*

*Sin duda el modelo FCAG98 ha significado una mejora de importancia frente al modelo geopotencial EGM96, que tiene desvíos típicos de algunas decenas de centímetros (Fig. 3.5). Pero subsisten zonas con problemas de significación.*

*Por las características de la metodología del geoid geométrico, es de esperar que esas deficiencias estén asociadas con anomalías del campo gravitatorio que la interpolación numérica no puede representar.*

En la sección §4 de esta Tesis, el modelo FCAG98 es particularmente analizado en la región de Tandilia, donde las diferencias  $N_{obs} - N(FCAG98)$  varían entre 24 cm y -27 cm.

Este modelo es hasta hoy la mejor referencia de muchas aplicaciones realizadas en la provincia de Buenos Aires. No obstante, para aplicaciones específicas como la que se verá en esta Tesis, los problemas citados en Tandilia deberán ser resueltos antes que el modelo sea utilizado. Esta problemática es abordada en §4.

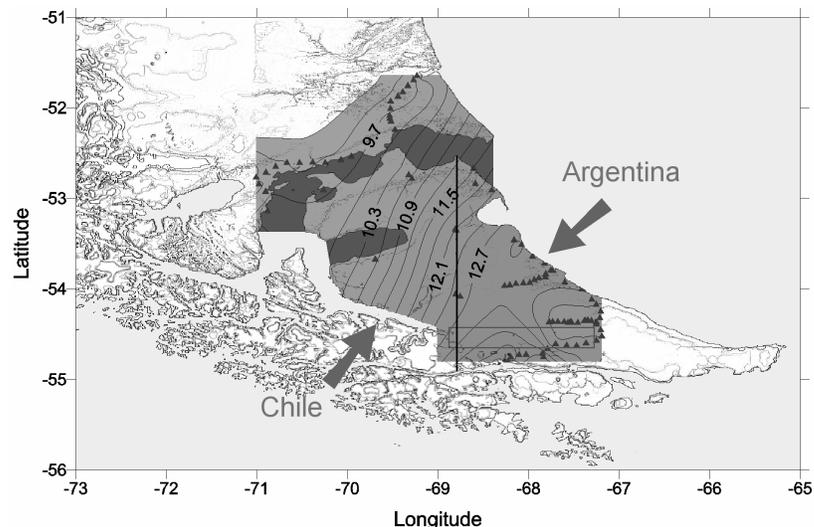
### 3.6 Las Superficies de Agua en el Método Geométrico

La disponibilidad de pilares de nivelación bien distribuidos es uno de los requerimientos más exigentes del método geométrico. Por lo ya mencionado, muchas regiones no tienen el número suficiente de puntos altimétricos donde realizar GPS, o bien los mismos se encuentran mal distribuidos.

Frente a esa realidad, en esta Tesis se desarrollará una de las estrategias más eficientes para resolver en forma económica este problema, a través del método de las fuentes equivalentes (§ 4.3), en el que a las ondulaciones del geoide observadas con GPS se sumarán mediciones gravimétricas.

Sin embargo, existen caminos alternativos que permiten extender la fuente de información altimétrica.

Amplias superficies de agua, como lagunas y lagos, tenderán a definir una superficie de nivel. Si la misma puede ser determinada, será equivalente a incorporar información del geoide.

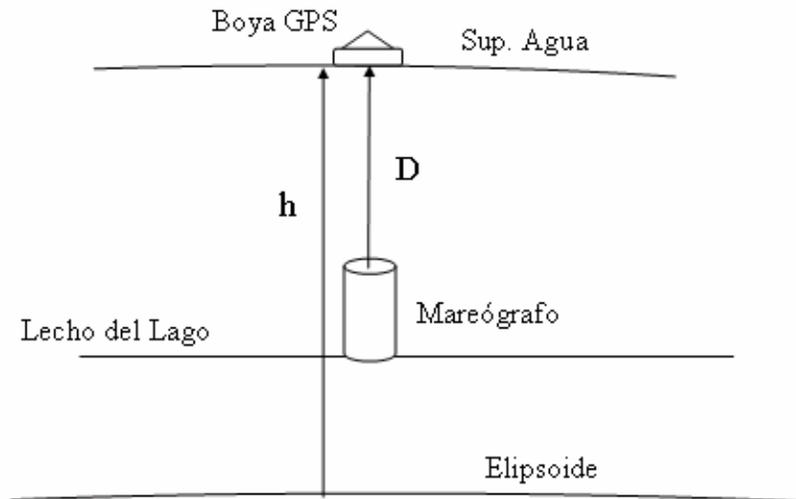


**Fig. 3.8** Geoide local y puntos altimétricos GPS (triángulos).  
El rectángulo indica la ubicación del Lago Fagnano.

Esta estrategia fue aplicada en Tierra del Fuego (Fig. 3.8), donde se dispone de una línea de nivelación de alta precisión que recorre la ruta 3 desde el extremo norte de la isla

hasta Ushuaia. Para determinar las ondulaciones del geode, sobre varios puntos altimétricos se realizaron determinaciones GPS.

Pero el hecho sobresaliente es que en la zona sur de la isla existe un gran lago de 110 km de longitud y ancho medio de 7 km. El Lago Fagnano se extiende en dirección E-W con prácticamente 100 km en territorio argentino.



**Fig. 3.9** Relación entre la Boya GPS y el Mareógrafo de presión.

La determinación del nivel medio del lago requiere conocer previamente su hidrodinámica. Para ello se instalaron tres mareógrafos de presión en el lecho del lago distribuidos a lo largo de 90 km (Fig. 3.11), que registraron la altura de la columna de agua  $D$  sobre cada uno durante 2 años. Para convertir los registros de los mareógrafos en alturas absolutas, una boya GPS es operada una vez al año sobre cada mareógrafo (Fig. 3.9).

La boya GPS está constituida por una antena GPS montada sobre un flotador y protegida por un domo plástico (Fig. 3.10). Normalmente, el receptor GPS es operado desde un bote.



**Fig. 3.10** Boya GPS.

La antena está protegida por una cobertura plástica

Correlacionando la altura GPS ( $h$ ) de la boya y la profundidad acusada por el registro mareográfico ( $D$ ), se obtiene la altura elipsoidal del punto de registro del mareógrafo ( $h-D$ ).

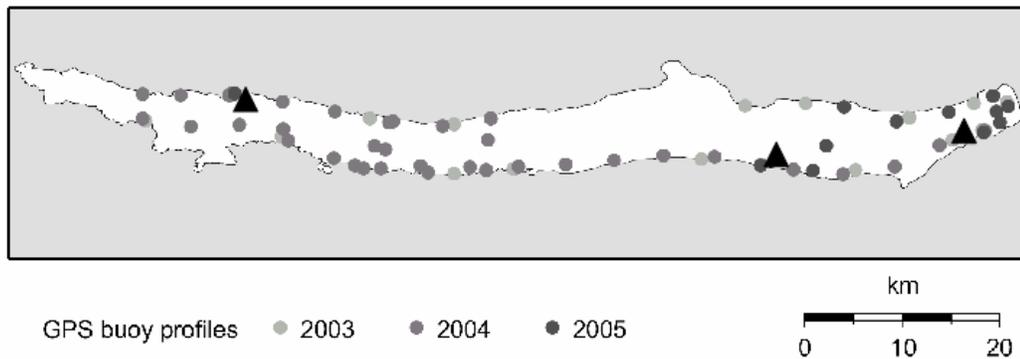
En adelante es posible convertir todos los registros de los mareógrafos en alturas elipsoidales.

Después de operar los tres mareógrafos durante dos años casi sin interrupciones, fue posible determinar en forma muy aproximada la función de variación del nivel del lago  $f(\varphi, \lambda, t)$  (Richter et al., 2005).

Simultáneamente, durante tres veranos (2003, 2004 y 2005) se realizaron perfiles con la boya GPS, cubriendo en gran parte el lago en territorio argentino (Fig. 3.10).

En todos los casos la boya GPS operó en forma simultánea con un mínimo de 2 receptores GPS fijos en puntos próximos a la costa, que pertenecen a la red geodésica de Tierra del Fuego.

Por la naturaleza del medio, la modalidad de observación debe ser cinemática.



**Fig. 3.11** Perfiles de la Boya GPS (círculos) y Mareógrafos (triángulos)

Luego, cada registro de la boya GPS ( $h_{buoy}$ ) puede ahora ser reducido al nivel medio del lago.

$$\hat{h}(\varphi, \lambda, t) = h_{buoy}(\varphi, \lambda, t) - f(\varphi, \lambda, t) \quad (3.9)$$

Para concluir si el nivel medio del lago así determinado se corresponde con una superficie equipotencial, se comparó el desnivel calculado entre dos puntos nivelados en forma clásica sobre la costa, con el que resulta de dos registros de boya GPS muy próximos a los anteriores. La diferencia fue tan solo de 2 cm en 30 km.

*Analizada la coherencia del nivel medio del lago resultante en los tres años se llegó a la conclusión que el mismo fue determinado con un error próximo a 2-3 cm (Del Cogliano et al., 2005a).*

*Estos datos confirman que la superficie media del lago obtenida se corresponde con una superficie de nivel.*

*Pero la misma está desplazada del geoide. Para determinar esa diferencia se correlacionaron la ondulación del nivel medio del lago ( $N_{lago}$ ) y la ondulación del geoide en un punto sobre la costa ( $N_o$ ).*

*La diferencia arrojó un valor de 26.44 m ( $N_{lago}-N_o$ ). Restando este valor a las alturas medias sobre todo el lago, se obtiene la superficie equipotencial al nivel del geoide.*

*Finalmente, estas determinaciones pudieron ser integradas al cálculo del geoide geométrico con GPS en Tierra del Fuego (Del Cogliano et al., 2005b).*

*La incorporación de esta pseudo-línea de nivelación en una zona donde no existen accesos por vía terrestre, permitió mejorar en forma notable la representación del modelo del geoide en la isla.*

*Para finalizar, se trata de una estrategia alternativa para mejorar la distribución de la información en el método geométrico. Podrá aplicarse siempre que se disponga de amplios espejos de agua, utilizando instrumental muy específico.*

## 4. Método de las Fuentes Equivalentes

### 4.1 Introducción

*En el método geométrico la posición de la superficie de referencia vertical queda precisamente definida en forma discreta en cada punto altimétrico GPS. Para operar entre estas estaciones es necesario incorporar criterios de interpolación vinculados con las probables variaciones de la ondulación del geoide.*

*La componente vertical de la gravedad contiene información del gradiente del campo gravitatorio en sentido radial y es relativamente sencillo de obtener. Sobre extensiones de pocos kilómetros, la gravedad será indicativa de la variación vertical de la ondulación del geoide (2.50).*

*El método de las Fuentes Equivalentes permite integrar diferentes observables del campo de gravedad terrestre como la “ondulación del geoide” y la “gravedad”, en el cálculo de un conjunto de masas ficticias que reproducen las observaciones (Guspí et al, 2004). A partir de ellas es posible construir en forma directa el potencial perturbador  $T$ , y por lo tanto el cuasi-geoide y el geoide.*

*Este es básicamente el criterio que hemos seguido en esta tesis doctoral.*

### 4.2 Principios

*De acuerdo a la teoría de Molodensky de 1945 (Molodensky, 1958), la anomalía de aire libre (2.46) sobre la superficie de la Tierra queda definida como (Fig. 2.7):*

$$AL = g_p - \gamma_Q \qquad U_Q = W_p \qquad (4.1)$$

*Donde,*

$g_p$  : gravedad sobre la superficie

$\gamma_Q$  : gravedad normal sobre el Teluroide

$W_p$  : potencial en el punto P

$U_Q$  : potencial normal en el punto Q

*Además,*

$$\gamma_Q = \gamma_E + \frac{\partial \gamma}{\partial h} H \qquad (4.2)$$

*Donde,  $H$  es la altura normal y  $\frac{\partial \gamma}{\partial h} \approx -0.3086 \frac{\text{mGal}}{\text{m}}$  es el gradiente vertical de la gravedad normal.*

Ahora, considerando el teorema de Bruns (2.44), la anomalía de altura es:

$$\zeta = \frac{T}{\gamma_Q} \quad T = W_P - U_P \quad (4.3)$$

Donde,  $T$  es el potencial perturbador en el punto  $P$ .

*Ambas cantidades,  $AL$  y  $\zeta$ , están relacionados con la gravedad y el potencial sobre la superficie de la Tierra. Consecuentemente, el efecto de las masas atractivas sobre los puntos exteriores debe reproducir simultáneamente la anomalía gravimétrica y el potencial anómalo, ambos asociados al elipsoide de referencia y su potencial normal.*

### 4.3 Las Fuentes Equivalentes

*El problema de la ambigüedad gravimétrica implica que los mismos valores del campo gravitatorio pueden ser generados por diferentes conjuntos de masas. Luego, a partir de mediciones relativas al potencial (ondulaciones del geoide y gravedad) no es posible determinar unívocamente las características de las fuentes que lo producen. Inversamente, si las fuentes son conocidas, los valores del potencial quedan definidos unívocamente.*

*Esta limitación puede convertirse en una ventaja, pues nos permite proponer una distribución de masas arbitraria capaz de reproducir las anomalías observadas. Si consideramos masas puntuales con una distribución definida, únicamente el valor de las masas permanecerá como incógnita.*

*En este trabajo se utilizó la estrategia de Cordell (1992), en la cual las masas son localizadas por abajo de cada estación de observación. La profundidad de las masas se considera proporcional a la distancia entre las estaciones más próximas. Es decir, cuanto más dispersa sea la grilla de las observaciones, a mayor profundidad podrán ubicarse las masas.*

*El criterio se basa en que la proximidad entre las estaciones está asociada al poder resolutivo. Si los datos corresponden a estaciones cercanas, a partir de los mismos podrá inferirse información de las cortas longitudes de onda del campo, naturalmente sensibles a las masas superficiales. Los datos más distanciados serán particularmente útiles para definir las longitudes de ondas medias o largas, representadas por las masas más profundas.*

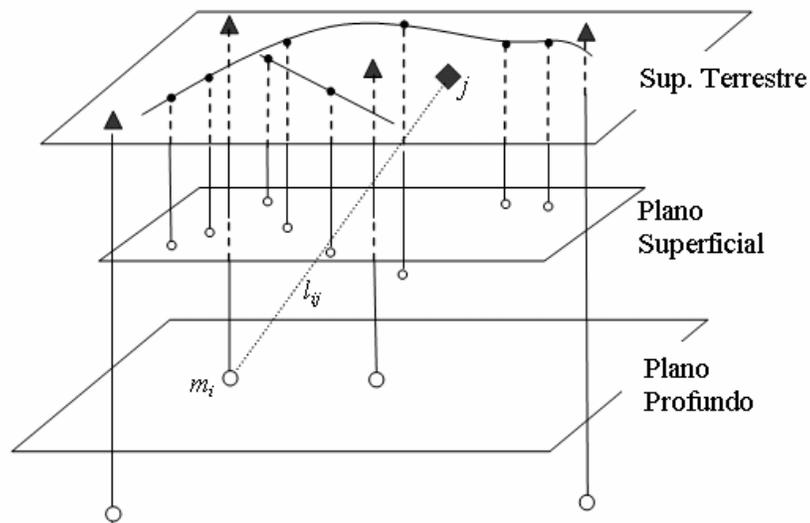
*En nuestro caso, el mismo criterio es aplicado separadamente a los dos observables, anomalía de altura y gravedad. La separación típica es de 50 km entre las anomalías de altura y de 5 km entre las anomalías gravimétricas. En consecuencia, las masas correspondientes a cada observable se ubicarán próximas a dos planos de distintas profundidades (Fig. 4.1).*

De esta forma se construye una distribución de masas puntuales tal que permita recuperar el potencial terrestre (anomalía de altura) y sus derivadas verticales (anomalía de gravedad).

Luego, el potencial en cada punto  $j$  sobre la superficie producido por  $n$  fuentes puntuales equivalentes  $m_i$  a la distancia  $l_{ij}$  será:

$$T_j = G \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{l_{ij}} \quad (4.4)$$

Donde  $G$  es la constante de la gravitación de Newton.



**Fig. 4.1** Esquema de la distribución de masas equivalentes (círculos). Sobre la superficie se representan los puntos altimétricos GPS (triángulos) y las estaciones de gravedad (puntos negros)

Las diferencias con respecto al potencial normal son atribuidas exclusivamente a las masas puntuales, en consecuencia, el potencial  $T_j$  debe ser interpretado como el potencial perturbador en el punto  $j$ .

Para  $p$  puntos altimétricos GPS y  $k$  estaciones de gravedad, se establece un sistema de ecuaciones de orden  $n$  ( $n = p + k$ ). Haciendo mínima la función  $S$  (Sacchi and Ulrych, 1996), pueden calcularse las  $n$  incógnitas de masa.

$$S = \frac{1}{2\sigma_\zeta^2} \|\zeta - A_\zeta c\|^2 + \frac{1}{2\sigma_g^2} \|g - A_g c\|^2 + \frac{1}{2\sigma_c^2} \|c\|^2 \quad (4.5)$$

Donde:

$\zeta$  : vector anomalía de altura

$\sigma_{\zeta}^2$  : varianza de la anomalía de altura  
 $\mathbf{g}$  : vector anomalía de gravedad  
 $\sigma_g^2$  : varianza de gravedad  
 $\mathbf{c}$  : vector de las masas puntuales  
 $A_j$  : matriz de diseño;  $j = \zeta, g$   
 $\sigma_c^2$  : varianza de las masas  
 $\|\cdot\|^2$  : suma cuadrática de las componentes del vector

Minimizando la función S (4.5) se obtiene:

$$\left( A^t A + \alpha^2 I \right) \cdot \mathbf{c} = A^t \mathbf{d} \quad (4.6)$$

Donde  $\mathbf{d}$  es el vector de los datos, en el que se combinan las anomalías de altura y de gravedad, e  $I$  es la matriz de identidad ( $n \times n$ ). La matriz de diseño puede escribirse explícitamente,

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} \zeta \\ \mathbf{g} \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} A_{\zeta} \\ \mu A_g \end{pmatrix} \quad \mu^2 = \frac{\sigma_{\zeta}^2}{\sigma_g^2} \quad \alpha^2 = \frac{\sigma_{\zeta}^2}{\sigma_c^2} \quad (4.7)$$

De acuerdo a la expresión de Bruns, la anomalía de altura en una estación  $j$  producida por una masa puntual  $m_i$  a la distancia  $l_{ij}$  es:

$$\zeta_{ij} = \frac{T_{ij}}{\gamma} = \frac{G m_i}{\gamma l_{ij}} \quad (4.8)$$

Donde  $T_{ij}$  es la contribución de la masa  $m_i$  al potencial perturbador en el punto  $j$ .

De la ley de gravitación de Newton, la componente vertical de la gravedad en la misma estación  $j$  producida por una masa puntual  $m_i$  ubicada a una profundidad  $H_i$  es:

$$\mathbf{g}_{ij} = -G \frac{H_i m_i}{l_{ij}^3} \quad (4.9)$$

Donde  $\frac{H_i}{l_{ij}}$  son los cosenos directores, que expresan la proyección vertical de la gravedad.

Los coeficientes de  $m_i$  en las ecuaciones (4.8) y (4.9) son los elementos de las matrices de diseño  $A_{\zeta}$  y  $A_g$ . Las anomalías  $\zeta_j$  y  $\mathbf{g}_j$  en la estación  $j$  serán el resultado de sumar las contribuciones de todas las masas  $m_i$ .



*A partir de estas consideraciones, en adelante los términos “anomalía de altura” y “altura normal” relacionados al cuasi-geoide, serán reemplazados por los concernientes al geoide, “ondulación del geoide” y “altura ortométrica” respectivamente.*

#### 4.5 Los datos

##### 4.5.1 Las ondulaciones del geoide

*Las ondulaciones del geoide observadas pertenecen a puntos altimétricos GPS de la red geodésica de Buenos Aires (GEOBA98), descrita en §3.4.*

*Los 22 puntos seleccionados están distribuidos en la zona de Tandilia (Fig. 4.3) y la distancia entre los más próximos es de unos 50 km.*

*Los mismos forman parte de la definición del modelo de geoide FCAG98, y por lo expuesto en §3.5, la precisión estimada de las ondulaciones observadas es de 2-3 cm.*

*Durante 2001 se sumaron 100 puntos nuevos a la red GEOBA98 (Perdomo et al., 2002). Esta densificación se realizó con GPS en condiciones muy similares a la red original, de tal forma que las precisiones de las coordenadas obtenidas son absolutamente compatibles.*

*Todos los puntos incorporados pertenecen a la red altimétrica nacional y en consecuencia en cada uno de ellos se cuenta con la ondulación observada  $N = h(\text{GPS}) - H(\text{IGM})$ .*

*Las ondulaciones de la densificación no fueron incluidas en el modelo FCAG98, y tampoco serán utilizadas para generar el modelo de las Fuentes Equivalentes. En consecuencia, los puntos de densificación serán utilizados para controlar los modelos de geoide.*

##### 4.5.2 Anomalías Gravimétricas

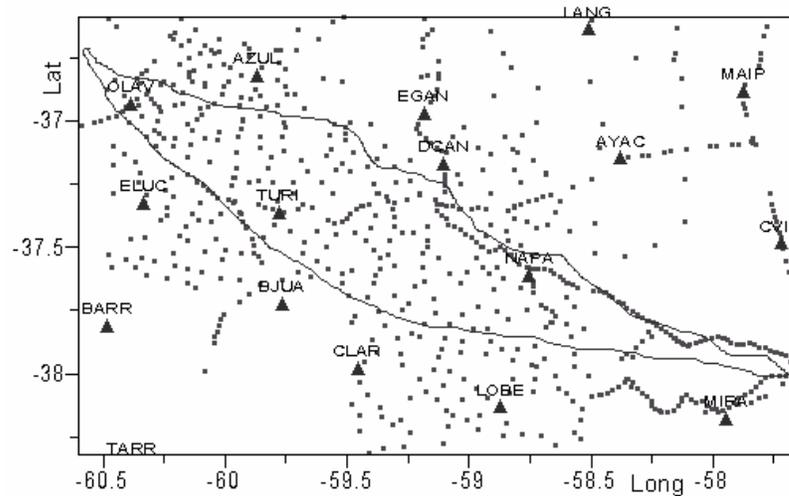
*La información gravimétrica sobre las líneas de nivelación de alta precisión fue recabada originalmente por el IGM.*

*Durante la década del 90 investigadores de la Universidad Nacional del Sur realizaron una densificación gravimétrica sobre el sistema de Tandil (Kostadinoff, 1995). De esta manera, se dispone de información de gravedad adecuada para encarar estudios de cierto detalle como los realizados en esta Tesis (Fig. 4.3).*

*Las observaciones gravimétricas están expresadas en el sistema de referencia IGSN71 y la precisión estimada es mejor que 1 mGal (Kostadinoff, 1995).*

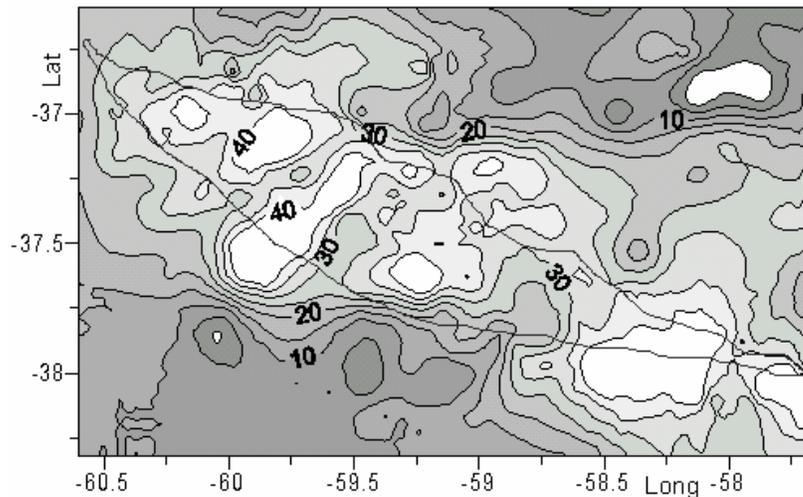
*A partir de estos datos y del modelo de elevaciones GTOPO30 (U.S. Geological Survey's Earth Resources Observation Systems Data Center) fueron construidas las cartas de anomalías de Bouguer y de Aire Libre (Figs. 4.2 y 4.4).*

*El modelo digital de elevaciones (DEM: Digital Elevation Model) fue validado y mejorado con información local de unos 50 puntos de nivelación.*



**Fig. 4.3** Datos gravimétricos del IGM y densificación (puntos). Puntos altimétricos GPS (triángulos).

*De esta manera la indeterminación de las alturas del modelo GTOPO30 sobre Tandilia fue estimada en 5-10 m, lo que implica un error estimado de 1.5-3 mGal (RMS) en las anomalías gravimétricas ( $\sigma_g$ ).*



**Fig. 4.4** Anomalías de Aire Libre. Isolíneas cada 5 mGal.

*Las anomalías de Aire Libre de superficie están referidas al nivel topográfico y las correcciones de terreno (topográficas) estimadas no alcanzan a 1 mGal (Introcaso y Moloznik, 1973). En consecuencia, con un error relativo de 0.03, las anomalías de Aire Libre pueden ser consideradas anomalías de Faye.*

#### 4.6 Ajuste de los puntos masa - Resultados

*De acuerdo a la información utilizada fueron evaluadas diferentes situaciones.*

*Caso (a):*

*En este caso fueron utilizadas la ondulación geoidal de 22 puntos altimétricos GPS y la anomalía de gravedad de 806 estaciones (Fig. 4.3). Las 22 estaciones GPS seleccionadas corresponden a pilares altimétricos cuyas ondulaciones geoidales observadas participaron en el cálculo del modelo FCAG98.*

*A partir de la estrategia adoptada, en la que por abajo de cada punto dato se ubica una fuente de masa puntual, se requieren estimar 828 incógnitas de masa.*

*En nuestro caso, las estaciones de gravedad están distribuidas sobre una grilla irregular con apartamientos mínimos de unos 2 km, mientras los puntos altimétricos GPS se encuentran a unos 50 km entre sí.*

*Como ya fue señalado en §4.3, las profundidades de los puntos masa se asumieron proporcionales a la distancia entre las estaciones más próximas. En consecuencia, las fuentes por abajo de los puntos altimétricos GPS serán mucho más profundas que las correspondientes a los puntos gravimétricos.*

*Las masas más profundas responderán fundamentalmente a las señales de longitudes de onda más larga, mientras que las masas superficiales incorporarán además las altas frecuencias.*

*La desviación a priori de las ondulaciones del geoide y las anomalías de gravedad fueron respectivamente de 2 cm y 1.5 mGal. Para las fuentes artificiales, se adoptó un valor suficientemente grande ( $\sigma_c = 1 \times 10^6$ ) que no condicione el cálculo de las masas.*

*Una vez definida la posición de las estaciones de superficie, el proceso de cálculo resuelve las profundidades de cada punto masa como fue indicado en §4.3. De esta manera, quedan establecidas las coordenadas espaciales de las 828 fuentes.*

*La solución del sistema de ecuaciones provee los valores de las masas y los residuos de cada ecuación de observación.*

*Los residuos obtenidos en las ondulaciones del geoide y las anomalías de gravedad fueron analizados en forma separada. De esta manera es posible distinguir sobre la coherencia estadística de los resultados con los errores adoptados a priori.*

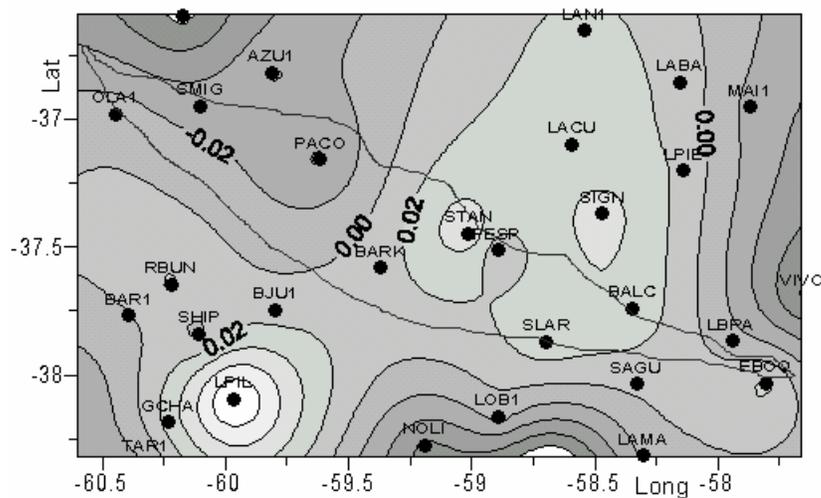
*En este caso, las desviaciones y los residuos demostraron ser coherentes con los errores estimados a priori. En otros términos, ese resultado nos indica que los errores a priori son una buena aproximación de la realidad.*

*El análisis de los residuos ha demostrado ser de gran utilidad para detectar observaciones discordantes, que una vez descartadas permiten mejorar la solución.*

*A partir de la solución de las Fuentes Equivalentes (ESS: Equivalent Source Solution), las masas obtenidas permiten el cálculo de cualquier magnitud relacionada con el campo gravitatorio. Queda definido así el nuevo modelo de geoide.*

*En este caso fueron evaluadas las ondulaciones del geoide en los puntos altimétricos GPS de la densificación. Como ya mencionamos, estos puntos no fueron incluidos en los modelos analizados.*

*De esta manera, los valores observados de la ondulación del geoide en los puntos de densificación, pueden ser comparados con el modelo de las Fuentes Equivalentes (ESS828) y con el modelo geométrico GPS (FCAG98).*

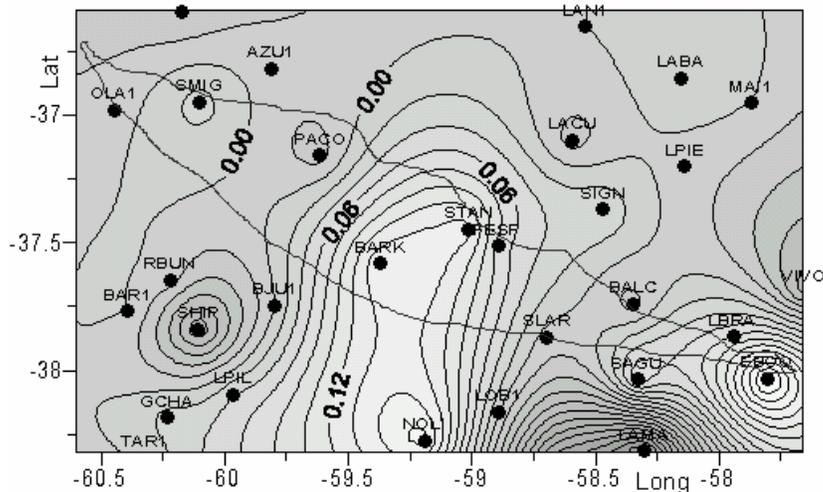


**Fig. 4.5** Nobs-N(ESS828). Isolíneas cada 2 cm.  
Puntos donde fueron evaluados los desvíos.

*Las figuras 4.5 y 4.6 muestran las diferencias halladas entre las ondulaciones observadas y las calculadas a partir de cada modelo. Notar que en ambas el espaciamiento entre las isocotas es el mismo (2 cm).*

*Los fuertes gradientes en la figura 4.6 muestran los problemas del modelo FCAG98 para reproducir las variaciones del geoide entre los puntos altimétricos GPS.*

*Se trata entonces de un control externo que permite conocer el verdadero comportamiento de cada modelo. Los parámetros estadísticos de las comparaciones son los incluidos en la tabla 1, que contiene la desviación estándar (Desv), el máximo y mínimo desvío (Máx y Mín) y la amplitud de variación (Ampl).*



**Fig. 4.6** Nobs-N(FCAG98). Isolíneas cada 2 cm.  
Puntos donde fueron evaluados los desvíos.

Los valores estadísticos y las figuras muestran claramente la reducción de los valores absolutos de las diferencias y los gradientes cuando la nueva solución ESS828 es utilizada. En la tabla 1, el valor de los parámetros estadísticos correspondientes al modelo de masas equivalentes, se ha reducido prácticamente a la mitad que cuando se utiliza el modelo FCAG98.

	FCAG98	ESS828
Desv (m)	0.10	0.04
Máx (m)	0.24	0.11
Mín (m)	-0.27	-0.12
Ampl (m)	0.51	0.23

**Tabla 1** Parámetros estadísticos de los modelos FCAG98 y ESS828

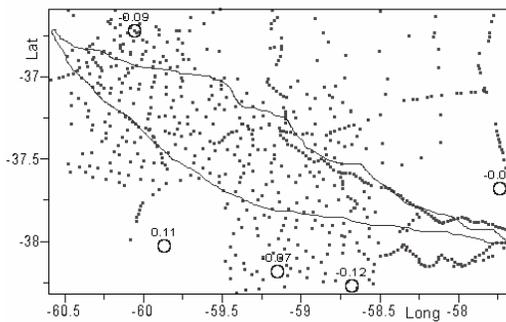
Un análisis más detallado sobre los residuos y la figura 4.5 permite distinguir un comportamiento anómalo en las cercanías de los puntos STAN y FESP (-59°;-37°5). Esto ocurre justamente en plena sierra, donde aparentemente existe suficiente información gravimétrica.

El pico de 11 cm en LPIL (-60°;-38°.1) está relacionado con ausencia de información gravimétrica. El fuerte gradiente sobre los puntos LOB1 y NILI (-59°;-38.2) puede ser atribuido a problemas de borde.

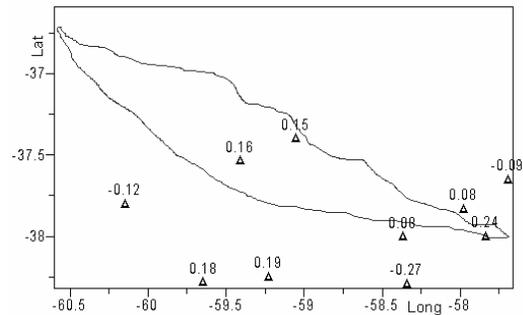
Los casos más desfavorables de ambos modelos están representados en las figuras 4.7 y 4.8.

Debido a que el modelo basado en GPS fue generado a partir de información de las ondulaciones del geoide en puntos altimétricos de toda la provincia de Buenos Aires, las grandes diferencias del modelo FCAG98 pueden ser explicadas por eventuales efectos de borde únicamente sobre los puntos del sector sureste. Para el modelo ESS828, están

asociados con la distribución de la información gravimétrica, pero nunca superan los 12 cm.



**Fig. 4.7** Máximos desvíos de ESS828.



**Fig. 4.8** Máximos desvíos de FCAG98.

*Caso (b):*

*En este caso se generó una grilla regular de pseudo observaciones de anomalías de Aire Libre.*

*Para longitudes de onda significativamente menores que el espesor de la corteza, puede demostrarse que la anomalía de Bouguer tiende a ser independiente de la topografía. Lo contrario ocurre con las anomalías de Aire Libre, muy correlacionadas con las variaciones de altura.*

*Como veremos en §6.2, en Tandilia puede asumirse un espesor de corteza en el orden de los 40 km. Por ese motivo, para interpolar una grilla cada 7 km, las anomalías de Bouguer son teóricamente adecuadas.*

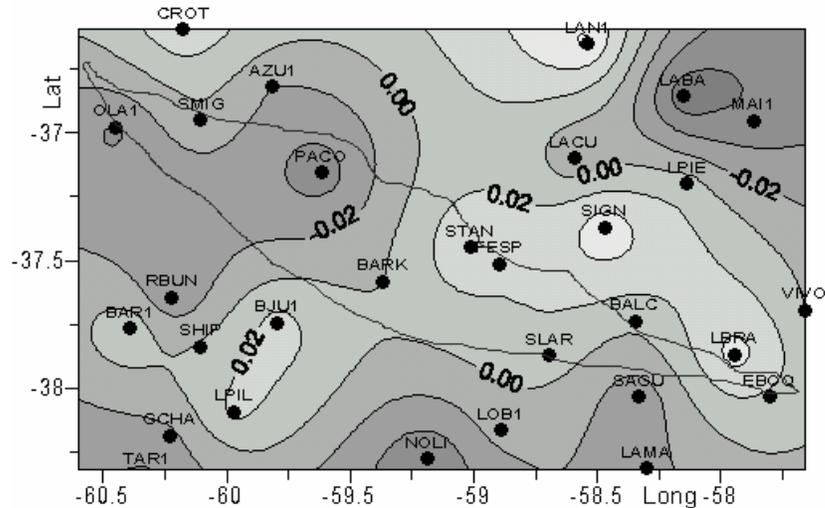
*Las anomalías de Bouguer fueron entonces interpoladas cada 7 km. A partir de estas, las anomalías de Aire Libre (Faye) fueron evaluadas en 1200 puntos equiespaciados.*

*De esta manera, en una nueva solución fueron calculados 1222 puntos masa.*

*Como consecuencia de la grilla regular de anomalías de Aire Libre, las masas superficiales correspondientes a las anomalías de gravedad estarán ubicadas sobre una superficie de profundidad única con respecto al geode.*

*El análisis de la solución ESS1222 (Fig. 4.9) muestra que el comportamiento anómalo presente en la solución ESS828 (Fig. 4.5) en torno de STAN, ha sido eliminado. Además, las diferencias al Sur han disminuido.*

*Estos resultados muestran la importancia de la distribución de la información gravimétrica. En efecto, cuando las observaciones de gravedad son analizadas, surge una acentuada ausencia de información a lo largo de 12 km al sudoeste del punto STAN. Cuando se utiliza únicamente información altimétrica GPS, la figura 4.6 muestra un fuerte gradiente residual en la misma zona.*



**Fig. 4.9** Nobs-N(ESS1222). Isolíneas cada 2 cm.

Sin embargo, en las proximidades de los puntos LANI y LABA ( $-58^{\circ}.2$  ;  $-36^{\circ}.7$ ), surgen diferencias de hasta 8 cm, en contraste con los 2 cm del caso (a).

Cuando se analizan los residuos que dejan las observaciones de gravedad en la solución ESS1222, aparece un claro pico de 10 mGal en la misma ubicación. Errores de unos 30 m en el MDE utilizado en las reducciones gravimétricas durante el proceso de interpolación podrían justificar esta discrepancia.

Caso (c):

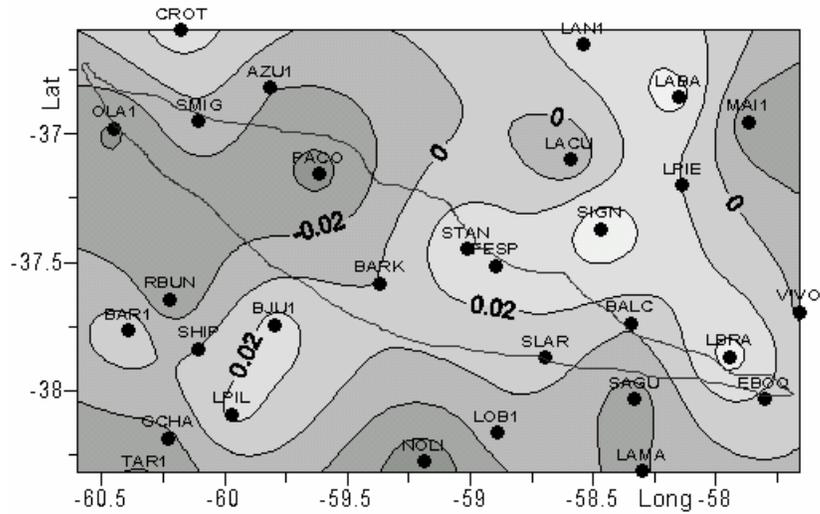
Considerando eventuales problemas de representación del MDE en la mencionada zona de conflicto, fueron excluidas las anomalías gravimétricas obtenidas por interpolación en una región de 40 km x 60 km.

Por otra parte, en los puntos de nivelación del IGM se dispone de un valor de altura confiable y consecuentemente, de una buena reducción gravimétrica. De esta manera, en el área citada, solo los puntos IGM fueron considerados en el cálculo.

La nueva solución ESS1175 es el resultado de 22 ondulaciones de geoide observadas y 1153 anomalías de gravedad, la mayoría de las cuales, corresponden a pseudo sitios de gravedad. Recordar que en este caso las anomalías gravimétricas son el resultado de la interpolación sobre una grilla regular.

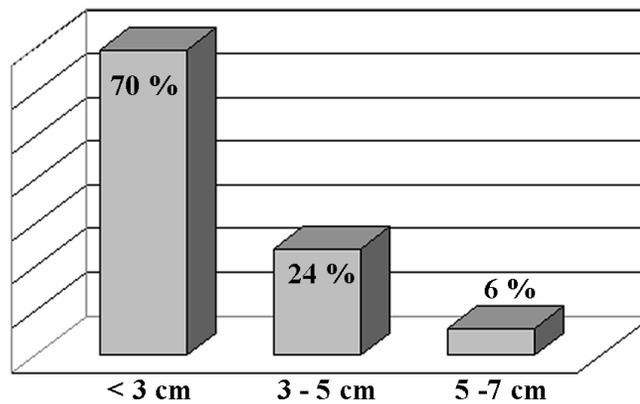
Como muestra la figura 4.10, ya no se percibe ningún comportamiento anómalo cerca de los puntos LANI y LABA. Los eventuales errores introducidos durante la interpolación han sido eliminados.

La distribución de las diferencias O-C muestra que el 94 % de ellas son menores que 5 cm (Fig. 4.11). Este es un estimador realista de la precisión externa del modelo.



**Fig. 4.10** Nobs-N(ESS1175). Isolíneas cada 2 cm.

*Se trata de una precisión suficiente para la mayoría de las aplicaciones, en particular, en regiones serranas.*



**Fig. 4.11** Distribución de N(O-C) para el modelo ESS1175.

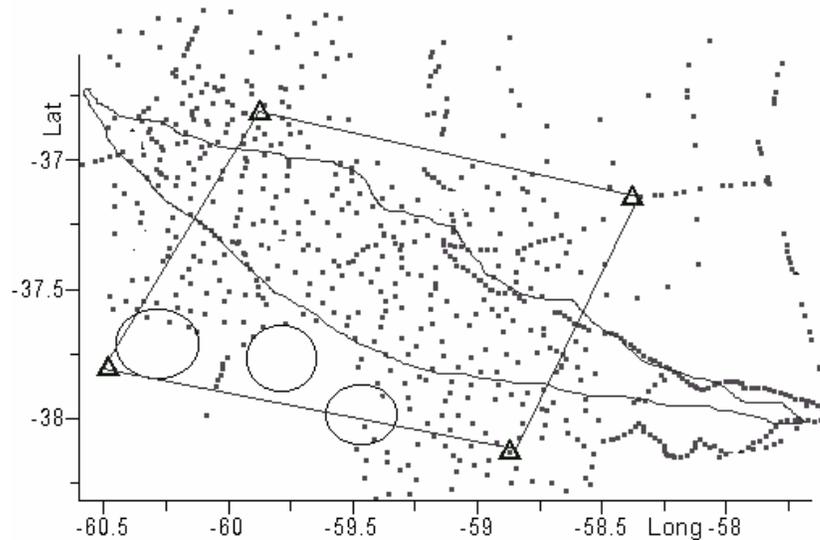
*Caso (d):*

*La distribución original de los pilares alimétricos de las líneas de nivelación y la progresiva destrucción de los mismos, generan en muchas regiones dificultades para conseguir el número y la distribución óptima de estos puntos en el terreno.*

*En términos de aproximarnos a una aplicación profesional realista, en la cual la información alimétrica será limitada, realizamos una simulación utilizando escasos puntos alimétricos GPS.*

*Se seleccionaron cuatro puntos GPS que definen un cuadrilátero de unos 120 km de lado, con adecuada información gravimétrica en el interior del polígono (Fig. 4.12).*

Naturalmente, los resultados son muy sensibles a la precisión y a la distribución de los puntos altimétricos GPS. Como consecuencia de la buena calidad de las ondulaciones del geoide utilizadas, una vez más las mayores diferencias se concentran en aquellos sectores donde la información de gravedad es escasa o no existe.



**Fig. 4.12** Polígono con los 4 puntos altimétricos GPS seleccionados. Los 3 círculos indican donde se ubican los mayores desvíos.

Si los peores valores localizados en los sitios señalados con círculos en la figura 4.12 son excluidos, los parámetros estadísticos de las diferencias son los indicados en la tabla 2.

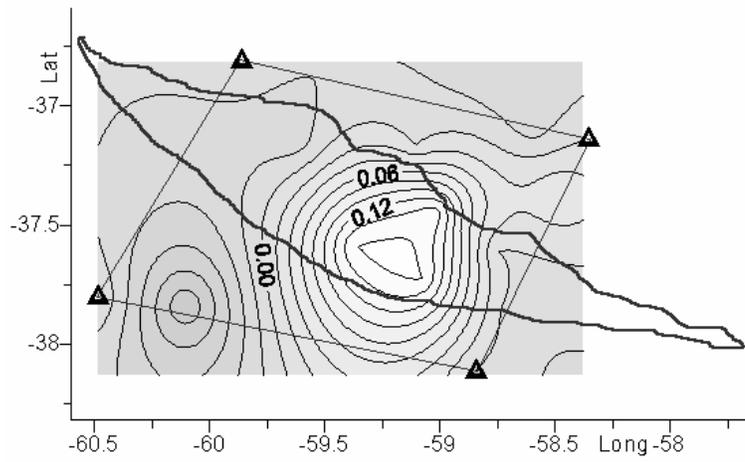
	FCAG98	ESS
Dev (m)	0.07	0.02
Máx (m)	0.16	0.04
Mín (m)	-0.12	-0.02
Ampl (m)	0.28	0.07

**Tabla 2** Parámetros estadísticos del caso (d).

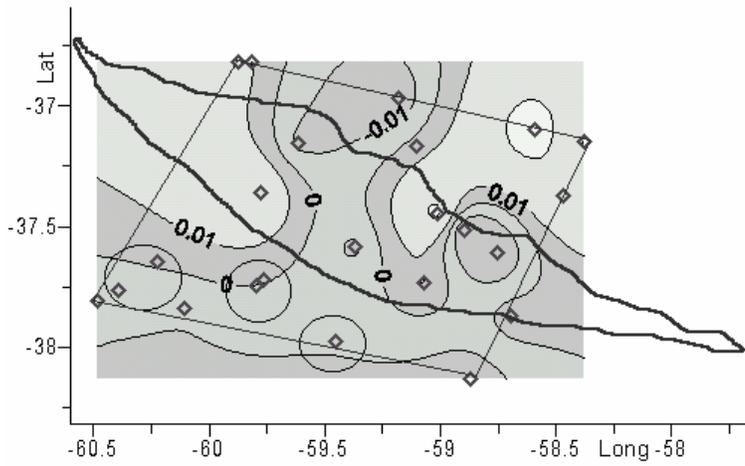
El comportamiento de las soluciones FCAG98 y las masas equivalentes (ESS) es representado en las figuras 4.13 y 4.14. Una vez más, el último es el que mejor reproduce las observaciones. Distancias mayores que 120 km entre puntos altimétricos GPS muestran no ser convenientes al menos en este tipo de topografía.

Los resultados se tornan casi dramáticos cuando la solución de las Fuentes Equivalentes se compara con el modelo que el profesional puede generar únicamente con los 4 puntos GPS (Fig. 4.15).

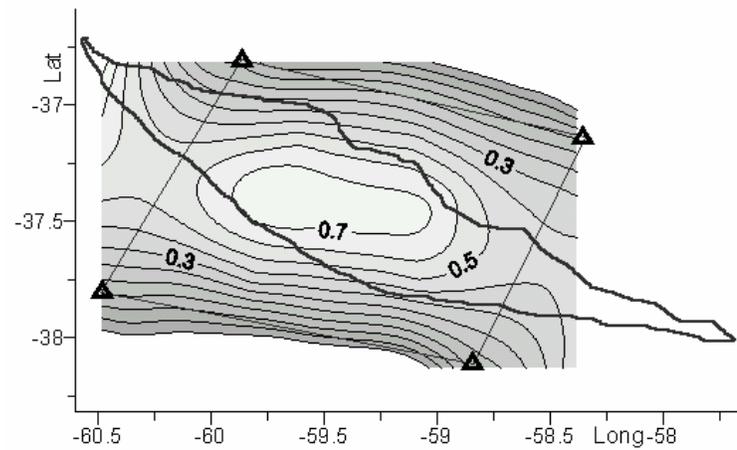
En este último caso los desvíos alcanzan 70 cm en la zona central.



**Fig. 4.13** Nobs-N(FCAG98). Isolíneas cada 2 cm.



**Fig. 4.14** Nobs-N(ESS). Isolíneas cada 1 cm.  
Observaciones: gravedad y 4 puntos GPS.



**Fig. 4.15** Nobs-N(4GPS). Isolíneas cada 10 cm.  
Observaciones: 4 puntos GPS.

#### 4.7 Influencia del MDE

El análisis anterior fue realizado en un principio con el MDE GTOPO30 disponible cuando se iniciaron los primeros cálculos. Una vez finalizadas las evaluaciones estuvo accesible el nuevo modelo de elevaciones SRTM90 del USGS (U.S. Geological Survey), con el que se obtuvieron los ajustes finales.

Las observaciones de radar fueron realizadas desde la nave Space Shuttle Endeavour durante la misión de febrero de 2000. Dos antenas de radar separadas unos 60 metros permitieron realizar interferometría radar para generar información espacial de la superficie topográfica. Trabajando en una longitud de onda de 5.6 cm con una inclinación orbital de 57 grados, durante 11 días fue posible relevar la superficie entre 60° N y 56° S de latitud. Esto implica una cobertura del 80 % de la superficie topográfica de la Tierra.

El modelo obtenido se dispone con una resolución de 25 m sobre el territorio de los EEUU y de 90 m sobre el resto de los continentes.

Si bien los resultados no son definitivos, son aptos para realizar diferentes análisis topográficos. Las deficiencias más relevantes son detectadas sobre los espejos de agua y las costas.

Cuando el nuevo modelo SRTM90 es evaluado sobre los puntos de la red altimétrica del IGM (Fig. 4.16), el comportamiento es similar al anterior GTOPO30 (Fig. 4.17). Sin embargo, existen diferencias sistemáticas entre ambos en algunas zonas altas de las Sierras. Esas diferencias tienen un impacto en la reducción de las anomalías de Aire Libre del mismo orden que los residuos obtenidos, que consignamos como “efecto topográfico diferencial”. Las coordenadas planas corresponden a una proyección Mercator Transversa.

Por esta razón y apoyados en los estudios previos del modelo SRTM90 disponible a nivel regional (Oliveira et al, 2003), el análisis de las estructuras geológicas se realizará con ese modelo digital de elevaciones.

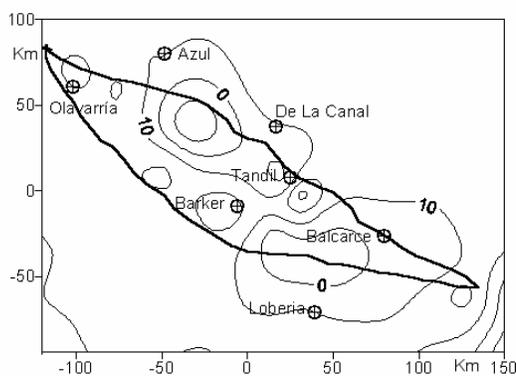


Fig. 4.16 H-SRMT90, en metros

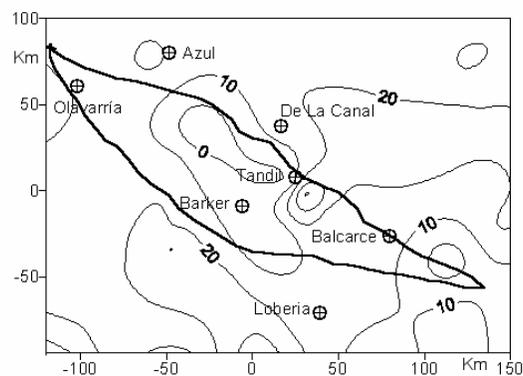
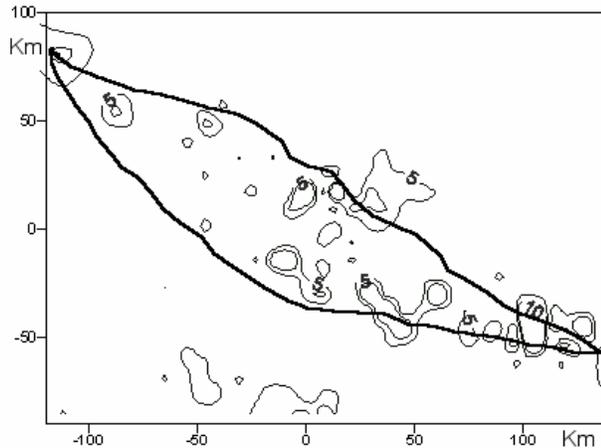


Fig. 4.17 H-GTOPO30, en metros

El efecto topográfico diferencial sobre el modelo isostático no supera el centímetro en la ondulación del geoide y, en general, los 5 mGal en la gravedad (Fig. 4.18).

Estos resultados confirman que pequeñas tendencias en los residuos de gravedad podrían ser explicadas a partir de zonas donde se concentren errores de unas pocas decenas de metros en el MDE. Por ejemplo, extensiones de 20 km x 30 km con 20 m de error sistemático en las elevaciones conduce a diferencias de unos 5 mGal en la anomalía isostática.



**Fig. 4.18** Excesos de anomalía de aire libre por las diferencias SRTM90-GTOPO30. Isolíneas cada 5 mGal (excluye la línea 0).

#### 4.8 Análisis de los modelos EGM96 y EIGEN-CG01C

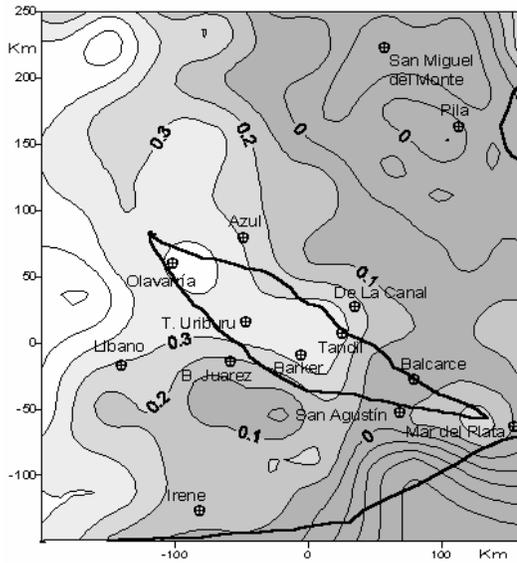
Los modelos geopotenciales EGM96 (Lemoine et al., 1998) y EIGEN-CG01C (Reigber et al., 2004) son utilizados en este trabajo para filtrar nuestras observaciones de las largas longitudes de onda del potencial terrestre. Por eso es interesante conocer cual es el comportamiento de estos importantes modelos en el área de estudio.

Mientras el EGM96 ha sido suficientemente utilizado, el modelo EIGEN-CG01C es muy reciente, por lo cual es pertinente realizar una breve descripción de sus principales características.

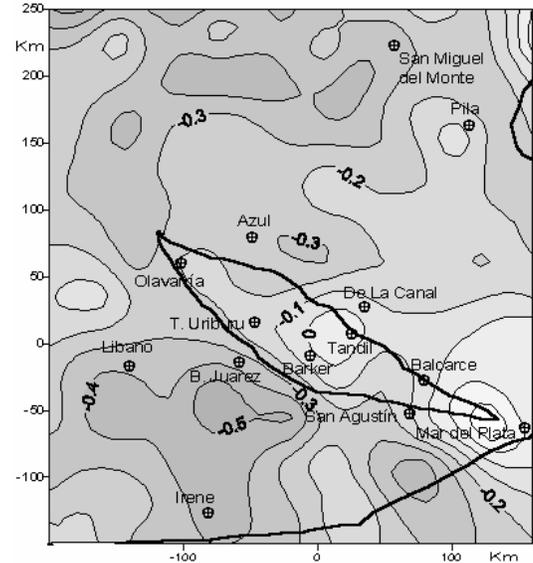
Se trata de un modelo completo hasta el grado y orden 360 en términos de armónicos esféricos, que resuelve longitudes de onda de 100 km en el geoide y en las anomalías gravimétricas. Se basa en las observaciones realizadas por las misiones CHAMP (CHALLENGING Minisatellite Payload, GFZ, 2000) y GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment misión, NASA Earth System Science Pathfinder Program, 2002) que son combinadas con altimetría satelital sobre los océanos y con gravedad sobre los continentes. Una de las claves fue la aplicación de un método que permitió combinar las citadas observaciones pero conservando la alta precisión de los datos satelitarios en las bajas frecuencias del potencial terrestre, con una transición alisada a las altas frecuencias provenientes de los datos de superficie. De esta manera se obtuvo un modelo de alta precisión (5 cm y 0.5 mGal) con resolución de 400 km. Más difícil es responder sobre la precisión en las cortas longitudes de onda, donde los autores consideran una precisión

global de 25 cm y 5 mGal en la altura del geode y las anomalías gravimétricas respectivamente.

Por este motivo es ilustrativo y muy importante para nuestras evaluaciones, analizar el comportamiento en las Sierras de Tandil.

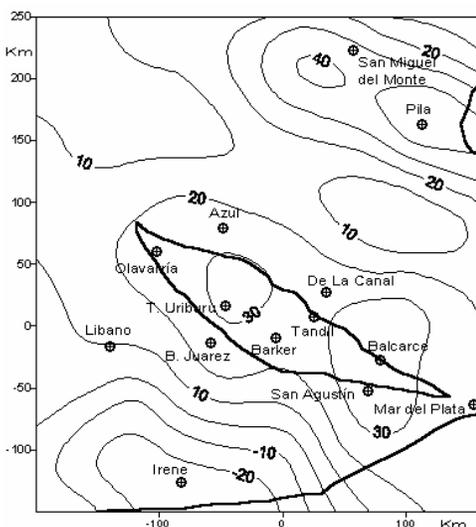


**Fig. 4.19**  $N_{obs}$ -EGM96(360x360).  
Isolíneas cada 0.10 m.

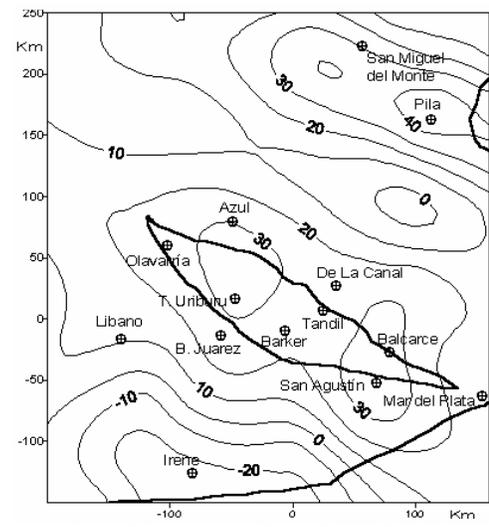


**Fig. 4.20**  $N_{obs}$ -EIGEN-CG01C(360x360).  
Isolíneas cada 0.10 m.

Las figuras 4.19 y 4.20 muestran como ajustan ambos modelos geopotenciales al grado y orden 360, con las observaciones en los puntos de nivelación GPS. Si bien el modelo EIGEN-CG01C tiene desvíos menores, los gradientes sobre las Sierras son comparables. El máximo al Noroeste de las Sierras, distante 250 km del otro máximo al Sureste, ha sido reducido a la mitad en el nuevo modelo.



**Fig. 4.21**  $AL_{obs}$ -EGM96(360x360).  
Isolíneas cada 10 mGal.



**Fig. 4.22**  $AL_{obs}$ -EIGEN-CG01C(360x360).  
Isolíneas cada 10 mGal.

*Este resultado es consistente con la mejor descripción de las largas longitudes de onda por parte del nuevo modelo. Un dato de interés es que las diferencias se concentran en la dirección de las Sierras, con una tendencia al Este de las mismas (Fig. 4.20).*

*Un análisis similar sobre las anomalías gravimétricas (Figs. 4.21 y 4.22) en aquellos puntos donde se dispone de gravedad observada, muestra dos picos separados por unos 150 km, confirmando la resolución del modelo en Tandilia.*

#### 4.9 Conclusiones de esta sección

*La incorporación de información gravimétrica entre puntos altimétricos GPS es crucial para mejorar la representación del geoide.*

*Las ondulaciones del geoide calculadas a partir de GPS definen la posición espacial de la superficie del geoide de acuerdo a la precisión con la que fueron obtenidas, que en nuestro caso es próxima a los 2 cm ( $\sigma_N$ ).*

*La información gravimétrica ( $\sigma_{AL} \sim 1.5$  mGal), indicativa de la variación vertical de la ondulación del geoide en una región acotada (2.50), tiene una aceptable cobertura y contribuye en forma decisiva para lograr una mejor representación del geoide entre los puntos altimétricos GPS.*

*En todos los casos la solución de las masas equivalentes demostró ser una mejor aproximación al geoide. Desvíos de 15 y 20 cm en el modelo GPS se redujeron a 3 o 4 cm usando la solución ESS.*

*En el territorio analizado, las diferencias O-C calculadas sobre puntos de control GPS, han sido menores que 5 cm en el 94 % de los casos, mientras que en el resto no superaron los 7 cm.*

*Sin embargo, persisten los conocidos problemas asociados con la distribución de la información. Como en todo proceso de interpolación es prácticamente imposible apartarse de los límites de la información sin una dramática pérdida de precisión.*

*Es clara la necesidad de analizar la distribución y magnitud de los residuos obtenidos de la solución, antes que el conjunto de masas ajustadas sea aplicado para reproducir el geoide. Eventuales desajustes en el modelo digital de elevaciones y otras anomalías en los datos de entrada deben ser detectados y eliminados, aunque no necesariamente podrán ser identificados.*

*Una nueva solución producirá el conjunto de masas en magnitud y ubicación espacial que representará el modelo de geoide obtenido.*

*Como fue mostrado, es posible realizar un análisis comparable utilizando un mínimo de puntos altimétricos GPS sobre áreas de unos 100 km x 100 km. Es necesario construir un polígono con 3 o 4 puntos altimétricos GPS en sus vértices, teniendo en*

*cuenta que en su interior se disponga de buena cobertura gravimétrica. El polígono define el límite donde el método es aplicable.*

*Cabe señalar que en las ondulaciones del geoide y las anomalías gravimétricas no fueron descontados los efectos regionales. La aplicación de la técnica remove-restore puede ser una alternativa de interés cuando esta metodología pretenda ser utilizada en territorios más extendidos, donde las largas longitudes de onda necesariamente tienen que ser consideradas.*

*Es pertinente mencionar que la geometría de las líneas de nivelación sobre las que se construyeron las redes altimétricas nacionales, genera un condicionamiento importante en cuanto a la disponibilidad de potenciales puntos altimétricos que puedan ser observados con GPS. A esto se suma la progresiva destrucción de los pilares que materializan esos puntos, que en muy pocos casos son repuestos.*

*El corolario es que cada vez será más difícil contar con una distribución y cantidad aceptable de puntos altimétricos GPS para conseguir un modelo basado enteramente en información GPS.*

*En este sentido, el método de las fuentes equivalentes se presenta como una alternativa muy interesante entre los métodos gravimétricos clásicos y el GPS-geométrico, para obtener un modelo de geoide local preciso en forma relativamente sencilla.*

*Por último, la solución ESS1175 será utilizada como el “geoide local de precisión” en el resto de esta Tesis.*

## 5. Análisis Isostático

### 5.1 Ondulación Isostática

La influencia de la topografía y la correspondiente raíz o anti-raíz del modelo isostático puede ser evaluada separadamente en la ondulación del geoide ( $N$ ). Luego, comparando el geoide observado, y debidamente filtrado, con el correspondiente a un modelo cortical perfectamente compensado será posible especular sobre las características de la corteza.

La información referida a la isostasia se corresponderá con longitudes de onda no mayores a unos pocos cientos de kilómetros. En consecuencia las anomalías de densidad en las profundidades de la Tierra deben ser previamente eliminadas (longitudes de onda medias y largas).

La estructura topográfica estudiada en este trabajo se extiende sobre unos 350 km con un ancho que no supera los 60 km. En consecuencia, las dimensiones son adecuadas para el presente análisis.

La componente vertical de la gravedad  $g_z$  producida por una losa indefinida de espesor  $z$  será:

$$g_z = 2\pi G\sigma_z(z).z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad (5.1)$$

$$dV = -2\pi G\sigma_z(z).z.dz \quad (5.2)$$

Donde,

$V$ : Potencial gravitatorio

$\sigma_z$ : densidad en función de la profundidad "z"

El signo menos en (5.1) es consecuencia de que  $g$  es considerada positiva hacia abajo.

El potencial gravitatorio de la Tierra real  $V_{\text{real}}$  puede expresarse como la suma del potencial producido por la Tierra regularizada  $V_{\text{reg}}$  en el sentido isostático, y un potencial perturbador isostático ( $T_{\text{isost}}$ ) producto de la topografía y el correspondiente modelo de compensación.

$$V_{\text{real}} = V_{\text{reg}} + T_{\text{isost}} + v_1 = -2\pi G \int \sigma_z(z).z.dz \quad (5.3)$$

O bien,

$$T_{\text{isost}} = V_{\text{real}} - V_{\text{reg}} - v_1 \quad (5.4)$$

Donde  $v_1$  representa los desvíos del modelo isostático y los errores en la evaluación del mismo.

Considerando el modelo Isostático de Airy, para la sierra en estudio, las elevaciones de altura  $H$  son compensadas por la presencia de raíces de espesor  $R$  de igual densidad  $\sigma_c$  (densidad de la corteza) que se sumergen en el manto de densidad  $\sigma_m$  a partir de un nivel de compensación ( $T_n \cong 30-40$  km).

Aplicando la condición de equilibrio en la figura (5.1), la relación entre una elevación ( $H$ ) y su raíz ( $R$ ), en el modelo de Airy, es:

$$R = \frac{\sigma_{cs} \cdot H}{\sigma_m - \sigma_{ci}} \quad (5.5)$$

Donde,

$\sigma_{cs}$  : densidad de la corteza superficial o topográfica (sobre el geoide)

$\sigma_{ci}$  : densidad de la corteza inferior (por abajo del Moho)

$\sigma_m$  : densidad del manto

$H$  : altura ortométrica de la superficie topográfica

$R$  : raíz correspondiente al modelo de Airy

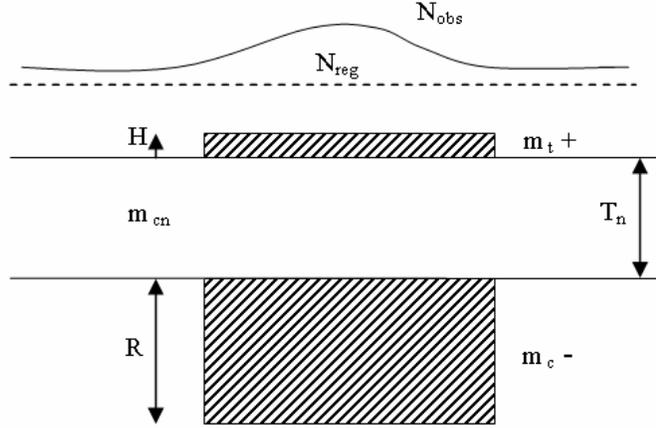
Considerando valores medios para las densidades de la corteza y el manto en el planeta, puede estimarse la siguiente relación numérica.:

$$\sigma_c = 2.7 \text{ gr/cm}^3 \quad \sigma_m = 3.1 \text{ gr/cm}^3 \quad \Rightarrow \quad R = 6.75 H \quad (5.6)$$

A partir de (5.3) y considerando la figura 5.1, se obtienen las siguientes expresiones:

$$V_{\text{real}} = -2\pi G \left\{ \frac{V_p}{2\pi G} + \int_{T_n+R}^{T_n} \sigma_c \cdot z \cdot dz + \int_{T_n}^0 \sigma_c \cdot z \cdot dz + \int_0^{-H} \sigma_c \cdot z \cdot dz \right\} \quad (5.7)$$

$$V_{\text{reg}} = -2\pi G \left\{ \frac{V_p}{2\pi G} + \int_{T_n+R}^{T_n} \sigma_m \cdot z \cdot dz + \int_{T_n}^0 \sigma_c \cdot z \cdot dz \right\} \quad (5.8)$$



**Fig. 5.1.** Representación de la Topografía, la Raíz y la Corteza normalizada.

Donde,

$T_n$  : espesor de la corteza

$m_{cn}$  : masa de la corteza normalizada

$m_t$  : masa topográfica

$m_c$  : masa de compensación

$V_p$  : potencial de la Tierra en la superficie, debido al resto de las masas no consideradas en el modelo de compensación

Reemplazando (5.7), (5.8) en (5.4) y considerando  $v_1 = 0$  :

$$T_{isost} = -2\pi G \left\{ \int_{T_n+R}^{T_n} (\sigma_c - \sigma_m) z \cdot dz + \int_0^{-H} \sigma_c \cdot z \cdot dz \right\} \quad (5.9)$$

Calculando las integrales y considerando la relación entre las densidades de la corteza y el manto, ecuación (5.5), se obtiene:

$$T_{isost} = 2\pi G \sigma_c H \left[ \frac{H}{2} + T_n + \frac{R}{2} \right] \quad (5.10)$$

Fórmula válida para una raíz  $R$ .

Aplicando el Teorema de Bruns en la ecuación (5.10):

$$N_{isost} = \frac{T_{isost}}{\gamma} \quad (5.11)$$

$$N_{\text{isost}} = \frac{2\pi G\sigma_c H}{\gamma} \left[ \frac{H}{2} + T_n + \frac{R}{2} \right] \quad (5.12)$$

La ondulación isostática  $N_{\text{isost}}$  (Haxby and Turcotte, 1978) puede ser calculada entonces en todos aquellos puntos de altura ortométrica  $H$  conocida.

Considerando que las alturas ( $< 500$  m) de la estructura estudiada son mucho más pequeñas que los espesores de corteza esperados ( $\sim 40$  km), en longitudes de onda del orden de la estructura de Tandilia ( $\sim 350$  km x 60 km), la ecuación (5.12) tendrá prácticamente la forma:

$$N_{\text{isost}} \approx \text{Cte} * H \quad (5.13)$$

Es decir, la ondulación isostática, efecto de las masas topográficas y de compensación, seguirá la topografía del área estudiada.

No obstante, como veremos más adelante, la aproximación de la losa indefinida puede ser mejorada a partir de paralelepípedos que aproximan la forma de la topografía y las raíces. En particular, en una estructura de dimensiones limitadas como Tandilia, la diferencia entre ambas aproximaciones no supera los 30 cm. Este resultado se obtuvo comparando la ondulación isostática calculada con (5.12) y con paralelepípedos.

## 5.2 Ondulaciones del Geoide en Tandil

La ondulación observada  $N_{\text{obs}}$  puede describirse como la suma de una componente “regional”  $N_{\text{reg}}$ , que refleja el comportamiento predominante en la zona, y otra “residual”  $N_{\text{res}}$ , que caracteriza las particularidades de la estructura estudiada.

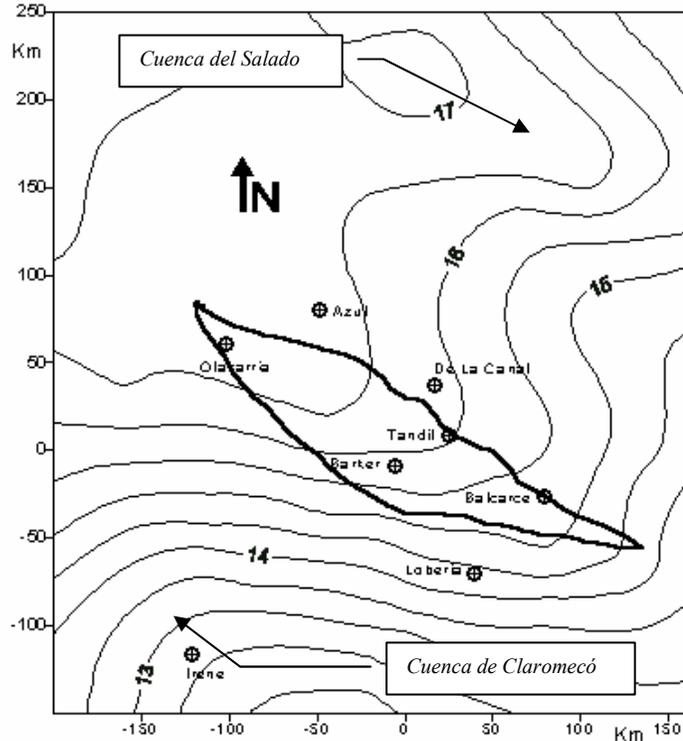
$$N_{\text{obs}} = N_{\text{reg}} + N_{\text{res}} + v_N \quad (5.14)$$

Donde  $v_N$  representa los errores de observación.

Si las citadas particularidades son atribuidas a las diferencias entre la corteza real y la corteza regularizada, es posible asimilar la ondulación residual (5.14) a la isostática (5.12).

Luego, si existe balance isostático, de (5.14) y (5.4):

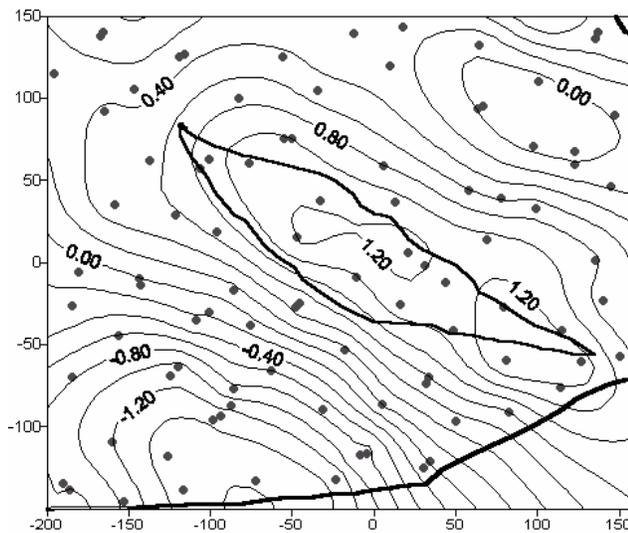
$$N_{\text{res}} + v_N \cong N_{\text{isost}} + v_I \quad (5.15)$$



**Fig. 5.2** Ondulación Observada. Isolíneas cada 50 cm.  
La línea continua indica el límite de los afloramientos de Tandilia.

La componente regional fue representada a partir de diferentes filtros matemáticos y a través del modelo geopotencial EIGEN-CG01C (Reigber et al., 2004).

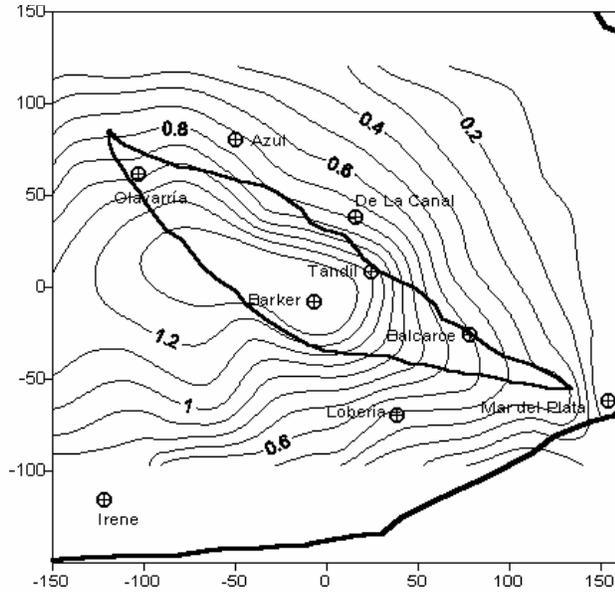
Por los motivos esgrimidos en las secciones §4.8 y §6.3, la aproximación adoptada corresponde al modelo EIGEN-CG01C para el orden y grado 36 ( $\lambda_{min} \cong 360/36 \cdot 100 \text{ km} \cong 1000 \text{ km}$ ).



**Fig. 5.3** Ondulación Residual Observada.  
 $N_{res} = N_{obs} - N_{regional}$  (EIGEN(36x36)). Isolíneas cada 20 cm.

Una vez eliminada la componente regional de la ondulación observada (Fig. 5.2), se obtiene la ondulación residual  $N_{res}$  (Fig. 5.3).

Las coordenadas utilizadas en las figuras corresponden a una proyección Mercator Transversa definida arbitrariamente con origen en el centro geográfico de la zona estudiada. Los valores están expresados en kilómetros, con las abscisas (X) y las ordenadas (Y) positivas al Este y al Norte respectivamente.



**Fig. 5.4** Ondulación Isostática calculada con la fórmula simplificada de Haxby y Turcotte (1978). Isolinias cada 0.10 m.

A partir de las consideraciones geológicas y geofísicas desarrolladas en §6.2, la ondulación isostática (Fig. 5.4) fue calculada utilizando los siguientes valores de corteza en (5.12):

$$\sigma_c = 2.84 \text{ gr/cm}^3 \quad \sigma_m = 3.24 \text{ gr/cm}^3 \quad T_n = 42 \text{ km} \quad (5.16)$$

De acuerdo a lo analizado en §4.7, las alturas fueron extraídas del modelo digital de elevaciones SRMT90 (Shuttle Radar Topography Mission) y datos locales (Fig. 5.5).

Como será discutido en §6.2, el conjunto de parámetros (5.16) para la corteza, es el resultado del análisis de antecedentes geológicos y de los resultados obtenidos sobre el geoide y las anomalías gravimétricas.

Naturalmente, la componente isostática sigue la forma del modelo de elevaciones utilizado.

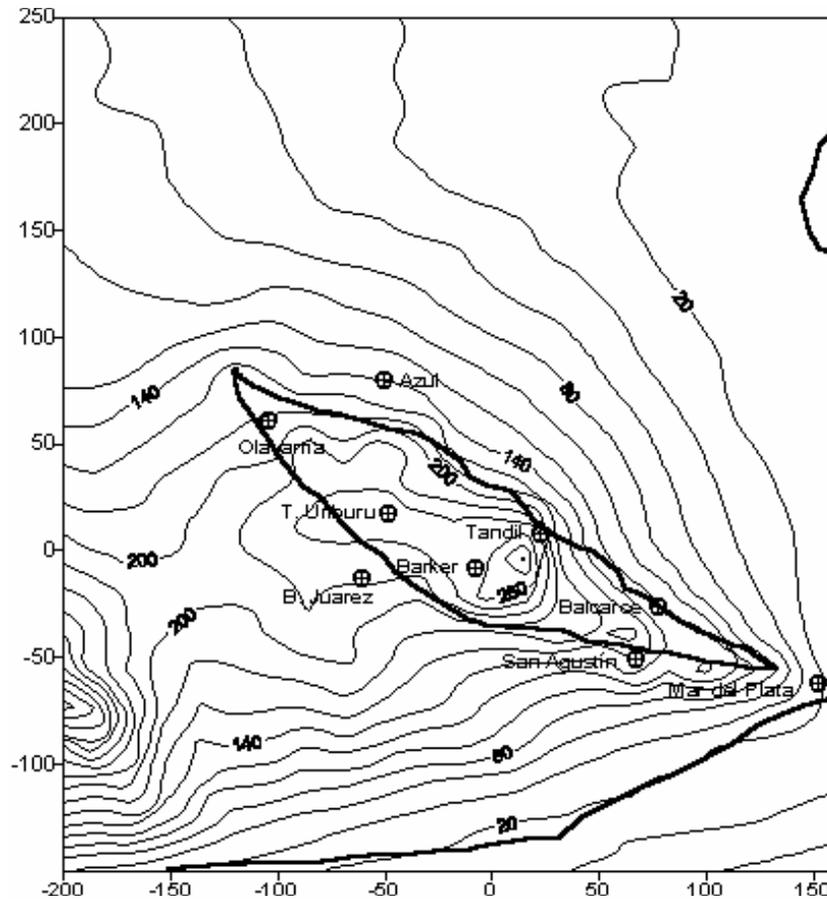


Fig. 5.5 Modelo de Elevaciones (SRTM90) en la región de Tandilla. Isolíneas cada 20 m.

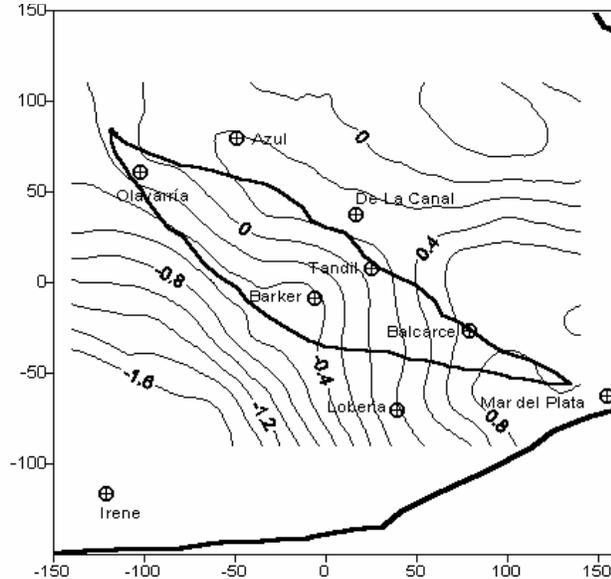
Una vez eliminada la componente isostática de la ondulación residual, de acuerdo a (5.15) se obtiene el eventual apartamiento de la estructura del modelo isostático.

$$v_1 = N_{\text{res}} + v_N - N_{\text{isost}} \quad (5.17)$$

Las diferencias (Fig. 5.6) aceptablemente centradas en cero, tienen en general un fuerte gradiente, indican una tendencia al este de la estructura principal de Tandilia y se hacen máximas en el extremo sureste.

Luego, el modelo isostático parece no ser completamente operativo en esta zona, arrojando diferencias  $v_1$  de hasta 0.80 m, frente a los errores de observación  $v_N$  estimados en 0.05 m ( $2\sigma$ , §4.5.1).

Este resultado parece coherente con lo ya señalado por Woollard (1959) para estructuras geológicas de ancho restringido en los Estados Unidos, y considerado por Introcaso (1997, pág 297) al referirse a las Sierras Pampeanas (Pie de Palo, de la Huerta y Chepes).



**Fig. 5.6**  $N_{res} = N_{obs} - N_{regional} - N_{isost}$ . Isolíneas cada 20 cm.

*Cuando se realiza separadamente el cálculo de la ondulación producida por la topografía de Tandilia, se obtienen valores que claramente reclaman una solicitud de la raíz.*

*Este resultado es un primer llamado de atención a propósito del comportamiento de la estructura.*

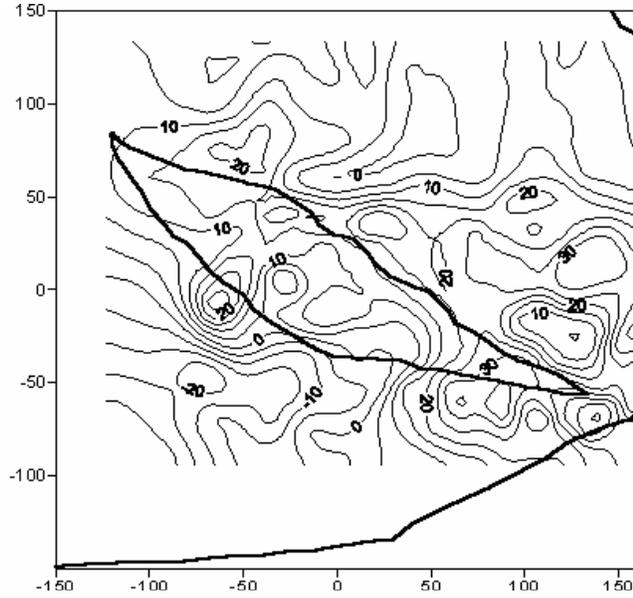
*Pero como veremos más adelante, un análisis completo de  $v_1$  requiere considerar la existencia de anomalías de densidad y la interacción con las estructuras vecinas.*

*Antes de avanzar en ese sentido, realizaremos un primer análisis del otro observable desde el campo gravitatorio: la gravedad.*

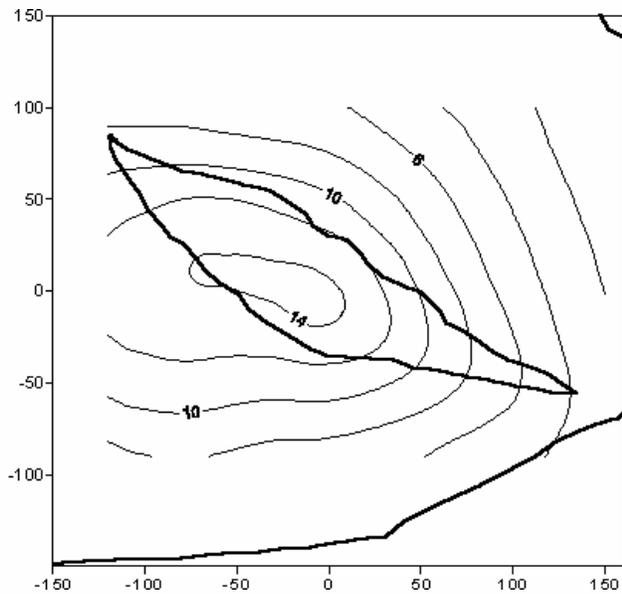
### 5.3 Anomalías Gravimétricas

*Las anomalías de Bouguer (Fig. 5.7) son pequeñas pero predominantemente positivas sobre las Sierras, con máximos de 30 mGal. Esto indica que los modelos clásicos no podrán explicar a priori ese comportamiento.*

*No obstante, para disponer de una base teórica a partir de la cual plantear las anomalías, se realizó el cálculo de la corrección Isostática (Fig. 5.8), considerando el modelo de Airy y utilizando los parámetros indicados en (5.16).*



**Fig. 5.7** Anomalías de Bouguer. Isolíneas cada 5 mgal.



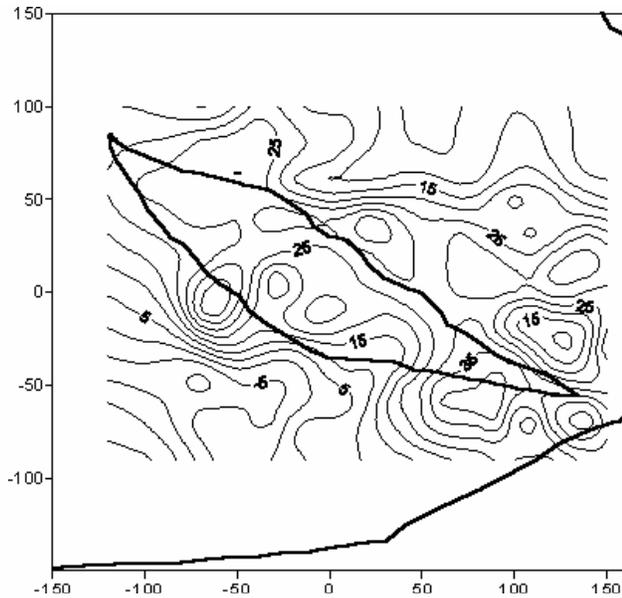
**Fig. 5.8** Corrección Isostática. Modelo de Airy. Isolíneas cada 2mgal.

*El efecto gravimétrico de la raíz de compensación fue calculado con el método de Talwani-Ewing (1960). En el mismo, la estructura geológica, representada a partir del modelo digital de elevaciones ya citado, es desplegada en una secuencia de capas de planos horizontales prácticamente equiespaciados. La intersección de cada plano con las elevaciones define el contorno topográfico a una determinada altura, que es aproximado a través de un polígono. Finalmente, el efecto gravitatorio de cada tesela irregular de espesor infinitesimal es calculado y sumado sobre todos los planos de altura. En este caso, las alturas topográficas se convierten en las profundidades definidas por el modelo de Airy para las raíces.*

Una vez aplicado el efecto de la raíz a la anomalía de Bouguer se obtiene la anomalía Isostática (Fig. 5.9).

La comparación de la ondulación isostática (Fig. 5.4) y la componente isostática de la gravedad (Fig. 5.8), calculadas independientemente, muestran una clara correspondencia como consecuencia de haber sido utilizado el mismo modelo de alturas.

Las anomalías Isostáticas se hacen naturalmente más positivas. Pero estas anomalías están influenciadas por masas profundas y superficiales.

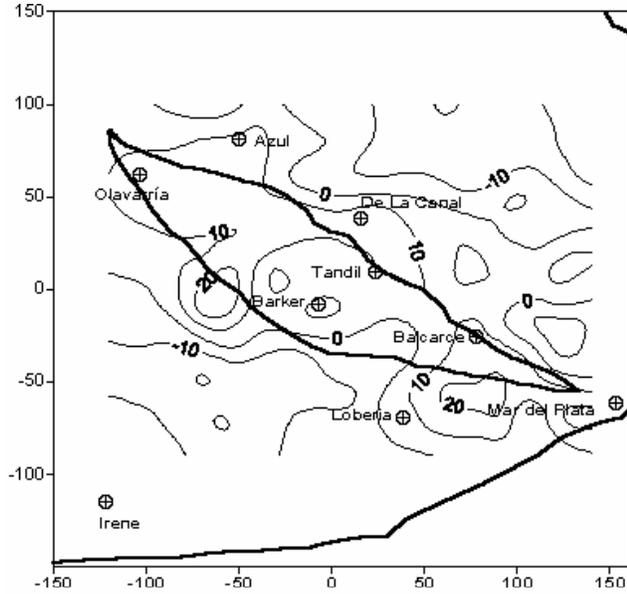


**Fig. 5.9** Anomalías Isostáticas: AB – Corrección de Airy.  
Isolíneas cada 5 mgal.

El modelo isostático debe ser evaluado sobre longitudes de onda del orden de la estructura analizada. Para separar los efectos es necesario realizar un filtrado de aquellas ondas del potencial no deseadas. Un filtro simple como una superficie plana ( $A+Bx+Cy$ ) es suficiente para visualizar las tendencias regionales.

Efectivamente las variaciones en la escala de la estructura ( $350 \times 300 \text{ km}^2$ ) muestran la misma forma de las anomalías totales con una tendencia positiva en el sector de las Sierras que promedia unos 10 mGal (Fig. 5.10).

En consecuencia, los resultados inferidos de ambos observables (ondulación geoidal y gravedad) muestran que el modelo isostático no se corresponde con las mediciones, aunque los desajustes son de ordenes pequeños pero morfológicamente sistemáticos (Figs. 5.6 y 5.10).



**Fig. 5.10** Anomalías de gravedad Isostáticas filtradas. Isolíneas cada 10 mgal.

Como señalara Introcaso (1997), existen áreas donde las anomalías de aire libre e isostáticas parecerían indicar apartamientos de la isostasia, y hay razones para creer que existe equilibrio isostático, como en el caso de Tandilia. Estudios corticales sísmicos en esas zonas muestran que el espesor de corteza no es normal, pudiendo estar asociado a una composición cortical de densidad anómala.

En nuestro caso no se cuenta con datos sísmicos. Por este motivo es interesante profundizar en el estudio a través de otros observables. Las anomalías de aire libre serán utilizadas con esta finalidad.

#### 5.4 Las anomalías de Aire Libre

Como veremos en breve, las anomalías de aire libre son muy convenientes para realizar un estudio como el presente.

La idea es analizar las diferencias entre las anomalías de aire libre “observada” y la “calculada” a partir del modelo isostático de Airy.

La gravedad producida por la Tierra verdadera está relacionada con la gravedad de la Tierra regularizada a través de la siguiente expresión:

$$g_{\text{obs}}(\mathbf{P}) = g_{\oplus\text{reg}}(\mathbf{P}) + g_{\text{mt}} - g_{\text{mr}} + \delta_g + \delta_1 \quad (5.18)$$

donde,

$g_{\oplus\text{reg}}(\mathbf{P})$ : gravedad de la Tierra regularizada en el punto  $P$ .

$g_{\text{mt}}$ : gravedad producida por la masa topográfica sobre el punto  $P$ .

$g_{\text{mr}}$ : gravedad producida por el defecto de masa de la raíz (Airy) sobre el punto  $P$ .

$g_{\text{obs}}$  : gravedad observada.  
 $\delta_g$  : errores de observación  
 $\delta_1$  : desvío del modelo isostático

Los residuales  $\delta_1$  consideran las deficiencias del modelo isostático y los errores inherentes a la forma en que se calculan las correcciones  $g_{\text{mt}}$  y  $g_{\text{mr}}$ .

Incorporando en ambos miembros de (5.18) la corrección por aire libre para reducir al geoide y restando la gravedad normal en el elipsoide:

$$g_{\text{obs}}(P) + 0,3086 * H - \gamma(Q_0) = g_{\oplus\text{reg}}(P) + 0,3086 * H - \gamma(Q_0) + g_{\text{mt}} - g_{\text{mr}} + \delta_g + \delta_1 \quad (5.19)$$

$$AL_{\text{obs}} - AL_{\oplus\text{reg}} = g_{\text{mt}} - g_{\text{mr}} + \delta_g + \delta_1 \quad (5.20)$$

Donde,

$$AL_{\text{obs}}(P_0) = g_{\text{obs}}(P) + 0,3086 * H - \gamma(Q_0) \quad (5.21)$$

$$AL_{\oplus\text{reg}}(P_0) = g_{\oplus\text{reg}}(P) + 0,3086 * H - \gamma(Q_0) = AI(P_0) \quad (5.22)$$

En consecuencia, las anomalías de aire libre nos permitirán analizar en un único observable ambas componentes del modelo isostático:  $g_{\text{mt}}$  y  $g_{\text{mr}}$ . Este es el motivo por el cual resulta conveniente su utilización.

En la presente hipótesis de balance isostático, la correcta elección del modelo de potencial normal producirá una gravedad normal  $\gamma(Q_0)$  tal que la anomalía isostática AI será cero (Hieskanen and Moritz, 1967).

En consecuencia, si  $AI(P_0) = AL_{\oplus\text{reg}} = 0$ , de (5.20):

$$AL_{\text{obs}} = g_{\text{mt}} - g_{\text{mr}} + \delta_g + \delta_1 \quad (5.23)$$

o bien,

$$AL_{\text{obs}} = AL_{\text{cal}} + \delta_g + \delta_1 \quad (5.24)$$

$$AL_{\text{cal}} = g_{\text{mt}} - g_{\text{mr}} \quad (5.25)$$

Luego, la comparación entre las anomalías de aire libre observadas y el modelo  $g_{\text{mt}} - g_{\text{mr}}$  será indicativa del balance isostático y de los eventuales desvíos  $\delta_1$  del mismo.

En nuestro caso,  $\delta_1$  será atribuido a la presencia de anomalías de densidad en la corteza y a la acción de entidades geológicas vecinas.

En primera instancia, los efectos gravitatorios de la topografía y las raíces del modelo de Airy, fueron calculados a través del método de Talwani-Ewing ya referido (Fig. 5.11). El mismo cálculo fue realizado además utilizando paralelepípedos para aproximar la topografía y las raíces. Los resultados de ambos métodos fueron numéricamente equivalentes.

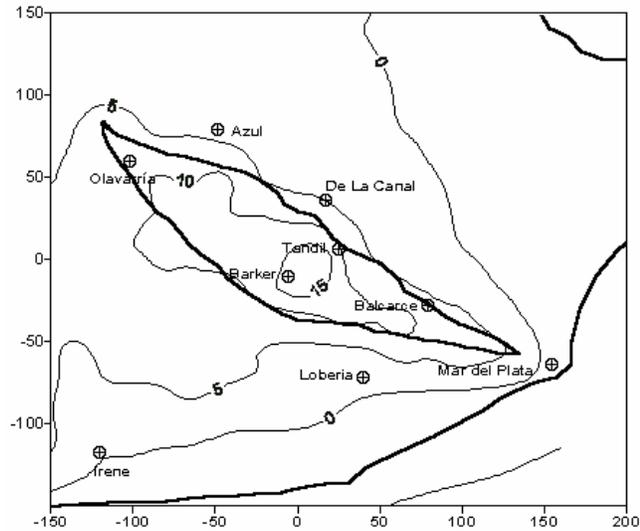


Fig. 5.11  $g_{mr} - g_{mt}$ . Modelo isostático de comparación. Isolíneas cada 5 mgal.

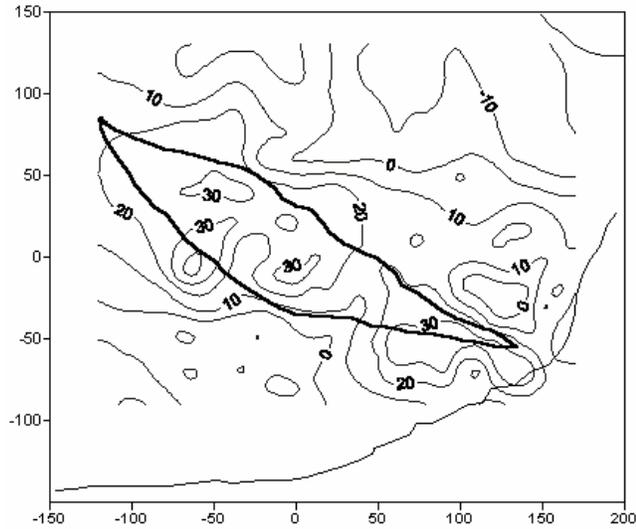
Este comentario es pertinente porque la utilización de paralelepípedos es muy conveniente para el tipo de análisis que realizaremos en este trabajo. Además de proveer una mejor aproximación, los paralelepípedos permiten representar muy fácilmente estructuras irregulares que deben ser consideradas, por ejemplo cuando existen anomalías de densidad.

En consecuencia, en adelante el campo gravitatorio producido por las masas terrestres, será calculado a partir de su representación con estas unidades volumétricas.

En nuestro análisis hemos considerado a la  $AL_{cal}$  como producto de las masas topográficas y de compensación. Las mismas se manifestarán en aquellas longitudes de onda del campo gravitatorio que sean del orden de las dimensiones de la estructura analizada. La gravedad observada es afectada además por las largas longitudes de onda del potencial terrestre. En consecuencia, antes de comparar las observaciones con nuestro modelo isostático  $g_{mt} - g_{mr}$ , es necesario filtrar las anomalías gravimétricas por los efectos de las masas más profundas y alejadas (Fig. 5.12).

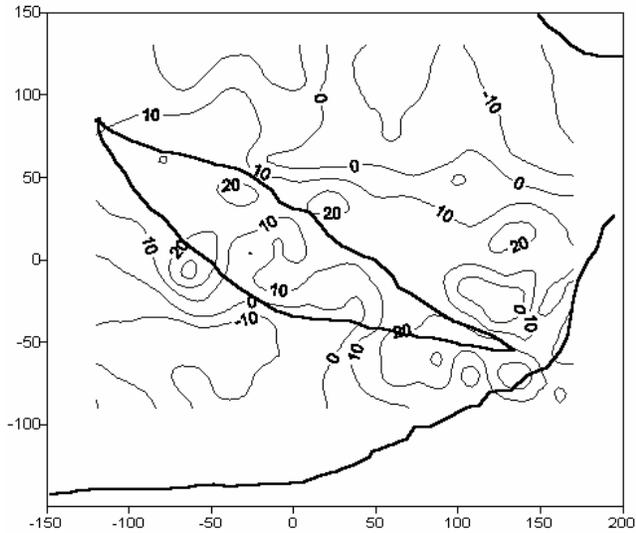
Coherente con el filtrado realizado sobre las ondulaciones del geode, se aplicó el mismo modelo geopotencial EIGEN-CG01C hasta el grado y orden 36.

La diferencia entre la anomalía de aire libre observada y la calculada (Fig. 5.13) es equivalente a la anomalía isostática representada en la figura 5.9. En ese cálculo la topografía fue considerada como una placa de Bouguer, mientras que en la figura 5.13 la topografía fue representada con paralelepípedos. Una vez más, la corrección de Bouguer impresiona por sus excelentes resultados, proporcionando curvas alisadas y representativas.



**Fig. 5.12**  $AL_{reg} = AL_{obs} - AL(EIGEN\ 36 \times 36)$ .  
Isolíneas cada 10 mGal.

Más allá de estas apreciaciones, las anomalías se mantienen en el orden de los 10 mGal (Figs. 5.10 y 5.13).



**Fig. 5.13**  $AL_{local} - AL_{Isost}$ . Isolíneas cada 10 mGal.

Como ya fue señalado, la comparación directa entre la observación y el modelo no será posible si el elipsoide utilizado no es el correcto. Aunque el potencial normal

adoptado no sea el más apropiado, en una región limitada la gravedad producida por la corteza regularizada diferirá de la gravedad normal muy aproximadamente en una constante.

En consecuencia, la anomalía de aire libre de la corteza regularizada puede escribirse como:

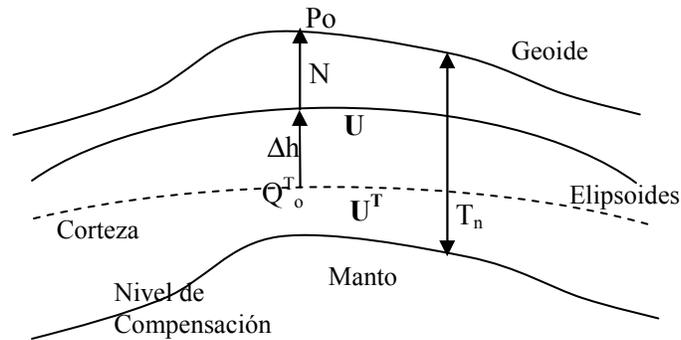
$$AL_{\oplus\text{reg}} = AI = g_{\oplus\text{reg}}(P_0) - \gamma(Q_0) = \text{Cte} \quad (5.26)$$

En estas condiciones,

$$AL_{\text{cal}} = g_{\text{mt}} - g_{\text{mr}} + \text{Cte} \quad (5.27)$$

Para interpretar lo que esta constante representa se realizan a continuación algunas consideraciones.

Con  $U^T$  se designa el potencial normal óptimo para la Tierra y con  $U$  el potencial generado por el elipsoide adoptado. Se asume la misma masa y la misma velocidad angular en ambos elipsoides, pero dimensiones diferentes (Fig. 5.14).



**Fig. 5.14** Elipsoides de referencia.

Si las formas además se conservan, los aplanamientos y los gradientes serán muy similares (Heiskanen and Moritz, pág. 78).

La anomalía isostática para el elipsoide óptimo y el adoptado, será respectivamente:

$$AI^T(P_0) = g_{\text{cal}}(P_0) - \gamma^T(Q_0^T) = 0 \quad (5.28)$$

$$AI(P_0) = g_{\text{cal}}(P_0) - \gamma(Q_0) \neq 0 \quad (5.29)$$

Puesto que,

$$\gamma(Q_0) \cong \gamma^T(Q_0^T) - \frac{\partial \gamma}{\partial h} \Delta h \quad (5.30)$$

De las tres últimas ecuaciones se obtiene:

$$AI(P_o) \cong AI^T(P_o) + \frac{\partial \gamma}{\partial h} \Delta h \cong 0.3086 * \Delta h \approx Cte \quad (5.31)$$

En una región como Tandilia (350 km x 60 km ), la separación entre los elipsoides  $\Delta h$  será prácticamente constante.

Finalmente, de (5.27), la diferencia O-C en las anomalías de aire libre será:

$$AL_{obs} - AL_{cal} = AL_{obs} - (g_{mt} - g_{mr} + Cte) \quad (5.32)$$

Que en función del desvío isostático será:

$$AL_{obs} - (g_{mt} - g_{mr}) = Cte + \delta_g + \delta_1 \quad (5.33)$$

El valor medio (~10 mgal) estimado a partir de la figura 5.13, implica un desvío de aproximadamente 30 m entre ambos elipsoides. Debido a los importantes avances realizados para ajustar las dimensiones del elipsoide terrestre, en la actualidad esta diferencia es decididamente inaceptable.

Por otra parte, la ondulación del geode observada en la región es del orden de 15 m. En consecuencia, las razones de tales desajustes no pueden ser atribuidas a la Cte que seguramente es mucho menor que un metro.

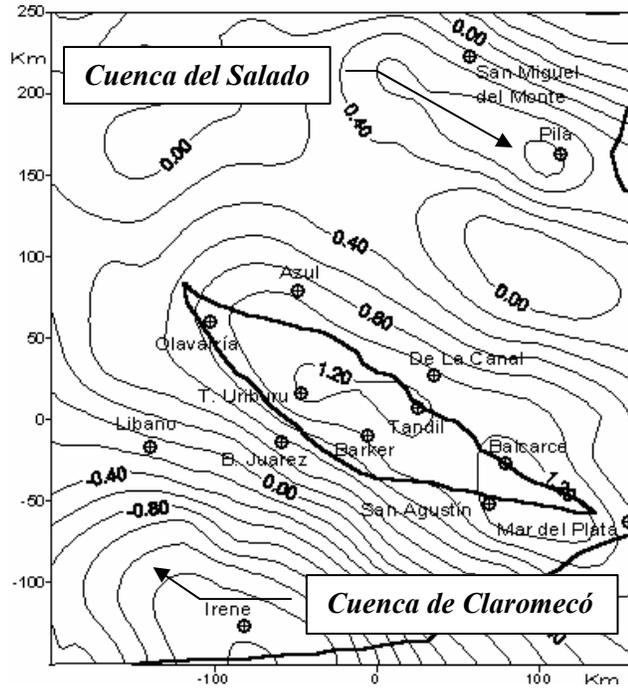
Evidentemente, las anomalías gravimétricas determinan la existencia de un exceso de masa expresado a través de  $\delta_1$ , que deberá ser coherente con el  $v_1$  hallado a partir de las ondulaciones del geode.

Por este motivo a continuación se realiza un análisis detallado de los resultados obtenidos hasta aquí, incorporando consideraciones adicionales.

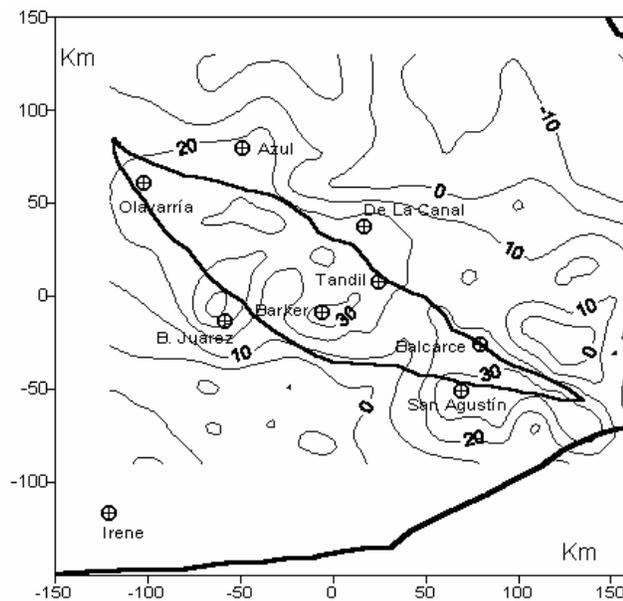
## 6. Análisis de la estructura geológica

### 6.1 Introducción

Cuando las observaciones del geode y de la gravedad son analizadas en forma conjunta para inferir su relación con estructuras geológicas, surge la necesidad de realizar un conjunto de hipótesis y consideraciones.



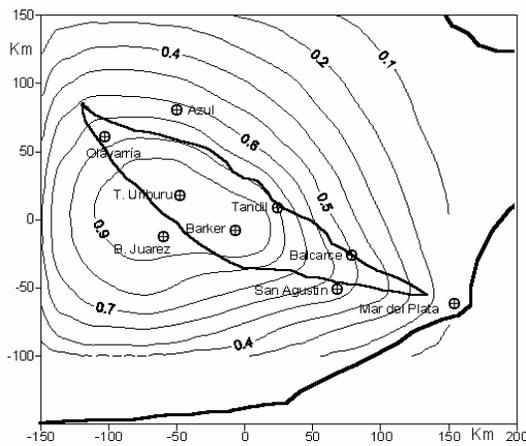
**Fig. 6.1**  $N_{res} = N_{obs} - N_{regional}$  (EIGEN(36x36)). Isolíneas cada 20 cm. La línea continua indica el límite de los afloramientos de Tandilia.



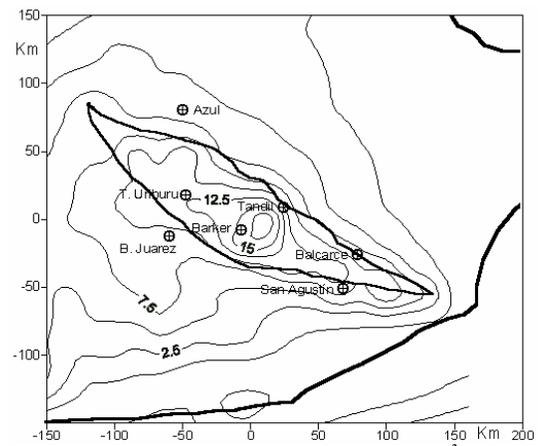
**Fig. 6.2**  $AL_{res} = AL_{obs} - AL_{regional}$  (EIGEN(36x36)). Isolíneas cada 10 mGal.

Las observaciones son las representadas en las figuras 6.1 y 6.2. La sola inspección visual muestra una expresión positiva más regular en la carta de ondulaciones residuales del geoide (Fig. 6.1) respecto de la carta residual de Aire Libre (Fig. 6.2).

El efecto isostático sobre la ondulación del geoide (Fig. 6.3) y sobre la gravedad (Fig. 6.4) ahora fue calculado en forma precisa a partir de paralelepípedos que aproximan la topografía y las raíces teóricas.



**Fig. 6.3**  $N_{isost}$  (42 km,  $2.84 \text{ gr/cm}^3$ )  
Isolíneas cada 10 cm.



**Fig. 6.4**  $AL_{isost}$  (42 km,  $2.84 \text{ gr/cm}^3$ )  
Isolíneas cada 2.5 mGal.

Los picos residuales del geoide (Fig. 6.1), se encuentran claramente desplazados del único máximo que manifiesta la ondulación isostática (Fig. 6.3) a partir de la topografía. Uno de ellos está perfectamente correlacionado con un alto gravimétrico de 40 mGal en la zona de San Agustín (Fig. 6.2), en el extremo SE de Tandilia.

El otro alto gravimétrico ubicado próximo a Benito Juárez (NW) es del mismo orden que el anterior y se corresponde mejor con el máximo del geoide isostático.

La carta de Fig. 6.3 muestra la correlación del modelo con la topografía (Fig. 5.5), mientras la Fig. 6.1 pone en evidencia la existencia de masas anómalas que exceden una armónica relación entre el relieve y la raíz.

Ya nos referimos a lo señalado por Woollard (1959) e Introcaso (1997) con respecto a la no operatividad de la isostasia en ciertas estructuras de ancho limitado. Por ello podría pensarse en que estructuras de pequeñas dimensiones como Tandilia no producirán raíces consecuentes con el modelo de Airy.

Pero el análisis debe incluir necesariamente una visión geológica que considere el proceso de formación que dio origen a Tandilia (Fig. 6.5).



*La existencia de diques básicos emplazados en el complejo igneo-metamórfico (complejo Buenos Aires) indican un período extensional (Dalla Salda et al., 2005) al final de la colisión. Este podría interpretarse también como el inicio de la isostasia.*

*Como muestran estudios ya realizados (Kostadinoff, 1995), la presencia de excesos superficiales de masas pueden explicar el comportamiento gravimétrico localmente.*

## 6.2 El modelo cortical

*En el presente análisis, las observaciones de la ondulación del geoide y la anomalía de aire libre son evaluadas desde un punto de vista estructural a partir de un modelo cortical basado en consideraciones geológicas, geofísicas y geodésicas.*

### 6.2.1 La corteza normal

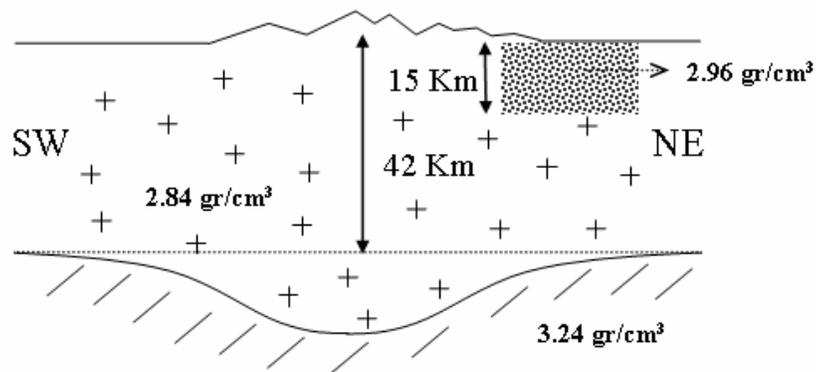
*-El cratón del Río de la Plata se extiende desde Uruguay al Norte hasta la región de Tandilia al Sur. El mismo está asociado a un viejo vecino, el cratón de Kalahari ubicado al Sur de Africa. Tanto el basamento como los depósitos marinos del Precámbrico Tardío al Paleozoico temprano sugieren un enlace con el Sudoeste de Africa y una reunión temprana de estos núcleos cratónicos durante el desarrollo del Sudoeste de Gondwana (Dalla Salda, 1979; Dalla Salda, 1982).*

*Los espesores de los cratones típicamente varían entre 40 y 45 km. En Namibia, porción del Africa perteneciente al cratón de Kalahari, el espesor cortical oscila entre 41 y 48 km (Mooney, 2005; comunicación oral). En el centro de Brasil, recientes determinaciones arrojan valores mayores que 40 km (Mooney, 2005; comunicación oral).*

*El modelo CRUST 5.1 (Mooney et al., 1998), en su versión 2° x 2°, sugiere tentativamente espesores de corteza del mismo orden. Al no contar con datos sismológicos en Tandilia, el modelo interpola hacia el Sur y el Este, entre valores de corteza continental y oceánica. La consecuencia es que los espesores que arroja puntualmente en la zona estudiada son algo menores que los anteriores.*

*-Una densidad de 2.84 gr/cm<sup>3</sup> es considerada un valor medio para cortezas de estructuras cratónicas como Tandilla y es coherente con los resultados aportados por el modelo de corteza CRUST 5.1.*

*En consecuencia, se asume tentativamente una corteza (Fig. 6.6) de espesor próximo a 42 km con una densidad promedio de 2.84 gr/cm<sup>3</sup> sobre un manto de densidad 3.24 gr/cm<sup>3</sup> (véase 6.3), a la que deben sumarse otras estructuras de mayor densidad.*



**Fig. 6.6** Modelo de Corteza en Tandilia.

*El espesor correspondiente a una corteza cratónica, en el futuro deberá ser compatibilizado con los espesores 'normales' adyacentes (Salado y Claromecó).*

### 6.2.2 La estructura anómala

*Una vez aplicado el modelo anterior, los residuales resultantes  $v_1$  (Fig. 5.6) y  $\delta_1$  (Fig. 5.13) muestran la necesidad de incorporar una estructura anómala próxima a las Sierras.*

*-Las profundidades teóricas máximas de esferas ó cilindros de masa que producen determinados comportamientos en el campo gravitatorio pueden ser estimados a partir de modelos correspondientes a cuerpos simples (Introcaso, 1997). Aplicando tres aproximaciones diferentes a las observaciones de la ondulación del geoide y la gravedad, la profundidad máxima estimada de la estructura anómala oscila entre 13 y 17 km.*

*Pero el complejo ígneo metamórfico de Tandilla está cubierto parcialmente por una delgada secuencia de plataforma depositada durante el Precámbrico más alto. Cubriendo en partes a esta unidad y al basamento, surge la Formación Balcarce de edad Eopaleozoica (Dalla Salda et al., 2005). Ambas unidades no superan los 500 m. Por esta razón, la estructura anómala se considera a partir de los 400 m de profundidad.*

*-Definidos los parámetros anteriores, la densidad de la anomalía que mejor ajusta las observaciones es aproximadamente  $2.96 \text{ gr/cm}^3$ . De acuerdo a una hipótesis que será mejor desarrollada en §6.4, la densidad en exceso se correspondería con una cuña formada con material de manto y corteza oceánica.*

*En consecuencia, al Este de las Sierras deberíamos proponer una estructura (Figs. 6.6 y 6.7) de densidad  $2.96 \text{ gr/cm}^3$  (anomalía de  $0.12 \text{ gr/cm}^3$ ) entre 0.4 km y 15 km de profundidad. Con un ancho aproximado de 20 km entre Olavarría y Azul se extiende hacia el Sureste ensanchándose hasta unos 50 km en el área de Tedín Uruburu (Fig. 6.7). Continúa con un ancho menor que el original hacia el Sureste siguiendo la dirección de los afloramientos del basamento cristalino, siempre al Este de las Sierras. Al llegar a la zona de Balcarce comienza a ensancharse rápidamente alcanzando 60 km en dirección E-W al Oeste de Mar del Plata y 40 km en dirección N-S hasta la costa. Finalmente, continúa en el*

mar al menos 60 km al Sureste de Miramar conservando un ancho estimado de 50 km. Este último resultado es muy tentativo porque nuestros datos terminan en la costa. Pero es lo menos que se requiere para justificar las observaciones en el continente.

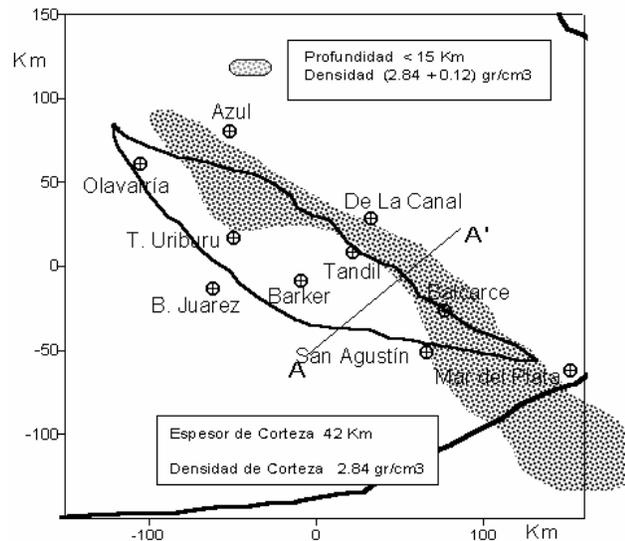


Fig. 6.7 Estructura superpuesta a la corteza normalizada.

Según Kostadinoff (1995), la formación de Tandilia continúa en el mar hasta 57 km al Este de la línea de costa, lo que coincide plenamente con el resultado obtenido independientemente en este trabajo.

Como veremos en el parágrafo 6.4, esta interpretación debería explicar las diferencias de densidad entre el relleno de los sedimentos paleozoicos de la cuenca de Claromecó (Introcaso y Ruiz, 2005) y el valor asumido aquí (exceso de +0.12 g/cm<sup>3</sup>) para la zona grisada de Fig. 6.7.

### 6.3 Análisis de las observaciones

Un aspecto relevante es la influencia que ejercen las unidades geológicas más importantes que se encuentran en el entorno de Tandilia: las Cuencas del Salado y de Claromecó. Ambas cuencas fueron caracterizadas por Introcaso et al. (2002) e Introcaso y Ruiz (2005).

El geoide residual en Tandilia alcanza 1.20 m con gradientes de decenas de centímetros en decenas de kilómetros (Fig. 6.1). La Cuenca del Salado ubicada a unos 170 km al Noreste introduce 0.15 m positivos sobre la parte más elevada de Tandilia. Unos 130 km al Suroeste se encuentra la Cuenca de Claromecó que sobre la misma zona agrega 0.50 m negativos. El efecto neto es próximo a los 0.35 m negativos.

Escribiendo la ecuación (5.17) en forma más explícita,

$$v_1 = N_{\text{obs}} + v_N - N(36 \times 36) - N_{\text{isost}}(42 \text{ Km}; 2.84 \text{ gr/cm}^3) \quad (6.1)$$

Donde,  $N(36 \times 36)$  es la ondulación del modelo EIGEN-CG01C al grado y orden 36, y  $N_{\text{isost}}(42 \text{ Km}; 2.84 \text{ gr/cm}^3)$  es la ondulación isostática para un modelo de corteza de espesor 42 km y densidad  $2.84 \text{ gr/cm}^3$  perfectamente compensado. La densidad del manto se asumió como  $3.24 \text{ gr/cm}^3$  en concordancia con las densidades diferenciales de  $0.4 \text{ g/cm}^3$  en la zona aledaña (Introcaso et al., 2002 e Introcaso y Ruiz, 2005).

El desvío del modelo isostático de Airy puede escribirse como,

$$v_1(P) = \sum_{i=1}^n \delta N_i(P) \quad (6.2)$$

Donde,  $\delta N_i$  son las contribuciones de cada estructura residual “ i ” sobre el punto P. En nuestro caso,  $n = 3$ , incluye Tandilia, Claromecó y el Salado.

Para ese análisis conjunto fue necesario disponer de un modelo de geoide extendido a toda la región. La zona de Tandilia fue especialmente tratada con el método de las fuentes equivalentes (§4.6), que permitió mejorar el modelo disponible a partir de GPS. No obstante, el geoide resultante es absolutamente consistente con el anterior (FCAG98). De esta manera puede ser integrado con el modelo de geoide GPS para el resto de la región, que incluye las cuencas de Claromecó y del Salado.

La utilización del geoide GPS no mejorado con la gravimetría (fuentes equivalentes), es suficiente para representar las estructuras alejadas de Claromecó y el Salado. Como lo que interesa aquí es el efecto de las mismas sobre Tandilia, un efecto de distancia diluye absolutamente la influencia de eventuales errores del geoide en cada una de estas estructuras.

En este contexto, los filtros aplicados para calcular el residual del geoide deben ser tratados adecuadamente. En muchos casos se adoptan filtros de tipo numérico con el objetivo de poner en evidencia la anomalía que quiere ser analizada. Esa metodología funciona bien en grandes unidades geológicas que eclipsan casi en forma completa la influencia del entorno, ó en aquellas que no tienen estructuras vecinas diferenciadas.

Pero como ya mencionamos, una sierra relativamente pequeña como Tandilia tendrá efectos sobre el Campo Gravitatorio coherentes con los producidos por las entidades geológicas vecinas. Las tres entidades señaladas se distribuyen sobre un territorio no demasiado extendido (420 km x 300 km) e influirán mutuamente.

En este caso el filtro numérico fue reemplazado por los armónicos esféricos de los modelos geopotenciales EGM96 y EIGEN-CG01C al grado y orden 36. Significa utilizar una representación del geoide con longitudes de onda mayores a 1000 km, que incluirá aquellas estructuras más grandes que 500 km. De esta manera, el filtro tiene un sentido físico, pues el campo gravitatorio observado a través del geoide es comparado con el

*campo gravitatorio de una Tierra que no incluye las estructuras geológicas que deseamos estudiar. Esta forma de filtrar contiene todas las incertidumbres admitidas para cualquier filtro.*

*Los residuos son morfológicamente parecidos a los que deja una función cúbica (puramente numérica), pero de muy distinta magnitud. Ambos modelos geopotenciales arrojan resultados muy similares, pero debido a la mejor representación de las largas y medias longitudes de onda, se decidió trabajar con el modelo más moderno: EIGEN-CG01C.*

*Los picos residuales obtenidos (Fig. 6.1) son del orden de -1.4 m en la Cuenca de Claromecó, de 1.20 m en Tandilia y de 0.80 m sobre la Cuenca del Salado. Nuevamente, no debe perderse de vista que todos ellos son el resultado de la interacción con las estructuras más cercanas (ec. 6.2). La estructura anómala de Tandilia introduce unos 0.30 m sobre la parte central de ambas cuencas.*

#### 6.4 Anomalía de densidad y el modelo geológico

*Otro aspecto interesante es que las estructuras geológicas más densas se ubican predominantemente al Este del cordón principal de Tandilia (Fig. 6.7). Esta distribución de masas es coherente con el modelo geológico disponible de formación de las Sierras (Dalla Salda, 1988; Teruggi, 1989; Ramos et al., 1990; Dalla Salda, 1999; Ramos, 1999) ya descrito.*

*Como mencionamos en §6.1, el principal evento colisional F2 (1770 Ma) resultó en un alineamiento estructural NE-SW mucho tiempo antes que se definiera el actual cratón (1000-800 Ma).*

*Pero el planteo de una estructura más densa en la parte superior de la corteza debe ser aclarado, pues nuestro planeta se comporta normalmente en forma opuesta. Las cortezas superiores son menos densas que las inferiores. Notar que se alude a un exceso de masa local en corteza superior.*

*El proceso de colisión propuesto por Ramos (1999) implica el encuentro entre dos continentes, con un ciclo andino típico de subducción pre-colisional (Fig. 6.8) que culminó a los 1900 Ma, y uno colisional con clímax cerca de los 1700 Ma que habrían producido la formación de Tandilia.*

*De acuerdo con especulaciones geológicas (Dalla Salda, 2005; comunicación oral) la anomalía aquí descrita podría, en principio, relacionarse con la zona de sutura entre ambos continentes (Terrane Buenos Aires y Terrane Tandilia – de Ramos, 1999) en la que fondo oceánico y manto compondrían una cuña tectónica emplazada durante la colisión. Ramos (1999) menciona que “... la sutura entre los dos terrenos está representada por la faja de rocas oceánicas de la Formación El Cortijo (Teruggi et al., 1989) ...”*

Sin embargo, gravimétricamente esta anomalía no presenta las características típicas de una sutura (Miranda & Introcaso, 2000; Thomas y Taner, 1975; Gibb y Thomas, 1976; Thomas, 1983).

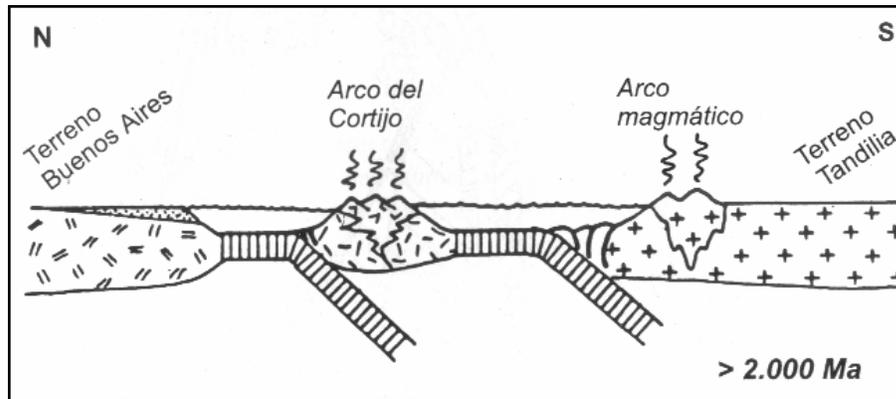


Fig. 6.8 Modelo pre-colisional (Ramos, 1999).

Como fuera señalado, la sutura entre dos cortezas está en general asociada con fuertes gradientes y un escalón en las anomalías gravimétricas. En este caso, las anomalías de Bouguer filtradas de las ondas mayores que 1000 km (Fig. 6.9) no muestran un comportamiento de esta índole.

De acuerdo con Ramos (2005, comunicación oral) no existiría un fuerte contraste de densidad entre las dos cortezas arqueanas que colisionaron hace 1770 Ma. En ese caso, las anomalías gravimétricas no deberían mostrar un patrón como el que ya mencionáramos.

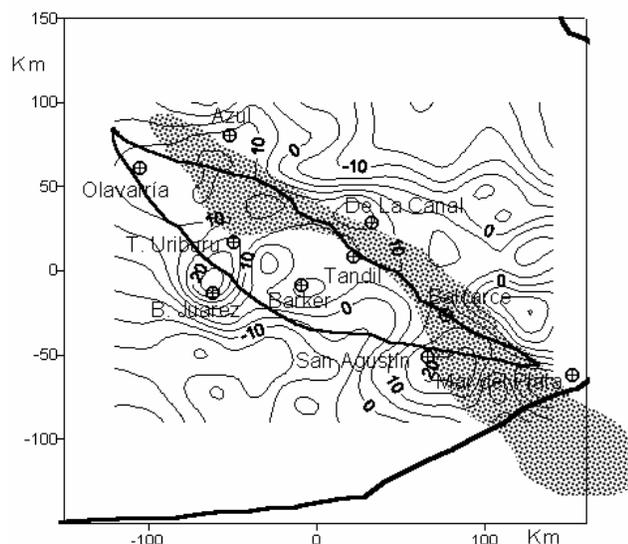
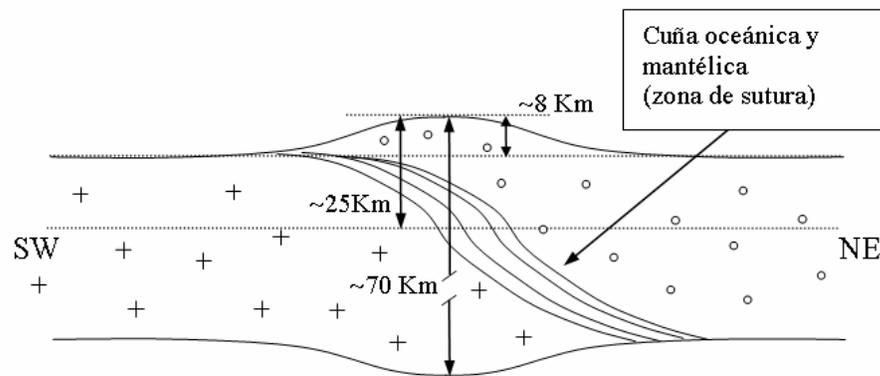


Fig. 6.9  $AB_{res} = AB_{obs} - A_{regional}$  (EIGEN(36x36)). Isolíneas cada 5 mGal. No muestra el típico escalón gravimétrico asociado a una sutura.

La presencia de un frente de anomalías gravimétricas positivas, coincidente con la estructura aquí propuesta, ya fue señalado por Kostadinoff (1995) y Ramos (1999).

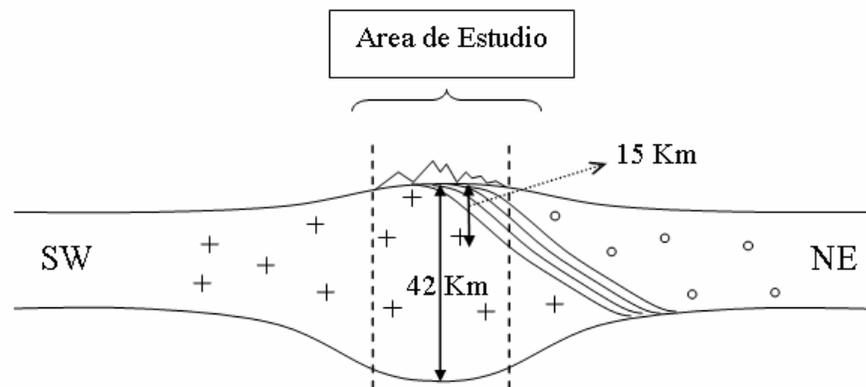
De acuerdo con Dalla Salda (2005; comunicación oral), geológicamente puede postularse un desgaste por erosión del orden de 20-25 km desde la colisión, y en base a los antecedentes de otros procesos orogénicos, como la formación de los Himalayas, cabe esperar que la corteza pos-colisional haya alcanzado unos 70 km de espesor con alturas de hasta 8 km (Fig. 6.10).

Si este razonamiento es correcto, con las reservas señaladas, a la corteza actual le corresponderá un espesor consistente con el propuesto en esta Tesis.



**Fig. 6.10** Esquema hipotético pos-colisional (1770 Ma) altamente especulativo del perfil A-A' (Fig. 6.7).

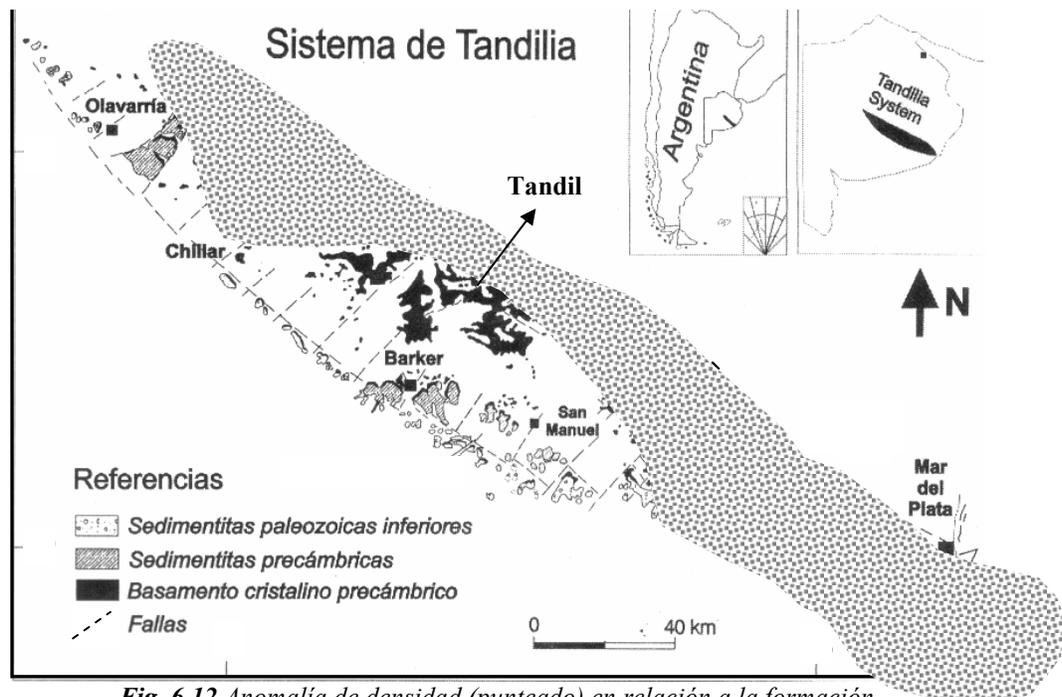
Si consideramos que el sector más alto de la orogénesis se corresponde con el actual (Fig. 5.5), un simple análisis del efecto de la erosión sobre el sistema pos-colisional implica que la zona de mayor densidad (cuña tectónica) se ubicará a la derecha de la figura, es decir, al Noreste del sector más alto de las Sierras (Fig. 6.11).



**Fig. 6.11** Esquema cortical actual del perfil A-A' (laterales fuera de escala).

Si bien en las proximidades de las Sierras la anomalía calculada podría asimilarse a lo postulado en esta especulación evolutiva (Figs. 6.10 y 6.11), por lo mencionado anteriormente los resultados gravimétricos no son contundentes para caracterizarla como parte de una sutura, aunque por supuesto no la descarta.

Otro dato asociado con la distribución de alta densidad propuesta, es el límite de los sedimentos precámbricos. El límite Oeste de la estructura anómala coincide curiosamente con el límite al Este de esa capa sedimentaria (Fig. 6.12). Véanse las observaciones realizadas al final de 6.2.2.



**Fig. 6.12** Anomalía de densidad (punteado) en relación a la formación. Mapa del basamento y cubierta sedimentaria del Sistema de Tandilia (Poiré et al., 2005).

Por cierto, los parámetros del modelo propuesto representan valores relativos. La ambigüedad ya mencionada del método inverso hace que el juego de profundidades, densidades y formas sea prácticamente indefinido.

Sin embargo, en este caso la morfología del geóide residual (Fig. 5.6) permite definir bastante bien la ubicación y la distribución de las estructuras anómalas, y los criterios de máxima profundidad (§6.2) ponen una cota al espesor de la misma.

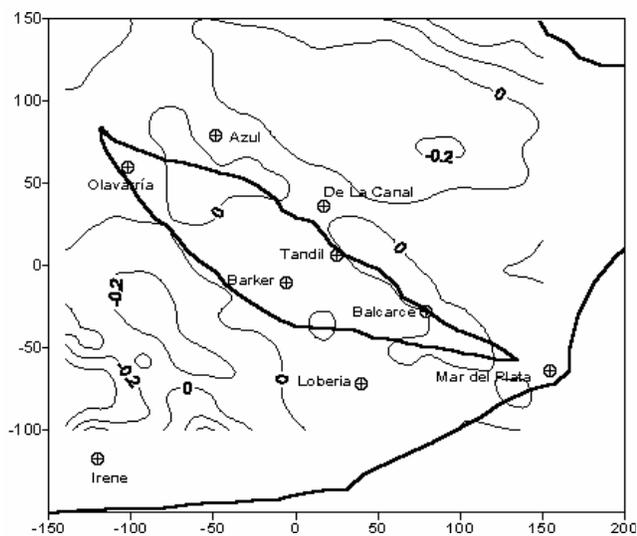
### 6.5 Ajuste de las observaciones

El cálculo del campo gravitatorio generado por una estructura arbitraria, fue realizado aproximando la misma a través de paralelepípedos. El software que calcula la acción de cada paralelepípedo (Crovetto, UNR, 2004) está basado en el algoritmo descrito por Guspí (1999), y fue tomado como referencia para componer la acción de una

estructura arbitraria. Más precisamente, se desarrolló un nuevo software que a partir de una estructura generada a mano alzada sobre un gráfico (ej. Surfer), como una sucesión de rectángulos, permite calcular el efecto de la misma sobre los puntos de interés.

Esta herramienta, facilitó en gran medida la complicada tarea de proponer diferentes distribuciones de masa asociadas a las anomalías del potencial en las diferentes zonas de Tandilia y sus alrededores.

Con referencia a los resultados obtenidos, el ajuste entre el modelo y las observaciones es aceptable sobre las sierras y sus alrededores (Figs. 6.13 y 6.14). Los órdenes de magnitud de los desvíos en el geode ( $\sim 10$  cm) son consistentes con la sensibilidad de la metodología.



**Fig. 6.13**  $Nres(Obs-Calc)$  una vez incluida la estructura anómala. Isolíneas cada 0.20 m.

Variaciones de 5 km en el espesor de corteza representan 10 cm sobre la ondulación del geode. Esta última consideración junto con el valor de los residuos obtenidos (Fig. 6.13), permite inferir el nivel de precisión de las estimaciones. Luego, el espesor de corteza calculado es de  $42 \text{ km} \pm 3 \text{ km}$ .

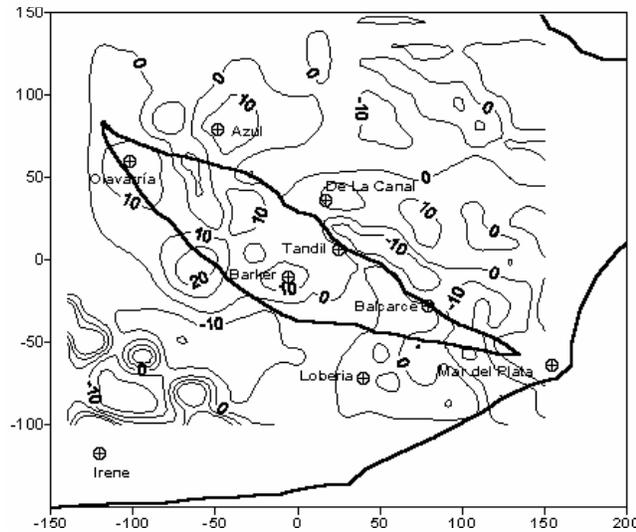
Los residuos están centrados en cero en ambos observables (geode y anomalías gravimétricas), aunque hacia la Cuenca de Claromecó las cosas se complican, con valores y gradientes más grandes. Si bien estas anomalías pueden ser representadas, para que las mismas sean físicamente consistentes debe realizarse una caracterización pormenorizada de la zona, que no es el objetivo de este trabajo.

Los presentes resultados son estructurales y hablan de excesos de densidad promedio a partir de hipotéticas intrusiones transamazónicas de material oceánico y mantélico.

*Si bien la simplificación del modelo de Airy puede parecer excesiva, la utilización de un modelo flexural no arroja diferencias numéricas de consideración.*

*Sin duda, un estudio detallado de la corteza en esta región requiere necesariamente de datos sismológicos, que confirmen ó corrijan los parámetros propuestos.*

*Mientras tanto, el geoide aporta un reconocimiento estructural a veces eclipsado en la información gravimétrica.*



**Fig. 6.14**  $ALres(Obs-Calc)$  una vez incluida la estructura anómala.  
Isolíneas cada 10 mGal.

*De esta manera, el geoide se presenta como una herramienta de gran interés para evaluar estructuras corticales y detectar la presencia de anomalías profundas. Se trata de una metodología de bajo costo, a la que aporta el conocimiento cada vez más detallado y preciso de modelos de geoide a nivel local, regional y mundial.*

## 7. Conclusiones

*La utilización de la superficie del geoide como indicador de las características corticales de una entidad geológica de moderadas dimensiones como Tandilia (Pcia. de Buenos Aires, Argentina), puede producir resultados interpretables como los obtenidos en esta Tesis.*

### 7.1. Modelado del Geoide con GPS y Gravimetría

*El método de las Fuentes Equivalentes permite integrar de manera relativamente simple datos de anomalías de altura u ondulaciones del geoide y gravedad para reproducir el geoide de Tandilia a nivel centimétrico.*

*Si bien el planteo teórico se realiza sobre la superficie de la Tierra (Molodensky, 1958) y no al nivel del geoide, se demostró que en la zona de estudio las diferencias entre las anomalías de altura ( $\zeta$ ) y las ondulaciones del geoide ( $N$ ) no superan 1 cm.*

*Así, en nuestro caso, las ondulaciones observadas definen en forma discreta la posición espacial del geoide con precisión centimétrica, mientras las anomalías gravimétricas contribuyen decididamente a modelar la curvatura de la superficie equipotencial entre los puntos altimétricos GPS.*

*Desvíos de 15-24 cm del modelo basado en GPS (FCAG98) sobre las Sierras, se redujeron típicamente a 3-4 cm en la nueva solución (ESS1175), y en el 94 % de los casos muestreados las diferencias no superaron los 3 cm.*

*En consecuencia, la incorporación de información gravimétrica con buena cobertura entre puntos altimétricos GPS es crucial para conseguir la representación del geoide a nivel centimétrico en la zona serrana.*

*La distribución de la información gravimétrica sobre una grilla regular representa la situación ideal para la aplicación del método.*

*Sin embargo, antes de producir la solución final, los errores introducidos típicamente por el modelo de elevaciones en las reducciones gravimétricas, deben ser detectados y filtrados a través del análisis de los residuos en las anomalías gravimétricas (AL).*

*Una simulación utilizando solo 4 puntos altimétricos GPS en vértices de un polígono de 100 km de lado, muestra que con este método es posible reproducir el geoide a nivel centimétrico en el interior de la figura. Este resultado contrasta con desvíos de hasta 70 cm en el centro del cuadrilátero cuando se utilizan únicamente los puntos altimétricos GPS.*

*Los observables utilizados ( $N$  y  $AL$ ) en el método de las Fuentes Equivalentes para el cálculo del geoide, no fueron desafectados de las señales regionales. En la zona*

*estudiada esta estrategia no modifica los resultados obtenidos. Sin embargo, en territorios más extensos donde se presentarán variaciones significativas de largas longitudes de onda, esta situación debe ser considerada.*

## 7.2. Caracterización de la Estructura Geológica de Tandil

*El geoide así obtenido (ESS1175) y filtrado con el nuevo modelo geopotencial EIGEN-CG01C de las longitudes de onda mayores a 1000 km, es apropiado para caracterizar entidades geológicas de las dimensiones de Tandilia.*

*Es muy importante contar con un modelo geopotencial como el EIGEN-CG01C que asegura una precisión centimétrica sobre longitudes de onda mayores a 400 km, compatible con la calidad del modelo de geoide estudiado.*

*Antes de ser aplicado, el comportamiento de este modelo y el de su predecesor EGM96 fue evaluado en los puntos altimétricos GPS de la Red Geodésica de Buenos Aires (GEOBA98) y su densificación. El nuevo modelo EIGEN-CG01C se comporta ligeramente mejor que el EGM96 sobre las Sierras.*

*El geoide residual resultante evidencia claramente las estructuras de Tandilia, la Cuenca de Claromecó y la Cuenca del Salado sobre un territorio de 350 km x 400 km.*

*El orden de magnitud de estos residuos, próximos a un metro, pone de manifiesto la necesidad de contar con un geoide de alta precisión para su análisis.*

*En estructuras relativamente pequeñas como las citadas, es estrictamente necesario considerar y cuantificar el efecto que cada estructura residual imprime sobre el geoide en las restantes. La acción de ambas cuencas representa una contribución de 35 cm sobre el sector central de las Sierras.*

*Las diferencias entre el geoide residual y el producido por un modelo de corteza perfectamente compensado, son indicativas de la representatividad del modelo cortical y el sistema isostático adoptado (Airy).*

*Como fue discutido en base a antecedentes geológicos en §6.2, la corteza normal de Tandilia fue caracterizada a través de un espesor de 42 km y densidad  $2.84 \text{ gr/cm}^3$ , sobre un manto de densidad  $3.24 \text{ gr/cm}^3$ .*

*De acuerdo con Dalla Salda et al. (1988), Teruggi et al. (1989), Ramos et al. (1990), Dalla Salda (1999); Ramos (1999) y Dalla Salda et al. (2005), la orogénesis de Tandilia, producida durante el Transamazónico (2300-1770 Ma), y la presencia de diques básicos (Dalla Salda et al., 2005) indicativos de procesos extensionales pos-colisionales asociados a mecanismos isostáticos, permiten inferir que en la actualidad el sistema debería estar en equilibrio. El desgaste por erosión de esta formación que originalmente habría alcanzado unos 8 km de altura (Dalla Salda, 2005; comunicación oral) y la compensación isostática asociada, implica una progresiva disminución de las raíces orogénicas que en la actualidad serían geológicamente irrelevantes.*

*El proceso de colisión propuesto por Ramos (1999) implica el encuentro entre dos continentes. A partir de este modelo colisional y el presente de los Himalayas, se estima un espesor de corteza pos-colisional de 70 km, que sumado a un razonable desgaste erosivo de 20 a 25 km (Dalla Salda, 2005; comunicación oral) en 1770 Ma, y raíces que actualmente no superan los 2.5 km, resulta en un probable espesor cortical del actual sistema de Tandilia, consistente con el propuesto en esta Tesis (42 km  $\pm$  3 km).*

*Las diferencias sistemáticas con el modelo isostático pueden ser atribuidas alternativamente a la presencia de anomalías de masa en torno de las Sierras.*

*La estructura anómala propuesta (§6.2.2) se ubica al Este de los afloramientos hasta una profundidad próxima a los 15 km. Con una densidad tentativa de 2.96 gr/cm<sup>3</sup> y ancho variable se extiende desde el Noroeste (entre Olavarría y Azul) hasta unos 60 km de la línea de costa al Sureste de Miramar.*

*En el enfoque genético-evolutivo de Dalla Salda (2005; comunicación oral), la anomalía detectada y caracterizada en esta Tesis podría guardar relación con la sutura entre los terrenos de Tandilia y Buenos Aires mencionada por Ramos (1999) a propósito de la faja de rocas oceánicas de la Formación El Cortijo (Teruggi et al., 1989). Fondo oceánico y manto compondrían una cuña tectónica producida durante la colisión.*

*Pero el comportamiento de la información gravimétrica no permite asegurar que la anomalía detectada pueda asociarse a la sutura. Las anomalías de Bouguer no muestran el escalón típico de una sutura (Miranda & Introcaso, 2000; Thomas y Taner, 1975; Gibb y Thomas, 1976; Thomas, 1983). De acuerdo con Ramos (2005; comunicación oral) existiría un contraste de densidad prácticamente nulo entre ambas cortezas arqueanas, que podría explicar la ausencia de un escalón gravimétrico.*

*Los residuos en las ondulaciones del geoide para el modelo cortical adoptado arrojan máximos de 10 cm sobre las Sierras de Tandil, indicando una incertidumbre de pocos kilómetros ( $\pm$  3 km) en el espesor cortical adoptado.*

*El análisis realizado sobre las ondulaciones del geoide, es en todo momento coherente con el correspondiente a los datos gravimétricos. Luego, esta metodología puede ser utilizada en forma consistente con el método tradicional para validar resultados y dar mayor robustez al modelo.*

*Finalmente, el geoide muestra ser un elemento de gran interés para evaluar estructuras corticales y detectar la presencia de anomalías profundas. Se trata de una metodología de bajo costo, a la que aporta el conocimiento cada vez más detallado y preciso de modelos de geoide a nivel local, regional y mundial.*

## **Referencias citadas en el texto**

Cingolani C.A., Hartmann L.A., Santos J.O.S. y McNaughton N.J. 2002. U-Ph SHRIMP dating of zircons from the Buenos Aires Complex of Tandilia Belt, Río de la Plata Cratón, Argentina. 15 Congreso Geológico Argentino, Actas 1: 149-154.

Cordell L., 1992. A scattered equivalent-source method for interpolation and gridding of potential-field data in three dimensions, *Geophysics*, 57, 629-636.

Dalla Salda L., 1979. Nama and La Tinta groups, a common Southern Africa-Argentina basin?. *Bull. Chamber of Mines Precambrian Research Unit, University of Cape Town, 16th. Annual Report*, 113-128. Cape Town.

Dalla Salda L., 1982. Nama-La Tinta y el inicio de Gondwana. *Acta Geológica Lilloana*, 16(1):23-28.

Dalla Salda L., Bossi J., y Cingolani C., 1988. The Río de la Plata cratonic region of Southwestern Gondwana. *Episodes*, 11,4:263-269.

Dalla Salda L., 1999. Cratón del Río de la Plata. El basamento granítico-metamórfico de Tandilia y Martín García. *Geología Argentina. Anales* 29,(4):97-106. Subsecretaría de Minería.

Dalla Salda L., de Barrio R. E., Echebeste H. J., Fernández R. R., 2005. El Basamento de las Sierras de Tandilia. *Relatorio del XVI Congreso Geológico Argentino. Cap. III: 31-50.*

DeMets C., Gordon R., Argus D. F., Stein S., 1994. Effect of recent revisions to the geomagnetic reversal time scale on estimates of current plate motions, *Geophys. Res. Lett.*(21):2191-2194.

Del Cogliano D., Hormaechea J. L., Perdomo R., Galbán F., Lauría E., Ramos G. 2001. *Geoid Study in Tierra del Fuego. IAG Symposia. Volume 124. Vertical Reference Systems. Springer.*

Del Cogliano D., Lauría E., Perdomo R., D'Onofrio E., Hermsilla A., Maturana R., Hormaechea J.L., Rubio W., Cimbaro S y Mendoza L., 2003. Aporte a la definición del Sistema Vertical en el extremo sur de América del Sur. *Manifestaciones de la Corteza Terrestre en Argentina. Estudios Geofísicos, Geodésicos y Geológicos en Honor a Fernando Séptimo Volponi. Editorial UNSJ. San Juan.*

Del Cogliano D., Dietrich R., Richter A., Perdomo R., Hormaechea J.L., Liebsch G., Fritsche M., 2005a. Regional geoid determination in Tierra del Fuego including GPS levelling. *Bollettino di Geofisica teorica ed applicata. Vol. 45. An International Journal of Earth Sciences. OGS. Resumen. Geologica Acta. Completo. En prensa.*

*Del Cogliano D., Font G., Lauría E., Natali P., Pacino C. y Ramos R., 2005b. Activities related to the materialization of a new vertical system for Argentina. Joint Assembly of International Associations: IAG, IAPSO and IABO. Dynamic Planet 2005. Cairns, Australia. Resumen.*

*Del Cogliano D. e Introcaso A., 2005. Gravity and GPS for Geoid interpolation in Sierras de Tandil. Bollettino di Geodesia e Scienze Affini, Issue Nro. 3/2005, Vol. LXIV, 149-165.*

*D'Onofrio E., Fiore M., Mayer F., Perdomo R., Ramos R. 1999. La Referencia Vertical. Contribuciones a la Geodesia en la Argentina de Fines del Siglo XX. UNR. 6: 99-128.*

*Gibb R. and Thomas M., 1976. Gravity signature of fossil plate boundaries in the Canadian Shield. Nature, Vol. 262, 199-200.*

*Guspi F., 1999. Fórmulas compactas para el cálculo del potencial gravitatorio de prismas rectangulares. Contribuciones a la Geodesia en la Argentina de Fines del Siglo XX. (7):129-133.*

*Guspi F., Introcaso A., Introcaso B., 2004. Gravity-enhanced representation of measured geoid undulations using equivalent sources. Geophysical Journal International, 158, 1-8.*

*Haxby W. and Turcotte D., 1978. On isostatic geoid anomalies. Jour. Geophys. Res. Vol. 94. (B4) 3876-3890.*

*Heiskanen W. A. and Moritz H. 1967. Physical Geodesy. Freeman and Company, San Francisco.*

*Introcaso A. y Moloeznik P., 1973. Perfil gravimétrico Tandil-Mar del Plata. UNR Depto. de Graduados de Ingeniería (Fac. de Cs. Exactas-UNR). Publicación 26. 23 pág.*

*Introcaso A., 1997. Gravimetría. UNR Editora. Rosario. 355 pág.*

*Introcaso A., Guspi, F., Introcaso B., 2002. Interpretación del estado isostático de la cuenca del Salado utilizando un geoide local obtenido mediante fuentes equivalentes a partir de anomalías de Aire Libre. XV Congreso Geológico Argentino (Calafate, Argentina). Formato Digital (CD).*

*Introcaso A. y Ruiz F., 2005. El uso del geoide para determinar las características estructurales de una cuenca sedimentaria. Presentado oralmente en el III Congreso Cubano de Geofísica, La Habana, Cuba, Abril de 2005. Libro de resúmenes: 23*

*Kostadinoff J.,1995. Delimitación de Estructuras, Litología y Espesor de Corteza Terrestre en Areas Continentales y Marinas del Sistema de Sierras de Tandilia. Tesis Doctoral. FCAG-UNLP.*

Lemoine F.G., Kenyon S.C., Factor J.K., Trimmer R.G., Pavlis N.K., Chinn D.S., Cox C.M., Klosko S.M., Luthcke S.B., Torrence M.H., Wang Y.M., Williamson R.G., Pavlis E.C., Rapp R.H., and Olson T.R. 1998. *The Development of Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96*. NASA/TP-1998-206861.

Lisitzin E., 1974. *Sea level changes*. Elsevier, Amsterdam.

Mather R.S., 1978. *The role of the geoid in four-dimensional geodesy*. *Marine Geodesy* 1: 217-252.

Miranda S. e Introcaso A., 1999. *Interpretación de la Estructura profunda de la Sierra de Córdoba*. República Argentina. *Cartas Gravimétricas de la Provincia de Córdoba. Temas de Geociencia (1)*. UNR Editora.

Moirano J., Brunini C., Drenes H., Kaniuth K., 1999. *Definición del Marco de Referencia Geodésico Argentino mediante observaciones GPS como materialización del Sistema de Referencia Terrestre Internacional (ITRS)*. *Contribuciones a la Geodesia en la Argentina de Fines del Siglo XX*. UNR. 5: 75-97.

Moirano J., 2000. *Materialización del Sistema de Referencia Terrestre Internacional en Argentina mediante observaciones GPS*. Tesis Doctoral. UNLP-FCAG.

Molodensky M.S., 1958. *Grundbergriffe der geodätischen Gravimetrie*. Transl. from Russian (1945), VEB Verlag Technik, Berlin.

Mooney W.D., Laske G. and Masters G., 1998. *CRUST 5.1: A global crustal model at 5° x 5°*, *J. Geophys. Res.* 103, 727-747.

Moritz H., 1980. *Advanced physical geodesy*. Wichmann, Karlsruhe.

Perdomo R. y Del Cogliano D. 1999. *The Geoid in Buenos Aires region*. *International Geoid Service. Bulletin N. 9. Special Issue for South America*. 109-116.

Perdomo R., Del Cogliano D., Di Croche N., Neumen K., 2001. *Advances in the Calculation of a Height Transformation Model in Buenos Aires Province*. *IAG Symposia. Volume 124. Vertical Reference Systems*. Springer. 75-77.

Perdomo R., Del Cogliano D., Mendoza L., 2002. *Nuevos avances en la determinación de un modelo de transformación de alturas para la Provincia de Buenos Aires*. *Actas de la XXI Reunión Científica de la AAGG (CD)*. Rosario.

Poiré D.G. y Spalletti L.A., 2005. *La cubierta sedimentaria precámbrica-paleozoica inferior del Sistema de Tandilia*. *Relatorio del XVI Congreso Geológico Argentino. Cap. III: 51-68*.

*Proyecto SIRGAS, 2006. Boletín Informativo Nro 9. Informe Nacional (Argentina). En prensa.*

*Ramos V., Leguizamón A., Kay S.M. y Teruggi M., 1990. Evolución tectónica de las Sierras de Tandil (provincia de Buenos Aires). 11° Congreso Geológico Argentino (San Juan). Actas 2: 357-360.*

*Ramos V., 1999. Geología Argentina. Evolución tectónica de la Argentina. Anales 29 (24), 715-759, Buenos Aires.*

*Rapp R.H., 1995. A world vertical datum proposal. Allg. Verm. Nachr. 102: 297-304.*

*Reigber C., Schwintzer P., Stubenvoll R., Schmidt R., Flechtner F., Meyer U., König R., Neumayer H., Forste Ch., Barthelmes F., Zhu S.Y., Balmino G., Biancale R., Lemoine J-M., Meixner H., Raimondo J.C., 2004. A High Resolution Global Gravity Field Model Combining CHAMP and GRACE Satellite Mission and Surface Gravity Data. Abstracts Solid Earth. Joint CHAMP/GRACE Science Meeting, GFZ.*

*Richter A., Dietrich R., Hormaechea J.L., Del Cogliano D., Perdomo R., Liebsch G., Fritsche M., 2005. Hydrodynamics of Lago Fagnano, Tierra del Fuego. Geologica Acta, Special Issue. En prensa.*

*Sacchi M.D. and Ulrych T.J., 1996. Estimation of the discrete Fourier transform, a linear inversion approach, Geophysics, 61, 1128-1136.*

*Sillard P., Altamimi Z., Boucher C., 1998. The ITRF96 realization and its associated velocity field. Geophys. Res. Lett.(25) 3223-3226.*

*SIRGAS, 1997. Final Report Working Groups I and II. IBGE Rio de Janeiro, 96 pp.*

*Talwani M. and Ewing M., 1960. Rapid computation of gravity attraction of three-dimensional bodies of arbitrary shape. Geophysics 25, 1: 203-225.*

*Teruggi M., Leguizamón M.A. y Ramos V., 1989. Metamorfitas de bajo grado con afinidades oceánicas en el basamento de Tandil: sus implicaciones geotectónicas, provincia de Buenos Aires. Asociación Geológica Argentina, Revista 43(3): 366-374.*

*Thomas M.D. and Tanner J.G., 1975. Cryptic suture in the eastern Greenville Province. Nature, Vol. 256, 392-394.*

*Thomas M.D., 1983. Tectonic significance of paired gravity anomalies in southern and Central Appalachians; in Hatcher and Williams, 1983. Contributions to Tectonics and Geophysics of Mountain Chains. Geological Society of American, Memoir 158, 113-124.*

*Torge W., 2001. Geodesy. 3rd Edition. Walter de Gruyter – Berlin – New York.*

*Vermeer M., 1995. Mass point geopotential modelling using fase spectral techiques; historical overview, toolbox description, numerical experiment. Manuscript Geodetica. V20: 362-378.*

*Wahr J., 1999. Geodesy and Gravity. Class Notes. Samizdat Press.*

*Woollard G.P., 1959. Crustal structure from gravity and seismic measurements. Jour. Geophys. Res. 64 (10), pp. 1521-1544.*