

## ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA DINÁMICA TÉRMICA EN AMBIENTES NO CONVECTIVOS

Augusto Zumarraga<sup>ab</sup>

<sup>a</sup> Departamento de Aeronáutica – Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de La Plata  
calles 1 y 47 - La Plata (1900) - Argentina

<sup>b</sup> CRUX Sistemas Inteligentes  
calle 29 nro 1002 - La Plata (1900) - Argentina.  
e-mail: azumarraga@crux-si.com.ar

### RESUMEN

*Se presenta una aplicación para la simulación de la dinámica térmica de objetos prismáticos en ambientes no convectivos basada en el método de volúmenes de control.*

*Esto encuentra aplicaciones en ambientes con alto vacío como los espaciales, o en casos en donde los procesos convectivos son despreciables como puede ocurrir en sistemas de propulsión cohete o ram-jet.*

*El paquete de simulación se desarrolla como módulo de extensión de un sistema tipo SCADA<sup>1</sup>, lo cual permite utilizarlo como laboratorio virtual para la prueba de algoritmos de control térmico.*

*Se analizan aspectos de la implementación de los algoritmos utilizados, de la definición geométrica para los casos de análisis y de la visualización de resultados.*

*Se analizan los resultados, y se exponen conclusiones pasos a seguir para perfeccionar el sistema.*

**Palabras clave:** Radiación y Conducción Térmica, Volúmenes de Control.

### INTRODUCCIÓN

El presente desarrollo surgió como respuesta a la necesidad de contar con un simulador o “laboratorio virtual” para el desarrollo de sistemas de control térmico de componentes espaciales.

La dinámica térmica en sistemas sometidos a ambientes no convectivos es una problemática común en vehículos aéreos estratosféricos y sistemas espaciales. Es objeto de estudio para sistemas de propulsión, aviónica y escudos térmicos.

En estos casos el calor se transmite solo por conducción y radiación, excepto en sistemas de enfriamiento basados en líquidos refrigerantes (*heat pipes* por ejemplo).

El estudio experimental de este tipo de fenómenos en general resulta dificultoso, ya que se requieren cámaras de termo-vacío que resultan costosas y por lo tanto de escasa disponibilidad; excepto que se trate de equipos pequeños (volúmenes de unos pocos decímetros cúbicos).

Como alternativa parcial a la utilización de facilidades experimentales existen en el mercado aplicaciones de Elementos Finitos (FEM) para el análisis mecánico que integran analizadores térmicos. Tal es el caso de *PATRAN* y *FEMAP* con *SINDA/G*, o *I-DEAS* con *TMG*. Existen además aplicaciones que integran este tipo de analizadores con algoritmos de Ray-Tracing para incluir en la simulación el cálculo de factores de vista para radiación térmica como *THERMICA*, que también integra a *SINDA/G*.

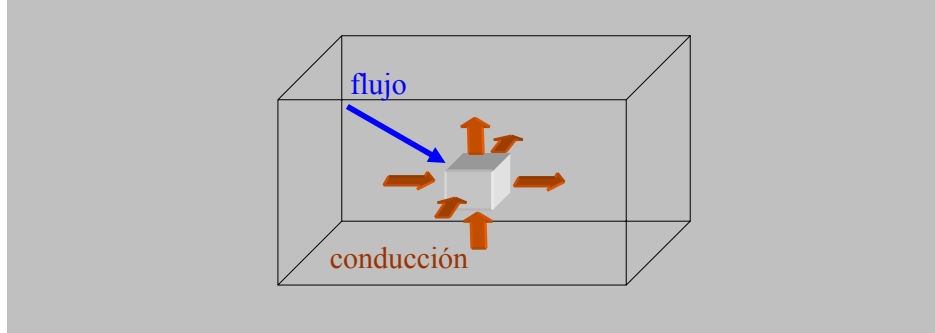
Estos paquetes resultan efectivos para la clase de problemas que estamos poniendo en consideración, pero no siempre resultan “amigables” para utilizar las simulaciones como “laboratorio virtual” en el desarrollo de algoritmos de control y requieren inversiones importantes en licencias de software.

---

<sup>1</sup> Supervisory Control And Data Acquisition

## METODOLOGÍA

El modelo matemático para el proceso de conducción térmica en un medio continuo se obtiene planteando un balance de energía sobre un diferencial de volumen:



$$\frac{\text{variación de energía almacenada}}{\text{unidad de tiempo}} = \text{flujo por conducción} + \text{flujo al exterior}$$

Teniendo en cuenta que el proceso de conducción es directamente proporcional al gradiente de temperaturas y a la conductibilidad del material se obtiene lo siguiente:

$$\rho c \frac{\partial T(p,t)}{\partial t} = \nabla k \nabla T(y,t) + \sum_j S_j \quad (1)$$

en donde las propiedades del material son la densidad  $\rho$ , el calor específico  $c$  y la conductibilidad  $k$ . En nuestro caso el flujo intercambiado con el exterior ( $\sum S_j$ ) se produce por:

- radiación emitida ( $S_{rad}$ )
- radiación absorbida ( $S_{flux}$ )
- fuentes y sumideros de calor ( $S_{src}$ )

con lo cual:

$$\rho c \frac{\partial T(p,t)}{\partial t} = \nabla k \nabla T(y,t) + S_{rad} + S_{flux} + S_{src}$$

El flujo por radiación emitida depende de la temperatura, del área y de la emisividad de la superficie expuesta según la ley de Stefan-Boltzmann:

$$S_{rad} = e \sigma A T^4$$

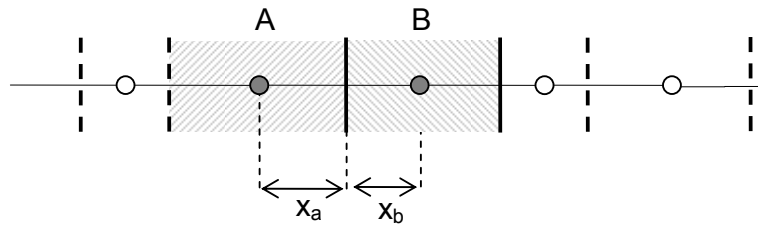
en donde  $\sigma$  es la constante de Boltzmann,  $e$  y  $A$  son la emisividad y el área de la superficie.

El flujo absorbido por radiación depende de la intensidad del flujo incidente, y de la “reflectancia” y la “absortancia” de la superficie que en general podemos asumir como constantes, aunque depende de la distribución espectral de la radiación incidente. Podemos optar por simular esto introduciendo una fuente equivalente a la radiación neta absorbida contemplando los parámetros antes mencionados.

## SOLUCION NUMERICA

Existen varias formas de resolver de forma numérica la ecuación de conducción de calor. SINDA/G se basa en construir una red de elementos concentrados o nodos, y obtener los valores de temperatura de dichos nodos por Diferencias Finitas.

Para este trabajo se ha adoptado la formulación de Volúmenes de Control Finitos. A diferencia del clásico método de Diferencias Finitas, la grilla para discretizar el campo de cálculo se utiliza para definir volúmenes en donde directamente se plantea el balance de energía; en lugar de utilizarla para definir nodos y aproximar las derivadas en cada nodo mediante una discretización de la ecuación diferencial.



Tomamos los puntos de control en el centroide del volumen. Para el cálculo de los flujos conductivos la “resistividad” térmica resulta de la suma de las resistividades en ambos volúmenes:

$$q_{AB} = \frac{T_B - T_A}{x_a/k_A + x_b/k_B}$$

Esto equivale a utilizar una conductibilidad equivalente a la media armónica entre las conductibilidades de los volúmenes adyacentes, considerando para ello las distancias de los respectivos centroides a la frontera entre ambos:

$$q_{AB} = k_{AB} \frac{T_B - T_A}{x_{ab}}$$

$$k_{AB} = \frac{k_A \cdot k_B}{f \cdot k_A + (1-f) \cdot k_B} \quad , \quad x_{ab} = x_a + x_b \quad , \quad f = x_b/x_{ab}$$

en donde  $k_A$  y  $k_B$  son las conductibilidades de los materiales que componen los volúmenes A y B respectivamente. Planteando esto mismo para el resto de las interfaces de un volumen y sumando las fuentes de calor obtenemos la ecuación en diferencias para cada volumen.

La ventaja es que las soluciones usando volúmenes de control son siempre físicamente consistentes independientemente del intervalo de discretización geométrica, cosa que no puede asegurarse con el método de diferencias finitas. La desventaja es que para obtener una formulación sencilla se requiere que la grilla sea ortogonal.

Para la integración temporal adoptamos un esquema completamente implícito; ya que un esquema explícito aunque más simple puede producir inestabilidad numérica si el tiempo de integración no es lo suficientemente chico, y un esquema mixto (Crank-Nicholson) puede en ciertas condiciones arrojar resultados físicamente incorrectos [1].

Esto nos lleva a requerir de un método de solución de ecuaciones lineales simultáneas para cada intervalo de tiempo. Para ello utilizamos un método iterativo basado en matrices tri-diagonales (TDMA) con un criterio de verificación de errores para limitar la iteración.

El método TDMA es su forma básica solo permite resolver problemas unidimensionales. Para problemas en dos y tres dimensiones se requieren otros algoritmos directos o iterativos. Sin embargo podemos combinar TDMA con un esquema de relajación tipo Gauss-Seidel para lograr un incremento significativo en la velocidad de convergencia respecto de la relajación pura.

Para una grilla prismática podemos tomar una determinada dimensión y recorrer todos los volúmenes construyendo la matriz tridiagonal solo asumiendo como incógnitas en cada volumen la temperatura de los vecinos en la dirección de la dimensión elegida. De ello se obtiene una solución para las temperaturas de cada volumen. A partir de esta se repite el proceso en las otras dimensiones.

Al cabo de tres ciclos TDMA el proceso se repite de forma iterativa hasta lograr la convergencia buscada. La iteración se interrumpe cuando la mayor variación detectada entre los valores de temperatura entre iteraciones consecutivas en cada volumen es menor a un cierto valor de tolerancia, o cuando se alcanza una cantidad límite de ciclos.

Para brindar mayor flexibilidad en la definición geométrica del problema se asume que el medio se compone de uno o mas elementos prismáticos en contacto térmico. El procedimiento de cálculo en cada ciclo de relajación se realiza recorriendo la secuencia de componente y aplicando TDMA en las tres dimensiones en cada uno antes de pasar al siguiente. Una vez recorridos todos los componentes se concluye un ciclo de relajación y se repite el proceso hasta cumplir con el criterio de corte del proceso de iteración; concluyendo así la actualización del campo de temperaturas para un determinado intervalo de tiempo.

Luego se avanza un intervalo de tiempo, se ajustan las intensidades de las fuentes en función de la variación temporal de las condiciones de borde especificadas y se repite el proceso.

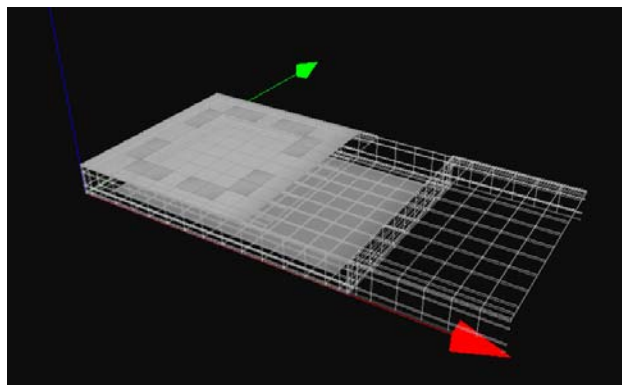
## MALLADO

Como en todo método de cálculo numérico en medios continuos también en este caso se necesita densificar el mallado en las zonas de mayor variación de las variables de calculadas. Lamentablemente por la metodología adoptada solo podemos manejar la densidad del mallado por cada dimensión y no en forma localizada; pero al menos esto puede definirse de forma independiente para cada componente. Aun así en las zonas de contacto las grillas de los componentes adyacentes deben coincidir.

La aplicación recibe una descripción del medio como un conjunto de componentes definidos por sus longitudes  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ; los intervalos para el mallado en cada una de ellas, el nombre del material y las coordenadas del origen para el mallado.

Por otra parte se definen los materiales mediante un nombre y sus propiedades físicas (densidad, capacidad y conductibilidad térmica). El nombre del material se utiliza en la definición de un componente para asociar sus volúmenes con las propiedades de dicho material.

Para verificar los resultados de la definición geométrica, el mallador construye un archivo VRML para la visualización tridimensional de los mismos.



Las fuentes de calor y las superficies de radiación se definen de forma independiente al mallado, indicando para cada una sus propiedades geométricas y térmicas. El mallador se encarga de identificar cuales son los volúmenes abarcados por cada una mediante cálculos de intercepción geométrica, y realizar las asociaciones correspondientes. Lo mismo aplica para la definición de condiciones de borde.

## CONSTRUCCION DEL LABORATORIO VIRTUAL

El motor de cálculo se implementa como una librería de enlace dinámico (DLL) con una interfaz adecuada para ser utilizada por el servicio de ejecución de un sistema propietario denominado *Alfa Crucis*®, de aplicación general.

El núcleo de este sistema es un servicio extensible denominado “motor de procesamiento”, que permite realizar adquisición y procesamiento de datos para aplicaciones “soft real time” de bajo ancho de banda (100Hz) a través de módulos de extensión tales como “drivers” de comunicaciones para equipos de hardware, generadores y procesadores de señal, módulos de registro y alarma, etc.

El motor de procesamiento trabaja con el de cálculo de la misma manera que lo hace con cualquier otro módulo de extensión. Por lo tanto es posible permitir la interacción del motor de cálculo con cualquier otro módulo de forma transparente para todos ellos. Así por ejemplo se puede utilizar un generador de señal para variar las fuentes de calor de la simulación o la carga térmica sobre un radiador.

El motor de simulación está implementado para realizar la integración de un intervalo temporal cada vez que recibe un estímulo externo. Controlando la frecuencia de dicho estímulo, dentro de las limitaciones de capacidad de procesamiento del equipo, se puede realizar una simulación en tiempo real o en tiempo acelerado.

El resultado de la simulación en un determinado instante de tiempo es el mapa de temperaturas en los puntos de control de cada volumen. Por interpolación se obtienen temperaturas para los vértices de los volúmenes, lo cual facilita sustancialmente la implementación de la visualización. Estos resultados por vértice son volcados en la misma base de datos de tiempo real que se utiliza para los otros módulos, lo que permite:

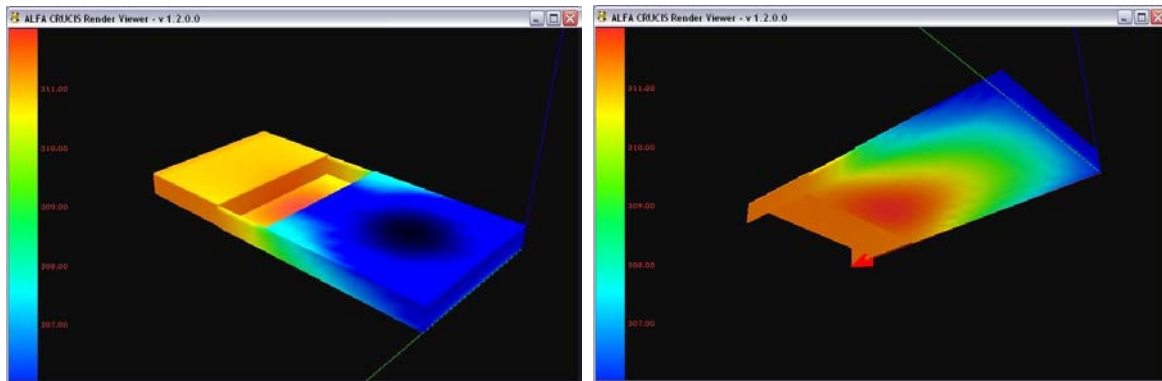
1. Utilizar el módulo de registro para almacenar y posteriormente visualizar la evolución temporal de las variables en los vértices de interés (sensores).
2. Utilizar la aplicación de visualización tridimensional para observar en tiempo real (de simulación) el mapa térmico.
3. Tomando los valores de temperatura de los nodos “sensores” se puede alimentar un módulo de extensión que implemente la lógica de control, y utilizar los resultados del mismo para variar la fuente de calor que representa a los actuadores. Inclusive pueden utilizarse módulos de comunicaciones para enlazar la simulación con un controlador en hardware a fin de validar la implementación de dicho controlador.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El sistema se utilizó para desarrollar un sistema de control térmico para la etapa de RF de un radiómetro de microondas para un satélite de órbita baja (LEO). El requerimiento era el de mantener todos los componentes del circuito de RF en una temperatura estabilizada con un error de  $\pm 1^\circ\text{K}$ . La cadena receptora se distribuye en su mayoría sobre una placa base de aluminio de aproximadamente  $\frac{1}{2} \text{ m}^2$  y de un espesor de 4mm. Sobre la tapa de esta caja contendora se dispone el radiador principal, estando el resto aislado mediante MLI<sup>2</sup>.

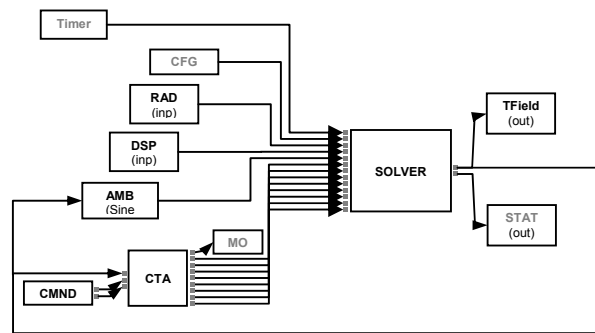
---

<sup>2</sup> Multi Layer Insulation



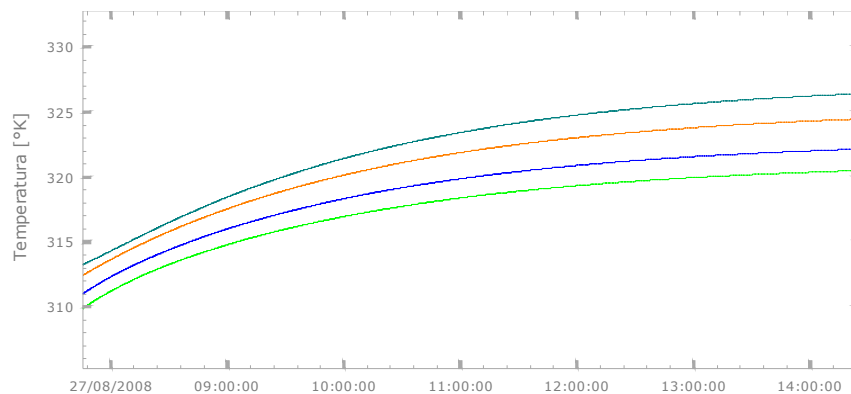
Siendo esta un proceso distribuido su dinámica es infinito-dimensional. Se decidió resolver el problema mediante un control de las condiciones de borde, montando celdas de control en la periferia del radiador.

Para validar la estrategia se realizó a simulación de la dinámica térmica de este sistema bajo variaciones en la carga térmica similares a las impuestas por el ciclo orbital del satélite en las peores condiciones estacionales. Se utilizaron generadores de señal para simular las cargas ambientales y disipación de los componentes electrónicos. En la siguiente figura se muestra un diagrama en bloques de la configuración utilizada para este problema.

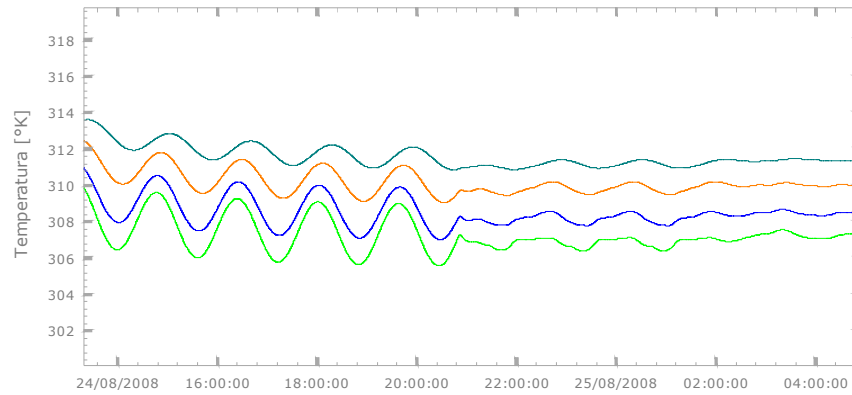


Para el módulo de Control Térmico Activo (CTA) se utilizó el mismo código fuente que se integra en la computadora de a bordo del instrumento. Esto permite no validar el concepto de diseño sino además verificar código fuente final.

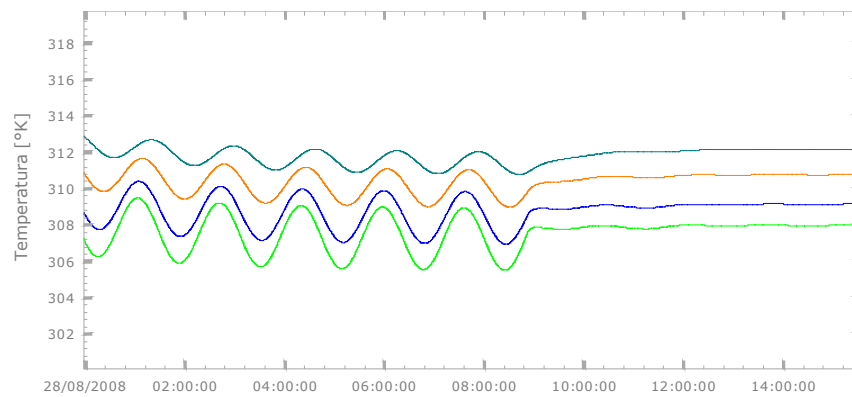
Los resultados sin activar el sistema de control son consistentes con los obtenidos utilizando SindaG, lo cual nos permite confiar en la aptitud del sistema para la tarea requerida. En la siguiente figura vemos la situación de un proceso de estabilización.



Se puede observar la evolución en cuatro de los nodos de censado. En la figura siguiente se ve la evolución de estas temperaturas simulando las cargas ambientales y su variación con el ciclo orbital sin sistema de control.



En el período observado se activa el sistema de control con un ajuste preliminar de ganancias. En la última figura se repite el mismo escenario pero con un ajuste más adecuado del controlador.



Puede verse que todo el proceso se integra correctamente, y que el motor de simulación no necesita ser modificado de ninguna forma para recrear diferentes condiciones de borde o introducir variaciones temporales arbitrarias.

## CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos muestran que la metodología utilizada es confiable, eficiente en términos computacionales (en el modelo presentado se han utilizado factores de velocidad de hasta 100), y que el enfoque dado para su implementación resulta apto para evaluar sistemas de control térmico y procesos transitorios ante diferentes condiciones ambientales.

Los pasos futuros deberán apuntar a utilizar otro tipo de grillas para permitir atacar problemas con geometrías arbitrarias, ya sea alterando la formulación numérica a volúmenes con caras no ortogonales o al uso de transformaciones.

La reformulación para volúmenes no ortogonales implica básicamente definir un esquema para determinar los centroides de los volúmenes de forma adecuada para poder luego estimar los gradientes de temperatura en las caras del volumen en base a las temperaturas de los centroides adyacentes.

También debería analizarse la posibilidad de flexibilizar el esquema de modelado para permitir el uso de elementos concentrados junto con los volúmenes de control. Esto no representa un desafío muy

importante para un esquema de relajación como el utilizado en este trabajo, y permitiría dentro de un mismo problema elegir para distintas partes del campo térmico la opción de modelado mas adecuada.

## **REFERENCIAS**

1. Suhas V. Patankar: "Numerical Heat Transfer And Fluid Flow"; 1976, McGraw-Hill.
2. Gordon Reece: "Microcomputer Modelling by Finite Differences"; 1986, MacMillan.
3. G.D.Åke Björck: "Numerical Methods"; 1974, Prentice Hall.
4. David G. Gilmore: "Satellite Thermal Control Handbook"; 1994, The Aerospace Corporation