

REFLEXIONES Y EXPERIENCIAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS.

Obstáculos epistemológicos en matemática: una experiencia didáctica sobre lógica proposicional

- ❖ **PABLO L. CALDERÓN** | pablocalderon1705@gmail.com
- ❖ **MARÍA MERCEDES OLEA** | olea512@gmail.com
- ❖ **MARIANA TELLECHEA** | mariana.edith.tellechea@gmail.com

Facultad de Ciencias Exactas | Universidad Nacional de La Plata

La experiencia que presentamos surgió como propuesta de la materia humanística de posgrado de la (UNLP), "Fundamentos epistemológicos e históricos de la enseñanza de las ciencias", materia obligatoria para la obtención del título de Doctor de la Facultad de Ciencias Exactas, dictada en el segundo semestre del año 2015. Los responsables de la materia fueron el Dr. Diego Petrucci, el Dr. Osvaldo Capannini y el Lic. Daniel Badagnani.

El objetivo de nuestra experiencia fue detectar una situación particular que ocurre en los diferentes niveles educativos (en mayor o menor medida), que se conoce como *obstáculo epistemológico* y analizar en qué medida influye en la adquisición de conocimiento por parte de los estudiantes.

Un obstáculo epistemológico es un conocimiento o una concepción generalizada en una comunidad o en una cultura, que habiendo producido respuestas apropiadas dentro de un cierto dominio, genera respuestas falsas fuera de él.

En este trabajo analizamos el obstáculo del *razonamiento común*, esto es, la constitución del razonamiento utilizado en la interacción social diaria como obstáculo para el razonamiento lógico deductivo en Geometría.

Adaptamos una encuesta basándonos en el trabajo de Bohórquez en 2003 y la realizamos a alumnos de distintos niveles educativos.

La población estuvo formada por:

- alumnos de cuarto año de dos escuelas secundarias de la ciudad de La Plata (que llamamos bloque 1),
- alumnos del grupo CIBEX de la Facultad de Ciencias Exactas de la UNLP (bloque 2) y
- alumnos avanzados y estudiantes de postgrado de la Facultad de Ciencias Exactas (bloque 3)
- estudiantes de postgrado de disciplinas no matemáticas (bloque 3.a) y
- alumnos avanzados de la Lic. en Matemática junto con estudiantes del doctorado en Matemática (bloque 3.b).

La muestra fue de:

- 49 personas para el bloque 1,
- 60 personas para el bloque 2,
- 18 personas para el bloque 3.a y
- 18 personas para el 3.b.

La técnica fue un cuestionario de 4 preguntas de 4 ítems cada una, en las que se debía determinar si consideraban verdadero o falso cada ítem, a partir de una afirmación. A continuación presentamos el cuestionario realizado:

1. Andrea juega a la lotería y afirma:

"Si me gano la lotería, viajaré a Europa"

a) Si Andrea viaja a Europa, puede concluirse que se ganó la lotería.	V	F
b) Si Andrea se gana la lotería, puede concluirse que no viajará a Europa.	V	F
c) Si Andrea no se gana la lotería, puede concluirse que no viajará a Europa.	V	F
d) Si Andrea no viaja a Europa, puede concluirse que se ganó la lotería.	V	F

2. Un padre le dice a su pequeño hijo:

"Si tu prima Alma nace en Tolosa, será Argentina."

a) Si Alma finalmente nace en Tolosa, se concluye que es argentina.	V	F
b) Si Alma finalmente no nace en Tolosa, se concluye que no es argentina.	V	F
c) Si finalmente resulta que Alma no es argentina, se concluye que no pudo nacer en Tolosa.	V	F
d) Si finalmente resulta que Alma es argentina, se concluye que nació en Tolosa.	V	F

3. Un teorema de la Geometría es el siguiente:

"Si un cuadrilátero es rombo, entonces sus diagonales son perpendiculares".

a) Si un cuadrilátero tiene sus diagonales perpendiculares, se trata entonces de un rombo.	V	F
b) Las diagonales de algunos rombos no son perpendiculares.	V	F
c) Si un cuadrilátero no es rombo, entonces sus diagonales no son perpendiculares.	V	F
d) Si un cuadrilátero no tiene sus diagonales perpendiculares, entonces es un rombo.	V	F

4. Considere la siguiente afirmación: "Si una figura geométrica es un vertígono entonces tiene dos arcos iguales".		
a) Si una figura no tiene dos arcos iguales, podría ser un vertígono.	V	F
b) Si una figura no es un vertígono, entonces no tiene dos arcos iguales.	V	F
c) Si una figura tiene dos arcos iguales, entonces es un vertígono.	V	F
d) Si una figura es un vertígono, entonces no tiene dos arcos iguales.	V	F

Tabla 1: Encuesta realizada a los distintos bloques

Para el análisis de los datos, determinamos un valor de 1 para las respuestas incorrectas y 0 para las correctas. Tomamos como 100% la suma de considerar incorrectos todos los ítems de cada pregunta multiplicado por el número de encuestados. De esta forma, por pregunta y por grupo, determinamos los porcentajes de error.

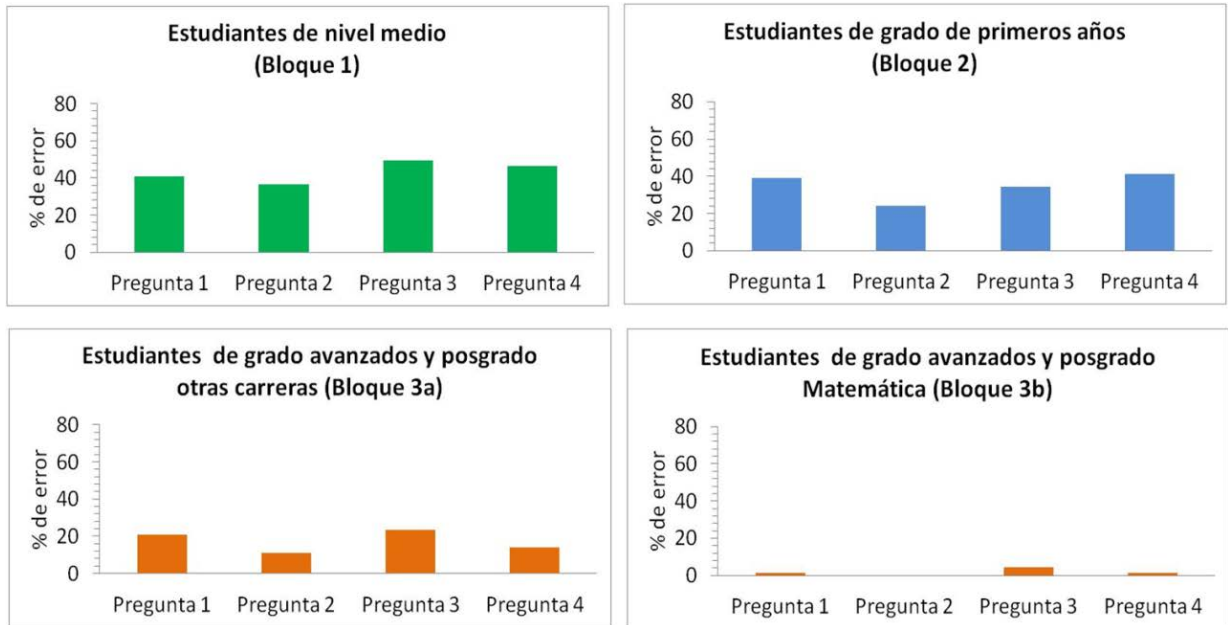


Figura 2: Porcentaje de error de los distintos bloques

Se han propuesto varias teorías para explicar el razonamiento con premisas condicionales (implicaciones). Una de ellas es la Teoría de Reglas mentales (Braine y O'Brien , 1991; Rips , 1994). Esta teoría supone que nuestra mente está equipada con reglas de inferencia, entre ellas una regla para *Modus Ponens* (p y $p \rightarrow q$ se afirman como verdadero, por lo que q debe ser verdad), que se aplica a representaciones proposicionales locales y genera representaciones apropiadas de conclusiones.

Para evaluar si un argumento es válido se comprueba si existe una correspondencia o una contradicción entre las proposiciones del conjunto de premisas y la conclusión.

Las proporciones medias de la aceptación de las inferencias individuales reflejan el siguiente patrón:

97% para el Modus Ponens ($p \rightarrow q, p \therefore q$)

57% para el Modus Tollens ($p \rightarrow q, \neg q \therefore \neg p$).

En menor porcentaje para:

$p \rightarrow q, q \therefore p$ (Recíproco) y $p \rightarrow q, \neg p \therefore \neg q$ (Contrario).

Por otro lado, Johnson-Laird en 1980 desarrolló la Teoría de los Modelos mentales para explicar los procesos superiores de la cognición y, en particular, la comprensión y la inferencia (Johnson-Laird, 1980). Es una teoría contrapuesta a los modelos de Reglas mentales, rechaza las reglas de inferencia y acentúa los aspectos semánticos del razonamiento.

Pero los seres humanos no aprendemos del mundo directamente: se poseen representaciones únicamente internas del mismo. Los Modelos mentales son esas representaciones que nos permiten comprenderlo y dotan a los individuos de la capacidad de explicar y de predecir.

En este sentido, las representaciones con las que cuentan alumnos de diferentes niveles y disciplinas de educación son diferentes. Al resolver proposiciones cada grupo de alumnos accederá a las representaciones mentales que posee, que fue adquiriendo a lo largo de su recorrido educativo, y pensará circunstancias donde esas proposiciones pueden ser verdaderas o falsas. Este pensamiento individual conectado a las representaciones mentales de cada individuo puede traducirse en un obstáculo epistemológico al momento de aprender Lógica proposicional en Matemática.

Al analizar las encuestas pudimos observar que los porcentajes de error fueron disminuyendo, según la persona se encuentre en un nivel de estudio superior. Por lo observado, el patrón presentado por la Teoría de Reglas mentales se ajusta a nuestros resultados, las proposiciones Modus Tollens y Modus Ponens fueron las que mayor aceptación tuvieron.

Con respecto a la pregunta 2, notamos que en todos los bloques, el porcentaje de error fue muy bajo, contrariamente al porcentaje obtenido en la pregunta 1. Los estudiantes del bloque 3.b, fueron los que obtuvieron menor porcentaje de error. El bajo porcentaje de error observado en la pregunta 2 podemos atribuirlo a la característica de la misma:

- “Si tu prima Alma nace en Tolosa, será Argentina”.

En esta afirmación no hay lugar a dudas, es un hecho y no existe otra posibilidad. En cambio en la pregunta:

- “Si me gano la lotería, viajaré a Europa”

Se presenta una decisión personal, con lo cual existen diversas posibilidades de acción, esto conlleva a una respuesta que no coincide con la Lógica proposicional.

Con respecto al bloque 3.b el bajo porcentaje de error fue debido al uso de tablas de verdad y de la Implicación (Recíproco, Contrarrecíproco y Contrario). Esto se debe a la formación recibida en Lógica proposicional y a la cotidianeidad de su uso.

En la pregunta 4 se hace referencia a un objeto no existente, el *vertígono*, lo cual fue irrelevante al momento en que los estudiantes del grupo 3 contestaron dicha pregunta. En cambio los estudiantes de los grupos 1 y 2 a la hora de ser encuestados, preguntaron a qué se hacía referencia con esa palabra, incluso algunos se negaron a contestar ese ítem.

Concluimos entonces que el pensamiento Lógico proposicional se construye a lo largo de los años de estudio: algunos de los alumnos de nivel inicial, no pueden hacer un análisis de un problema sin poder construir una representación mental de lo pedido.

BIBLIOGRAFÍA

Bohórquez, Hector; Hernández de Rincón, Ana Ismenia. (2006) El razonamiento común: un obstáculo epistemológico en geometría. Rev. Ped, Caracas, v.24, n°.9.

Oberauer, K. Reasoning with conditionals: a test of formal models of four theories. Cogn. Psychol. 53.

Johnson Laird, P.N. (1980) Mental Models in Cognitive Science. Cognitive Science 4.