

DE LAS LEYES DE NEWTON A LA GUERRA DE TROYA

ÁNGEL R. PLASTINO

La publicación en 1687 del libro *Philosophia Naturalis Principia Mathematica* por Issac Newton marcó un importante hito en la historia del pensamiento humano. Sobre la base de tres sencillos principios de movimiento y de la ley de gravitación universal, y mediante razonamientos matemáticos, Newton logró explicar y unificar dentro de un esquema conceptual coherente una gran cantidad de fenómenos naturales: el movimiento de los planetas, las mareas, la forma de la Tierra, entre otros. Más aún, Newton mostró que los principios que rigen el movimiento de los astros también son válidos en el ámbito terrestre. Las mismas leyes que determinan, por ejemplo, el movimiento de la Luna también se aplican a las balas de cañón. La mecánica newtoniana no dio solamente una explicación cualitativa de estos fenómenos. Los métodos matemáticos empleados por Newton permitieron hacer predicciones cuantitativas precisas que podían contrastarse con la observación y con la experimentación.

Los científicos que continuaron desarrollando la mecánica newtoniana cosecharon éxitos de creciente espectacularidad. En 1705 Edmund Halley publicó el libro *A Synopsis of the Astronomy of Comets*, en el que, aplicando la teoría newtoniana, predijo la fecha del retorno del cometa que hoy lleva su nombre; predicción que se cumplió exitosamente en 1758. En 1845 el astrónomo inglés John Couch Adams e, independientemente, el astrónomo francés Urbain Le Verrier, a partir del análisis de pequeñas anomalías en el movimiento de Urano, predijeron la existencia de un planeta hasta entonces desconocido. El análisis matemático llevado a cabo por estos investigadores fue tan preciso que les permitió predecir a qué lugar del cielo (y en qué momento) los astrónomos debían apuntar sus telescopios para poder ver el nuevo planeta. Este planeta, hoy llamado Neptuno, fue finalmente observado en 1846 en el sitio indicado en Berlín por los cálculos teóricos. El descubrimiento de Neptuno, realizado utilizando básicamente lápiz y papel, constituye una hazaña intelectual que aun hoy nos sigue asombrando.

Dos aspectos fundamentales de la obra de Newton fueron, por un lado, la explicación unificada de un conjunto diverso de fenómenos dentro de un mismo marco teórico y, por el otro, el desarrollo de poderosas técnicas matemáticas para el estudio cuantitativo de esos fenómenos. El impacto de la obra de Newton en el mundo intelectual de su época fue enorme. Pensadores fuera del ámbito de la física y de la astronomía pronto comenzaron a especular sobre la posibilidad de un enfoque similar al newtoniano para las disciplinas humanas, como la historia, la política o incluso la ética.

Algunos pensadores tomaron la ciencia newtoniana como el modelo al que otras disciplinas debían aspirar, tanto en su carácter unificador como en su aspecto cuantitativo. Aquí nos referimos a las “disciplinas humanas”, “ciencias humanas” o “humanidades” en un sentido muy amplio que incluye la psicología, la historia, la sociología, la economía, las ciencias políticas, etc. El sueño de una “ciencia newtoniana del hombre” no se concretó. La razón básica por la que este sueño no pudo materializarse es que los fenómenos estudiados por las ciencias humanas son muchísimo más complejos que los estudiados por Newton o, en general, que los fenómenos estudiados por la física o la astronomía.

La biología, que en última instancia constituye la base del comportamiento humano, estudia sistemas y procesos mucho más complejos que la física. Un gato o incluso una célula están considerablemente más arriba en la escala de complejidad que una estrella. Y el cerebro humano es el sistema más complejo que se conoce. A pesar de lo arduo de la tarea, a lo largo de la historia ha habido investigadores que no se desalentaron e intentaron emplear métodos matemáticos similares a los utilizados en la física para estudiar diversos aspectos de las ciencias humanas. Estas líneas de investigación han mostrado un florecimiento en tiempos recientes. Numerosos investigadores provenientes de las matemáticas, la física u otras ciencias afines están aplicando sus conocimientos al estudio de la biología y de las disciplinas humanas. Las fronteras tradicionales entre las ciencias se desdibujan y surgen nuevas especialidades.

El objetivo de este breve artículo es ilustrar mediante algunos ejemplos el enfoque “físico-matemático” de problemas en las ciencias humanas. Este trabajo no constituye una revisión de la investigación llevada a cabo en esta área, ni a nivel internacional ni en nuestro país (donde se han logrado excelentes aportes a estos temas). Nuestro propósito es solamente comentar algunos ejemplos de trabajos realizados en esta dirección, en nuestro país y en el exterior.

ABRAHAM LINCOLN, LAS HACHAS Y LOS MODELOS MATEMÁTICOS

Una estrategia importante en la aplicación de métodos de la matemática y de la física a las ciencias humanas es la construcción y análisis de modelos matemáticos para sistemas o procesos sociales. Un modelo matemático usualmente describe un sistema simplificado o idealizado que captura algunos aspectos esenciales del problema a estudiar, pero descarta gran cantidad de detalles. Uno de los principales objetivos de un modelo matemático es esclarecer la lógica básica de los razonamientos concernientes a las propiedades del sistema o proceso bajo consideración. Es decir, el modelo permite determinar si las conclusiones de un argumento realmente se desprenden de sus premisas. Esta idea básica puede ilustrarse mediante un sencillo ejemplo (que en realidad no concierne a un sistema o proceso social, pero que es útil a efectos ilustrativos).

Se le atribuye a Abraham Lincoln la siguiente frase: “Si me dieran una hora para talar un árbol emplearía los primeros cincuenta minutos en afilar el hacha”. Este consejo tiene el “aura” de una pequeña, pero profunda, muestra de sabiduría y cuenta con el inmenso prestigio de su autor. Pero ¿será un buen consejo? Como suele ocurrir, los argumentos puramente verbales no parecen ser conclusivos. Se puede argumentar que, invirtiendo la mayor parte del tiempo disponible en afilar el hacha, se conseguirá un mejor instrumento que permitirá durante los últimos minutos hachar mucha madera. Por otra parte, cuanto más tiempo se emplee en afilar el hacha, menos tiempo quedará para talar el árbol. No está claro si el consejo de Lincoln es bueno o no. Un sencillo “modelo” matemático nos permite precisar las hipótesis subyacentes en este problema y clarificar su estructura lógica. Llamemos T al tiempo empleado en afilar el hacha.

Si medimos el tiempo en horas, este número T estará comprendido entre 0 y 1. Hagamos ahora dos suposiciones. Por un lado, supongamos que la “eficacia” del hacha es proporcional al tiempo empleado en afilarla. Es decir, supondremos que la eficacia está dada por el producto AxT , entre el tiempo T y un cierto número constante A . Por el otro, supongamos que la cantidad de madera hachada, designada por M , es proporcional a la “eficacia” del hacha (AxT) y al tiempo durante el que se procede a hachar (en nuestro caso, el tiempo restante, $1-T$). De modo que, de acuerdo con nuestro modelito, la cantidad de madera talada estará dada por

$$M = A \times T \times (1-T)$$

Ahora, nuestra pregunta inicial se traduce en determinar el valor de T (tiempo de “afilado”) que maximiza la función matemática $T \times (1-T)$. No es difícil comprobar que esta función adopta su máximo valor en $T=0.5$ (es decir, media hora). Esto significa que, de acuerdo con nuestras premisas, la solución óptima al problema de Lincoln consiste en emplear la mitad del tiempo disponible en afilar el hacha.

A diferencia de lo que acontece con algunos argumentos verbales, el argumento anterior, basado en un “modelo” matemático, es transparente. Podemos estar seguros de que las conclusiones se desprenden de las premisas. Por supuesto que las premisas pueden ser incorrectas o el modelo puede ser demasiado sencillo para capturar todos los ingredientes relevantes del problema en cuestión. En nuestro caso, por ejemplo, podría ocurrir que la “eficacia” del hacha no sea simplemente proporcional al tiempo empleado en afilarla. Efectos que no fueron tenidos en cuenta en el modelo pueden ser esenciales para entender realmente el problema. Por ejemplo, no tuvimos en cuenta que el hacha se desafilaba o que el hachero se cansa a medida que va hachando el árbol.

Es posible que, perfeccionando el modelo, resulte que, después de todo, Lincoln tenía razón. Estas posibles deficiencias, sin embargo, no le quitan valor al modelo en cuanto herramienta conceptual para clarificar el

análisis del problema. La mera formulación de un modelo matemático, aunque preliminar o incompleto, suele por sí misma sugerir posibles direcciones para su perfeccionamiento. Al explicitar las hipótesis empleadas y el proceso deductivo que conduce a las conclusiones, el análisis de un modelo concreto también pone de relieve los aspectos del problema que no fueron incluidos en él.

ESTADOS ANÍMICOS DEPRESIVOS

Veamos ahora un ejemplo reciente de un trabajo de investigación en el área de la psicología evolutiva, en el que un modelo matemático clarifica las ambigüedades de los argumentos verbales. En esta sección comentaremos un trabajo del investigador Daniel Nettle, del Institute of Neuroscience, Newcastle University, en el Reino Unido, sobre los aspectos adaptativos de los estados anímicos depresivos.¹

Los estados anímicos depresivos (*low moods*) son estados emocionales temporarios de los seres humanos usualmente asociados a la desmotivación, el desinterés, la fatiga y el pesimismo. Si estos estados anímicos se vuelven extremos o prolongados en el tiempo, se denominan “depresión clínica”. Psicólogos teóricos han sugerido que las características de fatiga, desmotivación y pesimismo asociadas a los estados anímicos depresivos pueden, en términos evolutivos, tener una ventaja adaptativa. Según esta teoría, los estados anímicos depresivos estarían vinculados con situaciones desfavorables en las que a las personas les conviene evitar emprender acciones riesgosas. Los estados anímicos depresivos serían, entonces, una respuesta adaptativa a las circunstancias desfavorables y las características de desmotivación, fatiga y pesimismo serían un mecanismo para minimizar la probabilidad de incurrir en riesgos hasta que las circunstancias mejoren.

Por lo tanto, las características de los estados anímicos negativos tendrían una explicación evolutiva: sería una adaptación ventajosa evitar comportamientos arriesgados cuando la situación es adversa y cuando, en consecuencia, los posibles costos de esos comportamientos no se pueden asumir. Nettle ha propuesto recientemente un modelo matemático para analizar el posible valor adaptativo de los estados anímicos negativos.²

Nettle enfatiza que los argumentos puramente verbales no son concluyentes en este sentido. La idea de que, ante una situación adversa, es conveniente una actitud pasiva a efectos de evitar males mayores hasta que la situación mejore es ciertamente plausible. Sin embargo, es igualmente razonable defender la idea opuesta y argumentar que, ante circunstancias desfavorables, hay que tomar acciones más arriesgadas, procurando así mejorar la situación. Nettle desarrolló un modelo matemático con premisas claras para analizar este problema y llegó a algunas conclusiones.

En condiciones extremadamente adversas, es conveniente adoptar comportamientos riesgosos, pues lo prioritario es salir de esas circunstancias extremas. Por otra parte, en circunstancias desfavorables, pero no extremas, es conveniente no incurrir en riesgos. En este sentido, el modelo de Nettle apoya la explicación evolutiva de las propiedades de los estados anímicos depresivos. Curiosamente, el modelo de Nettle también predice que, en circunstancias favorables, vuelve a ser conveniente incurrir en riesgos y que el grado “óptimo” de riesgo crece gradualmente con la bonanza de la situación. Es importante mencionar que esta nueva predicción surge naturalmente del modelo y que va un paso más allá de la cuestión concreta que inicialmente se pretendía esclarecer al construir el modelo. Esto ilustra el hecho de que un buen modelo matemático usualmente proporciona más información de la que en un principio se buscaba al formularlo.

DINÁMICA NO LINEAL Y LA GUERRA DE TROYA

La guerra de Troya constituye el evento histórico más famoso de la Edad de Bronce, inseparablemente vinculado con la *Iliada*, el primer gran monumento de la literatura occidental. Recientemente, César Flores y Mauro Bologna, del Instituto de Investigación Multidisciplinar AIA de la Universidad de Arica, Chile, han propuesto un modelo dinámico no lineal para analizar algunos aspectos de la guerra de Troya.³

Los sistemas dinámicos continuos, basados en ecuaciones diferenciales, juegan un papel central en la física, la astronomía y otras disciplinas. Las ideas básicas para el estudio de los sistemas dinámicos fueron introducidas por Newton en el contexto de la mecánica celeste. Las técnicas matemáticas involucradas fueron desarrolladas por los sucesores de Newton, alcanzándose un alto grado de sofisticación. A principios del siglo XX, el matemático y físico-químico norteamericano Alfred James Lotka e, independientemente, el matemático italiano Vito Volterra, aplicaron este tipo de enfoque a la biología.

Estos investigadores analizaron un problema en dinámica de poblaciones biológicas, con dos especies interactuantes: una especie de depredadores y una especie de presas. Lotka y Volterra plantearon un modelo

matemático basado en un sistema apropiado de ecuaciones diferenciales para estudiar la evolución en el tiempo de la población de depredadores y de la población de presas. El origen de las ecuaciones del modelo Lotka-Volterra, también denominado “modelo depredador-presa”, proviene de un trabajo realizado por Lotka en 1910 sobre reacciones químicas autocatalíticas. Posteriormente, en 1920, Lotka aplicó a un problema biológico técnicas similares a las que había empleado en el estudio de reacciones químicas, desarrollando un modelo matemático para la dinámica de un sistema constituido por una especie vegetal (la “presa”) y una especie de animal herbívoro (el “depredador”). De manera independiente, Volterra propuso en 1926 básicamente el mismo modelo para estudiar las estadísticas de pesca en el mar Adriático. Los modelos tipo Lotka-Volterra en dinámica de poblaciones han sido intensivamente investigados y aplicados al estudio de multitud de problemas biológicos, generándose una vasta literatura científica. Esta clase de modelos también han sido aplicados en economía.

El modelo dinámico para la guerra de Troya propuesto por Flores y Bologna (FB) está basado en ecuaciones similares a las empleadas en el estudio de dinámica de poblaciones en biología. En el caso del modelo FB, las dos “especies” interactuantes son los guerreros del ejército griego y los guerreros y la población troyanos. Un aspecto importante de las ecuaciones dinámicas propuestas por FB, compartida por muchos modelos en dinámica de poblaciones biológicas, es su carácter no lineal. Esto significa que la suma (“superposición”) de dos soluciones de las ecuaciones FB no constituye una nueva solución. Los sistemas dinámicos gobernados por ecuaciones diferenciales no lineales son, en general, difíciles de analizar y muestran una gran riqueza de comportamientos posibles. El estudio de estos sistemas constituye un vasto campo de investigación en el que trabajan matemáticos, físicos, biólogos teóricos, economistas y expertos en otras disciplinas. El trabajo de Flores y Bologna es un interesante ejemplo que ilustra cómo las ideas originadas en un área del conocimiento pueden ser fructíferamente empleadas en un campo completamente distinto y aparentemente desconectado del primero.

FÍSICA ESTADÍSTICA Y CIENCIAS HUMANAS

La aplicación a las ciencias humanas de métodos de la física teórica, en especial, de la física estadística, exhibe otra faceta diferente de la construcción de modelos matemáticos. Los avances en la tecnología informática han abierto un vasto campo de investigación en lo que respecta al análisis de bases de datos digitales referentes a temas muy diversos: desde las estadísticas electorales en distintos países hasta las propiedades estadísticas de obras musicales o literarias. Los dos desarrollos tecnológicos relevantes para estas nuevas líneas de trabajo son la posibilidad de tener alto poder computacional a bajo costo y el acceso electrónico (en muchos casos libre a través de Internet) a un número creciente de bases de datos. Analizando estos datos mediante técnicas estadísticas —algunas provenientes de la física estadística— es posible descubrir estructuras o patrones subyacentes en los datos, que arrojan luz sobre las propiedades de los sistemas o procesos descritos por esos datos. A continuación comentaremos algunos ejemplos recientes de este tipo de estudios.

Renio Mendes y su grupo de investigación en el Departamento de Física de la Universidad de Maringa, Brasil, han aplicado métodos de la física al análisis de estadísticas electorales en Brasil.⁴ Mendes estudió las estadísticas electorales de 5564 ciudades en Brasil empleando datos electorales de libre acceso provistos por la Suprema Corte Electoral de Brasil y datos demográficos provistos por el Instituto Brasileiro de Geografía y Estadística. Mendes y sus colaboradores investigaron la relación existente entre la población de votantes (cantidad de personas en los padrones electorales) de una ciudad y el grado de participación o compromiso de la comunidad en el proceso político, medido por el número total de afiliados, en cada ciudad, a cada uno de los veintisiete partidos políticos de Brasil.

Mendes y su grupo también estudiaron la relación entre la población de votantes de una ciudad y el número medio de candidatos a diferentes cargos electivos, por ejemplo, intendente. Estos estudios muestran evidencia convincente de que existe una ley matemática concreta —más explícitamente, una ley de potencias— que vincula el número de votantes de una ciudad con las otras cantidades arriba mencionadas. Este trabajo ilustra varios puntos importantes. Primero, el hecho de que se disponga de una gran masa de datos concernientes a un número apreciable de ciudades (5564) permite realizar un análisis estadístico confiable y determinar si estos datos responden a leyes cuantitativas determinadas. En segundo lugar, un estudio como el de Mendes no involucra ningún modelo teórico. Se trata de un análisis directo de los datos reales. Este tipo de estudios constituye una etapa previa a la construcción de modelos. Las ideas teóricas que los investigadores proponen para entender un determinado fenómeno pueden variar con el tiempo, pero las propiedades de los datos concretos dilucidadas por estudios como el de Mendes tienen un valor intrínseco que, en buena medida, es independiente de los prejuicios teóricos. Otro aspecto notable de este trabajo es la aparición de leyes de potencia en los datos electorales. Este tipo de leyes de potencia aparece en el estudio de los fenómenos más diversos, como por ejemplo en la estadística de las intensidades de los terremotos. La presencia de leyes de potencia constituye uno de los rasgos típicos de los llamados “sistemas complejos”, cuyo estudio es hoy uno de los campos más activos de la física y otras disciplinas afines.

Otros ejemplos de enfoques físico-matemáticos de fenómenos humanos que mencionaremos a continuación involucran el concepto de “medida de complejidad”. Como ya mencionamos, los sistemas y procesos estudiados por la biología y por las ciencias humanas son, en general, mucho más complejos que los tradicionalmente estudiados por la física. Una pregunta que ha intrigado a muchos investigadores es si existe una forma “natural” de caracterizar cuantitativamente el grado de complejidad de un sistema dado. En 1995 los investigadores R. López-Ruiz, H.L. Mancini y X. Calbet (LMC) propusieron una medida cuantitativa de complejidad estadística que muestra algunas características interesantes.⁵ La medida de complejidad LMC se evalúa en una distribución de probabilidades que describe al sistema considerado. Esta medida captura algunos aspectos de lo que intuitivamente se espera de una medida cuantitativa de complejidad. Es razonable que un sistema descrito por una distribución de probabilidades uniforme, en el que todos los posibles estados del sistema son equiprobables, tenga complejidad igual a cero. Por otro lado, el otro caso extremo, correspondiente a la certeza completa, en el que el sistema considerado tiene un estado con probabilidad 1 y todos los demás estados con probabilidad 0, también es considerado de complejidad nula. La medida LMC satisface esos dos criterios. Sin embargo, una medida razonable de complejidad debe cumplir con otros requisitos además de anularse en los casos extremos de equiprobabilidad y de certeza.

El primer trabajo en el que se exploraron otras propiedades de la medida LMC fue realizado en 1996 por Celia Anteneodo (entonces investigadora del Instituto de Biofísica de la Universidad Federal de Río de Janeiro) y por mí.⁶ En ese trabajo investigamos si la medida LMC satisfacía otras propiedades vinculadas al concepto de complejidad. Mostramos que la medida LMC no cumplía con ciertas propiedades básicas que uno podría esperar de una medida de complejidad. En particular, la medida LMC no satisfacía algunas reglas básicas de invariancia. Por ejemplo, la medida LMC no era invariante frente a “duplicaciones” del sistema considerado. Es decir, si uno considera un sistema constituido por dos copias idénticas de otro sistema, la complejidad del nuevo sistema, de acuerdo con la medida LMC, no resulta ser igual a la complejidad del sistema original. Otros investigadores ya habían puesto de manifiesto que una medida aceptable de complejidad debe satisfacer estas reglas de invariancia. Aunque de naturaleza crítica, creemos que nuestro trabajo constituyó un estímulo para que otros investigadores se interesaran por la medida LMC y continuaran analizando sus propiedades y posibles aplicaciones. Posteriormente, se propusieron diferentes variantes de la medida LMC (que aquí denominaremos “medidas de complejidad tipo LMC”), las cuales “curaban” algunas de las deficiencias de la medida LMC original propuesta por López-Ruiz, Mancini y Calbet.⁷

Varios grupos de investigación, particularmente en Argentina, España y Brasil, han explorado diversas aplicaciones de las medidas de complejidad tipo LMC. Luciano Zunino del Centro de Investigaciones Ópticas (CIOP) de Argentina, en colaboración con investigadores de la Universidad de Maringá, Brasil, han realizado un fascinante estudio de la complejidad estadística de ciertas obras musicales.⁸ Este es otro interesante ejemplo de las nuevas líneas de investigación que han sido abiertas por la existencia de enormes bases digitales de datos.

Zunino y colaboradores analizaron una base digital de datos de más de 10 000 piezas musicales, a efectos de establecer una jerarquía cuantitativa de la complejidad de estas obras. A la serie temporal correspondiente a la señal acústica digitalizada de cada tema le evaluaron dos cantidades: una medida de complejidad tipo LMC y una medida entrópica (esta última mide básicamente el grado de “aleatoriedad” asociado a la serie temporal). De este modo, a cada pieza musical le corresponde un punto en un plano abstracto complejidad-entropía (plano C-E). Zunino y colaboradores procesaron los datos correspondientes a 10 124 piezas distribuidas en diez géneros musicales diferentes, incluidos el género clásico, el jazz, el tango, el flamenco y otros. Las piezas correspondientes a diferentes géneros caen en diferentes regiones del plano E-C. Sin embargo, se observan solapamientos entre los géneros, lo que muestra que las fronteras entre ellos son difusas. Por ejemplo, existe un solapamiento entre los géneros clásico y jazz. Las piezas de música clásica y las de jazz tienden a exhibir mayor complejidad y menor grado entrópico, mientras que, por ejemplo, los temas del género “tecno” tienden a caer en una región del plano C-E correspondiente a menor complejidad y mayor entropía.

Zunino y sus colaboradores sugieren que este estudio de piezas musicales mediante el plano C-E puede tener aplicaciones prácticas en el desarrollo de algoritmos para la clasificación automática de piezas musicales por géneros. El plano complejidad-entropía también ha sido empleado en el estudio de obras literarias. Osvaldo Rosso, del Instituto de Cálculo de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires, en colaboración con Hugh Craig y Pablo Moscato, de la Universidad de Newcastle, Australia, aplicaron el plano C-E al análisis de las obras de Shakespeare y de otros autores ingleses del Renacimiento.⁹

COMENTARIOS FINALES

Hemos comentado varios ejemplos de esfuerzos recientes, realizados por investigadores de nuestro país y del exterior, que han intentado aplicar técnicas físico-matemáticas al estudio de las disciplinas humanísticas,

entendidas en sentido amplio, lo cual incluye campos como la psicología, la historia y las artes. Este artículo no aspira a ser una revisión del trabajo reciente llevado a cabo en estas líneas de investigación, que ya es voluminoso tanto en nuestro país como en el extranjero. Solo pretendemos mostrar algunos ejemplos que ilustran aspectos esenciales de este tipo de enfoques, esperando despertar la curiosidad de los lectores y estimularlos a consultar la literatura original aquí citada.

En particular, estos ejemplos ponen de manifiesto el notable hecho de que muchos investigadores provenientes de la física estén conduciendo investigaciones de carácter multidisciplinario, en las que ideas y métodos provenientes de la física teórica son aplicados al estudio de diversos fenómenos humanos, desde el análisis de las propiedades estadísticas de los procesos electorales hasta el estudio de la relación entre los distintos géneros musicales.

Las técnicas físico-matemáticas empleadas en estos estudios multidisciplinarios provienen en su mayoría (pero no exclusivamente) de la teoría de los sistemas dinámicos y de la física estadística. Prestigiosas revistas de investigación en física, como *Physica A* o *Physical Review E*, están publicando un número creciente de trabajos referidos a problemas de las ciencias humanas. Por ejemplo, en la página web de la revista *Physica A* se dice que esa revista publica artículos de investigación sobre mecánica estadística y sus aplicaciones, incluidas “otras aplicaciones interdisciplinarias a sistemas biológicos, económicos o sociológicos, por ejemplo”.

Todo esto es evidencia de que las fronteras entre las disciplinas tradicionales se están volviendo fluidas y que se está produciendo un continuo y fértil intercambio de ideas y métodos entre las distintas áreas del conocimiento. Hoy ya no es sorprendente que un matemático o un físico trabajen en un departamento de biología, o que un economista publique un artículo en una revista de física. Los ejemplos discutidos en este artículo ilustran dos aspectos de la aplicación de métodos físico-matemáticos a las humanidades.

Por un lado, el desarrollo de modelos matemáticos contribuye a la transparencia de los razonamientos empleados al analizar las propiedades de diversos sistemas o procesos. Estos modelos también permiten identificar nuevos aspectos de los sistemas estudiados. Por otra parte, la actual disponibilidad de gran poder de cómputo a bajo costo y la existencia de enormes bases de datos digitales concernientes a los más diversos temas han abierto vastos campos de investigación basados en la aplicación de técnicas de la física estadística al estudio de diferentes aspectos de las humanidades.

BIBLIOGRAFÍA:

1. Nettle, Daniel: “An Evolutionary Model for Low Mood States”, *Journal of Theoretical Biology*, 257, n.º 1, 2009, 100-103.
2. *ibid.*
3. Flores, Juan César y Bologna, Mauro: “Troy: A Simple Nonlinear Mathematical Perspective”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 392, n.º 19, 2013, 4683-4687.
4. Mantovani, M. C., Ribero, H. V., Lenzi, E. K., Picoli Jr., S. y Mendes, R. S.: “Engagement in the Electoral Process: Scaling Laws and the Role of the Political Positions”, *Physical Review E*, 88, 2013, 024802.
5. López-Ruiz, R., Mancini, H. L. y Calbet, X.: “A Simple Measure of Complexity”, *Physics Letters A*, 209, 1995, 321-326.
6. Anteneodo, C. y Plastino, A. R.: “Some Features of the López-Ruiz-Mancini-Calbet (LMC) Statistical Measure of Complexity”, *Physics Letters A*, 223, n.º 5, 1996, 348-354.
7. López-Ruiz, R., Mancini, H. L. y Calbet, X., *op. cit.*, supra, nota 5.
8. Ribeiro, H. V., Zumino, L., Mendes, R. S. y Lenzi, E. K.: “Complexity-Entropy Causality Plane: A Useful Approach for Distinguishing Songs”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 391, 2012, 2421.
9. Rosso, O. A., Craig, H. y Moscato, P.: “Shakespeare and Other English Renaissance Authors as Characterized by Information Theory Complexity Quantifiers”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 388, n.º 6, 2009, 916-926.

Ángel Ricardo Plastino es doctor en Astronomía por la Universidad de La Plata, investigador del CONICET y profesor titular en la Universidad Nacional del Noroeste de la Provincia de Buenos Aires (UNNOBA). Ha realizado actividades de investigación en diversas áreas, en especial, astronomía dinámica, física estadística y sus aplicaciones interdisciplinarias, y teoría cuántica de la información. Ha publicado más de 190 artículos en revistas científicas internacionales. El Dr. A. R. Plastino ha colaborado con científicos de varios países, como Sudáfrica, España, Brasil y Chile.