



Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

Tesis para obtener el grado académico de
Licenciada en Astronomía

ESTUDIO DE LA MODULACIÓN ANUAL DE LA MATERIA
OSCURA LEPTÓNICA FRÍA

Keiko J. Fushimi

Directora: Mercedes E. Mosquera
Co Director: Osvaldo E. Civitarse

LA PLATA, ARGENTINA
MAYO 2016

Esta Tesis es presentada como parte de los requisitos para obtener el grado académico de Licenciada en Astronomía de la Universidad Nacional de La Plata. La misma contiene los resultados de los estudios desarrollados bajo la dirección de los Drs. M. E. Mosquera y O. Civitarese.

Keiko Fushimi
e-mail: keiko.fushimi@carina.fcaglp.unlp.edu.ar
La Plata, Febrero de 2016.

Resumen

En esta tesis estudiamos el efecto de la modulación anual y diurna de la materia oscura. Los resultados se obtuvieron utilizando parámetros correspondientes a los laboratorios: Laboratorio Nacional del Gran Sasso (LNGS, Italia) y el proyectado laboratorio subterráneo ANDES. Para ello hicimos los cálculos de secciones eficaces para la dispersión de partículas que componen la materia oscura fría, de tipo leptónico, por núcleos atómicos y hemos calculado las modulaciones estacionales, para diferentes masas y velocidades de dichas componentes. Finalmente, efectuamos un análisis estadístico para determinar cuál es la masa más probable para dichas partículas.

A mi familia

Luego de un largo camino recorrido, es emocionante llegar al final de esta etapa. Sin embargo, creo que este mérito esta lejos de ser solo mío, es por ello que me gustaría dedicarles unas palabras a todas aquellas personas e instituciones que hicieron esto posible.

A la Facultad, que es un lugar soñado para estudiar, con sus parques y su gente.

A mis directores Mercedes y Osvaldo, por su infinito tiempo dedicado conmigo, atendiendo todas mis consultas, respondiendo mis múltiples correos. Por acompañarme en todo el proceso de esta tesis. Por alentarme cuando lo necesitaba.

A mi mamá, mi papá y mi hermana, gracias por todo. Porque mucho de lo que soy hoy en día es gracias a ustedes. Por apoyarme cuando decidí estudiar esta carrera y creer en mí siempre. Por estar en todo momento que los necesite.

A mis abuelos, que me aguantaron a mí y a todos mis amigos en los primeros años de esta carrera, haciendo que sea mucho más fácil el comienzo. A mi abuela Marga que estando lejos, siempre estuvo cerca.

A mis amigos, porque sin ellos la carrera jamás hubiera sido lo mismo, los que están desde el primer día del ingreso y los que fui conociendo en el camino. Porque los momentos vividos son muchos y la alegría de vivir este momento junto a ustedes es inexplicable.

A aquellos con los que he compartido horas de cursadas y horas de estudio, porque entre mate y mate siempre fue más fácil y divertido.

A la agrupación INTI, porque es más lo que me llevo, que lo que pude dejar. Gracias por hacer que mi paso por esta carrera no fuera meramente académico, por mostrarme que la política puede ser honesta y que realmente se puede hacer un cambio por pequeño que sea.

Al espíritu del Enea, que espero que nunca deje de crecer.

A Martín, porque este camino lo hemos recorrido juntos desde el comienzo. Estos casi 8 años, han sido increíbles al lado tuyo. Gracias por las caminatas pre-final, por los momentos compartidos, por estar cuando te necesite, por el apoyo incondicional, por los viajes, por las charlas, por los abrazos, por compartir tu vida con la mía.

Para terminar me gustaría agradecerle a la Universidad Nacional de La Plata y a todos los que con sus impuestos permitieron que yo pudiese recibir educación pública y gratuita. Me quedo con el compromiso de devolver a la sociedad al menos una parte de lo que he recibido.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Modelos cosmológicos	2
1.2. Materia oscura	3
2. Materia oscura	7
2.1. ¿Qué sabemos actualmente de la materia oscura?	8
2.2. Detección de WIMPS	8
2.3. ¿Qué información obtenemos del detector?	10
3. Tasa de Reacciones nucleares	13
3.1. Distribución de velocidades	13
3.2. Cálculo de velocidades en el sistema galáctico	15
3.3. Inversa de la velocidad media	25
4. Factores de forma nuclear	27
4.1. Densidad del tipo escalón	27
4.2. Densidad del tipo Woods-Saxon	29
4.3. Factor de forma de Helm	32
5. Resultados	35
5.1. Modulación de la tasa de reacciones	39
5.2. Ajuste de parámetros	44
5.3. Predicción para ANDES	51
6. Conclusiones	53
6.1. Trabajo a futuro	53
A. Rotaciones	55
Bibliografía	59

Capítulo 1

Introducción

Hace un siglo Albert Einstein escribió la Teoría General de la Relatividad [1], asentando las bases de la cosmología moderna, y el estudio de la evolución del Universo. Einstein consideraba que el Universo era estático, motivo por el cual incluyó en su teoría la constante cosmológica que, años más tarde desearía, al comprobarse a través de las observaciones de galaxias [2], que el Universo se expande. Los primeros modelos de Universo propuestos utilizando la Teoría General de la Relatividad fueron realizados por Friedman [3], mientras que George Lemaitre (1930)[4] propuso un modelo que luego se convertiría en la conocida teoría del Big Bang.

A partir del estudio de velocidades en el cúmulo Coma, F. Zwicky [5] comprobó que la masa que explicaba las observaciones era mucho mayor que la observada. A partir de estos resultados determinó que la mayor parte de la masa provenía de objetos no luminosos, proponiendo la existencia de la materia oscura. En 1975 Rubin [6] mediante observaciones de galaxias espirales confirmó este mismo resultado. Al suponer que la mayor parte de la masa de la galaxia se encuentra en la zona central, las curvas de rotación de las estrellas fuera de esta región deberían seguir la ley de Kepler ($v \propto r^{-1/2}$), sin embargo, las observaciones muestran que la curva de velocidades en función de la distancia al centro es constante en esta zona. Al analizar estos resultados se pudo encontrar que la mayor cantidad de masa de la galaxia está en la parte oscura del halo.

En 1998 se obtiene la evidencia más firme de detección de la energía oscura a través de la observación de supernovas tipo Ia, las cuales son muy brillantes y tienen un pico en la magnitud absoluta de -19.2 . Estas observaciones fueron comparadas con predicciones teóricas para distancias luminosidad como función del corrimiento al rojo, por dos grupos: The Supernova Cosmology Project [7] y The Hubble Space Telescope Supernova Search Team [8].

El primer grupo descartó los valores de $\Omega_\Lambda \leq 0$ y para $\Omega_K = \Omega_R = 0$ (Ω_R es la densidad correspondiente a la masa relativista, Ω_Λ hace referencia a la energía oscura y Ω_K es la densidad de curvatura), los datos indicaban que la densidad de materia no relativista era

$$\Omega_M = 0.28_{-0.08}^{+0.09}. \quad (1.1)$$

El segundo grupo coincidió en que $\Omega_\Lambda > 0$ y obtuvieron

$$\Omega_M = 0.28 \pm 0.10. \quad (1.2)$$

En otras palabras, ambos grupos encontraron que el Universo está en expansión acelerada. Al mismo tiempo determinaron la existencia de una componente de energía de vacío, llamada **energía oscura**, que contribuye a la densidad total del Universo dada por Ω_Λ no nulo [9].

1.1. Modelos cosmológicos

La cosmología estudia la evolución del Universo a grandes escalas donde su comportamiento está dominado por la gravedad. Es por ello que el marco teórico en el que trabajaremos es el de la relatividad general. En esta teoría, Albert Einstein propone un cambio radical en la forma de pensar al espacio-tiempo, incluyendo la gravitación como una curvatura del mismo y no como una fuerza que actúa a distancia. La geometría del espacio-tiempo se puede definir a partir del elemento de línea, que describe la distancia entre dos puntos

$$dS^2 \equiv g_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu, \quad (1.3)$$

donde $g_{\mu\nu}$ es el tensor métrico ¹, x es el tetravector cuya primera componente es el tiempo y las siguientes tres están asociadas al espacio.

Para estudiar la geometría del Universo a gran escala, se supone que la distribución de energía es uniforme y que el Universo es homogéneo e isótropo espacialmente. Al trabajar con la métrica de **Friedman-Robertson-Walker (FRW)**, normalizando las unidades a $c = 1$, se obtiene el siguiente elemento de línea

$$dS^2 = -dt^2 + a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right], \quad (1.4)$$

donde $a(t)$, es el factor de escala y K es una constante. Los valores posibles de K están relacionados con el tipo de Universo:

$$K = \begin{cases} +1 & \text{Universo esférico (cerrado)} \\ 0 & \text{Universo euclídeo (plano)} \\ -1 & \text{Universo hiperesférico (abierto)} \end{cases} \quad (1.5)$$

El factor de escala $a(t)$ describe como cambia la estructura del Universo con el tiempo. Por medio de las observaciones de galaxias se ha determinado que el Universo se expande, indicando que el factor de escala aumenta con el tiempo.

Para obtener la evolución temporal del Universo, es necesario resolver las ecuaciones de Einstein:

$$R_{\mu\nu} = 8\pi G \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right). \quad (1.6)$$

En la ecuación anterior $R_{\mu\nu}$ es el tensor de Ricci, $T_{\mu\nu}$ es el tensor de energía-impulso,

$$T_\nu^\mu = \text{diag}(-\rho, P, P, P), \quad (1.7)$$

ρ es la densidad y P es la presión, $T = g^{\mu\nu} T_{\mu\nu}$.

¹El tensor métrico, es un tensor de segundo rango simétrico. En el caso de un espacio-tiempo plano tenemos la métrica de Minkowsky

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Utilizando la ecuación de conservación de la energía

$$\begin{aligned}\nabla_\mu T_0^\mu &= 0, \\ \partial_\mu T_0^\mu + \Gamma_{\mu 0}^\mu T_0^\lambda - \Gamma_{\mu 0}^\lambda T_0^\mu &= 0,\end{aligned}\tag{1.8}$$

donde Γ_{bc}^a son los simbolos de Christoffel, ($\Gamma_{01}^1 = \Gamma_{02}^2 = \Gamma_{03}^3 = \frac{\dot{a}}{a}$), se obtiene

$$-\partial_0 \rho - 3 \frac{\dot{a}}{a} (\rho + P) = 0.\tag{1.9}$$

Si se considera un fluido perfecto, es decir, con presión $P = w\rho$, donde w es una constante positiva y ρ la densidad, se obtiene

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3(1+w) \frac{\dot{a}}{a}.\tag{1.10}$$

Al calcular las componentes R_{00} y R_{ij} del tensor de Ricci y utilizando las ecuaciones de Einstein se obtienen las ecuaciones de Friedmann

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{K}{a^2},\tag{1.11}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho + 3P).\tag{1.12}$$

Si se define al parámetro de Hubble (H) como $H = \frac{\dot{a}}{a}$ y al parámetro de densidad (Ω) como $\Omega = \frac{\rho}{\rho_{\text{crit}}}$, con $\rho_{\text{crit}} = \frac{3H^2}{8\pi G}$, la ecuación de Friedmann convencionalmente se escribe

$$\Omega - 1 = \frac{K}{H^2 a^2},\tag{1.13}$$

donde

$$\Omega = \Omega_{\text{R}} + \Omega_{\text{M}} + \Omega_{\Lambda}.\tag{1.14}$$

En la expresión anterior, Ω_{M} es una medida de la densidad de masa promedio no relativista, principalmente materia bariónica y no bariónica, Ω_{R} es una medida de la masa relativista presente en el fondo cósmico de radiación y neutrinos de baja masa ($\Omega_{\text{R}} \sim 1 \times 10^{-4}$), Ω_{Λ} hace referencia a la energía oscura. La densidad de curvatura Ω_{K} se define como [10]

$$\Omega_{\text{K}} = \frac{-K}{H^2 a^2}.\tag{1.15}$$

1.2. Materia oscura

Recordemos que uno de los términos que aporta a la densidad en la ecuación de Friedmann es la densidad de materia, la cual se puede descomponer en dos términos

$$\Omega_{\text{M}} = \Omega_{\text{B}} + \Omega_{\text{DM}},\tag{1.16}$$

1. Introducción

donde el subíndice DM se corresponde a la materia oscura (por su sigla en inglés, dark matter) y el subíndice B a la materia bariónica. Según las mediciones recientes, la materia bariónica resulta insuficiente para explicar la densidad de materia observada ($\Omega_M h^2 = 0.14170 \pm 0.00097$ [11]).

La densidad bariónica se puede estimar observacionalmente de cuatro formas distintas:

- midiendo la cantidad de bariones que hay en la galaxia actualmente ($\Omega_B h^2 \sim 0.021$) [12];
- estudiando el espectro de cuasares distantes ($\Omega_B h^2 \sim 0.017$) [13];
- analizando las anisotropías del Universo, a través del fondo cósmico de microondas (CMB) ($\Omega_B h^2 = 0.02264 \pm 0.00050$) [14, 15];
- a través de la abundancia de elementos livianos ($\Omega_B h^2 = 0.0205 \pm 0.0018$) [16].

Por lo tanto la mayor parte de la materia debería ser materia no bariónica. Aquí se introduce el concepto de **materia oscura**, es decir, materia que no emite en ninguna longitud de onda, pero sí interactúa gravitacionalmente con la materia ordinaria. Su distribución en el Universo debería ser uniforme.

Otro motivo por el cual se propone la existencia de la materia oscura es que si la densidad de masa que aporta la materia luminosa a la densidad del Universo fuese la más grande, la duración de la época de formación de estructuras sería muy corta. De este modo se requerirían fluctuaciones en el fondo de microondas mayores que las observadas [17].

Tiempo después de descubierto el planeta Urano los astrónomos se propusieron calcular su órbita, pero notaron que no se correspondía con las observaciones. Esto motivó a proponer la existencia de un nuevo planeta, que estuviera provocando perturbaciones a la órbita de Urano, pero que no era visible. Así fue como se descubrió Neptuno. El interrogante de la materia oscura es conceptualmente similar al de este planeta. Hoy en día se estudia este problema desde dos aspectos muy distintos, proponiendo la existencia de una gran cantidad de materia que no se observa o proponiendo una modificación a la Teoría General de la Relatividad.

Actualmente existen diversos experimentos con el objetivo de encontrar indicios sobre la existencia de la materia oscura: de detección directa (DAMA [18, 19], CRESST [20], CoGeNT [21, 22], CDMS [23, 24], XENON [25], entre otros) y de detección indirecta (IceCube [26], ANTARES [27], Fermi-LAT [28], HESS [29], entre otros).

Los experimentos de detección directa, ubicados en laboratorios subterráneos, se proponen medir la energía entregada cuando los WIMPs (partículas masivas debilmente interactuantes, por sus siglas en inglés) interactúan con un núcleo en el detector, haciendo que el núcleo retroceda al transferirle impulso. La pequeña sección eficaz de estas partículas estaría compensada con el hecho de que su densidad es muy grande al estar distribuidas uniformemente en todo el Universo. Éstos experimentos buscan detectar una modulación anual como resultado de la revolución de la Tierra alrededor del Sol.

En este trabajo estudiaremos las llamadas modulaciones estacionales en la detección de materia oscura leptónica fría con el objetivo de analizar su dependencia con la ubicación de los detectores y poner cotas a las masas de los WIMPs.

Organizamos éste trabajo según el siguiente esquema. En el capítulo 2 presentaremos los posibles candidatos a materia oscura, centrándonos en la propiedades de los WIMPs y los métodos de detección. En los capítulos 3 y 4 desarrollaremos los cálculos de secciones eficaces para la dispersión de partículas que componen la materia oscura fría, de tipo leptónico, por núcleos atómicos y calcularemos las modulaciones estacionales, para diferentes masas y velocidades de dichas componentes. En el capítulo 5 mostraremos los resultados obtenidos para la tasa de reacciones y haremos un análisis estadístico para determinar qué valores de la masa son más probables. Aplicaremos el formalismo para realizar una predicción para la modulación diurna que debería observar el laboratorio Andes, a ser construido en el futuro tunel que unirá Argentina con Chile a la altura de la provincia de San Juan. Por último, en el capítulo 6 presentaremos las conclusiones.

Capítulo 2

Materia oscura

Los candidatos a materia oscura pueden ser clasificados en dos grandes grupos: bariónicos y no bariónicos como está ejemplificado en la tabla 2.2.

Los principales candidatos bariónicos son los MACHO's (massive astrophysical compact halo objects), objetos compactos del espacio interestelar. Algunos ejemplos son las enanas marrones (estas son estrellas de masas menores a $0.08M_{\odot}$ que nunca comenzaron las reacciones nucleares en su interior), jupiteres (son parecidos a las enanas marrones pero con masas de $0.001M_{\odot}$) y las enanas blancas, entre otros.

En la categoría de no bariónicos existe una subdivisión entre *calientes* (aquellos cuyas velocidades eran relativistas al momento en que las galaxias se formaban), *fríos* (aquellos cuyas velocidades no eran relativistas en esa época) y *tibios* (cuyas velocidades no eran relativistas en esa época, pero tampoco eran despreciables, se espera que su masa sea del orden del keV). Cada una de ellas conduce a diferentes estructuras de formación, es por ello que estudiando la formación de galaxias podemos obtener evidencias para determinar si la materia oscura no bariónica es fría, tibia o caliente. Se han realizado simulaciones numéricas de formación de estructuras proponiéndose materia oscura caliente (neutrinos livianos), pero los resultados obtenidos no se ajustan con las observaciones [30]. Uno de los candidatos actuales a la materia oscura tibia es el neutrino estéril, que interactúa solo gravitacionalmente con la materia ordinaria.

Los candidatos a materia oscura fría provienen de teorías supersimétricas. Éstas son partículas elementales que aún no han sido descubiertas, los principales son los axiones y los WIMPs (weakly interactive massive particles), partículas masivas débilmente interactuantes. En este trabajo nos concentraremos únicamente en los WIMPs.

Se cree que los WIMPs se desacoplaron en el Universo temprano en equilibrio térmico. La teorías supersimétricas predicen que cada partícula tiene una compañera que obedece la

No bariónica		Bariónica	
Axiones	(10^{-5} eV)	Jupiteres	($\leq 0.001M_{\odot}$)
Neutrinos	(< 1 eV)	Enanas marrones	($\leq 0.08M_{\odot}$)
WIMPs	($1 \sim 10^3$ GeV)	Enanas blancas	($1M_{\odot}$)

Tabla 2.1: Posibles candidatos a materia oscura.

estadística opuesta. Sin embargo los fermiones observados no son compañeros de los bosones observados, por lo que la simetría se rompió. Se espera que tengan masas mayores a 10 -100 GeV. El candidato a materia oscura más aceptado actualmente es el neutralino liviano [31] formado por una combinación de partículas supersimétricas que sería estable entre el bino \tilde{B} , el wino $\tilde{W}^{(3)}$ y los dos estados de Higgsino \tilde{H}_1° y \tilde{H}_2° ¹ [32]:

$$\chi \equiv a_1 \tilde{B} + a_2 \tilde{W}^{(3)} + a_3 \tilde{H}_1^\circ + a_4 \tilde{H}_2^\circ, \quad (2.1)$$

donde a_1 , a_2 , a_3 y a_4 son constantes.

2.1. ¿Qué sabemos actualmente de la materia oscura?

En este trabajo nos concentraremos únicamente en los candidatos de materia oscura fría. Se considera que tanto en el pasado como en el presente este tipo de partículas son no relativistas. Además, interactúan muy débilmente con la materia ordinaria y son eléctricamente neutros.

La materia oscura que está en el halo galáctico se supone compuesta en parte por WIMPs. Si estas partículas son tenidas en cuenta para las curvas de rotación galáctica, la densidad local del halo debería ser $\rho \simeq 0.3 \text{ GeV cm}^{-3}$.

La masa esperada para los WIMPs, en la mayoría de los modelos supersimétricos varía entre 10 GeV y unos pocos TeV, con una distribución de velocidades de tipo Maxwell-Boltzman con una dispersión del orden de 220 km/s [31].

Como los WIMPs pueden interactuar con la materia y ser dispersados por núcleos, se espera detectar algún tipo de acoplamiento (modulación) experimentalmente. La modulación podría ser detectada experimentalmente en el halo galáctico. Como consecuencia de la revolución anual de la Tierra alrededor del Sol (que a su vez se mueve con respecto al “Local Standard of Rest”² hacia la estrella Vega), nuestro planeta debería ser atravesado por un flujo de partículas de materia oscura que varía anualmente (ver figura 2.1). Cerca del 2 de Junio, donde la velocidad orbital de la Tierra se suma a la velocidad del Sistema Solar respecto de la galaxia, el flujo debería ser máximo y cerca del 2 de Diciembre, donde estas velocidades se restan, debería ser mínimo. Si se observara una modulación anual en el flujo de estas partículas sobre la Tierra, se podrían obtener propiedades de la materia oscura fría [34].

2.2. Detección de WIMPS

Determinar la naturaleza de la materia oscura es uno de los problemas más importantes de la cosmología actual. Como consecuencia, desde hace tiempo, está siendo estudiada por diversos experimentos.

¹ El wino es el compañero supersimétrico del bosón W^\pm (partícula mediadora de la carga débil, con cargas positiva y negativa). El higgsino es el compañero supersimétrico del bosón de Higgs. El Bino es el compañero supersimétrico de la hipercarga débil Y (magnitud física asociada a la interacción débil).

² Es el marco de referencia que se mueve alrededor del centro galáctico con velocidad igual a la velocidad media de las estrellas en las cercanías del Sol [33].

Experimento	Elemento	Energías [keVee]
DAMA	NaI	2-20
CRESST II	CaWO ₄	0.6-20
CDMS	Si	5-55
	Ge	10-100
CoGeNT	Ge	0.23-4.1
Xenon10	Xe	6.1-36.5

Tabla 2.2: Experimentos de detección directa de materia oscura.

Actualmente existen dos tipos de experimentos de detección, los de *detección directa*, que buscan medir la energía depositada (del orden del keV) en un detector de bajo umbral, cuando un WIMP es dispersado por un núcleo del mismo [35, 36] y los de *detección indirecta*, que buscan neutrinos energéticos del núcleo del Sol y la Tierra que son producidos en la aniquilación de WIMPs, que podrían ser detectados en los telescopios de neutrinos [37, 38]. Se espera que estos WIMPs sean muy energéticos, por lo que no podrían ser confundidos con los neutrinos solares.

En este trabajo nos concentraremos únicamente en los experimentos de detección directa que son estudiados por diversos grupos de investigación: DAMA[18, 19], CRESST[20], CoGeNT [21, 22], CDMS[23, 24], XENON[25], entre otros.

En el laboratorio LNGS (ubicado en Italia a 1400 metros de profundidad) se encuentran los experimentos DAMA, CRESST y XENON. El detector utilizado por la colaboración DAMA esta compuesto de 25 centelladores de ioduro de sodio cada uno de 9.7 kg. Por otro lado el detector utilizado por CRESST consiste en 33 centelladores de scheelita (mineral formado por tungsteno y calcio) de 300gr cada uno. La colaboración XENON utiliza Xenon líquido a -95° C.

En el laboratorio SUL (Soudan Underground Laboratory, ubicado en una mina en Minesota, Estados Unidos a 713 metros de profundidad), se encuentran los experimentos CoGeNT y CDMS. El detector utilizado por el experimento CoGeNT posee un único cristal de Germanio de 440 gr. La colaboración CDMS utiliza cristales de germanio y silicio.

Los experimentos de detección directa, tienen como objetivo medir la energía que es cedida por los WIMPs cuando interactúan con un núcleo en el detector, haciendo que el núcleo retroceda. Esta energía es transformada en forma de ionización, calor o luz que luego es detectada. Una de las desventajas de estas mediciones radica en que la sección eficaz de la interacción es muy pequeña. Sin embargo, si toda la materia oscura está compuesta de WIMPs, el Universo debería estar lleno de éstas, distribuidas uniformemente.

Tanto la energía entregada, como la velocidad de las reacciones son extremadamente pequeñas lo que dificulta mucho los experimentos. Es por ello que se requieren detectores que puedan discriminar de forma precisa las fuentes de fondo, como por ejemplo a los rayos cósmicos de energías entre keV y MeV cuya tasa es mayor a 100 eventos por día por unidad de masa del detector. Por este motivo los detectores son instalados bajo tierra donde el ruido es disminuido.

2. Materia oscura

La dispersión de partículas se puede clasificar por dos características: el tipo de dispersión (elástica o inelástica) y si depende o no del spin de las mismas.

Dispersión elástica e inelástica: la dispersión elástica de un WIMP por un núcleo es simplemente la interacción considerando al núcleo como un todo, causando que éste retroceda. La dispersión inelástica no produce un retroceso del núcleo, el WIMP interactúa con los protones y neutrones del núcleo excitándolos.

Dispersión dependiente e independiente del spin: si el acoplamiento es del tipo vector-axial, dependiente del spin, la sección eficaz es proporcional a $J(J + 1)$, donde J es el momento angular total del núcleo, por lo que no tiene sentido usar núcleos muy pesados. Por otro lado si el acoplamiento es del tipo escalar, independiente del spin, la sección eficaz aumenta considerablemente con la masa del núcleo y domina por sobre la dispersión dependiente del spin.

2.3. ¿Qué información obtenemos del detector?

Los detectores de centelleo, como el utilizado por la colaboración DAMA, se basan en la emisión de energía de los núcleos del material, después de haber sido excitados por el paso de las partículas [39].

Cuando se produce el choque elástico entre el WIMP de masa m_χ y el núcleo de masa M , se deposita una energía $E_{nr} = (\mu^2 v^2 / M)(1 - \cos(\theta))$, donde μ es la masa reducida, v es la velocidad del WIMP relativa al núcleo y θ es el ángulo de dispersión.

Los experimentos miden la cantidad de eventos por día y por unidad de masa del detector. Como función de la energía depositada la medición es proporcional a $\frac{n\sigma\langle v \rangle}{m_N}$, donde $n = \frac{\rho_0}{m_\chi}$ es la densidad de WIMPs incidentes, σ es la sección eficaz, $\langle v \rangle$ es el valor medio de la velocidad del WIMP relativo al núcleo y m_N es la masa del núcleo. La sección eficaz esta relacionada con la probabilidad de interacción de una partícula con un núcleo blanco.

Estrictamente la tasa de retroceso diferencial por un unidad de masa (rate de la reacción) puede ser escrita como

$$\frac{dR}{dE_{nr}} = \frac{\sigma(q)}{2m_\chi\mu^2} \rho_\chi \eta(E_{nr}, t), \quad (2.2)$$

donde $q = \sqrt{2ME_{nr}}$ es el momento transferido al núcleo y $\eta(E_{nr}, t)$ es la media de la inversa de la velocidad, cantidad de la que se puede inferir, en principio, la distribución de velocidades de las partículas incidentes [40].

Como consecuencia del movimiento de la Tierra alrededor del Sol la tasa de la reacción posee una modulación anual, la cual se espera que cumpla con los siguientes requisitos [41, 42]

- ser acotada por una función coseno con un período de un año;
- tener un pico alrededor del 2 de Junio;
- ser encontrada en un rango definido de bajas energías;
- no tener múltiples interacciones con el detector;

- la amplitud de la modulación debe ser del orden del 7%.

La colaboración DAMA, luego de 13 años ininterrumpidos de mediciones, afirma haber observado una modulación anual en el rango de energía entre 2 – 6 keV con un período de 0.998 ± 0.002 años y una fase de 144 ± 7 días. Ésta modulación está presente sólo en eventos puntuales y su amplitud es de 0.0112 ± 0.0012 cpd/kg/keV [43]. El experimento CoGeNT también ha detectado una modulación anual, pero ésta modulación está presente para una energía mayor que la esperada. Sin embargo podría ser explicado considerando subestructuras en el halo [44].

A partir de los últimos resultados publicados por DAMA/LIBRA[45], donde confirman una señal compatible con lo esperado para partículas de materia oscura, se ha generado una controversia respecto a la validez de los datos. Las colaboraciones CDMS [46] y XENON [47] no han obtenido resultados positivos para la modulación y alegan que las mediciones obtenidas por DAMA se corresponden con impurezas propias del detector y no a una modulación anual de los WIMPs.

Es importante poder comparar los resultados obtenidos por las distintas colaboraciones, esto nos permite establecer si las señales detectadas por los diversos experimentos son compatibles entre sí, y a su vez con los límites fijados por los experimentos con resultados nulos. En particular esta comparación debe realizarse bajo la suposición de la misma distribución de velocidades para la materia oscura.

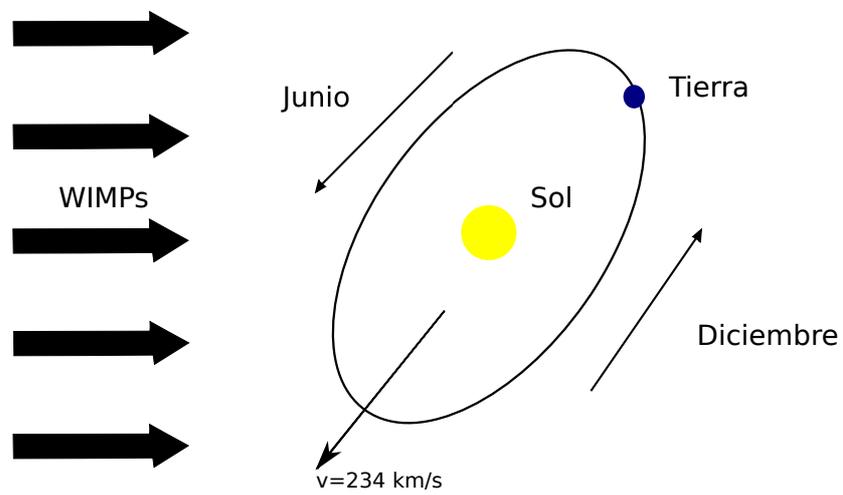


Figura 2.1: Esquema de las velocidades de los WIMPs y de la Tierra en su órbita. Basado en el esquema de [34].

Capítulo 3

Tasa de Reacciones nucleares

Los experimentos de detección directa observan el retroceso de los núcleos del detector de masa M al interactuar con las partículas de materia oscura de masa m_χ . En este trabajo estudiaremos las colisiones elásticas e independientes del spin. La tasa de retroceso por unidad de masa del detector se define como [34]

$$\frac{dR}{dE_{\text{nr}}} = \frac{2\rho_\chi}{m_\chi} \int d^3v v f(\vec{v}, t) \frac{d\sigma}{dq^2}(q^2, v), \quad (3.1)$$

en unidades de $\text{cpd kg}^{-1}\text{keV}^{-1}$, donde cpd son cuentas por día, ρ_χ es la densidad de masa local de la materia oscura, $f(\vec{v}, t)$ es la distribución de velocidades de los WIMPs y v es la velocidad del WIMP relativa al núcleo. En la ecuación anterior E_{nr} es la energía de retroceso que se puede calcular como

$$E_{\text{nr}} = \frac{\mu^2 v^2}{M} (1 - \cos \theta), \quad (3.2)$$

donde θ es el ángulo de dispersión en el sistema centro de masa y μ es la masa reducida del sistema WIMP-núcleo. Esta energía está directamente relacionada con el momento de intercambio q mediante

$$q^2 = 2ME_{\text{nr}}. \quad (3.3)$$

La sección eficaz diferencial se describe como [34]

$$\frac{d\sigma}{dq^2}(q^2, v) = \frac{\sigma_0}{4\mu^2 v^2} |F(q)|^2, \quad (3.4)$$

donde σ_0 es la sección eficaz cuando no hay momento transferido y $F(q)$ es el factor de forma nuclear.

3.1. Distribución de velocidades

El halo de materia oscura se considera uniformemente distribuido, por lo tanto trabajaremos con el modelo más simple que es el modelo estándar de halo¹ (SHM por sus siglas en inglés)[42]. La distribución de velocidades que consideraremos es la de Maxwell-Boltzman que en general puede escribirse como [34, 31]

¹Este modelo considera al halo como una esfera isoterma, no rotante, con una distribución isotrópica de velocidades de tipo Maxwell-Boltzman.

3. Tasa de Reacciones nucleares

$$f(\vec{v}) = \frac{1}{N(\pi v_0^2)^{\frac{3}{2}}} e^{-(\vec{v})^2/v_0^2}, \quad \text{para } |\vec{v}| < v_{\text{esc}},$$

$$N = \text{erf}\left[\frac{v_{\text{esc}}}{v_0}\right] - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{v_{\text{esc}}}{v_0} e^{-\left(\frac{v_{\text{esc}}}{v_0}\right)^2}, \quad (3.5)$$

donde N es el factor de normalización y $\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-x^2} dx$, es la función error. Como queremos trabajar en el sistema galáctico debemos considerar la siguiente distribución

$$f(\vec{v}, \vec{v}_{\text{lab}}) = \frac{1}{N(\pi v_0^2)^{\frac{3}{2}}} e^{-(\vec{v} + \vec{v}_{\text{lab}})^2/v_0^2}, \quad (3.6)$$

donde \vec{v} es la velocidad del WIMP respecto de la Tierra, \vec{v}_{lab} es la velocidad del laboratorio respecto de la galaxia y v_0 es la velocidad circular del Sol alrededor del centro galáctico que se considera constante con un valor de 220 km/s [31]. La integral de la ecuación (3.1) puede escribirse, al utilizar la expresión (4.1) como

$$\int v f(\vec{v}, t) \frac{d\sigma}{dq^2} d^3v = \int v f(\vec{v}, t) \frac{\sigma_0 |F(q)|^2}{4\mu^2 v^2} d^3v. \quad (3.7)$$

Consideramos que $F(q)$ no depende de la velocidad y llamamos η a la inversa de la velocidad media definida como

$$\eta = \int \frac{f(\vec{v}, t)}{v} d^3v. \quad (3.8)$$

Reemplazando la expresión de la distribución de Maxwell-Boltzman dada por (3.6)

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1}{N(\pi v_0^2)^{3/2}} \int \frac{e^{-(\vec{v} + \vec{v}_{\text{lab}})^2/v_0^2}}{v} d^3v \\ &= \frac{1}{N(\pi v_0^2)^{3/2}} \int v^2 \frac{e^{-(\vec{v} + \vec{v}_{\text{lab}})^2/v_0^2}}{v} dv d\Omega_v \\ &= \frac{1}{N(\pi v_0^2)^{3/2}} \int_{v_{\text{min}}}^{v_{\text{esc}}} v e^{-(v^2 + v_{\text{lab}}^2)/v_0^2} \int e^{-2vv_{\text{lab}} \cos \theta / v_0^2} d\Omega_v dv \\ &= \frac{1}{N(\pi v_0^2)^{3/2}} \int_{v_{\text{min}}}^{v_{\text{esc}}} v e^{-(v^2 + v_{\text{lab}}^2)/v_0^2} 2\pi \int_0^\pi e^{-2vv_{\text{lab}} \cos \theta / v_0^2} \sin \theta d\theta dv. \end{aligned} \quad (3.9)$$

v_{esc} es la velocidad de escape de los WIMPs, con un valor de 544 km/s [48], mientras que v_{min} es la velocidad mínima que deben tener los WIMPs para provocar un retroceso del núcleo de energía E_{nr} y se calcula como [49]

$$v_{\text{min}} = \sqrt{\frac{E_{\text{nr}}(m_\chi + M)^2}{2Mm_\chi^2}}. \quad (3.10)$$

La parte angular, haciendo el cambio de variables $u = \cos \theta$, resultará

$$\int_{-1}^1 e^{-2vv_{\text{lab}}u/v_0^2} du = \frac{e^{2vv_{\text{lab}}/v_0^2} - e^{-2vv_{\text{lab}}/v_0^2}}{2vv_{\text{lab}}/v_0^2}. \quad (3.11)$$

La integral de (3.9) se escribe

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{1}{N(\pi v_0^2)^{3/2}} \int_{v_{\text{min}}}^{v_{\text{esc}}} v e^{-(v^2 + v_{\text{lab}}^2)/v_0^2} 2\pi \left[\frac{e^{2vv_{\text{lab}}/v_0^2} - e^{-2vv_{\text{lab}}/v_0^2}}{2vv_{\text{lab}}/v_0^2} \right] dv \\ &= \frac{1}{N\sqrt{\pi} v_0 v_{\text{lab}}} \left[\int_{v_{\text{min}}}^{v_{\text{esc}}} e^{-(v - v_{\text{lab}})^2/v_0^2} dv - \int_{v_{\text{min}}}^{v_{\text{esc}}} e^{-(v + v_{\text{lab}})^2/v_0^2} dv \right]. \end{aligned} \quad (3.12)$$

como esta distribución es distinta de cero para velocidades menores que la velocidad de escape, los límites de la integral cambiarán de la siguiente forma

$$\eta = \frac{1}{N\sqrt{\pi}v_0v_{\text{lab}}} \left[\int_{v_{\text{min}}}^{v_{\text{esc}}+v_{\text{lab}}} e^{-(v-v_{\text{lab}})^2/v_0^2} dv - \int_{v_{\text{min}}}^{v_{\text{esc}}-v_{\text{lab}}} e^{-(v+v_{\text{lab}})^2/v_0^2} dv \right]. \quad (3.13)$$

Para la solución general se deben considerar los siguiente tres casos

$$\eta = \begin{cases} \frac{1}{2Nv_{\text{lab}}} \left[\text{erf} \left[\frac{v_{\text{lab}}+v_{\text{min}}}{v_0} \right] - \text{erf} \left[\frac{v_{\text{min}}-v_{\text{lab}}}{v_0} \right] \right] & v_{\text{min}} < v_{\text{esc}} - v_{\text{lab}} \\ \frac{1}{2Nv_{\text{lab}}} \left[\text{erf} \left[\frac{v_{\text{esc}}}{v_0} \right] - \text{erf} \left[\frac{v_{\text{min}}-v_{\text{lab}}}{v_0} \right] \right] & v_{\text{esc}} - v_{\text{lab}} < v_{\text{min}} < v_{\text{esc}} + v_{\text{lab}} \\ 0 & v_{\text{min}} > v_{\text{esc}} + v_{\text{lab}} \end{cases} \quad (3.14)$$

3.2. Cálculo de velocidades en el sistema galáctico

En la sección anterior vimos que para obtener una expresión para la tasa de decaimiento necesitamos la velocidad del laboratorio. Para esto se debe tener en cuenta que el laboratorio está ubicado en cierto lugar de la Tierra, por lo que la velocidad que tendrá será la suma de las velocidades del llamado Local Standard of Rest (LSR) por su denominación en inglés, debido a la rotación de la galaxia, de rotación del Sistema Solar (o del Sol) respecto al LSR, de la revolución de la Tierra alrededor del Sol y de la rotación de la Tierra sobre su eje [50]. Para poder calcular esta velocidad trabajaremos con el sistema galáctico, el cual está centrado en el Sol, posee el eje ε_1^G apuntando al centro galáctico, el eje ε_3^G al polo norte galáctico y el eje ε_2^G en terna directa (ver figura 3.1).

Resumiendo

$$\begin{aligned} \vec{v}_{\text{lab}} &= \vec{v}_{\odot}^G + \vec{v}_{\oplus}(t, t'), \\ \vec{v}_{\odot}^G &= \vec{v}_{\odot} + \vec{v}_{\text{LSR}}, \\ \vec{v}_{\oplus}(t, t') &= \vec{v}_{\text{rev}}(t) + \vec{v}_{\text{rot}}(t'), \end{aligned} \quad (3.15)$$

donde \vec{v}_{\odot}^G es la velocidad del Sol respecto al sistema galáctico, $\vec{v}_{\oplus}(t)$ es la velocidad de la Tierra respecto del Sol, t es el tiempo medido en días sidéreos y t' es el tiempo medido en horas sidéreas.

La velocidad del Local Standard of Rest (LSR) debido a la rotación de la galaxia es constante y vale, en módulo $|\vec{v}_{\text{LSR}}| = 220 \pm 50 \text{ km/s}$ [50]. La dirección de esta velocidad se corresponde con ε_2^G . La velocidad peculiar del Sol respecto del LSR es $\vec{v}_{\odot}^G = (9, 12, 7) \text{ km/s}$ [50] en el sistema galáctico.

La velocidad de revolución de la Tierra, al despreciar la excentricidad de la órbita, puede ser escrita como

$$\vec{v}_{\text{rev}}(t) = v_{\text{rev}}^{\oplus} [\varepsilon_1^{\text{eclip}} \sin(w(t - t_{\text{eq}})) - \varepsilon_2^{\text{eclip}} \cos(w(t - t_{\text{eq}}))]. \quad (3.16)$$

En la expresión anterior v_{rev}^{\oplus} es la velocidad orbital media, que la consideramos $v_{\text{rev}}^{\oplus} = 29.8 \text{ km/s}$ [50].

Los versores $\varepsilon_1^{\text{eclip}}, \varepsilon_2^{\text{eclip}}, \varepsilon_3^{\text{eclip}}$, corresponden a los versores del sistema ecliptical donde $\varepsilon_1^{\text{eclip}}$ apunta al equinoccio vernal, $\varepsilon_3^{\text{eclip}}$ al polo norte y $\varepsilon_2^{\text{eclip}}$ se define por terna directa (ver figura

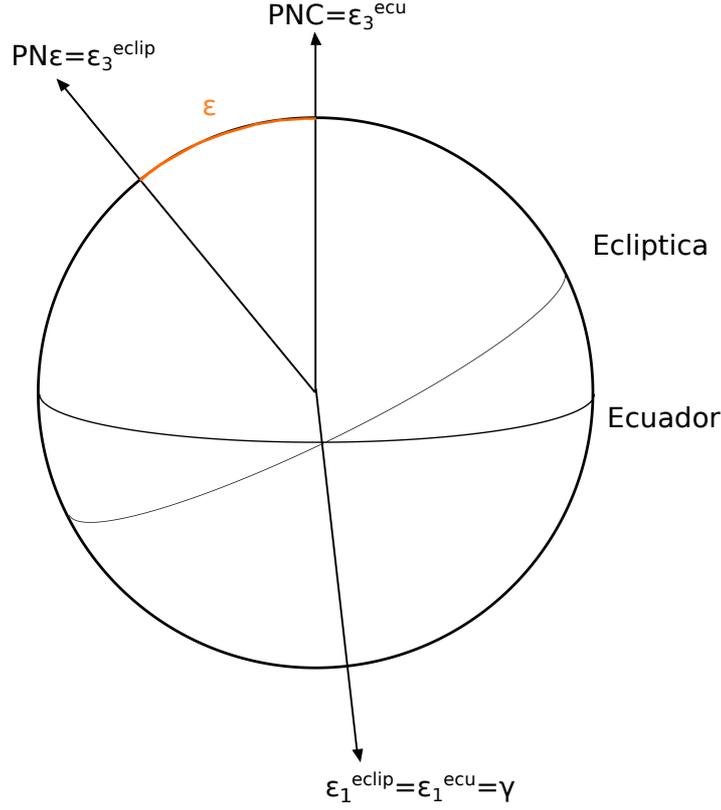


Figura 3.1: Esfera celeste con coordenadas ecuatoriales y eclipticales.

3.1).

En el argumento de las funciones trigonométricas definimos w como la frecuencia de revolución de la Tierra (cuyo período es de un año sidéreo) $w = 2\pi/T$ con $T = 1$ año, t_{eq} es el tiempo sidéreo correspondiente al equinoccio de marzo, (que corresponde al día sidéreo 80.22). Todos los valores están referidos a J2000.0 ².

Para escribir la velocidad de revolución de la Tierra en el sistema galáctico, escribimos a los versores como (ver apéndice A)[50].

$$\begin{aligned}\varepsilon_1^{\text{eclip}} &= (-0.055, 0.494, -0.867), \\ \varepsilon_2^{\text{eclip}} &= (-0.993, -0.112, -2.58 \times 10^{-4}), \\ \varepsilon_3^{\text{eclip}} &= (-0.097, 0.862, 0.497).\end{aligned}\tag{3.17}$$

En la figura 3.2 se observa la contribución de cada componente de la velocidad de revolución en función del tiempo en el sistema galáctico.

La velocidad de rotación de la Tierra se escribe como

$$\vec{v}_{\text{rot}}(t') = v_{\text{rot}}^{\oplus} [\varepsilon_1^{\text{ecu}} \sin(w_{\text{rot}}(t' + t_0)) - \varepsilon_2^{\text{ecu}} \cos(w_{\text{rot}}(t' + t_0))].\tag{3.18}$$

² J2000.0 es un sistema de referencia caracterizado por la posición del ecuador y equinoccio medio celestes al 1 de Enero del año 2000.

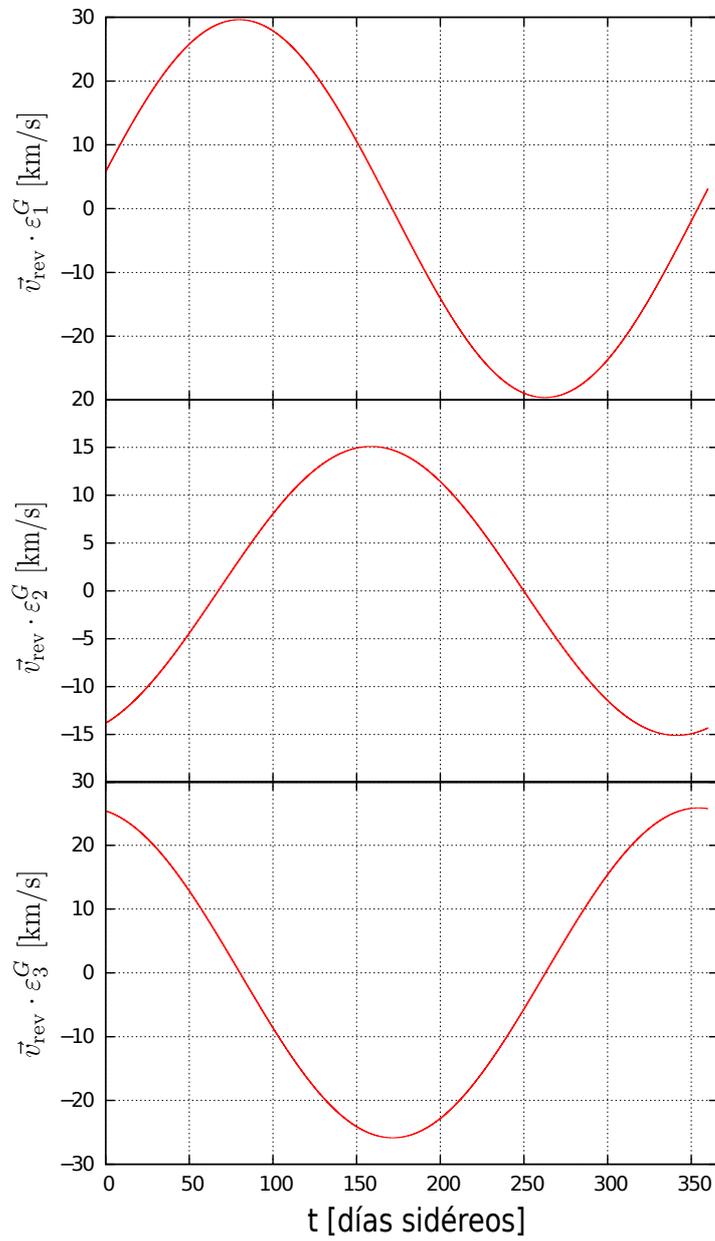


Figura 3.2: Componentes de la velocidad de revolución.

3. Tasa de Reacciones nucleares

La velocidad de rotación v_{rot}^{\oplus} dependerá de la posición del laboratorio, ya que se puede escribir como $v_{\text{rot}}^{\oplus} = V_{\text{ecu}} \cos(\phi_0)$, donde V_{ecu} es la velocidad de rotación del ecuador (0.4655km/s)[50] y ϕ_0 es la latitud del laboratorio. La frecuencia de rotación es la correspondiente a la rotación diurna $w_{\text{rot}} = 2\pi/(1 \text{ día sidéreo})$, t_0 es el tiempo correspondiente a la longitud λ_0 del laboratorio y t' es el tiempo medido en días sidéreos. Los versores $\varepsilon_1^{\text{ecu}}$, $\varepsilon_2^{\text{ecu}}$, $\varepsilon_3^{\text{ecu}}$ corresponden al sistema ecuatorial, $\varepsilon_1^{\text{ecu}}$ apunta al equinoccio vernal, $\varepsilon_3^{\text{ecu}}$ al polo norte celeste y $\varepsilon_2^{\text{ecu}}$ se define de forma tal de obtener una terna directa (ver figura 3.3). En el sistema galáctico se escriben (apéndice A) [50]

$$\begin{aligned}\varepsilon_1^{\text{ecu}} &= (-0.055, 0.494, -0.867), \\ \varepsilon_2^{\text{ecu}} &= (-0.873, -0.446, -0.198), \\ \varepsilon_3^{\text{ecu}} &= (-0.485, 0.746, 0.456).\end{aligned}\tag{3.19}$$

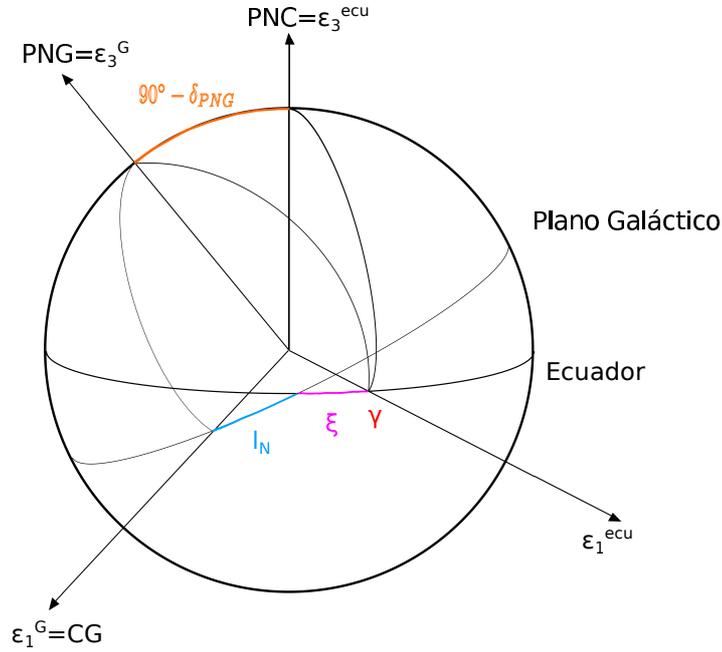


Figura 3.3: Esfera celeste con coordenadas ecuatoriales y galácticas.

En la figura 3.4 se pueden observar las contribuciones de cada componente a la velocidad de rotación para los laboratorios ANDES y LNGS respectivamente en función del tiempo en el sistema galáctico (en la tabla 3.1 se encuentran las coordenadas de los mismos).

Una vez obtenidas las expresiones para la $\vec{v}_{\text{rev}}(t)$ y la $\vec{v}_{\text{rot}}(t')$, podemos escribir

$$\vec{v}_{\text{lab}} = v_{\text{lab}} \check{v}_{\text{lab}},\tag{3.20}$$

donde v_{lab} se calcula como $\check{v}_{\text{lab}} = \frac{\vec{v}_{\text{lab}}}{|\vec{v}_{\text{lab}}|}$.

Al tener en cuenta las magnitudes de las velocidades podemos considerar a $\check{v}_{\text{lab}} \simeq \check{v}_{\odot}^G$, con $\check{v}_{\odot}^G = \frac{\vec{v}_{\odot}^G}{|\vec{v}_{\odot}^G|} = (0.038, 0.998, 0.030)$.

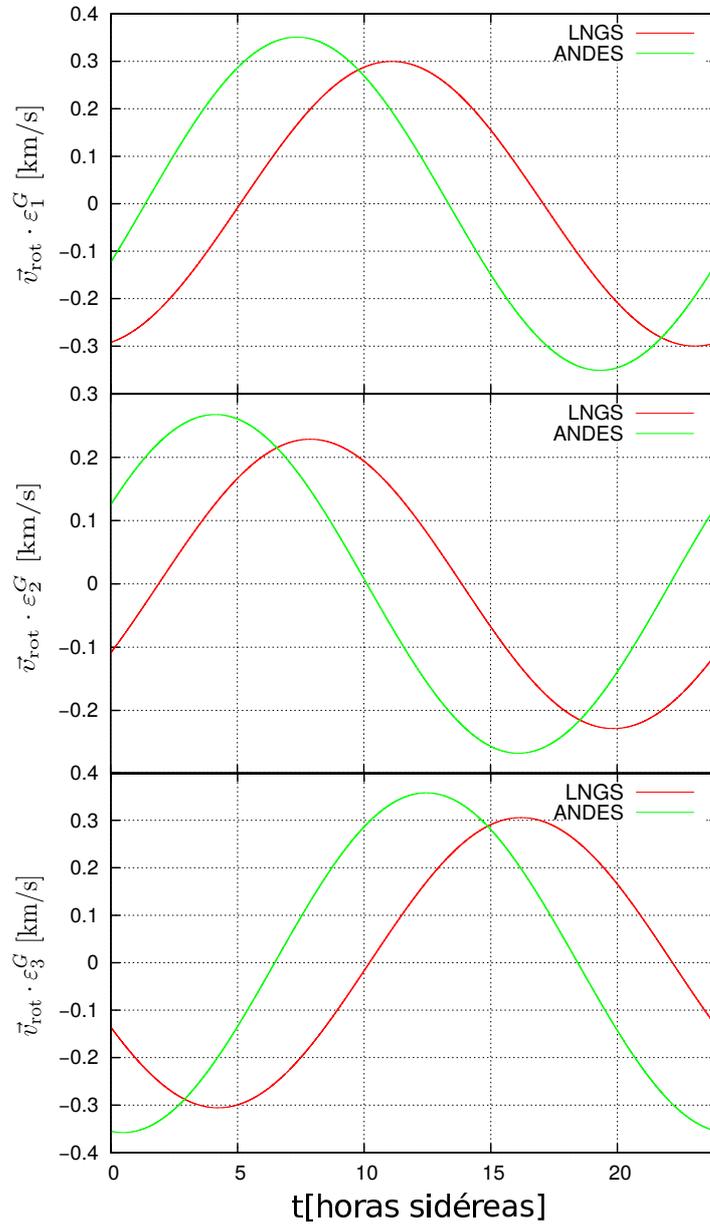


Figura 3.4: Componentes de la velocidad de rotación para los laboratorios LNGS y ANDES.

3. Tasa de Reacciones nucleares

El módulo de la velocidad del laboratorio resulta

$$\begin{aligned}
|\vec{v}_{\text{lab}}^G| &= \sqrt{\vec{v}_{\text{lab}}^G \cdot \vec{v}_{\text{lab}}^G} \\
&= \left[|\vec{v}_{\odot}^G|^2 \left(1 + 2 \frac{\check{v}_{\odot}^G \cdot \vec{v}_{\text{rev}}(t)}{|\vec{v}_{\odot}^G|} + 2 \frac{\check{v}_{\odot}^G \cdot \vec{v}_{\text{rot}}(t')}{|\vec{v}_{\odot}^G|} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 2 \frac{\vec{v}_{\text{rev}}(t) \cdot \vec{v}_{\text{rot}}(t')}{|\vec{v}_{\odot}^G|^2} + \frac{|\vec{v}_{\text{rev}}|^2}{|\vec{v}_{\odot}^G|^2} + \frac{|\vec{v}_{\text{rot}}|^2}{|\vec{v}_{\odot}^G|^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \\
&\simeq |\vec{v}_{\odot}^G| \left(1 + \frac{\check{v}_{\odot}^G \cdot \vec{v}_{\text{rev}}(t)}{|\vec{v}_{\odot}^G|} + \frac{\check{v}_{\odot}^G \cdot \vec{v}_{\text{rot}}(t')}{|\vec{v}_{\odot}^G|} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\vec{v}_{\text{rev}}(t) \cdot \vec{v}_{\text{rot}}(t')}{|\vec{v}_{\odot}^G|^2} + \frac{1}{2} \frac{|\vec{v}_{\text{rev}}|^2}{|\vec{v}_{\odot}^G|^2} + \frac{1}{2} \frac{|\vec{v}_{\text{rot}}|^2}{|\vec{v}_{\odot}^G|^2} \right) \\
&\simeq |\tilde{v}_{\odot}^G| + \check{v}_{\odot}^G \cdot \vec{v}_{\text{rev}}(t) + \check{v}_{\odot}^G \cdot \vec{v}_{\text{rot}}(t'), \tag{3.21}
\end{aligned}$$

donde hemos despreciado el cuarto y sexto término por ser pequeños y denominamos $|\tilde{v}_{\odot}^G| = |\vec{v}_{\odot}^G| + \frac{1}{2} \frac{|\vec{v}_{\text{rev}}|^2}{|\vec{v}_{\odot}^G|^2}$. Podemos escribir

$$\begin{aligned}
\check{v}_{\odot}^G \cdot \vec{v}_{\text{rev}}(t) &= \check{v}_{\odot}^G \cdot \left(v_{\text{rev}}^{\oplus} [\varepsilon_1^{\text{eclip}} \sin(w(t - t_{\text{eq}})) - \varepsilon_2^{\text{eclip}} \cos(w(t - t_{\text{eq}}))] \right) \\
&= v_{\text{rev}}^{\oplus} A_m [\sin(\beta_m) \sin(w(t - t_{\text{eq}})) + \cos(\beta_m) \cos(w(t - t_{\text{eq}}))] \\
&= v_{\text{rev}}^{\oplus} A_m \cos(w(t - \tilde{t}_0)), \tag{3.22}
\end{aligned}$$

donde $\tilde{t}_0 = t_{\text{eq}} + \frac{\beta_m}{w}$ y $A_m = 0.488$ y $\beta_m = 1.260$ rad.

El término con v_{rot} resulta:

$$\begin{aligned}
\check{v}_{\odot}^G \cdot \vec{v}_{\text{rot}}(t') &= \check{v}_{\odot}^G \cdot \left(v_{\text{rot}}^{\oplus} [\varepsilon_1^{\text{ecu}} \sin(w_{\text{rot}}(t' + t_0)) - \varepsilon_2^{\text{ecu}} \cos(w_{\text{rot}}(t' + t_0))] \right) \\
&= v_{\text{rot}}^{\oplus} A_d [\sin(\beta_d) \sin(w_{\text{rot}}(t' + t_0)) + \cos(\beta_d) \cos(w_{\text{rot}}(t' + t_0))] \\
&= v_{\text{rot}}^{\oplus} A_d \cos(w_{\text{rot}}(t' - t_d)), \tag{3.23}
\end{aligned}$$

donde $t_d = \frac{\beta_d}{w_{\text{rot}}} - t_0$ y $A_d = 0.6712$ y $\beta_d = 3.9070$ rad.

Finalmente el módulo de la velocidad del laboratorio medida en coordenadas galácticas, será la suma de la parte independiente del tiempo y las contribuciones dadas por la revolución y la rotación de la Tierra

$$|\tilde{v}_{\text{lab}}^G| \simeq |\tilde{v}_{\odot}^G| + v_{\text{rev}}^{\oplus} A_m \cos(w(t - \tilde{t}_0)) + v_{\text{rot}}^{\oplus} A_d \cos(w_{\text{rot}}(t' - t_d)), \tag{3.24}$$

Consideramos dos laboratorios diferentes, el Laboratori Nazionali del Gran Sasso (Ubicado en Italia a una profundidad de 1400 metros) y el laboratorio Agua Negra Deep Experimental Site (ANDES, proyectado para ser construido en Agua Negra, San Juan, Argentina a una profundidad de 1750 metros) [51]. Las coordenadas de cada laboratorio se muestran en la tabla 3.1.

En la figura 3.5 graficamos $\check{v}_{\odot}^G \cdot \vec{v}_{\text{rev}}$ en función del tiempo para ambos laboratorios. Se puede observar que este término de velocidad no depende de la posición del laboratorio.

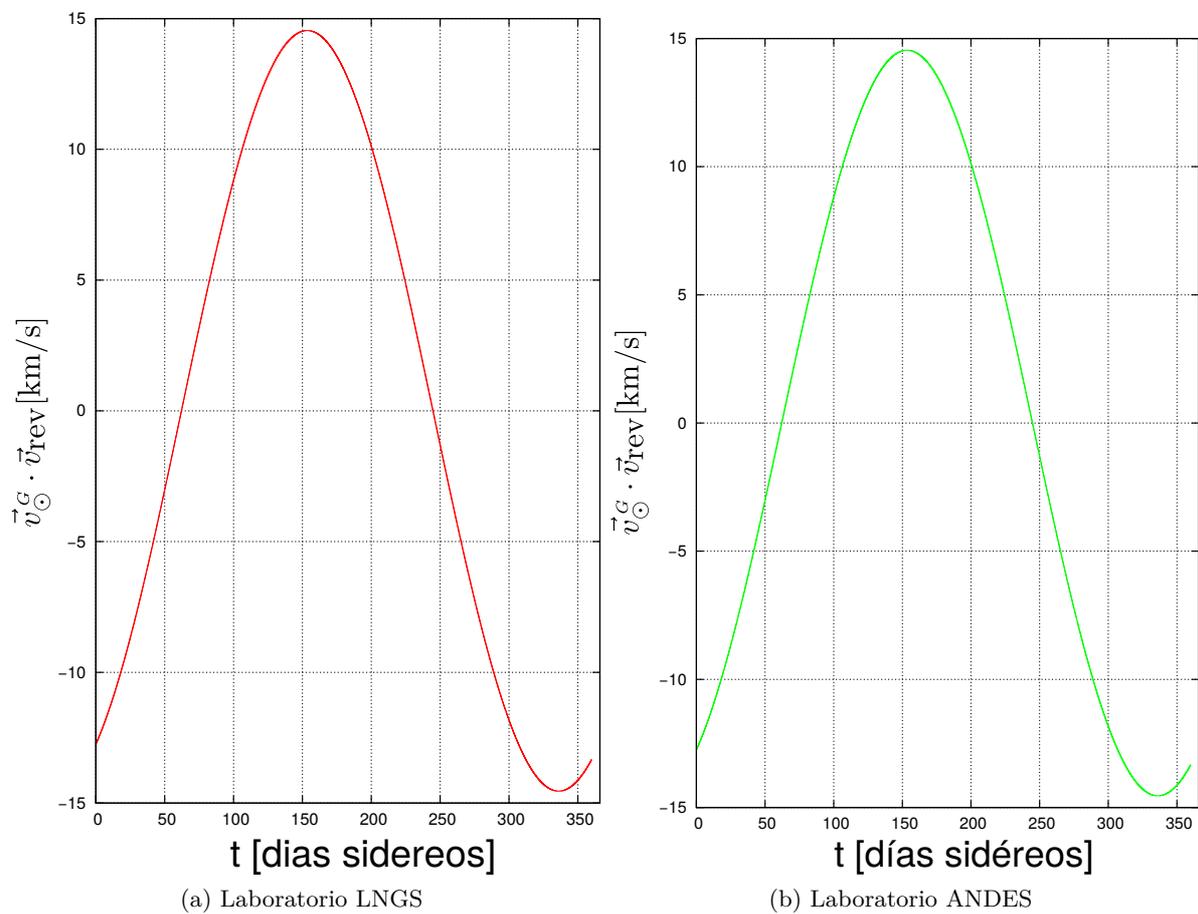


Figura 3.5: Velocidad de revolución en la dirección de la velocidad del Sol.

Laboratorio	ϕ_0	λ_0
LNGS	42°27' N	13°34' E
ANDES	30°15' S	69°53' O

Tabla 3.1: Ubicación de los laboratorios.

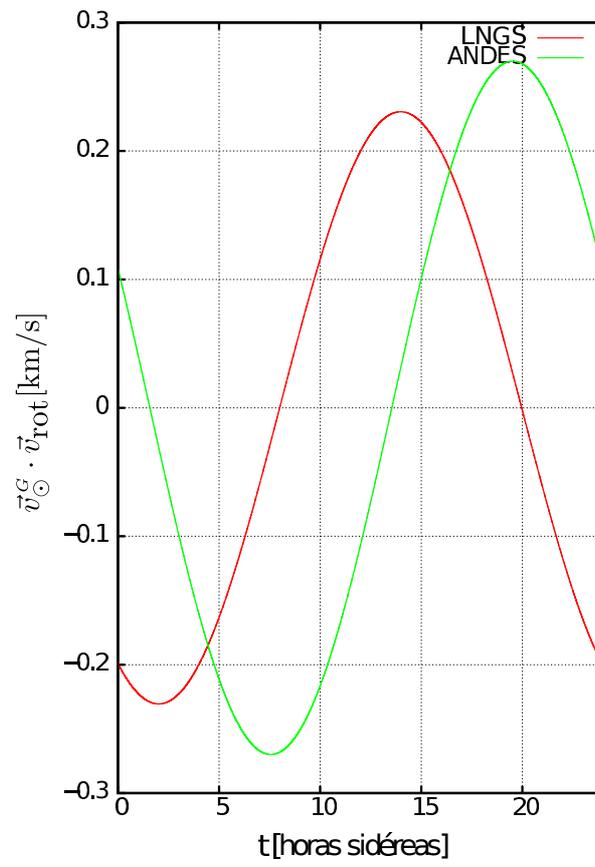


Figura 3.6: Velocidad de rotación en la dirección de la velocidad del Sol.

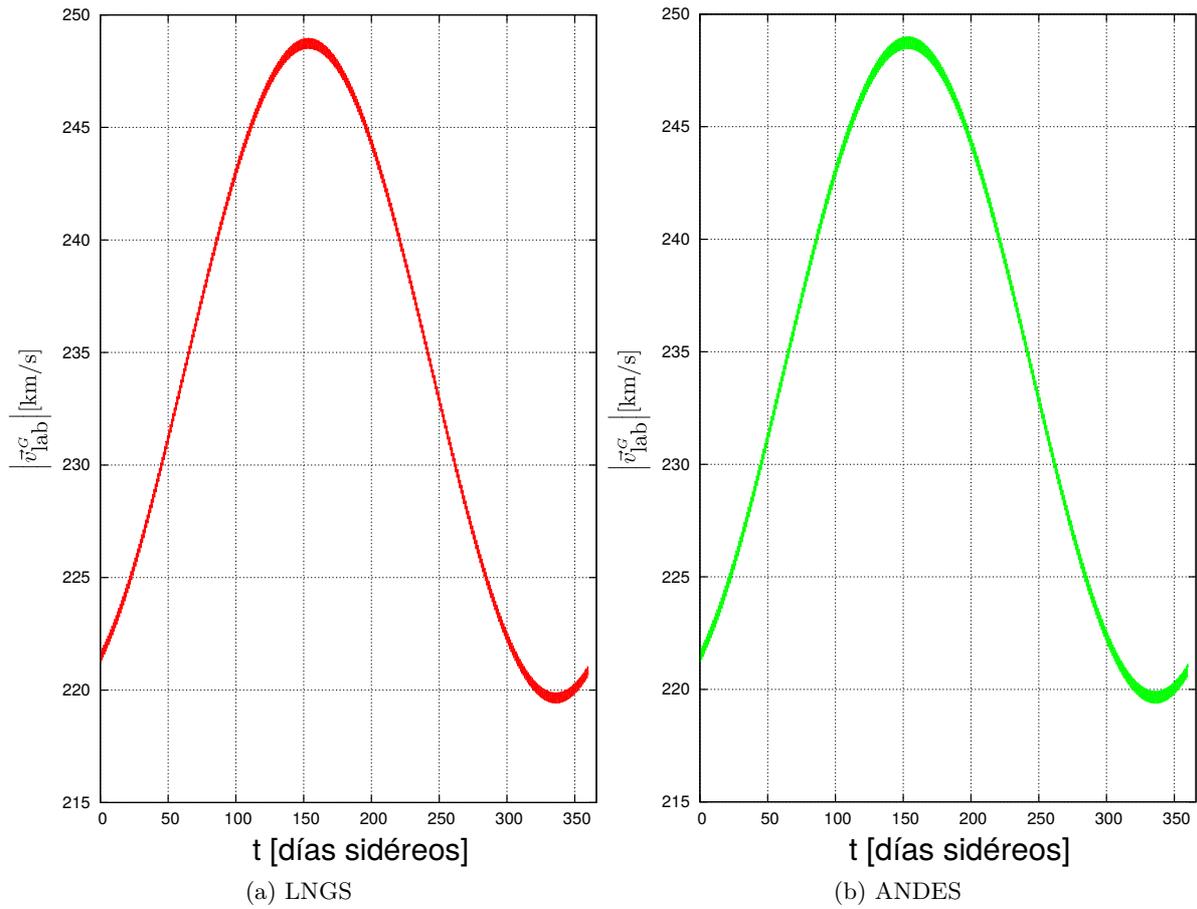


Figura 3.7: Velocidad del laboratorio.

En la figura 3.6 mostramos $\check{v}_{\odot}^G \cdot \vec{v}_{\text{rot}}$ en función del tiempo para ambos laboratorios. Se observa que esta velocidad depende de la posición del mismo, tanto el módulo como la fase inicial (relacionada con la latitud y longitud del laboratorio respectivamente).

En la figura 3.7 podemos observar la velocidad total para cada uno de los laboratorios. En la figura 3.8 ampliamos dos regiones, los primeros 15 días y 25 días alrededor del máximo de velocidad.

3. Tasa de Reacciones nucleares

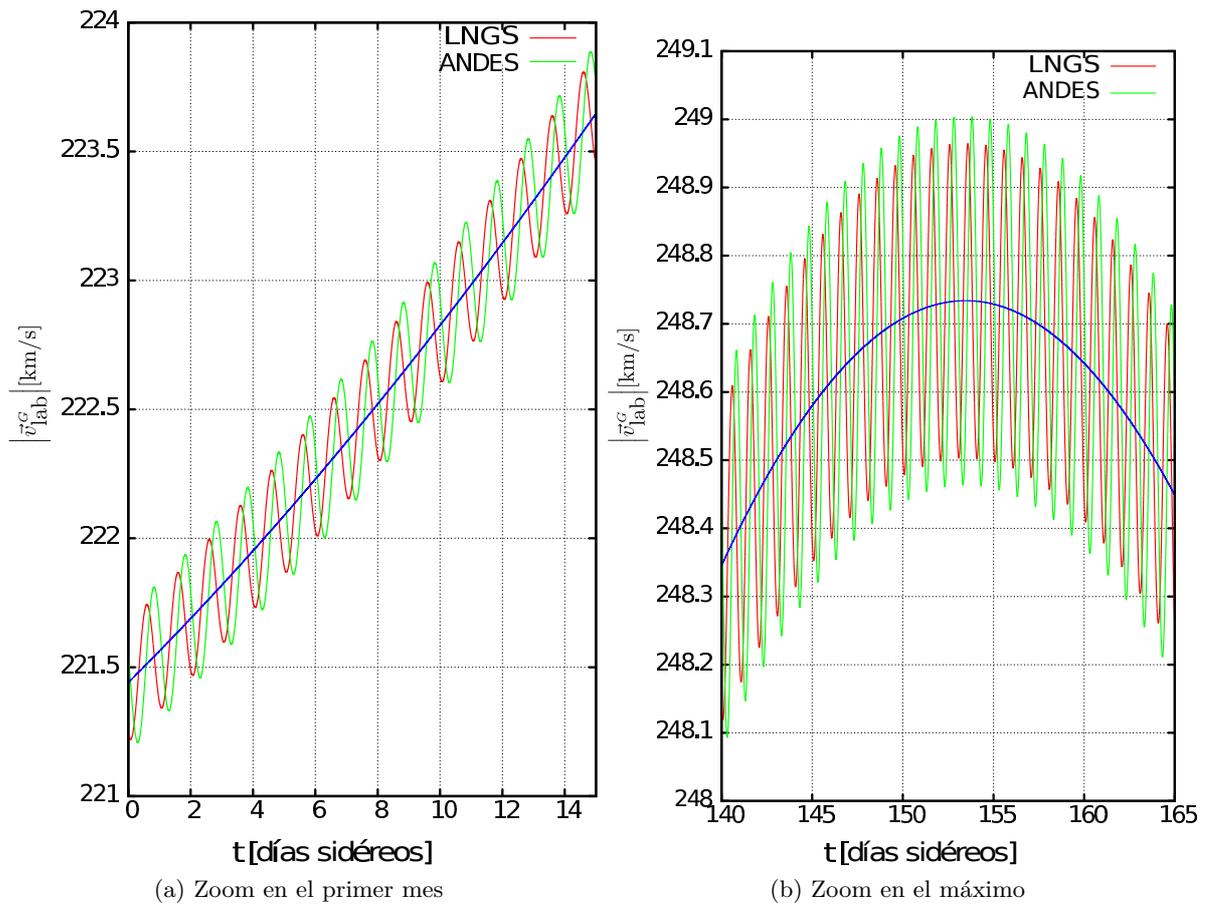


Figura 3.8: Velocidad del laboratorio LNGS y ANDES. La línea azul representa la velocidad del laboratorio sin tener en cuenta la rotación diurna.

3.3. Inversa de la velocidad media

Habiendo obtenido expresiones para la velocidad de los laboratorios en el sistema galáctico, podemos estudiar el comportamiento de la inversa de la velocidad media (η) como función del tiempo y de la velocidad mínima. Su expresión fue deducida en la ecuación (3.12) para la distribución de velocidad considerada.

En la figura 3.9, se muestra cómo cambia la inversa de la velocidad media como función de la velocidad mínima, definida en la ecuación (3.10). La estudiamos para el 2 de Junio y 2 de Diciembre donde la velocidad del laboratorio posee un máximo y un mínimo respectivamente, en el gráfico se ve reflejado un pequeño cambio de η a lo largo del año. Observamos por otro lado que decae a medida que la velocidad mínima se acerca a la velocidad de escape de la galaxia.

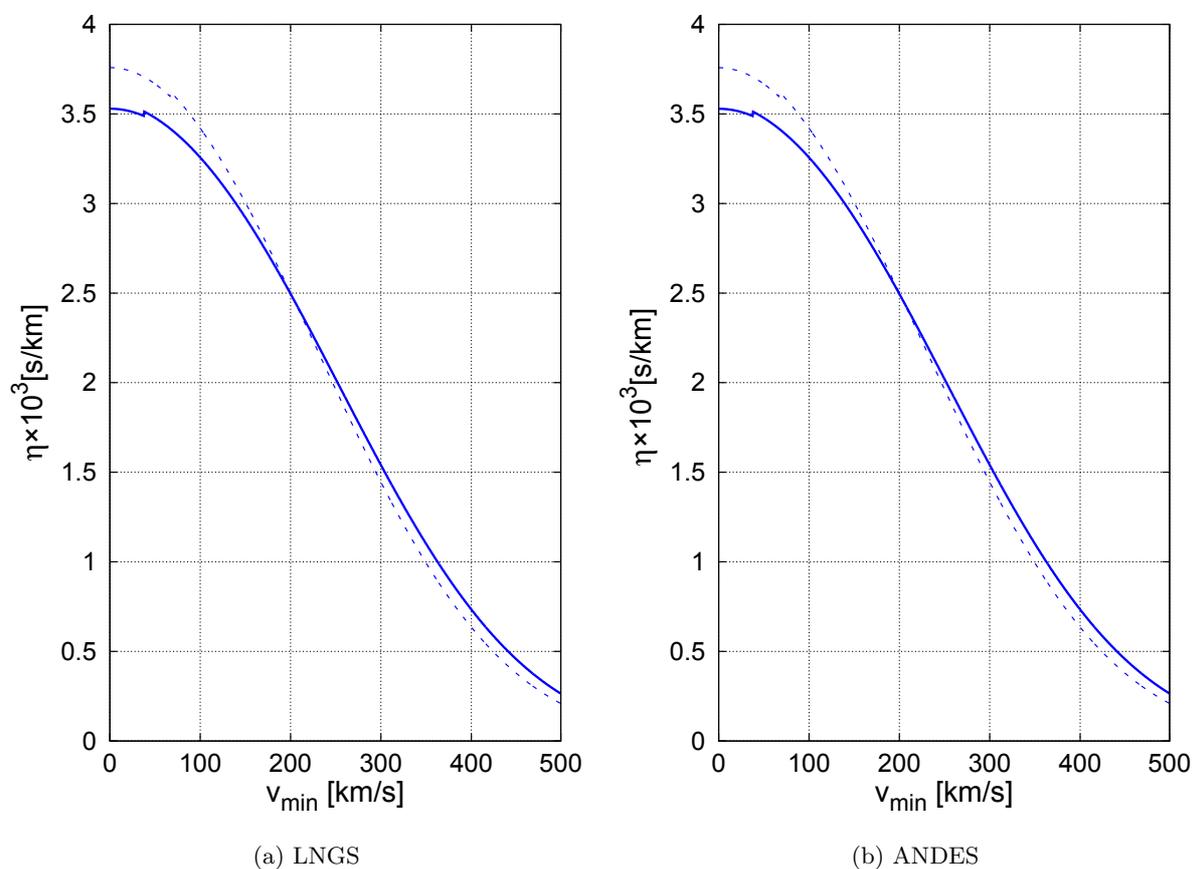


Figura 3.9: Inversa de la velocidad en función de la velocidad mínima, considerando una distribución de velocidades de Maxwell-Boltzman. Línea sólida: 2 de Junio, línea punteada: 2 de Diciembre.

En la figura 3.10 se muestra η como función del tiempo para los dos laboratorios juntos, a su vez se ha realizado un zoom de la misma donde se resalta su modulación diurna y el desfase que existe entre ambos.

3. Tasa de Reacciones nucleares

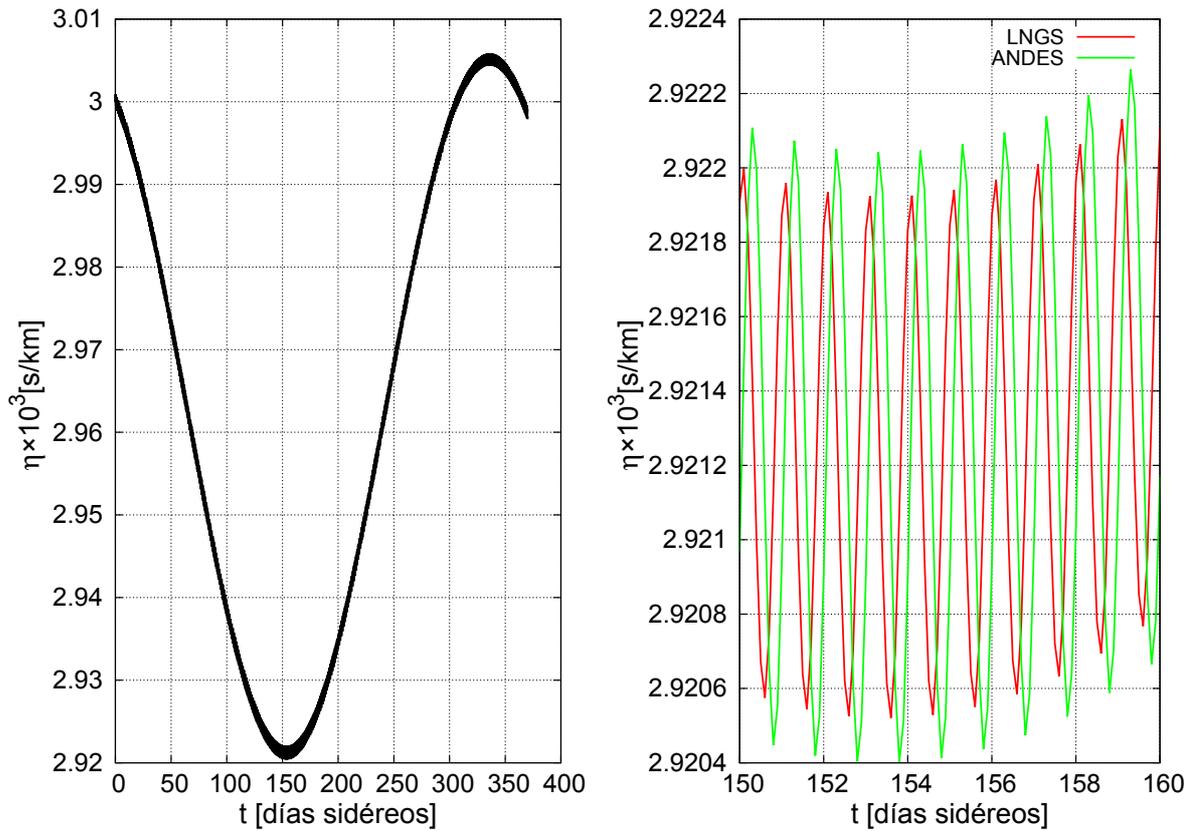


Figura 3.10: Inversa de la velocidad en función del tiempo. Para el laboratorio LNGS y ANDES, considerando una distribución de velocidades de Maxwell-Boltzman. En la figura de la izquierda representamos en color negro ambos laboratorios ya que la diferencia entre ambos no es apreciable, mientras que en la figura de la derecha mostramos un zoom, donde observamos el corrimiento que existe entre los laboratorios.

Para obtener la tasa de reacción se necesita la sección eficaz de dispersión de los WIMPs con los núcleos, en el capítulo siguiente nos avocamos al cálculo correspondiente.

Capítulo 4

Factores de forma nuclear

Como vimos en el capítulo anterior para poder obtener la tasa de reacciones nucleares debemos calcular la sección eficaz diferencial, que depende del cuadrado del módulo del factor de forma nuclear y se escribe como

$$\frac{d\sigma}{dq^2}(q^2, v) = \frac{\sigma_0}{4\mu^2 v^2} |F(q)|^2. \quad (4.1)$$

Recordemos que σ_0 es la sección eficaz a momento transferido nulo. Esta sección eficaz se escribe, para dispersiones independientes del spin como:

$$\sigma_0^{\text{SI}} = \frac{4}{\pi} \mu^2 [Z f_p + (A - Z) f_n]^2, \quad (4.2)$$

donde Z es el número de protones y $A - Z$ el número de neutrones del núcleo, f_p y f_n son los factores de acoplamiento a los protones y neutrones respectivamente. Por lo general se considera que $f_p \simeq f_n$ y a su vez que $\sigma_0^{\text{n,SI}} \simeq \sigma_0^{\text{p,SI}}$. Esto implica que no se considera la dependencia en isospin de los factores de acoplamiento. Ésta aproximación puede no ser adecuada para núcleos pesados y/o con gran exceso de neutrones.

El factor de forma nuclear es la transformada de Fourier de la densidad nuclear, contiene información acerca de la interacción del núcleo con una onda electromagnética, debe cumplir que su límite cuando el impulso se hace muy chico tiende a uno y por otro lado cuando el impulso se hace muy grande decae a cero rápidamente.

$$\begin{aligned} F(q) &= \frac{1}{A} \int \rho(\vec{r}) e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} d^3r \\ &= \frac{1}{A} \int r^2 \rho(r) e^{iqr \cos \theta} \sin \theta dr d\theta d\phi \\ &= \frac{4\pi}{A} \int_0^\infty \frac{r}{q} \rho(r) \sin(qr) dr, \end{aligned} \quad (4.3)$$

donde hemos supuesto que el núcleo es esféricamente simétrico y A corresponde al número másico. En este trabajo consideraremos dos factores de forma nuclear para el caso de dispersiones independientes del spin. Propondremos dos densidades nucleares, una del tipo escalón y otra del tipo Woods-Saxon. También mostraremos el factor de forma de Helm, obtenido en la Ref. [52].

4.1. Densidad del tipo escalón

Consideramos una densidad del tipo escalón (ver figura 4.1).

$$\rho(r) = \rho_0 \Theta(r - R_0), \quad (4.4)$$

4. Factores de forma nuclear

donde ρ_0 es la densidad nuclear y R_0 es el radio nuclear. Para un detector de NaI (LNGS) los valores son $\rho_0 = \frac{3A}{4\pi R_0^3}$ y $R_0 = 1.12A^{1/3}$. Esta densidad es una primera aproximación a la densidad nuclear.

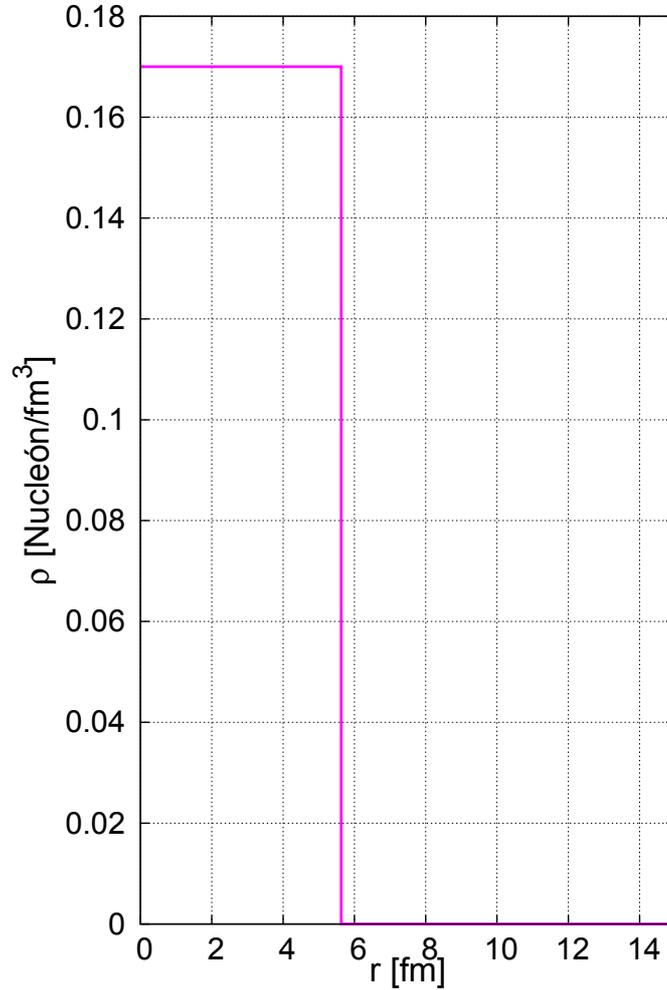


Figura 4.1: Densidad del tipo escalón.

Partiremos de la expresión para el factor de forma en coordenadas esféricas

$$\begin{aligned} F_{\text{escalón}}(q) &= \frac{4\pi}{Aq} \rho_0 \int_0^{R_0} r \sin(qr) dr \\ &= \frac{4\pi}{Aq^3} \rho_0 [\sin(qR_0) - qR_0 \cos(qR_0)], \end{aligned} \quad (4.5)$$

la cual se puede expresar como una función de Bessel esférica

$$F_{\text{escalón}}(q) = \frac{4\pi}{A} \rho_0 R_0^3 \left(\frac{J_1(qR_0)}{qR_0} \right). \quad (4.6)$$

Al considerar el límite de q a cero, la función de Bessel tiende a $\frac{1}{3}$, por lo que $F(q)$ tiende a uno.

En la figura 4.2 graficamos el factor de forma. Se puede observar que cambia con el momento.

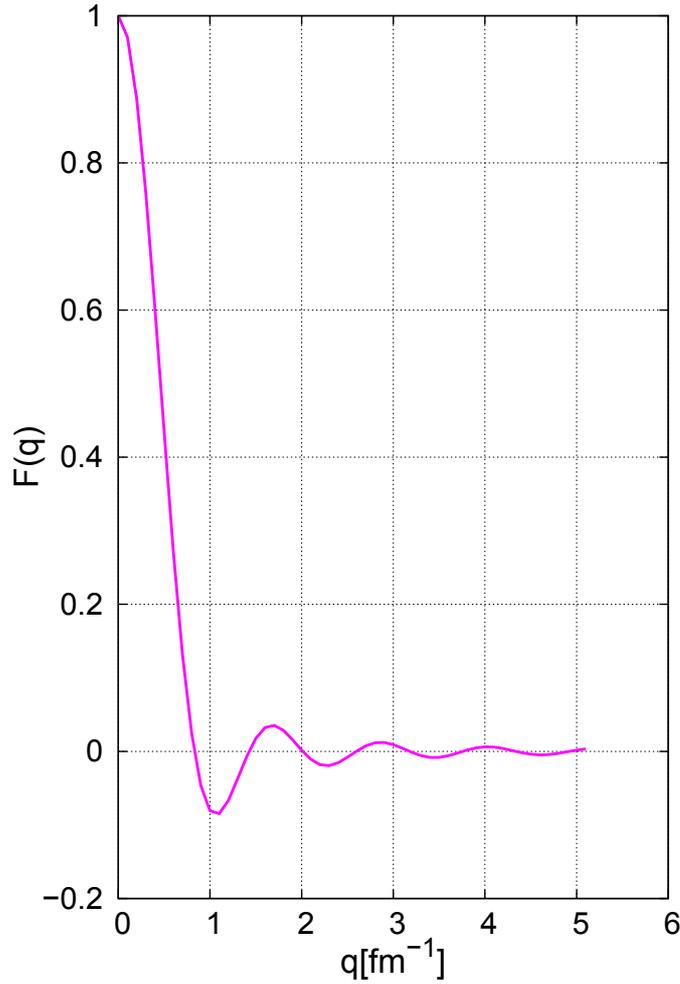


Figura 4.2: Factor de forma correspondiente a la densidad de tipo escalón.

Usando la ecuación (4.1) la sección eficaz diferencial quedará de la forma

$$\frac{d\sigma}{dq^2}(q^2, v) = \frac{\sigma_0}{4\mu^2 v^2} \left(\frac{4\pi}{Aq^3} \rho_0 [\sin(qR_0) - qR_0 \cos(qR_0)] \right)^2. \quad (4.7)$$

4.2. Densidad del tipo Woods-Saxon

Ahora consideramos una densidad del tipo Woods-Saxon

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{(r-R_0)}{a}}}, \quad (4.8)$$

donde, $a \simeq 0.65 \text{ fm}$, $R_0 = 1.12A^{\frac{1}{3}} \text{ fm}$ y $\rho_0 = 0.17 \text{ nucleón/fm}^3$.

En la figura 4.3 graficamos la densidad, se puede ver que va a cero más suavemente que en el caso anterior.

El factor de forma se calcula como

$$F_{\text{WS}}(q) = \frac{4\pi}{A} \rho_0 \int_0^\infty r^2 \frac{\sin(qr)}{qr} \frac{1}{1 + e^{\frac{(r-R_0)}{a}}} dr. \quad (4.9)$$

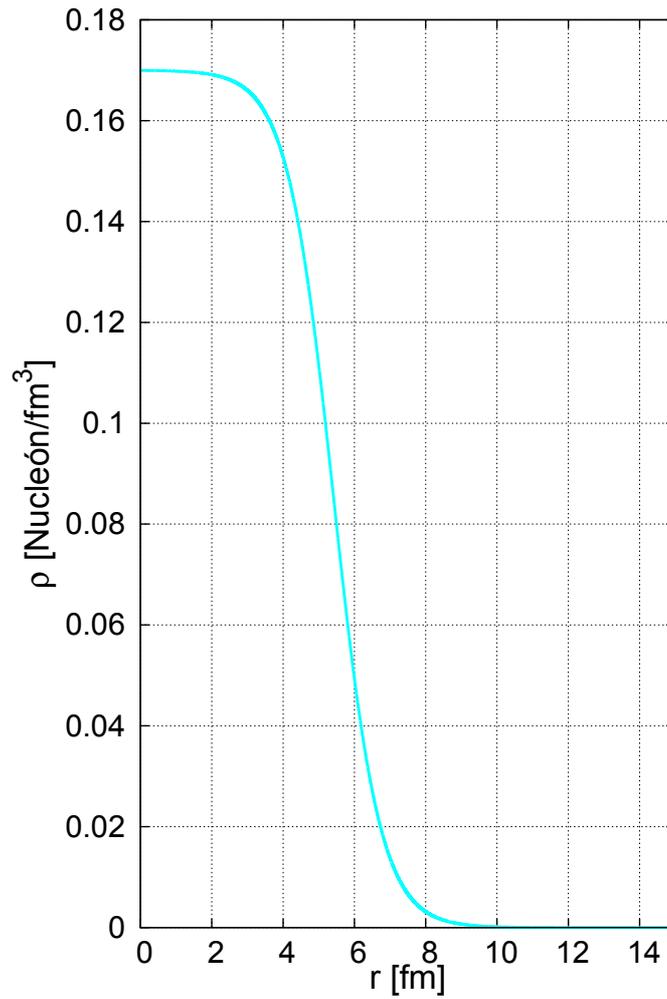


Figura 4.3: Densidad del tipo Woods-Saxon.

Para resolver esta integral haremos un desarrollo en serie de Taylor del $\sin(qr)$, lo que dejará una integral de Fermi por resolver

$$F_{\text{WS}}(q) = \frac{4\pi\rho_0}{A} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{q^{2k-2}}{(2k-1)!} \int_0^{\infty} \frac{r^{2k}}{1 + e^{\frac{(r-R_0)}{a}}} dr. \quad (4.10)$$

Nos concentramos únicamente en la integral, que denominaremos I. Al proponer el cambio de variables $z = \frac{r-R_0}{a}$, podemos desarrollar el binomio de Newton de $r^{2k} = (za + R_0)^{2k}$, obteniendo

$$I = \sum_{j=0}^{2k} \binom{2k}{j} a^{2k-j} R_0^j a \int_{-\frac{R_0}{a}}^{\infty} \frac{z^{2k-j}}{1 + e^z} dz. \quad (4.11)$$

Trabajando nuevamente sólo con la integral que llamaremos B

$$B = \int_{-\frac{R_0}{a}}^{\infty} \frac{z^{2k-j}}{1 + e^z} dz. \quad (4.12)$$

Separaremos en dos integrales B_1 y B_2 . Definiendo

$$\begin{aligned} B_1 &= \int_0^\infty \frac{z^{2k-j}}{1+e^z} dz, \\ B_2 &= \int_{-\frac{R_0}{a}}^0 \frac{z^{2k-j}}{1+e^z} dz. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Haciendo un desarrollo en serie del denominador de la integral B_1 , $\frac{1}{1+e^z} = \sum_{n=1}^\infty (-1)^{n+1} e^{-nz}$, obtenemos

$$B_1 = \sum_{n=1}^\infty (-1)^{n+1} \int_0^\infty z^{2k-j} e^{-nz} dz. \quad (4.14)$$

Realizando el cambio de variables $w = nz$, la integral B_1 resulta una serie de funciones gamma

$$B_1 = \sum_{n=1}^\infty \frac{(-1)^{n+1}}{n^{2k-j+1}} \Gamma(2k-j+1). \quad (4.15)$$

Para trabajar con la integral B_2 realizamos la expansión en serie del denominador, con cuidado separando el primer término de la sumatoria

$$B_2 = \int_0^{\frac{R_0}{a}} (-1)^{2k-j} y^{2k-j} dy + \sum_{n=1}^\infty (-1)^{n+2k-j} \int_0^{\frac{R_0}{a}} (y)^{2k-j} e^{-yn} dy. \quad (4.16)$$

El primer término resulta la integral de un polinomio, mientras que el segundo término da como resultado una función gamma incompleta.

$$B_2 = (-1)^j \frac{\left(\frac{R_0}{a}\right)^{2k-j+1}}{2k-j+1} + \sum_{n=1}^\infty \frac{(-1)^{n-j}}{n^{2k-j+1}} \left[\Gamma(2k-j+1) - \Gamma\left(2k-j+1, \frac{nR_0}{a}\right) \right]. \quad (4.17)$$

Sumando las ecuaciones (4.15) y (4.17) obtendremos una expresión para la integral que denominamos B

$$\begin{aligned} B &= \sum_{n=1}^\infty \frac{(-1)^{n+1}}{n^{2k-j+1}} \Gamma(2k-j+1) + (-1)^j \frac{\left(\frac{R_0}{a}\right)^{2k-j+1}}{2k-j+1} + \\ &\quad \sum_{n=1}^\infty \frac{(-1)^{n-j}}{n^{2k-j+1}} \left[\Gamma(2k-j+1) - \Gamma\left(2k-j+1, \frac{nR_0}{a}\right) \right]. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Luego el factor de forma lo encontramos reemplazando la ecuación (4.18) en la ecuación (4.11) y ésta última en la ecuación (4.10)

$$\begin{aligned} F_{\text{Ws}}(q) &= \frac{4\pi\rho_0}{A} \sum_{k=1}^\infty (-1)^{k+1} \frac{q^{2k-2}}{(2k-1)!} \sum_{j=0}^{2k} \binom{2k}{j} a^{2k-j+1} R_0^j \\ &\quad \times \left\{ \sum_{n=1}^\infty \frac{(-1)^{n+1}}{n^{2k-j+1}} \Gamma(2k-j+1) + (-1)^j \frac{\left(\frac{R_0}{a}\right)^{2k-j+1}}{2k-j+1} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^\infty \frac{(-1)^{n-j}}{n^{2k-j+1}} \left[\Gamma(2k-j+1) - \Gamma\left(2k-j+1, \frac{nR_0}{a}\right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

En la figura 4.4 mostramos el factor de forma calculado.

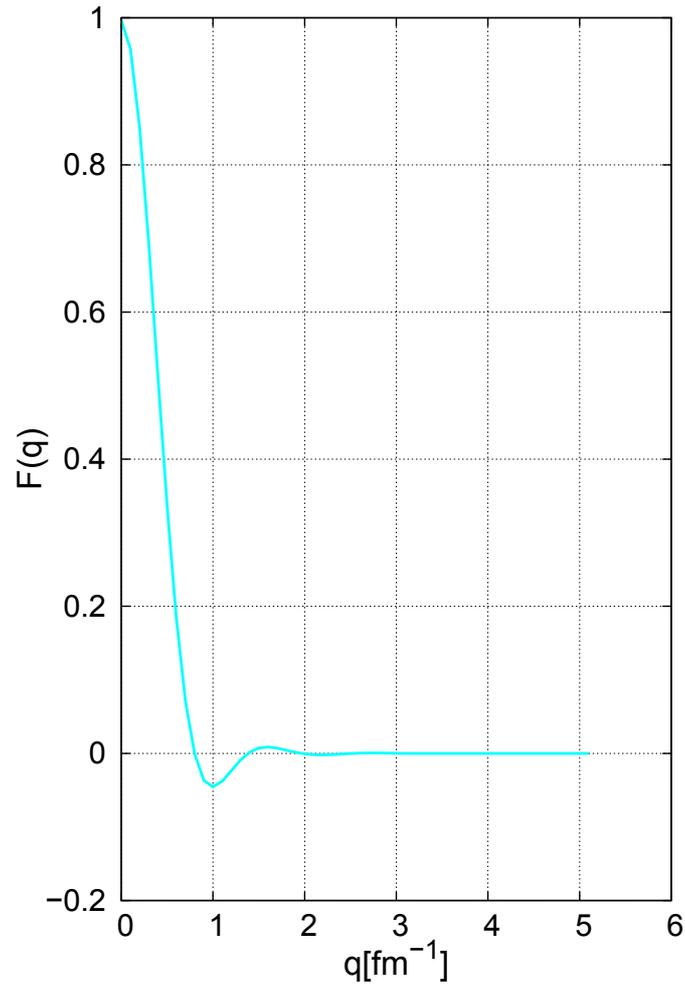


Figura 4.4: Factor de forma correspondiente a una densidad del tipo Woods-Saxon.

4.3. Factor de forma de Helm

Otro factor de forma que utilizaremos será el factor de forma de Helm [52], un factor experimental cuya expresión es

$$F_H(q) = 3e^{-q^2 s^2/2} \frac{\sin(qr_n) - qr_n \cos(qr_n)}{(qr_n)^3}, \quad (4.20)$$

donde los parámetros fueron fijados por Lewin [53] $s \simeq 0.9$ fm, $r_n^2 = c^2 + \frac{7}{3}\pi^2 a^2 - 5s^2$ es un radio nuclear efectivo, $a \simeq 0.52$ fm y $c \simeq 1.23A^{1/3} - 0.6$ fm (ver figura 4.5)

En la figura 4.6 mostramos todos los factores de forma calculados en este trabajo. Se puede observar que son similares entre sí.

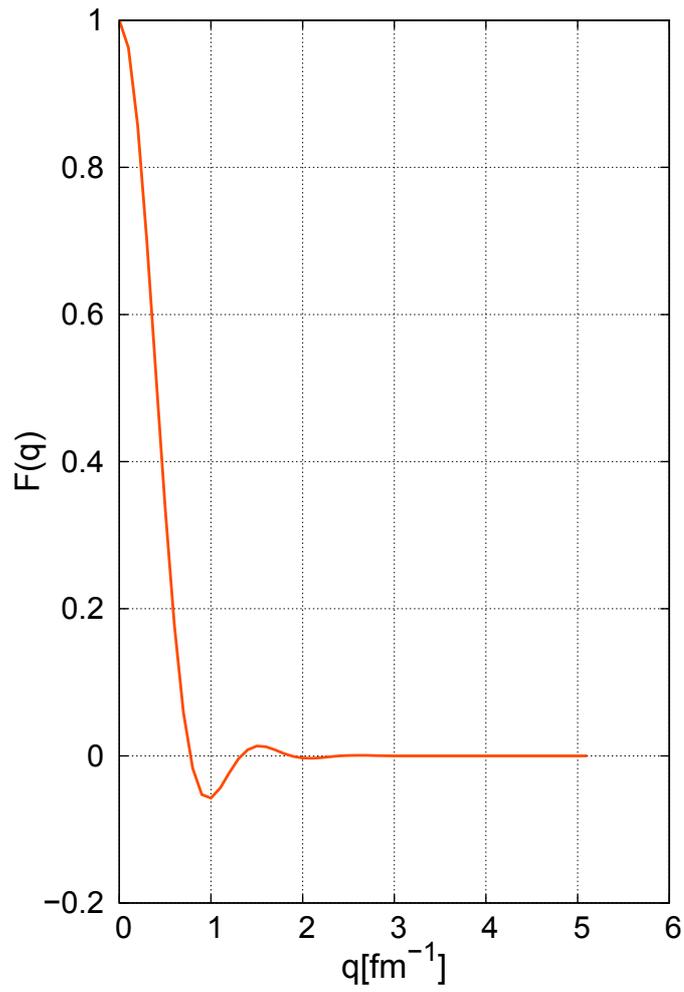


Figura 4.5: Factor de forma de Helm.

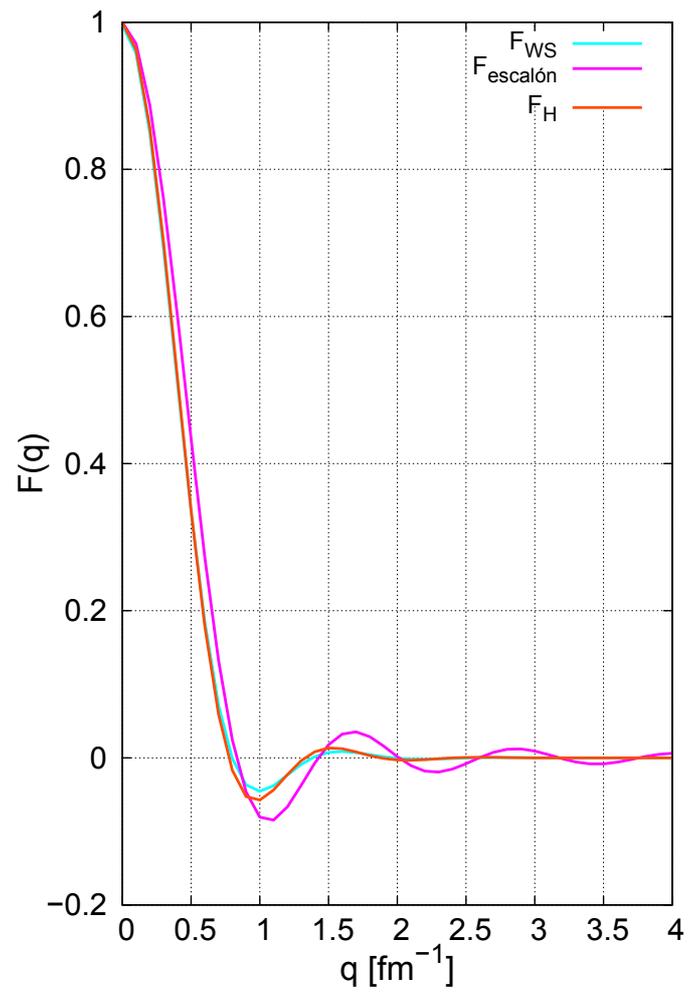


Figura 4.6: En color celeste mostramos el factor de forma correspondiente a la densidad de tipo Woods-Saxon, en color violeta el correspondiente a la densidad de tipo escalón y en naranja el factor de forma de Helm.

Capítulo 5

Resultados

A lo largo de este trabajo hemos calculado los elementos necesarios para poder estimar la tasa de dispersión de los WIMPs al interactuar con un núcleo del detector. Fijamos el valor de la sección eficaz $\sigma_0^{SI} = 10^{-14} \text{ fm}^2$ y además supusimos que el WIMP interactúa con el núcleo de iodo (el detector está hecho de NaI), por lo que $A = 127$, para mostrar las diferentes dependencias de $\frac{dR}{dE_{nr}}$ con los parámetros del modelo. Al final del capítulo también consideraremos que el WIMP puede interactuar con el sodio ($A=23$).

La tasa diferencial de reacciones nucleares puede ser expresada como un producto de dos factores, uno que contiene la física de las partículas (σ) y otro que posee la información astrofísica ($\rho_\chi \eta(v_{\min}, t)$). Para el primero consideramos tres modelos de factores de forma nuclear, el de Helm (experimental), y dos asociados a densidades del tipo escalón y Woods-Saxon. Para el segundo factor hemos considerado la distribución de Maxwell-Boltzman. Esto ha sido calculado para dos latitudes diferentes, la del laboratorio LNGS y la del laboratorio ANDES. La tasa diferencial puede ser escrita como

$$\frac{dR}{dE_{nr}} = \frac{1}{2m_\chi \mu^2} \sigma(q) \rho_\chi \eta(v_{\min}(E_{nr}), t). \quad (5.1)$$

En la figura 5.1, podemos estudiar el espectro de la tasa de la reacción para el laboratorio LNGS en función de la energía de retroceso. Este análisis se realizó para el 2 de Junio y para el 2 de Diciembre, donde la velocidad del laboratorio respecto al tiempo es máxima y mínima, respectivamente. Se puede observar que la mayoría de las interacciones entre los WIMPs y los núcleos del detector se dan a bajas energías. Así mismo existe una dependencia con la masa del WIMP, ya que a menor masa, la tasa decae mucho más rápido a cero.

En la figura 5.2 (sector superior) mostramos cómo cambia $\frac{dR}{dE_{nr}}$ en función del tiempo para una energía fija de 2 keV considerando $m_\chi = 50 \text{ GeV}$ y un factor de forma de tipo Woods-Saxon. Notamos que se encuentra modulado por una función coseno, pero su máximo ocurre en Diciembre y el mínimo ocurre en Junio, al contrario de la velocidad del laboratorio. Por otro lado en el zoom realizado alrededor del mínimo se puede distinguir el corrimiento que existe entre ambos laboratorios.

En la figura 5.2 (sector inferior), también presentamos el cambio de $\frac{dR}{dE_{nr}}$ como función del tiempo para una energía de 35 keV. Se observa un cambio de fase con respecto al gráfico para $E = 2 \text{ keV}$, en este caso los máximos y mínimos coinciden con los máximos y mínimos de la velocidad del laboratorio. Este efecto ocurre para bajas energías de retroceso y se puede relacionar con el cambio de signo que luego veremos en la modulación anual. Analizando las

5. Resultados

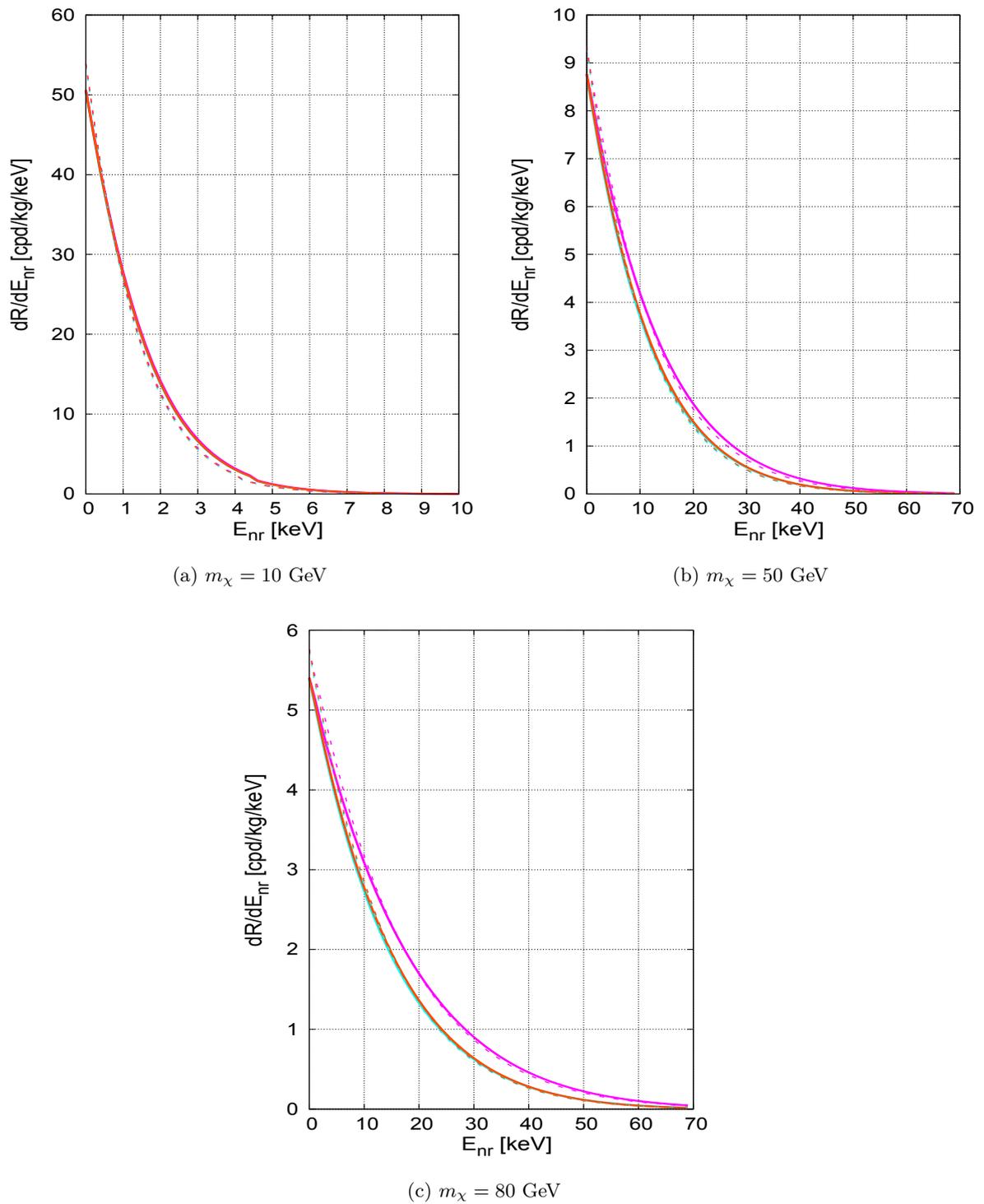


Figura 5.1: $\frac{dR}{dE_{nr}}$ como función de la energía, considerando diferentes masas, para el laboratorio LNGS. Utilizando 3 factores de forma diferentes: Woods-Saxon (celeste), escalón (violeta) y Helm (naranja). La línea sólida corresponde al 2 de Junio y la línea punteada al 2 de Diciembre.

amplitudes observamos que $\frac{dR}{dE_{nr}}$ disminuye al aumentar la energía.

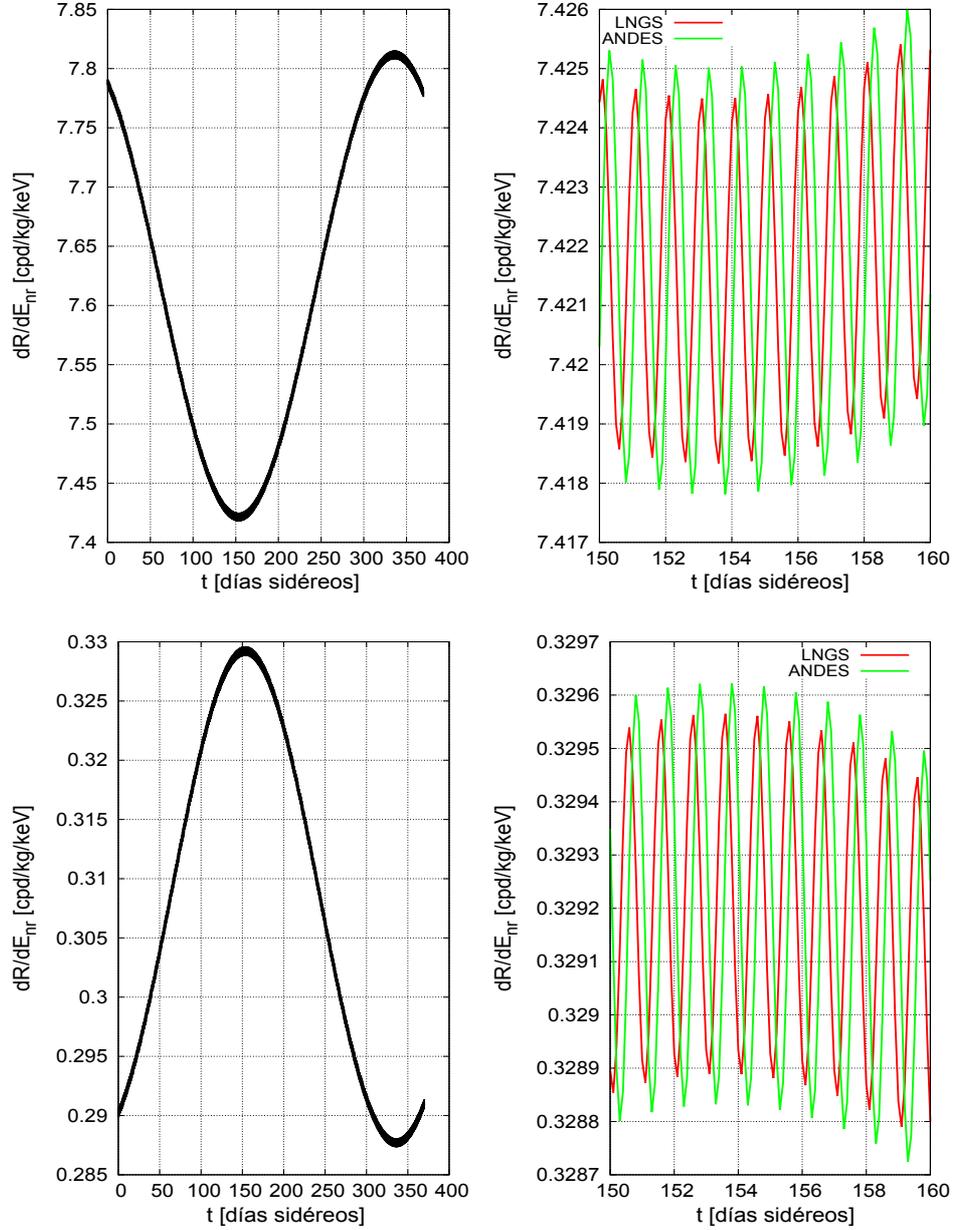


Figura 5.2: $\frac{dR}{dE_{nr}}$ como función del tiempo para $m_\chi = 50$ GeV, fijando la energía de retroceso en 2 keV (arriba) y 35 keV (abajo), considerando una distribución de velocidades de Maxwell-Boltzman. Usando un factor de forma de tipo Woods-Saxon. Utilizamos el color negro para representar ambos laboratorios, ya que su difencia no es apreciable.

Realizando el análisis anterior para $m_\chi = 10$ GeV (figura 5.3) observamos que, para $E = 2$ keV, el máximo y mínimo de $\frac{dR}{dE_{nr}}$ son coincidentes con los de la velocidad del laboratorio.

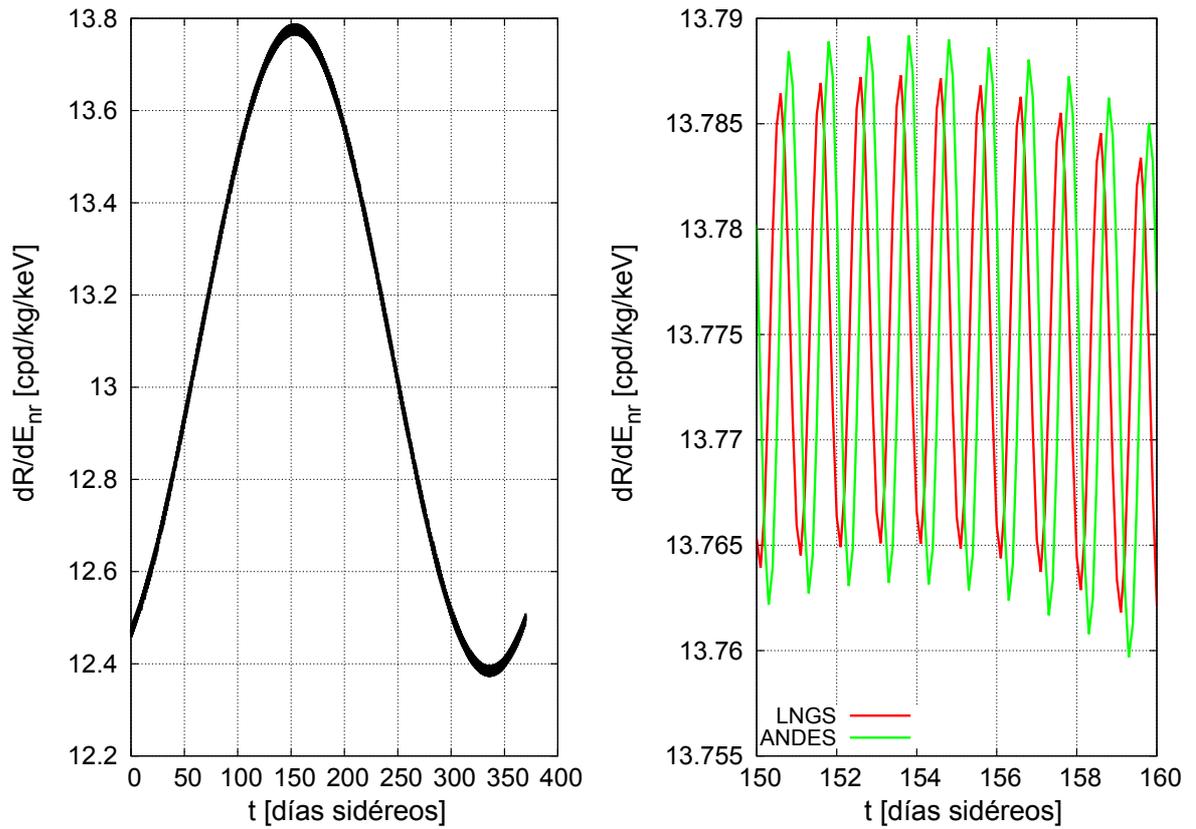


Figura 5.3: $\frac{dR}{dE_{nr}}$ como función del tiempo para $m_\chi = 10$ GeV, fijando la energía de retroceso en 2 keV, considerando una distribución de velocidades de Maxwell-Boltzman. Usando un factor de forma de tipo Woods-Saxon. Utilizamos el color negro para representar ambos laboratorios, ya que su difencia no es apreciable.

5.1. Modulación de la tasa de reacciones

Podemos escribir a la tasa de reacciones de la siguiente forma

$$\frac{dR}{dE_{\text{nr}}} = B \quad \eta(v_{\text{lab}}(\tilde{t}_0, t_d)), \quad (5.2)$$

con $B = \frac{\rho_x}{m_x} \frac{\sigma_0}{2\mu^2} |F(q)|^2$.

Para evidenciar tanto la modulación anual como la modulación diurna, haremos un desarrollo en serie de Taylor, ya que nos interesa estudiar la amplitud de la modulación anual.

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dE_{\text{nr}}} \simeq & \frac{1}{B} \left\{ \eta(\tilde{t}_0, t_d) + \frac{\partial \eta}{\partial v_{\text{lab}}} \frac{\partial v_{\text{lab}}}{\partial \cos(w(t - \tilde{t}_0))} \Big|_{\tilde{t}_0; t_d} [\cos(w(t - \tilde{t}_0)) - 1] \right. \\ & \left. + \frac{\partial \eta}{\partial v_{\text{lab}}} \frac{\partial v_{\text{lab}}}{\partial \cos(w_{\text{rot}}(t' - t_d))} \Big|_{\tilde{t}_0; t_d} [\cos(w_{\text{rot}}(t' - t_d)) - 1] \right\}. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Recordando la ecuación (3.24)

$$|\tilde{v}_{\text{lab}}^G| \simeq |\tilde{v}_{\odot}^G| + v_{\text{rev}}^{\oplus} A_m \cos(w(t - \tilde{t}_0)) + v_{\text{rot}}^{\oplus} A_d \cos(w_{\text{rot}}(t' - t_d)), \quad (5.4)$$

obtenemos

$$\begin{aligned} \frac{dR}{dE_{\text{nr}}} \simeq & \frac{1}{B} \left\{ \eta(\tilde{t}_0, t_d) + \frac{\partial \eta}{\partial v_{\text{lab}}} \Big|_{\tilde{t}_0; t_d} v_{\text{rev}}^{\oplus} A_m [\cos(w(t - \tilde{t}_0)) - 1] \right. \\ & \left. + \frac{\partial \eta}{\partial v_{\text{lab}}} \Big|_{\tilde{t}_0; t_d} v_{\text{rot}}^{\oplus} A_d [\cos(w_{\text{rot}}(t' - t_d)) - 1] \right\}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Finalmente podemos escribir

$$\frac{dR}{dE_{\text{nr}}} \simeq \frac{1}{B} \left\{ S_0 + S_m(E_{\text{nr}}) \cos(w(t - \tilde{t}_0)) + S_d(E_{\text{nr}}) \cos(w_{\text{rot}}(t' - t_d)) \right\}, \quad (5.6)$$

donde el segundo término representa la modulación anual y el tercero la modulación diurna. La amplitudes de la modulación anual y diurna dependen de la derivada de η respecto de la velocidad del laboratorio. Recordando la ecuación (3.14):

$$\eta = \begin{cases} \frac{1}{2Nv_{\text{lab}}} \left[\text{erf} \left[\frac{v_{\text{lab}} + v_{\text{min}}}{v_o} \right] - \text{erf} \left[\frac{v_{\text{min}} - v_{\text{lab}}}{v_o} \right] \right] & v_{\text{min}} < v_{\text{esc}} - v_{\text{lab}} \\ \frac{1}{2Nv_{\text{lab}}} \left[\text{erf} \left[\frac{v_{\text{esc}}}{v_o} \right] - \text{erf} \left[\frac{v_{\text{min}} - v_{\text{lab}}}{v_o} \right] \right] & v_{\text{esc}} - v_{\text{lab}} < v_{\text{min}} < v_{\text{esc}} + v_{\text{lab}} \\ 0 & v_{\text{min}} > v_{\text{esc}} + v_{\text{lab}} \end{cases} \quad (5.7)$$

La derivada se escribe

$$\frac{\partial \eta}{\partial v_{\text{lab}}} = \begin{cases} \frac{-\eta}{v_{\text{lab}}} + \frac{1}{N\sqrt{\pi}v_0v_{\text{lab}}} \left[e^{-(v_{\text{min}}-v_{\text{lab}})^2/v_0^2} + e^{-(v_{\text{min}}+v_{\text{lab}})^2/v_0^2} \right] & v_{\text{min}} < v_{\text{esc}} - v_{\text{lab}} \\ \frac{-\eta}{v_{\text{lab}}} + \frac{1}{N\sqrt{\pi}v_0v_{\text{lab}}} \left[e^{-(v_{\text{min}}-v_{\text{lab}})^2/v_0^2} \right] & v_{\text{esc}} - v_{\text{lab}} < v_{\text{min}} < v_{\text{esc}} + v_{\text{lab}} \\ 0 & v_{\text{min}} > v_{\text{esc}} + v_{\text{lab}} \end{cases} \quad (5.8)$$

Usualmente la amplitudes se promedian en rangos de energía obtenidos en el laboratorio

$$\langle S_m \rangle = \frac{1}{E_2 - E_1} \int_{E_1}^{E_2} S_m(E_{\text{nr}}) dE_{\text{nr}}. \quad (5.9)$$

En la figura 5.4 podemos analizar como cambia la amplitud de la modulación anual en función de la energía. Observamos que esta amplitud es muy pequeña comparada con la tasa estudiada en la figura 5.1. Por otro lado vemos que existe un cambio de signo en la modulación para bajas energías (cuando la velocidad mínima es baja). Este efecto ocurre para una energía de retroceso específica y al ser dependiente de la masa de los WIMPs, puede utilizarse para restringir su masa [54]. En la figura 5.5 se muestra como es el comportamiento para tres masas diferentes 10, 50 y 80 GeV, considerando únicamente el factor de forma de tipo Woods-Saxon, evidenciandose que a mayor masa el cambio de signo sucede a mayores energías de retroceso.

En la figura 5.6, se observa el comportamiento de la amplitud de la modulación diurna en función de la energía. Al comparar la modulación para los laboratorios queda evidenciada la diferencia que existe entre ambos, siendo ésta consecuencia de la latitud en la que se encuentran ubicados los mismos (ver tabla 3.1). La forma general de la modulación diurna es igual a la modulación anual.

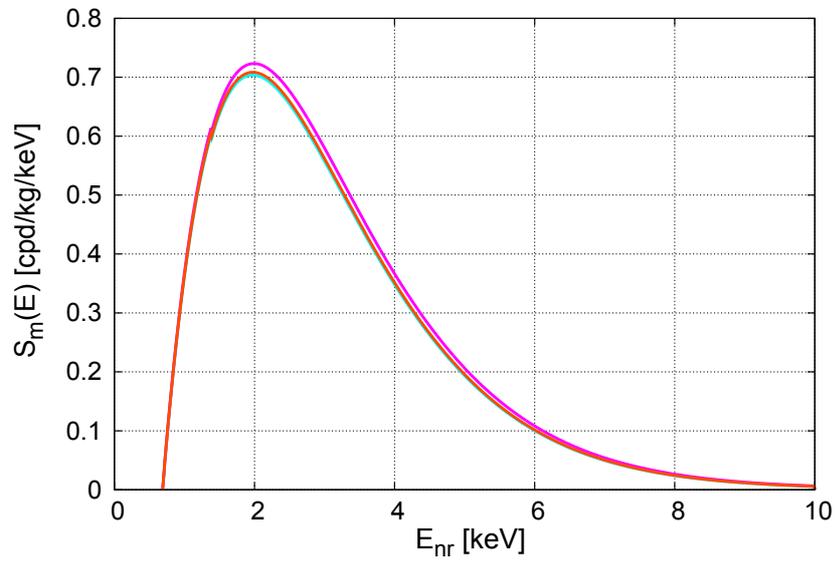
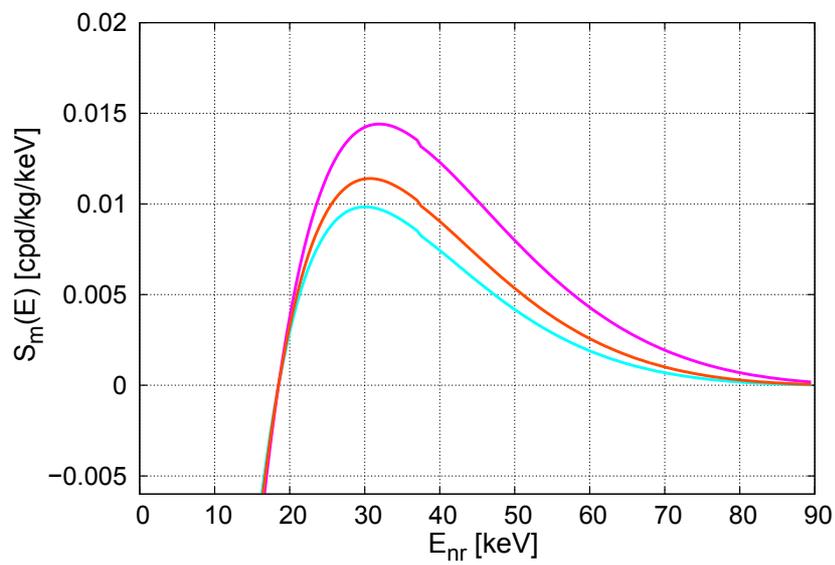
(a) $m_\chi = 10$ GeV(b) $m_\chi = 80$ GeV

Figura 5.4: Modulación anual para el laboratorio LNGS. Utilizando 3 factores de forma diferentes: Woods-Saxon (celeste), escalón (violeta) y Helm (naranja).

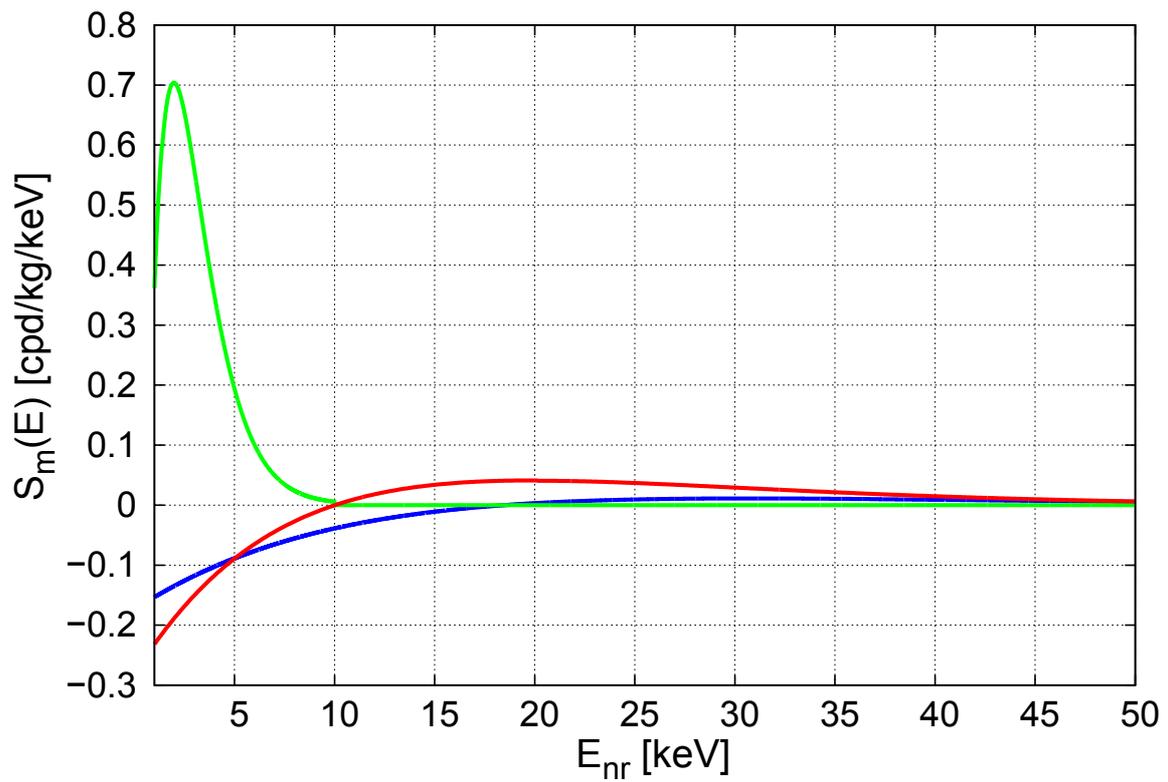


Figura 5.5: Modulación anual para el laboratorio LNGS, considerando un factor de forma de Woods-Saxon. Los valores de las masas de los WIMP son 10 (verde), 50 (rojo) y 80 (azul) GeV.

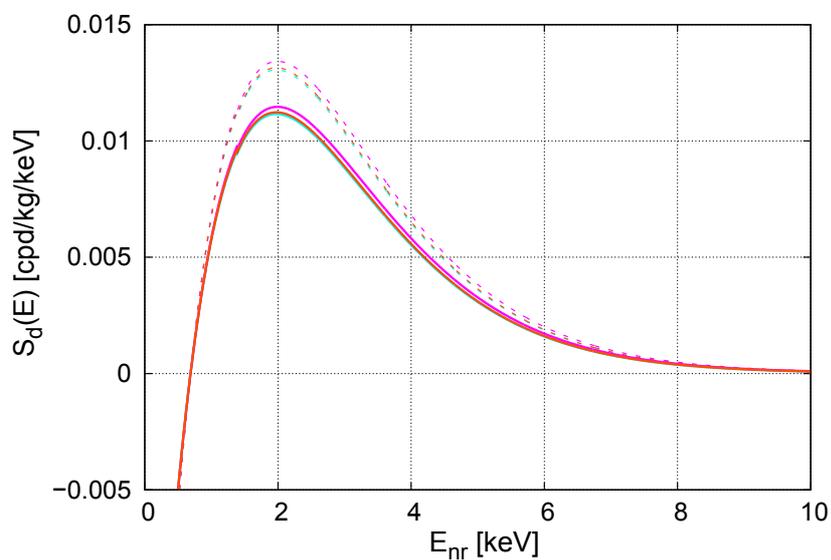
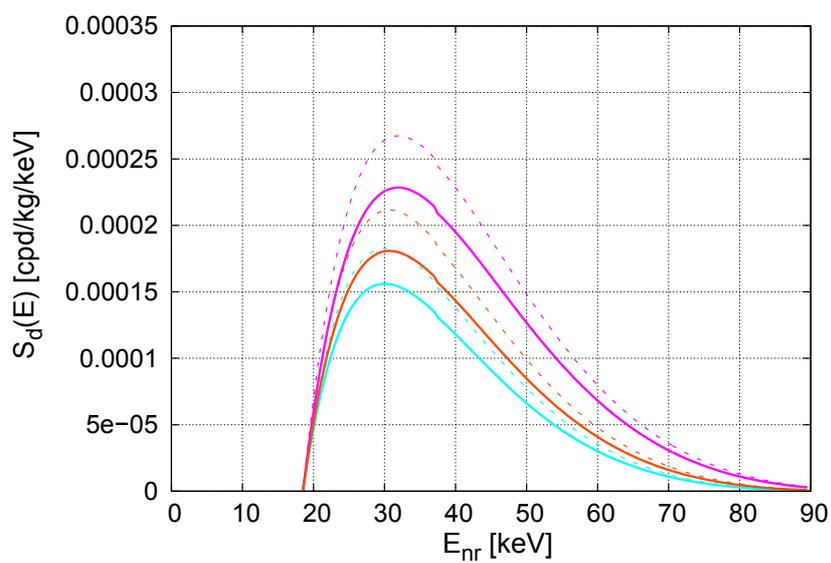
(a) $m_\chi = 10$ GeV(b) $m_\chi = 80$ GeV

Figura 5.6: Modulación diurna, para el laboratorio LNGS (línea sólida) y ANDES (línea punteada). Utilizando 3 factores de forma diferentes: Woods-Saxon (celeste), escalón (violeta) y Helm (naranja).

5.2. Ajuste de parámetros

Vamos a determinar, a partir de los datos experimentales, los valores más probables de m_χ y σ_0^{SI} . Para esto utilizaremos el test estadístico de χ^2 que nos permite calcular la bondad de los ajustes de datos a curvas teóricas.

Sea un conjunto de N mediciones independientes de cierta cantidad x_i con errores σ_i y sean $F_i(\bar{\zeta})$ los valores teóricos, es decir los calculados mediante el código, correspondientes a estas cantidades y $\bar{\zeta}$ los parámetros desconocidos, en nuestro caso, m_χ y σ_0^{SI} , entonces el valor de χ^2 es:

$$\chi^2(\bar{\zeta}) = \sum_{i=1}^N \frac{(F_i(\bar{\zeta}) - x_i)^2}{\sigma_i^2} . \quad (5.10)$$

donde el conjunto de parámetros $\bar{\zeta}$ que minimiza χ^2 , resulta ser el conjunto de valores más probables de los parámetros.

Para aplicar este método, realizamos grillas en los parámetros que buscamos y al ejecutar el código numérico, obtenemos para cada m_χ y σ_0^{SI} la amplitud de la modulación anual para el laboratorio LNGS. Con esta información y los datos experimentales obtenidos por el experimento DAMA detallados en la tabla 5.1, calculamos el valor de χ^2 utilizando la fórmula dada anteriormente y buscamos su mínimo.

Una vez calculado el valor de χ_{min}^2 , obtenemos el conjunto de parámetros $\bar{\zeta}$. Para encontrar los errores de los valores más probables de $\bar{\zeta}$, buscamos el conjunto de parámetros que tienen $\chi_{min}^2 + \Delta\chi^2$, con $\Delta\chi^2$ dependiendo del nivel de confianza considerado.

Para nuestro trabajo hemos considerado que el detector está compuesto por NaI, en el análisis consideraremos que el retroceso lo sufre sólo el sodio (Na) o sólo el yodo (I). Para realizar el ajuste de χ^2 utilizaremos como datos experimentales los dados en la Ref. [40] (ver tabla 5.1) y consideraremos m_χ y σ_0^{SI} como parámetros desconocidos. En la figura 5.7 podemos observar que la modulación anual utilizando los datos experimentales tiene una forma similar a la calculada teóricamente en la sección anterior.

Para la comparación de los datos experimentales y teóricos, consideramos que la energía medida por el detector no se corresponde con el total de energía de retroceso, sino que se encuentra relacionada mediante $E = QE_{\text{nr}}$, donde Q es un factor de fragmentación de la intensidad que depende del detector considerado. En este caso consideramos los valores $Q = 0.3$ para el sodio y $Q = 0.09$ para el yodo [55].

En la tabla 5.2 mostramos los valores más probables para m_χ y σ_0^{SI} . Los valores para las masas son consistentes con los obtenidos por Freese [34].

En las figuras 5.8 a 5.13 mostramos los niveles de confianza obtenidos mediante el test de χ^2 a 1, 2, 3 σ . Se observa que en el caso del yodo existe correlación entre los parámetros del modelo considerado.

En la figura 5.14 mostramos la comparación entre la curva teórica para la amplitud de la modulación anual, calculada para el 2 de Junio donde ocurre el máximo de la velocidad del

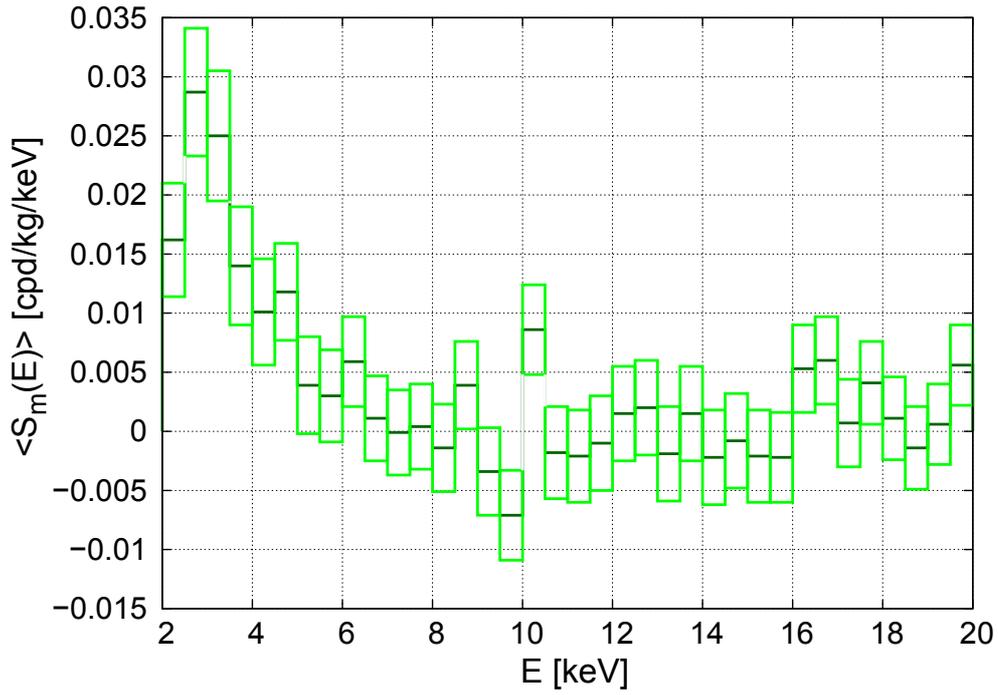


Figura 5.7: Datos experimentales de la modulación anual obtenidos por el laboratorio LNGS.

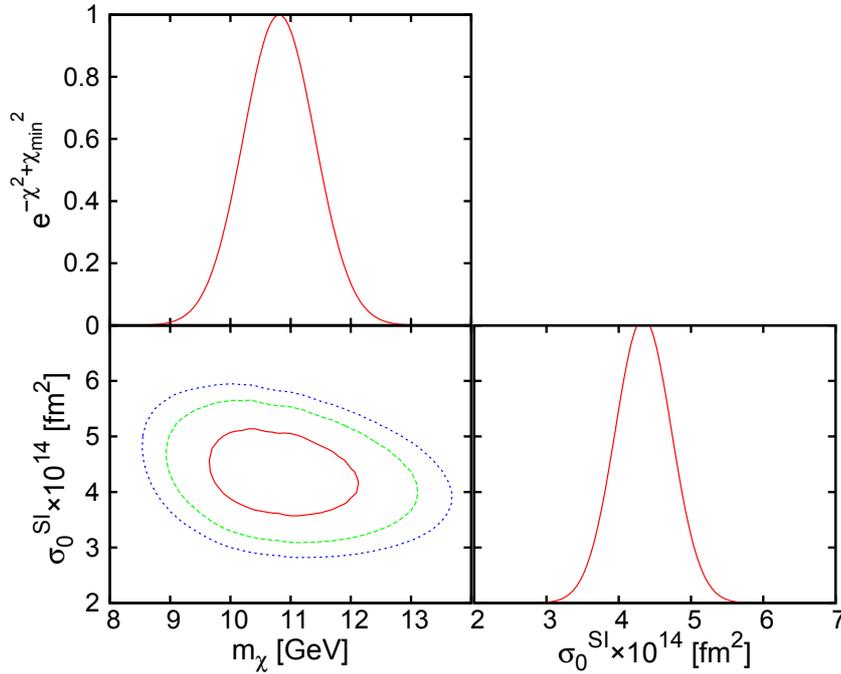


Figura 5.8: Contornos 1σ (rojo), 2σ (verde) y 3σ (azul) y likelihood para σ_0^{SI} y m_χ . Considerando que el retroceso sólo lo sufre el sodio y utilizando un factor de forma de tipo Woods-Saxon.

laboratorio, considerando un factor de forma Woods-Saxon y los datos experimentales del laboratorio LNGS. Se han utilizando los valores mas probables de m_χ y σ_0^{SI} para el caso del

5. Resultados

Energía [keVee]	Amplitud anual promedio [cpd/kg/keV]
2.0 – 2.5	0.0162 ± 0.0048
2.5 – 3.0	0.0287 ± 0.0054
3.0 – 3.5	0.0250 ± 0.0055
3.5 – 4.0	0.0140 ± 0.0050
4.0 – 4.5	0.0101 ± 0.0045
4.5 – 5.0	0.0118 ± 0.0041
5.0 – 5.5	0.0039 ± 0.0041
5.5 – 6.0	0.0030 ± 0.0039
6.0 – 6.5	0.0059 ± 0.0038
6.5 – 7.0	0.0011 ± 0.0036
7.0 – 7.5	-0.0001 ± 0.0036
7.5 – 8.0	0.0004 ± 0.0036
8.0 – 8.5	-0.0014 ± 0.0037
8.5 – 9.0	0.0039 ± 0.0037
9.0 – 9.5	-0.0034 ± 0.0037
9.5 – 10.0	-0.0071 ± 0.0038
10.0 – 10.5	0.0086 ± 0.0038
10.5 – 11.0	-0.0018 ± 0.0039
11.0 – 11.5	-0.0021 ± 0.0039
11.5 – 12.0	-0.0010 ± 0.0040
12.0 – 12.5	0.0015 ± 0.0040
12.5 – 13.0	0.0020 ± 0.0040
13.0 – 13.5	-0.0019 ± 0.0040
13.5 – 14.0	0.0015 ± 0.0040
14.0 – 14.5	-0.0022 ± 0.0040
14.5 – 15.0	-0.0008 ± 0.0040
15.0 – 15.5	-0.0021 ± 0.0039
15.5 – 16.0	-0.0022 ± 0.0038
16.0 – 16.5	0.0053 ± 0.0037
16.5 – 17.0	0.0060 ± 0.0037
17.0 – 17.5	0.0007 ± 0.0037
17.5 – 18.0	0.0041 ± 0.0035
18.0 – 18.5	0.0011 ± 0.0035
18.5 – 19.0	-0.0014 ± 0.0035
19.0 – 19.5	0.0006 ± 0.0034
19.5 – 20.0	0.0056 ± 0.0034

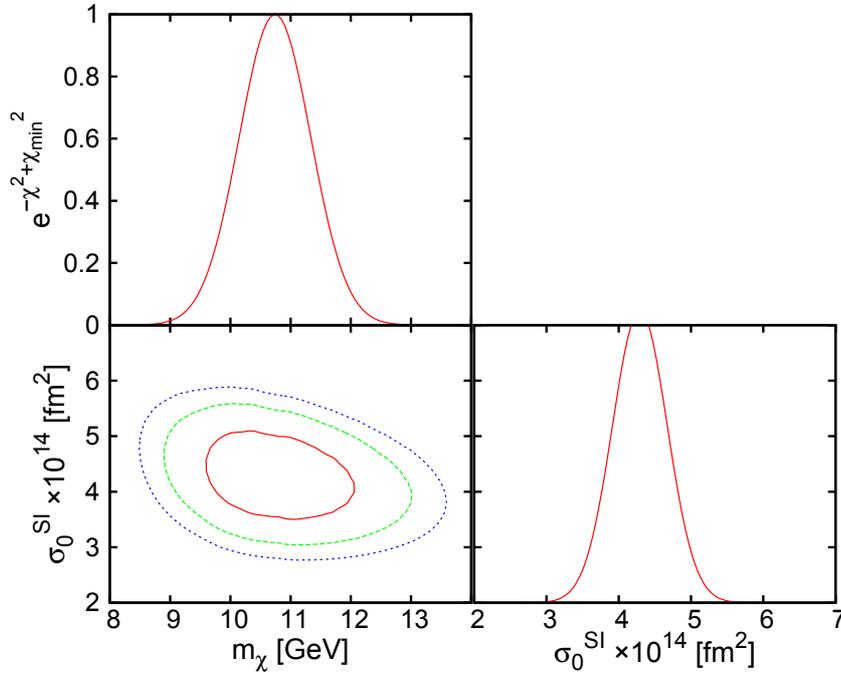
Tabla 5.1: Valores de la modulación anual para los valores de energía detectados por el laboratorio LNGS [40].

sodio y el yodo por separado.

Por un lado observamos que los datos experimentales para energías mayores a 6 keV son consistentes con una modulación nula.

A su vez notamos que los ajustes hechos con una masa del orden de 11 GeV (donde domina el sodio) y del orden de 80 GeV (donde domina el yodo) sobreestiman el valor para

Factor de forma	Núcleo	$(\sigma_0^{\text{SI}} \pm \sigma) [10^{-13} \text{fm}^2]$	$m_\chi \pm \sigma [\text{GeV}]$	$\frac{\chi^2}{n-2}$
Woods-Saxon	Na	0.43 ± 0.03	10.81 ± 1.18	0.89
	I	$2.87^{+0.69}_{-0.71}$	$79.60^{+7.15}_{-5.65}$	0.78
Escalón	Na	0.43 ± 0.03	10.74 ± 1.18	0.89
	I	$1.31^{+0.29}_{-0.35}$	$69.80^{+7.20}_{-6.90}$	0.81
Helm	Na	0.43 ± 0.03	10.78 ± 1.18	0.89
	I	$2.87^{+0.64}_{-0.77}$	$80.00^{+6.70}_{-5.95}$	0.77

 Tabla 5.2: Valores de m_χ y σ_0^{SI} más probables.

 Figura 5.9: Contornos 1σ (rojo), 2σ (verde) y 3σ (azul) y likelihood para σ_0^{SI} y m_χ . Considerando que el retroceso sólo lo sufre el sodio y utilizando un factor de forma de tipo escalón.

la modulación anual en el primer intervalo de energía y lo subestiman en los siguientes dos intervalos.

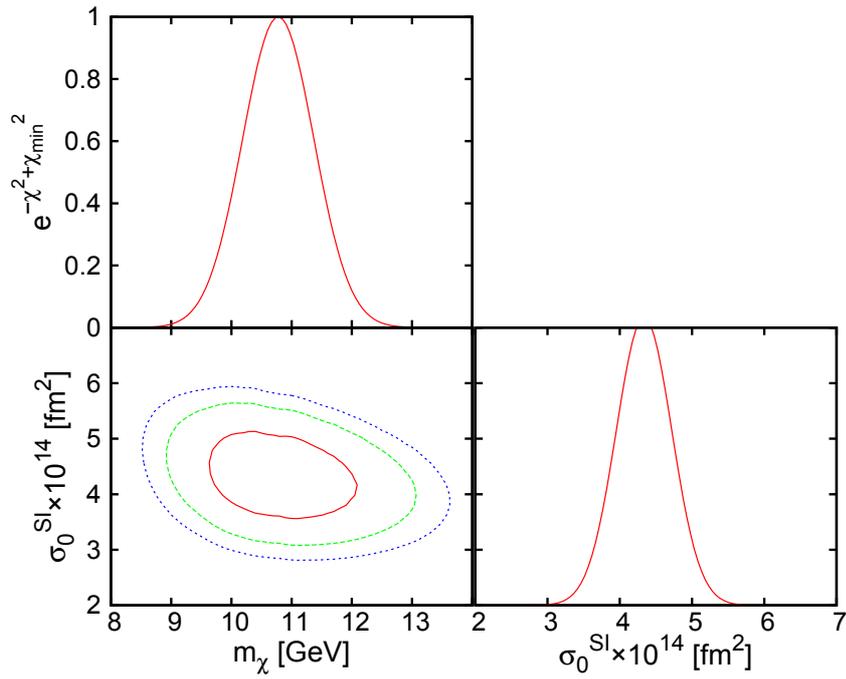


Figura 5.10: Contornos 1σ (rojo), 2σ (verde) y 3σ (azul) y likelihood para σ_0^{SI} y m_χ . Considerando que el retroceso sólo lo sufre el sodio y utilizando un factor de forma de Helm.

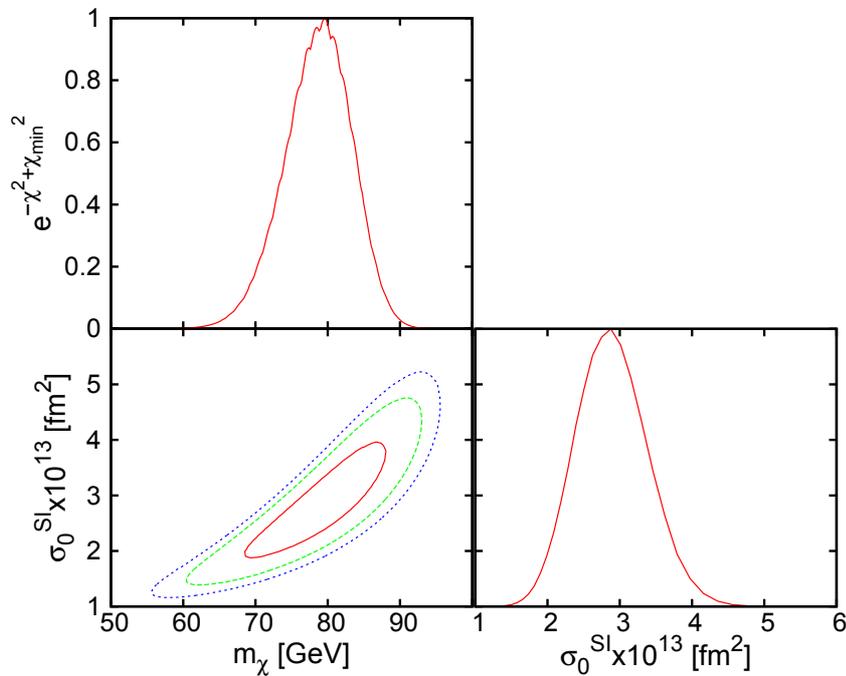


Figura 5.11: Contornos 1σ (rojo), 2σ (verde) y 3σ (azul) y likelihood para σ_0^{SI} y m_χ . Considerando que el retroceso sólo lo sufre el yodo y utilizando un factor de forma de tipo Woods-Saxon.

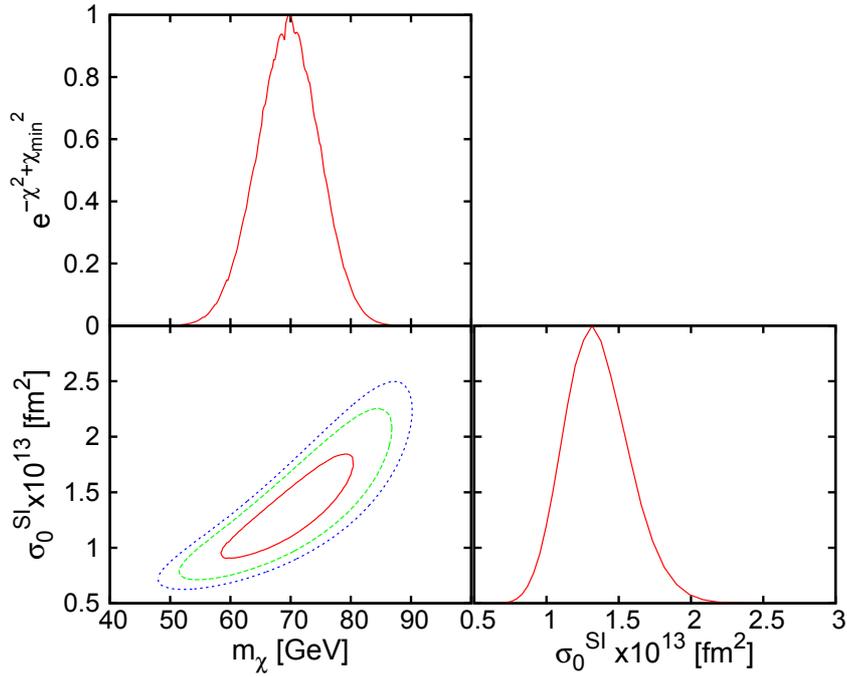


Figura 5.12: Contornos 1σ (rojo), 2σ (verde) y 3σ (azul) y likelihood para σ_0^{SI} y m_χ . Considerando que el retroceso sólo lo sufre el yodo y utilizando un factor de forma de tipo escalón.

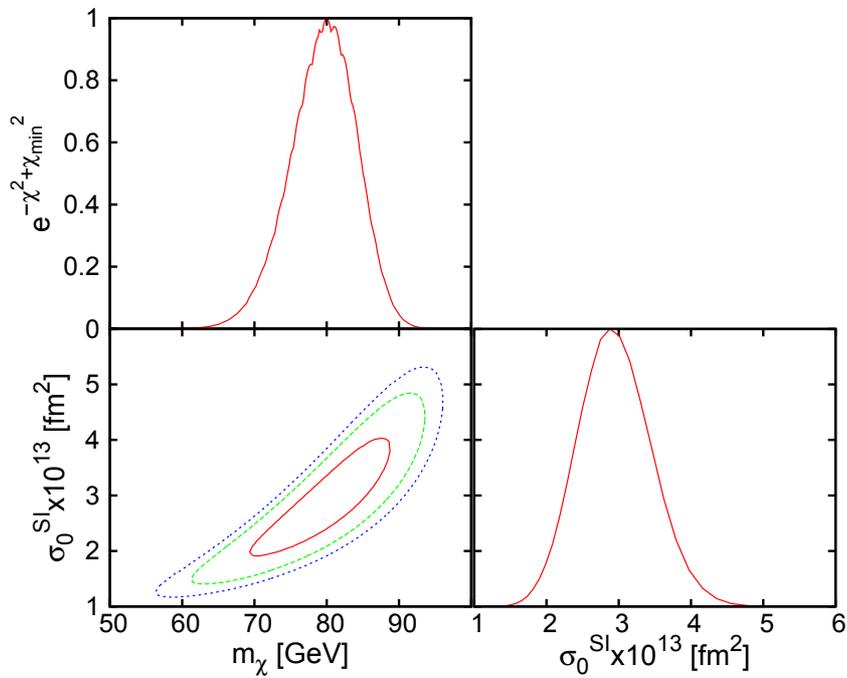


Figura 5.13: Contornos 1σ (rojo), 2σ (verde) y 3σ (azul) y likelihood para σ_0^{SI} y m_χ . Considerando que el retroceso sólo lo sufre el yodo y utilizando un factor de forma de Helm.

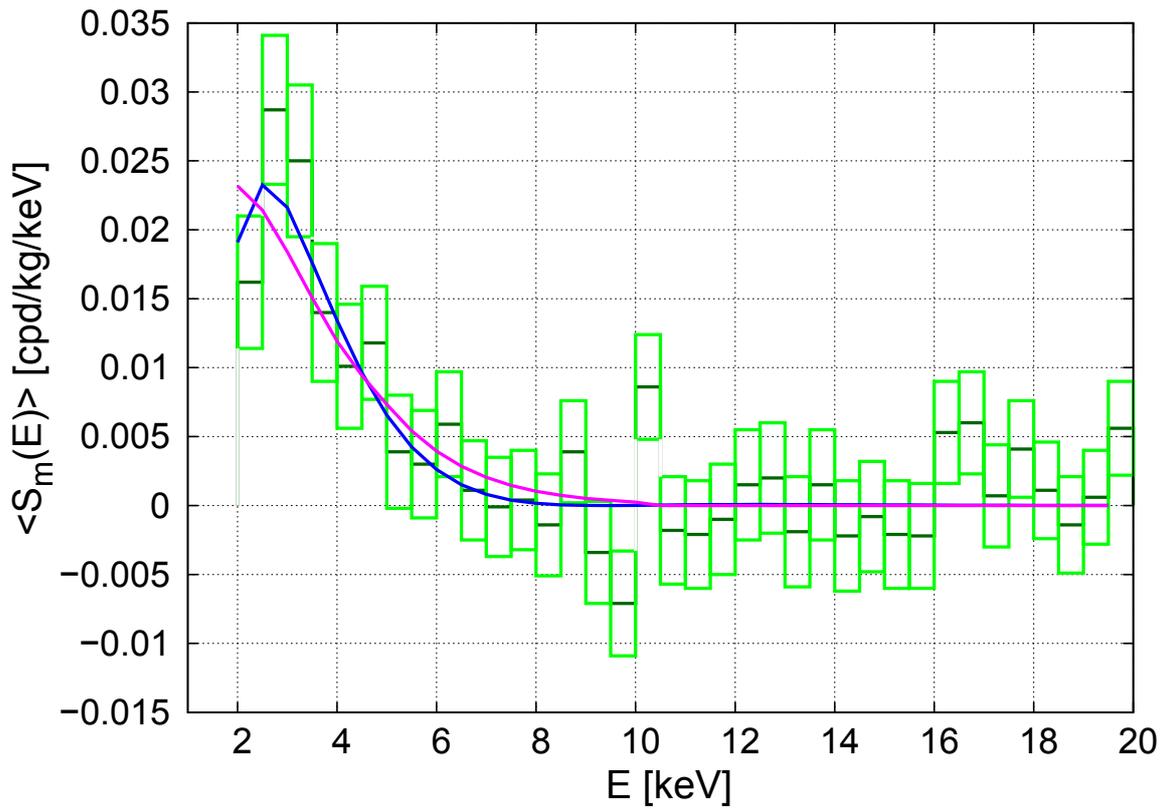


Figura 5.14: Comparación de los datos experimentales (tabla 5.1) con la modulación obtenida a partir de los valores más probables de m_χ y σ_0^{SI} considerando un factor de forma de tipo Woods-Saxon. Línea color azul corresponde al yodo, línea color violeta corresponde al sodio, los rectángulos verdes corresponden a los datos experimentales, cuyo valor medio está representado por la línea de color verde oscuro.

5.3. Predicción para ANDES

A lo largo de este trabajo hemos mostrado la dependencia de la tasa de reacciones, con la latitud y longitud del laboratorio donde se realiza el experimento. Al comparar dos laboratorios pudimos notar por un lado un corrimiento de fase en la modulación diurna, y por el otro una diferencia en la amplitud de la misma.

En esta sección haremos una predicción de la modulación diurna que debería ser observada por el laboratorio ANDES si se utilizase el mismo detector empleado en el experimento DAMA. Para realizar esta predicción tomaremos los valores de σ_0^{SI} y m_χ que encontramos más probables para el laboratorio LNGS (ver tabla 5.2 considerando nuevamente que el retroceso lo sufren o el sodio o el yodo por separado).

En la figura 5.15 mostramos como sería la modulación diurna que debería medir ANDES, considerando un factor de forma de tipo Woods-Saxon, comparando con la curva teórica para el laboratorio LNGS. Vemos que existe una fuerte dependencia con la latitud del laboratorio, debiendo ser observado por ANDES una amplitud mayor.

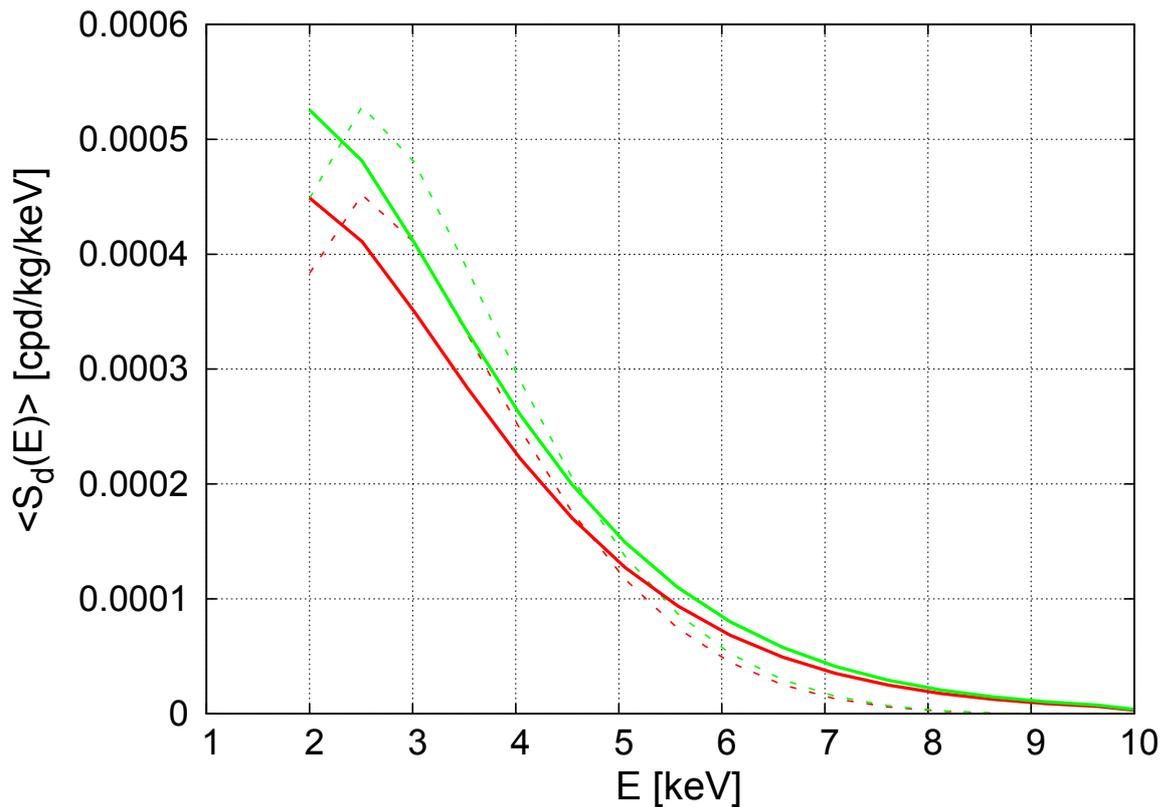


Figura 5.15: Modulación diurna predicha para el laboratorio ANDES, considerando una distribución de velocidades de Maxwell-Boltzman, factor de forma de Woods-Saxon. Línea de color rojo corresponde a LNGS, línea de color verde corresponde a ANDES . Línea sólida: sodio, línea punteada: yodo.

Actualmente se están realizando los estudios correspondientes para la construcción del

5. Resultados

laboratorio ANDES [51], en la Cordillera de los Andes. Se espera que en los próximos años se obtengan datos que puedan ser comparados con predicciones como las efectuadas en esta tesis.

Capítulo 6

Conclusiones

En este trabajo hemos estudiado la dependencia de la tasa diferencial de reacciones nucleares de los WIMPs, con la posición de los laboratorios donde se realizan los experimentos. Para este análisis hemos utilizado los datos experimentales del laboratorio LNGS ubicado en Gran Sasso, Italia y contrastado con los que deberían ser obtenidos por el laboratorio ANDES a ser ubicado en San Juan, Argentina.

Para ello debimos obtener primero la función η (inversa de la velocidad media), que depende de la distribución de velocidades de los WIMPs y de la velocidad del laboratorio medida desde un sistema de referencia galáctico. Hemos propuesto para ello una distribución de Maxwell-Boltzman truncada en la velocidad de escape de la galaxia.

A su vez calculamos la sección eficaz diferencial, considerando dispersión elástica e independiente del spin. Obtuvimos los factores de forma nuclear utilizando una densidad de tipo escalón, una de tipo Woods-Saxon y el factor de forma de Helm.

Como conclusión general podemos afirmar que existe una dependencia de la tasa de reacciones nucleares con la latitud y longitud del laboratorio. Este efecto se ve reflejado en una modulación diurna, cuya fase depende de la longitud y su amplitud de la latitud.

Luego realizamos un estudio estadístico con los datos experimentales del laboratorio LNGS para obtener valores más probables de masa y sección eficaz de los WIMPs. Hemos considerado que el retroceso de los núcleos del detector, producto de la interacción con los WIMPs, es sufrido por el sodio y el yodo por separado. Los resultados del análisis estadístico se muestran en la tabla 5.2 y están en concordancia con los resultados en la referencia [34].

Además con los valores obtenidos para m_χ y σ_0^{SI} , hemos hecho una predicción de la modulación diurna que debería observar el laboratorio ANDES si su detector fuese igual al del laboratorio LNGS (ver figura 5.15), concluyendo que la amplitud debe ser mayor (del orden del 15%).

6.1. Trabajo a futuro

Para ampliar el trabajo, en primera instancia se podrían considerar diversas funciones de distribución de velocidades como: Maxwell-Boltzman con un corte, Tsallis, Debris, distribuciones no isotrópicas, entre otras [56, 49, 57].

6. Conclusiones

Como paso siguiente calcularemos las tasas de reacción incluyendo otros canales de interacción, la dependencia explícita con el isospin nuclear, así como las funciones de onda para el estado fundamental y estados excitados en el NaI, mediante la aplicación de modelos nucleares microscópicos.

También tenemos previsto utilizar los resultados obtenidos por otros experimentos para realizar ajustes de masas y secciones eficaces.

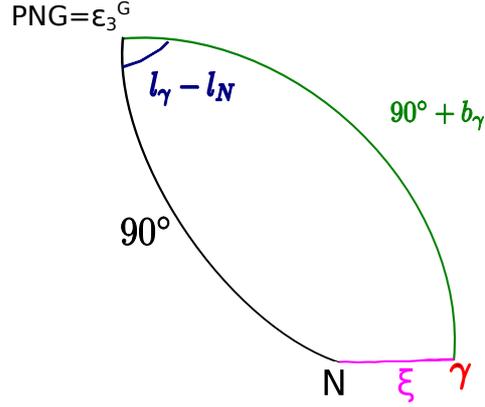


Figura A.2: Triángulo esférico que relaciona coordenadas galácticas y ecuatoriales.

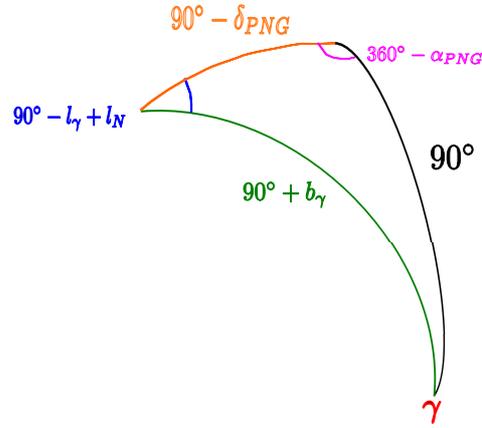


Figura A.3: Triángulo esférico que relaciona coordenadas galácticas y ecuatoriales.

Para obtener el ángulo ξ estudiamos el triángulo esférico cuyos vértices son el polo norte galáctico, el nodo y el equinoccio vernal (ver figura A.2) y utilizando el teorema del coseno

$$\begin{aligned} \cos(\xi) &= \cos(90^\circ + b_\gamma) \cos(90^\circ) + \sin(90^\circ) \sin(90^\circ + b_\gamma) \cos(l_\gamma - l_N) \\ \cos(\xi) &= \cos(b_\gamma) \cos(l_\gamma - l_N). \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Para determinar la longitud del equinoccio vernal (l_γ) planteamos el triángulo esférico mostrado en la figura A.3 y utilizando el teorema del seno obtenemos

$$\begin{aligned} \frac{\sin(360^\circ - \alpha_{PNG})}{\sin(90^\circ + b_\gamma)} &= \frac{\sin(90^\circ - l_\gamma + l_N)}{\sin(90^\circ)} \\ \frac{-\sin(\alpha_{PNG})}{\cos(b_\gamma)} &= \cos(l_N - l_\gamma). \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

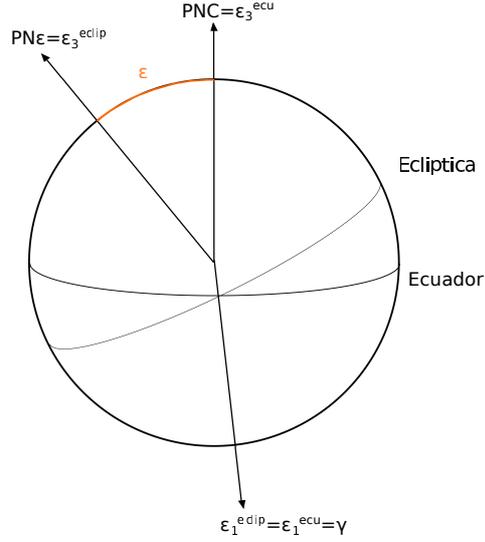


Figura A.4: Esfera celeste con coordenadas ecuatoriales y eclipticales.

Finalmente

$$\begin{aligned}
 \cos(\xi) &= \cos(b_\gamma) \left(\frac{-\sin(\alpha_{\text{PNG}})}{\cos(b_\gamma)} \right) \\
 \cos(\xi) &= -\sin(\alpha_{\text{PNG}}) \\
 \xi &= 77^\circ, 14.
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

La ecuación (A.1) puede ser escrita de forma matricial como

$$\begin{aligned}
 \vec{X}^{\text{ecu}} &= \begin{pmatrix} \cos(\xi) & \sin(\xi) & 0 \\ -\sin(\xi) & \cos(\xi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin(\delta_{\text{PNG}}) & -\cos(\delta_{\text{PNG}}) \\ 0 & \cos(\delta_{\text{PNG}}) & \sin(\delta_{\text{PNG}}) \end{pmatrix} \\
 &\times \begin{pmatrix} \cos(l_N) & \sin(l_N) & 0 \\ -\sin(l_N) & \cos(l_N) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{X}^{\text{G}} \\
 &= \begin{pmatrix} -0.055 & 0.494 & -0.867 \\ -0.873 & -0.446 & -0.198 \\ -0.484 & 0.746 & 0.456 \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{A.5}$$

Pasaje de coordenadas ecuatoriales a coordenadas eclipticales

Para pasar de coordenadas eclipticales a las galácticas utilizamos lo obtenido anteriormente. Como primer paso escribimos a las coordenadas eclipticales en función de las ecuatoriales (figura A.4).

Realizando una rotación en torno al eje $\varepsilon^{\text{eclip}} = \varepsilon^{\text{ecu}}$ con un ángulo igual a la inclinación del ecuador terrestre con respecto a la eclíptica¹ ($\varepsilon = 23^\circ 26' 21''$, 448 [58])

¹Se denomina eclíptica al círculo mayor producto de la intersección del plano de la órbita de la Tierra (plano ecliptical) con la esfera celeste [33].

obtenemos

$$\begin{aligned}
 \vec{X}^{\text{eclip}} &= R_{\text{N}}^{\text{ret}}(\varepsilon)\vec{X}^{\text{ecu}} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varepsilon) & \sin(\varepsilon) \\ 0 & -\sin(\varepsilon) & \cos(\varepsilon) \end{pmatrix} \vec{X}^{\text{ecu}} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.917 & 0.397 \\ 0 & -0.397 & 0.917 \end{pmatrix} \vec{X}^{\text{ecu}}.
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

Al reemplazar \vec{X}^{ecu} escrito en coordenadas galácticas obtenemos

$$\vec{X}^{\text{eclip}} = \begin{pmatrix} -0.055 & 0.494 & -0.867 \\ -0.993 & -0.112 & -2.58 \times 10^{-4} \\ -0.097 & 0.862 & 0.497 \end{pmatrix}. \tag{A.7}$$

Bibliografía

- [1] A. Einstein, “Die Feldgleichungen der Gravitation. (German) [The field equations of gravitation],” pp. 844–847, 1915.
- [2] E. Hubble, “A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae,” *Proceedings of the National Academy of Science*, vol. 15, pp. 168–173, 1929.
- [3] A. Friedmann, “Über die Krümmung des Raumes,” *Zeitschrift für Physik*, vol. 10, pp. 377–386, 1922.
- [4] G. Lemaître, “Expansion of the universe, The expanding universe,” *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, vol. 91, pp. 490–501, 1931.
- [5] F. Zwicky, “Die rotverschiebung von extragalaktischen nebeln,” *Helv. Phys. Acta*, vol. 6, pp. 110–127, 1933.
- [6] V. C. Rubin and W. K. Ford, Jr., “Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions,” *Astrophys. J.*, vol. 159, p. 379, 1970.
- [7] S. Perlmutter *et al.*, “Measurements of Omega and Lambda from 42 high redshift supernovae,” *Astrophys. J.*, vol. 517, pp. 565–586, 1999.
- [8] A. G. Riess *et al.*, “Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant,” *Astron. J.*, vol. 116, pp. 1009–1038, 1998.
- [9] S. Weinberg, *Cosmology*. Cosmology, OUP Oxford, 2008.
- [10] P. Peebles and B. Ratra, “The Cosmological constant and dark energy,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 75, pp. 559–606, 2003.
- [11] P. Ade *et al.*, “Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters,” *ArXiv e-prints 1502.01589*, 2015.
- [12] M. Fukugita, C. J. Hogan, and P. J. E. Peebles, “The Cosmic baryon budget,” *Astrophys. J.*, vol. 503, p. 518, 1998.
- [13] M. Rauch, “Small scale structure in the universe and the distribution of baryons at high redshift,” *astro-ph/9709129*, 1997.
- [14] C. L. Bennett *et al.*, “Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results,” *Astrophys. J. Suppl.*, vol. 208, p. 20, 2013.
- [15] G. Hinshaw *et al.*, “Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results,” *Astrophys. J. Suppl.*, vol. 208, p. 19, 2013.

- [16] J. M. O’Meara, D. Tytler, D. Kirkman, N. Suzuki, J. X. Prochaska, D. Lubin, and A. M. Wolfe, “The Deuterium to hydrogen abundance ratio towards a fourth QSO: HS 0105 + 1619,” *Astrophys. J.*, vol. 552, pp. 718–730, 2001.
- [17] M. Kamionkowski and D. N. Spergel, “Large angle cosmic microwave background anisotropies in an open universe,” *Astrophys. J.*, vol. 432, p. 7, 1994.
- [18] R. Bernabei *et al.*, “The DAMA/LIBRA apparatus,” *Nucl. Instrum. Meth.*, vol. A592, pp. 297–315, 2008.
- [19] R. Bernabei *et al.*, “New results from DAMA/LIBRA,” *European Physical Journal C*, vol. 67, pp. 39–49, 2010.
- [20] G. Angloher *et al.*, “Results from 730 kg days of the CRESST-II Dark Matter search,” *European Physical Journal C*, vol. 72, p. 1971, 2012.
- [21] C. E. Aalseth *et al.*, “CoGeNT: A search for low-mass dark matter using p-type point contact germanium detectors,” *Phys. Rev. D*, vol. 88, no. 1, p. 012002, 2013.
- [22] C. E. Aalseth and others., “Results from a Search for Light-Mass Dark Matter with a p-Type Point Contact Germanium Detector,” *Physical Review Letters*, vol. 106, no. 13, p. 131301, 2011.
- [23] D. S. Akerib *et al.*, “Exclusion limits on the WIMP-nucleon cross section from the first run of the Cryogenic Dark Matter Search in the Soudan Underground Laboratory,” *Phys. Rev. D*, vol. 72, p. 052009, 2005.
- [24] Z. Ahmed *et al.*, “Results from a Low-Energy Analysis of the CDMS II Germanium Data,” *Physical Review Letters*, vol. 106, no. 13, p. 131302, 2011.
- [25] E. Aprile *et al.*, “Design and performance of the XENON10 dark matter experiment,” *Astroparticle Physics*, vol. 34, pp. 679–698, 2011.
- [26] A. Achterberg *et al.*, “First Year Performance of The IceCube Neutrino Telescope,” *Astropart. Phys.*, vol. 26, pp. 155–173, 2006.
- [27] M. Ageron, J. A. Aguilar, I. Al Samarai, A. Albert, F. Ameli, M. André, M. Anghinolfi, G. Anton, S. Anvar, M. Ardid, and et al., “ANTARES: The first undersea neutrino telescope,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, vol. 656, pp. 11–38, 2011.
- [28] W. B. Atwood, A. A. Abdo, M. Ackermann, W. Althouse, B. Anderson, M. Axelsson, L. Baldini, J. Ballet, D. L. Band, G. Barbiellini, and et al., “The Large Area Telescope on the Fermi Gamma-Ray Space Telescope Mission,” *Astrophys. J.*, vol. 697, pp. 1071–1102, 2009.
- [29] F. Aharonian *et al.*, “Observations of the Crab Nebula with H.E.S.S.,” *Astron. Astrophys.*, vol. 457, pp. 899–915, 2006.
- [30] S. D. M. White, C. S. Frenk, and M. Davis, “Clustering in a Neutrino Dominated Universe,” *Astrophys. J.*, vol. 274, pp. L1–L5, 1983.
- [31] G. Jungman, M. Kamionkowski, and K. Griest, “Supersymmetric dark matter,” *Phys. Rept.*, vol. 267, pp. 195–373, 1996.

-
- [32] I. Aitchison, *Supersymmetry in particle physics: an elementary introduction*. Cambridge University Press, 1 ed., 2007.
- [33] R. Green, *Spherical Astronomy*. Cambridge University Press, 1985.
- [34] K. Freese, M. Lisanti, and C. Savage, “Annual Modulation of Dark Matter: A Review,” *ArXiv e-prints 1209.3339*, 2012.
- [35] M. W. Goodman and E. Witten, “Detectability of Certain Dark Matter Candidates,” *Phys. Rev. D*, vol. 31, p. 3059, 1985.
- [36] I. Wasserman, “Possibility of Detecting Heavy Neutral Fermions in the Galaxy,” *Phys. Rev. D*, vol. 33, pp. 2071–2078, 1986.
- [37] J. Silk, K. Olive, and M. Srednicki, “The photino, the sun, and high-energy neutrinos,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 55, pp. 257–259, 1985.
- [38] T. K. Gaisser, G. Steigman, and S. Tilav, “Limits on cold-dark-matter candidates from deep underground detectors,” *Phys. Rev. D*, vol. 34, pp. 2206–2222, 1986.
- [39] A. Soria and E. Martínez, *Física de partículas y de astropartículas*. Educació (Universitat de València).: Materials, Publicacions de la Universitat de València, 2005.
- [40] C. Savage, G. Gelmini, P. Gondolo, and K. Freese, “Compatibility of DAMA/LIBRA dark matter detection with other searches,” *JCAP*, vol. 0904, p. 010, 2009.
- [41] A. K. Drukier, K. Freese, and D. N. Spergel, “Detecting cold dark-matter candidates,” *Phys. Rev. D*, vol. 33, pp. 3495–3508, 1986.
- [42] K. Freese, J. Frieman, and A. Gould, “Signal modulation in cold-dark-matter detection,” *Phys. Rev. D*, vol. 37, pp. 3388–3405, 1988.
- [43] R. Bernabei, “Dark Matter Particles in the Galactic Halo,” in *Proceedings, 17th Workshop on What Comes Beyond the Standard Models?*, pp. 10–19, 2014.
- [44] C. E. Aalseth *et al.*, “Search for an Annual Modulation in a P-type Point Contact Germanium Dark Matter Detector,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 107, p. 141301, 2011.
- [45] P. Belli, R. Bernabei, A. Bottino, F. Cappella, R. Cerulli, *et al.*, “Observations of annual modulation in direct detection of relic particles and light neutralinos,” *Phys.Rev.D*, vol. 84, p. 055014, 2011.
- [46] CDMS Collaboration, Z. Ahmed, *et al.*, “Search for annual modulation in low-energy CDMS-II data,” *ArXiv e-prints 1203.1309*, 2012.
- [47] E. Aprile *et al.*, “Dark Matter Results from 225 Live Days of XENON100 Data,” *Physical Review Letters*, vol. 109, no. 18, p. 181301, 2012.
- [48] G. B. Gelmini, “TASI 2014 Lectures: The Hunt for Dark Matter,” in *Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics: Journeys Through the Precision Frontier: Amplitudes for Colliders (TASI 2014) Boulder, Colorado, June 2-27, 2014*, 2015.

- [49] A. M. Green, “Effect of realistic astrophysical inputs on the phase and shape of the WIMP annual modulation signal,” *Phys. Rev. D*, vol. 68, p. 023004, 2003. [Erratum: *Phys. Rev. D* 69, 109902 (2004)].
- [50] R. Bernabei *et al.*, “Model independent result on possible diurnal effect in DAMA/LIBRA-phase1,” *Eur. Phys. J. C*, vol. 74, no. 3, p. 2827, 2014.
- [51] O. Civitarese, “The andes underground laboratory project,” *Nuclear and Particle Physics Proceedings*, vol. 267 - 269, pp. 377 – 381, 2015. X Latin American Symposium of High Energy Physics.
- [52] R. H. Helm, “Inelastic and elastic scattering of 187-mev electrons from selected even-even nuclei,” *Phys. Rev.*, vol. 104, pp. 1466–1475, 1956.
- [53] J. D. Lewin and P. F. Smith, “Review of mathematics, numerical factors, and corrections for dark matter experiments based on elastic nuclear recoil,” *Astropart. Phys.*, vol. 6, pp. 87–112, 1996.
- [54] M. J. Lewis and K. Freese, “The Phase of the annual modulation: Constraining the WIMP mass,” *Phys. Rev. D*, vol. 70, p. 043501, 2004.
- [55] R. Bernabei, P. Belli, F. Montecchia, W. Di Nicolantonio, A. Incicchitti, *et al.*, “Searching for WIMPs by the annual modulation signature,” *Phys. Lett. B*, vol. 424, pp. 195–201, 1998.
- [56] M. T. Frandsen, F. Kahlhoefer, C. McCabe, S. Sarkar, and K. Schmidt-Hoberg, “Resolving astrophysical uncertainties in dark matter direct detection,” *JCAP*, vol. 1201, p. 024, 2012.
- [57] J. D. Vergados, S. H. Hansen, and O. Host, “The impact of going beyond the Maxwell distribution in direct dark matter detection rates,” *Phys. Rev. D*, vol. 77, p. 023509, 2008.
- [58] ESA, ed., *The HIPPARCOS and TYCHO catalogues. Astrometric and photometric star catalogues derived from the ESA HIPPARCOS Space Astrometry Mission*, vol. 1200 of *ESA Special Publication*, 1997.