

LA NOCIÓN DE FUNCIÓN: UNA INTRODUCCIÓN UTILIZANDO GEOGEBRA

Viviana Costa - Laura Del Río

vacosta@ing.unlp.edu.ar - laura.delrio@ing.unlp.edu.ar

UIDET IMAPEC – Departamento de Ciencias Básicas – Facultad de Ingeniería –
Universidad Nacional de La Plata – Argentina

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Modalidad: T

Nivel Educativo: Formación y actualización docente.

Palabras claves: GeoGebra, Funciones, Didáctica.

Resumen

En este trabajo, se presenta y fundamenta una propuesta de taller destinado a docentes de matemática de distintos niveles educativos, cuyo propósito es promover la reflexión acerca de la enseñanza de una noción tan importante, como es la de función. En una primera instancia, se propondrá a los participantes realizar una actividad que permite introducir la noción de función a partir de un problema planteado en el marco geométrico. En la misma, se aprovechan las características distintivas del programa GeoGebra para resolver en forma dinámica las cuestiones planteadas y comenzar a introducir en el aula el lenguaje propio del marco funcional: la noción de dependencia, de dominio, de variabilidad. Luego, se propondrá un análisis didáctico del problema abordado en la sesión anterior, teniendo en cuenta aportes teóricos de la Didáctica Específica de la Matemática. Se observará en qué medida un problema como el presentado puede utilizarse para introducir el tema en el aula, aportando a la construcción con sentido de la noción de función, así como también las posibilidades que brinda el software GeoGebra, la necesidad de mediación del docente en la relación alumno-computador y los posibles obstáculos y dificultades de su puesta en práctica.

Introducción

El concepto de *función* es considerado de suma importancia en la enseñanza de la matemática en los niveles medio y superior. En el caso de Argentina, esto se refleja en la aparición del mismo en los diseños curriculares de todos los años de la escuela secundaria, retomándose y profundizándose a lo largo de todo el trayecto escolar.

La potencia de este concepto radica en la infinidad de problemas que pueden ser modelizados a través suyo, tanto en el interior de la matemática como en muchísimas otras disciplinas.

En este taller se propone realizar el análisis didáctico de un problema que puede utilizarse para introducir la noción de función en la escuela media, aprovechando las posibilidades que

brinda un entorno de geometría dinámica, como es GeoGebra. La actividad propuesta ha sido implementada por las autoras del presente trabajo en varios talleres de formación docente y como parte de un curso de formación en línea sobre aspectos didácticos del uso de GeoGebra para la enseñanza de la Matemática (Del Río, Costa 2016) y se ha encontrado en estas distintas ocasiones que permite disparar diversas reflexiones acerca de la construcción con sentido de la noción de función en el aula y cómo las herramientas tecnológicas contribuyen a este fin.

El resto del trabajo se organiza de la siguiente manera: en la próxima sección, se analizan diversas críticas expresadas por autores reconocidos en relación a la enseñanza tradicional del concepto de función; luego, se esbozan los lineamientos generales de la propuesta de la Escuela Francesa como enfoque superador de dichas críticas; a continuación de esto, se explicita de qué manera se pueden integrar las TIC en pos de este enfoque; y por último, se plantean los objetivos del taller y la actividad que se propone realizar para lograrlos.

La enseñanza tradicional de la noción de función

La enseñanza tradicional de la matemática, se caracteriza por realizar una presentación axiomática del conocimiento matemático. De acuerdo con Brousseau (1986) esta metodología facilita el proceso de instrucción, en tanto permite introducir los conceptos paulatina y ordenadamente, aislando las nociones para presentarlas una por una, y permite así optimizar la cantidad de conocimientos acumulados en un mínimo de tiempo. Pero esta presentación, “elimina completamente la historia de esos conocimientos, es decir la sucesión de dificultades y problemas que han provocado la aparición de los conceptos fundamentales” (Brousseau, 1986, p. 36). Una aproximación a los objetos matemáticos que tenga en cuenta esta génesis histórica de los mismos, es necesaria para que estos objetos cobren sentido para los estudiantes.

En esta misma línea, Rodríguez Fernández, Godino y Ruiz Higuera (1995) critican algunos aspectos de la enseñanza tradicional de la noción de función:

- El trabajo algorítmico de cálculo que “contribuye al desvanecimiento del problema como motor de generación de conocimientos en los alumnos y, en consecuencia, a una pérdida del sentido epistemológico de estas nociones” (p. 111).

- El trabajo acerca de las gráficas de funciones como punto de llegada: “la gráfica se concibe como un fin en sí mismo y no como una herramienta del trabajo matemático del alumno” (p. 107).
- El uso de las gráficas de funciones únicamente como apoyo intuitivo del discurso del profesor: “No se pone en juego el valor instrumental de las representaciones gráficas. La gráfica se constituye así en la enseñanza como una herramienta ostensiva que, controlada por el profesor, sirve para salvar la distancia entre el rigor y la intuición, ya que los saberes que se manejan están fuertemente descontextualizados y no adquieren ningún tipo de significación” (p. 109). Muchas veces encontramos que las funciones a trozos son presentadas a los alumnos con el único fin de ser un soporte gráfico para introducir las definiciones de límite, continuidad, etc.

La propuesta de enseñanza del concepto de función desde el enfoque de la Escuela Francesa

La Escuela Francesa de Enseñanza de la Matemática, le otorga un papel central a la actividad de modelización matemática. Chevallard, Bosch y Gascón (1997), mencionan:

“Un aspecto esencial de la actividad matemática consiste en construir un modelo (matemático) de la realidad que queremos estudiar, trabajar con dicho modelo e interpretar los resultados obtenidos en este trabajo para contestar a las cuestiones planteadas inicialmente. Gran parte de la actividad matemática puede identificarse, por lo tanto, con una actividad de modelización matemática” (p. 51).

En este sentido, se promueve una forma de trabajo diferente a la tradicional (que aún tiene vigencia en algunas aulas en las escuelas secundarias, por lo menos en Argentina), en la que los objetos matemáticos se construyan a partir de la resolución de problemas, como soluciones óptimas para los mismos.

“Presentar las nociones matemáticas como herramientas para resolver problemas ayuda a los alumnos/as a encontrar sentido a esas nociones. Luego de encontrar este sentido, los conceptos podrán ser estudiados fuera del contexto en el que se los presentó, lo que aportará nuevos significados y la posibilidad de realizar transferencias” (DGCyE, 2007, p. 295).

Para esto, se requiere que la situación planteada sea tal que el conocimiento que se pretende que el alumno re-construya aparezca como necesario para llegar a su resolución. No es suficiente con que sea posible utilizarlo, sino que este conocimiento debe ser el único medio eficaz para controlar dicha situación.

Se requiere también que el problema ofrezca al alumno una cierta resistencia, que él no cuente de entrada con todos los conocimientos necesarios para resolverlo (de lo contrario se trataría de un mero ejercicio de aplicación), pero a la vez debe resultarle suficientemente familiar, para que no le resulte inaccesible. El alumno debe poder, en virtud de sus conocimientos previos, anticipar cuál sería una solución razonable para el mismo. “Es indispensable que, en el momento de plantear el problema, los alumnos dispongan al menos de una estrategia (estrategia de base) para que puedan comprender la consigna y comenzar su actividad de búsqueda de la solución” (Gálvez, 1994, p. 45).

En el caso de la enseñanza de la noción de función, entendida como herramienta apta para modelizar fenómenos de cambio, se propone partir de sus nociones constitutivas: “la variación, la dependencia, la correspondencia, la simbolización y expresión de la dependencia y las distintas formas de representación, sea ella algebraica, gráfica y otra” (Hanfling, 2000, p. 11).

¿Cómo se pueden integrar las TIC a este enfoque de enseñanza?

La integración de las denominadas Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) puede resultar enriquecedora del enfoque de enseñanza mencionado:

“En la medida de lo posible, se utilizarán programas graficadores que agilizan el dibujo de las gráficas y permiten analizar detalles de las mismas. La tecnología brinda formas dinámicas de representación, que en comparación con las habituales, permiten ahorrar tiempo y centrar la atención en la resolución de los problemas y no en el trabajo mecánico, lo que enriquece la comprensión” (DGCyE, 2007, p. 329).

Hay que tener en cuenta que incorporar estos recursos al aula, supone una tarea que va más allá de la realización de las mismas actividades que se hacen en el entorno “lápiz y papel”. Aparece la necesidad de pensar situaciones nuevas para aprovechar realmente su potencial educativo: “se incorporan actividades que no serían factibles para la enseñanza sin computadora. En líneas generales, este tipo de propuestas promueve un ambiente

experimental en la clase de Matemática que probablemente cambie la naturaleza de su aprendizaje” (Borsani et al., 2013, p. 6902).

Los entornos de geometría dinámica permiten entonces ampliar el abanico de situaciones que es posible llevar al aula, y propiciar un trabajo matemático que suponga la indagación, la experimentación y la elaboración de conjeturas, tal como lo propone Brousseau (1986).

Objetivos del taller

- Proponer a los profesores una actividad para la cual el uso del software GeoGebra constituya una herramienta de modelización.
- Discutir sobre las potencialidades que ofrecen las computadoras para la enseñanza de la Matemática.
- Analizar las posibilidades de un entorno para la exploración y la experimentación, para favorecer la comprensión y la apropiación de conceptos a partir de la visualización gráfica, que los docentes puedan luego compartir con sus alumnos.
- Discutir durante la realización del taller, nuevas formas de enseñar y aprender, que impliquen hacer matemática.

Actividad a desarrollar

Se propone discutir en el marco del taller, un problema que se ha seleccionado y adaptado del Diseño Curricular de 2º año de Secundaria de la Provincia de Buenos Aires (Argentina) que corresponde a alumnos de entre 12 y 13 años de edad:

Dado un triángulo isósceles cuyos lados congruentes miden 5 cm ¿Cómo se comporta su área al modificarse la longitud del lado?

Construya el triángulo en GeoGebra y luego responda a las siguientes preguntas:

1. ¿Varía el área del triángulo si se modifica la base?
2. ¿Cuál es el área si la base mide 5 cm? ¿y si mide 6 cm o 15 cm?
3. ¿Qué valores puede tomar la base?
4. ¿Para qué medida de la base el área mide 4 cm^2 ?
5. ¿A medida que el lado aumenta, el área aumenta o disminuye?
6. ¿Existe algún valor de la medida de la base que haga que el área sea máxima?

En oportunidades previas en las que se ha trabajado con esta actividad, se pudo observar que permite analizar con los docentes participantes en qué sentido la incorporación de las TIC en el aula, en particular el programa GeoGebra, amplía el abanico de problemas que es posible abordar en las clases, ya que sin utilizar estos recursos, sería impensable proponer la situación dada en la actividad a alumnos de 2º año de secundaria.

Por otro lado, esta actividad posibilita realizar un análisis en relación a cómo puede variar su abordaje en función de las herramientas que se tengan disponibles para ello:

- el problema puede resolverse utilizando lápiz y papel poniendo en juego conocimientos básicos de Cálculo, pero este procedimiento no sería adecuado para alumnos del nivel al que va dirigido;
- también es posible su resolución utilizando calculadora, realizando tablas de valores y un gráfico, tal como es propuesto en el Diseño Curricular de 2do. año de Secundaria, pero de este modo resulta trabajoso; y
- su realización utilizando el entorno GeoGebra, permite desplegar múltiples formas de resolución que favorecen la exploración, el debate de las diversas estrategias y la visualización de la variación del área en función del lado desigual, en tiempo real.

Según Carrillo,

“Con GeoGebra se pueden realizar construcciones de muy diversa variedad y sobre todo complejidad, aunque lo ideal o recomendable es comenzar con propuestas sencillas, sobre todo cuando se trata de incorporarlo al aula, dejando para más adelante las propuestas que requieran un mayor esfuerzo en la construcción” (2012, p. 10).

Además se propondrá en el taller discutir las nociones didácticas desarrolladas en el marco teórico descrito anteriormente a partir de las consignas que se proponen a continuación, con el objetivo de observar en buena medida el potencial didáctico del software GeoGebra:

1. ¿Cómo realizaría la situación anterior utilizando lápiz y papel?
2. Comparar la tarea realizada utilizando GeoGebra.
3. Analizar los conocimientos previos que requerirían uno y otro modo de resolver la situación.
4. Analizar ventajas y desventajas de una y otra forma de afrontar el problema.

Reflexión final

Con la realización de este taller, se espera promover la reflexión acerca de la enseñanza de una noción tan importante, como es la de función, desde la perspectiva de la Escuela Francesa de Enseñanza de la Matemática, intentando superar algunas de las limitaciones que presenta el enfoque tradicional. Se espera también analizar las posibilidades que brinda la incorporación de GeoGebra cuando se explota su potencial como instrumento de modelización y sin que esto implique el uso de construcciones complejas que requieran un elevado nivel de experticia en el uso técnico del programa.

Referencias

- Borsani, V., Cedrón, M., Cicala, R., Di Rico, E., Duarte, B., & Sessa, C. (2013). La integración de programas de geometría dinámica para el estudio de la variación de magnitudes geométricas: nuevos asuntos para la didáctica. *Actas del VII CIBEM*, 6901-6908.
- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática. *Recherches en didactique de mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Carrillo, A. (2012). El dinamismo de GeoGebra. *Unión - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (29), 9-22.
- Chevallard, Y., Bosch, M., & Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas: el eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Barcelona: I.C.E., Universitat de Barcelona.
- Del Río, L., Costa, V. (2016) Análisis del diseño de un curso a distancia sobre aspectos didácticos del uso de GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 5(1), 23-38.
- Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires. Diseño Curricular de 2° año de la Educación Secundaria, Resolución 2495/07 C.F.R. (2007). <http://servicios.abc.gov.ar/lainstitucion/organismos/consejogeneral/disenioscurriculares/documentosdescarga/escuelasecundaria.pdf> Consultado el 13/12/16.
- Gálvez, G. (1994). La didáctica de las matemáticas. En C. Parra & I. Saiz (Eds.), *Didáctica de la matemática. Aportes y reflexiones* (1° ed.). Capítulo 2, pp.21-31. Buenos Aires: Paidós.
- Hanfling, M. (2000). Estudio didáctico de la noción de función. En G. Chemello (Ed.), *Estrategias de enseñanza de la matemática*. Quilmes: Universidad Virtual de Quilmes.
- Rodríguez Fernández, J. L., Godino, J., & Ruiz Higuera, L. (1995). La noción de función como objeto a enseñar y como objeto enseñado: Análisis de un proceso de transposición didáctica. *Quadrante, Revista de investigacao em educacao matematica*, 2(4), 91-116.