

¿Es importante, en los tiempos actuales, tener la habilidad de graficar sin utilizar un software? Una herramienta en GeoGebra

Cornejo Endara, Rafael Adrián; Cocilova, Ana Inés; Paolini, Graciela Beatriz

Universidad Nacional del Sur
Avda Alem 1253 – (8000) Bahía Blanca – Pcia. Bs. As.
(0291) 4595101

rcornejo@uns.edu.ar; cocilova@uns.edu.ar; gpaolini@uns.edu.ar

Enseñanza, educación y conocimiento.

Ponencia

Resumen

Una de las competencias tecnológicas que debe lograr un estudiante de ingeniería es la *Competencia para identificar, formular y resolver problemas de ingeniería* (CONFEDI, VALPARAÍSO, 2014). Consideramos que las asignaturas de matemática aportan a desarrollar esta habilidad. Siguiendo la idea de Duval de que “*el procesamiento matemático siempre implica alguna transformación de representaciones semióticas*” (2006, p.145) y considerando las debilidades puestas de manifiesto en el trabajo de los estudiantes nos preguntamos ¿Qué tan importante es para un alumno de ingeniería tener en los tiempos que corren la habilidad de realizar gráficos sin utilizar algún software? La herramienta que presentamos está desarrollada con el software GeoGebra y permite graficar regiones en el espacio, a partir de descripciones analíticas indispensables para plantear integrales triples o dobles en coordenadas cartesianas.

Palabras Clave: Cálculo diferencial e integral en dos variables. Regiones en el espacio. GeoGebra.

1. Introducción

Como docentes se nos hace cada vez más evidente la dificultad que presentan los alumnos de ingeniería en el manejo de regiones en el espacio. Principalmente observamos que se les hace muy complejo el representar gráficamente algunas de ellas. Hemos observado que en los últimos años, las herramientas tradicionales como el trazado de curvas de nivel, trazas, proyecciones se volvieron obsoletas para que los alumnos actuales puedan visualizar las regiones en cuestión.

Consideramos que dichas dificultades tienen sus orígenes, en parte, en la escasa habilidad para traducir las regiones en R^3 expresadas algebraicamente a su correspondiente representación gráfica.

Así mismo observamos que, a pesar de contar en muchos casos con soportes tecnológicos adecuados, no los utilizan para salvar esta falta de habilidad.

La herramienta que presentamos está desarrollada con el software GeoGebra; en el foro de GeoGebra <http://tube.geogebra.org/material/show/id/610043> hay disponible una, para algunas regiones de tipo I.

Esta propuesta tiene como propósito mediar entre el registro algebraico y el gráfico en el caso de regiones en el espacio, para así permitir que los alumnos de ingeniería puedan avanzar en el estudio de aplicaciones del cálculo diferencial e integral. Facilita, por ejemplo el planteo de integrales dobles y triples, el cálculo de flujos (permite visualizar la orientación de la superficie), el cálculo de áreas de regiones en el espacio.

Además, les permite verificar en forma intuitiva los resultados. Si bien es fácil de utilizar, como se verá más adelante, previamente los alumnos tienen que haber descripto analíticamente las regiones en el espacio, mostrando así la relación directa entre los dos registros, como se pretende lograr.

2. Marco teórico

Sustentamos la creación y utilización de esta herramienta esencialmente en la teoría de representaciones semióticas expuestas por Duval y Rojas entre otros.

Dicha teoría expone que el carácter no ostensible de los objetos matemáticos hace indispensable que el estudio de los mismos sea mediado por representaciones semióticas. Es decir por la utilización de signos, símbolos y gráficos que remiten a dichos objetos.

Pero como toda representación de un objeto no es el objeto, estas son imperfectas en el sentido que muestran o evidencian ciertas características mientras opacan o dificultan la observación de otras.

En el caso particular de las regiones en \mathbb{R}^3 , generalmente para su representación se utilizan los registros algebraico y gráfico.

Así, siguiendo la idea de Duval de que *“el procesamiento matemático siempre implica alguna transformación de representaciones semióticas”* (2006, p.145) y considerando las debilidades puestas de manifiesto en el trabajo de los estudiantes, es que hemos generado la herramienta que presentaremos, que permite, de manera precisa pero *amigable*, el pasaje del registro algebraico al gráfico de regiones en \mathbb{R}^3 .

3. Sobre la Herramienta

Presentamos una herramienta desarrollada con Geogebra, que permite graficar regiones en el espacio, a partir de descripciones analíticas indispensables para

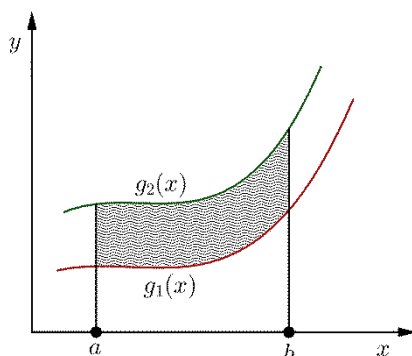
plantear integrales triples o dobles en coordenadas cartesianas.

Utilizando una clasificación habitual en la bibliografía (Marsden, Tromba,1991), una región D en el plano es:

Tipo I si puede describirse así:

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : a \leq x \leq b, g_1(x) \leq y \leq g_2(x)\} \quad (1)$$

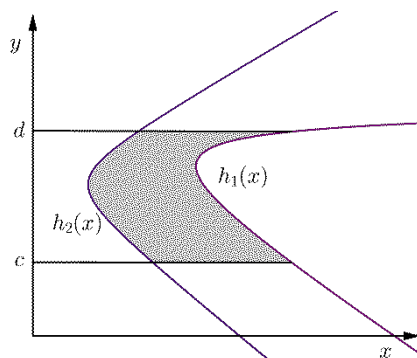
Donde las funciones $g_1(x)$, $g_2(x)$ son continuas en el intervalo $[a,b]$.



Tipo II si puede describirse así:

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : c \leq y \leq d, h_1(y) \leq x \leq h_2(y)\} \quad (2)$$

Siendo las funciones: $h_1(y)$, $h_2(y)$ continuas en el intervalo $[c,d]$.

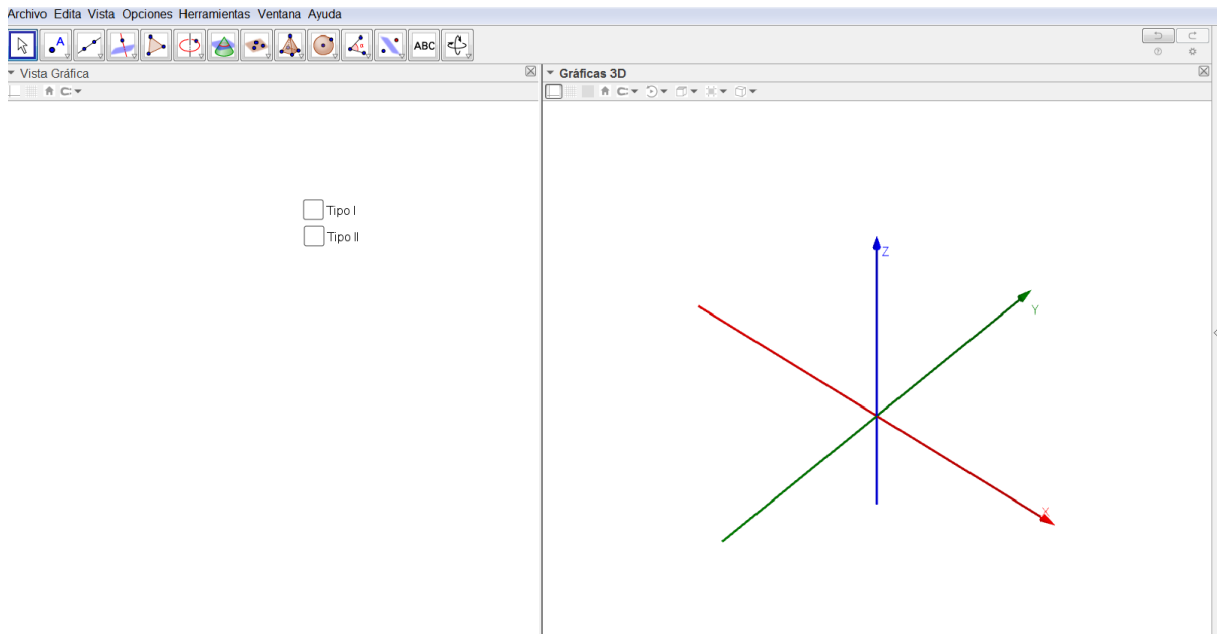


Para aplicar esta herramienta gráfica, consideramos regiones en \mathbb{R}^3 de hasta seis caras tales que pueden describirse como:

$$W = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : (x,y) \in D, h_1(x,y) \leq z \leq h_2(x,y)\} \quad (3)$$

siendo D una región de tipo I o II (antes mencionadas).

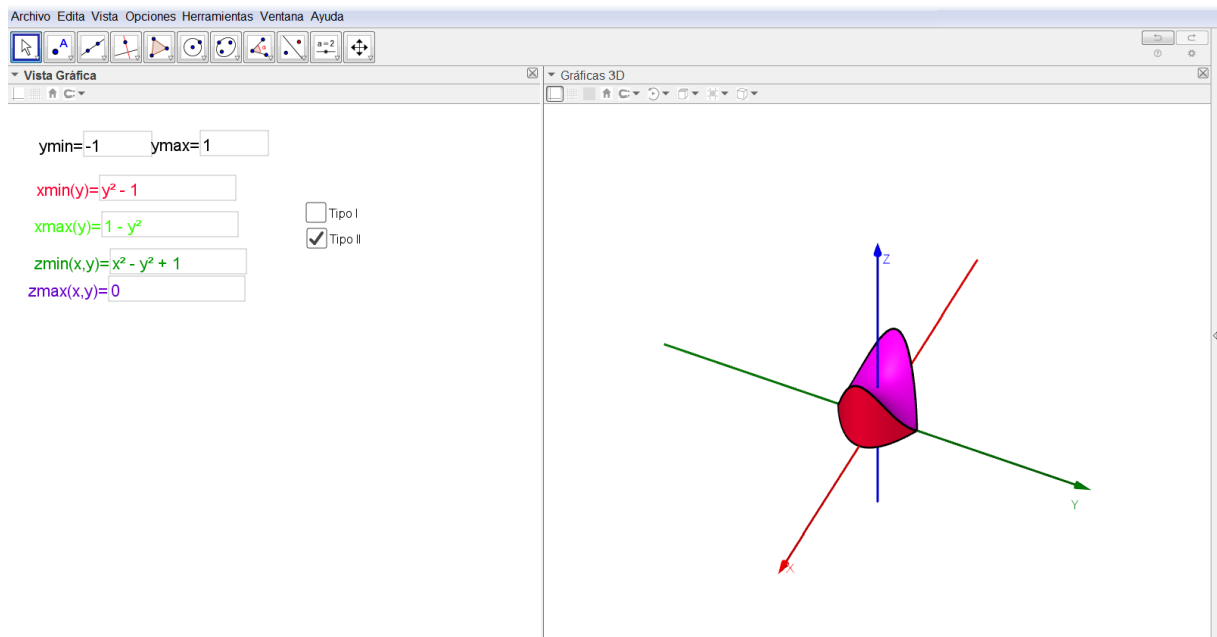
En la siguiente captura de pantalla se puede observar con que se encuentran los alumnos al ingresar a la herramienta:



En la vista grafica en dos dimensiones se observan dos casillas de control que permiten seleccionar sobre qué tipo de región queremos graficar.

Para decidir que casilla seleccionar, los alumnos previamente deben saber elegir una descripción adecuada para la región D . Ésto requiere que ellos hayan realizado tratamientos dentro del registro algebraico hasta poder clasificar a D en alguno de estos tipos.

Como se puede observar en la siguiente imagen, una vez seleccionado el tipo (en este caso tipo II) y completado los datos requeridos en cada casilla de entrada (todo esto en la ventana grafica 2D), en la ventana 3D encuentran el gráfico de la región W descrita. Los distintos colores en la superficie de W tiene como objetivo identificar la relación con cada uno de los datos ingresados. También se resaltan las curvas intersección de esas superficies, para futuras aplicaciones.



4. Consideraciones sobre el uso de la herramienta.

- Si un alumno no logró describir analíticamente en forma precisa la región D , no puede usar la herramienta (ni resolver el problema analíticamente).
- Los alumnos pueden autoevaluarse, al verificar si las descripciones realizadas se corresponden con la región esperada.
- Les permite verificar si dos descripciones distintas representan la misma región W .
- Si describieron la región D de las dos formas, pueden verificar las hipótesis del teorema de Fubini, que permite cambiar el orden de integración obteniendo los mismos resultados.

5. Conclusiones

Consideramos que esta herramienta les facilitará a los alumnos de ingeniería la resolución de integrales dobles y triples así como el cálculo de flujos.

Consideramos también que es una herramienta interesante de ser aplicada ya que en la gran mayoría de los softwares matemáticos actuales sólo se pueden representar superficies en el espacio teniendo que generar diferentes y en ocasiones engorrosos algoritmos para poder graficar regiones.

Somos conscientes que esta herramienta no soluciona las deficiencias que nuestros alumnos presentan a la hora de representar superficies y regiones en el espacio pero frente a esto nos preguntamos ¿Qué tan importante es para un alumno de ingeniería tener en los tiempos que corren la habilidad de realizar gráficos sin utilizar algún software?

6. Trabajo Futuro

Se va a modificar la herramienta con vistas de extender su aplicación a la visualización de curvas en R^3 definidas como intersección de superficies y orientación de las mismas, cálculo de flujo de campos vectoriales sobre superficies, de áreas de superficies y para los teoremas de la divergencia y Stokes. Esféricas y cilíndricas.

Referencias

- Documentos de Confedi, Competencias en Ingeniería “Declaración de Valparaíso” sobre Competencias Genéricas de Egreso del Ingeniero Iberoamericano. Universidad Fasta Ediciones (2014)
- Marsden, J., Tromba, A. (1991) *Cálculo Vectorial*. Editorial Addison-Wesley Iberoamericana
- Rey Pastor, Pi Calleja, Trejo (1968), Análisis Matemático, vol.2, *Cálculo infinitesimal de varias variables. Aplicaciones*. Editorial Kapeluz, Buenos Aires
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar de registros de representación. *La gaceta de la RSME*, 9(1), 143-168.
- P. Rojas (2012). Sistemas de representación y aprendizaje de las matemáticas. *Revista digital Matemática, Educación e Internet* (2012).