



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE LA PLATA

Complejidad, emergencia y cambio teórico

Doctorando: Miguel Ángel Fuentes

Directores: Dr. Hernán Miguel y Dra. Cristina Di Gregori

| | |
|--|-----|
| Agradecimientos | 4 |
| Introducción | 5 |
| 1. El concepto de emergencia | 7 |
| 1.1 Antecedentes históricos | 7 |
| 1.1.1 Otras ideas | 22 |
| 1.2 Tipos de emergencia | 25 |
| 1.2.1 Emergentismo ontológico | 26 |
| 1.2.2 Emergentismo epistemológico | 27 |
| 1.2.3 Emergencia fuerte | 28 |
| 1.2.4 Emergencia débil | 31 |
| 1.2.5 Emergencia sincrónica | 36 |
| 1.2.6 Emergencia diacrónica | 36 |
| 2. Medidas de complejidad | 38 |
| 2.1 Elección de teorías | 38 |
| 2.2 Sistemas complejos | 41 |
| 2.2.1 Sobre los sistemas complejos | 42 |
| 2.3 Sistemas complejos: metodologías utilizadas | 42 |
| 2.3.1. Ciencias no lineales | 47 |
| 2.3.2 Teoría de bifurcaciones | 49 |
| 2.3.3 Teoría de redes | 58 |
| 2.3.4 Teoría de juegos | 59 |
| 2.3.5 Teoría de la información | 62 |
| 2.3.6 Super-estadística | 62 |
| 2.3.7 Autómatas celulares | 64 |
| 2.3.8 Modelado de agentes | 66 |
| 2.3.9 Minería de datos | 68 |
| 2.4 Medidas de complejidad | 69 |
| 2.4.1 Complejidad computacional | 70 |
| 2.4.2 Complejidad algorítmica | 73 |
| 2.4.3 Complejidad efectiva | 74 |
| 2.5 Modelos y teorías | 75 |
| 3. Complejidad y emergencia | 78 |
| 3.1 Sobre los posibles estados de un sistema | 78 |
| 3.2 Transiciones entre diferentes estados | 81 |
| 3.3 Comienzo y evolución hacia el aumento de complejidad | 82 |
| 3.4 Parámetros de control | 89 |
| 3.5 Universalidad | 93 |
| 3.6 Cuencas de atracción | 96 |
| 3.7 Tipos de atractores | 100 |
| 3.7.1 Puntos fijos | 100 |
| 3.7.2 Atractor de número finito e infinito de puntos | 101 |
| 3.8 Variación del parámetro de control y medida de complejidad | 102 |
| 3.9 Cambio en la complejidad y propiedades emergentes | 105 |
| 4. Complejidad modélico paramétrica en la práctica científica | 109 |
| 4.1 Introducción | 109 |

| | |
|--|-----|
| 4.2 En torno a Copérnico | 109 |
| 4.3 Cambios revolucionarios: esquemas, conceptos y procesos | 110 |
| 4.4 El entorno del modelo geocéntrico | 112 |
| 4.5 El ajuste de los esquemas con los datos | 116 |
| 4.6 Movimientos Retrógrados | 117 |
| 4.7 Epiciclos y deferentes | 118 |
| 4.8 Cambio y simplicidad | 121 |
| 4.9 El paroxismo de la complejidad geocéntrica: el modelo de Tycho Brahe | 123 |
| 4.10 Kepler y la búsqueda de la armonía | 124 |
| 4.11 Galileo y los nuevos mundos | 128 |
| 4.12 La síntesis de Newton | 130 |
| 4.13 Perihelio de Mercurio | 131 |
| 4.14 Los discretos encantos de la complejidad modélico paramétrica | 135 |
| 4.14.1 Complejidad efectiva versus complejidad modélico paramétrica | 135 |
| 4.14.2 Complejidad modélico paramétrica y cambio teórico | 140 |
| 4.14.3 Complejidad modélico paramétrica y desarrollo tecnológico | 141 |
| 5. Conclusiones | 143 |
| Bibliografía | 147 |

Agradecimientos

Quiero en estas pocas líneas reducir el enorme agradecimiento a mis directores Hernán Miguel y Cristina Di Gregori.

He recibido siempre el apoyo, confianza y el consejo certero de parte de Cristina, lo cual me ha hecho sentir profundamente agradecido.

Durante este período he encontrado en Hernán un apoyo extraordinario, no solo en temas que se refieren específicamente a este trabajo, sino que además en trabajos que han surgido gracias a esta interacción. Su incansable curiosidad y respaldo en todos estos años me han guiado hacia nuevos desafíos y aprendizajes que estarán conmigo en el futuro porvenir.

Quiero agradecer también la retroalimentación que he recibido de parte de colegas que gentilmente han mostrado interés por estos temas, la lista es realmente extensa, pero quiero mencionar aquí, en orden alfabético, a: Oscar Esquisabel, Murray Gell-Mann, Paul Humphreys, Stuart Kauffman, Diego Maltrana, Alberto Moretti, Olimpia Lombardi, Rafael Núñez, Diana Pérez, Eric Smith, colegas de Santa Fe Institute y, finalmente, colegas del Grupo de Filosofía de la Ciencia en Sistemas Complejos de SADAFA: Lucía Federico, Leandro Giri, Griselda Ríos, Vanesa Viña.

Finalmente, mis cariñosos agradecimientos a Beatriz Balmaceda quien, utilizando una expresión del nuevo arrabal, me hizo el aguante durante el tiempo de escritura.

Dedico este trabajo a mis padres, sin ellos nada de esto hubiera salido a la luz, y a mis abuelo, todos ellos me acompañan siempre.

Introducción

La noción de proceso emergente relaciona fenómenos que poseen características novedosas, las cuales surgen y dependen de fenómenos más básicos y a su vez, de alguna manera, son independientemente de estas interacciones que en principio las generan. Es utilizado extensivamente en áreas muy diversas. Por ejemplo en física: transiciones de fase [Bedau y Humphrey, 2008; Landau y Lifshitz, 1994] o el fenómeno conocido como symmetry-breaking [Nicolis, 1995]; en biología, la vida misma constituye un ejemplo que pudiera catalogarse de fenómeno emergente [Schrödinger, 1944]; la conciencia es otro ejemplo [Paster, 2006]; procesos sociales: como las propiedades que se manifiestan al agruparse individuos y la aparición de fenómenos colectivos [Helbing, 2010; Sayer, 2010]; etcétera. A todas estas discusiones debemos enmarcarlas en el problema que la filosofía identifica como el problema de las propiedades emergentes y que, a pesar de ser ya una temática tradicional, ha cobrado mucho interés en las últimas décadas [Bedau y Humphrey, 2008; Humphreys, 2009] al nutrirse de los avances en cada una de las disciplinas científicas involucradas.

A continuación comentaremos cómo está estructurado el siguiente trabajo.

La exposición está dividida en cuatro capítulos. El primero aborda los antecedentes históricos, discutiéndose además diversos trabajos contemporáneos sobre el tema, sus diferentes puntos de vista y sus aportes a la presente investigación. Además, en este capítulo, se reseñan tipos de emergencia estudiados actualmente: ontológica, epistemológica, débil, fuerte, sincrónica y diacrónica.

En el segundo capítulo discutiremos aspectos importantes que nos permitirán ir construyendo las bases fundacionales del presente trabajo. Discutiremos con cierto

detalle lo que actualmente se conoce como ciencia de la complejidad, dado que nos interesa de particular manera la forma en la cual los fenómenos naturales son entendidos desde el punto de vista de ésta. Recorreremos algunas metodologías que utiliza esta rama del saber, tomando en cuenta especialmente la cantidad de información que se utiliza para describir el sistema en estudio. Este punto será de especial importancia a la hora de avanzar en el desarrollo de este manuscrito.

En el capítulo 3 realizamos una novedosa definición cuantitativa de propiedad emergente, la cual se basa en otra noción introducida en este trabajo: la *complejidad modélico paramétrica*. Para ello en este capítulo necesitamos discutir varios conceptos que involucran la importancia que tienen pequeñas variaciones de parámetros que regulan al sistema, y las características universales que estas pequeñas variaciones generan. Así mismo en este capítulo se discuten diferentes formas de describir los estados finales del sistema, esto es de suma utilidad para que tenga sentido la definición mencionada.

El capítulo 4 lo dedicaremos al estudio de cómo esta nueva noción puede echar luz sobre algunos aspectos de la práctica científica como los criterios para la elección entre teorías rivales y la relación entre la irrupción de nuevas tecnologías y el riesgo en la aparición de anomalías. Para ello hacemos uso de casos históricos concretos suficientemente analizados en la tradición en la filosofía de la ciencia de modo que no hará falta concentrarse en su estudio histórico sino que servirán de casos conocidos para poner a prueba algunas de las tesis de este trabajo.

El capítulo 5 reúne las conclusiones que se desprenden de esta investigación.

1. El concepto de emergencia

1.1 Antecedentes históricos

Como es sabido el término "emergencia" se usó por primera vez, asociado a un concepto filosófico, en "*Problems of Life and Mind*" de George Henry Lewes (1875). Allí se reconoce principalmente que el todo es a menudo más que la suma de sus partes y que en cada nivel de complejidad emergen cualidades nuevas y frecuentemente sorprendentes que no pueden atribuirse, al menos de manera directa, a las propiedades conocidas de los constituyentes.

Podemos representar esta visión sobre las propiedades emergentes y los niveles de organización mediante el diagrama de la figura 1.1. Este diagrama, además, será de utilidad para distinguir diferentes modos en que los autores se refieren a la emergencia (de propiedades, entidades, procesos, patrones, etcétera).

En la figura 1.1 se representa el paso de un sistema del estado 1 (a la izquierda) al estado 2 (a la derecha) y que puede ser estudiado en dos niveles. Inicialmente, el sistema se encuentra en el estado m_1 en términos del nivel inferior, mientras que para la descripción en el nivel superior se le asigna el estado M_1 .

En una aproximación tosca y provisoria, diremos que: si M_1 no puede ser predicho a partir de m_1 o bien es necesario agregar información adicional a la teoría que describe el sistema en el nivel inferior para poder dar cuenta de M_1 , entonces entendemos que M_1 es una propiedad o estado emergente. En este sentido las flechas verticales representan emergencia.

Si por otra parte al variar las condiciones en las que se encuentra el sistema registramos que su estado (o características) en el nivel superior pasan de M_1 a M_2 ,

pero la teoría con la que contamos para el nivel superior no permite explicar este paso y es necesario agregar información adicional para poder dar cuenta de M_2 , también identificamos ese paso como una emergencia. Este paso está representado en el diagrama con la flecha horizontal en el nivel superior.

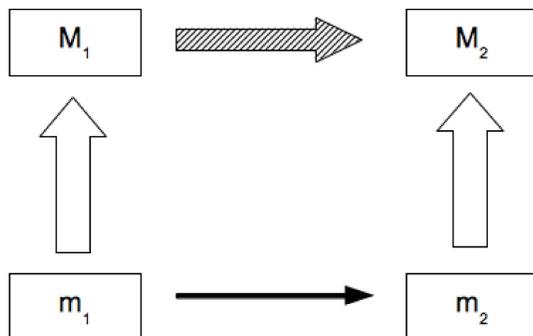


Figura 1.1. *Propiedades emergentes y niveles de descripción del sistema.*

La emergencia fue bien recibida y adoptada por la escuela británica de filosofía a finales del siglo XIX y principios del XX, particularmente en el campo de la química y la biología [Mill, 1843; Alexander 1920; Morgan 1923; Broad 1923, 1925]. En ese momento, el vitalismo estaba muy presente en biología, adhiriéndose a la noción de que los organismos vivos poseían alguna forma de esencia adicional que los animaba. El vitalismo entró en conflicto con la física ortodoxa, lo que sugirió que los organismos eran meramente máquinas sumamente complejas, su comportamiento se explica en última instancia en términos de leyes físicas básicas que operan a nivel molecular. Los emergentistas buscaban una posición intermedia, descartando las esencias vitales, pero negando que todas las propiedades de los organismos vivos pudieran ser completamente reducidas a, o "explicadas" en términos de la (exitosa teoría) mecánica.

Esto correspondería a lo esquematizado por la flechas verticales de la figura 1.1.

A medianos del siglo XX avances en áreas como la física y la biología, especialmente en la elucidación de la estructura fundamental de la materia, teorías como la física cuántica y las bases moleculares de la biología, sumaron al enfoque reduccionista, explicando muchas propiedades de la materia en términos de la física atómica, y muchas propiedades de la vida en términos de mecanismos moleculares. De esto es que, para muchos, la emergencia pasó a segundo plano, convirtiéndose en un anacronismo irrelevante, o quizás aún peor, un vestigio del vitalismo [Bedau y Humphrey, 2008].

Como ha sido reconocido [Bedau, 1997; Bedau y Humphrey, 2008] los avances en las ciencias de la complejidad y capacidad de cálculo computacional han llevado a la comunidad filosófica a replantear el tema. En "*A modified concept of consciousness*" de Roger Sperry (1969) prepara el camino para nuevas corrientes del emergentismo; de hecho, Corning establece que Sperry habría sido el primero en describir el rol de la "causalidad descendente" en sistemas complejos tales como el cerebro humano [Corning, 2002], recalcando la necesidad de nuevos métodos de causalidad cognitiva y emergente, y determinismo de arriba hacia abajo. Sperry describe esta causalidad descendente tal que se dilucida que las propiedades subjetivas conscientes en nuestro panorama actual poseen potencia causal en la regulación del curso de los eventos del cerebro; es decir, las fuerzas o propiedades mentales ejercen en la fisiología del cerebro una influencia de control reguladora [Sperry, 1976].

Este nuevo ímpetu en el emergentismo es semejante a, o se correlaciona con, lo mencionado, un incremento en las publicaciones que surgen de la llamada ciencia de la

complejidad, que a la vez se estimuló por el desarrollo de herramientas matemáticas no lineales –particularmente la teoría del caos y la teoría de los sistemas dinámicos– que permitieron a los científicos modelar interacciones en el ámbito de sistemas con dinámicas extremadamente complejas con métodos novedosos que involucran, entre otros, cómputos numéricos de alta precisión y velocidad, y conllevan profundos cambios en la metodología asociada al estudio de tales sistemas dinámicos, trabajando actualmente en los llamados experimentos *in silico*, expresión que significa “hecho por computadora” o vía “simulación computacional”. De esta forma, las discusiones sobre propiedades emergentes han estado presentes y ha jugado un papel relevante en la literatura contemporánea, especialmente en la filosofía de la mente, la ciencia de la complejidad, los modelos informáticos de sistemas altamente inestables y en la vida artificial.

El físico y filósofo de la ciencia Mario Bunge ha propuesto que la emergencia es un constructo viable resumiendo una ontología pluralista basada en fundamentos científicos de niveles. Por ejemplo, Bunge aborda la emergencia en su artículo “*Emergence of the mind*” [Bunge,1977], en donde utiliza la teoría general de sistemas para hablar de la emergencia como conciencia o “mente” percibida. Su progresión lógica parte por las definiciones básicas de terminología, por ejemplo, propiedad, estado, emergencia y niveles, proponiendo que el sistema nervioso central puede ser descrito como algo concreto, por lo tanto sus estados y cambios de estos se pueden considerar dentro del concepto “espacio de estados”, concepto utilizado en física. Luego, Bunge justifica el concepto de una propiedad emergente, la cual, según este académico, es aquella parte de un sistema pero no de sus componentes, y por eso, en

este contexto, la discusión acerca de la naturaleza de conciencia se puede considerar además como un fenómeno emergente y sincrónico (este último concepto temporal será analizado más adelante). De igual forma, aclara que no se puede comparar el cerebro con fenómenos físicos o sociales, ya que un sistema tan complejo como el cerebro no se considera constituido de “niveles”, recordando a Descartes quien advierte sobre la incapacidad de imaginar nada más factible que el hecho de que está compuesto de muchas fibras pequeñas entrelazadas de diferentes formas. Entonces, para varios autores, sobre la base de que la mente está asociada al cerebro, parece bastante lógico considerar la mente desde la perspectiva de la teoría de sistemas complejos [Bar-Yam, 1997; Albus y Meystel, 2001].

Vale la pena mencionar, y de hecho el mismo Bunge reconoció estas limitaciones, que esta teoría de la mente se generó en una etapa muy temprana en la teoría de sistemas complejos. Especialmente, la conciencia emergente era aún un concepto nuevo y permanece con poco desarrollo hasta la fecha. Dicho eso, la conciencia y las funciones del sistema nervioso central (SNC) se siguen considerando emergentes, ya que hasta hoy parecen ser irreducibles. Adicionalmente, gran parte del funcionamiento interno del cerebro y el SNC aún permanecen sin ser totalmente comprendidas.

Otra interesante discusión sobre emergencia es la propuesta en “*Is anything ever new?*” del físico teórico James Crutchfield (1994), en donde desarrolla un punto de vista sobre la forma en que percibimos el conocimiento. Crutchfield se pregunta cómo es que los científicos, o, en el sentido discutido por el autor, los agentes adaptativos que evolucionan en una determinada población, descubren constantemente algo nuevo

[Crutchfield, 1994]. La emergencia de Crutchfield se basa en considerar cierta medida de “complejidad estadística”, con el fin de medir una estructura de un sistema complejo. El modelo propuesto proporciona una aproximación a una forma posible de medición de complejidad “emergente”, formando parte de lo que describe como una “trinidad de herramientas conceptuales requeridas para el estudio de la emergencia de la complejidad” [Crutchfield, 1994, p. 9]. También aborda las dinámicas de innovación y cómo estas se ven afectadas por los modelos de sistemas. Su lectura es de gran valor cuando se consideran las propuestas emergentistas actuales.

En la filosofía de la ciencia, es interesante abordar tanto la complejidad como la emergencia relacionando estos fenómenos con la teoría de niveles, para la cual es un aporte considerar la tesis de Emmeche *et al.* (1997) “*Explaining emergence towards an ontology of levels*”, otro artículo influyente del emergentismo relativamente actual. Su propuesta comienza con la premisa de que el evolucionismo científico excluye el concepto de inexplicabilidad, el cual tradicionalmente se considera como una característica de la emergencia. Sin embargo, como indica Emmeche *et al.* el desarrollo científico no excluye la emergencia. Por lo tanto, proponen una teoría ontológica no reduccionista de niveles de realidad que incluya un concepto de emergencia, al menos cuando se hable de los fenómenos emergentes en los sistemas a los cuales la teoría de niveles sea aplicable. Con este fin, Emmeche *et al.* describen una ontología homónima de niveles como resultado de su análisis y discusión crítica de los diferentes tipos de emergencia, principalmente fundadas desde el punto de vista conceptual de lo que representan el evolucionismo y el materialismo de modo similar a como lo lleva adelante Bunge. De esta forma, se plantea la existencia de cuatro niveles primarios:

físico-químico, biológico, psicológico y sociológico; estos niveles poseen relaciones de inter-nivel no homomórficas (por ejemplo, la emergencia del nivel biológico a partir del físico no contiene el mismo complejo de relaciones de dependencia que, pongamos, del nivel psíquico al social). El aporte de Emmeche *et al.* al conocimiento científico existente sobre emergencia es su propuesta de una desvitalización de la emergencia. Otras conclusiones incluyen, pero no se limitan a, la idea de que la emergencia como un proceso individual no constituye niveles, sino solo entidades; la emergencia de niveles primarios es una combinación de constitución de entidad y posterior constitución de nivel, mediante la generación de relaciones entre las entidades, que estos niveles siempre dependen de la perspectiva, global o local.

Luego de estos aportes, encontramos la tesis de Goldstein sobre la emergencia como un constructo, que es otra pieza base en la literatura que atañe a la ciencia de la complejidad. Se define emergencia como un concepto resultante de la auto-organización y representado como estructuras, patrones o propiedades que son tanto coherentes como novedosas [Goldstein, 1999]. El caso de la emergencia de patrones puede asimilarse a la flecha horizontal de nivel superior de la figura 1.1. En su estudio, reconoce que la emergencia es un fenómeno existente en diferentes campos de estudio, de los cuales hablaremos con mayor detalle un poco más adelante en este capítulo. También señala que existen algunas características que estos fenómenos tienen en común, a pesar de las diferencias en campo de estudio y tipo de sistema, por ejemplo, novedad, coherencia, macro nivel y dinamismo. Menciona ejemplos de emergencia, tales como las redes complejas en la sociedad, las que presentan dinámicas de inter-grupo e intra-grupo. Goldstein da un ejemplo de estas redes, las

estructuras y prácticas organizacionales generadas espontáneamente que acompañan fusiones, adquisiciones, alianzas estratégicas, etc. Creemos que esta perspectiva se suma a la gran cantidad de evidencia en la literatura de que el proceso de emergencia no es tan solo emerger conceptualmente, sino también posee un uso claro y tangible, es decir un poder causal. Esto ha sido desarrollado mayormente en base a teorías provenientes de la complejidad, en donde el estudio de la emergencia de propiedades ha buscado establecer un marco teórico y una metodología que sea aceptable.

Además, Goldstein también evalúa el problema de impredecibilidad que a menudo se considera un criterio para la emergencia. Explica que la no linealidad de los sistemas complejos, la cual es usualmente soluble de manera no analítica, alude a que los fenómenos emergentes nunca serán completamente predecibles, y además, estos fenómenos (emergentes) estarán evolucionando constantemente, nunca replicando idénticamente sus representaciones anteriores.

El investigador señala que la teoría de la complejidad ha comenzado un camino hacia la comprensión de fenómenos emergentes, ya que desde allí se ha reconstruido y reexaminado el concepto general de predictibilidad, concepto omnipresente en la literatura científica que aborda estos temas. De este modo, el hecho de que la teoría de la complejidad cree espacio y explique sistemas no lineales complejos como un concepto clave, proporciona una base para la impredecibilidad. De acuerdo con Goldstein, esta impredecibilidad asegura la validación de la emergencia, ya que incluso una cantidad infinita de pruebas y procesos no pueden predecir los fenómenos emergentes de manera satisfactoria; así como la mecánica cuántica depende del principio de incertidumbre, la emergencia depende de la irreducibilidad y la

impredecibilidad. Por ejemplo, Newman (2010) propone un interesante argumento para la consideración de atractores extraños (concepto que discutiremos mas adelante, baste decir por el momento que un atractor extraño es donde converge el sistema el cual posee características particulares en su dinámica, las cuales lo hacen ser un lugar donde se produce una dinámica errática, poco predecible) como ejemplos de fenómenos emergentes. Sugiere que para un sistema dinámico el estar en la cuenca de atracción de un atractor extraño es una propiedad emergente de cualquier sistema dinámico no lineal caótico y, bajo su punto de vista, muestra que las relaciones no-reductivistas de las relaciones inter-teóricas son necesarias.

Goldstein también se refiere a la definición tradicional de emergentismo complejo, refiriéndose a fenómenos que ocurren de forma independiente a los que -supuestamente- lo generan, se entiende que estos ocurren en niveles micro y macro. Así como señala Goldstein, agregar una característica de causalidad al concepto de niveles en la teoría de la emergencia es una estrategia tomada por algunos autores que argumentan que el nivel emergente es de hecho real. Roger Sperry, en su debate "*Macro versus micro determinism*" (1986), propone la lógica para esta causalidad irreductible al señalar que la conciencia o la "mente" emergen de las interacciones normales de los conectores y componentes del cerebro, ya que el cerebro puede resultar afectado por la misma conciencia lo que significa que la conciencia posee poder causal sobre los sistemas de menor nivel de los cuales superviene¹. De hecho, Schröder (1998) expone el porqué los fenómenos emergentes se tendrían que

¹ Notemos aquí que la superveniencia es una relación de dependencia entre propiedades de alto nivel y de bajo nivel. Un grupo de propiedades X superviene de un grupo de propiedades Y cuando las propiedades del grupo X están determinadas por las del grupo Y.

considerar provisionales, si estos poseen poder causal. Sin embargo, el tipo específico de causalidad descendente de Sperry no está exento de problemas. El dilema se presenta cuando consideramos con cuánta exactitud (recordar por ejemplo lo dicho respecto a atractores extraños) los componentes de menor nivel pueden generar un fenómeno emergente de mayor nivel, pero al mismo tiempo este fenómeno posee poder causal por sobre los mismos componentes en los que superviene. De cualquier forma, claramente existen muchas perspectivas dentro del emergentismo, como la de Sperry, que proporciona bases para los conceptos de un macro nivel emergente en sí mismo.

Sin embargo, como es conocido, el reduccionismo ha desafiado la validez del emergentismo; Henle predijo que el concepto de emergencia sería irrelevante cuando se produjera un constructo teórico más completo, ya que éste sería capaz de predecir, deducir y reducir los fenómenos emergentes a procesos de micro-nivel [Henle, 1942]. Por lo tanto, según esta visión, el concepto de emergencia puede considerarse como un objetivo provisional con el cual podamos entender lo que calificamos actualmente como fenómenos, características, propiedades o estructuras emergentes, mientras –y solo mientras– nuestra comprensión sobre estos emergentes esté incompleta; cosa que podría cambiar si en algún momento fuéramos capaces de entender completamente todas las características a nivel micro. Puede que esto sea correcto en cierto sentido; sin embargo, en nuestra opinión, la naturaleza misma de la ciencia busca completar, dando pasos en el conocimiento. Como científicos buscadores y constructores de conocimiento, creamos herramientas y teorías conceptuales con este propósito. De este modo, Goldstein opina que el emergentismo ha re-emergido en

paralelo conforme la tecnología avanzada (véase [Langton, 1986] para más información sobre inteligencia artificial), impulsado más a fondo por nuevos constructos matemáticos y métodos de investigación. Argumenta que la actual teoría de la complejidad ha demostrado ser capaz de forzar la caja negra de la emergencia. Temporal o no según el caso, la emergencia ha recuperado pertinencia y aplicabilidad como una herramienta, especialmente en la teoría de la complejidad, donde el concepto de emergencia ha demostrado ser extremadamente útil. Goldstein concluye que la teoría de la complejidad está desarrollando las herramientas, métodos y constructos necesarios que representen el proceso de emergencia de forma más clara, es decir, menos susceptible a ser catalogada como milagrosa.

En este sentido, la re-emergencia de la emergencia se puede visualizar como un proceso real y significativo que cumple un propósito no solo para la teoría de la complejidad, sino también para la filosofía de la ciencia como un todo; de hecho, Goldstein lo describe con claridad (en línea con lo comentado sobre la evolución del conocimiento en la ciencia mencionado anteriormente): no parece existir un final para la emergencia de emergentes.

Creemos importante también, considerar la investigación "*Making sense of emergence*" de Jaegwon Kim; éste artículo de 1999 es uno de influencia a la fecha, en donde se exploran conceptos como por ejemplo, irreductibilidad y causalidad descendente [Emmeche *et al.*, 2000], sin embargo, desde la perspectiva de la filosofía de la mente. En su tesis, Kim intenta describir una definición de emergencia que resulta ser ampliamente aceptable en la comunidad académica tomando el concepto de una propiedad que se puede describir como emergente y considerándola desde la

perspectiva reduccionista. Este enfoque había sido de hecho adoptado anteriormente, aunque esta vez Kim usa un modelo de reducción que es significativamente diferente al modelo nageliano tradicional de reducción. De acuerdo a lo anterior, las reflexiones de Kim merecen consideración y análisis en cualquier descripción de emergencia, lo que contribuye a nuevas bases teóricas en un campo que, como ya hemos visto en este capítulo, posee utilidad y aplicabilidad en filosofía de las ciencias y sistemas de diferentes clases, y/o ramas del conocimiento. Kim parte desde el concepto de causalidad descendente propuesto por Sperry y aclara algunas dudas conceptuales que se habían generado anteriormente. Las doctrinas de emergencia y su relación con la causalidad descendente expuestas por Kim merecen ser reseñadas aquí y consideradas para su discusión:

a) Emergencia de entidades complejas de mayor nivel: sistemas con un mayor nivel de complejidad emergen de la unión de entidades de menor nivel en nuevas configuraciones estructurales (el nuevo “parentesco” de estas entidades).

b) Emergencia de propiedades de mayor nivel: todas las propiedades de entidades de mayor nivel surgen de las propiedades y relaciones que caracterizan a sus partes constituyentes. Algunas propiedades de estos sistemas complejos mayores son “emergentes” y el resto simplemente “resultante”.

c) Impredictibilidad de propiedades emergentes: estas no son predecibles a partir de información exhaustiva con respecto a sus “condiciones elementales”. En contraste, las propiedades resultantes son predecibles a partir de información de menor nivel.

d) Impredictibilidad/irreducibilidad de propiedades emergentes: a diferencia de aquellas que son simplemente resultantes, las propiedades emergentes no son ni explicables ni reducibles en términos de sus condiciones elementales.

e) Eficacia causal de los emergentes: las propiedades emergentes poseen poderes causales propios –poderes causales innovadores irreducibles a los poderes causales de sus propios componentes elementales.

Esto forma las bases conceptuales que consisten en una síntesis ordenada de teorías emergentistas desde los días de la proto-emergencia. Véase “*Emergentism, irreducibility, and downward causation*” [Stephan, 2003] para conocer una interesante crítica acerca de la tesis de Kim sobre causalidad descendente², en donde Achim Stephan analiza diferentes tipos de emergencia, concretamente sincrónica, diacrónica y débil, sin embargo, esta vez desde la perspectiva del reduccionismo de propiedades. De este modo, argumenta que teorías sincrónicas y diacrónicas sólidas de emergencia son incompatibles con esta teoría reduccionista, aunque cree que esta perspectiva solo beneficia el análisis de la emergencia débil. En relación con la causalidad descendente, Stephan presta especial atención a la emergencia sincrónica, para la cual proporcionaré una definición detallada a continuación. Stephan argumenta que, “Para aquella teoría, una propiedad del sistema se considera emergente si es irreducible, por ejemplo, si no es explicable de forma reducible. Asimismo, tenemos que distinguir dos tipos diferentes de irreducibilidad con consecuencias bastante diferentes; si, por un lado, una propiedad del sistema es irreducible debido a la irreducibilidad del

² Ver [Miguel, 2010] para una crítica.

comportamiento de las partes del sistema en el que superviene la propiedad, tendríamos un caso de causalidad descendente. Este tipo de causalidad descendente no infringe los principios de clausura causal del dominio físico. Si, por otro lado, una propiedad sistemática es irreducible porque no es analizable de forma exhaustiva en términos de su rol causal, no se sugiere causalidad descendente. En lugar de eso, es dubitable el cómo las propiedades inanalizables podrían desempeñar algún rol causal. En este caso, se sugeriría el término epifenomenalismo”.

Como podemos ver, Stephan habla de la necesidad de diferenciar entre estas dos definiciones de irreducibilidad al momento de analizar la emergencia de propiedades, proporcionando un fundamento respetable en la cual sentar futuras discusiones con respecto a la causalidad descendente. En efecto, la comprensión de irreducibilidad nos ayudará con nuestra discusión.

Finalmente, en la definición y aclaración de términos que han creado una cantidad significativa de la ola literaria que hemos revisado en torno a la emergencia en la actualidad, podemos mencionar que: un sistema presenta emergencia cuando existen emergentes coherentes a nivel macro que incrementan dinámicamente a partir de las interacciones entre las partes a nivel micro. Tales emergentes son novedosos con respecto a las partes individuales del sistema [Wolf y Holvoet, 2005]. Como podemos observar de los artículos mencionados anteriormente en este capítulo, la definición de Wolf y Holvoet coinciden en bastantes aspectos con el entendimiento ampliamente aceptado del concepto. Luego, pasan a establecer una definición para auto-organización, lo que nuevamente sintetiza de forma concisa la literatura disponible acerca de este concepto; la auto-organización es un proceso dinámico y adaptativo

donde los sistemas adquieren y mantienen la estructura ellos mismos, sin control externo [Wolf y Holvoet, 2005].

Así como los autores señalan, ambos fenómenos comparten a menudo características con sistemas complejos y, en efecto, otros autores (tales como Corning y Kaufmann) han propuesto que la auto-organización es, por sí misma, una característica del surgimiento de las propiedades. Sin embargo, Wolf y Holvoet utilizan la teoría emergentista para examinar la auto-organización y la emergencia como independientes una de la otra, es decir que éstas pueden aparecer independientemente y existir por sí solas. Los investigadores señalan que las principales similitudes entre la auto-organización y la emergencia son: 1. Ambas son dinámicas conforme pasa el tiempo; 2. Ambas son robustas, aunque de diferentes maneras. Por ejemplo, la emergencia es robusta porque varias configuraciones de la base pueden dar lugar a la propiedad emergente, de modo que la existencia de la propiedad emergente puede persistir aun cambiando la configuración de la base. Por otro lado (y casi por definición), la auto-organización es adaptable y puede mantener el orden ganado, y es en ese sentido robusta. Por lo tanto, según Wolf y Holvoet, la única manera de estudiar de forma coherente los componentes emergentes de nivel macro es esperar que tales emergentes se auto-organicen.

De esta forma, y enfocándose en los casos que a estos investigadores les interesa, proponen que una combinación de ambos conceptos podría utilizarse al momento de conceptualizar, diseñar y dirigir un modelo conductual coherente para sistemas de multiagentes. Argumentan que hay un enfoque en la interactividad no lineal, la cual es, en efecto, una característica de dicha combinación y permite aquellos

efectos secundarios a nivel macro que llamamos emergentes. Esta no-linealidad a menudo se logra a través de retroalimentación positiva que amplifica el efecto del cambio. Después de un tiempo, una cantidad de componentes se han “alineado” con la configuración creada por el cambio inicial y la configuración para de crecer: el sistema ha “agotado” los recursos disponibles. Este alineamiento es, generalmente, un emergente del sistema. En este sentido, un emergente puede auto-organizarse. Con esta este tipo de explicación, podemos observar cómo, en efecto, se diferencian estos dos conceptos y que podrían ser de uso en la teoría de la complejidad.

Los autores concluyen que, aunque ambos conceptos pueden existir independientemente, generalmente ocurren en paralelo en sistemas dinámicos complejos; “[e]n aquellos sistemas, la complejidad es enorme, lo que imposibilita imponer estructuras *a priori*: el sistema necesita auto-organizarse. Además, un gran número de entidades individuales imponen una necesidad de emergencia”. Reforzando la necesidad de los dos conceptos, los autores comentan que la emergencia y la auto-organización ya han sido combinadas en la literatura sobre la teoría de sistemas multiagentes a gran escala. Por lo tanto, Wolf y Holvoet se suman a la visión expuesta en la literatura que establece estrechos vínculos entre la emergencia y la complejidad, contribuyendo a la novedosa perspectiva conceptual para fortalecer esta nueva área.

1.1.1 Otras ideas

Al principio de este capítulo, comenté que la teoría emergentista había sido ampliamente utilizada en la literatura; de hecho, como parte de su re-emergencia, varios autores han abordado tipos específicos de emergencia en sus perspectivas en filosofía de la ciencia. Por ejemplo, Luisi (2002) se basa en la teoría de niveles

[Emmeche et al., 1997] en su artículo "*Emergence in chemistry: chemistry as the embodiment of emergence*" proporcionando claros y simples ejemplos existentes en la química y que pueden ser utilizados para ejemplificar y así dar sustento a constructos conceptuales como la emergencia, extendiéndose desde "la búsqueda del alma desde una perspectiva química" de Sir Francis Crick hasta el conocido ejemplo de las propiedades emergentes del agua, además de la oligomerización en hemoglobina y la formación de vesículas a partir de moléculas surfactantes. De hecho, desde el comienzo de la biología molecular, la emergencia ha sido un concepto relevante [Corning, 2002], aunque Luisi señala que este término casi no se ocupa en el área.

De igual forma, la predictibilidad, especialmente a partir de una perspectiva cuántica o química, se discute frecuentemente en la literatura emergentista –Luisi también estudia la predictibilidad, explicabilidad, irreductibilidad y causalidad descendente desde un punto de vista químico. Sobre la irreductibilidad, escribe: "Aquí la interrogante está en si las propiedades del agua se pueden deducir a partir de hidrógeno y oxígeno; si las propiedades de aromaticidad del benceno se pueden explicar en términos de las características orbitales del carbono e hidrógeno; si las propiedades de plegamiento y de fijación de la mioglobina se pueden explicar en base a las propiedades de los componentes aminoácidos [...] En todos estos casos, la química puede entregar una respuesta positiva, al menos en principio" (cursivas del original). Esta deducibilidad a priori, la cual se deriva del hecho de que se pueden deducir a partir de una perspectiva cuántica, desde resultados muy insignificantes, no dice que no sean emergentes. Para conocer más sobre predictibilidad, véase pp. 193-4:

“En el caso de la química, la pregunta se puede expresar como: en un mundo en el que aún no se conoce el agua, ¿Se puede predecir el agua y sus propiedades en base a las propiedades del hidrógeno y oxígeno? De la misma forma: ¿se puede prever la existencia de mioglobina y sus propiedades de fijación de oxígeno en base a la estructura y propiedades de los aminoácidos? [...] El ejemplo de la mioglobina ayuda a aclarar el punto. Dado los 20 diferentes aminoácidos (y una longitud de cadena de 153 residuos de aminoácidos), en lo que respecta a la mioglobina, existen 20¹⁵³ cadenas teóricamente posibles y la mioglobina es una de ellas. En este sentido, la estructura primaria de la mioglobina se puede predecir, pero debido a que la cantidad teórica de cadenas es tan larga (infinita en una primera aproximación), no podemos identificar la mioglobina en este pajar. En cuanto a lo que respecta a las propiedades de la mioglobina, tales como la fijación específica de oxígeno, también se pueden predecir en principio, uno podría realizar este cálculo para todas las otras 20¹⁵³ estructuras con el fin de encontrar las propiedades de fijación específicas de la mioglobina. Aún no poseemos el algoritmo para realizarlo y se duda de que en algún momento lo logremos. Nótese bien, no es solo una cuestión de tiempo, ya que muchos científicos están dispuestos a admitir que nuestro cerebro nunca será capaz de resolver este problema”.

Desde este punto de vista, veremos a continuación que podemos observar estos problemas como ejemplos de un tipo de emergencia: emergencia débil, pero, aun así, emergencia; la predictibilidad a priori no excluye la emergencia. Fundamentalmente, escribe lo siguiente sobre causalidad descendente:

“Del mismo modo, el enlace de los muchos aminoácidos a una cadena para formar la mioglobina afecta, en muchos aspectos, a los componentes aminoácidos.

Para crear un enlace peptídico, dos aminoácidos contiguos deben perder una molécula de agua. Esto es cierto para muchos casos de polimerización. Además, el plegamiento de la proteína afecta las propiedades físicas de los residuos aminoácidos, por ejemplo, las propiedades de fluorescencia y absorción de residuos aromáticos en la cadena plegada difieren de los componentes libres de aminoácidos. El hecho de que estas sean todas observaciones que un químico consideraría bastante triviales ratifica el concepto de que la química es en efecto la materialización de emergencia y causalidad descendente.”

Como señala Luisi, los ejemplos de causalidad descendente abundan en la química y son útiles en los fundamentos del emergentismo. De este modo, su tesis es una contribución significativa, ya que Luisi estudia los conceptos de irreductibilidad, predictibilidad y causalidad descendente desde un punto de vista químico. Otros autores a destacar que han aplicado la teoría emergentista a sus disciplinas son R. Keith Sawyer (*Social Emergence: Societies As Complex Systems*, 2005), como Suits y Troftmova (*Emergence, Radical Novelty, and the Philosophy of Mathematics*, 2001). Por supuesto, esta lista no es exhaustiva en absoluto, sin embargo, muestra cuánto alcance ha tenido la teoría emergentista en cuanto a sus usos.

1.2 Tipos de emergencia

En general, a partir de la literatura mencionada anteriormente en este capítulo, así como de otras que analizaremos en esta sección, está claro que la teoría emergentista tiene tres clasificaciones de emergencia: emergencia ontológica y epistemológica; emergencia sincrónica y diacrónica, y emergencia débil y fuerte, como lo describen, entre otros, Bedau (1997), Stephan (2003), Gillett (2002) y Chalmers

(2006a, b).

1.2.1 Emergentismo ontológico

El emergentismo ontológico, que también es conocido como emergentismo superveniente o simplemente como fisicalidad, es la escuela conceptual del pensamiento de la que se sumaron emergentistas británicos como Mill y Broad, al igual que Emmeche *et al.* En esta teoría, se observa que la complejidad se va acumulando en niveles con interacciones que ocurren entre estos niveles, y que las propiedades emergentes son irreducibles a niveles inferiores. Sin embargo, esto no quiere decir que los fenómenos en los niveles superiores que se ven como emergentes no pueden afectar a los niveles inferiores (es decir, causalidad descendente).

McLaughlin y Kim consideran en particular este tipo de emergencia como una forma asociada a superveniencia fuerte (sincrónica). Por ejemplo, McLaughlin (1997) define las propiedades emergentes de la siguiente manera: “Si P es una propiedad de w, entonces P es emergente si y sólo si (1) P superviene con necesidad nomológica, pero no con necesidad lógica en propiedades en que las partes de w se han considerado por separado u otras combinaciones; y (2) algunos de los principios de superveniencia que relacionan las propiedades de las partes de w con las de w que tiene P son leyes fundamentales” (p.39). A partir de esta definición, podemos ver que la imprevisibilidad o la inexplicabilidad, la causalidad descendente, la irreducibilidad, etc., son los conceptos clave. En breve discutiremos por qué este tipo de emergencia se considera una emergencia fuerte.

Sin embargo, Wong (2010) postula que las leyes emergentes fundamentales que aseguran la superveniencia de propiedades emergentes en propiedades basales

implican que la covarianza de éstas se excluya por el hecho de que el emergentismo permite nuevas potencias de causalidad descendente para propiedades emergentes.

Así mismo, se han presentado otras teorías; O'Connor, por ejemplo, sostiene que la emergencia no puede ser superveniente, causal y sincrónica (2000a, 2000b). De este modo, construye una nueva teoría de la emergencia que es causal, pero no superveniente, y que es dinámica, pero no sincrónica, disputando su propio argumento de 1994 en el que aceptaba la superveniencia como parte de la emergencia. En esta dinámica visión del emergentismo, O'Connor postula que las propiedades básicas y las propiedades emergentes cumplen un rol en la emergencia de las propiedades posteriores. Por lo tanto, la misma propiedad física puede surgir de diferentes posibilidades nomológicas, pero se producirían diferentes propiedades emergentes, un concepto que puede contribuir a nuestra comprensión de los estados psicológicos. Sin embargo, no está claro si hay ejemplos reales de este fenómeno³.

1.2.2 Emergentismo epistemológico

Al contrario del emergentismo ontológico, en esta corriente de pensamiento a la cual pertenece el británico Alexander, la emergencia en sistemas complejos se define estrictamente como los límites del conocimiento humano, no como concepto metafísico, sino epistemológico. Hay dos tipos principales de emergentismo epistemológico; el modelo predictivo, propiedades que, a pesar de la ventaja de un conocimiento profundo y exhaustivo de las partes basales, así como sus características y las leyes que lo rigen, no se podrían predecir sobre la base de las propiedades pre-emergentes; y el modelo reduccionista, propiedades sistémicas que producen modelos que son

³ Para mayor información, véase O'Connor y Wong (2005).

irreducibles a la dinámica de teorías físicas, a las que se les pueden atribuir ciertas generalizaciones que son similares a las leyes, pero no iguales.

Cabe mencionar que dentro del campo de la emergencia epistemológica, y adelantándonos un poco en la discusión, en general son posibles tanto los fenómenos diacrónicos como los sincrónicos, los que se han tratado ampliamente en la literatura. Por ejemplo, algunos teóricos estudian las propiedades emergentes macroscópicas impredecibles de la evolución dinámica del mundo, o las relaciones que existen entre la materia en las etapas previas y posteriores a la complejidad, consideradas ejemplos diacrónicos de emergencia, mientras que otros estudian la relación entre las teorías a nivel micro y macro y su relación entre sí, las que son modelos emergentes sincrónicos. Esta característica temporal de la emergencia la discutiremos inmediatamente.

Podemos también mencionar la visión irreducible de la emergencia, la cual deriva del enfoque de Ernest Nagel (1961, pp. 366-374). Paul Teller se basa en este patrón irreducible de emergencia epistemológica en "*A contemporary look at emergence*" (1992), y proporciona la siguiente definición: "una propiedad es emergente si y solo si no es explícitamente definible en términos de las propiedades no relacionales de cualquiera de las partes del objeto" (pp.140-1). También enfatiza que su definición incluirá propiedades tanto relacionales como no relacionales. Hemos visto esta perspectiva anteriormente en el capítulo, ya que la irreductibilidad es un criterio a menudo exigido para la emergencia.

1.2.3 Emergencia fuerte

En una emergencia fuerte el aspecto más relevante, desde una perspectiva metafísica, es aquella que considera la pregunta de qué criterios exactamente se

deben cumplir para que una propiedad emergente califique como verdadera y genuinamente distinta. Aunque autores del emergentismo británico como Broad, definieron las propiedades fuertemente emergentes como aquellas que no son deducibles a partir del conocimiento del dominio de nivel inferior del cual emergieron, lo que realmente distingue el concepto de propiedades (nuevas) fuertemente emergentes del que generalmente se toman en el emergentismo epistemológico, (como se ha discutido anteriormente, la emergencia débil tiende a prevalecer aquí), es en realidad el resultado de una distinción ontológica. Por lo tanto hay que establecer una clasificación clara previamente para poder decidir sobre cuáles son los casos de propiedades o entidades fuertemente emergentes.

El concepto de emergencia fuerte generalmente considera a la novedad causal como uno de los criterios necesarios, al igual que la irreducibilidad. Es decir, los principios fundamentales de la emergencia fuerte son que un componente de mayor nivel sea irreducible a los componentes de niveles inferiores a los que superviene y sobre los que tiene poder causal. En otras palabras, poseen potencias causales descendentes, en oposición a las potencias causales resultantes. Por este motivo es que los emergentistas británicos y otros autores del emergentismo ontológico, en general, han estudiado nuevas leyes emergentes al igual que sus propiedades y han apoyado a la teoría de niveles y a las potencias causales descendentes. O'Connor (1994), a pesar de que posteriormente rechazó esta postura en el año 2000, definió las propiedades emergentes fuertes como propiedades que supervienen a las partes inferiores de un objeto complejo, pero que no son compartidas con ellas, que son distintas y novedosas y que poseen poderes causales descendentes sobre el

comportamiento de los componentes de nivel inferior.

Sin embargo, como ocurre con muchos de estos conceptos, no existe un consenso claro en la literatura sobre la emergencia fuerte, y algunos teóricos no requieren una causalidad descendente para declarar una emergencia fuerte. [Chalmers, 2006]. En su definición de emergencia fuerte, Chalmers, menciona que un fenómeno de nivel superior es fuertemente emergente cuando está sistemáticamente determinado por hechos de nivel inferior, pero sin embargo las verdades relativas a ese fenómeno no son en principio deducibles a partir verdades en el dominio del nivel inferior. Desde su perspectiva, los fenómenos emergentes se consideran supervenientes en componentes o hechos de nivel inferior en un sentido nomológico, pero no en un sentido lógico, por lo tanto, se necesitan nuevas leyes fundamentales para entender cómo las características de los componentes en diferentes niveles están relacionadas entre sí.

Tim Crane (2001) propone el concepto de la emergencia fuerte desde una perspectiva diferente, la que establece un marco teórico basado en la distinción entre dos tipos de reducción: (1) la reducción ontológica que vincula los componentes o entidades de nivel superior con componentes de nivel inferior; y (2) la reducción explicativa que vincula las teorías para comprender los fenómenos de nivel superior en base a lo que respecta a fenómenos de nivel inferior. Su ejemplo es que, según Crane, una teoría, T2, se reduce de manera explicativa a otra, T1, cuando la teoría T1 da luz sobre los fenómenos tratados en T2. Es decir, muestra desde dentro de la teoría T1 por qué T2 es verdadero. Crane distingue el fisicalismo no reductivo de la emergencia fuerte usando este marco teórico; el primero abarca el concepto de reducción

explicativa mientras que niega la reducción ontológica, mientras que el segundo, denominado emergencia fuerte, niega ambos tipos de reducción, dejando una brecha explicativa. Su principio postula que, si existe superveniencia, así como irreducibilidad *a priori* y causalidad descendente, entonces hay dependencia sin reducción explicativa y, por consiguiente, emergencia fuerte.

1.2.4 Emergencia débil

La emergencia débil es el tipo de emergencia más común a principios del siglo XXI, con nociones como la complejidad, la organización funcional, la auto-organización y la no linealidad en primer plano, tal como se vio anteriormente, mayoritariamente en los campos de la ciencia cognitiva, teoría de sistemas complejos y, más generalmente, en discusiones científicas respecto a emergencia. Lo esencial de la comprensión de una propiedad débilmente emergente es entender que la propiedad de un sistema, la cual no es compartida por sus partes más pequeñas. De este modo es impredecible o inesperado dadas las propiedades y las leyes que dominan el sistema o los componentes de nivel inferior. Más aún y fundamentalmente, la aparición de sistemas o componentes que surgieron a partir de él. Dado este prerrequisito de imprevisibilidad o imprevisto, la emergencia débil es más una noción epistemológica que metafísica. En la literatura que refiere la emergencia débil los ejemplos de fenómenos que a menudo se proporcionan incluyen congestión vehicular (flecha vertical en Fig. 1.1.), patrones de movimiento de aves (vertical), transiciones de fase (horizontal), propiedades sistémicas de redes (vertical), patrones emergentes en modelos autómatas celular (vertical), organización biológica en termitas, hormigas, etc. (vertical).

El principal contraste con emergencia fuerte es que la débil es compatible con la

reductibilidad debido al hecho de que dentro de su marco teórico, permite que un componente sea simultáneamente reducible e impredecible. Por ejemplo, variaciones en condiciones iniciales pueden significar que los procesos con leyes totalmente deterministas pueden ser aún impredecibles debido a consecuencias imprevisibles. Chalmers utiliza el ejemplo de la deducibilidad que se puede ver en el caso de autómatas celulares, donde los componentes y las reglas de nivel inferior pueden ser utilizados para deducir fenómenos o propiedades de nivel superior, pero éstos siguen siendo inesperados.

Otro ejemplo de emergencia débil es el emergentismo "racional" de Mario Bunge (y aquí es cuando volvemos a "*Emergence and the mind*", 1977), al establecer un marco teórico en el que las propiedades emergentes siguen esta definición de propiedades sistémicas como un todo que posee características que ninguna de las partes del sistema comparte, pero son reducibles a las partes del sistema y la forma en que están organizadas. Justifica el concepto de propiedad emergente, que es poseído por un sistema pero no por sus componentes, y así la discusión de la conciencia puede ser vista como un fenómeno emergente, y un fenómeno sincrónico además. Afirma que esta forma de emergentismo difiere del mecanismo reduccionista, ya que considera el hecho de que las propiedades sistémicas pueden ser novedosas dentro de su marco conceptual. Además, Bunge defiende la existencia de una explicación reductora de esta novedad. A ésta lo denominó "emergencia racional".

William Wimsatt (1997) también defiende una postura respecto a que la emergencia es compatible con la reducción. Wimsatt define la emergencia negativamente como el fracaso de la agregatividad. La agregatividad es el estado en

que el todo no es más que la suma de sus partes, es decir en el cual, las propiedades sistémicas son el resultado de las partes componentes de un sistema. En contraste, Wimsatt define una propiedad sistémica como emergente en relación a las propiedades de las partes de un sistema si la propiedad depende de su modo de organización (que también es sensible al contexto) y no únicamente de la composición del sistema. Sostiene que, en efecto, la agregatividad es lo que es muy raro en la naturaleza, mientras que la emergencia es un fenómeno común (incluso en diferentes niveles).

Robert Batterman (2001), quien se centra en la emergencia desde el punto de vista físico, también cree que los fenómenos emergentes son comunes en nuestra experiencia cotidiana del mundo desde esta perspectiva (física). Según Batterman, lo que está en el centro del problema de la emergencia no es la causalidad descendente o la distinción de las propiedades emergentes, sino la reducción interteórica y, específicamente, los límites del poder explicativo de las teorías. De este modo, una propiedad es emergente de acuerdo con esta visión, si es una propiedad de un sistema complejo que no pueden derivarse de teorías inferiores más fundamentales. Como ejemplos de fenómenos emergentes, Batterman cita transiciones de fase y transiciones de materiales magnéticos de estados ferromagnéticos a estados paramagnéticos, fenómenos en los que se exhibe un comportamiento novedoso. Sin embargo, Batterman busca distinguir la explicación del reduccionismo y afirma de esta forma que, aunque los fenómenos emergentes son irreductibles, no son inexplicables de por sí, porque pueden tener explicaciones no reductivas.

La tesis de Mark Bedau (1997) "*Weak emergence*" representa un excelente ejemplo de emergencia débil basada en la predicción. En ésta, define un estado

débilmente emergente de la siguiente manera: es un estado macroscópico que podría derivarse del conocimiento de la microdinámica del sistema y de las condiciones externas, pero solo simulándolo o modelando todas las interacciones de los microestados que han llevado a la formación de estos desde sus condiciones iniciales. Podemos resumir este punto de vista haciendo referencia a la teoría cuántica. En principio, existe una enorme variedad de resultados macroscópicos posibles descritos por la teoría y, por lo tanto, las propiedades emergentes del agua serían, en teoría, predecibles. Sin embargo, es muy dudoso si realmente podemos considerar esto como previsibilidad posible; los niveles de confianza serían extremadamente bajos, y sobre esta base cualquier predicción sería rechazada.

Más recientemente, Mark Bedau (2008) argumentó que la característica de la emergencia débil es que, aunque los macrofenómenos de sistemas complejos son en principio ontológicamente y causalmente reducibles a microfenómenos, su explicación reductiva es intratablemente compleja, salvo que sea a partir de derivación a través de la simulación de las microdinámicas del sistema y las condiciones externas. En otras palabras, aunque los macrofenómenos son explicables en principio en términos de microfenómenos, estas explicaciones son incompresibles en el sentido de que sólo pueden obtenerse mediante el arrastre de la red micro-causal, agregando e iterando todas las microinteracciones locales a través del tiempo (fenómeno que no se puede predecir sin simulación).

Andy Clark (1996, 2001) sostiene también una opinión emergentista débil, la que postula que los fenómenos emergentes no deben limitarse a fenómenos impredecibles o inexplicables, sino que son fenómenos sistémicos de sistemas dinámicos complejos,

producto de la actividad colectiva. Clark distingue cuatro tipos de emergencia. En primer lugar, la emergencia como auto-organización colectiva (un sistema se organiza debido a los efectos colectivos de la interacción local de sus partes, la cual usualmente es sencilla, como los patrones de vuelos en una colección de aves, o los debido a los efectos colectivos de sus partes y el ambiente, como la construcción de nidos en insectos como las termitas). En segundo lugar, la emergencia como funcionalidad no programada, es decir, la emergencia que surge de la interacción repetida de un agente con el entorno, como el seguimiento de la pared en los robots: girar, rotar, etc. Tercero, la emergencia como complejidad interactiva en la que surgen efectos, patrones o capacidades de un sistema que es resultado de la interacción cíclica compleja de sus componentes. Un ejemplo de esto son las células de convección de Bénard y Couette generadas a partir de un ciclo repetitivo de movimiento causado por diferencias de densidad en un fluido, en el cual el fluido más frío “fuerza” al fluido más caliente a subir hasta que éste pierde suficiente calor para descender y hace que el otro fluido suba de nuevo, y así sucesivamente. Y cuarto, emergencia como un despliegue novedoso incomprensible. Todas estas formulaciones de emergencia son compatibles con reductibilidad o en principio predecibles y, de esta forma, tipos de emergencia débil. Para Clark, la emergencia identifica la "forma distintiva" en la que los factores conspiran para producir una propiedad, evento o patrón y está vinculada a la noción de que algunas variables relevantes podrían dar cuenta del comportamiento del sistema. Por lo tanto, la noción de emergencia de Clark en la teoría de sistemas complejos es explicativa, ya que se centra en las explicaciones respecto a variables colectivas, es decir, las variables que caracterizan el nivel superior de sistemas dinámicos complejos

que no mantienen registro de las propiedades de los componentes del sistema, pero, en cambio, reflejan el resultado de la interacción de múltiples agentes, entre ellos y con su entorno.

Otra distinción que se hace acerca de cómo se entiende la novedad es la distinción entre la novedad sincrónica y diacrónica. La primera es la novedad exhibida en las propiedades de un sistema con respecto a las propiedades de sus partes constituyentes en un momento particular; la última es la novedad temporal del sentido en que una propiedad o un estado es novedoso si es instanciado por primera vez. Esta diferencia lleva a la distinción entre la emergencia sincrónica y diacrónica. Lo veremos inmediatamente.

1.2.5 Emergencia sincrónica

En la emergencia sincrónica enunciada por C. D. Broad (1923, 1925), y predominante en la filosofía de la mente, los fenómenos emergentes están presentes simultáneamente con el fenómeno de nivel superior de los que emergen. Por lo general, esta forma de emergencia se expresa en términos de superveniencia de los fenómenos mentales en las estructuras neuronales subyacentes y subyacentes, por lo que los estados o propiedades mentales coexisten con estados o propiedades a nivel neuronal. Por lo tanto, la emergencia ontológica fuerte suele entenderse como una emergencia sincrónica, vertical.

1.2.6 Emergencia diacrónica

Por el contrario, la emergencia diacrónica es una emergencia horizontal que evoluciona a través del tiempo en el que la estructura de la cual emerge la nueva propiedad existe antes de la emergente. Esto es típico de los estados débilmente

emergentes que se apelan en discusiones de sistemas complejos, evolución, cosmología, vida artificial, etc. Discusiones de esta noción se pueden encontrar en Searle (1984, 1992), ya que considera la relación del emergente con su base como causal, por lo menos en relatos no-sincrónicos sobre causalidad, excluyendo la emergencia sincrónica.

Dado que la emergencia diacrónica es la emergencia “a través del tiempo”, la novedad se entiende en condiciones de imprevisibilidad de estados o propiedades de un sistema respecto a estados pasados de ese mismo sistema. Además, debido a que la emergencia débil suele definirse en términos de impredecibilidad, también suele identificarse con casos de emergencia diacrónica. Por el contrario, en la emergencia sincrónica, que se refiere al estado de un sistema en un momento determinado, la novedad gira en torno a la idea de la irreductibilidad y, por lo tanto, la emergencia sincrónica se identifica normalmente con una emergencia fuerte. Sin embargo, existen formulaciones de emergencias fuertes no supervenientes que son causales y diacrónicas como en O'Connor y Wong (2005).

2. Medidas de complejidad

2.1 Elección de teorías

Antes del siglo XX, existía el consenso de que numerosos grados de libertad en un sistema físico eran una condición necesaria para un comportamiento impredecible en un sistema mecánico (físico-químico) y/o biológico. Probablemente uno de los más interesantes textos escritos en esta dirección fue el que realizó Pierre-Simon Laplace, su comentario dice: "Podemos mirar el estado presente del universo como el efecto del pasado y la causa de su futuro. Se podría concebir un intelecto que en cualquier momento dado conociera todas las fuerzas que animan la naturaleza y las posiciones de los seres que la componen; si este intelecto fuera lo suficientemente vasto como para someter los datos a análisis, podría condensar en una simple fórmula el movimiento de los grandes cuerpos del universo y del átomo más ligero; para tal intelecto nada podría ser incierto y el futuro, así como el pasado, estarían frente a sus ojos" [Laplace, 1825].

Nótese en esto último la explícita visión fuertemente determinista de todos los fenómenos naturales involucrados, donde no hay espacio para la sorpresa o la emergencia de nuevas propiedades ya que la potencia de cálculo "Demonio de Laplace" puede calcular e imaginar todos los resultados futuros. Sin embargo, hoy en día, sabemos que sistemas deterministas de extremadamente baja dimensionalidad pueden mostrar un comportamiento muy complicado, y por otra parte, son el ejemplo típico de sistemas imprevisibles cuando el caos (clásico o cuántico) está presente.

"Es difícil predecir, especialmente el futuro" discutiblemente atribuido a Niels Bohr [Mencher, 1971], y "La próxima gran era del despertar del intelecto humano bien

puede producir un método para comprender el contenido cualitativo de las ecuaciones. Hoy no podemos. Hoy no podemos ver que las ecuaciones de flujo de agua contengan cosas tales como la estructura particular de la turbulencia que se ve como si fueran cilindros giratorios. Hoy no podemos ver si la ecuación de Schroedinger contiene ranas, compositores musicales o la moral, o si no lo hace” [Feynman et al., 1964], son dos citas interesantes sobre la falta de poder predictivo en diferentes teorías físicas con las que contamos hoy en día.

Niels Bohr, muy probablemente, se inspiró en la física cuántica. La cual, desde este punto de vista muestra una amplia gama de novedades, o de otra manera, desde el punto de vista de la teoría matemática que modela el sistema: son diferentes y variados en su comportamiento los resultados que un sistema físico puede exhibir. Asimismo la capacidad para el observador de conocer el futuro se reduce a un conjunto dado de probabilidades incluso utilizando *la mejor teoría disponible*. Por otro lado Feynman se refiere a otra parte importante en el contexto formal de ecuaciones que refieren a una teoría dada: el poder de computación y predicción (por parte del científico) de las posibles soluciones de éstas, que refieren a estados que puede explorar un sistema (esto último creemos que es de extrema importancia a nivel epistemológico, y trata básicamente de la cantidad y calidad de información utilizando métricas (cantidades cuantitativas) provenientes de teoría de información y ciencias de la complejidad. Esto último está fuera del ámbito de la presente exposición pero será abordado con las herramientas que serán detalladas en las próximas secciones en trabajos futuros.

Con respecto a estos comentarios, es importante abordar la cuestión de lo bien

que la teoría describe un fenómeno, o en otras palabras, el *coarse graining* en el que la predicción de la teoría funciona. Debemos estar satisfechos al decir que la teoría funciona para un fenómeno dado si las regularidades que se quieren estudiar en un dado nivel (*coarse graining*) son explicadas razonablemente (notar que discutiremos con cierta profundidad esta idea al final de el presente trabajo). Un ejemplo de esto se puede ver en la mecánica clásica Newtoniana al nivel de la descripción de las órbitas elípticas. No obstante el éxito de la teoría, no podemos dar una respuesta completa y detallada a los patrones más complicados que emergen (por ejemplo) producto de la interacción gravitatoria, como lo es la precesión anómala del perihelio de Mercurio.

Por supuesto, este no es el único aspecto a tener en cuenta en una teoría física. Desde un punto de vista teórico, para un fenómeno dado la explicación debe ser simple. En términos de una medida que será de mucha utilidad en este trabajo podremos anticipar que: la complejidad de Kolmogorov, K , debe ser pequeña, y la explicación no debe ser tal que incluya cualquier resultado posible, debe contener como resultado típico el fenómeno en cuestión que se está describiendo; y además debemos exigir que la entropía (nivel de incertidumbre o desconocimiento) del conjunto en estudio, H , debe ser también pequeña. Estos comentarios, que dan sustento fundamental a este trabajo serán explicados en detalle en las secciones siguientes.

En principio, para tener un acercamiento más detallado a lo mencionado sobre medidas de complejidad (sus características, etc.), es necesario comprender esta rama del conocimiento, sus herramientas metodológicas que caracterizan la tarea y sus alcances. Esto es de suma importancia dado que buscaremos aportar no solo a la discusión epistemológica de emergencia, sino que también a lo que tiene que ver con

elección de teorías físicas, utilizando una síntesis de medidas de complejidad y teoría de la información.

Existe una gran variedad de metodologías que son utilizadas en el contexto de las ciencias de la complejidad. En este capítulo daremos una reseña en la medida que iluminen los objetivos propuestos de conectar propiedades emergentes, medidas de complejidad y conceptos asociados que se discutirán a continuación.

2.2 Sistemas complejos

De alguna manera existe una vinculación fuerte, o al menos así se lo entiende en una gran parte de la comunidad que estudia fenómenos y propiedades emergentes, entre los sistemas complejos y la aparición de estas [Bedau y Humphreys, 2008].

Esta conexión se pueden entender si pensamos en un sistema complejo como un conjunto de elementos, cada uno capaz de interactuar con otros a través de reglas locales simples, las cuales pueden dar surgimiento a una dinámica no lineal. Tal como menciona Lewes, re-expresado en [Nicolis y Nicolis, 2012]: "la no linealidad es una condición necesaria para el surgimiento de propiedades emergentes" (en el sentido señalado de propiedades emergentes en el primer capítulo), y la interacción con el medio ambiente con posibles bucles de retroalimentación (o *feedback-loops*). Las propiedades que estos elementos exhiben, como un compuesto o agregado, son en su gran mayoría completamente inesperadas, y estos han recibido la etiqueta de propiedades emergentes o fenómenos emergentes.

A continuación veremos y discutiremos las características de estos sistemas e introduciremos los conceptos básicos sobre medidas para indicar su complejidad. De esta manera iremos aportando la información para conectar de manera conceptual y

cuantitativa la complejidad con la emergencia.

2.2.1 Sobre los sistemas complejos

La ciencia de la complejidad se ha convertido en una rama importante del conocimiento en el panorama científico actual. Es muy probable que su éxito se base fundamentalmente en las actividades que un científico de la complejidad realiza como parte de su agenda cotidiana. La complejidad no es una rama disciplinaria de la ciencia, actualmente no existe una teoría unificada de la misma, ni sabemos cómo interrelacionar sistemáticamente todas las propiedades características involucradas en estos sistemas de estudio (los así llamados “sistemas complejos”); al contrario, es una exploración interdisciplinaria de la naturaleza, la cual involucra casi todas las escalas y ambientes. Solo por mencionar un ejemplo, cubre campos aparentemente tan lejanos como la física del plasma y la evolución de los lenguajes humanos.

Las fronteras de la ciencia se han definido principalmente por dos extremos fascinantes: el muy pequeño (un ejemplo es el gran éxito de la física cuántica desde su tierno aparecer después de la obra de Max Planck hacia 1900) y el muy grande, se puede mencionar aquí otro enorme cambio paradigmático, luego de la teoría de la relatividad, una increíble contribución hecha por el veinteañero Albert Einstein durante su *annus mirabilis* en 1905. Éste último lo discutiremos bajo la luz de la transición existente en la comprensión de fenómenos, donde la teoría general de la gravedad es utilizada con éxito. Trataremos de conectar estos extremos del conocimiento utilizando conceptos y herramientas derivadas de la ciencia de la complejidad.

2.3 Sistemas complejos: metodologías utilizadas

Aunque no existe una definición precisa y, por lo tanto, única, de sistemas

complejos, la mayoría de los investigadores están de acuerdo en algunas de las propiedades esenciales que un sistema tiene que poseer para ser llamado complejo [Boccaro, 2010]. Un sistema complejo:

(A) consiste en un gran número de agentes que interactúan, usualmente a través de reglas simples;

(B) muestra características emergentes: es decir un comportamiento colectivo difícil de predecir (no resulta de la existencia de un controlador central), a este tipo de comportamiento se lo denomina usualmente auto-organizado (Miller y Page, 2007).

Una discusión interesante y relativamente completa sobre estas características (que presenta cualquier sistema complejo) y los modelos matemáticos que podrían utilizarse como una aproximación para ellos se pueden encontrar en Nicolis y Nicolis (2012). La idea básica allí expuesta es que el comportamiento no lineal es una condición necesaria para un comportamiento complejo y una característica de ello es la multiplicidad de estados diferentes que el sistema puede explorar.

La diversidad y especificidad de estas propiedades y características explican la gran variedad de conceptos que están ligados a la complejidad: auto-organización, estado crítico auto-organizado, auto-similaridad (característica típica en la aparición de propiedades fractales), etc. Los desafíos para comprender estas propiedades continúan, y reducen la esperanza de cualquier visión completamente unificada del dominio de la complejidad, aunque sin lugar a dudas los esfuerzos en esta dirección

continúan.

Antes de analizar en detalle la definición de sistemas complejos, o cómo abordar esta materia, citaremos algunos ejemplos sencillos sobre aproximaciones al mismo. Como mencionamos, según Nicolis y Nicolis (2012), en términos del modelamiento matemático de un sistema físico, la no linealidad en las ecuaciones de evolución es una condición necesaria para un comportamiento complejo. Esto lleva, en algunos casos, a que el sistema se encuentre en zonas de bifurcaciones [Guckenheimer y Holmes, 2013], las cuales finalmente tendrán como consecuencia características y comportamientos novedosos producto del salto, vía la bifurcación antes mencionada, a nuevas soluciones (estacionarias o no). En efecto, la teoría de bifurcaciones (luego del trabajo seminal de H. Poincaré [1885]), describe los cambios estructurales en las soluciones matemáticas de sistemas dinámicos al efectuar pequeños cambios en las condiciones matemáticas del mismo. Este es el escenario básico según el cual Nicolis y Nicolis presentan la posibilidad de que un sistema sea complejo o no.

Sin embargo, John H. Holland [1998], entiende por sistema complejo a una red de elementos interactuantes, los que evolucionan en paralelo y reaccionan constantemente según el estado propio y de otros elementos de la red. Esta evolución descentralizada lleva, en ciertos casos, a sorprendentes características colectivas, las que, a priori, son difíciles o imposibles de predecir, teniendo en cuenta solo la evolución de los agentes individuales.

Mientras que la primera definición de sistema complejo focaliza su atención en las propiedades dinámicas del sistema en cercanías de puntos de bifurcación, la segunda definición se refiere a la interacción de muchos elementos, evolucionando individual y

colectivamente [Bonabeau, 2002].

Como puede verse, existen dificultades a la hora de calificar de complejo a un sistema dado, ya que bajo diferentes perspectivas un sistema complejo no lo es, y viceversa. Esta dificultad no ha sido superada, aunque claramente el estudio de las llamadas ciencias de la complejidad sigue produciendo resultados científicamente aceptables.

Notaremos que, como mínimo, existen dos tipos de problemas en juego. Por un lado, están los empíricos que los científicos enfrentan, como lo son la predicción del comportamiento de sistemas complejos, la interacción entre sus elementos y la correlación que esta interacción mantiene con el comportamiento del sistema como un todo, y los demás problemas asociados tanto a la investigación teórica como experimental de sistemas ya reconocidos como complejos por una u otra de las definiciones.

Pero, a diferencia de este tipo de vaguedades, bien identificadas por los científicos de la disciplina o disciplinas interesadas en tales sistemas, existe otra clase de cuestión que requiere atención. Son los problemas conceptuales [Laudan, 1986] que enfrenta la disciplina cuando los científicos estudian problemas empíricos de frontera, para los cuales se están elaborando nuevas herramientas de explicación, predicción e intervención o aplicación. Los problemas conceptuales son, por ejemplo: cuáles son las características que se tomarán como definitorias para decidir que un sistema sea complejo; y por otro lado cuáles son, en caso de que las hubiera, las condiciones necesarias y suficientes para decidir incluir a cierto caso como un caso de sistema complejo; cuáles son, en caso de que los hubiera, los diferentes tipos de sistemas

complejos y cuáles son las características que definen a cada uno de estos tipos y, por último, cuáles son las agrupaciones de tipos y subtipos bajo cierto criterio que nos provee una taxonomía que arroje luz sobre la diversidad de casos.

Todos estos problemas conceptuales están recientemente irrumpiendo en la escena de la física (entre otras) y resulta necesario seguir realizando esfuerzos para acercarnos a una clasificación que sea a la vez consistente, exhaustiva, completa y que, a su vez, permita comprender de una manera más precisa y profunda la diversidad aludida.

Dado que las propiedades emergentes están fuertemente relacionadas con la complejidad del sistema, este mismo concepto es heredero de las dificultades en su definición y, a su vez, la noción de emergencia parece presentar dificultades propias no triviales para su elucidación empírica y conceptual, como ya adelantamos en el capítulo precedente.

En las siguientes secciones de este capítulo presento algunos de los métodos utilizados en la ciencia de la complejidad. Se verá que las técnicas son variadas e involucran diversas metodologías que estudian diferentes características y escalas del sistema. Así mismo es de notar que epistemológicamente hablando existen diferencias importantes ya que algunos métodos son completamente analíticos, mientras que algunos son totalmente numéricos, existiendo también algunos que comparten ambos tipos de metodología.

Vale la pena notar que algunos de los métodos discutidos aquí tienen una larga tradición en física y matemáticas, mientras que otros (como la teoría de redes en su forma actual, sin tener en cuenta su conexión con la teoría de gráficos [Euler, 1741]) son

relativamente nuevos. Sólo el enfoque complejo del sistema da un nuevo sentido a todas estas metodologías tradicionales, una nueva forma de explorar la naturaleza de manera cuantitativa, siempre abordando la cuestión con una profunda perspectiva interdisciplinaria.

2.3.1. Ciencias no lineales

Los estudiosos de hace solo algunas décadas tenían una idea muy bien establecida: para un determinado sistema (o fenómeno) sujeto a un conjunto de condiciones, digamos temperatura, presión, etc., para los sistemas físicos; o tamaño de la población o grado medio de educación en caso de sociedades humanas; leves cambios (digamos cambios infinitesimales) en estas condiciones producen cambios pequeños (o similarmente sin importancia) en el comportamiento final del sistema. Al estudiar la superposición de efectos en el sistema, el efecto final esperado de dos o más acciones en el sistema será la simple superposición de cada efecto teniendo en cuenta cada acción por separado.

Las propiedades antes mencionadas son las leyes de un mundo lineal.

Por desgracia, para todo tipo de visión de la naturaleza que involucre este tipo de modelamiento, los sistemas lineales son en general muy raros, aunque algunas ecuaciones dinámicas importantes son lineales (por ejemplo, la ecuación de Schrödinger, en la física cuántica). Muchos sistemas de varios cuerpos, como sociedades humanas, sistema de partículas, planetas, etc., son altamente no lineales. Esto básicamente significa que en este tipo de sistemas se pueden observar transiciones abruptas, es decir, el estado del sistema cambia dramáticamente a pequeñas perturbaciones. Por ejemplo, puede colapsar, desaparecer o prosperar. En

algunos casos, pueden surgir múltiples posibles soluciones estables; y también, la aparición de la impredecibilidad -tanto en el espacio como en el tiempo. Esta última característica en sistemas determinísticos se conoce como “caos clásico” [Strogatz, 2014].

Otro tema que se presenta, a veces relacionado con la termodinámica, es la escala. Un atributo importante de las leyes de potencia, es decir leyes que pueden escribirse como

$$y = ax^r,$$

es la invariancia de escala. Es decir, dada una relación de una función matemática, al escalar el argumento por un factor constante, sólo provoca un escalamiento proporcional de la función en sí (notar que este efecto no es necesariamente lineal). Notar que estas leyes involucran casos muy importantes, como la ley de gravitación universal. Es fácil ver que cuando se toman los logaritmos de la función este comportamiento se reduce a una simple relación lineal. La importancia de esta relación es que la equivalencia de las leyes de potencia con un exponente de escalamiento particular a veces puede tener un origen más profundo en los procesos dinámicos que generan este comportamiento a nivel microscópico. El exponente crítico, como suele denominarse en física, está asociado con transiciones de fase en sistemas termodinámicos. En la ciencia de sistemas complejos, es muy usual encontrar esta característica particular. Las leyes de escala en sistemas no lineales aparecen en: sistemas biológicos, por ejemplo, la relación entre la tasa metabólica y el tamaño de un organismo [West *et al.*, 1997]; fractales; interacciones sociales; ciudades, un ejemplo puede ser la longitud total de la carretera en función del tamaño de la población, etc.

Por todas estas razones, la ciencia no lineal es una piedra angular en los estudios de complejidad. Notar que a esta variedad e imprevisibilidad de soluciones a veces se las conoce como comportamiento emergente [Bedau y Humphreys, 2008], algo que es habitual en los sistemas sociales y biológicos [Scheffer *et al.*, 2009].

2.3.2 Teoría de bifurcaciones

Como mencioné antes, el comportamiento no lineal es el tipo usual de dinámica observada en los sistemas de muchos cuerpos (sociales por ejemplo). En estos sistemas, las soluciones estables finales (puntos de equilibrio o estados finales) pueden cambiar drásticamente cuando algunos de los parámetros (es decir, “parámetros de control”) que son relevantes para la evolución del sistema alcanzan un valor particular. Para comprender esta propiedad, común a casi todos los sistemas no lineales, estudiaremos algunas bifurcaciones clásicas [Hale y Koçak, 2012; Guckenheimer y Holmes, 2013]. Una aplicación reciente interesante a la ciencia social, particularmente a la geografía económica, se puede encontrar en Ikeda y Murota (2014).

Como el lector puede recordar (ya ha sido mencionado en esta sección), una bifurcación es el cambio estructural en la solución de una ecuación diferencial. En esta sección sólo se muestran unas pocas bifurcaciones locales. Queremos mostrar la expresión explícita de las ecuaciones dado que la dinámica del sistema completo se reduce a lo que ocurre en el vecindario del punto de bifurcación y resultará importante para el presente trabajo notar lo conciso del modelo, en termino de la simbología matemática utilizada. La forma reducida de la ecuación de evolución se llama “forma normal”.

Esta discusión, así como las que siguen a continuación, no buscan ser un relato

técnico en absoluto, el propósito será mostrar el nivel de información necesario para dar cuenta de manera cuantitativa los fenómenos estudiados. Esto será de vital importancia a la hora de conectar los conceptos de complejidad y emergencia.

La bifurcación del tipo silla-nodo

La bifurcación de silla-nodo es un fenómeno bien conocido en sistemas dinámicos de dimensión finita [Guckenheimer y Holmes, 2013]. En esta bifurcación, hay dos ramas de puntos fijos en un lado del punto de bifurcación, y ningún punto fijos en el otro lado. La forma normal que rige esta bifurcación puede escribirse como

$$\frac{dx}{dt} = p - x^2.$$

Nótese lo extremadamente sencillo de la expresión anterior. No obstante esto último, patrones muy complicados pueden estudiarse con el uso de este modelo (recordar que la forma compacta escrita anteriormente es valida solo en cercanías de la bifurcación). Por ejemplo, ondas solitarias, los llamados solitones, en sistemas físicos altamente no lineales a menudo exhiben este tipo de bifurcación. Los ejemplos incluyen también sistemas modelados via ecuaciones de Boussinesq, ecuación en ondas de agua [Buffoni et al., 1996; Yang y Akylas, 1997; Chen, 2000], la ecuación de Swift-Hohenberg en la formación de patrones [Burke y Knobloch, 2007], la ecuación de Schrodinger no lineal (NLS), ecuaciones con potenciales localizados o periódicos en óptica no lineal y sistemas condensados de Bose-Einstein [Herring et al., 2005; Kapitula et al. 2006; Sacchetti, 2009; Akylas et al., 2012], y muchos otros.

Bifurcación transcritical

Es una típica bifurcación que ocurre cuando dos soluciones estacionarias cambian sus propiedades estacionarias para un valor crítico del sistema. La forma

normal de esta ecuación es

$$\frac{dx}{dt} = px - x^2,$$

Esta última es usada extensivamente para describir por ejemplo, y en algunos casos de manera extremadamente exitosa, el crecimiento poblacional de una especie determinada [May, 1976], cuyo número representa la variable x . Cuando el valor del número de individuos es suficientemente pequeño, la población crece o muere exponencialmente de acuerdo a si p (la tasa de crecimiento, exponencial, del sistema) es mayor o menor que cero. Si la población crece, después de algún tiempo, se habrá vuelto tan grande que la escasez de alimentos o la actividad de los depredadores surtirán efecto y la tasa de crecimiento disminuirá. El término no lineal en la ecuación representa justamente esta saturación del crecimiento exponencial de la población.

Los puntos estacionarios de este sistema son entonces: $x=0$, $x=p$. Es fácil ver que habrá un cambio del comportamiento de estabilidad en estos puntos estacionarios dependiendo del signo de p . Si es menor que cero, el punto estable es $x=0$, mientras que $x=p$ es inestable. Cuando p es mayor que cero, las propiedades de estabilidad de estos puntos cambian, es decir, $x=0$ es inestable y $x=p$ es estable. El punto de bifurcación en este caso es también $p=0$.

Bifurcación de la horca

El caso de la bifurcación de la horca es muy interesante. Puede asociarse a algunas propiedades de simetría del sistema involucrado. Vale la pena recordar que en los sistemas físicos, para cada simetría matemática continua, hay una cantidad conservada correspondiente, que es de hecho una propiedad extremadamente

importante [Noether, 1918].

La ecuación de evolución para esta bifurcación fue descrita por Landau en 1944, para describir el efecto de las no linealidades en la inestabilidad hidrodinámica lineal, representando la amplitud de una perturbación por x

$$\frac{dx}{dt} = px \pm x^3.$$

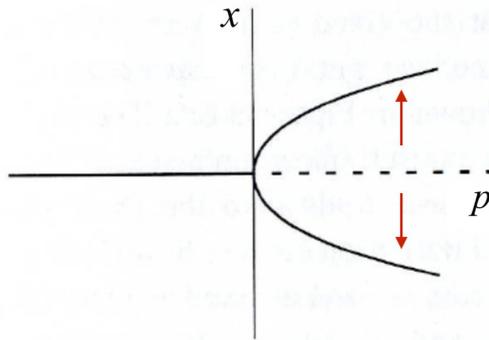


Figura 2.1: Bifurcación de la horca. En línea llena se indican soluciones estables del sistema, mientras que líneas punteadas son inestables. Nótese como soluciones pueden transitar de una solución a otra.

Cuando el signo en el término cúbico es negativo, la bifurcación se llama supercrítica. En este caso, para p menor que cero sólo hay un equilibrio en $x=0$. Mientras que para p mayor que cero hay tres soluciones, una inestable, en $x=0$ y dos estables en las raíces cuadradas positiva y negativa de p . El caso subcrítico es cuando el signo del término cúbico, en la ecuación de evolución, es positivo. Hay una inversión de las soluciones estables y sus propiedades de estabilidad. Para el caso subcrítico, p menor que cero, hay tres soluciones estacionarias: $x=0$ estable y ambas raíces

cuadradas inestables. Para p mayor que cero, la única solución (inestable) es $x=0$. Claramente, el punto de bifurcación ocurre en $p=0$.

Formación de patrones

En línea con el tema previamente discutido, existe un fenómeno muy importante, formulado matemáticamente por primera vez en el contexto de la morfogénesis. Este también corresponde a un tipo de bifurcación, la cual en su forma más sencilla, es conocida como la inestabilidad de Turing (en reconocimiento al matemático inglés Alan Turing).

Los patrones, o estructuras (muchas de ellas con características geométricas bien determinadas), aparecen por todas partes en la naturaleza y ha sido uno de los ejemplos importantes citados en la literatura sobre emergencia [Bedau y Humphreys, 2008]. Los patrones espacio-temporales se pueden observar en reacciones químicas o en sistemas vivos tales como cultivos de bacterias [Murray, 2002], fenómenos que involucran escalas planetarias como la mancha roja de Júpiter, etc.

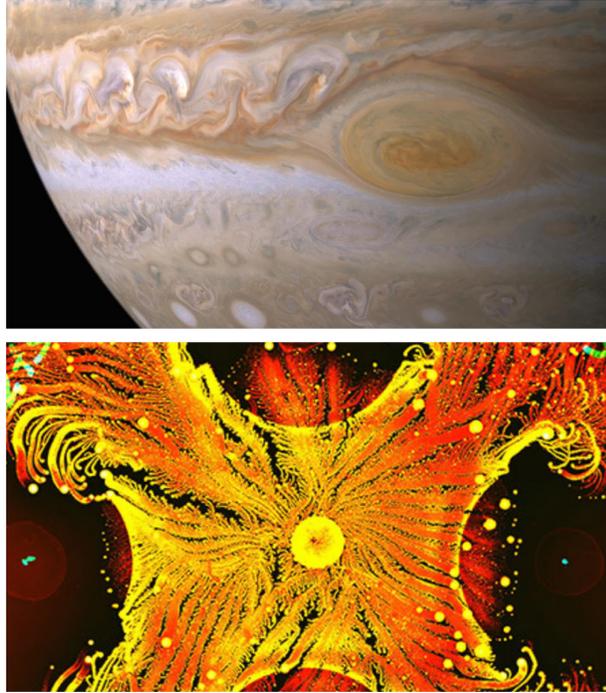


Figura 2.2: Formación de patrones. Patrones de diferentes escalas: arriba la Gran Mancha Roja, duplicando el tamaño de la tierra, es una tormenta muy estable, se estima a persistido más de 300 años; abajo una colonia de bacterias *Paenibacillus dendritiformis* and *Paenibacillus vortex*, en un disco de cultivo de Petri.

Es muy importante notar que, como en casi todos los estudios cuantitativos, el tratamiento habitual de la formación de patrones se realiza mediante el modelamiento de las interacciones macroscópicas [Hoyle, 2006, Cross y Greenside, 2009], ya que en general la escala o longitud del patrón observado es mucho mayor en órdenes de magnitud del tamaño de la interacción microscópica que lo genera (volveré a este punto más adelante, explicando los modelos basados en agentes). Después de discutir la formulación matemática típica del mecanismo de Turing, daremos un ejemplo importante de la aplicación de este modelo en las ciencias sociales.

Morfogénesis y la síntesis de Alan Turing

Algunas de las primeras ideas y descripciones matemáticas sobre cómo los procesos físicos y las limitaciones que afectan el crecimiento biológico y, por lo tanto, los patrones naturales como las espirales de la filotaxis, fueron descritos por D'Arcy Wentworth Thompson en su bello libro de 1917 "*On Growth and Form*" [Thompson, 1917]. Allí, Thompson explicó que, bajo su punto de vista, las formas del cuerpo de un animal se crean mediante diferentes velocidades de crecimiento en diversas direcciones. Por ejemplo, al generarse la concha espiral de un caracol. Estos mecanismos eran bastante complicados ya que requerían una mecánica interna muy bien estipulada, y complicada, para producir los diferentes diseños que aparecen por doquier en la naturaleza.

Mucho mas tarde, y entrado el siglo XX, más específicamente en 1952, Alan Turing predijo correctamente un mecanismo de morfogénesis [Turing, 1952]. Utilizando solo la difusión de dos señales químicas diferentes: una que activa y otra desactivada el crecimiento. Este tipo de mecanismos establece de forma correcta patrones de desarrollo, y solo fue experimentalmente comprobado décadas después del trabajo teórico de Turing [Castets et al., 1990]. La comprensión más completa de los mecanismos involucrados en los organismos reales requirió el descubrimiento de la estructura del ADN y el desarrollo de la biología molecular y la bioquímica. El modelo de Turing es considerado como una metáfora válida de la morfogénesis biológica, útil para un marco conceptual y para guiar el modelado, pero no para la predicción. Sin embargo, en trabajos muy recientes, se demuestra que el modelo de Turing explica cuantitativamente la morfogénesis en la cual los compartimentos celulares primero se diferencian químicamente y luego físicamente [Sheth et al. 2012; Tompkins et al.,

2014].

Es importante para el desarrollo de este trabajo notar en lo simple del mecanismo propuesto por Alan Turing. Lo describiremos de manera sucinta a continuación.

La palabra difusión proviene del latín: *diffudere*, la cual significa extenderse. Hasta la obra de Turing en 1952, la difusión se solía considerar como un mecanismo que homogeneiza el sistema donde actúa. Creemos que otro importante aporte del trabajo de Turing fue demostrar cómo un mecanismo de difusión puede concentrar elementos de un sistema en una región particular (dejando otros con baja concentración), creando así patrones espacio-temporales.

Escribamos una ecuación de reacción-difusión clásica (completa) que describe la inestabilidad de Turing:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = f(u,v) + D_u \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = g(u,v) + D_v \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2}$$

Sigo aquí la discusión simple, y guío a los lectores curiosos a una discusión más formal y completa sobre el tema en las referencias a continuación [Murray, 2002; Cross y Greenside, 2009].

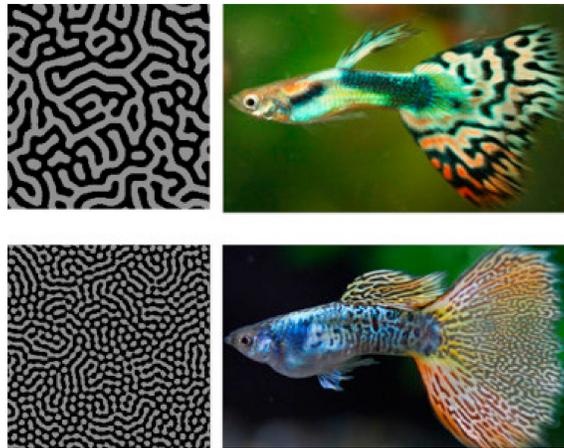


Figura 2.3: Inestabilidad de Turing. La figura muestra a derecha dos tipo de patrones presentes en colas de pez, y izquierda el resultado del modelamiento matemático del fenómeno utilizando las ideas propuestas por Turing.

En estas ecuaciones tenemos las partes de reacción: las funciones $f(u,v)$ y $g(u,v)$; y los términos de difusión antes mencionados, caracterizados por dos parámetros de difusión Du y Dv . Una condición necesaria para la inestabilidad de Turing es una diferencia en estos coeficientes de difusión. En particular, la difusión del agente inhibidor, v , debe ser mayor que la del activador u . Con estas condiciones en los parámetros que difunden ambos agentes y detalles un poco más técnicos en las funciones (no lineales) mencionadas f y g , hay un punto de bifurcación donde la solución de esta ecuación cambia de una solución uniforme a una modulada, i.e, una que presenta un patrón.

La utilización exitosa de este tipo de teoría para modelar fenómenos emergentes es notable. En un trabajo reciente, de Lim, Metzler y Bar-Yam, los autores han estudiado la formación de patrones sociales globales y violencia étnica-cultural [Lim *et*

al., 2007]. Usando un modelo un tanto más sofisticado que el previamente discutido, predicen la emergencia de zonas de conflicto, i.e. los patrones, en Europa del Este con una precisión asombrosa. Este tipo de estudios muestra el poder y la universalidad de estos conceptos y su potencia en la aplicación de esta metodología a diferentes campos de estudio. En término de teoría de información, se necesitan muy pocos *bits* de información en el modelo para dar cuenta del fenómeno estudiado.

2.3.3 Teoría de redes

Hasta ahora hemos discutido modelos continuos. El caso de una red es diferente. Una red es un conjunto de nodos (también llamados vértices) conectados por enlaces [Newman *et al.*, 2011]. La teoría de redes se remonta al célebre problema de puentes de Königsberg y su solución por Euler publicada en 1741, el cual ha sido tratado como el comienzo formal de la teoría de grafos, una teoría matemática que precedió a la teoría de la redes actual. Es muy importante darse cuenta de que hay muchos casos en los que los enfoques del tipo continuo, como el mecanismo de Turing (ver las ecuaciones anteriores), no son una buena aproximación para problemas discretos y sólo una visión de red describirá los fenómenos de una manera precisa.

Entre este tipo de sistemas, los cuales han sido de mucha discusión en emergencia actualmente, se encuentran: redes sociales con conexiones entre individuos; las redes de transporte en ciudades o entre ciudades, como por ejemplo las redes de aviones; internet; redes tróficas; redes neuronales; redes de colaboración: científicas, organizaciones o comunidades empresariales, etc.

Hay algunos conceptos importantes que se deben entender cuando se estudian redes, ya que muchos de ellos no solo caracterizan topológicamente las mismas, sino

que dan luz sobre los mecanismos que hacen emerger atributos globales. Algunos son [Costa et al., 2007; Newman, 2010; Gross, *et al.*, 2006]:

Grado: el número de vértices conectados a un nodo. Se puede ver fácilmente la importancia de esta característica, no obstante algunas obras recientes demuestran que algunos nodos con pocos *links* juegan un papel muy importante en la red global, empalmando distintos “vecindarios” altamente conectados.

Enlace dirigido, direccionamiento: Si una conexión funciona solamente en una dirección, se llama enlace dirigido (pensar por ejemplo en un camino de una dirección en una red de transporte).

Ruta Geodésica: Es el camino más corto entre dos nodos conectados. Esta cantidad es importante cuando se abordan cuestiones como la propagación de información; el estudio de optimización de rutas, de energía; la propagación de enfermedades infecciosas o similares; etc.

2.3.4 Teoría de juegos

El surgimiento de emergentes en sistemas con capacidad de generar estrategias durante su evolución es uno de los temas fascinantes en el área. En efecto, así lo dan a entender Bedau y Humphreys (2008) “Además, los procesos evolutivos que dan forma a los linajes biológicos implican emergencia. Una biosfera compleja y altamente diferenciada ha emergido durante miles de millones de años de lo que originalmente era una variedad mucho más simple y mucho más uniforme de las formas de vida temprana”.

La teoría de juegos, o la teoría de los dilemas sociales, se centra en cómo un grupo de elementos interactúa usando toma de decisiones estratégicas. A pesar de que

la historia de la teoría de juegos puede remontarse a principios de 1700, la versión moderna de ella aparece después de la obra de John von Neumann, en 1928 [von Neumann y Morgenstern, 2007]. Varios trabajos siguen los esfuerzos de von Neumann, por ejemplo, se puede mencionar el importante trabajo realizado por Nash en 1950, que introdujo la idea de Equilibrio (de Nash), esto es una consistencia mutua de estrategias. Un ejemplo interesante de una rama de esta disciplina es la teoría de la evolución, que se centra en la dinámica de cambios de estrategia. En este contexto, los juegos se llaman juegos evolutivos.

En la configuración clásica de teoría de juegos, los jugadores tienen opciones de elección, y el juego puede ser en una sola ronda o en rondas repetitivas. Desde el punto de vista formal, las reglas o las elecciones que los jugadores pueden tener en el curso del juego son generalmente dispuestas en árboles de decisión o matrices, de esta forma se facilita enormemente su análisis analítico.

Veremos un ejemplo muy simple para mostrar cómo funciona la teoría. Discutiremos el ejemplo bien conocido en teoría de juegos denominado: el dilema del prisionero. Dos jugadores son socios en un crimen y después de ser capturados, por sospecha de su actuar, son confinados en diferentes celdas. La policía les ofrece la oportunidad de confesar el crimen. Podemos entonces representar a los jugadores en una matriz de dos por dos con las diferentes compensaciones de las cuatro opciones posibles dependiendo de las confesiones criminales:

- i) El prisionero A permanece en silencio, el prisionero B permanece en silencio:
cada uno recibe una condena de un año.

- ii) El prisionero A permanece en silencio, el prisionero B traiciona: prisionero A resulta con 3 años de cárcel, mientras que el B es liberado;
- iii) Prisionero A traiciona y el B permanece en silencio: prisionero A es liberado y el prisionero B: 3 años de condena;
- iv) Prisionero A traiciona, prisionero B traiciona: cada uno es condenado a 2 años.

El mejor resultado posible para ambos prisioneros es no confesar. Si sólo uno confiesa gana mucha utilidad, mientras que el otro pierde. La otra alternativa es la confesión de los dos prisioneros. ¿Cuál sería entonces el resultado final más probable en este escenario?

Como puede adivinar el lector, la teoría de juegos se puede aplicar también en redes complejas, teniendo en cuenta la topología donde interactúa el individuo: la red social. Hay muchos tipos de juegos, podemos mencionar: cooperativo, no cooperativo; juegos discretos y continuos; simultáneo, secuencial; juegos evolutivos; de información perfecta o imperfecta; de muchos jugadores, juegos de población, etc.

Es importante notar cuenta que en todas las situaciones, para el caso particular del comportamiento racional, los jugadores (que pueden ser una persona, una empresa, etc.) deben calcular qué hacer, teniendo en cuenta lo que el otro agente inferirá de la otras acciones [Camerer, 2003]. Los resultados a nivel macroscópico de la aplicación de estrategias en sistemas de muchos agentes puede ser considerado un fenómeno emergente [Risjord, 2014].

2.3.5 Teoría de la información

Claude Shannon desarrolló una teoría para encontrar los límites del procesamiento de señales; su trabajo "Una teoría matemática de la comunicación" fue publicado en el *Bell System Technical Journal* en julio y octubre de 1948. Este es el hito inicial de lo que ahora se llama Teoría de la Información (Shannon, 1948). Desde la obra de Shannon, la Teoría de la Información ha sido aplicada con éxito a diferentes campos (genética molecular, criptografía, inferencia estadística, física, biología, y en general al análisis de datos). En sistemas complejos, la teoría de la información se ha utilizado además en relación a una teoría que fue desarrollada por E. T. Jaynes. En una serie de documentos alrededor de 1952, este investigador discutió la correspondencia entre la mecánica estadística y la teoría de la información [Rosenkrantz, 1983].

Este gigantesco paso nos dice que la mecánica estadística (y todas las aplicaciones y predicciones de este cuerpo exitoso de conocimiento) debe ser visto como un caso particular de una teoría más general: la Teoría de la Información. El trabajo de Jaynes prestó atención a un principio general: el Principio de Máxima Entropía (o *MaxEnt*). Hoy en día *MaxEnt* se utiliza, entre otras aplicaciones, para entender la aparición de distribuciones en biología, ecología (desde un enfoque de sistemas complejos) como por ejemplo: distribución de tamaños, distribución de rangos, distribución de energía, etc. En un esfuerzo muy reciente el autor de este trabajo ha aplicado la teoría de *MaxEnt* para entender los patrones en sistemas urbanos, pero este trabajo aún no ha sido publicado y está aún en progreso.

2.3.6 Super-estadística

Se ha enfatizado la importancia de la contribución de la mecánica estadística y la teoría de *MaxEnt* al estudio de sistemas complejos y fenómenos naturales en

general. En un trabajo reciente, Beck y Cohen introdujeron una generalización natural de la mecánica estadística [Beck y Cohen, 2003; Cohen, 2004]. La idea es muy simple, pero también muy potente. Cuando se trata de sistemas complejos de no-equilibrio con estados quasi-estacionarios a largo plazo sujetos a fluctuaciones espacio-temporales, se puede obtener la distribución de probabilidad, que tiene características muy peculiares, calculando el promedio sobre estas fluctuaciones. Un ejemplo típico de estas características puede ser el así llamado comportamiento de distribuciones de eventos extremos (como los terremotos, fluctuaciones y caídas de bolsas financieras, etc.), caracterizados usualmente por funciones escalables como las mencionadas al comienzo de este capítulo. Esta característica está presente en una variedad de fenómenos emergentes, por ejemplo los asociados a auto organización crítica [Zelinka et al. 2013].

Para ser más explícito, veamos un ejemplo de cómo funciona la teoría. Supongamos que tenemos un sistema compuesto por muchos subsistemas. Cada subsistema tiene partículas que difunden a velocidades características promedio bien caracterizadas por un parámetro de difusión. En consecuencia, cada subsistema se caracterizará por una distribución bien definida caracterizada por el parámetro de difusión particular que tiene. Pero si consideramos el sistema completo (la agregación de todos los subsistemas) debemos promediar usando todas estas distribuciones particulares.

Es fácil darse cuenta del poder de este concepto y de la generalización que puede hacerse siguiendo estos métodos [Hanel, Thurner y Gell-Mann, 2011].

2.3.7 Autómatas celulares

Circa 1950 Stanislaw Ulam y John von Neumann crearon un modelo para entender el comportamiento de unidades discretas en función del comportamiento de sus vecinos. Fue el comienzo de los modelos de autómatas celulares. El Autómata Celular es un modelo discreto basado en células, cada una con un conjunto de estados: encendido-apagado o similar. Las posiciones de las células suelen estar en una cuadrícula regular (pero, de nuevo, se pueden organizar en redes complejas como la mencionada anteriormente). Luego, dada una condición inicial para los autómatas celulares, el siguiente estado será una actualización de cada cuadrícula según las reglas locales [Toffoli y Margolus, 1987; Schif, 2011].

Para explicar las ideas esenciales, echemos un vistazo a un ejemplo simple: los autómatas celulares unidimensionales. En un autómata celular unidimensional cada célula puede estar en dos estados: cero y uno (o encendido y apagado, etc.). Dado el estado de una célula en el tiempo t , su configuración en el tiempo $t+1$ dependerá de: su propio estado en el tiempo t y el estado de los dos vecinos también en el instante t . Está claro entonces que los valores posibles para un vecindario son dos a la potencia de tres, es decir 8, y luego se le da la opción de encendido o apagado, habrá un total de 2 a la 8, es decir 256 reglas para un autómata celular unidimensional como este.

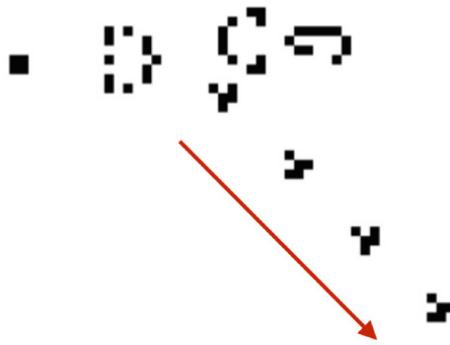


Figura 2.4: Juego de la vida: *Autómata celular diseñado por H. Conway. Tiene la particularidad de generar una serie de patrones que surgen indefinidamente. En la figura una "Pistola de planeadores de Gosper" (Gosper Glider Gun), la flecha roja indica el movimiento de estos (cuatro) planeadores.*

Dependiendo de su comportamiento, S. Wolfram, en su libro *A New Kind of Science* [2002], definió cuatro categorías en las cuales los autómatas celulares pueden ser clasificados. En la clase número uno casi todos los patrones iniciales evolucionan rápidamente a un estado estable, homogéneo, y cualquier aleatoriedad en el patrón inicial desaparece. En la clase dos, casi todos los patrones iniciales evolucionan rápidamente en estructuras estables u oscilantes, y parte de la aleatoriedad en el patrón inicial puede filtrarse, pero algunos permanecen. Los cambios locales en el patrón inicial tienden a permanecer locales. La clase tres tiene casi todos los patrones iniciales que evolucionan de una manera pseudo-aleatoria o caótica. Cualquier estructura estable que aparece es rápidamente destruida por el ruido circundante. Los cambios locales en el patrón inicial tienden a propagarse indefinidamente. Finalmente, en la clase cuatro, casi todos los patrones iniciales evolucionan en estructuras que interactúan de forma compleja e interesante, con la formación de estructuras locales

capaces de sobrevivir durante largos períodos de tiempo.

Las aplicaciones de los autómatas celulares se pueden encontrar en diferentes campos como los procesadores informáticos utilizados para comprender la formación de patrones en biología, epidemiología y modelos para simular dinámicas urbanas a través de las acciones locales de los autómatas celulares [Batty, 2007], etc.. Además han sido el ejemplo paradigmático y ampliamente discutido en emergencia [Gardner, 1970; Goldstein, 1999; Chalmers, 2006; Bedau, 2008; Beisbart, 2012, Frigg y Reiss, 2009], utilizando algunas reglas en particular, como ejemplo la del así llamado “Juego de la vida” del matemático inglés J. H. Conway.

2.3.8 Modelado de agentes

Con la llegada de nuevas tecnologías y el creciente poder computacional, es fácil considerar modelos computacionales para estudiar la evolución de muchos agentes, a diferentes escalas y escenarios. El modelado basado en agentes puede considerarse como la evolución de modelos de autómatas celulares. Esto puede considerarse como un enfoque desde abajo hacia arriba (i.e. ascendente), debido al hecho de que determinadas propiedades observadas en el sistema como un todo (algunas de ellas emergentes) resultan de las interacciones de los componentes microscópicos del sistema. Dicha visión difiere de las otras discutidas en este capítulo, como por ejemplo el mecanismo de Turing, donde la difusión de partículas es modelada a través de un operador espacial que actúa a escala macroscópica.

No hay una receta específica para aplicar el modelado basado en agentes, ya que puede usarse en muchos escenarios y sistemas. Por lo general, pueden estudiarse en varios niveles, como individuos [Axelrod, 1997], poblaciones [Gustafsson y Sternad,

2010], organizaciones, etc.; modelos para la toma de decisiones (notar que en este caso la teoría de juegos también puede aplicarse); topología de las interacciones, redes regulares o irregulares, redes complejas; entornos donde ocurren interacciones sociales y reglas de aprendizaje (o procesos adaptativos); etc.

Se ha argumentado que los principales beneficios del modelado basado en agentes son los siguientes [Bonabeau, 2002]:

- i) captura fenómenos emergentes. Esto se debe a que en principio los fenómenos emergentes provienen de interacciones microscópicas (o entidades individuales), y cuando se utilizan modelos basados en agentes, cualquier característica macroscópica será por definición resultado de reglas microscópicas que actúan sobre un gran número de agentes. Estos fenómenos emergentes pueden aparecer cuando: el comportamiento individual es no lineal, las interacciones de los agentes son heterogéneas y pueden generar efectos de red, basados en agentes. Los modelos pueden amplificar las fluctuaciones (algo que es difícil de obtener formalmente utilizando ecuaciones diferenciales) y cuando el comportamiento individual muestra la dependencia de la trayectoria y/o memoria (como en el caso de un atascamiento de tráfico);
- ii) en muchos casos, el modelado basado en agentes proporciona la forma más natural de describir las dinámicas y reglas del sistema, centrándose en las reglas individuales de los agentes.

Otras áreas en las que se está aplicando la modelización basada en agentes son: difusión y adopción de la opinión e innovación, diseño de la organización de sistemas

sociales, dinámica de mercado de valores, flujos en espacios heterogéneos (por ejemplo tráfico o evacuación).

2.3.9 Minería de datos

Existen muchos sistemas donde la dinámica subyacente es desconocida. Estos son, de alguna manera, formas muy diferentes del tipo clásico de sistemas dinámicos, donde se pueden proponer modelos utilizando primeros principios para describirlos. En estos sistemas, las ecuaciones de movimiento de Newton para los sistemas clásicos; las ecuaciones de Maxwell para sistemas electromagnéticos; ecuaciones cuánticas o relativistas, puede ser el punto de partida para construir modelos que describan el fenómeno usando un enfoque ascendente. Para otros sistemas, este tipo de reducción (tanto epistemológica como ontológica) es imposible debido a: la complejidad del problema, que a veces hace casi imposible crear un modelo reduccionista; la falta de información, ya que a veces los datos o resultados del sistema están disponibles sólo a un nivel muy alto y macroscópico, etc.

Hoy en día contamos con una variedad casi infinita de datos disponibles: de instituciones científicas, gobiernos, diferentes tipos de empresas, datos sobre internet, etc. Todos estos datos disponibles pueden ser almacenados y estudiados, pero como el lector puede adivinar (y como ya hemos mencionado) para algunos de ellos el enfoque de primeros principios está lejos de ser alcanzado.

El término minería de datos no se refiere a la extracción y recolección de una gran cantidad de datos, como suele creerse. La minería de datos se refiere a la extracción y el reconocimiento de patrones emergentes en grandes conjuntos de datos. En este sentido, la minería de datos tiene dos metas principales [Kantardzic, 2011]:

predicción y descripción. Para lograrlos, la minería de datos utiliza la siguiente tarea: clasificación, regresión, agrupación, resumen, modelado y detección de desviaciones. Aunque el reconocimiento de patrones y la detección de signos de causalidad en algunas interacciones han sido un tema de investigación usando métodos clásicos (por ejemplo, correlación y análisis de regresión); la minería de datos identifica patrones presentes en los datos, utilizando además (y entre otras) la inteligencia artificial y las técnicas de aprendizaje automático [Hastie *et al.*, 2009]. Debido a la gran variedad de datos disponibles hoy en día, la minería de datos se está convirtiendo en una poderosa herramienta para estudiar los patrones sociales en los sistemas urbanos. También, aplicaciones comunes de esta rama de la informática pueden verse en astronomía, genética, comportamiento social emergente, patrones en transporte, sistemas financieros, telecomunicaciones, etc.

2.4 Medidas de complejidad

Acabamos de resumir la variedad de metodologías con las que trabaja un científico de las ciencias de la complejidad a la hora de estudiar un sistema que (seguramente según su percepción) puede catalogarse como sistema complejo. A la vez, mucho se ha escrito y discutido sobre el como definir (o medir) la complejidad de un sistema.

La importancia de esto último puede entenderse cuando se piensa que sistemas con el mismo nivel de complejidad (habiendo elegido una misma definición de la medida de la complejidad) podrían compartir características. Lo cual sin lugar a dudas es de importancia epistemológica.

La historia del estudio de las regularidades probabilísticas en los sistemas físicos

se remonta a 1857 con la idea misma de entropía propuesta por Rudolf Clausius. Notablemente Claude Shannon derivó la misma forma funcional usada casi un siglo antes para introducir el concepto de entropía de la información [Shannon, 1948]. A pesar de que la idea intuitiva de complejidad e información en un sistema físico comparten algunas similitudes, fue necesario introducir varias medidas (o métricas) para comprender diversos tipos de complejidades y para cuantificar las propiedades del sistema estrechamente relacionadas con ambas [Lloyd, 2001]: complejidad de Kolmogorov, profundidad lógica, complejidad efectiva, etc.

Algunas de las diferentes medidas de complejidad propuestas están claramente asociadas al estudio de sistemas particulares, por ejemplo: estudio de cadenas de símbolos, los datos que el sistema produce de manera espacio-temporal, etc. Siguiendo entonces a Lloyd (2001) podemos agrupar cierto tipo de preguntas relacionadas con el concepto complejidad en un dado sistema, estas pueden ser: ¿qué tan difícil es de describir? ¿qué tan difícil es de crear? ¿cuál es su grado de organización?

Veremos entonces que cada una de estas preguntas nos lleva a preguntas profundamente filosóficas que involucran como mínimo aspectos epistemológicos (capacidad de reducción del observador, teorías que describen al fenómeno, niveles de organización, etc.). A continuación discutiremos algunas de estas medidas de complejidad, notando que el estudio técnicamente detallada puede encontrarse en las referencias mencionadas, analizaremos aquí lo relevante para esta discusión.

2.4.1 Complejidad computacional

La teoría de la complejidad computacional se centra básicamente en clasificar

los problemas computacionales según su dificultad inherente, las cuales pueden ser: de tiempo, es decir la complejidad existente en términos del tiempo de ejecución que lo resuelva; complejidad espacial, en términos de la memoria que se necesita para el cálculo; o en término de cantidad y tipo de operaciones matemáticas [Arora y Barak, 2009].

En esta teoría se entiende que un problema computacional es una tarea que en principio es susceptible de ser resuelta por un ordenador, lo que equivale a decir que el problema puede resolverse mediante la aplicación mecánica, usualmente lineal, de pasos matemáticos, como un algoritmo.

Para graficar estos puntos podemos citar un problema clásico en esta área: el problema del vendedor ambulante (PVA), el cual plantea la siguiente pregunta: dada una lista de ciudades y sus puntos geográficos, cuál es la ruta más corta posible de visita, teniendo en cuenta que cada ciudad se visita exactamente una vez y que el vendedor vuelve a la ciudad de origen? Este es un problema bastante difícil en términos de optimización combinatoria, muy importante en la investigación operativa y en la informática teórica.

A pesar de su larga historia [Laporte, 2006], que data de los trabajos de Euler alrededor de 1766, el problema se formuló de manera rigurosa por primera vez en 1930 y es uno de los problemas más intensamente estudiados en teoría de optimización. Se utiliza como punto de referencia para muchos métodos. Aunque el problema es computacionalmente difícil, se conoce un gran número de heurísticas y algoritmos exactos, de modo que algunos casos con decenas de miles de ciudades pueden ser resueltos.

El PVA tiene varias aplicaciones, incluso en su formulación más pura, como planificación, logística y movilidad en sistemas sociales, etc. Ligeramente modificado, aparece como un sub-problema en muchas áreas, como la secuenciación de ADN. En muchas aplicaciones, pueden imponerse limitaciones adicionales al problema clásico, tales como recursos limitados o tiempos máximos entre ciudades.

Entonces, en este caso, un problema se considera inherentemente complejo si su solución requiere recursos significativos (en al menos los tres tipos de dificultades mencionados anteriormente), cualquiera que sea el algoritmo utilizado. La teoría formaliza esta intuición, introduciendo modelos matemáticos de cálculo para estudiar estos problemas y cuantificar la cantidad de recursos necesarios para resolverlos. También se utilizan otras medidas de complejidad, un tanto más específicas, como la cantidad de comunicación (utilizada en la complejidad de la comunicación), el número de puertas de un circuito (utilizado en la complejidad del circuito) y el número de procesadores (utilizados en la computación paralela).

Uno de los papeles de la teoría de la complejidad computacional es determinar los límites prácticos de lo que las computadoras pueden y no pueden hacer. Es importante notar que los límites actuales están probablemente siendo definidos por la computación cuántica.

Campos estrechamente relacionados en la informática teórica son el análisis de los algoritmos y la teoría de la computabilidad. Una distinción clave entre el análisis de los algoritmos y la teoría de la complejidad computacional es que el primero se dedica a analizar la cantidad de recursos necesarios para resolver un problema, mientras que el último hace una pregunta más general acerca de todos los posibles algoritmos que

podrían utilizarse para resolver el mismo problema. Más precisamente, la teoría de la complejidad computacional intenta clasificar los problemas que pueden o no pueden ser resueltos con recursos adecuadamente restringidos. A su vez, imponer restricciones a los recursos disponibles es lo que distingue la complejidad computacional de la teoría de la computabilidad: esta última teoría pregunta qué tipo de problemas pueden, en principio, ser resueltos algorítmicamente.

2.4.2 Complejidad algorítmica

La complejidad de Kolmogorov, K , fue introducida independientemente, en los años 60 por Solomonoff, Kolmogorov y Chaitin [Solomonoff, 1964; Kolmogorov, 1963; Kolmogorov 1965; Chaitin, 1966].

Formalmente, K , está dentro de la teoría algorítmica de la información, en el área de la informática, la que estudia no solo la complejidad de Kolmogorov sino que otras medidas de complejidad aplicadas a vectores o cadenas de datos (en general pueden ser otras estructuras de datos).

De una manera simple, la complejidad de Kolmogorov de un objeto, reducido éste a un vector de datos, es la longitud del programa de computación más corto (en un lenguaje de programación predeterminado) que produce el objeto como salida (o *output*). Es una medida de los recursos computacionales necesarios para especificar el objeto, y también se conoce como complejidad algorítmica, descriptiva, complejidad de Kolmogorov-Chaitin, entropía algorítmica o complejidad de tamaño de programa.

La noción de complejidad de Kolmogorov puede utilizarse para estudiar y probar resultados de imposibilidad, similares al argumento diagonal de Cantor (1891), el teorema de incompletitud de Gödel (1931) y el problema de detención de Turing (1937),

todos asociados a teoría de la información. Hay varias otras variantes de la complejidad de Kolmogorov o información algorítmica. El tipo más utilizado de complejidad K se basa en programas de auto-delimitación, y se debe principalmente a Leonid Levin (1974).

A pesar de su utilidad, la complejidad de Kolmogorov no captura muy bien la noción intuitiva de complejidad. Por ejemplo, como puede ser obvio para el lector tomando en cuenta la definición de esta medida, los vectores aleatorios de datos, sin ninguna regularidad, tienen complejidad de Kolmogorov muy grande. Pero esas cadenas no son "complejas" desde un punto de vista intuitivo, son completamente al azar y no tienen ninguna estructura interesante en absoluto.

2.4.3 Complejidad efectiva

Una medida que creemos capta de manera más exacta la noción de la complejidad de un sistema dado es la Complejidad Efectiva, introducida por Murray Gell-Mann y Seth Lloyd [Gell-Mann, 1995; Gell-Mann y Lloyd, 1996]. En resumen, la complejidad efectiva de una entidad corresponde a la longitud de una descripción altamente comprimida de sus regularidades.

La idea es simple, elegante y profunda: si dividimos el contenido de información algorítmica de una cadena de datos en dos componentes: uno con sus regularidades (relacionado con la complejidad de Kolmogorov) y otro con sus características aleatorias (relacionadas con su entropía), la complejidad efectiva de los datos será sólo el contenido de información algorítmica de sus regularidades. Lo cual epistemológicamente tiene claras consecuencias. Un lector perceptivo notará un aspecto muy importante de la teoría desarrollada por Gell-Mann y Lloyd, que la

complejidad efectiva de una entidad depende del contexto [Gell-Mann y Mermin, 1994]. Daremos un ejemplo ingenuo para motivar el análisis de este aspecto de la teoría. Imaginemos que estamos estudiando un sistema particular: un organismo vivo. Entonces: ¿cuál es su complejidad?

No hay duda de que debemos ser más específicos al mencionar exactamente qué característica o característica queremos estudiar usando este concepto, y además de extrema importancia: qué conjunto de datos tenemos para hacerlo. No sólo eso, sino también para ser más precisos, debemos tener una teoría que explique los datos.

2.5 Modelos y teorías

En el ámbito de la filosofía de la ciencia, la discusión acerca de qué es una teoría ha sido una temática de gran discusión desde principios del siglo pasado y sigue siendo motivo de análisis en la actualidad.

De modo similar, en la segunda mitad de ese mismo siglo ingresa en el foco de atención de la comunidad filosófica el concepto de modelo, en cierto sentido en competencia con el de teoría, al cumplir con algunas de sus funciones y distinguiéndose por evitar algunas de las discusiones acerca de los compromisos que podría implicar el uso de términos en una teoría para la que su referencia es dudosa al haber sido introducidos en el proceso conjetural.

Es así que sería imposible reseñar aquí sin cometer graves omisiones, las distintas posiciones que intentan dar cuenta de las teorías y los modelos.

Debe sin embargo tenerse en cuenta que a los fines de las predicciones que

pueden tomarse como índice del éxito de un esquema conceptual que pretende dar cuenta de una colección de datos, ambos tipos de entidades, teorías y modelos, enfrentan el mismo desafío. El grado de éxito en predecir los resultados experimentales es un indicador de que la teoría no ha sido refutada, ha sido corroborada, es una conjetura plausible, parece adecuada para ese rango de fenómenos para el que se ha propuesto, y una serie más de impresiones que refuerzan la confianza en el uso de esa teoría. De modo similar ese mismo éxito al predecir los resultados se toma como indicio de que el modelo utilizado es un modelo adecuado, ha sido construido de modo que puede garantizarse su uso para justificar las acciones de intervención en el entorno, parece incluso posible que capture parte de los procesos subyacentes en la relación entre *inputs* y *outputs*, y toda otra serie de afirmaciones que también refuerzan la persistencia en el uso de ese modelo para ese rango de fenómenos. Es así que modelos y teorías, parecen ser estructuras que obtienen un *feedback* de los datos que estimulan o desalientan su elección para dar cuenta de esos fenómenos. Es en este sentido que ambas nociones pueden ser utilizadas de manera similar aun cuando toda otra extensión de la similaridad puede correr serios riesgos. Como muestra vale la pena señalar que mientras que algunos modelos que permiten el cálculo de los resultados para cierta configuración experimental pueden ser construidos a sabiendas de su falta de correspondencia con los procesos reales que tienen lugar en la naturaleza a la que se intenta aplicar, no sería ésta una construcción típica para una teoría por su siempre presente expectativa de descripción de las entidades y procesos que tienen lugar en el mundo fenoménico.

En lo que respecta a nuestros objetivos, no será necesario distinguir entre teorías

y modelos al discutir las nociones de complejidad y su utilización al dar cuenta de los fenómenos. Por ese motivo tanto modelos como teorías son abarcados en las moderadas conclusiones que se obtienen en esta investigación y en cada caso que figura el término “teoría” podría haber figurado el de “modelo”, y viceversa.

3. Complejidad y emergencia

3.1 Sobre los posibles estados de un sistema

Como hemos discutido en el capítulo precedente, la noción de complejidad tiene un vínculo importante con las interacciones que tienen lugar entre los elementos basales, las cuales dan lugar a una variedad de fenómenos interesantes, inesperados emergentes, cuya característica principal es la multiplicidad de posibles estados finales del sistema. Notar que esto lleva entonces a la aparición de diferentes niveles de interacción y posible modelamiento (lo usualmente llamado “*Coarse-grained modeling*” [Levitt y Warshel, 1975; Ingólfsson *et al.*, 2014]).

Contrariamente a los fenómenos físicos elementales como la caída libre de un objeto bajo el efecto de la gravedad en un sistema (clásico) newtoniano de dos cuerpos, los sistemas complejos manifiestan una variedad de soluciones, la cual, como se mencionó anteriormente, son producto de la no-linealidad inherente proveniente de las interacciones entre las entidades en un determinado nivel (usualmente un nivel inferior de interacción de donde son reportadas propiedades emergentes del sistema). Entonces, como resultado de esta variedad de estados posibles, el sistema está posibilitado con la “capacidad” de cambiar entre las diferentes soluciones posibles, no solo *via* fluctuaciones térmicas sino que también por condiciones externas al sistema. De esta manera, y por lo tanto, puede explorar y adaptarse, o aún más, dicho de una manera un poco más general, de evolucionar. Algo muy interesante desde el punto de vista filosófico que involucra discusiones que llevan a conceptos como causación, pero que no trataremos en este trabajo, es la co-evolución, o, como lo han discutido P. Godfrey-Smith y sus colaboradores, la “construcción de nicho” [Godfrey-Smith, 2000;

Laland *et al.*, 2014].

Podemos mencionar que este proceso puede manifestarse de al menos dos formas diferentes: una de ellas es la aparición de rasgos globales, dentro de un sistema compuesto de muchas entidades, o muchos agentes, como es usualmente utilizado en la literatura actual [Kilicay y Dagli, 2003]. Estos, abarcan el sistema en su conjunto y cambian dependiendo de las condiciones internas (incluidas las fluctuaciones) o externas (condiciones de contorno, intercambio de materia y/o energía, etc.), que no puede reducirse a las propiedades de las partes constituyentes y pueden calificarse como "inesperados" o emergentes. Por su carácter no reduccionista, la aparición tiene que ver con la creación y el mantenimiento de estructuras jerárquicas en las que el desorden y la aleatoriedad que inevitablemente existen en el nivel local son, de alguna manera, controlados por niveles superiores de organización (o niveles macro de interacción que pueden ser entendidos mediante no-linealidades de largo alcance, tanto temporal como espacial), resultando en estados de orden y coherencia que involucran a todo el sistema.

En la literatura actual, se ha utilizado muy frecuentemente para este tipo de proceso el concepto de auto-organización. Es así que creemos que en la investigación de los comportamientos dinámicos de los sistemas compuestos de muchos elementos, se puede apreciar un alejamiento de la perspectiva reduccionista en la que se tratan de anticipar las características del todo en términos de las interacciones de las partes, hacia una perspectiva emergentista sobre la base de los fenómenos de auto-organización que son fruto de las múltiples macroestados que el sistema puede presentar frente a las condiciones de contorno e iniciales a las que las partes han sido

expuestas. En palabras de Gallagher (2011): "...un nuevo énfasis en la neurociencia y el conexionismo, que desafió la ortodoxia computacional prevaleciente mediante la introducción de un enfoque basado en sistemas dinámicos no lineales. Con esta formulación hubo un cambio de énfasis en el reduccionismo, al menos en algunos círculos, a un énfasis en la noción de emergencia y autoorganización. La pregunta era cómo surgieron las estructuras personales de nivel superior de los procesos subpersonales y autoorganizativos de menor nivel". Ejemplos clásicos de este comportamiento son los sistemas biológicos.

Desde el punto de vista histórico y filosófico, existe una extensa literatura que enriquece el entendimiento y discusión en estos sistemas. Resulta oportuno mencionar los aportes en esta materia, los cuales usualmente convergen a los conceptos introducidos por Campbell (1974). Recordemos sin embargo que los efectos no-lineales están omnipresentes en la naturaleza a todo nivel de observación. Los fenómenos físico-químicos de escala macroscópica están íntimamente relacionados con la presencia de procesos de retroalimentación, por lo que la ocurrencia de un dado proceso o interacción afecta (positiva o negativamente) la forma en que el mismo se desarrollará en el tiempo. Así, los así llamados *feedback-loops* son conceptos también importantes en las interacciones discutidas aquí.

La otra manera que podemos mencionar referida a los cambios y evolución de soluciones, es el entrelazamiento, dentro del mismo fenómeno, de regularidades a gran escala y de elementos dinámicos que ocurren con cierto grado de sorpresa (debido a la multiplicidad de soluciones mencionada), en forma de eventos evolutivos

aparentemente erráticos⁴.

A través de esta coexistencia de orden y desorden el observador está obligado a concluir que el proceso está fuera de control, no solo de manera temporal, ya que estos efectos pueden estar presentes en distintas zonas espaciales a la vez. Esto a su vez plantea la cuestión de la posibilidad (o no) de predecir su comportamiento a largo plazo, que obviamente desde el punto de vista epistémico es de extrema relevancia. Los ejemplos clásicos (*i.e.* no cuánticos) son proporcionados, entre otros, en sistemas donde la variedad de soluciones viene dada por la presencia de caos espacio-temporal [Agazzi y Montecucco, 2002], también mencionados en el capítulo anterior.

Usted, lectora atenta, notará inmediatamente que si las posibles causas subyacentes, o las interacciones de bajo nivel, resultaran en simples interacciones de proporcionalidad, o dicho de una manera un poco más técnica, en relaciones lineales, no habría entonces lugar para la multiplicidad de estados o soluciones que el sistema puede explorar. La no linealidad es, pues, una condición necesaria para la complejidad y, a este respecto, la ciencia no lineal proporciona un marco natural para una descripción sistemática de las propiedades antes mencionadas y para clasificar escenarios (auto) evolutivos genéricos.

3.2 Transiciones entre diferentes estados

Como hemos visto, en el contexto de nuestro estudio, una cuestión importante a abordar se refiere a las transiciones entre estados, ya que la complejidad de un sistema en evolución simplemente no se incrementará si este permanece atrapado en un solo estado. Para entender cómo estas transiciones pueden suceder introduciremos el

⁴ Ver ejemplo discutidos en [Ohno, 1973].

concepto de parámetro de control [Schöll y Schuster, 2008], describiendo las diferentes formas en que un sistema está acoplado a su entorno y afectado por él. Un ejemplo simple es proporcionado por un recipiente que contiene especies químicas tales que, dependiendo de la temperatura (la cual juega el rol del parámetro de control en este ejemplo) las reacciones químicas se producirán a velocidades diferentes. Otra clase interesante de parámetros de control son aquellos asociados a una restricción que mantiene el sistema lejos de un estado de equilibrio de algún tipo. La situación más clara es la del estado de equilibrio termodinámico que, en ausencia de transiciones de fase, es conocido por ser único y carecer de cualquier forma de actividad dinámica desde una perspectiva macroscópica de gran escala. Se puede elegir entonces este estado como referencia, y cambiar estas restricciones que conducen finalmente al sistema fuera del equilibrio, por ejemplo en forma de diferencias de temperatura, presión, concentración, etc. A su vez, todos estos últimos pueden ser considerados parámetros de control dependiendo si estos generan los cambios mencionados.

A través de la interfaz entre el sistema y el mundo externo, la cual usualmente está asociada a un cambio de nivel del sistema (pensar por ejemplo en el caso de una membrana celular), y de estudiar en qué medida los nuevos estados generados como respuesta a cambios en las restricciones (o parámetros de control) podrían exhibir propiedades cualitativamente nuevas, podemos comprender una parte importante de la fenomenología de la complejidad.

3.3 Comienzo y evolución hacia el aumento de complejidad

La conclusión principal basada en los estudios realizados sobre la respuesta de un sistema a los cambios de un parámetro de control es que el aumento de

complejidad no es un proceso ni monótono y ni en la mayoría de las veces continuo. Muy por el contrario, se manifiesta por una cascada de fenómenos de transición entre estados, generalmente de naturaleza explosiva, a los que se asocia un modelo universal de bifurcación y los conceptos relacionados de inestabilidad y caos. Son estas características las que, sumados a los conceptos Estos eventos catastróficos [Arnol, 1992] no están previstos de manera evidente en las leyes fundamentales de la física, en las que la dependencia de los parámetros es continua y suave. Para usar un término coloquial, el cual está muy relacionado con este trabajo (en el sentido explicitado en el primer capítulo), se podría decir que estos eventos ocurren de manera totalmente sorprendente, inesperada y abrupta: emergen.

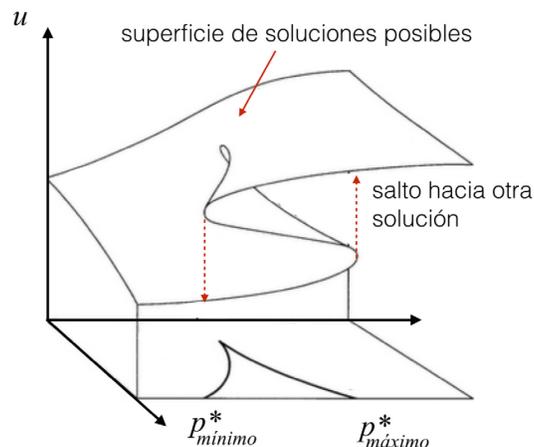


Figura 3.1. Bifurcación catastrófica tipo cúspide. Este tipo de bifurcaciones fueron estudiadas y desarrolladas en sus inicios por el matemático René Thom y aplicadas entre otras a teoría del comportamiento, sociología, lingüística, etc. [Arnold, 1992].

La figura 3.1 proporciona una representación cualitativa de lo expuesto en los párrafos. Describe un escenario de evolución típico en el que, para cada valor de un

parámetro de control p , el sistema exhibe una cierta característica, ésta la proporciona, por ejemplo, el valor de una de las variables, u , del mismo en un punto dado o como valor medio (ejemplos pueden ser: concentración química, densidad de población, etc.). Para valores de p inferiores (o superiores) a un cierto límite p^* mínimo (máximo) el sistema sólo puede exhibir un estado. Este estado posee, además de la obvia singularidad, la propiedad de la estabilidad, en el sentido de que el sistema es capaz de amortiguar, o al menos mantener bajo control, la influencia de las perturbaciones externas infligidas por el ambiente o de las fluctuaciones internas generadas continuamente por la interacción de sus entidades basales, dos acciones a las que inevitablemente se somete todo sistema natural. Claramente, la complejidad, entendida a la Gell-Mann (o similar a ésta) tiene poca utilidad bajo estas condiciones. En efecto, dado que por un lado el sistema no presenta un cambio (o una sorpresa) con la cual podemos comparar este estado (siempre está en el mismo estado estacionario, o cuasi-estacionario si consideramos las fluctuaciones anteriormente mencionadas); ni tampoco es en absoluto complicado de modelar.

La situación cambia radicalmente más allá del valor crítico p^* mínimo. Se ve que si continuamos cambiando el valor del parámetro de control, el estado (único y estable) de la imagen anterior se volvería inestable: bajo la influencia de perturbaciones externas o de fluctuaciones internas, el sistema responde ahora como un amplificador, sale del estado inicial de referencia y es conducido a uno o varios nuevos comportamientos, los cuales convergen en $p=p^*$, pero se diferencian de él cuando p se aleja por encima del estado crítico p^* . Este es, como hemos visto, el típico

fenómeno de bifurcación: un fenómeno que se hace posible solo gracias a la no linealidad de las leyes de evolución subyacentes que permiten la existencia de soluciones múltiples, en este caso por encima del valor p^* . Para comprender su carácter necesariamente catastrófico, como se preveía anteriormente, es importante tener en cuenta los siguientes elementos:

1. Todo proceso de medición experimental está necesariamente sometido a una precisión finita. La observación del estado del sistema para un valor dado del parámetro de control implica que en lugar del punto aislado del eje x en la figura anterior se trate en realidad de un intervalo de incertidumbre⁵ que se extiende como manchón difuso en este eje, y tiene un valor medio y cierta incertidumbre dadas por las características de su distribución de probabilidad que caracterizan al sistema. Y este entonces, se encuentra en algún lugar dentro de este intervalo, pero no podemos especificar su posición exacta.
2. Alrededor y más allá de la criticalidad p^* , vemos que es posible una selección entre estados disponibles al cual el sistema podrá migrar (en el caso de la figura, las dos líneas llenas que continúan a la derecha de p^*). Bajo las condiciones esquematizadas, no existe ningún elemento que permita al observador determinar con anticipación el estado final del sistema (rama superior o inferior de la figura), *i.e.* el estado al cual el sistema convergerá. El azar (por ejemplo los accidentes evolutivos mencionados en la sección

⁵ Notar que para casos de dimensión n podríamos hablar de una n -esfera (o hiperesfera de dimensión n) de incertidumbre.

precedente) y las fluctuaciones propias del sistema serán los que finalmente lo llevarán a un estado en particular de la colección de estados posibles para esa zona del parámetro de control. Entonces, en estas condiciones, el sistema “realiza” una serie de exploraciones (pueden ser estas entre todos los estados posibles, incluso los inestables) y eventualmente una fluctuación particular se hace cargo de llevar al sistema a uno y no otro de los estados posibles del sistema. Al estabilizarse esta elección, la misma se convierte en un objeto histórico, ya que cualquier evolución posterior estará condicionada por esta elección crítica. Este hecho está muy relacionado con emergencia y sus características temporales, es decir tomar en cuenta fenómenos emergentes que se desarrollan en el tiempo a partir de estados preexistentes del sistema. Un ejemplo podría ser la aparición de organismos vivos como resultado de procesos de evolución y auto-organización.

3. Para el observador, esta pronunciada sensibilidad a los parámetros indicará su incapacidad para predecir la evolución del sistema más allá de p^* ya que los sistemas dentro del intervalo de incertidumbre, que son idénticos en cualquier aspecto, se diferencian y terminan en estados cuya distancia es mucho mayor que los límites de resolución de la medición experimental.

Con todo esto, tenemos la base de un mecanismo de generación de cierto nivel de complejidad. Aunque en realidad, este mecanismo es el primer paso de una cascada de sucesivas bifurcaciones a través de las cuales la multiplicidad de comportamientos posibles puede aumentar dramáticamente, culminando en muchos

casos en un estado en el que las propiedades del sistema cambian en el tiempo (y con frecuencia también en el espacio), complicando la descripción utilizando métodos algorítmicos. Al ser estos métodos más dificultosos, la necesidad en número de *bits* para su posible descripción aumenta, lo que sin lugar a dudas incrementa la complejidad efectiva del sistema. Este aumento de comportamientos posibles puede ocurrir (para el observador) de una manera aparentemente errática, ya no por perturbaciones externas o fluctuaciones completamente aleatorias internas (no estamos apelando aquí a fluctuaciones con correlación temporal o espacial), sino más bien como resultado de leyes deterministas de origen puramente intrínseco al sistema (por ejemplo el caso de caos espacio-temporal clásico). La línea continua de la figura 3.2 representa una serie de tiempo –la cual es una sucesión de valores de una variable relevante en el tiempo- correspondiente a un estado de caos clásico determinista. Su comparación con la línea punteada revela lo que es, sin duda, la propiedad más espectacular de este tipo de fenómeno: la sensibilidad a las condiciones iniciales. Dos sistemas idénticos cuyos estados iniciales están separados por una pequeña distancia, más pequeña que la precisión incluso del método más avanzado de medición, *i.e.* desde el punto de vista epistemológico, el observador tomaría ambos estados iniciales como indistinguibles, ver también el punto A discutido anteriormente, divergirán posteriormente de tal manera que la distancia entre sus estados instantáneos (incluso promediada en muchos estados iniciales posibles [Prigogine, 1989]) aumentará exponencialmente. Tan pronto como esta distancia supere la resolución experimental, los sistemas dejarán de ser indistinguibles para el observador. Como resultado, será imposible predecir su evolución futura más allá de este horizonte temporal.

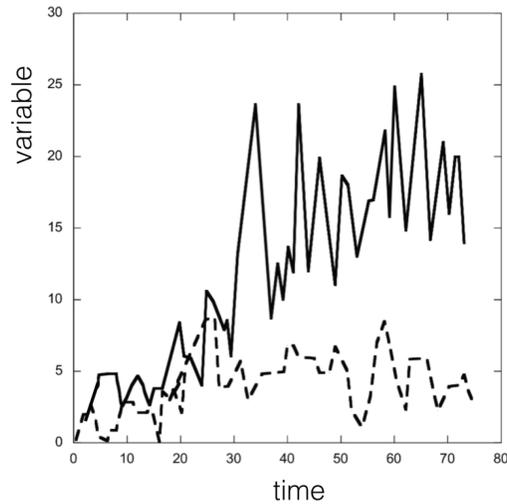


Figura 3.2. Sensibilidad a las condiciones iniciales. *Dos trayectorias típicas de caos clásico, donde al comenzar en condiciones levemente diferentes el recorrido final de cada una de ellas es muy distinto (técnicamente la separación de ambas trayectorias diverge exponencialmente).*

Aquí tenemos una segunda razón, que nos obliga a plantear la cuestión de la previsibilidad de los fenómenos subyacentes al comportamiento de los sistemas complejos. Todos los elementos a nuestra disposición en investigación, y concretamente los referidos a ciencia no lineal y a la teoría del caos (notar que incluso no hemos invocado procesos cuánticos), llevan a la conclusión de que uno no puede anticipar el número o el tipo de los escenarios evolutivos que puede explorar este tipo de sistemas. Además de su limitada previsibilidad, los sistemas complejos nos están enfrentando con el hecho de que parecemos estar atascados con un modo de descripción de universalidad limitada. Creemos que la belleza de los sistemas complejos radica en gran medida en que, a pesar de las limitaciones anteriores, la

metodología de estudio y la forma interdisciplinaria de enfrentar un fenómeno pueden dar cuenta de una gran variedad de fenómenos considerando incluso estas aparentes “falencias”.

3.4 Parámetros de control

El nivel macroscópico de descripción es usualmente el más familiar en el que se manifiesta la complejidad, ya sea a través de la generación de soluciones (que se modelan *via* ecuaciones matemáticas en el campo de la ciencia de la complejidad) que muestran propiedades estructurales y dinámicas inesperadas o de la dinámica propia del sistema, como es el caso del caos clásico. Como se ha discutido anteriormente, los procesos de bifurcación son uno de los elementos básicos de la complejidad, ya que proporciona el mecanismo fundamental para la aparición de nuevas posibilidades a partir de regímenes correspondientes a comportamientos simples del sistema. Para tener acceso epistémico a su estructura, es decir al tipo de bifurcación que en particular presenta el sistema en una dada región de parámetros, necesitamos resolver las ecuaciones de evolución.

En lo que se refiere a soluciones exactas, es notable que esta tarea está usualmente más allá del alcance de las técnicas actualmente disponibles en la ciencia, excepto en ciertos casos particulares. Por lo tanto, necesitamos recurrir a los argumentos cualitativos y a las aproximaciones, las cuales, como se imaginará el lector atento, impactan de manera inmediata en la complejidad efectiva del sistema. Vemos aquí entonces, todo un universo de posibilidades para la aparición de propiedades emergente débiles. Notemos que la emergencia débil es compatible con la deducibilidad del fenómeno emergente desde sus bases, aunque los patrones de

niveles superiores pueden ser inesperados [Chalmers, 2006]. Es interesante en este punto citar aquí la visión, a nuestro entender muy interesante de Mark Bedau, [Bedau, 1997; Bedau y Humphreys, 2008], quien ha argumentado que la característica de la emergencia débil es que aunque los fenómenos a nivel microscópico de los sistemas complejos son, en principio, ontológicamente y causalmente reducibles a micro fenómenos, su explicación reducible es intrínsecamente extremadamente ardua, siendo los estados finales del sistema solo disponibles por derivación indirecta, a través de la simulación de la micro-dinámica del sistema y las condiciones externas.

Aún más, las ecuaciones de evolución de algunos sistemas no se refieren a dinámicas fundamentales de los elementos basales que lo constituyen, lo cual toca otro punto importante en la discusión de características en niveles superiores, dado que no solo se refieren a la imposibilidad del entendimiento de soluciones dada la incapacidad de encontrarlas analíticamente, si no que además la comprensión de estos sistemas solo se realiza a través de análisis de ecuaciones totalmente fenoménicas del sistema en cuestión. Un excelente ejemplo de esto último es el caso de sistemas granulares. En un trabajo reciente Aranson y Tsimring dedican una sección completa al estudio de “Modelos fenoménicos” los cuales pueden ser una ayuda para comprender la complejidad efectiva de estos sistemas [Aranson y Tsimring, 2006].

Volviendo al contexto anterior, el análisis de bifurcación es una técnica muy útil y potente que permite construir las soluciones de manera perturbativa, cerca del punto de bifurcación. Dada la importancia que tendrá en la propuesta que realizaremos sobre la conexión entre complejidad y emergencia vale la pena discutir este tema con cierto detalle.

El procedimiento, descrito aquí para el estudio de bifurcaciones, donde el estado de referencia es una solución en estado estacionario, se puede resumir como sigue.

Supongamos que tenemos un conjunto de ecuaciones de evolución de una variable relevante a estudiar. Por un método estándar conocido como análisis de estabilidad lineal, podemos determinar los valores de los parámetros para los cuales un cierto estado de referencia cambia de estabilidad asintótica a inestabilidad. La estabilidad está determinada esencialmente por la respuesta del sistema a las perturbaciones o fluctuaciones que actúan sobre un estado de referencia. Por lo tanto, es natural escribir las leyes dinámicas, de las ecuaciones de evolución, en una forma en que las perturbaciones aparezcan explícitamente. Podemos entonces expresar la solución de una ecuación para una determinada variable u , cercana a un punto estacionario, r , de la forma

$$u(t) = r + \epsilon x(t).$$

El truco de sustituir este tipo de soluciones en la ecuación de evolución general del sistema permite que, ahora, la descripción matemática de la evolución cercana a r podrá aproximarse en principio de manera, disminuyendo de manera drástica la complejidad efectiva de esta descripción teórica. Se logra así una descripción de la evolución del sistema que a primer orden es lineal, y luego vienen otros órdenes que agregan la no linealidad. Sustituyendo entonces la ecuación de $u(t)$ en las ecuaciones de evolución podemos entonces escribir para la variación (o el apartamiento del sistema).

$$\frac{d\alpha(t)}{dt} = f(r + \alpha(t), p) - f(r, p).$$

Las ecuaciones resultantes son homogéneas, en el sentido de que homogénea, en el sentido de que si las perturbaciones son nulas el lado derecho de la ecuación se anula. Para obtener una forma más transparente de este sistema, expandimos esta ecuación alrededor de la solución r y escribimos explícitamente la parte del resultado que es lineal, más una corrección no lineal cuya estructura no necesita ser especificada en esta etapa

$$\frac{d\alpha(t)}{dt} = J\alpha(t) + h(\alpha(t), p).$$

Aquí, J es el coeficiente de la parte lineal y h las contribuciones no lineales. Para el caso típico multidimensional, J es reemplazado por el conjunto que define un operador lineal, una matriz cuadrada de dimensión n , conocida como matriz Jacobiana. Las características de este operador sencillo indican claramente el comportamiento del sistema en cercanías del estado de referencia.

Notar como, utilizando estas herramientas totalmente básicas del cálculo es posible entonces escribir la ecuación de evolución de sistemas, en principio, extremadamente complicados, muchos de ellos sin una solución analítica aparente, de la forma

$$\frac{d\alpha(t)}{dt} = J\alpha(t).$$

Así, la evolución temporal de la variable cerca de puntos de equilibrio (y de bifurcación) será igual a una parte lineal más términos no lineales que en principio (una primera parte de la evolución) pueden ser despreciados. Es de notar que hemos

reducido la complejidad efectiva notablemente. La estabilidad o inestabilidad del sistema, se reduce de esta manera a un problema lineal trivial que es soluble por métodos de cálculo elemental. Es sólo en el caso límite en el que $u=r$ es estable, pero no asintóticamente estable, en el que la aproximación lineal podría ser inadmisibile.

La importancia de esta discusión radica en lo notable que puede ser reducción técnica del problema, y la reducción de información necesaria para explicarlo. Se realiza una comprensión muy importante en término de *bits* necesarios para el modelamiento del sistema (modelamiento matemático en este caso). Obviamente esta operación epistémica no aumentará entonces la complejidad efectiva, todo lo contrario en cercanías la bifurcación r , la disminuirá notablemente.

3.5 Universalidad

Un punto extremadamente importante es que las ecuaciones de bifurcación resultan tener exactamente la misma forma cualquiera que sea la estructura de las leyes iniciales. En otras palabras, cualquier dinámica que satisfaga las condiciones de los casos mencionados anteriormente, esta puede ser escrita explícitamente en una forma universal, próxima al punto de bifurcación. Se las denomina, como hemos mencionado en el capítulo anterior, “forma normal” [Guckenheimer y Holmes, 2013]. En este sentido, las formas normales pueden considerarse como un nuevo nivel de descripción superior, más allá de lo que constituyen las ecuaciones -particulares- fundamentales de evolución de un dado sistema. Para los sistemas que presentan estructuras disipativas⁶, la idea de reducir a unos pocos parámetros de orden

⁶ Las estructuras disipativas se refieren técnicamente a estructuras coherentes, autoorganizadas en sistemas alejados del equilibrio. Se trata de un concepto de Ilya Prigogine, que recibió el

(insistimos aquí: reducir su complejidad efectiva) se asocia frecuentemente con el nombre de Lev Davídovich Landáu, en relación con su teoría de las transiciones de fase [Landau, 1937].

Teniendo en cuenta, dado lo discutido en esta sección, que los parámetros del orden son las cantidades que “perciben” la transición a nuevas formas de complejidad, podemos concluir que en principio proporcionan una primera medida cuantitativa de emergencia débil. Como ejemplo, un sistema que se encuentra cerca de una bifurcación del tipo representado en la figura 3.1, la bifurcación tenedor, la forma normal que describe la bifurcación de las soluciones de estado estacionario es

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = (p - p^*)u - au^3 + Du \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}.$$

Donde u representa la variable que se quiere caracterizar, a y D son parámetros que caracterizan la reducción a la forma normal, provenientes ellos de las ecuaciones de evolución iniciales (o combinaciones de los parámetros originales), p es el parámetro de control, y p^* es el punto crítico del mismo. Aquí la emergencia (débil) corresponde a la existencia de soluciones que aparecen y que son inexistentes antes de la transición posible luego de que p pasa a p^* de izquierda a derecha.

Todo lo discutido puede aplicarse a fenómenos de ruptura de simetría, como las células Rayleigh-Benard presentadas en diversas contribuciones filosóficas actuales sobre emergencia [Bishop, 2008; Bedau y Humphreys, 2008]. Notar que en este tipo de sistemas, donde la extensión espacial es relevante, la ecuación anterior tiene que ser

Premio Nobel de Química «por una gran contribución a la acertada extensión de la teoría termodinámica a sistemas alejados del equilibrio, que sólo pueden existir en conjunción con su entorno».

modificada para tener en cuenta la presencia de una variable de fase (o de giro), especificando la forma en que estas células se suceden en el espacio. La estructura general de esta ecuación se conserva, pero z naturalmente se convierte ahora en una variable imaginaria, y además, el término cúbico se sustituye por: $z |z|^2$, donde el término cuadrático representa la suma de cuadrados de las partes real e imaginaria de z . Otro ejemplo en el que se trata de una variable imaginaria (una manera conveniente y compacta de expresar la presencia de dos parámetros de orden a través de sus partes real e imaginaria) es la bifurcación de soluciones periódicas en el tiempo en sistemas con extensión espacial. La correspondiente ecuación de forma normal es

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = (p - p^*)u - (a_1 + ia_2)|u|^2 u + (D_1 + iD_2)u \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2},$$

que difiere de la anterior por la presencia explícita de coeficientes imaginarios.

También pueden preverse situaciones más complejas en las que existan interacciones *entre* soluciones producto de bifurcaciones más complicadas. Estas generarán fenómenos de bifurcación secundaria, terciaria o incluso de orden superior. Nuevamente, nótese entonces como la reducción de la complejidad efectiva de sistemas que pueden presentar emergencia se reduce de manera notable gracias a la utilización de estas metodologías.

Finalmente, vale la pena mencionar que para el tipo de bifurcaciones múltiples se puede continuar aplicando el enfoque anterior. Sin embargo, como es de imaginar, la construcción explícita de la forma normal para estos casos se vuelve mucho más complicada y su universalidad ya no puede garantizarse.

3.6 Cuencas de atracción

Como analizamos anteriormente la aparición de novedades en los posibles comportamientos emergentes (débiles) pueden ser entendidos en una primera aproximación utilizando teoría de bifurcaciones (obviamente otras formas para entender este tipo de emergencias son posibles [Bedau y Humphreys, 2008]). No obstante para comprender la dinámica de estos procesos, la cual podría llevar al cambio de soluciones y aparición de nuevos comportamientos es bueno mencionar las llamadas “cuencas de atracción”, o también bajo la influencia de fluctuaciones (térmicas o no) “potenciales de no equilibrio”. Notemos que hemos realizado trabajos filosóficos que involucran estos conceptos [Fuentes y Miguel, 2013; Fuentes y Miguel, 2016; Fuentes, 2016].

Las cuencas de atracción son un concepto de extremada utilidad para entender como un sistema, a través de su modelamiento *via* un lenguaje formal matemático (como el señalado en la sección precedente, referido a parámetros de control y bifurcaciones y su asociación con procesos emergentes), puede comportarse dinámicamente y de esta manera, teniendo en cuenta lo discutido anteriormente, poder comprender la aparición (emergencia) de nuevas características en el sistema, generadas producto la interacción basal de elementos constituyentes y su estabilidad y los caminos posibles que puede explorar hacia nuevas soluciones, asignando pesos probabilísticos a cada uno de ellos.

Para explicar su utilidad podemos pensar en las cuencas de atracción como superficies (o bordes) donde el sistema puede "moverse" (ver figura 3.3). En breve hablaremos de sistemas clásicos continuos, discretos y cuánticos.

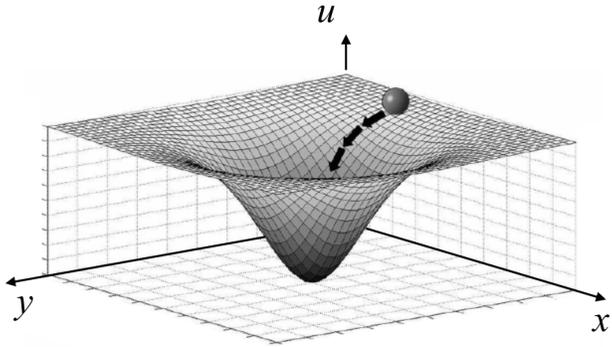


Figura 3.3. Cuenca de atracción. En la figura se esquematiza la superficie de un atractor “clásico”. La dinámica del sistema seguirá, como una pelota que cae en un agujero, hasta su posición estable, en el fondo de la cuenca.

En el campo matemático de los sistemas dinámicos, un atractor es el conjunto de valores numéricos hacia el cual un sistema tiende a evolucionar, para una amplia variedad de condiciones iniciales. Los valores del sistema que se acercan lo suficiente a los valores del atractor permanecen cercanos incluso si están ligeramente perturbados, esto es, el atractor está asociado también la idea de la robustez del sistema.

Usualmente, para atractores en sistemas de dimensión finita, la variable en evolución puede representarse algebraicamente como un vector n -dimensional de datos, lo cual es relevante mencionar dado que las medidas de complejidad discutidas en este trabajo se basan en el análisis de datos numéricos. Entonces, el atractor será una región en el espacio n -dimensional (vale aclarar que en este trabajo y por cuestiones de simplicidad solo graficaremos atractores de hasta 3 dimensiones).

Si la variable evolutiva es bidimensional o tridimensional, el atractor del proceso dinámico puede representarse geoméricamente en dos o tres dimensiones (como por

ejemplo en el caso tridimensional representado en la figura).

Un atractor puede ser un punto, un conjunto finito de puntos, una curva, o incluso un conjunto complicado de puntos, como por ejemplo los que resultan en una estructura fractal conocida como un atractor extraño.

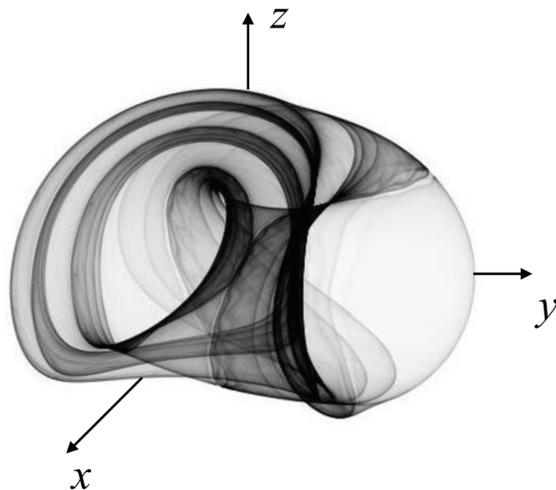


Figura 3.4. Atractor extraño. Atractor que muestra características fractales, es decir los espacios de ocupación de las trayectorias (se indica más ocupación en los tonos más oscuros de gris) ocurren en dimensiones no enteras.

Si la variable es un escalar, el atractor será un subconjunto de la recta real R . Desde un punto de vista epistemológico puede entenderse la importancia de este concepto notando que el describir atractores de sistemas dinámicos caóticos ha sido uno de los logros más importantes de la teoría del caos. En efecto, dada la imposibilidad de predictibilidad asociada a tiempos de evolución relativamente largos, podemos sin embargo asegurar (en caso de prueba de convergencia) que el sistema estará confinado en cierto espacio n -dimensional delimitado por el atractor extraño.

Una trayectoria del sistema dinámico dentro del atractor no tiene que satisfacer ninguna restricción especial durante su evolución excepto la de permanecer en el atractor. Las trayectorias entonces pueden ser monótonas, periódicas o caóticas. Asociado al concepto de atractor esta el concepto de conjuntos invariantes y conjuntos límites.

Un conjunto invariante es un conjunto que evoluciona en si mismo bajo la dinámica subyacente. Es decir si el elemento w del conjunto C evoluciona, el estado final de este estado será, digamos, q , siendo q otro elemento del conjunto C . Notemos que los atractores pueden contener conjuntos invariantes. Un conjunto límite es un conjunto de puntos tal que existe algún estado inicial que termina arbitrariamente cerca del límite establecido, ya sea por un borde o colección de puntos, cuando el tiempo va (o tiende) a infinito.

Los atractores son entonces conjuntos límites, pero no todos los conjuntos límites son atractores: es posible que algunos puntos de un sistema converjan a un conjunto límite, pero diferentes puntos cuando son perturbados ligeramente fuera del límite establecido pueden no volver a la vecindad de el límite establecido.

Como ejemplo de esto, pensemos que el péndulo rígido amortiguado tiene dos puntos invariantes: el punto m de la altura mínima y el punto q de la altura máxima. El punto m es también un conjunto límite, ya que las trayectorias convergen hacia él; el punto q no es un conjunto limite (ni un atractor, aunque si es estacionario e inestable). Producto de la disipación debida a la resistencia del aire, el punto m es también un atractor. Notar que si no existiera disipación, m no sería un atractor (algunos autores

requieren que un atractor tenga una medida positiva evitando que un punto sea un atractor), pero esta discusión no es importante en este trabajo. Lo que si es muy relevante es notar como pueden aparecer propiedades emergentes mas robustas que otras (ante fluctuaciones o cambios estructurales del sistema, condiciones de borde, iniciales, etc.).

3.7 Tipos de atractores

Desde el punto de vista físico, los atractores son porciones o subconjuntos del espacio de fase de un sistema dinámico. Hasta los años sesenta, se pensaba que los atractores eran simples subconjuntos geométricos de este espacio. Estos podían ser puntos, líneas, superficies y regiones simples del espacio tridimensional.

Los atractores pueden asumir muchas otras formas geométricas (subconjuntos de espacio de fase). Pero cuando estos conjuntos (o los movimientos dentro de ellos) no pueden describirse fácilmente como simples combinaciones (por ejemplo, intersección y unión) de objetos geométricos fundamentales (por ejemplo, líneas, superficies, esferas, toroidales, colectores), entonces el atractor se llama “extraño” (figura 3.4).

3.7.1 Puntos fijos

Un excelente ejemplo de punto es la posición final de un péndulo amortiguado. Desde el punto de vista un poco más técnico, un punto fijo de una función o transformación, es un punto que al ser aplicada la función se le asigna el mismo valor. Si consideramos la evolución de un sistema dinámico como una serie de transformaciones, entonces puede haber o no un punto que permanezca fijo ante cada transformación. El estado final en el que evoluciona un sistema dinámico corresponde a

un punto fijo de atracción de la función de evolución de dicho sistema

Pero, como es fácil de ver, el(los) punto(s) fijo(s) de un sistema dinámico no son necesariamente un atractor del sistema. Basta comprender lo que sucede con el péndulo rígido con fricción: el punto m de la altura mínima y el punto q de la altura máxima.

Además, los sistemas dinámicos físicos con al menos un punto fijo tienen invariablemente múltiples puntos fijos y atractores debido a la realidad de la dinámica en el mundo físico, incluyendo la dinámica no lineal, fricción, rugosidad superficial, deformación (elástica y plasticidad) e incluso las implicaciones provenientes de la interacción microscópica, modelada de manera muy eficaz a través de la mecánica cuántica. Basta recordar el fenómeno macroscópico de fricción en mecánica clásica y sus consecuencias y discusiones actuales en el campo de mecánica cuántica [Marino *et al.*, 2017].

3.7.2 Atractor de número finito e infinito de puntos

En un sistema de tiempo discreto, un atractor puede tomar la forma de un número finito (o infinito) de puntos que se visitan en secuencia. Cada uno de estos puntos se llama un punto periódico. Esto es ilustrado por el mapa logístico que, dependiendo de su valor de parámetro específico, puede tener un atractor que consta de $2n$ puntos, $3 \times 2n$ puntos, etc., para cualquier valor de n . Este caso es gran utilidad, debido a la explícita conexión con un parámetro de control, para dar paso a la expresión que relaciona complejidad y emergencia. Es notable en este caso la extensa discusión conceptual existente en torno a este “simple” modelo matemático [Mäki *et al.*, 2015].

3.8 Variación del parámetro de control y medida de complejidad

Como hemos visto en las secciones precedentes, podemos entender sistemas estudiados bajo el punto de vista de expresiones matemáticas utilizando el concepto de sistemas dinámicos, atractores y parámetros de control. Estos últimos jugarán un papel muy importante en lo que a continuación se discutirá, lo cual tendrá impacto directo en el concepto de emergencia propuesto en estos sistemas.

Supongamos entonces que nos encontramos con la intención de dar cuenta de la complejidad de un sistema. Supongamos que disponemos de la serie temporal generada por el sistema, digamos una cantidad n de puntos, y en dos casos distintos que tienen relación con dos valores distintos de algún parámetro (de control) del sistema. Pensemos que el primer set de datos corresponde a la región periódica tal como puede observarse en la figura 3.5. La serie temporal es del tipo:

{...0.826941, 0.500884, 0.874997, 0.38282, 0.826941, 0.500884, 0.874997, 0.38282, 0.826941, 0.500884, 0.874997, 0.38282, 0.826941, 0.500884, 0.874997, 0.38282, 0.826941, 0.500884,...}

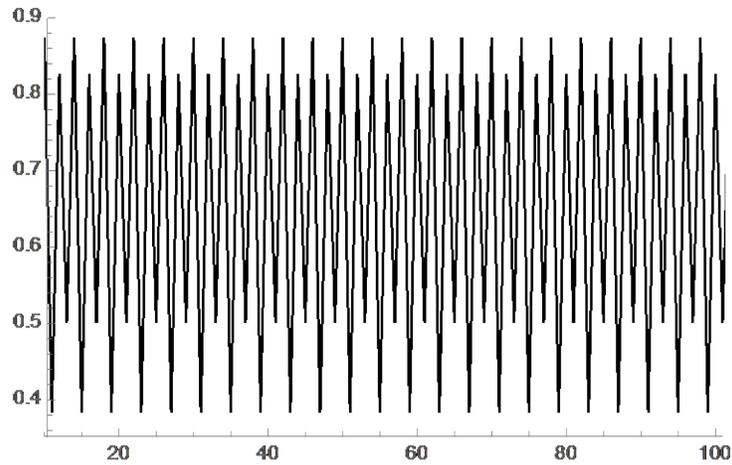


Figura 3.5. Representación en el plano de una serie temporal periódica.

El sistema se encuentra en una zona periódica, es decir que durante las iteraciones la serie vuelve a repetirse.

Ahora bien, si cambiamos físicamente el parámetro de control del sistema, de manera tal que el mismo se encuentre en otra región, caótica, tal como se menciona en las secciones precedentes. La serie temporal será algo del tipo:

{...0.575668, 0.977097, 0.0895126, 0.326, 0.878896, 0.42575, 0.977948, 0.086263, 0.315287, 0.863524, 0.471401, 0.996728, 0.0130434, 0.051493, 0.195366, 0.628792, 0.933651, 0.247789, 0.745558, 0.758805, 0.73208,...}

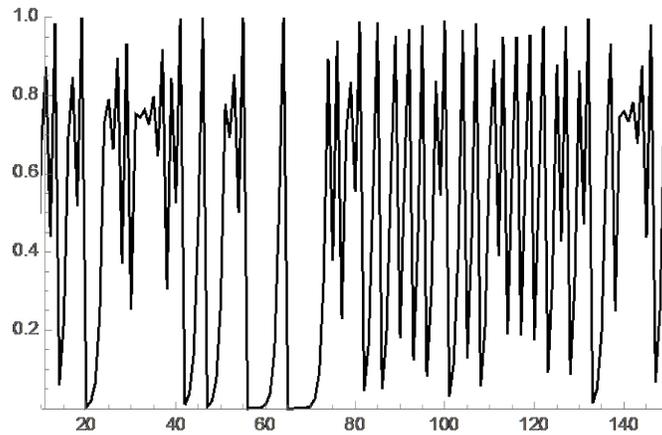


Figura 3.6: Representación en el plano de una serie temporal caótica.

Podemos entonces preguntarnos cual sería la complejidad del sistema en relación a estos datos. Si, como hemos supuesto, solo conocemos las serie temporales y nada sabemos del mecanismo que las genera, podremos entonces realizar un modelo que genere aproximadamente estas series, trataremos que sea el mínimo programa que genere ambas series.

Surge inmediatamente la pregunta siguiente (que creemos, según se ha planteado hasta aquí depende del observador): ¿son todos los términos de la serie importantes? ¿Como se eligen los posibles términos de ruido que se descartarán a la hora de describir el fenómeno?

Para motivar la discusión supongamos que primero tomamos de manera aislada el primer caso, diremos que la serie es periódica, y seguramente estaremos tentados a considerar todos los puntos importantes, dado a que no es difícil reducir nuestra explicación a un modelo matemático del tipo:

Repetir el ciclo: {0.826941, 0.500884, 0.874997, 0.38282}

mientras que para el segundo caso (serie temporal caótica) podríamos decir que: a) se trata de una serie ruidosa donde todos sus puntos son aleatorios, por lo tanto su complejidad efectiva sería nula; b) en la serie temporal cada punto es importante y será modelado. En este caso, el programa o modelo mas sencillo sería efectivamente la serie completa, es decir la complejidad efectiva sería extremadamente alta en caso de series de gran longitud.

Surge así de manera muy clara el problema epistemológico que resulta de la interpretación y la intención del observador de modelar datos cuando desconoce el sistema que los genera (asumiendo una vinculación uno a uno sistema/modelo, discusión que no abordaremos aquí). De esta manera, resulta tentador clasificar al patrón emergente (ya sea el caso caótico o el periódico, dependerá del observador) como una propiedad emergente del sistema [Fuentes, 2014].

En la sección siguiente, y de las consideraciones realizadas hasta este momento, surge nuestra propuesta como posible definición de propiedades emergentes en sistemas posibles de descripción (sea esta matemática o no).

3.9 Cambio en la complejidad y propiedades emergentes

Vemos que, según lo discutido hasta aquí, obviamente, el parámetro de control estará fuertemente relacionado con la teoría utilizada para explicar los fenómenos. Como hemos mencionado, y entre otros, ejemplos de parámetros de control pueden ser: la diferencia de temperatura entre placas en el caso del sistema de convección de la células de Rayleigh-Benard, la relación de difusión para los fenómenos de formación de patrones de Turing, masa es sistemas gravitatorios, el número de células

conectadas en una red neuronal, etcétera.

Antes de ir a la relación existente entre complejidad y emergencia necesitamos una definición previa, la de complejidad modélica paramétrica.

Complejidad modélica paramétrica C^* : Es una función que, a cada valor del parámetro de control de un determinado modelo utilizado para explicar el sistema en estudio, asigna el valor de la complejidad de Kolmogorov.

La complejidad de Kolmogorov se calcula utilizando solo la señal en los datos y descartando los ruidos. La discriminación entre señal y ruido se realiza de manera tal que el set de datos que se extrae como “señal” sean datos típicos del sistema, es decir sean estadísticamente significativos para ser tomados como tales, mientras que el “ruido” no cumple estas características estadísticas.

En la definición de C^* queda ahora explícito el parámetro de control del sistema. Este avance es de vital importancia dado que justamente traerá consecuencias importantes para los fenómenos emergentes discutidos aquí.

Con todo esto definiremos a continuación lo que entendemos es una propiedad emergente en sistemas posibles de ser modelados utilizando sistemas dinámicos u otros similares (mediante algoritmos, etc.) que cuenten con al menos un parámetro de control relevante para la aparición de la misma. Recordar lo que creemos es de extrema importancia y se refiere a la universalidad de los modelos discutidos anteriormente.

Propiedad emergente modélico paramétrica E^* : Una propiedad será emergente, E^* , para el valor del parámetro de control si la complejidad modélico paramétrica C^* en ese valor del parámetro de control presenta una discontinuidad de tipo escalonado⁷, es decir si se cumple que a un lado del valor del parámetro de control la complejidad es notoriamente menor que al otro lado del parámetro de control.

Es posible notar entonces que, para los casos donde lo que se observa no coincide con las predicciones de la teoría nos encontramos epistemológicamente frente a una anomalía de esa teoría. Se esquematiza esta situación para el caso de teorías físicas en la figura 3.7.

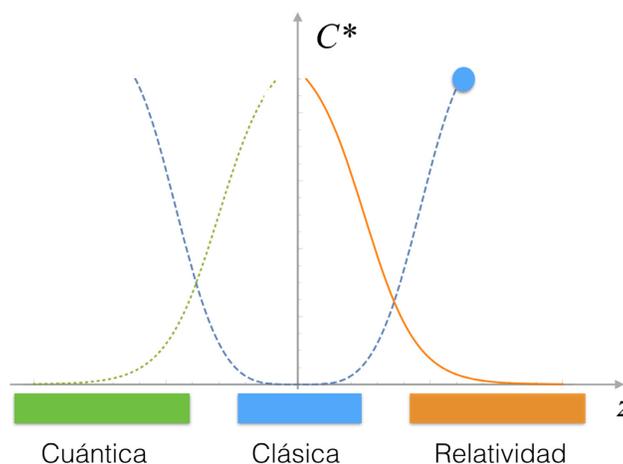


Figura 3.7: Complejidad modélico paramétrica C^* . Se esquematiza la situación de C^* vs. el parámetro de control que indica la escala del sistema. El punto azul esquematiza el caso de la precesión del perihelio de Mercurio (o como se la conoce

⁷ Técnicamente pediremos que la discontinuidad sea esencial no evitable.

frecuentemente: “la anomalía de Mercurio”), la cual puede ser calculada utilizando la teoría newtoniana clásica mas los datos empíricos de la posición y movimiento restantes necesarios para la explicación del fenómeno, todo esto eleva la C^* (utilizando la teoría clásica, línea a trazos). Si para este mismo fenómeno utilizamos la teoría de la relatividad la complejidad C^* disminuye drásticamente.

4. Complejidad modélico paramétrica en la práctica científica

4.1 Introducción

En este capítulo abordamos algunos casos históricos con el fin de poder estudiar lo fructífera que puede resultar la noción de complejidad modélico paramétrica al momento de describir los criterios que pueden ponerse en juego para la elección de teorías y en la evaluación del éxito predictivo de las teorías.

Dado que esta investigación tiene por objeto e hilo conductor la discusión de la noción de complejidad y sus conexiones con otras nociones de filosofía de la ciencia, no profundizaremos en las distintas formas en que se ha analizado el cambio de teorías, la racionalidad del cambio teórico y los cambios revolucionarios asociados a cambios de léxico.

En este sentido no tematizaremos el cambio teórico que varios autores han abordado tradicionalmente sino que intentaremos mostrar que esta nueva noción de complejidad permitiría abrir una nueva lente para mejorar la comprensión de los criterios para la elección de teorías.

Por otra parte, el uso de los ejemplos tampoco tiene por objeto un estudio histórico detallado de cada caso.

El uso de estos casos históricos cumple con la función de echar mano de casos concretos para poner a prueba las tesis que fueron surgiendo como plausibles para la aplicación de estos nuevos conceptos sobre la complejidad.

4.2 En torno a Copérnico

Como es sabido, la revolución copernicana tuvo lugar gracias a las contribuciones de muchos otros famosos pensadores, obviamente sumadas a las del astrónomo del

mismo nombre. Podríamos decir que, en efecto, él no fue el contribuyente más significativo a nuestro entendimiento actual del universo que nos rodea; existieron muchos roles importantes ocupados por otros pensadores [DeWitt, 2011]. No obstante esto, el trabajo de Nicolás Copérnico representó un giro en el pensamiento cosmológico, el cual permitió ver el universo desde otra perspectiva –de esa forma se establecieron las bases para que los científicos de hoy en día teoricen sobre las formas actualmente aceptadas del mismo. Podemos mencionar que tal vez, la revolución copernicana en realidad tiene sus raíces en el siglo VI a.C., porque deberíamos notar que la teoría copernicana como se expone en *De Revolutionibus Orbium Celestium* fue influenciada por los pensadores clásicos como Heráclides Póntico, Platón, Pitágoras, Aristóteles y Ptolomeo [Dreyer, 1953], pero también más tarde necesitó de, y evolucionó gracias a las contribuciones en porcentajes variables, difíciles de cuantificar, de astrónomos y físicos, entre ellos Novara, Tycho Brahe, Kepler, Galilei, Newton e incluso Einstein.

4.3 Cambios revolucionarios: esquemas, conceptos y procesos

La revolución copernicana tiene relación con el quebrantamiento de los esquemas científicos y culturales que se habían moldeado en las mentes de los hombres en aquellas épocas, terminando con una tendencia conceptual que abarcó milenios. Como es sabido, Kuhn (1957) escogió analizar este cambio de paradigma en particular como un ejemplo de cómo evolucionan los conceptos científicos, ya que, en principio, los conceptos astronómicos siguen los mismos patrones que aquellos en otras ciencias. Sin embargo, pocas revoluciones han afectado tanto el pensamiento no científico como la copernicana, con la excepción, quizás, de la teoría de la evolución de Darwin, la

teoría de la relatividad de Einstein y los trabajos sobre psicología de Freud. Esto se debe, como es lógico, a que la astronomía siempre ha estado ligada al pensamiento cosmológico. Antes de Copérnico, las teorías (científicas) que se utilizaban para comprender el mundo y la evolución de las distintas características observadas –como eclipses, posición de los planetas, etc.– fueron recibidas con la misma acérrima credibilidad que le damos a las teorías actuales. No obstante su elaborada complejidad para predecir el detalle de fenómenos como los mencionados anteriormente, los conceptos fundamentales que las sustentaban podría decirse que eran de una sencillez muy valiosa a la hora de un explicación somera de estos fenómenos naturales (las estrellas fijas, el cambio de noche a día, etcétera).

Es de notar que muchas cosmologías diferentes han existido durante miles de años; las creencias y costumbres relacionadas con las observaciones de movimientos celestes, como lo realizado por los Egipcios, Mesopotámicos y Babilonios, en estos últimos por ejemplo la Tierra y los cielos fueron representados como un todo espacial, incluso uno de forma redonda con referencias a la circunferencia del cielo y la tierra, y a la totalidad del cielo y la tierra. Su cosmovisión no era exactamente geocéntrica tampoco. La idea del geocentrismo, donde el centro de la Tierra es el centro exacto del universo, todavía no existía en la cosmología babilónica. Por el contrario, la cosmología babilónica sugiere que el cosmos gira en torno a un centro, con los cielos y la tierra siendo iguales y unidos como un todo [Hetherington, 1993]. Los babilonios y sus predecesores, los sumerios, también creían en una pluralidad de cielos y tierras. Esta idea se remonta a los encantamientos sumerios del segundo milenio a. C., que se refiere a que hay siete cielos y siete tierras, ligadas cronológicamente posiblemente a la

creación por siete generaciones de dioses [Hetherington, 1993].

Quizas una visión más simétrica del mundo provocó que los antiguos griegos postularan un modelo bi-esférico para el universo, el que incorporaba observaciones de los movimientos de las estrellas registradas por los Babilonios y personas como Anaximandro [Heath, 2004; Popper, 2012], explicando y simplificando tanto la forma como el movimiento del sol. Sin embargo, existían anomalías en este sistema, razón por la cual nuestra jerga coloquial y científica moderna ha heredado la palabra “planeta”, derivada de la palabra griega “errante” [Carroll y Ostlie, 2017]. No nos extenderemos aquí en dar explicación sobre este tema, ya que será retomado en discusiones siguientes. Baste decir que el movimiento retrógrado de los planetas, el cual era ya bien conocido, era uno de los fenómenos que causaba problemas a la hora de predecir vía teorías contemporáneas la posición de estos astros celestes en el universo planteado por esas mismas teorías.

4.4 El entorno del modelo geocéntrico

Como es conocido, este modelo data de momentos tempranos en la astronomía y la filosofía griegas; en efecto, puede encontrarse ya en los pre-socráticos [Fraser, 2006]. En el siglo VI a. C., Anaximandro propuso una cosmología muy particular, quizás, según Popper (1958): “una de las ideas más audaces, revolucionarias y más portentosas en toda la historia del pensamiento humano”. En este modelo la tierra es un cuerpo de dimensiones finitas, un cilindro, que flota en el espacio. Y como se explica en [Rovelli, 2011], éste no cae porque no hay una dirección particular hacia la cual pueda caer, no está dominado por ningún otro cuerpo. Además de esto, el modelo considera a el Sol, la Luna y las estrellas girando alrededor de la Tierra (modelo

claramente geocéntrico), formando círculos completos. Se añaden a este modelo ruedas inmensas, similares a las ruedas de un carro, que los llevan. Estas ruedas son huecas en el interior, las cuales están llenas de fuego y además perforadas a lo largo de la superficie que mira hacia adentro, hacia la tierra. Así, el Sol, la luna y las estrellas que vemos en el cielo son el fuego visible a través de estos agujeros. Según el modelo de Anaximandro, las estrellas están sobre las ruedas más cercanas a la tierra, la luna sobre la rueda del medio y el Sol sobre la rueda más lejana (Fig. 4.1).

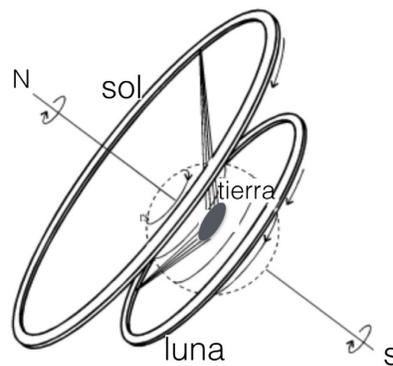


Figura 4.1. Modelo de Anaximandro. Se representa un día de verano. La tierra es representada como un disco circular, según la imagino el propio Anaximandro.

A su vez, Pitágoras pensaba que la Tierra era una esfera (de acuerdo con las observaciones de los eclipses), pero éste, y su escuela, no ubica a la tierra en el centro, postularon que estaba en movimiento alrededor de un fuego invisible. Cabe notar que Philolaus, quien es una figura prominente en la tradición pitagórica, precursor de Copérnico en sacar a la tierra de su posición especial en el cosmos y convertirla en un objeto más del mismo (los cuales denominamos hoy planetas), construye el sistema

que lleva su nombre. Aún cuando la tierra ya no ocupa el centro no puede llamarse heliocéntrica, ya que en el centro está “el fuego central”, invisible en el modelo de estos pensadores y que no está asociado al sol. Aristóteles registra en [Guthrie, 1939]:

"Queda por hablar de la tierra, de su posición, de la cuestión de si está en reposo o en movimiento, y de su forma. En cuanto a su posición, hay alguna diferencia de opinión. La mayoría de la gente -todos, de hecho, que consideran todo el cielo como finito- dicen que está en el centro. Pero los filósofos conocidos como pitagóricos toman la opinión contraria. En el centro, dicen, es fuego, y la tierra es una de las estrellas, creando noche y día por su movimiento circular alrededor del centro. Construyen además otra tierra en oposición a la nuestra a la que dan el nombre de contra-tierra (o Antichton)".

Es notable como aún siendo modelos que estaban lejos de explicar los fenómenos observables que ocurrían y eran visibles para los contemporáneos de los mismos, estos eran ya bastante complejos e involucraban una buena cantidad de información, asociada tanto a los puntos, velocidades, etc., donde se encuentran tanto el objeto o fenómeno del que se quiere dar cuenta, como los objetos que introducen en estos modelos conceptuales (ruedas, fuego central, etcétera).

En el siglo IV a. C., dos influyentes filósofos griegos, Platón y su estudiante Aristóteles, escribieron trabajos basados en el modelo geocéntrico. Según Platón, la Tierra era una esfera, estacionaria en el centro del universo. Las estrellas y los planetas eran llevadas alrededor de la Tierra en esferas o círculos, ordenados en el siguiente orden (hacia fuera y desde el centro): Luna, Sol, Venus, Mercurio, Marte, Júpiter, Saturno, y luego las estrellas fijas, estas últimas situadas en la esfera celeste.

En su "Mito de Er", una sección de *La República*, Platón describe el cosmos utilizando metáforas y relatos míticos. Eudoxo de Cnido, quien también trabajó con Platón, desarrolló una explicación menos mítica y un tanto más matemática del movimiento de los planetas, basada en la enseñanza Platónica que indica que todos los fenómenos en los cielos pueden explicarse con movimientos circulares (y uniformes).

Si añadimos información sobre el sistema aristotélico podemos decir que la Tierra esférica está en el centro del universo, y todos los demás cuerpos celestes están unidos *via* esferas transparentes y giratorias que rodean a la Tierra, todas ellas concéntricas con ella. Estas esferas, conocidas como "esferas cristalinas", se mueven a diferentes velocidades uniformes para crear la revolución de los cuerpos alrededor de la Tierra. Aristóteles creyó que la luna estaba en la esfera más interna y por lo tanto tocaba el reino de la tierra, causando las manchas oscuras (mácula) y teniendo además la capacidad de pasar a través de fases lunares. Más adelante describió su sistema explicando las tendencias naturales de los elementos terrestres: tierra, agua, fuego, aire, así como el éter celestial. Su sistema sostenía que la Tierra era el elemento más pesado. La tendencia del aire y el fuego, por el contrario, era moverse hacia arriba, lejos del centro, con el fuego siendo más ligero que el aire. Más allá de la capa de fuego, estaban las sólidas esferas de éter en las que estaban incrustados los cuerpos celestes.

Nuevamente aquí, es notable lo complejo, en términos de información, de las teorías que soportan estos modelos cosmológicos, combinado con lo limitado del espectro de predicciones (correctas) que podían sostener estos modelos.

4.5 El ajuste de los esquemas con los datos

Como se ha mencionado anteriormente de manera general, la adhesión al modelo geocéntrico se debió en gran medida a varias observaciones importantes y además a que las explicaciones guardaban un elemento de sentido común fácil de captar en la época (es decir por los intelectuales contemporáneos a dichas teorías y al hombre común en muchos casos). En primer lugar, si la Tierra se moviera, entonces uno debería ser capaz de observar el desplazamiento de las estrellas fijas debido a la paralaje estelar. Dicho de otro modo, si la Tierra se moviera, las formas de las constelaciones cambiarían considerablemente en el transcurso de un año. Si no parecieran moverse, las estrellas deberían estar muchísimo más lejos que el Sol y los planetas de lo que se había concebido, haciendo que su movimiento fuera indetectable, o en realidad no se mueve en absoluto. Efectivamente, las estrellas están en realidad mucho más lejos de lo que postulaban los astrónomos griegos (haciendo el movimiento extremadamente sutil). La paralaje estelar no fue detectado hasta el siglo XIX, cuando en 1838 Friedrich Bessel realizó la primera medición de paralaje exitosa, para la estrella 61 Cygni, utilizando un heliómetro Fraunhofer en el Observatorio de Königsberg. [Hirshfeld, 2002].

Como es conocido, otra observación utilizada a favor del modelo geocéntrico de la época fue la aparente consistencia de la luminosidad de Venus, que implica que suele estar aproximadamente a la misma distancia de la Tierra (es decir no alrededor del sol), que a su vez claramente es más consistente con el geocentrismo que con el heliocentrismo. En realidad, es porque la pérdida de luz causada por las fases de Venus compensa el aumento de tamaño aparente causado por su distancia variable de la Tierra.

Los objetores del heliocentrismo observaron que los cuerpos terrestres naturalmente tienden a descansar lo más cerca posible del centro de la Tierra, en acuerdo con el centro del universo, cosa que claramente no es una razón menor para justificar otra teoría en aquellas épocas.

No obstante, ningún esquema conceptual se puede validar como definitivo y las leves faltas de precisión en el universo aristotélico de esferas (imprecisiones que se irían incrementando con el tiempo) prepararían gradualmente el terreno para los cambios en el modelo.

Desde los tiempos de Platón, los filósofos habían considerado el problema de cómo los planetas encajan dentro del predecible y matemático universo regular propuesto.

El astrónomo Ptolomeo se había ocupado de los problemas de los astros errantes, estos no solo se mueven a lo largo de la supuesta esfera de las estrellas fijas, sino que también, ocasionalmente, retroceden por el cielo nocturno respecto de su desplazamiento habitual. Sus observaciones y reflexiones le permitieron producir una completa adaptación del modelo aristotélico de esferas para dar cuenta apropiadamente de los registros empíricos de tales movimientos.

4.6 Movimientos Retrógrados

Como es conocido en la actualidad, algunos planetas cambian su velocidad relativa al observador terrestre no solo en velocidad sino también en dirección. Efectivamente, los planetas visibles a ojo desnudo se mueven respecto del fondo de las constelaciones para un observador terrestre: con un movimiento que los atrasa respecto de las constelaciones excepto durante lapsos menores en que se adelantan a

ellas. Este movimiento retrógrado (ya que va en contra de su atraso habitual) de los objetos celestes causó gran impacto en las teorías cosmológicas geocéntricas. Notar que el problema, en su versión reducida, recae en cómo a partir de un observador fijo, utilizando solo un modelo de movimiento circular uniforme, se puede dar cuenta de este fenómeno. Contamos por lo tanto con un modelo inicial tal que, con un conjunto de instrucciones (finalmente información en forma de un algoritmo) no puede dar cuenta de fenómenos observables, digamos el retroceso de los planetas. Por lo tanto es necesario introducir nueva información al modelo, lo cual, sin lugar a dudas, aumenta su complejidad efectiva.

La forma de la época de mejorar el modelo existente para dar cuenta del movimiento retrógrado (y otros fenómenos) fue el uso ingenioso de movimientos de círculos acoplados: los deferentes y epiciclos.

Como vamos a ver en breve, este artefacto nuevo en la teoría es un elemento potentísimo ya que mediante el uso repetido del mismo es posible describir toda curva suave y matemáticamente bien comportada.

4.7 Epiciclos y deferentes

El epiciclo (del griego antiguo que literalmente significa sobre el círculo, es decir, el círculo que se mueve sobre otro círculo) fue un modelo geométrico utilizado para explicar las variaciones en la velocidad y la dirección del movimiento aparente de la luna, el sol y los planetas. Fue una innovación en el sistema geocéntrico básico de esferas y en particular, explicó el aparente movimiento retrógrado de los cinco planetas que mostraban este comportamiento. Es muy importante notar que también explica los cambios en las distancias aparentes de esos planetas con la Tierra [DeWitt, 2011].

Como puede verse en el modelo simplificado (Fig. 4.2), el movimiento del objeto celeste constará de dos movimientos: uno debido al deferente (círculo u órbita concentrica a la tierra) y a el epiciclo, movimiento circular de radio pequeño "montado" en el deferente.

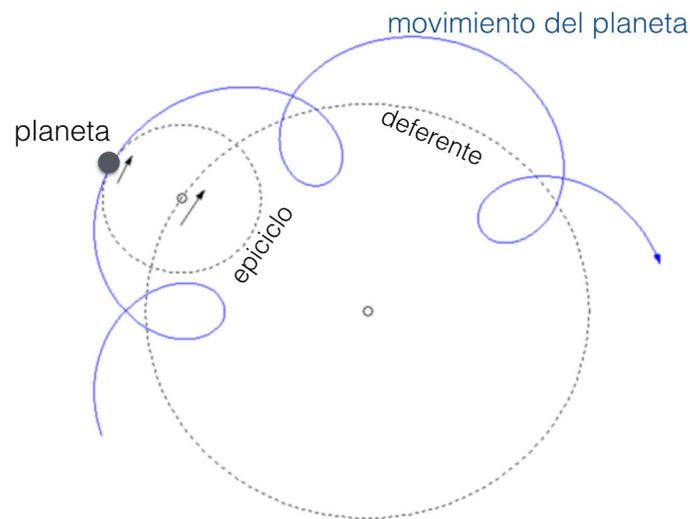


Figura 4.2. Modelo con deferentes y epiciclos. El resultado del modelo esquematizado muestra las características de movimiento retrógrado.

Hagamos un paréntesis para notar el alcance de esta técnica. Si se suman trayectorias que provienen de considerar movimientos generados por un mecanismo tal al apiciclo, se llega técnicamente a lo que hoy se conoce como series de Fourier [Hanson, 1960]. Recién en 1822, Joseph Fourier mostró que funciones suaves y bien comportadas podrían escribirse como una suma infinita de armónicos [Fourier, 1822].

Volviendo a los epiciclos desde un punto de vista histórico, esta innovación fue

propuesta por Apolonio de Perga a finales del siglo III a. C. Fue desarrollada por Hiparco de Rodas, que lo utilizó extensivamente, durante el siglo II a. C., luego formalizado y ampliamente utilizado por Ptolomeo de Tebaid en su tratado astronómico del siglo II d. C. el *Almagesto* [Lankford, 1997].

El movimiento epicíclico se utiliza en el mecanismo de anticitera [Freeth *et al.*, 2006; Carman, 2011 y 2014; Anastasieiu *et al.*, 2014], un dispositivo astronómico griego antiguo para compensar la órbita elíptica de la Luna, moviéndose más rápidamente en el perigeo y más lento en el apogeo. Las órbitas circulares usarían cuatro engranajes, dos de ellos acoplados de una manera excéntrica que se aproxima bastante a la segunda ley de Kepler.

No obstante este *addendum* que aumenta la complejidad del modelo geocéntrico circular, los movimientos variables de los planetas tanto en posición y velocidad no eran del todo satisfactoriamente explicados ni predichos.

De esta manera se entiende el hecho de que en el sistema Ptolemaico, los planetas continúan moviéndose en epiciclos y deferentes. Ambos círculos giran en el mismo sentido y son aproximadamente paralelos al plano de la órbita del Sol (eclíptica). Ahora bien, en este sistema, a pesar de que el sistema es considerado geocéntrico, el movimiento de cada planeta no estaba ahora centrado en la Tierra, sino en un punto ligeramente alejado de la Tierra llamado excéntrico.

Otro punto que llevó a una siguiente innovación del modelo fue que la velocidad angular a la que el deferente giraba no era constante a menos que fuera medida desde otro punto localizado a la misma distancia de la excéntrica, al que Ptolomeo llamó ecuante. Lo que era constante era la razón angular a la que el deferente se movía

alrededor del ecuante.

Repasemos el modelo. El modelo cuenta con deferentes, epiciclos (pueden ser un número elevado de ellos, 80 círculos en total [Palter, 1970]), el punto excéntrico y el ecuante. Sin lugar a dudas su complejidad es bastante más elevada que los modelos geocéntricos “básicos” previos.

4.8 Cambio y simplicidad

El siguiente cambio de modelo importante fue concebido en la obra maestra de Copérnico, la que fue publicada en el año de su muerte en 1543 y que representó el fin de algunos conceptos astronómicos y teorías antiguos, así como el punto de partida para un nuevo modelo astronómico. En muchos sentidos, su obra *De Revolutionibus Orbium Celestium* o *Sobre las revoluciones de las esferas celestes* no se apartó mucho en realidad de la teoría astronómica tradicional; el marco conceptual, los dispositivos matemáticos y la física que utilizó en ella eran muy similares a los del sistema ptolemaico. Por ejemplo, hasta cierto punto, aún creía que el modelo de esferas era verdadero; sus secciones iniciales enfatizan que el universo es esférico, que el movimiento de las estrellas es uniforme y circular, y que también la tierra y los mares forman una esfera. A pesar de las similitudes, grandes discrepancias en las predicciones producidas mediante el uso del sistema ptolemaico en comparación con las observaciones a simple vista lo llevaron a adoptar la "herejía cosmológica". Así, sólo con respecto a la posición y el movimiento de la Tierra, Copérnico rompió con la tradición ptolemaica, y éstas son, quizás, las únicas contribuciones en su obra: el concepto de que la tierra está en movimiento en vez de en reposo como antes se pensaba, y el concepto de una nueva astronomía heliocéntrica. En sí mismo,

podríamos decir, junto con otros, que *De Revolutionibus* no es tan revolucionario.

En su modelo cosmológico Copérnico sostiene que la Tierra es otro planeta girando alrededor del sol fijo una vez al año, y sobre su eje una vez al día.

Las principales características de la teoría copernicana son:

- Los movimientos celestiales son uniformes, eternos y circulares o compuestos de varios círculos (epiciclos).
- El centro del universo está cerca del Sol.
- Alrededor del Sol, en orden de los más cercanos a los más distantes, están Mercurio, Venus, Tierra y Luna, Marte, Júpiter, Saturno y las estrellas fijas.
- La Tierra tiene tres movimientos: la rotación diaria, la revolución anual y la variación de la inclinación anual de su eje.
- El movimiento retrógrado de los planetas se explica por el movimiento de la Tierra alrededor del Sol.
- La distancia de la Tierra al Sol es pequeña comparada con la distancia a las estrellas.

Los libros que componen *De Revolutionibus* contienen cálculos matemáticos minuciosos realizados por Copérnico, los cuales constituirían la base sobre la cual se podría crear una nueva tradición astronómica. De hecho, gran parte del éxito de *De Revolutionibus* frente a la oposición de la Iglesia se debe al hecho de que su trabajo era esencialmente ilegible para todos, excepto para aquellos que eran más eruditos en astronomía y matemáticas y, por lo tanto, su teoría siguió siendo ampliamente desconocida durante muchos años por aquellos fuera de este círculo extremadamente selecto de académicos. No sería hasta después de siglo y medio que, siguiendo las

obras de Brahe, Kepler, Galileo Galilei, y Newton, el universo copernicano llegaría a ser ampliamente aceptado por astrónomos y científicos en general.

Como puede verse existe una reducción notable en el modelo ya que con muy pocos conceptos pueden entenderse de manera aún más satisfactoria fenómenos naturales. Lo que nos interesa notar en este trabajo es la disminución del número de información requerida para realizar el conjunto ordenado de pasos a seguir para dar cuenta de los datos existentes.

4.9 El paroxismo de la complejidad geocéntrica: el modelo de Tycho Brahe

Irónicamente, Tycho Brahe era un firme opositor del copernicanismo y un conservador de la astronomía ptolemaica, y sus principales contribuciones a la ciencia consistieron en las técnicas extraordinariamente precisas que ajustó para la observación a simple vista de las estrellas, así como el registro detallado que mantuvo sobre su vida, el que incluyó observaciones estelares y planetarias.

Desarrolló un sistema alternativo, de corte ptolemaico al conservar la Tierra cercana al centro de giro de la luna y el sol, y de corte copernicano al proponer que el resto de los planetas gira en torno al sol [Dewitt, 2010]. Este sistema intentó en vano mantener viva la tradición ptolemaica. Es decir, Brahe suponía que el sol estaba orbitado por Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno pero que la tierra seguía siendo central y orbitada por la luna y el sol. Este sistema, conocido como el sistema Tichónico, se basaba en observaciones extremadamente precisas, pero, sin embargo, requirió de la adición de epiciclos y deferentes para hacerlo funcionar con la misma exactitud que el sistema copernicano [Lankford, 1997]. Es decir, aumentó el número de información necesaria en el modelo para obtener similares resultados. En muchos

sentidos, era una solución de compromiso que conservaba las ventajas matemáticas de las teorías presentadas en *De Revolutionibus*, pero sin los inconvenientes físicos, cosmológicos y teológicos producidos por el cambio de paradigma extremo en el que el sol ya no orbita a la tierra. Sus obras proporcionaron una gran riqueza de observaciones planetarias para sus sucesores, pero la principal contribución de Brahe reside en que su sistema permitió que otros consideraran la teoría de Copérnico, sin necesariamente aceptar la noción revolucionaria del movimiento de la tierra. Por otra parte, su colega Johannes Kepler era neoplatónico y copernicano que construyó su modelo planetario gracias a la abundancia y precisión de los datos de Tycho Brahe y los utilizó para considerar algunos de los problemas expuestos en *De Revolutionibus*. Una de sus contribuciones más significativas es el argumento de que la Tierra no es más que un planeta más entre otros y le quitó todas las características especiales.

4.10 Kepler y la búsqueda de la armonía

La primera obra astronómica importante de Kepler, *Mysterium Cosmographicum* (El Misterio Cosmográfico) [1596], fue quizás la primera defensa publicada del sistema copernicano. Kepler se dio cuenta de que los polígonos regulares mostraban una proporción entre su círculo inscrito y su círculo circunscrito que coincidían con la proporción de las distancias medias al sol de planetas sucesivos, lo cual podría ser la base geométrica del universo. Trabajó arduamente para encontrar una disposición única de polígonos que se ajusten a las observaciones astronómicas conocidas (aún incluso con planetas adicionales añadidos al sistema). Kepler comenzó a experimentar con poliedros. Encontró que cada uno de los cinco sólidos platónicos podía ser inscrito y circunscrito por esferas cuyos radios se encontraban en una relación coincidente con

la relación entre las distancias al sol de planetas sucesivos. De este modo, anidando estos sólidos, cada uno encerrado en una esfera y encerrando otra esfera menor, uno dentro del otro produciría seis capas, correspondientes (con una coincidencia notable) a los seis planetas conocidos: Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter y Saturno. Al ordenar los sólidos selectivamente -octaedro, icosaedro, dodecaedro, tetraedro, cubo- Kepler encontró que las esferas podrían colocarse a intervalos correspondientes a los tamaños relativos de la trayectoria de cada planeta, asumiendo que los planetas rodean al Sol. Kepler también encontró una fórmula que relaciona el tamaño del orbe de cada planeta con la longitud de su período orbital: de los planetas interiores a los exteriores, la razón de aumento en el período orbital es el doble de la diferencia en el radio orb. Sin embargo, Kepler más tarde rechazó esta fórmula, porque no era lo suficientemente precisa [Caspar, 1993].

El modelo cosmológico kepleriano es sin duda una obra apasionante de la creación humana, y toca muchos ejes de discusión: teológico, matemático, estético, etcétera. Pero, como mencionamos, no se ajustaba, con la precisión que el propio Kepler esperaba y los propios datos ameritaban, al registro empírico existente (excelentes datos de la época producidos por Tycho). Es decir, de los datos ya podía tomarse como “señal” un set bien definido, no existía posibilidad de incluir algunos datos a la parte de “ruidos”. Esto sin lugar a dudas debía incluirse en el algoritmo del modelo, lo cual implica inmediatamente un aumento de C^* .

Podríamos proponer que la búsqueda de Kepler en este trabajo monumental era sin lugar a dudas una reducción última del modelo (a pesar de parecer lo contrario), dado que pretendía conceptualmente ser sencillo: utilizar sólidos platónicos para

explicar el modelo. El modelo finalmente es más complejo dado que no son obvias las relaciones y el apartamiento que finalmente tiene con los datos empíricos.

En 1609, Kepler publica *Astronomia Nova*. Este libro contiene los resultados de investigación de varios años del astrónomo, focalizándose en el movimiento de Marte, utilizando las observaciones de Tycho Brahe.

Sin lugar a dudas es uno de los libros más significativos en la historia de la astronomía dado que, como hemos mencionado anteriormente, éste proporcionó argumentos significativos que avalan la teoría heliocéntrica y contribuyó, producto de una sólida relación entre datos y modelo, con una valiosa visión innovadora del movimiento de los planetas. Ésta incluye la primera mención de órbitas elípticas de los planetas y el cambio de velocidad de los mismos en distintos lugares de la misma.

Astronomia Nova contiene dos de las leyes de Kepler:

1. Los planetas se mueven en órbitas elípticas con el sol en un foco de la elipse.
2. La velocidad del planeta cambia en cada momento tal que el tiempo transcurrido entre dos posiciones es siempre proporcional al área barrida en la órbita entre estas posiciones.

Su famosa tercera ley, publicada en *Harminices Mundi* (1619) establece que [Schoot, 2001]:

3. La relación entre el cubo de la longitud del semi-eje mayor de la órbita y el cuadrado del tiempo de su período orbital es la misma para todos los planetas.

Notemos que la primera de estas tres leyes no deja lugar a la conjetura inicial de Kepler acerca del ajuste por los sólidos regulares y las esferas inscritas y circunscritas para fijar las órbitas de los distintos planetas. La precisión de los datos mostraba que los planetas no ajustaban suficientemente bien con las esferas de los sólidos regulares. Por lo cual, si Kepler (o cualquier otro astrónomo de su época) hubiese querido conservar la visión de un universo físico armonizado por los sólidos regulares, tendría que haber agregado un algoritmo *ad hoc*, que permitiera ajustar las posiciones observadas con esas esferas entre sólidos. Habría sido necesario incluir un cálculo extra para mostrar el apartamiento de la posición registrada respecto de la posición esperada en función de esas esferas. De este modo, todo intento de aferrarse a los sólidos regulares conlleva el aumento de C^* .

El acuerdo con los datos era extraordinario. Explica así algunas irregularidades en los cálculos de Copérnico y haciendo coincidir las observaciones de Brahe con una excepcional precisión y muy pocas irregularidades. Podemos imaginar el paso gigantesco de Kepler al moverse fuera del ámbito de los movimientos circulares y como ha de haberse sentido con la sencillez de su modelo. En términos de nuestra investigación, podemos imaginar el grado de satisfacción al disminuir drásticamente el valor de C^* . Con pocas instrucciones, siguiendo estas leyes, se podía dar cuenta de los datos experimentales como nunca antes se había logrado.

Por otra parte, propuso una teoría para la fuerza atractiva que sostiene los planetas en órbita alrededor del sol, *matriz anima*, según lo cual el sol emitía rayos que atraían o repelían los planetas hacia él dando como resultado la variación de la distancia del

planeta al sol. Este concepto contiene algunos matices que podrían tomarse históricamente como parte de los conceptos en etapa embrionaria que luego dieron lugar a la teoría de la gravedad propuesta por Newton varias décadas más tarde.

Cabe mencionar que el modelo de Kepler no podía determinar la posición del planeta en cada momento individual porque la velocidad del planeta siempre estaba cambiando. Esto, nos hace pensar en el problema de calcular la posición y velocidad del planeta (o simplificando, de una esfera orbitando al sol). Este problema, denominado "el problema de Kepler", sin lugar a dudas impulsó el desarrollo del cálculo, cuya forma final podemos encontrar en las obras de Newton y Leibniz.

Vale la pena notar también que Kepler utiliza como registro empírico para ajustar su modelo, únicamente el set de datos del movimiento de Marte. Es decir que construye su modelo aceptando que tales datos no pueden ya ser entendidos como desvíos atribuibles al ruido, sino que pasan a formar parte de la señal de la cual la teoría tiene que dar cuenta. A la vez, este cambio, no es un ajuste solo para el planeta Marte, lo cual significaría aumentar la complejidad del modelo por contemplar una particularidad para un cuerpo celeste y no todos. En vez de este ajuste particular, ingresa la señal para ser modelada en un algoritmo que da cuenta de tal señal para todo planeta del sistema, con lo cual disminuye la complejidad del modelo.

4.11 Galileo y los nuevos mundos

Galileo Galilei también jugó un papel fundamental en el eventual éxito del universo copernicano, pues sus descubrimientos telescópicos mostraron nuevos problemas en juego en el nuevo universo. Sumando a los avances logrados por Kepler y por Brahe, Galileo fue capaz de mostrar que el tamaño visible de las estrellas era más

pequeño de lo que se pensaba, ya que vistas con el telescopio permanecían siendo un punto luminoso en el campo visual. Así también como pudo mostrar el hecho de que el sol gira y tiene irregularidades superficiales, igual que la luna. Otros descubrimientos importantes fueron los de las lunas de Júpiter y sus observaciones de Venus, que reforzaba la visión de una Tierra en movimiento. Si no fuera así, Venus siempre aparecería como una media luna cuando se observa desde la tierra; sin embargo, Galilei descubrió que tenía fases, al igual que la luna y, por lo tanto, concluyó que tanto la tierra como Venus orbitaban alrededor del sol. De hecho, gracias a estas observaciones y la popularización del telescopio, el copernicanismo podrá superar la tradición ptolemaica con la llegada de los aportes cruciales de Newton que estaban por llegar. Sin embargo, hasta tanto esos aportes no aparecieran, persistía mucha oposición al universo copernicano, oposición derivada de una resistencia subconsciente a aprobar la destrucción de la cosmología tradicional. Los oponentes más prominentes y vociferantes eran Donne y Milton, cuyas prioridades religiosas, morales o estéticas no les permitían aceptar el cambio de paradigma que la mayoría de los estudiosos había asimilado. Ellos sostuvieron la idea de que el telescopio prometió mucho pero no probó nada. Tal oposición duró hasta bien entrado el siglo XVIII.

En términos de nuestra investigación, uno de los aportes relevantes que debemos a Galileo es el aumento del registro empírico al poner al alcance de la observación, la nada esperable presencia de cinco cuerpos en torno a Júpiter⁸. Podemos prever que dada la teoría existente, la presencia de otros mundos en torno a Júpiter obligaba a aceptar un agregado importante, incluso para las mejores teorías de corte geocéntrico.

⁸ Véase la relación entre anomalía y precisión [Miguel *et al.*, 2001]

La presencia sistemática de esas lunas en Júpiter ya no podían procesarse como ruido frente a una señal inequívocamente geocéntrica. Galileo, en nuestra descripción, ensancha el set de datos y obliga a incluir montos de información que no se desprenden de los algoritmos de la teoría inicial. Esos datos hacen que aumente inevitablemente C^* . Solo un cambio drástico de teorías podrá llevarnos nuevamente a niveles de complejidad menores.

Podríamos decir que, ese incremento de C^* era el signo de la tormenta conceptual y algorítmica que se avecinaba.

4.12 La síntesis de Newton

Newton dió el siguiente paso. Conjeturó que los movimientos de los cuerpos celestes, la Luna en torno a la Tierra y de la Tierra y el resto de los planetas en torno al sol, puede describirse fácilmente si se postula la existencia de una fuerza que está aplicada sobre cada uno de los cuerpos en órbita con dirección al cuerpo central de esa órbita. Conjetura además que la fuerza centrípeta que da lugar a estos movimientos debe decaer con el cuadrado de la distancia y finalmente logra mostrar que de una fuerza de esas características el resultado es un movimiento en órbitas elípticas.

De esa manera se pudo mostrar que las irregularidades que permanecían sin explicar en los movimientos planetarios se podían comprender utilizando su teoría de atracción gravitatoria, en la cual, los planetas ejercen fuerzas de atracción mutuamente (lo que entre otras cosas llevó mucho más tarde al descubrimiento del planeta Neptuno). Así, los problemas y sugerencias que se plantearon en la revolución copernicana pueden ser tomados como puntos de partida para el advenimiento del universo newtoniano y contribuyendo a sus descubrimientos. Para realizar cálculos

precisos de la posición y velocidad de los planetas basta aplicar el cálculo (metodología matemática desarrollada por Leibniz y el propio Newton [Boyer, 1959]).

El modelo de Newton es así extremadamente simple, bastan solo unos pocos bits de información para reconstruir un estado pasado del sistema, dar cuenta del presente o inferir un estado futuro. El éxito de este modelo astronómico no tiene precedentes a la fecha de los contemporáneos de Newton. Habrán de pasar más de dos siglos antes de que el récord de simplicidad fuese batido nuevamente.

Aún en la actualidad, los conceptos newtonianos se utilizan por su economía de cálculo, ya que en la mayoría de los casos producen cálculos extremadamente precisos. Sólo cuando se requiere de una precisión muy alta como por ejemplo lo es el caso del perihelio de Mercurio o la utilización de tecnología de posicionamiento satelital, sería necesario utilizar los métodos establecidos por Einstein en su teoría de Relatividad (especial o general, dependiendo del problema en cuestión), lo que demuestra lo poderosa que resulta ser la teoría de Newton.

4.13 Perihelio de Mercurio⁹

Como vimos anteriormente, las innovadoras explicaciones de Newton sobre el funcionamiento del universo, incluyendo el desarrollo de su ley de la inversa del cuadrado de la distancia para explicar la órbita elíptica de los planetas, termina de constituir una visión completa del universo, concluyendo el período conocido como “la revolución Copernicana”. *Principia* provocó un cambio de cosmovisión que condujo a nuevas líneas de investigación e indagación, ya que la comunidad científica estaba ciertamente observando un universo completamente nuevo (otra vez). También,

⁹ La información histórica de esta sección fue tomada de [Roseveare, 1979.]

emergen nuevos fenómenos que requieren análisis. Los “problemas” surgen, y los investigadores abordan, sugieren y prueban posibles soluciones. Sin embargo, vale la pena recordar que ciertos problemas, como patrones emergentes observados, pueden ser características que emerjan de la interacción de elementos no contemplados o posiblemente irreducibles a los de una dada teoría, lo que lleva a una evolución hacia nuevas formas de dar cuenta, o modelar, estos fenómenos. Uno de tales problemas surgió tras los descubrimientos de Newton: una discrepancia entre lo esperable de acuerdo a los cálculos y las observaciones de Le Verrier sobre la precesión del perihelio de Mercurio. La precesión que se conoce actualmente es de 574,6 segundos de arco por siglo —43,6 segundos de arco más rápido que las predicciones de acuerdo a la teoría de Newton y 5 segundos de arco más rápido que los hallazgos de Le Verrier.

En este punto, comenzaremos discutiendo cómo el problema de la anomalía mantuvo a prestigiosos físicos formulando y sugiriendo nuevas teorías durante varias décadas. Intentaban encontrar una explicación para justificar la anomalía. La propuesta inicial de Le Verrier fue la de un planeta no descubierto que orbitaba entre Mercurio y el sol. Es decir, se modifican las condiciones iniciales y de contorno de la teoría, agregando un nuevo elemento, un nuevo set de información, para dar cuenta de los fenómenos no explicados. Éste causaba atracción extra gravitacional y por lo tanto afectaba a Mercurio. Nombró a este planeta Vulcano y su teoría ganó algo de adhesión por parte de otros astrónomos, especialmente Babinet, Buys-Ballot y Kirkwood. El descubrimiento de Vulcano fue alabado incluso por la Real Sociedad Astronómica. De hecho, Vulcano en principio parecía explicar satisfactoriamente la anomalía del perihelio de Mercurio, hasta una publicación de Newcomb. El investigador calculó la

real anomalía de 43 segundos de arco por siglo en 1882, junto con anomalías en las observaciones para todos los demás planetas, sobre todo los nodos de Venus. Este hallazgo llevo a creer a Hall, en 1884, que la ley de la inversa del cuadrado podía no ser exacta; sugirió alterar la ley de Newton agregando una constante de ajuste. Cuando aplicó dicho modelo al perihelio de Mercurio y equiparó la precesión con las observaciones, obtuvo $F(r) = cr^{-2.00000016}$, como una alternativa más cercana y más exacta a $F(r) = cr^{-2}$, lo que arrojó cálculos un poco más exactos. Por lo tanto, en ese momento, la noción de que existía una ley de gravedad diferente, mejor ajustada, ya se estaba considerando y fue impulsada por nuevas teorías electrodinámicas sobre electromagnetismo producidas a fines del siglo XIX por Maxwell, Coulomb, entre otros. Específicamente, dos cargas eléctricas interactúan de acuerdo a sus respectivas velocidades y esto a su vez define sus fuerzas. Durante los años de desarrollo del electromagnetismo, Weber, Riemann, Gauss, Clausius y Ritz produjeron teorías en relación a estas líneas investigativas, pero ninguno produjo resultados que pudiesen explicar una anomalía de más de 14 segundos de arco por siglo.

Von Seeliger propuso otra teoría en 1906 que planteaba que: la precesión del perihelio de Mercurio se influenciaba por la masa solar. Esta teoría obtuvo un respaldo moderado –principalmente de parte de De Sitter y Jeffreys– y parecía explicar las anomalías existentes en las órbitas planetarias, hasta que un eclipse solar en 1919 la invalidó. Sin embargo, es evidente observar que este proceso es un tanto similar al de los epiciclos y deferentes que había descrito Copérnico como “parches” del universo Aristotélico de esferas; cuando la teoría no respalda las observaciones, se conciben y prueban muchas soluciones posibles agregando información al modelo que contiene

los conceptos y teorías fundamentales desde las cuales los científicos pueden considerar los problemas que surgen dentro de su disciplina.

Vale notar que Gerber abordó este problema de una forma similar a Riemann -aplicó una teoría parecida al electromagnetismo (con potenciales retardados) y estableció un límite para la velocidad a la cual la gravedad se propaga, la que indicó como la velocidad de la luz en el vacío. Este modelo demostró predecir exitosamente la precesión del perihelio de Mercurio, pero fue ignorada por muchos años, no logrando llamar la atención de otros investigadores debido principalmente al hecho de que fue publicada en 1898 en una revista poco conocida. Adicionalmente, su origen matemático era poco claro y, más tarde, se demostró que los cálculos contenían errores. Gerber incluso precedió a Einstein por 17 años. Einstein enfatizó que esto no habría influenciado la producción de su teoría general de la relatividad, incluso cuando él había leído el artículo de Gerber.

La teoría general de la relatividad reemplazó rápidamente la teoría gravitacional universal de Newton gracias a su mayor precisión y su éxito en dar cuenta del problema en el perihelio de Mercurio, entre otras anomalías persistentes. Parece ser que Einstein había logrado descubrir y describir la forma en que el espacio-tiempo se debe curvar para que las leyes físicas de gravedad den cuenta de los fenómenos observados, utilizando una geometría curva en lugar de la geometría euclidiana. De esta forma, la teoría de la relatividad provocó un nuevo cambio de cosmovisión que reemplazó, para estos casos cosmológicos, completamente la ley de la inversa del cuadrado de la distancia que nos había provisto Newton y además, generó la nueva

base teórica para futuras teorizaciones científicas alterando la forma en que vemos el universo.

4.14 Los discretos encantos de la complejidad modélico paramétrica

A continuación analizamos la necesidad de dar un paso más en la noción de complejidad efectiva de Murray Gell-Mann en el sentido de cuáles son sus limitaciones y qué otros aspectos demandan atención.

En el resto de la sección abordamos las virtudes de utilizar la nueva noción de complejidad para el análisis de la práctica científica en lo referente al cambio de teorías y a la relación entre el avance de la tecnología y su impacto en alcanzar zonas en las que la teoría se muestra insuficiente para dar cuenta del registro empírico.

4.14.1 Complejidad efectiva versus complejidad modélico paramétrica

Como vimos en capítulo 2 al analizar la complejidad efectiva propuesta por Gell-Mann, el objetivo final de dicha medida es el análisis cuantitativo de un set de datos, digamos un vector x , y en términos prácticos, esto significa que el científico quiere asignar un valor al vector de información proveniente de un hecho empírico que de cuenta de cuán complejo es este vector x , y para ello debe existir una teoría asociada, la cual además brinda información sobre los términos estocásticos de x . Como también se mencionó en el capítulo 2, si se toma la complejidad como la de Kolmogorov $K(x)$, o similares a ésta, se encontrarán problemas técnicos y conceptuales difíciles de sobrepasar, ya que el valor que ésta asigna a series de datos paradigmáticas es controversial: no capta en absoluto la intuición de que la complejidad

debe medir la cantidad de estructura de un objeto y cuán difícil (o costosa en términos de teoría de la información) de generar es, utilizando algo cercano a un algoritmo. De hecho, si x es un set de n datos (con n suficientemente grande, formalmente puede tender a infinito) uniformemente aleatorio, proveniente por ejemplo, del resultado del lanzamiento hipotético de un dado de n caras, entonces $K(x)$ es extremadamente grande, mientras que el vector de datos no posee ninguna estructura en absoluto, siendo además para este caso una serie temporal completamente sin información alguna luego de varias realizaciones del experimento.

En el capítulo 2 definimos la complejidad efectiva y analizamos las consecuencias de la misma al estudiar procesos físicos emergentes teniendo en cuenta parámetros de control.

De lo analizado históricamente en esta sección, surge la pregunta natural sobre ¿cuál es la mejor teoría para analizar los datos empíricos con que se cuenta? Y cuál ha sido en los diversos momentos históricos mencionados. Sin lugar a dudas, dentro del marco conceptual que ha manejado cada uno de los actores mencionados, la explicación debió ser simple. En términos de complejidad C^* y de Kolmogorov, esto significa que $K(E)$ debe ser pequeño. Además, como hemos señalado en el capítulo 2, la explicación no debe permitir cualquier resultado posible, pero debe preferir, de entre la posibilidad de ellos, algunos resultados (incluyendo x) sobre otros. Por ejemplo, volviendo al ejemplo aleatorio, la distribución uniforme en millones de posibles diferentes teorías físicas es "simple" (es decir, $K(E)$ es pequeño), pero no es una

"buena explicación" de nuestro mundo físico, ya que contiene una gran cantidad de arbitrariedad, es decir la explicación puede ser casi cualquier teoría. Esta arbitrariedad puede identificarse con la medida de la ignorancia, o la entropía H . Así, es natural exigir que la entropía H de la respuesta (o teoría que explica los datos) sea pequeña.

Es natural considerar la suma $K+H$ como la "información total": I . Una "buena teoría" da entonces valores pequeños de I para un set de datos típicos de un sistema.

Dado un set de datos experimentales, siempre hay muchas "buenas teorías" que satisfacen estos requisitos cualitativamente. ¿Cuál es la mejor? Para estudiar esta cuestión, y desde un punto de vista epistémico, es útil pensar en una representación gráfica de buenas teorías y sus propiedades.

Supongamos que trazamos el conjunto de teorías en el plano entropía-complejidad. Es decir, para cada conjunto computable E (con entropía finita y computable), trazaremos un punto en el plano, donde el eje x dará cuenta de la entropía $H(E)$ y el eje y la complejidad de Kolmogorov K .

Recordemos, la información total I es la suma de la entropía y complejidad del conjunto. Por lo tanto, los conjuntos con información total constante corresponden a líneas en el plano que son paralelas a una línea inclinada en el plano-entropía-complejidad.

Supongamos que fijamos algunos datos x y trazamos solamente aquellos

conjuntos E tales que x es d -típico para E para alguna constante fija $d \geq 0$. Éste es uno de nuestros dos requisitos que una "buena teoría" debe cumplir. Es decir, descartamos todos los conjuntos para los cuales x no es una realización típica. En otros términos, toda teoría debe cumplir con dar cuenta de los datos que han resultado ser estadísticamente significativos, por lo cual no pueden tomarse como información de ruido sino como señal (ver capítulo 3).

Paralelamente puede haber varias teorías vigentes y exitosas que den cuenta de ese mismo set de datos y que corresponden a una determinada distinción de señal/ruido y sin embargo una de ellas requiere de una complejidad muy alta mientras que otra puede cumplir la tarea de manera más sencilla. Por ejemplo, tómesese el trabajo del lector de describir la relación entre la variación del volumen de un gas con el aumento de temperatura a presión constante. ¿Cuál teoría elegiría? ¿la teoría de quarks o la ecuación de los gases ideales?

La respuesta evidente nos enfrenta con el otro requisito de una "buena teoría": La información total debe ser lo más pequeña posible. Esto significa que $I(E)$ no debe ser mucho mayor que la complejidad de Kolmogorov $K(x)$. Identificamos las "buenas" teorías como aquellos conjuntos que no están demasiado lejos de la línea oblicua mencionada; digamos, consideramos esos conjuntos como "buenos" ya que están por debajo de la línea con $I = K + \Delta$.

Entre las buenas teorías restantes, ¿cuál es "la mejor"? La sugerencia es que la mejor teoría es la teoría más simple; es decir, el conjunto E (la teoría) con la

complejidad mínima de Kolmogorov $K(E)$. Así, la complejidad $K(E)$ de este conjunto de minimización es entonces la complejidad efectiva de x .

Es así que el criterio nos protege de caer en la tentación reduccionista por la cual intentemos dar cuenta de los fenómenos con la teoría que echa mano de los elementos más básicos posibles que componen el sistema. Es una virtud poder elegir cuál es el nivel de organización y cuáles son los elementos constitutivos que vamos a elegir para dar cuenta de cierto fenómeno y no cavar en lo profundo de la organización interna de esos elementos.

Esto suena bastante convincente. Sin embargo, debemos notar que la comparación no contempla que una misma teoría puede tener una muy baja complejidad para describir un determinado fenómeno y ser excesivamente alta al querer describir otro fenómeno de la misma parcela empírica del mundo. Como hemos analizado en secciones anteriores de este mismo capítulo, la teoría de Newton ha podido resultar adecuada para dar cuenta de los movimientos del sistema planetario en general pero su complejidad crece al ser aplicada a la descripción de la precesión del perihelio de Mercurio.

En conclusión, la complejidad de una teoría o un modelo debe ser analizada teniendo en cuenta el recorrido de la variable que ha sido tomada como parámetro de control.

Mientras que para algunos valores del parámetro de control la complejidad del modelo se mantiene siendo baja y por lo tanto ese modelo es la mejor elección frente a

otros que muestran mayor complejidad, para otros valores del parámetro de control, la complejidad aumenta drásticamente indicando que el algoritmo que permite las predicciones debe ser suplementado con información adicional. Es entonces pertinente tener en cuenta la complejidad modélico paramétrica para echar luz sobre los procesos de elección de teorías y preferencias en el uso de un modelo por sobre otro, que muestra los criterios que se pueden estar en juego al interior de la comunidad científica ocupada de esa parcela empírica (recordar el esquema de la figura 3.7).

4.14.2 Complejidad modélico paramétrica y cambio teórico

Podemos ver cómo muy probablemente durante cada período histórico mencionado anteriormente, se ha producido una elección de teorías siguiendo las ideas mencionadas aquí utilizando criterios que hoy podemos asociar con la idea de elegir aquellos marcos conceptuales y algorítmicos que exhiben la menor complejidad modélico paramétrica.

Sin lugar a dudas la calidad de los datos es de extrema importancia. Una vez elegido este set de datos, la mejor teoría es la que minimiza la complejidad C^* . Es importante notar que a lo largo de diferentes períodos, como ya se habrá percatado el atento lector, existen teorías similares, en el sentido de que ambas pueden dar cuenta de los datos, cada una con cierto de K y de H . En casos como la teoría copernicana en relación a la de Tolomeo, donde sin lugar a dudas la minimización de la complejidad C^* de la primera lleva a valores menores en K con $I(E)$ mínimo, vemos que efectivamente es la que fue aceptada. Esto vuelve a ocurrir en el caso de la teoría de la relatividad, comparada con la newtoniana, donde los distintos esfuerzos realizados por los

investigadores en varias direcciones (utilizando desde la postulación del planeta hipotético Vulcano hasta ensayar el cambio en el exponente de la ley de decaimiento del cuadrado de la distancia, por ejemplo) incrementan K excesivamente y así también H , a causa de los datos experimentales que no pueden ser explicados. Ambos valores decrecen drásticamente utilizando la teoría de la relatividad de Einstein.

4.14.3 Complejidad modélico paramétrica y desarrollo tecnológico

Dado que el set de datos es de extrema importancia para la elección de la teoría más adecuada, cabe anticipar el modo en que los desarrollos tecnológicos afectarán los cambios teóricos en términos de la complejidad modélico paramétrica.

Mientras que el modelo geocéntrico daba cuenta de los movimientos planetarios por medio de epiciclos y deferentes, no contaba con ninguna herramienta en su esquema de cálculo para prever la existencia de mundos en torno a Júpiter. Tampoco había sido necesario contar con tales herramientas hasta que irrumpió el telescopio como un medio para la observación astronómica.

Las observaciones de Galileo, más allá de las objeciones de los geocentristas que intentaban rechazar las imágenes como genuinas por no contar con una validación tecnológica de ese nuevo artefacto, podemos ver que produjeron un aumento cualitativamente importante en el set de datos a ser tomado como señal y por tanto, a ser explicados por el modelo o teoría.

Esta novedad produce una aumento drástico de la complejidad necesaria para dar cuenta de todos los fenómenos conocidos hasta el momento y coloca a la teoría

vigente en el banquillo de los acusados. La carga de la prueba ahora queda en manos de los defensores de la teoría: ¿de qué modo la teoría podrá dar cuenta de estas novedades inesperadas que no habían sido predichas por la teoría y que todavía no pueden ser obtenidas por medio de sus algoritmos iniciales?

5. Conclusiones

A lo largo de esta investigación hemos podido establecer algunos resultados que parecen conclusiones plausibles que surgen bastante claramente del análisis realizado.

En el contexto de nuestro estudio, una cuestión importante a abordar se refiere a las transiciones entre estados, ya que la complejidad de un sistema en evolución simplemente no se incrementará si éste permanece atrapado en un solo estado.

Para entender cómo estas transiciones pueden suceder parece pertinente introducir el concepto de parámetro de control, describiendo las diferentes formas en que un sistema está acoplado a su entorno y afectado por él.

Para el observador, una pronunciada sensibilidad del sistema a los parámetros indicará su incapacidad para predecir la evolución del sistema más allá de cierto valor singular p^* ya que los sistemas dentro del intervalo de incertidumbre, que son idénticos en cualquier aspecto, se diferencian y terminan en estados cuya distancia es mucho mayor que los límites de resolución de la medición experimental, como se ha mostrado para los casos caóticos.

Teniendo en cuenta que los parámetros del orden son las cantidades que "perciben" la transición a nuevas formas de complejidad, podemos concluir que en principio proporcionan una primera medida cuantitativa de emergencia débil.

Como pudimos mostrar, la aparición de novedades en los posibles comportamientos emergentes (débiles) pueden ser entendidos en una primera aproximación utilizando teoría de bifurcaciones. No obstante para comprender la dinámica de estos procesos, lo cual podría llevar al cambio de soluciones y aparición

de nuevos comportamientos es bueno mencionar las llamadas “cuencas de atracción”, o también bajo la influencia de fluctuaciones (térmicas o no) “potenciales de no equilibrio”. En tal sentido son pertinentes los desarrollos sobre cuencas conceptuales de atracción que sirven para modelar paisajes dinámicos.

Hemos introducido dos conceptos totalmente nuevos, relacionando la idea de una propiedad emergente con la complejidad del sistema, y cómo se pueden describir cuantitativamente.

Hemos prestado atención en la discusión sobre los aspectos epistemológicos importantes en las teorías físicas y de información, como el papel que juega una teoría dada para explicar los fenómenos en cuestión. Creemos que cualquier discusión relacionada con la emergencia debería atender a este tema.

Para comprender cómo el análisis depende de la subjetividad y del contexto, es de particular importancia distinguir las características regulares de la entidad (es decir, las regularidades a ser estudiadas o descritas) de las incidentes o aleatorias. Señalamos al respecto que la complejidad de Kolmogorov no aborda esta cuestión.

Hemos presentado como ejemplo que la complejidad de Kolmogorov enfrenta un problema muy simple e importante al dar cuenta de una serie de ceros y unos aleatorios. La complejidad de Kolmogorov en este caso es muy grande, pero ciertamente la cadena no es compleja en absoluto.

Por otra parte la complejidad efectiva de este tipo de experimento que dio lugar a la serie de unos y ceros, será sustancialmente menor, capturando la idea intuitiva de lo poco compleja que debe ser esta cadena.

Gracias a la división de características aleatorias y regulares, la complejidad

efectiva no sólo se convierte en una poderosa herramienta para describir una entidad, sino que también puede usarse para estimar diferencias entre teorías para un conjunto de datos. Esta última observación es muy importante y puede dar luces sobre este tema, ya que proporciona un método cuantitativo para diferenciar las teorías físicas.

La complejidad modélica paramétrica C^* entendida como una función que, a cada valor del parámetro de control de un determinado modelo utilizado para explicar el sistema en estudio, asigna el valor de la complejidad de Kolmogorov, resulta ser una noción altamente fructífera al permitir llevar más adelante el análisis que otras nociones de complejidad habituales en la bibliografía realizaban, como en el caso de la complejidad efectiva.

Introducimos también la noción de propiedad emergente modélico paramétrica E^* : Una propiedad será emergente, E^* , para el valor del parámetro de control si la complejidad modélico paramétrica C^* en ese valor del parámetro de control presenta una discontinuidad de tipo escalonado, es decir si se cumple que a un lado del valor del parámetro de control la complejidad es notoriamente menor que al otro lado del parámetro de control. Y esta noción de emergencia permite conectar varios aspectos de las aplicaciones de modelos y teorías al dar cuenta de propiedades asociadas con la auto-organización, la aparición de novedades inesperadas y la ampliación del set de datos incluyendo rangos en donde las teorías y modelos comienzan a no ser exitosos.

Podemos ver también cómo muy probablemente durante cada período histórico correspondiente a casos concretos muy conocidos de la historia de la ciencia, se ha producido una elección de teorías siguiendo las ideas mencionadas aquí utilizando

criterios que hoy podemos asociar con la idea de elegir aquellos marcos conceptuales y algorítmicos que exhiben la menor complejidad modélico paramétrica.

La aparición de anomalías, de patrones de auto-organización y el aumento del set de datos por la irrupción de innovaciones en los instrumentos tecnológicos de detección, produce un aumento drástico de la complejidad necesaria para dar cuenta de todos los fenómenos conocidos hasta el momento incluyendo las novedades inesperadas y coloca a la teoría vigente en una situación de fragilidad temporal en donde deben realizarse ajustes en sus herramientas de cálculo so pena de ser abandonadas por otras teorías o modelos que afronten la situación exitosamente y con un coste de menor complejidad.

La tarea de reorganización conceptual y algorítmica queda a cargo de los defensores de la teoría, dando comienzo a una etapa de revisión de teorías y modelos típica de las descripciones sobre puesta a prueba, modificación o abandono de los marcos conceptuales que enfrentan la presencia de datos anómalos.

Bibliografía

Agazzi, E., & Montecucco, L. (Eds.). (2002). *Complexity and Emergence: Proceedings of the Annual Meeting of the International Academy of the Philosophy of Science*, Bergamo, Italy, 9-13 May 2001. World Scientific.

Akylas, T. R., Hwang, G., & Yang, J. (2012). From non-local gap solitary waves to bound states in periodic media. In *Proc. R. Soc. A* (Vol. 468, No. 2137, pp. 116-135). The Royal Society.

Albus, J. S., & Meystel, A. (2001). *Engineering of mind: An introduction to the science of intelligent systems*. John Wiley & Sons, Inc.

Alexander S. (1920). *Space, Time, and Deity*, Vol. 2. Macmillan, London.

Anastasiou, M., Seiradakis, J. H., Carman, C. C., & Efstathiou, K. (2014). The Antikythera Mechanism: The construction of the Metonic pointer and the back plate spirals. *Journal for the History of Astronomy*, 45(4), 418-441.

Aranson, I. S., & Tsimring, L. S. (2006). Patterns and collective behavior in granular media: Theoretical concepts. *Reviews of modern physics*, 78(2), 641.

Arnol, V. I., & Arnol'd, V. I. (1992). *Catastrophe theory*. Springer.

Arora, S., & Barak, B. (2009). *Computational complexity: a modern approach*. Cambridge University Press.

Axelrod, R. M. (1997). *The complexity of cooperation: Agent-based models of competition and collaboration*. Princeton University Press.

Bar-Yam, Y. (1997). *Dynamics of complex systems*. Addison-Wesley.

Batterman, R. W. (2001). *The devil in the details: Asymptotic reasoning in explanation, reduction, and emergence*. Oxford University Press.

Batty, M. (2007). *Cities and complexity: understanding cities with cellular automata, agent-based models, and fractals*. The MIT press.

Beck, C., & Cohen, E. G. D. (2003). Superstatistics. *Physica A: Statistical mechanics and its applications*, 322, 267-275.

Bedau, M. A. (1997). Weak emergence. *Noûs*, 31(s11), 375-399.

Bedau, M. A. (2008). Is weak emergence just in the mind? *Minds and Machines*, 18(4), 443-459.

- Bedau, M. A., & Humphreys, P. E. (2008). *Emergence: Contemporary readings in philosophy and science*. MIT press.
- Beisbart, C. (2012). How can computer simulations produce new knowledge?. *European journal for philosophy of science*, 2(3), 395-434.
- Bishop, R. C. (2008). Downward causation in fluid convection. *Synthese*, 160(2), 229-248.
- Boccaro, N. (2010). *Modeling complex systems*. Springer Science & Business Media.
- Bonabeau, E. (2002). Agent-based modeling: Methods and techniques for simulating human systems. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 99(suppl 3), 7280-7287.
- Boyer, C.B. (1959). *The History of the Calculus and its Conceptual Development*. Dover Publications.
- Broad, C.D. (1923). *Scientific Thought*. Humanities Press, New York.
- Broad, C. D. (1925). *The mind and its place in nature*. Routledge.
- Buffoni, B., Champneys, A. R., & Toland, J. F. (1996). Bifurcation and coalescence of a plethora of homoclinic orbits for a Hamiltonian system. *Journal of Dynamics and Differential Equations*, 8(2), 221-279.
- Bunge, M. (1977). Emergence and the mind. *Neuroscience*, 2(4), 501-509.
- Burke, J., & Knobloch, E. (2007). Homoclinic snaking: structure and stability. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 17(3), 037102.
- Camerer, C. (2003). *Behavioral game theory: Experiments in strategic interaction*. Princeton University Press.
- Campbell, D. T. (1974). Downward causation in hierarchically organised biological systems. In *Studies in the Philosophy of Biology* (pp. 179-186). Macmillan Education UK.
- Cantor, G. (1891). *Über eine elementare Frage der Mannigfaltigkeitslehre*. *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, 1(1), 75-78. English translation: Ewald, William B. (ed.) (1996). *From Immanuel Kant to David Hilbert: A Source Book in the Foundations of Mathematics*, Volume 2. Oxford University Press.
- Carman, C. C. (2011). El mecanismo de Anticitera. Una computadora astronómica de la antigüedad. *Ciencia hoy: Asociación Ciencia Hoy*, 21(123), 32-38.

- Carman, C. C., & Evans, J. (2014). On the epoch of the Antikythera mechanism and its eclipse predictor. *Archive for history of exact sciences*, 68(6), 693-774.
- Carroll, B. W., & Ostlie, D. A. (2017). *An introduction to modern astrophysics*. Cambridge University Press.
- Caspar, M. (1993). *Kepler*. Dover.
- Castets, V., Dulos, E., Boissonade, J., & De Kepper, P. (1990). Experimental evidence of a sustained standing Turing-type nonequilibrium chemical pattern. *Physical Review Letters*, 64(24), 2953.
- Chaitin, G. J. (1966). On the length of programs for computing finite binary sequences. *Journal of the ACM (JACM)*, 13(4), 547-569.
- Chalmers, D. J. (2006a). The re-emergence of emergence. Chap. Strong and weak emergence. Oxford University Press, London.
- Chalmers, D. J. (2006b). Strong and weak emergence. The reemergence of emergence, 244-256.
- Chen, M. (2000). Solitary-wave and multi-pulsed traveling-wave solutions of Boussinesq systems. *Applicable Analysis*, 75(1-2), 213-240.
- Clark, A. (1996). *Being There*, Cambridge: MIT Press.
- Clark, Andy (2001). *Mindware*, Cambridge: MIT Press.
- Crane, T. (2001). The Significance of Emergence. In C. Gillett & B. M. Loewer (Eds.), *Physicalism and its Discontents* (pp. 207-224). Cambridge: Cambridge University Press
- Cohen, E. G. D. (2004). Superstatistics. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 193(1), 35-52.
- Corning, P. A. (2002). The re-emergence of emergence: A venerable concept in search of a theory. *Complexity*, 7(6), 18-30.
- Costa, L. D. F., Rodrigues, F. A., Travieso, G., & Villas Boas, P. R. (2007). Characterization of complex networks: A survey of measurements. *Advances in physics*, 56(1), 167-242.
- Cross, M., & Greenside, H. (2009). *Pattern formation and dynamics in nonequilibrium systems*. Cambridge University Press.
- Crutchfield, J. P. (1994). Is anything ever new? considering emergence. SFI working

paper: 1994-03-011.

DeWitt, R. (2011). *Worldviews: An introduction to the history and philosophy of science*. John Wiley & Sons.

De Wolf, T., & Holvoet, T. (2004). Emergence versus self-organisation: Different concepts but promising when combined. In *International Workshop on Engineering Self-Organising Applications* (pp. 1-15). Springer, Berlin, Heidelberg.

Dreyer, J. L. E. (1953). *A history of astronomy from Thales to Kepler*. Courier Corporation.

Eckehard, S., & Georg, S. H. (2007). *Handbook of chaos control*.

Emmeche, C., Køppe, S., & Stjernfelt, F. (1997). Explaining emergence: towards an ontology of levels. *Journal for general philosophy of science*, 28(1), 83-117.

Emmeche, C., Finnemann, N. O., & Christiansen, P. V. (2000). *Downward causation: Minds, bodies and matter*. P. B. Andersen (Ed.). Aarhus: Aarhus University Press.

Euler, L. (1741). *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*. *Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, 8, 128-140.

Feynman, R. P., Leighton, R. B., & Sands, M. L. (1964). *The Feynman Lectures on Physics: electromagnetism and matter* (Vol. 2). Addison Wesley Publishing Company.

Fourier, J.B. Joseph (1822), *The Analytical Theory of Heat*, translated by Alexander Freeman, The University Press (translated from French)

Fraser, C. G. (2006). *The cosmos: A historical perspective*. Greenwood Publishing Group.

Freeth, T., Bitsakis, Y., Moussas, X., Seiradakis, J. H., Tselikas, A., Mangou, H., ... & Allen, M. (2006). Decoding the ancient Greek astronomical calculator known as the Antikythera Mechanism. *Nature*, 444(7119), 587-591.

Frigg, R., & Reiss, J. (2009). The philosophy of simulation: hot new issues or same old stew?. *Synthese*, 169(3), 593-613.

Fuentes, M. A. (2014). Complexity and the emergence of physical properties. *Entropy*, 16(8), 4489-4496.

Fuentes, M. (2016). Attraction Basins and Unlimited Semiosis. *Journal of Humanities of Valparaiso*, (7), 77-86.

Fuentes, M. A., & Miguel, H. (2013). Self-generated dynamic landscape: The message-

receiver interaction case. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 392(10), 2492-2497.

Fuentes, M., & Miguel, H. (2016). Dynamic landscapes to model communication and learning. *Scientiae Studia*, 14(1), 65-94.

Gallagher, S. (2012). What Is Phenomenology?. In *Phenomenology* (pp. 7-18). Palgrave Macmillan UK.

Gardner, M. (1970). Mathematical games: The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game life. *Scientific American*, 223(4), 120-123.

Gell-Mann, M. (1995) What is complexity? *Complexity*, 1, 1, p. 16-19.

Gell-Mann, M., & Lloyd, S. (1996). Information measures, effective complexity, and total information. *Complexity*, 2(1), 44-52.

Gell-Mann, M., & Mermin, D. (1994). The Quark and the Jaguar: Adventures in the Simple and the Complex. *Physics Today*, 47, 89.

Gillett, C. (2002). The Varieties of Emergence: Their Purposes, Obligations and Importance. *Grazer Philosophische Studien*, 65, 95-121.

Godfrey-Smith, P. (2000). Niche construction in biological and philosophical theories. *Behavioral and Brain Sciences*, 23(1), 153-154.

Goldstein, J. (1999). Emergence as a construct: History and issues. *Emergence*, 1(1), 49-72.

Gödel, K. (1931). Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I. *Monatshefte für mathematik und physik*, 38(1), 173-198, in Solomon Feferman, ed., 1986. Kurt Gödel Collected works, Vol. I. Oxford University Press.

Gross, T., Lima, C. J. D., & Blasius, B. (2006). Epidemic dynamics on an adaptive network. *Physical review letters*, 96(20), 208701.

Guckenheimer, J., & Holmes, P. J. (2013). *Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields* (Vol. 42). Springer Science & Business Media.

Gustafsson, L., & Sternad, M. (2010). Consistent micro, macro and state-based population modelling. *Mathematical biosciences*, 225(2), 94-107.

Guthrie, W. (1939) *Aristotle On the Heavens* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press "Loeb Classical Library").

Hale, J. K., & Koçak, H. (2012). Dynamics and bifurcations (Vol. 3). Springer Science & Business Media.

Hanel, R., Thurner, S., & Gell-Mann, M. (2011). Generalized entropies and the transformation group of superstatistics. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 108(16), 6390-6394.

Hanson, N. R. (1960). The mathematical power of epicyclical astronomy. *Isis*, 51(2), 150-158.

Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. (2002). *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction*. Biometrics.

Heath, T. (2004). *Aristarchus of Samos: the ancient Copernicus*. Courier Corporation.

Helbing, D. (2010). *Quantitative sociodynamics: stochastic methods and models of social interaction processes*. Springer Science & Business Media.

Henle, P. (1942). The status of emergence. *The journal of Philosophy*, 39(18), 486-493.

Herring, G., Kevrekidis, P. G., Carretero-González, R., Malomed, B. A., Frantzeskakis, D. J., & Bishop, A. R. (2005). Trapped bright matter-wave solitons in the presence of localized inhomogeneities. *Physics Letters A*, 345(1), 144-153.

Hetherington, N. S. (Ed.). (1993). *Cosmology: Historical, literary, philosophical, religious and scientific perspectives (Vol. 1634)*. CRC Press.

Hirshfeld, A. W. (2002). *Parallax: the race to measure the cosmos*. Macmillan.

Holland, J. H. (1998). *Emergence: From chaos to order*. Oxford University Press.

Hoyle, R. B. (2006). *Pattern formation: an introduction to methods*. Cambridge University Press.

Humphreys, P. (2009). The philosophical novelty of computer simulation methods. *Synthese*, 169(3), 615-626.

Ikeda, K., & Murota, K. (2014). *Bifurcation Theory for Hexagonal Agglomeration in Economic Geography*. Japan: Springer.

Ingólfsson, H. I., Lopez, C. A., Uusitalo, J. J., de Jong, D. H., Gopal, S. M., Periole, X., & Marrink, S. J. (2014). The power of coarse graining in biomolecular simulations. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Molecular Science*, 4(3), 225-248.

Kantardzic, M. (2011). *Data mining: concepts, models, methods, and algorithms*. John Wiley & Sons.

Kapitula, T., Kevrekidis, P. G., & Chen, Z. (2006). Three is a crowd: Solitary waves in photorefractive media with three potential wells. *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, 5(4), 598-633.

Kepler, J. (1596). *Mysterium cosmographicum: The secret of the universe* (trans. AM Duncan, introd. and commentary by EJ Aiton, 1981).

Kepler, J. (1609). *Astronomia Nova* (trans. William H. Donahue), Green Lion Press; Edición: New, Revised (2015).

Kepler, J. (1619). *Harminices Mundi* (trans. E. J. Aiton), Amer. Philosophical Society (1997)

Kilicay, N. H., & Dagli, C. H. (2003r). Emergence and artificial life. In *Engineering Management Conference, 2003. IEMC'03. Managing Technologically Driven Organizations: The Human Side of Innovation and Change* (pp. 580-584).

Kim, J. (1999). Making sense of emergence. *Philosophical studies*, 95(1), 3-36.

Kolmogorov, A. N. (1963). On tables of random numbers. *Sankhy?: The Indian Journal of Statistics, Series A*, 369-376.

Kolmogorov, A. N. (1965). Three approaches to the quantitative definition of information. *Problems of information transmission*, 1(1), 1-7.

Kuhn, T. S. (1957). *The Copernican revolution: Planetary astronomy in the development of Western thought* (Vol. 16). Harvard University Press.

Laland, K., Uller, T., Feldman, M., Sterelny, K., Müller, G. B., Moczek, A., ... & Futuyma, D. J. (2014). Does evolutionary theory need a rethink?. *Nature*, 514(7521), 161.

Landau, L. D. (1937). On the theory of phase transitions. *Zh. eksp. teor. Fiz*, 7(19-32).

Landau, L. D. (1944). On the problem of turbulence. In *Dokl. Akad. Nauk SSSR* (Vol. 44, No. 8, pp. 339-349).

Landau, L.D. and Lifshitz, E.M. (1994). *Statistical Physics Part 1*, vol. 5 of *Course of Theoretical Physics*, Pergamon, 3rd Ed.

Langton, C. G. (1986). Studying artificial life with cellular automata. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 22(1-3), 120-149.

Lankford, J. (Ed.). (1997). *History of astronomy: an encyclopedia* (No. 1). Taylor & Francis.

- Laplace, P. S. (1825). *Pierre-Simon Laplace Philosophical Essay on Probabilities: Translated from the fifth French edition of 1825 With Notes by the Translator (Vol. 13)*. Springer Science & Business Media, 2012.
- Laporte, G. (2006). A short history of the traveling salesman problem. Canada Research Chair in Distribution Management, Centre for Research on Transportation (CRT) and GERAD HEC Montréal, Canada.
- Laudan, L. (1986). *El progreso y sus problemas. Hacia una teoría del crecimiento científico*. Madrid: Encuentro Ediciones.
- Levin, L. A. (1974). Laws of information conservation (nongrowth) and aspects of the foundation of probability theory. *Problemy Peredachi Informatsii*, 10(3), 30-35.
- Levitt, M., & Warshel, A. (1975). Computer simulation of protein folding. *Nature*, 253(5494), 694-698.
- Lewes, G. H. (1875). *Problems of life and mind*. Forgotten Books, 2016.
- Lim, M., Metzler, R., & Bar-Yam, Y. (2007). Global pattern formation and ethnic/cultural violence. *Science*, 317(5844), 1540-1544.
- Lloyd, S. (2001). Measures of complexity: a nonexhaustive list. *IEEE Control Systems Magazine*, 21(4), 7-8.
- Luisi, P. L. (2002). Emergence in chemistry: Chemistry as the embodiment of emergence. *Foundations of Chemistry*, 4(3), 183-200.
- Marino, J., Recati, A., & Carusotto, I. (2017). Casimir Forces and Quantum Friction from Ginzburg Radiation in Atomic Bose-Einstein Condensates. *Physical Review Letters*, 118(4), 045301.
- Mäki, U., Votsis, I., Ruphy, S., & Schurz, G. (Eds.). (2015). *Recent Developments in the Philosophy of Science: EPSA13 Helsinki*. Springer International Publishing.
- May, R. M. (1976). Simple mathematical models with very complicated dynamics. *Nature*, 261(5560), 459-467.
- McLaughlin, B. (1997). Emergence and supervenience. *Intellectica*, 25(1), 25-43.
- Mencher, A. G. (1971). IV. On the Social Deployment of Science. *Bulletin of the Atomic Scientists*, 27(10), 34-38.
- Miguel, H. (2010). Comentarios al principio de clausura causal y la causación internivel. Pío García y Alba Massolo (eds.) *Epistemología e Historia de la Ciencia. Selección de las XX Jornadas*. Vol. 16: pp 388-397. Universidad Nacional de Córdoba.

Miguel, H. Paruelo, J. Pissinis, G. (2001). La precisión y las anomalías en el cambio de teorías. Ricardo Caracciolo y Diego Letzen (eds.) *Epistemología e Historia de la Ciencia*. Selección de las XI Jornadas. Vol. 7, (2001), pp 348-356 (583 págs).

Mill, J.S. (1843). *A System of Logic, Ratiocinative and Inductive*. Longan and Green, London.

Miller, J. H., & Page, S. E. (2007). *Complexity in Social Worlds, from Complex Adaptive Systems: An Introduction to Computational Models of Social Life*. Introductory Chapters.

Morgan, C.L. 1923. *Emergent Evolution*. Henry Holt and Co., New York.

Murray, J. D. (2002). *Mathematical biology*. I & II, volume 17 of *Interdisciplinary Applied Mathematics*.

Nagel, E. (1961). *The structure of science* New York. Harcourt, Brace and Worldfip, 74, 18-31.

Nash Jr, J. F. (1950). The bargaining problem. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 155-162.

Nash, J. F. (1950). Equilibrium points in n-person games. *Proceedings of the national academy of sciences*, 36(1), 48-49.

Newman, M. (2010). *Networks: an introduction*. Oxford university press.

Newman, M., Barabasi, A. L., & Watts, D. J. (2011). *The structure and dynamics of networks*. Princeton University Press.

Nicolis, G. (1995). *Introduction to nonlinear science*. Cambridge University Press.

Nicolis, G., & Nicolis, C. (2012). *Foundations of complex systems: emergence, information and prediction*.

Noether, E. (1918). Invariante Variationsprobleme *Nachr. D. König. Gesellsch. D. Wiss. Zu Göttingen, Math-phys. Klasse* 1918: 235-257.

O'Connor, T. (1994). Emergent properties. *American Philosophical Quarterly*, 31(2), 91-104.

O'Connor, T. (2000a). *Persons and causes: The metaphysics of free will*. Oxford University Press on Demand.

O'Connor, T. (2000b). Causality, mind, and free will. *Noûs*, 34(s14), 105-117.

- O'Connor, T., & Wong, H. Y. (2005). The metaphysics of emergence. *Noûs*, 39(4), 658-678.
- Ohno, S. (1973). Ancient linkage groups and frozen accidents. *Nature*, 244, 259-262.
- Palter, R. (1970). An approach to the history of early astronomy. *Studies in History and Philosophy of Science Part A*, 1(2), 93-133.
- Paster, R. (2006). *New Physics and the Mind*. BookSurge Publishing.
- Poincaré, H. (1885). Sur l'équilibre d'une masse fluide animée d'un mouvement de rotation. *Acta mathematica*, 7(1), 259-380.
- Popper, K. (1958, January). Back to the Pre-Socratics: The presidential address. In *Proceedings of the Aristotelian Society* (Vol. 59, pp. 1-24). Aristotelian Society, Wiley.
- Popper, K. (2012). *The world of Parmenides: essays on the Presocratic enlightenment*. Routledge.
- Prigogine, I. (1989). The philosophy of instability. *Futures*, 21(4), 396-400.
- Prigogine, I., Stengers, I., & Prigogine, I. (1984). *Order out of chaos: Man's new dialogue with nature* (Vol. 13). New York: Bantam books.
- Risjord, M. (2014). *Philosophy of social science: A contemporary introduction*. Routledge.
- Rosenkrantz, R. D. (Ed.). (1983). *ET Jaynes: Papers on probability, statistics and statistical physics* (Vol. 158). Springer Science & Business Media.
- Roseveare, N. T. (1979). Leverrier to Einstein: A review of the Mercury problem. *Vistas in Astronomy*, 23, 165-171.
- Rovelli, C. (2011). *The first scientist: Anaximander and his legacy*.
- Ryan, A. J. (2007). Emergence is coupled to scope, not level. *Complexity*, 13(2), 67-77.
- Sacchetti, A. (2009). Universal critical power for nonlinear Schrödinger equations with a symmetric double well potential. *Physical review letters*, 103(19), 194101.
- Sayer, A. (2010). *Method in social science: revised 2nd edition*. Routledge.
- Scheffer, M., Bascompte, J., Brock, W. A., Brovkin, V., Carpenter, S. R., Dakos, V., ... & Sugihara, G. (2009). Early-warning signals for critical transitions. *Nature*, 461(7260), 53-59.

- Schiff, J. L. (2011). *Cellular automata: a discrete view of the world* (Vol. 45). John Wiley & Sons.
- Schöll, E., & Schuster, H. G. (Eds.). (2008). *Handbook of chaos control*. John Wiley & Sons.
- Schoot, A. (2001). Kepler's search for form and proportion. *Renaissance Studies: Journal of the Society for Renaissance Studies*, 15(1), 65-66.
- Schröder, J. (1998). Emergence: Non Deducibility or Downwards Causation?. *The Philosophical Quarterly*, 48(193), 433-452.
- Schrödinger, E. (1944). *What Is Life? the physical aspect of the living cell and mind*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication, Part I, Part II. *Bell Syst. Tech. J.*, 27, 623-656.
- Sheth, R., Marcon, L., Bastida, M. F., Junco, M., Quintana, L., Dahn, R., ... & Ros, M. A. (2012). Hox genes regulate digit patterning by controlling the wavelength of a Turing-type mechanism. *Science*, 338(6113), 1476-1480.
- Searle, J. R. (1984). *Minds, brains and science*. Harvard University Press.
- Searle, J. R. (1992). *The rediscovery of the mind*. MIT press.
- Solomonoff, R. J. (1964). A formal theory of inductive inference. Part I. *Information and control*, 7(1), 1-22.
- Sperry, R. W. (1969). A modified concept of consciousness. *Psychological review*, 76(6), 532-536.
- Sperry, R. W. (1976). Mental phenomena as causal determinants in brain function. In *Consciousness and the brain* (pp. 163-177). Springer US.
- Sperry, R. W. (1986). Macro-versus micro-determinism. *Philosophy of Science*, 53(2), 265-270.
- Stephan, A. (2003). Emergentism, irreducibility, and downward causation. *Grazer Philosophische Studien*, 65(1), 77-93.
- Strogatz, S. H. (2014). *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. Westview press.
- Suits, W., & Troftmova, I. (2001). Emergence, radical novelty, and the philosophy of mathematics. *Nonlinear dynamics in the life and social sciences*, 320, 133.

Sawyer, R. K. (2005). *Social emergence: Societies as complex systems*. Cambridge University Press.

Teller, P. (1992). A contemporary look at emergence. *Emergence or reduction*, 139-153.

Thompson, D. (1917). *W., 1942. On Growth and Form*. New York: Mac Millan (published originally by Cambridge University Press, 1917).

Toffoli, T., & Margolus, N. (1987). *Cellular automata machines: a new environment for modeling*. MIT press.

Tompkins, N., Li, N., Girabawe, C., Heymann, M., Ermentrout, G. B., Epstein, I. R., & Fraden, S. (2014). Testing Turing's theory of morphogenesis in chemical cells. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 111(12), 4397-4402.

Turing, A. M. (1937). On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem. *Proceedings of the London mathematical society*, 2(1), 230-265.

Turing, A. M. (1952). The chemical basis of morphogenesis. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London B: Biological Sciences*, 237(641), 37-72.

von Neumann, J., & Morgenstern, O. (2007). *Theory of games and economic behavior*. Princeton university press.

West, G. B., Brown, J. H., & Enquist, B. J. (1997). A general model for the origin of allometric scaling laws in biology. *Science*, 276(5309), 122-126.

Wimsatt, W. C. (1997). Aggregativity: Reductive heuristics for finding emergence. *Philosophy of Science*, 64, S372-S384.

Wolf, T., & Holvoet, T. (2005). Towards a methodology for engineering self-organising emergent systems. *Frontiers in Artificial Intelligence and Applications*, 135, 18.

Wolfram, S. (2002). *A new kind of science (Vol. 5)*. Champaign: Wolfram media.

Wong, H. Y. (2010). The secret lives of emergents. *Emergence in science and philosophy*, 7-24.

Yang, T. S., & Akylas, T. R. (1997). On asymmetric gravity capillary solitary waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 330, 215-232.

Zelinka, I., Sanayei, A., Zenil, H., & Rössler, O. (Eds.). (2013). *How Nature Works: Complexity in Interdisciplinary Research and Applications (Vol. 5)*. Springer Science &

Business Media.