

# APLICACIÓN DE UN ESTIMADOR ESTADÍSTICO DE PUNTO DE CAMBIO PARA LA DETECCIÓN DE EVENTOS TURBULENTOS

## APPLICATION OF A CHANGE POINT STATISTICAL ESTIMATOR FOR TURBULENT EVENT DETECTIONS

J. Marañón Di Leo<sup>a,c</sup>\*, M. V. Calandra<sup>b</sup>, J.S. Delnero<sup>a,c</sup>

a Laboratorio de Capa Límite y Fluidodinámica Ambiental - Departamento de Aeronáutica - Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de La Plata - calle 116 entre 47 y 48 (1900) - La Plata - Argentina.

b Grupo de Aplicaciones Matemáticas y Estadísticas de la Facultad de Ingeniería - Departamento de Ciencias Básicas - Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de La Plata - calle 115 y 50 (1900) - La Plata - Argentina.

c Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas - Avda. Rivadavia 1917 (C1033AAJ) - CABA - Argentina.

Recibido: 18/12/2012; aceptado: 30/04/2013

El trabajo tiene como objeto presentar la aplicación de un estimador estadístico de punto de cambio para el análisis y posible detección de eventos turbulentos en el seno de un flujo. Se realiza un estudio a partir de datos de una señal obtenida de mediciones experimentales. Basados en la metodología de medición de la anemometría de hilo caliente, se consideran mediciones de las componentes fluctuantes de la velocidad en túnel de viento en un punto específico. A la muestra de datos obtenidos se le aplican metodologías del estimador estadístico de punto de cambio, con el fin de detectar los posibles cambios de la fluctuación de la velocidad, estableciendo una correlación entre las variaciones detectadas y las determinadas mediante las metodologías tradicionales para el análisis de turbulencia, definiendo escalas y frecuencias características del flujo en el punto de medición. Se investiga la factibilidad de implementar un código de cálculo que analice la señal permitiendo la detección de los eventos generados por una estructura vorticosa específica generada por un dispositivo de control de flujo.

*Palabras clave: turbulencia, frecuencias, escalas, punto de cambio.*

The aim of this work is to present the application of a statistical estimate of the change point analysis and its possible detection of turbulent events within a flow field. A study using data from a signal obtained from experimental measurements was made. Based on the hot-wire anemometry measuring methodology, we considered measures of fluctuating velocity components in a wind tunnel at a specific point. In a data sample is applied a statistical estimator methodology, in order to detect possible changes in the fluctuation of the velocity, by correlating the variations detected and determined by the traditional methodologies analysis of turbulence, and frequency scales defining flow characteristics at the measured point. To investigate the feasibility of implementing a calculation code to analyze the signal in real time allowing the detection of events generated by a specific structure immersed in turbulent flow studied. For this analysis a specific velocity signal in a flow field downstream of a passive flow control device in an airfoil was studied.

*Keywords: turbulence, frequencies, scales, change point.*

### I. INTRODUCCIÓN

Este trabajo tiene como objetivo principal el análisis y la evaluación de metodologías para la detección de variaciones significativas (Puntos de Cambio) en una señal de serie de tiempo de la velocidad de un flujo turbulento corriente abajo del borde de fuga de un perfil aerodinámico, con un dispositivo de control pasivo de flujo (mini-flap de Gurney). El efecto global de este elemento es producir un aumento significativo en la sustentación de un perfil aerodinámico, acompañado de un incremento relativamente menor en la resistencia del mismo. Su geometría genera desprendimientos vorticosos de escala espacial, aproximadamente  $h$  (altura del mini-flap), que modulan la estela e influyen así en la configuración global del flujo.

Se trata de evaluar el empleo de dicha metodología para la detección de eventos característicos en flujos de este tipo que podrán ser empleados como un sistema de control para la adquisición de datos en el funcionamiento de un anemómetro de hilo caliente. Esta metodología permitiría realizar una adquisición de datos más precisa con el fin de determinar las diferentes estructuras vorticosas presentes en un flujo de estas características. Con este fin se están implementando diversos algoritmos específicos, para la detección de Puntos de Cambio. El caso que se muestra aquí es un método no paramétrico que emplea sumas acumulativas<sup>(1)</sup> y remuestreo bootstrap<sup>(2)</sup>. Este es aplicado sobre una señal medida con el fin de cotejar los resultados obtenidos mediante herramientas convencionales de análisis, estudiando las capacidades

---

\* e-mail: jmaranon@ing.unlp.edu.ar.

que estas metodologías de Punto de Cambio podrían agregar para la adquisición de datos, con el objeto de la realización de análisis finos de las estructuras turbulentas, a posteriori de la medición.

## II. METODOLOGÍA DEL ESTIMADOR DE PUNTO DE CAMBIO

### Generalidades

Los primeros estudios realizados sobre el estimador de Punto de Cambio datan de 1950. Son numerosos los artículos publicados en revistas y congresos sobre la aplicabilidad del mismo en distintos tópicos<sup>(3)</sup>.

En general en estos casos uno tendería a hacerse las siguientes preguntas: ¿ha ocurrido un cambio en la serie de tiempo? ¿Ha ocurrido más de un cambio? ¿Cuándo han ocurrido dichos cambios? ¿Con qué nivel de confianza?. Todas estas preguntas podrían responderse mediante la aplicación del estimador de Punto de Cambio<sup>(1)</sup>. Este estimador permite obtener una detallada información incluyendo el nivel de confianza de la probabilidad de que se produzca un cambio y un intervalo de confianza indicando cuando ocurre.

### Método utilizado

Para la aplicación de este método supondremos que contamos con una muestra  $X_1, X_2, \dots, X_N$  ordenada en el tiempo donde,

$$X_i = \mu + \varepsilon_i \quad (1)$$

donde  $\mu$  es la media poblacional.

Generalmente  $\mu$  es la misma para toda la muestra, excepto para un número finito de valores llamados Puntos de Cambio,  $\varepsilon_i$  es el error aleatorio asociado con el  $i$ -ésimo valor. Se asume que los  $\varepsilon_i$  son independientes con media cero e idénticamente distribuidos<sup>(4)</sup>.

### Sumas Acumulativas

Este concepto para análisis estadístico de los datos<sup>(5)</sup> se puede emplear para detectar pequeñas desviaciones del promedio de la muestra. Para obtener el diagrama de las sumas acumulativas, se procede de la siguiente manera. Primero se determina el valor medio estimado de la muestra, que podría ser el siguiente,

$$\hat{\mu} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_{N-1} + X_N}{N} \quad (2)$$

donde  $N$  es el número total de valores de la muestra,  $X_i$  son los valores correspondientes. U otro valor medio estimado para el proceso. Para obtener la sucesión de valores de las sumas acumulativas, se considera el primer valor  $S_0 = 0$ , luego se comienzan a determinar las sumas sucesivas empleando para ello la siguiente fórmula de recurrencia,

$$S_i = S_{i-1} + (X_i - \hat{\mu}) \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

Posteriormente, se puede confeccionar el gráfico de sumas acumulativas de los  $S_i$  versus el período correspondiente para detectar los puntos de cambio, los

cuales se corresponden con el cambio de pendiente en el mismo. Una vez detectado un cambio en la pendiente del gráfico de sumas acumulativas se procede a estimar el lugar donde ocurre dicho cambio. Sea  $m$  tal que,

$$|S_m| = \max_{i=0, \dots, N} |S_i| \quad (4)$$

$S_m$  es el punto más alejado del cero en el gráfico de sumas acumulativas. Este punto  $m$  estima el último punto antes de que el cambio ocurra, y el punto  $m+1$  estima el primer punto después del cambio. Una vez detectado el primer cambio se divide la muestra en dos partes, una antes del cambio y otra después, y se repite el procedimiento antes descrito para detectar otros posibles cambios.

A pesar que, de los gráficos de sumas acumulativas se podría obtener la detección de posibles cambios en la media, para realizar un análisis detallado del nivel de confianza con que ocurre el cambio, se emplea el estadístico de una suma acumulativa,  $S_{dif}$ . Dicho valor se obtiene de la siguiente expresión,

$$S_{dif} = S_{\max} - S_{\min} \quad (5)$$

siendo,

$$S_{\max} = \max_{i=1 \dots N} S_i \quad (6)$$

$$S_{\min} = \min_{i=1 \dots N} S_i \quad (7)$$

Este estadístico es un estimador de la magnitud del cambio. Definido éste se realiza un remuestro bootstrap, que consiste en obtener nuevas muestras generadas a partir de los  $X_i$  originales. Las cuales pueden ser obtenidas reordenando aleatoriamente los  $X_i$  originales o extrayendo observaciones  $X_i$  de la muestra original sin reemplazo. En general se recomienda hacer bootstrap  $M$  veces, en general entre 1000 y 10000 veces. Luego contamos el número de bootstrap en los cuales  $S_{dif}^0$  es menor que  $S_{dif}$  y lo denotamos con  $Y$ . Entonces el nivel de confianza con que el cambio ocurre se calcula de la siguiente manera,

$$\text{Nivel de confianza} = 100 \frac{Y}{M} \% \quad (8)$$

En general se recomienda un 90% o 95% de nivel de confianza para establecer la existencia de un Punto de Cambio. Por otro lado se puede determinar un intervalo de confianza bootstrap para cada cambio encontrado desarrollado por Efron y Tibshirani<sup>(2)</sup>. Para ello nos basamos en el intervalo de confianza para muestras de gran tamaño y el mismo es estimado mediante réplicas de la muestra obtenidas por bootstrap.

## III. APLICACIÓN DEL MÉTODO.

En análisis de flujos turbulentos es común emplear herramientas como el espectro de densidad de potencia, las autocorrelaciones, la transformada wavelet, aplicadas a los valores de la velocidad obtenida de los ensayos, para encontrar las características particulares de las estructuras turbulentas del flujo. Pudiendo determinar la aparición de eventos presentes en el flujo, escalas

temporales y espaciales de dichos eventos, etc.<sup>(6)</sup>. Compararemos los resultados obtenidos mediante esta metodología del estimador de Punto de Cambio con aquellos encontrados con las herramientas convencionales.

### Características de la medición experimental

Como datos experimentales se tomó una medición, realizada en un túnel de viento de capa límite del Laboratorio de Capa Límite y Fluidodinámica Ambiental del Dto. de Aeronáutica (Facultad de Ingeniería - UNLP). El modelo fue una pequeña ala de 45 cm. (C) de cuerda y 80 cm. de envergadura construida con un perfil aerodinámico NACA 4412 con el agregado de un dispositivo pasivo de control de flujo (mini-flap Gurney) de longitud  $h = 2\%C$ , ubicado en el borde de fuga del perfil a  $90^\circ$  respecto a la cuerda (ver Figura 1). Se midió a una velocidad media del flujo de 10m/seg. con un ángulo de ataque del perfil de  $0^\circ$ , con un número de Reynolds para el ensayo de 300.000. Este dispositivo genera un aumento de sustentación acompañado por un aumento de la resistencia no tan significativo. Estos efectos están asociados con el desprendimiento de vórtices en la estela del mini flap. Las velocidades se midieron con un anemómetro de hilo caliente de temperatura constante, obteniendo dos componentes de la velocidad (longitudinal  $u$  y vertical  $v$ ). Dicha medición se corresponde a un punto de la estela generada por el perfil aerodinámico a una distancia corriente abajo del borde de fuga de  $1h$ , a la altura de la cuerda del perfil, con la presencia del mini flap. Al conocerse el campo del flujo producido por la presencia de este dispositivo y sabiendo que genera estructuras vorticosas que se desprenden del perfil, como vórtices contrarrotantes periódicos (ver Figura 2), se consideró la posibilidad de implementar estas metodologías con el fin de detectar los eventos esperados en la estela, los cuales fueron cuantificados mediante un espectro de densidad de potencia, el cálculo de los coeficientes de autocorrelación y la aplicación de la transformada wavelet a la señal.

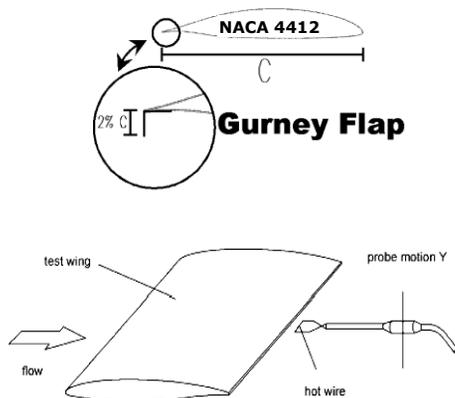


Figura 1. Esquema del modelo y la medición realizada.

Las wavelets están localizadas tanto en el espacio como en la frecuencia, por lo tanto la transformada wavelet analiza una señal localmente en los dominios de

frecuencia y el espacio o tiempo<sup>(7)</sup>. La característica de localización de frecuencia en el tiempo de la transformada wavelet da una gran posibilidad de descubrir las posiciones de singularidades y discontinuidades en una señal, algo que es imposible de alcanzar en el análisis ordinario de Fourier<sup>(8)</sup>. Se compararon dichos resultados con los arrojados por las metodologías del estimador de Punto de Cambio.



Figura 2. Esquema de las estructuras vorticosas contrarrotativas.

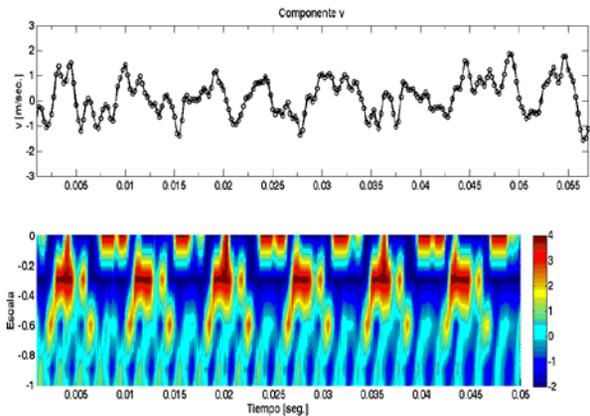


Figura 3. Mapa de wavelets y valores de la fluctuación de la componente vertical de la velocidad.

Se presentan los resultados encontrados en los cálculos para la componente vertical de la velocidad ( $v$ ) de la señal analizada. En la Figura 3 se muestra el mapa de wavelets utilizando una onda del tipo  $\square$ Mexican Hat $\square$  (wavelet de Ricker), mediante la cual se pueden rastrear los máximos de la señal<sup>(8)</sup>. Allí se observa la aparición de un evento turbulento periódico asociado a uno de los vórtices contrarrotativos que se desprenden corriente abajo del dispositivo. En dicha Figura 3 el valor de ordenadas correspondiente a Escalas se define con la siguiente expresión:

$$Escala = \log(t) \quad (9)$$

Donde  $t$  corresponde al tiempo en segundos de la longitud en el tiempo de la onda correspondiente. Las estructuras marcadas en el mapa de wavelets concuerdan con la frecuencia del pico de energía encontrado mediante el análisis realizado por el cálculo del espectro de densidad de potencia (Figura 4). Se observa un pico de energía para una frecuencia de 141,6Hz. el cual se corresponde con la periodicidad encontrada en los máximos secundarios con un intervalo de tiempo de 0,007 segundos.

De la autocorrelación de las fluctuaciones (Figura 5), y considerando la teoría del primer corte por cero, se establece para la componente  $v$  una escala temporal de 0,002 segundos, lo cual se traduce mediante la teoría de

“flujo congelado” en una escala espacial de 0,02m (0,002seg.\*10m/seg.=0,02m, igual a la longitud del miniflap). Por consiguiente las estructuras detectadas se corresponden con los eventos turbulentos generados por el dispositivo.

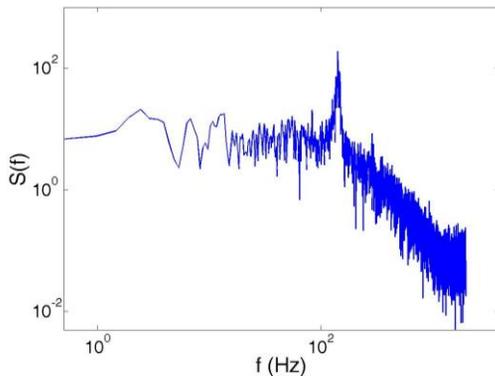


Figura 4. Espectro de densidad de potencia.

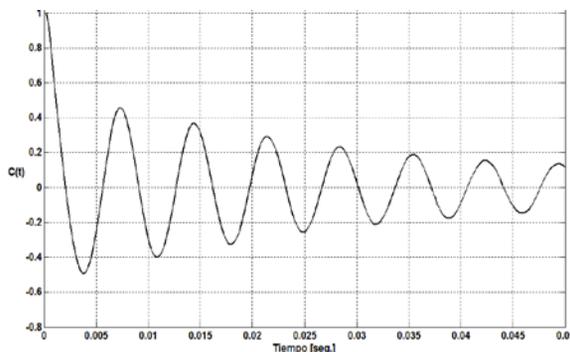


Figura 5. Coeficiente de autocorrelación  $C(t)$  de la componente  $v$  de la velocidad).

Para el caso del método de las sumas acumulativas, se obtuvieron los resultados que se muestran en la Tabla 1, se observan tres columnas, la primera indica el instante de tiempo en el que se produce el cambio (nivel de confianza del 99%), la segunda el intervalo de confianza en el cual se ubica el cambio (nivel de confianza del 90%), y los valores de la media acumulada antes y después del cambio. El intervalo de tiempo promedio entre cambios es 0,0032 segundos. Los puntos de cambio encontrados se aproximan a los máximos del mapa de wavelets para la escala de -0,3, con una periodicidad de 0,007 segundos, que se corresponden con las estructuras vorticosas contrarrotantes conocidas. El algoritmo de Punto de Cambio detecta los valores máximos y mínimos que se observan en el mapa de wavelets, por ello es que se observa una periodicidad de la mitad del valor obtenido mediante las otras metodologías. El remuestreo bootstrap utilizado es de 1000 muestras.

#### IV. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos muestran una buena aproximación de los eventos detectados por las metodologías tradicionales, en comparación con la aplicación del estimador de Punto de Cambio. Los cambios detectados concuerdan con la aparición de los

eventos esperados en la estela, para el dispositivo.

Tabla 1: Cambios con sumas acumulativas.

Tiempo [seg.]	Intervalo de confianza (90%)	Cambio de la media acumulada
0,0025	(0,0025; 0,0025)	de 1,2714 a 2,8689
0,00475	(0,00475; 0,0050)	de 2,8689 a 1,3889
0,009	(0,00875; 0,0090)	de 1,3889 a 2,6116
0,01225	(0,01225; 0,0125)	de 2,6116 a 1,5018
0,01575	(0,01525; 0,0160)	de 1,5018 a 2,2889
0,020	(0,0195; 0,0200)	de 2,2889 a 1,3487
0,022	(0,0220; 0,0220)	de 1,3487 a 2,4285
0,02475	(0,0245; 0,02475)	de 2,4285 a 1,516
0,02675	(0,02675; 0,02875)	de 1,516 a 1,4246
0,02925	(0,02925; 0,0295)	de 1,4246 a 2,6407
0,03375	(0,03375; 0,0340)	de 2,6407 a 1,4629
0,03775	(0,0370; 0,03775)	de 1,4629 a 2,2407
0,04075	(0,0405; 0,04175)	de 2,2407 a 1,7665
0,044	(0,04375; 0,045)	de 1,7665 a 2,7813

El estimador de Punto de Cambio se presenta como una herramienta factible para ser empleada en la adquisición de datos experimentales. Se prevé seguir analizando la aplicación de estos estimadores, generando un software que lo incluya y permita el control del equipo. Acotamos que no pretendemos considerar al estimador de Punto de Cambio como una herramienta de análisis de la turbulencia, sino una método factible para optimizar la realización de mediciones con anemometría de hilo caliente ante la presencia de flujos turbulentos en general, y en particular cuando sea conocida la aparición de estructuras turbulentas coherentes embebidas en el flujo incidente, lo cual permitiría mediante una medición más precisa poder evaluar y analizar de mejor manera dichas estructuras en estudio.

#### V. REFERENCIAS

- 1 - Taylor, W.A., , Quality Engineering (2000).
- 2 - Efron, B.y Tibshirani, R., An introduction to the Bootstrap, Chapman & Hall, New York (1993).
- 3 - Chen, J. y Gupta, A.K., Parametrical statistical change point analysis, Birkhauser Boston (2000).
- 4 - Krishnaiah, P,R, y Miao, B.Q., Review About Estimation of Change Points, Handbook of Statistics, 7,(1988).
- 5 - Miller, I., Freund, J.E. y Johnson, R.A., Probabilidad y Estadística para Ingenieros, Prentice-Hall Hisp. S.A. (1992).
- 6 - Hinze, J. O., Turbulence. Mc Graw-Hill, New York (1975).
- 7 - Farge, M., Annu, Rev, Fluid Mech, 24: 395-457 (1992).
- 8 - Giacopinelli, P.E.L., Scarabino, A.E., Delnero, J.S. y Bacchi, F.A. Detección y análisis con wavelets de estructuras organizadas en la estela de un perfil aerodinámico, 2do. Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica, Córdoba, 24 al 29 de noviembre de 2010.