UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

FACULTAD DE HUMANIDADES Y CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN EN CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Trabajo Final de Integración:

CONSTRUCCIÓN COMPARTIDA DE SIGNIFICADOS EN MATEMÁTICA SIN CÁLCULOS NUMÉRICOS

Autor: Prof. MARCELO ESTEBAN ALVARADO

Directora: Mg. CLAUDIA FERRARI

Codirectora: Mg. TERESA LEGARRALDE

Agosto de 2018

RESUMEN

La construcción compartida de significados se presenta en este trabajo, como una alternativa tanto al modo tradicional de enseñanza del tema funciones de dominio real, como a aquellos modelos didácticos que se basan en la resolución de problemas como estrategia metodológica de enseñanza. El objetivo general fue presentar una secuencia didáctica que favoreciera el aprendizaje de funciones de dominio real, a partir de una construcción compartida de los significados, sin realizar cálculos numéricos. La propuesta diseñada para estudiantes de educación secundaria, consistió en presentar una situación cotidiana a la cual pudieran responder desde sus nociones, sin necesidad de realizar cálculos ni gráficas. La situación seleccionada, en un modelo tradicional de enseñanza, sería una aplicación final, luego de haber desarrollado la conceptualización teórica a partir de definiciones, ejemplos y fórmulas; aquí se presenta como la primera propuesta de acción. Partiendo de las producciones individuales y grupales de los alumnos, se manipularon las variables didácticas desde nuevas situaciones, para que la representación gráfica aflorara como un complemento matemático de su propio trabajo, quedando a cargo del docente la comunicación en lenguaje simbólico de los significados construidos. Se parte de la idea de que el alumno posee conocimientos matemáticos, y que estos deben ser complementados con la capacidad de escribir, leer y hablar matemática. La implementación de la secuencia sostiene una estructura simple y replicable de diecisiete clases en las que se presentaron situaciones problematizadoras, las cuales fueron resueltas en grupos de trabajo colaborativo. La evaluación de la misma se desarrolló interpretativa y continuamente sobre todos los grupos de trabajo, con un minucioso análisis de imágenes de los registros de clase y de las interacciones discursivas. Los resultados mostraron que es posible para alumnos de entre catorce y quince años definir conceptos matemáticos asociados al comportamiento de las funciones de dominio real.

Palabras clave: construcción compartida de significados – comunicación – funciones de dominio real – gráficas– interacción discursiva.

ABSTRACT

The shared construction of meanings is presented in this paper, as an alternative both to the traditional way of teaching the subject real domain functions, and to those didactic models that are based on problem solving as a methodological teaching strategy. The general objective was to present a didactic sequence that favored the learning of

functions of real domain, from a shared construction of meanings, without performing numerical calculations. The proposal designed for students of secondary education, consisted in presenting a daily situation to which they could respond from their notions, without the need to perform calculations or graphs. The selected situation, in a traditional teaching model, would be a final application, after having developed the theoretical conceptualization from definitions, examples and formulas; here it is presented as the first action proposal. Starting from the individual and group productions of the students, the didactic variables were manipulated from new situations, so that the graphic representation emerged as a mathematical complement of their own work, leaving the teacher in charge of the communication in symbolic language of the constructed meanings. It is based on the idea that the student has mathematical knowledge, and that these must be complemented with the ability to write, read and speak mathematics. The implementation of the sequence supports a simple and replicable structure of seventeen classes in which problematizing situations were presented, which were solved in collaborative work groups. The evaluation of the same one was developed interpretively and continuously on all the groups of work, with a meticulous analysis of images of the registries of class and the discursive interactions. The results showed that it is possible for students between fourteen and fifteen years old to define mathematical concepts associated with the behavior of real domain functions
Key words: shared construction of meanings–communication– real domain functions-graphs– discursive interaction.

A mi amado padre, quien me sigue guiando desde el Cielo

AGRADECIMIENTOS

A Claudia Ferrari y Teresa Legarralde, por su generosa dedicación y tiempo en las correcciones, consejos y enseñanzas.

A Jessica González, quién desde la vice dirección del Instituto Santa Teresa de Ávila acompañó todas las instancias de mi posgrado.

A Silvina Volpe, quien desde la regencia del Instituto de Formación Docente Nº50 me motivó para comenzar los estudios de posgrado.

A Ligia de Mirta, quién me brindó material bibliográfico para elaborar los problemas del trabajo relacionados con Educación para la Salud.

A Delia Fhur, quien con su ejemplo de vida, me enseñó lo que significa amar a la escuela secundaria.

A mis hijas Mariana y Juliana quienes colaboraron con las imágenes del trabajo.

A mi hija María Jesús quién me posibilitó un espacio semanal para escribir regularmente.

A mi hija Luciana y mi hijo Pablo, quienes fueron compañía en momentos de trabajo.

A mi madre amada, quien me acompaña y brinda apoyo físico, psicológico, moral y espiritual en todas las iniciativas de mi vida.

A mi hermana Alina y mis sobrinos Esteban y Santiago quienes desde la distancia me acompañan con sus intenciones y sus oraciones.

A mi amada esposa Gaby, quien siempre estuvo, está y estará en cada proyecto de mi vida.

ÍNDICE GENERAL DE CONTENIDOS

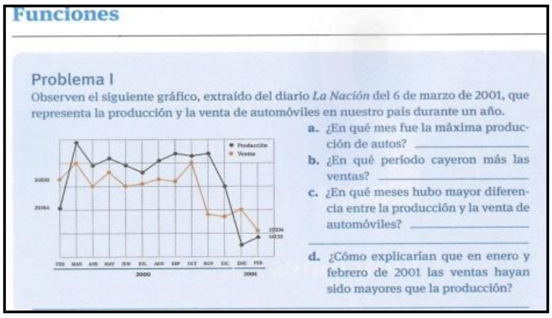
INTRODUCCIÓN

1.1. Fundamentos de la elección del tema

Durante las últimas décadas, en el mundo en general y en Argentina en particular, las investigaciones en el campo de la didáctica de la matemática y de la comunicación han ido aumentando en cantidad y variedad, aportando importantes resultados sobre cuestiones tales como Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 2007), Transposición Didáctica (Chevalard, 1997), Construcción de los sentidos y comunicación (Godino, 2006), Representación semiótica en el aprendizaje de la Matemática (Duval, 1998), la Matemática como lenguaje (Pimm, 1990), Aprendizaje Cooperativo (Johnson, Johnson y Holubec, 1999), Introducción al estudio del Álgebra (Sessa, 2005), Introducción al estudio de la Geometría (Itzcovich, 2005), o cuestiones generales sobre la enseñanza de la Matemática (Panizza, 2003), Interaccionismo Simbólico (Godino y Linares, 2000) y Interacción Comunicativa (De Longhi et al., 2012) entre otros. La Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires se ha hecho eco de estas investigaciones y ha incorporado sus resultados, progresiva y secuencialmente, en los Diseños Curriculares para Educación Secundaria (DC). El curriculum establecido se define como prescriptivo, paradigmático y relacional como se indica en el Diseño Curricular 1º año Provincia de Buenos Aires(2007); se presenta como prescriptivo, porque se definen los contenidos que deberán ser enseñados en cada asignatura; paradigmático, porque se definen las categorías que orientan, articulan y direccionan las nociones y conceptos que se usan en las asignaturas y se consideran definitorias para la propuesta educativa del nivel; y relacional, porque estas nociones escogidas poseen vínculos de pertenencia y coherencia entre sí.

Es desde esta perspectiva, que la resolución de problemas como estrategia metodológica, se incorpora al lenguaje oficial de las planificaciones de los profesores de Matemática de Educación Secundaria, a partir de 1º año. Sin embargo, las prescripciones didácticas de los Diseños Curriculares suelen entrar en conflicto con las teorías implícitas (Rodríguez y Marrero, 1994) de gran parte de los docentes, las cuales se vinculan con una enseñanza matemática normativa, en la que el número, los ejercicios y las ecuaciones gozan de un lugar de privilegio. En este sentido, la construcción compartida de significados matemáticos se presenta como un itinerario didáctico posible de recorrer y alternativo a las nuevas propuestas curriculares, en las cuales el contenido funciones de dominio real no se presenta desde la definición y aplicación de fórmulas, pero si lo hace desde la presentación de una gráfica predeterminada, con lo cual el contenido desde un inicio es propiedad del profesor. En la cultura juvenil actual, la presentación de la gráfica de una función predeterminada no es una situación cotidiana; y si se presenta como la situación inicial deviene en un obstáculo didáctico que no favorece el compromiso del alumno con el contenido a aprender. Con el fin de ejemplificar, se presentan imágenes (Figuras 1 y 2) de dos libros donde se puede evidenciar lo expuesto. Los textos seleccionados comparten los siguientes aspectos: son distribuidos gratuitamente por el Ministerio de Educación de la Nación; se ajustan a las propuestas didácticas de los Diseños Curriculares vigentes y, a juicio de quien escribe, son "buenos textos escolares"(Glosario G1[1]) de matemática.

En la Figura1 (Kurzrok y Comparatore, 2015) se observa que el problema inicial presenta una herramienta matemática (la gráfica de una función) como elemento predeterminado, con lo cual su existencia precede a la construcción de los alumnos y en consecuencia a la necesidad de su utilización. El contexto del problema también invita a preguntarse cuál sería la cotidianeidad del problema, ya que según revelan algunos estudios sólo el 28,8% de los jóvenes entre 16 y 30 años leen diarios (Casero-Ripollés, 2012), lo cual no implica que no se informen ya que el mismo estudio indica que el 77,4% accede a información por medio de redes sociales; sin embargo los estudios de de la Torre y Vaillard (2012) muestran que los jóvenes mayormente utilizan Facebook[2] ya que les permite una forma de comunicación completa, incluyendo compartir textos, fotos, videos y mantenerse en contacto con amigos y familiares. Particularmente en Argentina, según revela el mismo estudio, el 23% de los jóvenes manifiesta leer menos diarios a partir del uso de las redes sociales.


Funciones

Problema I

Observen el siguiente gráfico, extraído del diario *La Nación* del 6 de marzo de 2001, que representa la producción y la venta de automóviles en nuestro país durante un año.

a. ¿En qué mes fue la máxima producción de autos? ______

b. ¿En qué período cayeron más las ventas? ______

c. ¿En qué meses hubo mayor diferencia entre la producción y la venta de automóviles? ______

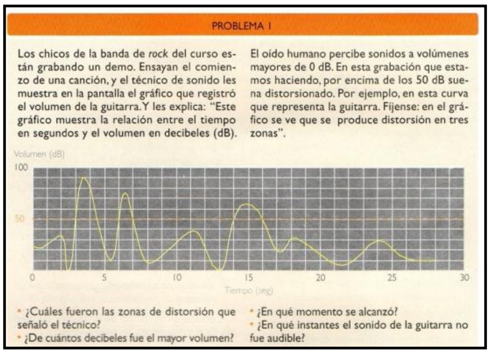
d. ¿Cómo explicarían que en enero y febrero de 2001 las ventas hayan sido mayores que la producción?

Figura 1. Problema inicial relativo al capítulo funciones, imágenes extraídas de Kurzrok y Comparatore (2015)

[1] Las referencias G-número, remiten al glosario-número

[2] Facebook es un sitio web de redes sociales fundada por Mark Zuckerberg y otros

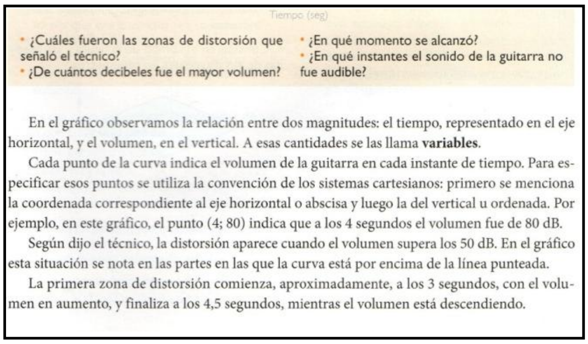
En la Figura 2 se presenta la imagen de la gráfica predeterminada en idénticas condiciones que el texto analizado previamente. Si bien el contexto es cotidiano y los interrogantes planteados favorecen la reflexión, el texto inmediatamente indica qué es lo que se observa en la gráfica y no promueve la construcción de significados por parte de los estudiantes.



PROBLEMA 1

Los chicos de la banda de *rock* del curso están grabando un demo. Ensayan el comienzo de una canción, y el técnico de sonido les muestra en la pantalla el gráfico que registró el volumen de la guitarra. Y les explica: "Este gráfico muestra la relación entre el tiempo en segundos y el volumen en decibeles (dB). El oído humano percibe sonidos a volúmenes mayores de 0 dB. En esta grabación que estamos haciendo, por encima de los 50 dB suena distorsionado. Por ejemplo, en esta curva que representa la guitarra. Fíjense: en el gráfico se ve que se produce distorsión en tres zonas".

- ¿Cuáles fueron las zonas de distorsión que señaló el técnico?
- ¿De cuántos decibeles fue el mayor volumen?
- ¿En qué momento se alcanzó?
- ¿En qué instantes el sonido de la guitarra no fue audible?



Tiempo (seg)

- ¿Cuáles fueron las zonas de distorsión que señaló el técnico?
- ¿De cuántos decibeles fue el mayor volumen?
- ¿En qué momento se alcanzó?
- ¿En qué instantes el sonido de la guitarra no fue audible?

En el gráfico observamos la relación entre dos magnitudes: el tiempo, representado en el eje horizontal, y el volumen, en el vertical. A esas cantidades se las llama **variables**.

Cada punto de la curva indica el volumen de la guitarra en cada instante de tiempo. Para especificar esos puntos se utiliza la convención de los sistemas cartesianos: primero se menciona la coordenada correspondiente al eje horizontal o abscisa y luego la del vertical u ordenada. Por ejemplo, en este gráfico, el punto (4; 80) indica que a los 4 segundos el volumen fue de 80 dB.

Según dijo el técnico, la distorsión aparece cuando el volumen supera los 50 dB. En el gráfico esta situación se nota en las partes en las que la curva está por encima de la línea punteada.

La primera zona de distorsión comienza, aproximadamente, a los 3 segundos, con el volumen en aumento, y finaliza a los 4,5 segundos, mientras el volumen está descendiendo.

Figura 2. Problema inicial relativo al capítulo funciones, extraído de Corny, Salpeter y Casares (2015)

Por lo expuesto, la presente propuesta tiene por finalidad, partir desde el conocimiento de los alumnos comenzando con una situación cotidiana que apele a las nociones matemáticas (Glosario G2) que poseen, favoreciendo la construcción compartida (alumno-docente-alumno) de los objetos matemáticos. La misma, diseñada en forma de secuencia didáctica, contempla los elementos necesarios para que la comunicación escrita y oral de los saberes (De Longhi et al., 2012), provoquen pensamiento y acceso al conocimiento y para que el alumno aprenda matemática sin resolver ejercicios, ni ecuaciones. La situación inicial planteada en este trabajo parte de una serie de datos que se presentan en un formato que si bien se asemeja, no responde al habitual de una tabla de valores de doble entrada.

1.2. Objetivo general

Implementar una secuencia didáctica que favorezca el aprendizaje de funciones de dominio real, a partir de una construcción compartida de los significados, sin realizar cálculos numéricos.

1.3. Objetivos específicos

- ✓ Presentar a los alumnos situaciones problemáticas que les permitan iniciar un proceso de aprendizaje desde lo que saben y no desde lo que ignoran.
- ✓ Generar en los estudiantes, desde el discurso del docente, la confianza en las propias producciones como fuente de la construcción de significados, compartida con las de los pares y el profesor.
- ✓ Brindar a los jóvenes participantes de esta experiencia, los elementos necesarios para operar flexiblemente con funciones de dominio real sin necesidad de realizar cálculos numéricos.

1.4. Antecedentes del tema

La revisión de parte de la literatura existente sobre el tema muestra que existen diversas investigaciones que se orientan en la misma línea que la del presente trabajo, es decir la construcción compartida de significados matemáticos. Podemos citar entre otros, los trabajos de Vilella Miró y Giménez Rodríguez (2008), referidos a negociación de significados y construcción grupal del pensamiento algebraico, especialmente en lo que refiere a tener en cuenta los dos tipos de negociaciones que propone; por un lado la negociación cognitiva en la cual el alumno cree alcanzar las respuestas que son propiedad del profesor y por otro la negociación social que supone un nivel de conflicto originado en la posibilidad de la existencia de más de una respuesta correcta, o más aún de situaciones que posibiliten que todas las respuestas sean correctas . Además el trabajo de Buendía Abalos (2011), refiere a la construcción social del conocimiento matemático escolar aplicado al estudio sobre la periodicidad de funciones a partir de la denominada aproximación socioepestimológica. Esta autora propone un estudio cualitativo, sin cálculos numéricos, pero haciendo uso de la fórmula de una función sinusoidal en dicho análisis. Quizás sea el análisis de la negociación de significados matemáticos dentro de la perspectiva del interaccionismo simbólico en educación matemática, que efectúan Godino y Llinares (2000) uno de los estudios con más puntos de contacto con el presente trabajo, ya que la negociación de significados es considerada como algo necesario dentro del aula, como vía que conduce a la institucionalización del contenido y a la clarificación del uso de palabras y signos utilizados en la construcción y en la definición de dichos contenidos. Estos autores señalan la importancia de la retroalimentación que se establece entre la cultura de la clase y la construcción individual de significados. De este modo, el aprendizaje no se reduce a una transmisión de normas y conocimientos objetivos, sino que “describe un proceso personal de formación, un proceso de adaptación interactivo a una cultura a través de la participación activa en dicha cultura” (Godino y Llinares, 2000, p.5). La enseñanza se presenta como la organización, por parte del profesor, de procesos interactivos y reflexivos con estudiantes en una secuencia de actividades. La matemática en sí misma es concebida como el resultado de una cultura particular del aula en la cual participan los estudiantes. En resumen desde la perspectiva del Interaccionismo Simbólico, se consideran en una estrecha relación al objeto, el significado y la interacción social. Es decir, el significado condiciona el modo en que el estudiante ve al objeto, pero el objeto encierra un significado particular para cada alumno y estos dos aspectos están condicionados por los significados del grupo al cual pertenecen.

Pero sin duda alguna el trabajo de Pimm (1990) es el que se relaciona con la propuesta de comunicación de esta secuencia, ya que al considerar la matemática como un lenguaje, se consideran como aspectos valiosos, escribir, leer, hablar y escuchar matemática. Puesto que el habla y las voces en el aula, juegan un papel central en el desarrollo de los significados, se otorga al alumno un rol activo que implica, no sólo su participación, sino además el desafío que implica para el docente correrse del lugar central que habitualmente ha ocupado en el aula. Igual importancia se le asigna a todos aquellos aspectos que el autor analiza relacionados con el tipo de intervenciones del docente en cuanto al habla; es decir si las formas son interrogativas, orientativas, si son muchas o pocas, si están dispuestas para generar un espacio de intercambio entre los alumnos, o para favorecer la quita de atención del alumno en el profesor como único foco de la clase. Además se ha de tener en cuenta que la búsqueda del aumento del habla del alumno implica una actividad que es consecuencia del trabajo en grupo sobres cuestiones relacionadas con la matemática que ha de aprender. Al considerar el habla de los alumnos pone especial énfasis en recuperar el valor del murmullo que se produce en el aula como consecuencia de los alumnos que hablan para sí mismos; el cuidado que debe tener el profesor al intervenir en el habla con los otros; el cuidado de las dos funciones del lenguaje hablado en cuanto a si está orientado hacia el mensaje o hacia el oyente para negociar qué forma de habla es aceptable en la clase de matemática; la importancia de estimular el dominio oral y el dominio auditivo, entendiendo tener en cuenta la importancia de que el alumno se exprese verbalmente estimulado el armado de frases largas para explicar sus propias producciones; y finalmente incorporar al habla del alumno la discusión, no como un simple intercambio verbal de opiniones encontradas, sino como una instancia posibilitadora de intercambio de significados en construcción. También aflora con mucha fuerza el énfasis que hace el autor sobre la importancia de enseñar a hablar como matemáticos permitiendo que los alumnos se apropien del registro matemático. Si bien el análisis de David Pimm refiere al idioma inglés, es consideración del autor del presente trabajo, que el rango de análisis es inmediatamente transferible a las situaciones que se producen en la lengua castellana; es decir ampliar el registro a través del incremento de terminología incorporando nuevos términos específicos; y también a través de la reinterpretación de términos de uso cotidiano. Finalmente la propuesta de David Pimm considera la posibilidad de enseñar matemática como si de un lenguaje se tratara, lo cual implica cambiar el centro de atención desde el estudio de un conjunto de reglas rígidas, al desarrollo de competencias comunicativas centradas en el aspecto oral.

Sin embargo, todos estos autores difieren con el presente trabajo, en el uso de ejemplos que implican la relación matemático-cálculo numérico o matemática-fórmula de las cuales esta propuesta se distancia, para centrar el eje de la secuencia didáctica en los significados matemáticos y su construcción compartida.

Por otra parte se recupera el concepto de interacción discursiva (De Longhi et al., 2012) en cuanto que se analiza cómo las situaciones que se desarrollan en el aula de ciencias influyen en el medio a medida que ocurren, mucho más allá del habla y de las distintas voces y considerando especialmente que, como señala la autora "la construcción de significados compartidos implica una actividad conjunta y la consideración de dispositivos semióticos para el control y seguimiento mutuo entre profesores y alumnos" (2012, p.181). Dicha interacción fue anticipada y programada de acuerdo a los niveles de análisis propuestos por De Longhi (2000), a saber: un primer nivel de análisis teniendo en cuenta el contexto didáctico desde las etapas preactivas, activas y posactivas de la clase; el segundo nivel para anticipar las intervenciones del docente en cuanto a sus preguntas, afirmaciones o intervenciones variadas tales como estímulos verbales y las intervenciones de los alumnos en cuanto a preguntas , afirmaciones y expresiones variadas; el tercer nivel en cuanto a las inferencias didácticas necesarias para establecer una base mínima de hipótesis razonables que no requieran de justificaciones rigurosas de los elementos que intervienen en la interacción; y el nivel de síntesis conceptual para poner en evidencia la construcción compartida de significados a partir de las voces del aula. Todos estos niveles son tomados como referencia y conducta de anticipación.

2. METODOLOGÍA Y DESARROLLO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

2.1. Propuesta global

Al diseñar la propuesta de trabajo se ha tenido en cuenta la importancia de considerar a los participantes desde un punto de vista holístico y el análisis general desde un enfoque descriptivo, asignándole una singular importancia al hecho tal y cual como se produce y como un todo. Una propuesta cualitativa que desde un punto de vista fenomenológico permitió recoger las concepciones y significados de todos los participantes en el mismo momento que se produjeron.

Para el diseño e implementación de la secuencia del presente proyecto y partiendo de las distintas propuestas didácticas que, con diferencias, proponen la resolución de problemas como estrategia metodológica (Polya, 1981; Schoënfeld, 1987; Charnay, 1994; Villella, 1998; Broitman, 2000; Sadovsky, 2005; Sessa, 2005; Brousseau, 2007;), así como también el reciente enfoque onto-semiótico (Godino, 2003), se tuvieron en cuenta los siguientes elementos fundamentales:

- ✓ **Valoración de los propios conocimientos y nociones matemáticas**: Se parte de una situación problemática cotidiana que el alumno responde sin necesidad de cálculos ni gráficas. La socialización (Glosario G3) en el pizarrón, de más de una respuesta posible, proveniente de los distintos grupos de trabajo, es generadora de conflicto cognitivo. El alumno es el que da la respuesta adecuada sin ayuda del profesor, el cual cumple el rol de orientador de los intercambios. En este primer paso se va más allá del discurso proléptico (Alsina y Domingo, 2010), ya que lo que se propone no es ayudar sino valorar el trabajo inicial del alumno como punto de partida.
- ✓ **Importancia de las herramientas matemáticas**: A partir de la idea de que las respuestas que ha dado son propias y adecuadas, el alumno percibe que la matemática brinda elementos que permiten analizar la información más eficientemente.
- ✓ **Transformar las nociones en conceptos matemáticos**: El docente desde su discurso, deja al alumno la propiedad del saber, y desde la institucionalización formaliza las definiciones, la escritura y lectura de los conocimientos construidos para que adquieran status de objeto matemático. En esta etapa es importante que el docente negocie la inexactitud del conocimiento científico en favor de la producción inicial del alumno.

- ✓ **Operación flexible con conceptos**: El alumno reconoce y aplica los conceptos en situaciones contextualizadas, descontextualizadas, re contextualizadas y novedosas.
- ✓ **Definición de nuevos conceptos**: Una vez que el alumno se sabe productor de conocimientos, la construcción de nuevos conceptos repite los dos primeros pasos, pero el alumno define sin ayuda del docente. En esta etapa el profesor reserva para sí la escritura y la lectura matemática.

Si bien la secuencia propuesta comparte elementos con otros protocolos de investigación tales como interacción contingente, trabajo en grupo, e inferencias inductivas y deductivas, se caracteriza por poner el acento en la **construcción social de significados** como recorte de la construcción de conocimientos, y en la propuesta de reemplazar la histórica pregunta de los alumnos *¿cómo se hace?* por *¿qué significa?,* entendiendo que esta última junto con las preguntas *¿cómo se escribe?*, *¿cómo se lee?* y *¿cómo se habla?* trae, por añadidura, el *¿cómo se hace?*. En toda la secuencia didáctica se contemplan estos elementos.

2.2. Materiales

La secuencia fue diseñada para que su implementación sea ágil y accesible a todo profesor de Matemática de Educación Secundaria que desee hacer uso de la misma. En este sentido, los recursos materiales no exceden a los utilizados regularmente por los profesores de esta disciplina, es decir, material tradicional de escritura para el docente: tiza, fibrones, pizarrón, pizarra, borrador, reglas, escuadras; material de escritura para los registros de clase de los alumnos: carpetas, hojas cuadriculadas, reglas, escuadras, lápiz, lapiceras, marcadores; material elaborado por el profesor pre impreso, con situaciones problemáticas y gráficas predeterminadas aportadas por los alumnos.

2.3. El diseño de la secuencia

La importancia de revisar los supuestos básicos subyacentes del docente antes del diseño de una estrategia metodológica, ha sido tratada ampliamente por la bibliografía (Sanjurjo y Vera 2006). En especial se le asigna singular importancia al posicionamiento psicológico, epistemológico y didáctico del profesor; en particular estos dos últimos aspectos junto con la transposición didáctica (Chevallard, 1997), definen ¿qué es lo que se enseñará, a quién se enseñará y cómo se enseñará? (Corso y La Menza, 1999).

En la presente secuencia didáctica, dado el rol central que se le asigna a la comunicación y construcción social de significados, es de importancia señalar el posicionamiento epistemológico respecto al contenido *análisis de funciones de dominio real* ya que "La investigación sobre el aprendizaje del álgebra, geometría, o el cálculo no se puede desarrollar sin un análisis epistemológico profundo de los conceptos considerados como nociones matemáticas" (Godino, 1991, p. 16-17).

A continuación se analizan algunas definiciones científicas de los conceptos matemáticos que son objeto de enseñanza para establecer su relación con las decisiones didácticas de la secuencia.

2.3.1. ¿Qué son y cómo se expresan los extremos absolutos?

DEFINICIÓN 1:

> "La función f tiene un **valor máximo absoluto en un intervalo** si existe algún número c en el intervalo tal que $f(c) \geq f(x)$ para toda x en el intervalo. El número $f(c)$ es el valor máximo absoluto de f en el intervalo" (Leithold, 1998, p. 201).

DEFINICIÓN 2:

> "La función f tiene un **valor mínimo absoluto en un intervalo** si existe algún número c en el intervalo tal que $f(c) \leq f(x)$ para toda x en el intervalo. El número $f(c)$ es el valor mínimo absoluto de f en el intervalo" (Leithold, 1998, p. 201).

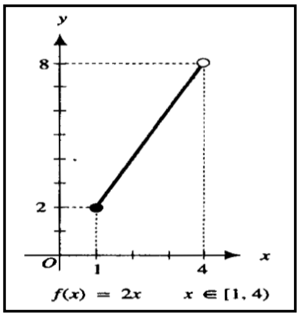
En la página 203, el autor aclara "Se puede hablar de extremo absoluto de un función cuando no se ha especificado ningún intervalo. En tal caso se hace referencia al extremo absoluto de la función en su dominio".

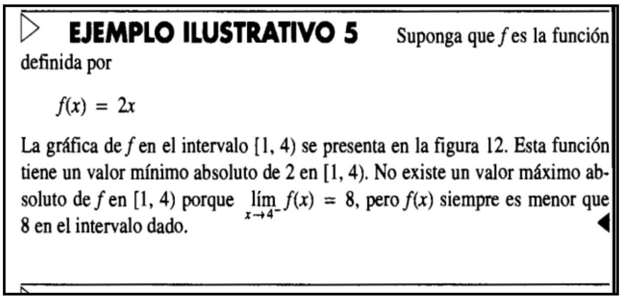
DEFINICIÓN 3:

> "Una función f tiene un máximo absoluto en c si $f(c) \geq f(x)$ para toda x en D, donde D es el dominio de f. El número $f(c)$ se llama **valor máximo** de f en D. Igualmente, f tiene un mínimo absoluto en c si $f(c) \leq f(x)$ para toda x en D, y el número $f(c)$ se llama **valor mínimo** de f en D. Los valores máximo y mínimo de f se conocen como **valores extremos** de f" (Stewart, 1998, p. 254).

En este caso las definiciones de los dos textos coinciden en forma y contenido, denominando máximo absoluto (o mínimo absoluto) al valor de la imagen del punto donde ocurre el extremo.

En las Figuras 3 y 4 el autor designa el mínimo absoluto con la frase "Esta función tiene un valor mínimo absoluto de 2 en [1,4)".





EJEMPLO ILUSTRATIVO 5 Suponga que f es la función definida por

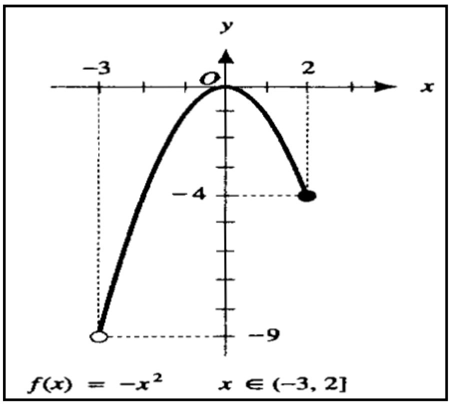
$$f(x) = 2x$$

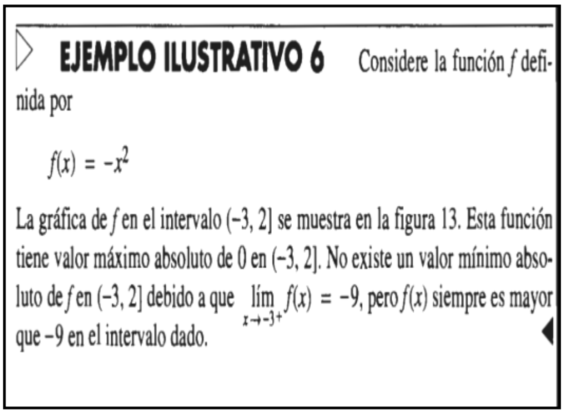
La gráfica de f en el intervalo $[1, 4)$ se presenta en la figura 12. Esta función tiene un valor mínimo absoluto de 2 en $[1, 4)$. No existe un valor máximo absoluto de f en $[1, 4)$ porque $\lim_{x \to 4^-} f(x) = 8$, pero $f(x)$ siempre es menor que 8 en el intervalo dado.

Figura 3. Gráfico mínimo absoluto extraída de Leithold, 1998, p. 202

Figura 4. Gráfico mínimo absoluto, extraída de Leithold, 1998, p. 202

En las Figuras 5 y 6 el autor designa el máximo absoluto con la frase "Esta función tiene un valor máximo absoluto de 0 en (-3,2]".





EJEMPLO ILUSTRATIVO 6 Considere la función f definida por

$$f(x) = -x^2$$

La gráfica de f en el intervalo $(-3, 2]$ se muestra en la figura 13. Esta función tiene valor máximo absoluto de 0 en $(-3, 2]$. No existe un valor mínimo absoluto de f en $(-3, 2]$ debido a que $\lim_{x \to -3^+} f(x) = -9$, pero $f(x)$ siempre es mayor que -9 en el intervalo dado.

Figura 5. Gráfico máximo absoluto, extraída de Leithold, 1998, p.202

Figura 6. Máximo absoluto, extraída de Leithold, 1998, p.202

2.3.2. ¿Qué son y cómo se expresan los intervalos de crecimiento?

Transcribimos a continuación definiciones científicas asociadas a estas nociones.

DEFINICIÓN 4:

"Se dice que una función f definida en un intervalo es creciente en ese intervalo si y sólo si $f(x_1) < f(x_2)$ siempre que $x_1 < x_2$, donde x_1 y x_2 son dos números cualesquiera del intervalo" (Leithold, 1998, p. 223).

DEFINICIÓN 5:

"Se dice que una función f definida en un intervalo es **decreciente** en ese intervalo si y sólo si $f(x_1) > f(x_2)$ siempre que $x_1 < x_2$, donde x_1 y x_2 son dos números cualesquiera del intervalo" (Leithold, 1998, p. 223).

DEFINICIÓN 6:

"Una función f es **creciente** en un intervalo I, si $f(x_1) < f(x_2)$ siempre que $x_1 < x_2$ en *I*. Es decreciente en I si $f(x_1) > f(x_2)$ siempre que $x_1 < x_2$ en *I*.

Una función que es creciente o decreciente en I se llama **monótona** en *I*" (Stewart, 1998, p. 268).

Como se puede apreciar los dos autores comparten su visión del concepto matemático en cuestión.

En la Figura 8 se puede observar la gráfica que es utilizada para analizar y designar los intervalos de crecimiento y decrecimiento; sus definiciones se muestran en la Figura 7.

La función de la figura 1 es creciente en los intervalos cerrados si- guientes: $[x_1, x_2]$; $[x_3, x_4]$; $[x_5, x_6]$;$[x_6, x_7]$; $[x_5, x_7]$.

La función de la figura 1 es decreciente en los intervalos cerrados si- guientes: $[x_2, x_3]$; $[x_4, x_5]$.

Figura 7. Intervalos de crecimiento y decrecimiento, extraída de Leithold 1998, p. 204

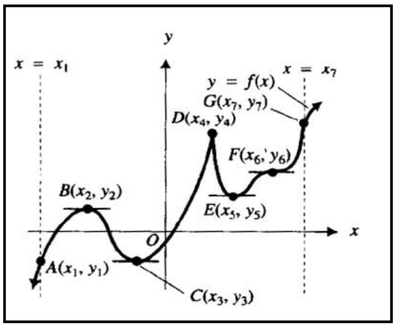


Figura 8. Gráfico de intervalos de crecimiento y decrecimiento, extraída de Leithold 1998, p. 223

2.3.3. ¿Qué son y cómo se expresan los extremos relativos?

Se transcribe a continuación las definiciones correspondientes a máximos y mínimos relativos del libro de Leithold (1998).

DEFINICIÓN 7:

"La función f tiene un valor **máximo relativo** en el número *c*, si existe un intervalo abierto que contiene a *c*, en el que f está definida, tal que $f(c) \geq f(x)$ para toda x en ese intervalo" (Leithold, 1998, p. 198).

En la misma página el autor presenta una figura sobre la cual refiere que “la figura 1 muestra una porción de la gráfica de una función que tiene un máximo relativo en c” (Figura 9).

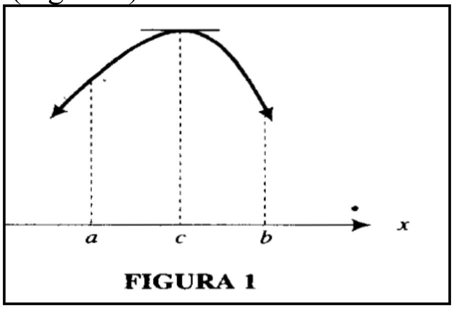


Figura 9. Máximo relativo, extraído de Leithold, 1998, p. 198

DEFINICIÓN 8:

> “La función f tiene un valor **mínimo relativo** en el número c, si existe un intervalo abierto que contiene a c, en el que f está definida, tal que $f(c) \leq f(x)$ para toda x en ese intervalo” (Leithold, 1998, p. 198).

En la misma página el autor presenta una figura sobre la cual refiere que la “figura 4 muestra una porción de la gráfica de una función que tiene un mínimo relativo en c” (Figura 10).

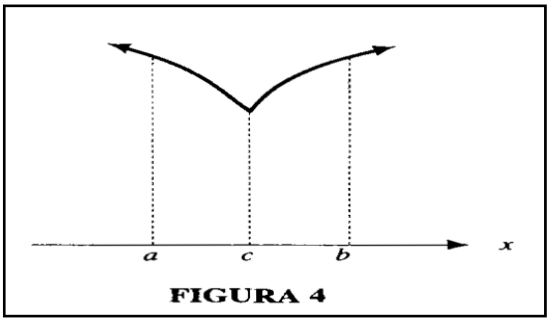


Figura 10. Mínimo relativo, extraído de Leithold 1998, p. 198

2.3.4. ¿Cómo se relaciona el posicionamiento epistemológico con la comunicación?

Adoptar estas definiciones científicas como base de la transposición didáctica, permite tomar decisiones fundamentalmente respecto a tres cuestiones: dónde centrar el significado a construir en su versión de ciencia escolar, qué notación utilizar para designar los objetos matemáticos, y qué aspectos del concepto científico a enseñar, y de su correspondiente notación, deben ser modificados para favorecer los aprendizajes.

- ✓ *Extremos absolutos y extremos relativos*: Se utilizó la notación *MA*, *ma*, *MR* y *mr* para *designar* máximo absoluto, mínimo absoluto, máximo relativo y mínimo relativo respectivamente. Para designar dichos extremos se optó por referir el objeto matemático al valor del dominio en el que ocurren. Tomando por caso los ejemplos del libro de Leithold (1998) (Figura 3-4 y 5-6, respectivamente) referidos a extremos absolutos; la designación sería $ma: x = 1$ y $MA: x = 0$; y tomando los referidos a extremos relativos (Figura 9 y 10, respectivamente), la designación sería $MR: x = c$ y $mr: x = c$.
- ✓ *Intervalos de crecimiento e intervalos de decrecimiento*: Se optó por la notación I_C e I_D para designar intervalo de crecimiento e intervalo de decrecimiento respectivamente. Siendo estos objetos matemáticos conjuntos numéricos, es oportuna la elección de una letra mayúscula con un subíndice referencial. Al analizar la figura 1 (Figura 7 y 8) referido a estos objetos matemáticos, la designación elegida sería $I_C = (x_1, x_2) \cup (x_3, x_4) \cup (x_5, x_7)$ y $I_D = (x_2, x_3) \cup (x_4, x_5)$.

Las decisiones didácticas para designar los objetos matemáticos arriba mencionados refieren fundamentalmente a los siguientes motivos.

- ✓ Limitar la cantidad de expresiones que son mezcla de expresiones retóricas (Glosario G4) y simbólicas, en favor de las que son completamente simbólicas, favoreciendo así la diferenciación entre la escritura, la lectura y el significado de los objetos matemáticos designados.
- ✓ Unificar la designación simbólica de los extremos absolutos y de los extremos relativos refiriéndolos al valor del dominio en que ocurren, y expresando en palabra (escrita u oral) el valor de dicho extremo. En este caso particular la inexactitud del conocimiento científico propuesto en su versión escolar tiene por finalidad evitar el obstáculo didáctico que representa referir la casi totalidad de los objetos de análisis (dominio, intervalo de crecimiento, intervalo de decrecimiento, conjunto de positividad, conjunto de negatividad, raíces) a valores del dominio, y sólo los extremos a valores de la imagen. Son por esta razón los extremos de la función los únicos objetos que se expresan en un doble lenguaje, simbólico para referir en qué valor del dominio ocurren y coloquial para decir cuál es el valor de dicho extremo.
- ✓ Cambiar los intervalos cerrados por intervalos abiertos en el análisis de los intervalos de crecimiento e intervalos de decrecimiento, evita el potencial obstáculo que representa tener valores del dominio que sean crecientes y decrecientes al

mismo tiempo. En la Figura 8, el texto propone los valores x_2, x_3, x_4 y x_5 del dominio en los cuales la función es creciente y decreciente al mismo tiempo. En este caso la decisión didáctica implica que en tales valores del dominio la función no es creciente ni decreciente. Nuevamente se enfatiza la importancia de negociar la inexactitud del conocimiento científico en favor de las construcciones que se anticipan a partir de las nociones de los alumnos.

- ✓ Finalmente aún sin coincidir con su definición científica, pudo haberse optado por representar tanto los extremos absolutos como relativos refiriéndolos a las coordenadas del punto en el plano.

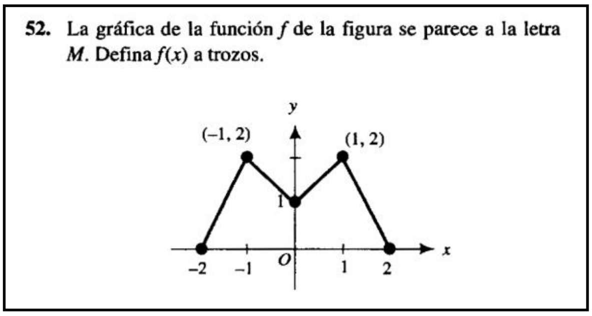

52. La gráfica de la función f de la figura se parece a la letra M. Defina $f(x)$ a trozos.

Figura 11. Extremos relativos, extraído de Leithold 1998, p. 15

Esta posibilidad se deja de lado para evitar situaciones donde se requiera un análisis de la función que implique extremos e intervalos de crecimiento y decrecimiento. Tomemos por caso el ejercicio de la Figura 11, la función tiene un mínimo relativo en el punto $(0{,}1)$ y es creciente en el intervalo $(0{,}1)$ (también lo es en (-2,-1)); estamos en presencia de un problema de igual significante, distinto significado, lo que de por sí ocurre con varios objetos matemáticos (Corso y La Menza, 1999, p. 37), pero en este caso puntual en un mismo contexto matemático, con lo cual dichos significantes obstaculizan la elaboración mental de los significados. Por el contrario al expresarlos en el modo propuesto en este trabajo, tenemos $mr: x = 0$ y $I_C = (0{,}1)$, como se ve, no sólo los significados de lo que se analiza son distintos sino también sus significantes.

Los símbolos utilizados en el desarrollo de la secuencia refieren a las categorías de logogramas, símbolos de puntuación y símbolos alfabéticos (Pimm, 1990, p. 200), evitando el uso de pictogramas, los cuales favorecen el uso de analogías y reglas nemotécnicas, que frecuentemente obstruyen la construcción de significados.

2.4. La experiencia didáctica

2.4.1. Destinatarios

La secuencia didáctica se implementó en un curso de 4º año de una escuela pública de gestión privada de Educación Secundaria Ciclo Superior, del distrito de Berazategui (Región IV) de la provincia de Buenos Aires. Inicialmente fue diseñada para ser desarrollada durante diez semanas de clase de tres horas cada una, de acuerdo a lo estipulado en el DC, con un total de cuarenta y siete situaciones, de las cuales seis fueron suprimidas debido al envejecimiento de la secuencia (Glosario G5). La puesta en práctica de la propuesta estuvo a cargo de quien suscribe y no fue ajena a las contingencias propias del desarrollo de la vida escolar, siendo interrumpida por cortes en la frecuencia debidos a feriados, actos escolares, muestras educativas, convivencias y jornadas de capacitación docente.

El número de alumnos participantes, fue de treinta y seis, representando este número la totalidad de la matrícula inicial efectiva del mencionado curso. Del total de la matrícula, diez alumnos provienen de escuelas públicas de gestión estatal, dieciocho son beneficiarios de algún plan social y dos asisten al establecimiento en condición de becados. Los alumnos solo cuentan con la tecnología disponible en la telefonía celular, la cual varía de acuerdo a las posibilidades de cada estudiante y no forma parte de los insumos para la implementación de la secuencia.

El grupo humano no está exento de los modos en que las nuevas tecnologías afectan a las nuevas culturas juveniles, en relación a cómo se divierten, expresan, comunican y desde luego como estudian. Según señala Morduchowicz (2015), los adolescentes de hoy son la primera generación que dispone de una amplia variedad de instrumentos para comunicarse, y esta comunicación borra los límites entre los mundos on-line y off-line[3] haciendo que el joven interactúe con sus pares tanto en el mundo virtual como en el mundo real. Estos dos mundos no son excluyentes y el joven no diferencia los límites entre ambos, porque no tiene la necesidad de separarlos. Esta característica contribuye a que en el aula se establezcan relaciones de distinta intensidad con el aprendizaje. Como refiere Terigi (2007, p15-16) la expresión "escolaridad de baja intensidad" fue propuesta por Kessler en 2004, para describir los modos de permanencia en la escuela de los jóvenes que concurren regularmente pero no participan de las actividades escolares. A su vez si el alumno no genera problemas de convivencia, se trata de una

[3] La expresión on-line refiere a las actividades humanas que se desarrollan dentro de las redes sociales y la expresión off-line refiere a aquellas actividades que se desarrollan fuera de las redes.

relación de baja intensidad disciplinada, por el contrario si el joven genera faltas graves con los regímenes de convivencia, la relación de baja intensidad es indisciplinada. En este caso para describir el clima del aula es preferible referirse a relaciones de baja intensidad **no conflictivas**, en las cuales el alumno no participa de las actividades propuestas pero no obstaculiza la dinámica de trabajo del grupo; tal es el caso de siete alumnos, que en general no producen, no registran, no interactúan, y generan cierta tensión con conversaciones ajenas al trabajo y uso del teléfono celular con fines no educativos. En ningún caso dicha tensión impidió el trabajo colaborativo ni provocó rupturas de convivencia durante la implementación de la secuencia, por el contrario, el planteo de un aprendizaje cooperativo, en los términos cercanos a lo que plantean Jhonson-Jhonson y Holubec (1999, p. 5), favoreció la inclusión de todos los alumnos en la producción escolar. A pesar de esto, está claro que las estrategias metodológicas que se adoptan, están pensadas para favorecer los aprendizajes y no para mejorar los comportamientos conflictivos individuales, los cuales en todos los casos son objeto de reflexión y acción de los distintos actores institucionales.

2.4.2. Actividades y registros de clase

Los alumnos conformaron grupos de trabajo cooperativo por afinidad de pares; el profesor estableció pautas previas para que el nivel de heterogeneidad de los grupos no fuera elevado y de este modo favorecer el rendimiento de todos los alumnos (Coll, Palacios y Marchesi, 1990); también se respetó la decisión de aquellos alumnos que naturalmente optaron por trabajo en pareja. Inicialmente se formaron tres parejas, dos ternas, y seis grupos cuyo número de integrantes osciló entre cuatro y cinco miembros. Estos once grupos de trabajo se mantuvieron sólo tres clases, ya que al transcurrir la secuencia los siete alumnos con relaciones de baja intensidad con la escuela comenzaron a deambular por los distintos grupos. Resulta importante destacar que estos siete alumnos aún sin comprometerse definitivamente con el trabajo escolar, realizaron aportes y registros parciales de las producciones sin obstaculizar el trabajo de los mencionados grupos. En cada encuentro se presentó a los alumnos la propuesta de trabajo en forma de volante impreso con un enunciado para iniciar la acción, se propició el intercambio de ideas dentro de los grupos de trabajo conformados; se socializaron las producciones en el pizarrón promoviendo la escritura y lectura de los significados construidos. Dichos significados adquirieron status de objeto matemático al finalizar cada encuentro o cada dos encuentros según el trabajo realizado y el avance del mismo.

Cabe destacar que el formato de volante impreso fue alternado ocasionalmente con el dictado de las definiciones y observaciones el cual, al promediar la secuencia, se incorporó también a la enunciación de las actividades, con el fin de establecer si los alumnos detectaban el cambio en la modalidad de comunicación de las consignas, y si ésta representaba un obstáculo en relación a la interpretación de las mismas.

La estructura general prevista para cada encuentro, durante la implementación de la secuencia, puede sintetizarse como sigue:

- ✓ Se presentó a los alumnos una situación cotidiana relacionada con el contenido matemático a enseñar.
- ✓ Los distintos grupos de trabajo resolvieron desde sus conocimientos y saberes previos.
- ✓ Los estudiantes comunicaron sus producciones y resultados a sus pares y al profesor en modo verbal.
- ✓ Se socializaron las distintas producciones en el pizarrón.
- ✓ Se registraron en las carpetas de trabajo los distintos resultados y significados construidos por los alumnos.
- ✓ El docente negoció la escritura, lectura y habla de los significados construidos en forma compartida, para que adquieran el estatus de objeto matemático.

Todas las actividades y producciones fueron acompañadas de los correspondientes registros de clase en la carpeta de trabajo de cada alumno.

Cabe aclarar que en la secuencia el uso de la palabra *situación,* no se refiere estrictamente a las situaciones didácticas planteadas por Brousseau (2007), (aunque alguna pudiera coincidir) sino al sentido amplio que de la misma hace uso el mismo autor como “modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado” (p. 17). En función de los registros individuales de clase, cada situación se catalogó en una de las siguientes categorías: **actividades, observaciones y definiciones.** Las clases además tienen una categoría de inicio rotulada **recordemos** (exceptuando la primera clase, las clases de evaluación y las clases de devolución). Las actividades abarcan esencialmente propuestas para iniciar los temas a abordar, propuestas para familiarizarse con los conceptos y sus respectivos significados construidos y *desempeños de comprensión*, entendiéndolos como “actividades que requieren que los estudiantes usen el conocimiento en nuevas formas y situaciones” (Pogré, 2002, p. 113). Tales desempeños de comprensión son parte también de todas las instancias de evaluación propuestas. Por otra parte, las observaciones, son los registros que utiliza el docente para estabilizar las variables didácticas, que le permitan establecer el vínculo entre las construcciones de los alumnos y el concepto que se desea enseñar. Finalmente las definiciones fueron institucionalizadas en su versión de ciencia escolar, por lo cual el profesor utiliza textos de Cálculo (Leithold, 1998 y Stewart 1998) y de Teoría de Conjuntos (Oubiña, 1965) para realizar la transposición didáctica y mantener una adecuada vigilancia epistemológica. Del texto Teoría de Conjuntos, a pesar de su antigüedad, se extrae la definición de función a partir de la idea de gráfica funcional, y no refiere a fórmulas ni ecuaciones. Cada situación, va acompañada con un comentario previo y/o posterior, a modo de justificación teórica de la conducta de anticipación. La mayor parte de las clases no llevan título. Las leyendas entre paréntesis del estilo EJ.39, responde al deseo de los alumnos de continuar con la numeración de las actividades utilizada en sus carpetas de trabajo desde inicio de clase.

2.4.3. Recolección de datos

Para analizar la implementación de la secuencia se utilizan fundamentalmente los siguientes insumos:

2.4.3.1. Registros fotográficos

Estos registros a su vez se pueden diferenciar por los momentos en los que se obtuvieron.

Registros Ipso Facto*:* Las imágenes se obtienen en el momento que se produce el hecho académico. Por caso todas aquellas referidas a la socialización de las producciones grupales en el pizarrón y a los registros de las producciones individuales de los alumnos al momento de corregir las instancias de evaluación domiciliaria. Claro está ambos tipos de imágenes se registran en el momento, unas en el aula, otras en el domicilio del docente.

Registros a posteriori: Las imágenes se producen luego de que ha ocurrido el hecho académico. En este caso una vez que hubo finalizado la implementación de toda la secuencia, se recogieron las carpetas de trabajo de los alumnos y se clasificaron por grupos de trabajo. Se seleccionaron aquellas que aportaron información valiosa respecto a los desempeños de los alumnos y algunas carpetas de trabajo individuales que aportaron datos salientes relacionados con el estado de avance de los aprendizajes. Se obtuvieron imágenes de la totalidad de registros de cada carpeta seleccionada. En todos los casos la captura de imágenes estuvo a cargo del autor del trabajo.

2.4.3.2. Voces del aula

En este caso hay fundamentalmente dos clases de registros.

Escuchas de acción: El docente toma nota manualmente de las distintas voces que circulan en el aula entre pares mientras se desarrollan las clases.

***Transcripción de diálogos*:** El docente diseña las formas interrogativas a utilizar en cada situación, anticipa las posibles respuestas y registra inmediatamente en forma manual las interacciones discursivas que se producen en el aula como consecuencia de sus intervenciones. El riesgo que supone registrar un diálogo del que se participa, en cuanto a la pérdida de exactitud palabra por palabra, se justifica a favor del beneficio que supone reducir al mínimo la presencia de elementos ajenos al aula (dispositivos de grabación). Este tipo de registros se utilizaron fundamentalmente (no excluyentemente) en la primera situación, para poner de relieve la importancia del uso del discurso como recurso orientador de la estrategia de enseñanza implementada.

2.4.4. Implementación de la secuencia

En lo que sigue se describirá el desarrollo de la secuencia propuesta.

Clase I (4/8): Situación de aula Nº 1. ACTIVIDAD Nº 1 (Ej. 32)

Título: Funciones de dominio real.

Conducta de anticipación

La primera actividad, (Figura 12) es una situación, que en un modelo normativo de enseñanza, correspondería a un problema de aplicación al final de la secuencia, es decir luego de haber trabajado con funciones definidas por fórmulas y analizado máximos, mínimos, crecimiento, etc.

El DC de tercer año de matemática de la provincia de Buenos Aires propone **no** comenzar con fórmulas, pero se comienza con el análisis de gráficas ya elaboradas (p. 65). En este modo de trabajo, surge la dificultad de que el alumno siente que la gráfica no le pertenece, se la ofrecemos elaborada, y por lo tanto es del profesor.

Debido a las cambiantes condiciones climáticas, los científicos se ocupan cada vez más de estudiar los problemas relacionados con la temperatura en el planeta. La siguiente tabla muestra las inusuales temperaturas a ciertas horas del día 13 de abril del año 2009 en la ciudad Autónoma de Buenos Aires:

10:00……….21º9	*Responder:*
11:00……….24º6	*(a) ¿Cuál fue la máxima temperatura?*
12:00……….29º	*(b) ¿A qué hora ocurrió la mínima?*
13:00……….30º6	*(c) ¿A qué hora la temperatura fue de 25º?*
14:00……….31º1	*(d) ¿Cuál fue la temperatura a las 12: 00hs?*

15:00……….29º5	*(e) ¿Cuál fue la temperatura a las 12:15hs?*
16:00……….27º8	*(f) ¿Cuál fue la temperatura a las 07:00hs?*
17:00……….25º	*(g) ¿En qué momentos del día la temperatura fue en aumento?*
18:00……….23º8	
19:00……….22º5	*(h) ¿En qué momentos del día disminuyó?*
20:00……….21º7	
21:00……....19º8	

Figura 12. Enunciado Actividad Nº1. Elaboración propia

Aquí, se les propone a los alumnos que resuelvan y luego se socializan las respuestas. La actividad 1, si bien genera conflictos cognitivos (fundamentalmente los incisos (e) y (f)), incluye inmediatamente a los alumnos en la producción, dada su baja complejidad. Es importante notar que en ningún momento se les pide que grafiquen. Al presentar la situación de este modo, el alumno responde como quiere, y lo hace bien, sin ninguna indicación del docente, y comienza a apropiarse del saber a construir.

Como se ha mencionado la propuesta es de por sí, de baja complejidad y de carácter cotidiano, por lo que se debe presentar al alumno en forma de volante impreso. Si se tiene que dictar, entonces siempre se deben dictar primero las consignas y luego copiar los valores. Cuando se invierte el orden, es decir se copian los valores y luego se dictan las preguntas, la situación pierde su finalidad antes de comenzar, porque con la lista de valores en el pizarrón, el alumno responde a medida que se dictan las preguntas, y no hay lugar para el debate.

Contenidos implícitos en la actividad

Máximo absoluto de una función de dominio real; mínimo absoluto; pre imagen; imagen de un valor; dominio como conjunto continuo de números reales; dominio de una función; intervalo de crecimiento de una función de dominio real; intervalo de decrecimiento.

La socialización

La dinámica elegida fue preguntar por los resultados para luego anotarlos secuencialmente en el pizarrón (Figura 13) mediante un único escriba, y solicitando a los referentes de grupo que sólo socializaran en caso de que el resultado fuera distinto al aportado por otro grupo. La indicación en esta primera situación no tuvo efecto ya que los distintos grupos deseaban informar sus resultados al resto de sus compañeros aunque fueran los mismos.

Luego el profesor solicitó al referente de cada grupo que brindara los argumentos de cada grupo de trabajo. La importancia de escribir en primera instancia todas las respuestas sin explicaciones, reside en que las normas sociomatemáticas (Voygt,1995), establecidas en el ámbito escolar hacen que determinado tipo de respuestas y explicaciones sean consideradas "mejores", inhibiendo de este modo la exposición de las respuestas diferentes.

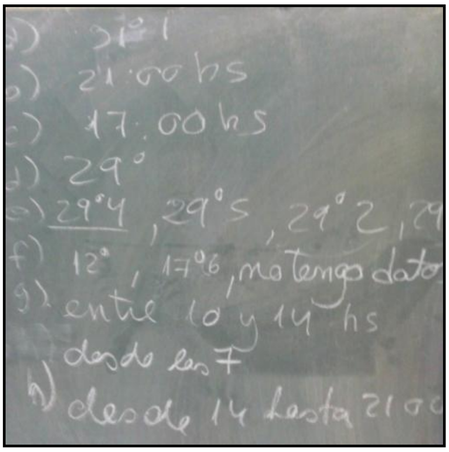


Figura13. Respuestas Actividad N° 1, registro del pizarrón

La interacción discursiva y las producciones

Veintiséis años de experiencia en enseñanza de matemática en educación secundaria permitieron anticipar la pregunta recurrente "¿tema nuevo?" y preparar desde el discurso una respuesta que tendiera a favorecer la confianza en las propias producciones y que matemática es una asignatura que todos pueden aprender. Se transcribe un diálogo que se reiteró en tres momentos distintos durante el desarrollo de la secuencia entre el autor y distintos alumnos, en todos los casos, al escribir un título en el pizarrón; en efecto fue la pregunta que abrió la interacción discursiva.

A (Alumno): *¿Tema nuevo?*

P (Profesor): *Nunca hay tema nuevo.*

A: *¿Por?*

P: *Porque decir tema nuevo es suponer que hay algo de lo que no sabemos nada y siempre sabemos algo.*

A: *¿Entonces qué es?*

P: *Es otro tema para ampliar lo que ya sabemos.*

La tendencia de los alumnos en la primera clase fue dirigir las dudas hacia el profesor, la devolución inicial del profesor fue preguntar qué opinaban los compañeros de grupo y qué opinaban ellos mismos. Lentamente las preguntas fueron circulando dentro del grupo y entre distintos grupos. Las voces más oídas en el aula: *¡Uh, esto es re fácil!, ¿cómo la temperatura a las doce quince?, ¿siete AM o PM?, ¿siete es lo mismo que diecinueve?* (en referencia a 07:00 y 19:00)*, ¿cero siete viene a ser la mañana?, para mí no se puede saber, debe ser más o menos la mitad, ¿si no puedo saber, qué pongo?, no sé si hice bien doce quince*. La segunda instancia de devolución del profesor a las preguntas directas fue utilizada para reforzar la confianza en las respuestas de aquellos grupos que sentían que no se podía responder con la información disponible y que dudaban frente aquellos que habían asignado un número.

Los incisos (a), (b), (c) y (d) fueron respondidos correctamente por los grupos de trabajo; los incisos (e) y (f) generaron distintas respuestas y marcaron la diferencia en el tiempo de resolución.

En relación al inciso (e), en la Figura 13 se observan cuatro respuestas: 29º4, 29º5, 29º2 y 29º. El subrayado del primer resultado corresponde al escogido por el curso como el "mejor" y pertenece a un grupo que propuso dicha respuesta y realizó un cálculo numérico (sin que este fuera demandado). Un segundo grupo realizó un cálculo mental argumentando "doce y cuarto es la mitad de la mitad"; y un tercer grupo (pareja) que optó por no socializar la producción y resolvió utilizando una representación gráfica correspondiente a una función lineal. En los tres casos se trata de interpolación lineal. Las producciones de los que denominaremos grupo 1, grupo 2 y grupo 3 (Ver Anexo I-A) fueron las siguientes:

Grupo 1

$$
\begin{array}{l}
30^{0}6 \\
-\underline{24\quad} \\
\quad 1{,}6 \,\big|\!\underline{\quad 60 \quad} \\
\qquad\quad 0{,}02\hat{6} \qquad\qquad 0.4
\end{array}
$$

P: *¿Por qué restaron veinticuatro a treinta seis?*

A: *Porque es lo que aumentó de las doce a la una.*

P: *¿Y entonces?*

A: *Dividimos uno coma seis por sesenta.*

P: *¿Por qué por sesenta?*

A: *Porque una hora tiene sesenta minutos así que aumenta cero coma cero veintiséis por minuto.*

P: *¿Y el cero coma cuatro?*

A: Porque doce quince son las doce y quince minutos, y quince por cero coma cero veintiséis da cero coma cuatro.

A: ¡Ah! y eso se lo sumamos a 29 que era la temperatura a las doce.

Grupo 2

$29^0 4 \qquad 1hs - 1^0 6$

$\qquad\qquad 30m - 8^0$

$\qquad\qquad 15m - 4^0$

En este caso la explicación de los argumentos se trató casi de un monólogo del alumno referente del grupo.

A: Nosotros no hicimos cuentas, en una hora aumentó uno seis, así que en treinta minutos aumentó ocho y en quince cuatro (Nótese que realizan un cálculo mental pero al afirmar "no hicimos cuentas" evidencian que no lo identifican como un cálculo numérico)

P: ¿Y entonces?

A: Y bueno lo que dijeron ellos, a las doce era veintinueve así que quince más, veintinueve cuatro.

Es importante destacar nuevamente que el profesor debe negociar la inexactitud del conocimiento científico a favor de las producciones de los alumnos. En este caso se omitió la observación de que la letra m designa la unidad metros y no minutos.

Grupo 3 (pareja)

P: Lucas a ustedes también les dio $29^0 4$.

A: Si

P: ¿No quieren pasar y explicar cómo lo hicieron?

A: ¡No profe!

P: Va a ser interesante porque es distinta a las otras resoluciones

A: No, no.

P: Está bien

Se aprecia el uso de la representación gráfica de una función lineal (Figura 14).

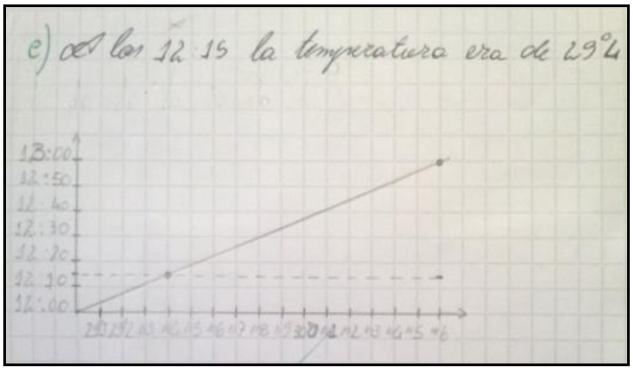


Figura 14. Resolución inciso (e), extraído de carpeta de trabajo Grupo3

Se observa que en el eje horizontal las temperaturas van desde 29^0 hasta $30^0 6$ aumentando $0^0 1$ cada medio centímetro y en el eje vertical la hora del día desde 12:00 hasta 13:00 aumentando 10 minutos cada medio cm. El origen de coordenadas es el punto (29^{o}, 12: 00) , el cual consideran parte de la recta y el otro punto que la determina es (30^{o}6, 13:00); luego ubican las 12:15 en el eje vertical como punto medio entre 12:10 y 12:20; finalmente trazan una paralela al eje horizontal desde el valor 12:15 hasta intersecar la recta en un punto cuya proyección perpendicular sobre el eje horizontal conduce al valor 29^{o}4.

Nuevamente aquí se destaca la importancia de analizar cuidadosamente las intervenciones discursivas del docente para no obstaculizar las producciones iniciales de los alumnos. En este sentido las investigaciones muestran que ciertos formatos interrogativos o afirmativos no siempre resultan convenientes como patrones de interacción (Godino y Llinares, 2000). En este caso al recorrer el aula observando las producciones se aprecia que la función que están representando conduce a una buena respuesta pero anticipan los conceptos de variable independiente y variable dependiente a enseñar, en el orden inverso, y el concepto de función de dominio real, en forma incorrecta, ya que proponen que el tiempo horario es función de la temperatura.

> ***P****: ¿Acá qué tenemos?*
>
> ***A****: Usamos los ejes para dibujar la recta (habla Lucas y su pareja busca con la mirada, la mirada del profesor y la de su compañero alternativamente)*
>
> ***P****: Y ¿qué pusieron en cada eje?*
>
> ***A****: Acá (en referencia al eje horizontal) la temperatura y acá (la hora)*
>
> ***P****: ¿El orden es por alguna razón en particular?*
>
> ***A****: No, nos pareció. ¿Está bien?*
>
> ***P****: ¿Y ustedes qué piensan?*
>
> ***A****: Qué sí, que está bien.*
>
> ***P****: Entonces ¡adelante!*

Los siguientes dos resultados (29º5 y 29º2) fueron consecuencia de una estimación sobre lo que los restantes grupos argumentaron como valor intermedio, aunque algunos decidieron no socializar sus resultados, correspondientes a idénticos argumentos pero distintos valores, incluyendo grupos que respondieron “entre 29º y 30º6”. El último de los resultados, 29º (Anexo I-B), corresponde a dos grupos que argumentan “*porque a las doce quince sigue siendo las doce*”. La observación permitió determinar que ambos grupos interactuaron durante el tiempo de producción, pasando a formar circunstancialmente un único grupo.

Cuando hubo finalizado la socialización de producciones de este inciso, los grupos de trabajo deseaban saber cuál era la respuesta correcta, a lo cual el profesor responde con una devolución de responsabilidades:

> ***P**: ¿ustedes cuál piensan que fue?*

En este momento las voces se multiplicaron más allá de los referentes, por lo cual **A** designa a múltiples voces, incluso simultáneas.

> ***A**: 29º4*
>
> ***P**: Error (Aquí se rompe abruptamente con todo el discurso anterior utilizando esta palabra, pero con el mismo fin, reforzar la valoración de las propias producciones)*
>
> ***A**: ¿No es 29º4?*
>
> ***P**: Si es 29º4*
>
> ***A**: ¿Y entonces…?*
>
> ***P**: ¿Entonces qué?*
>
> ***A**: ¿Es o no es 29º4?*
>
> ***P**: ¡Es 29º4!, pero también es 29º2, 29º5, 29º, entre 29º y 30º6, y algunas otras respuestas que vi por ahí y no se anotaron en el pizarrón.*
>
> ***A**: ¿Pero no hay una respuesta?*
>
> ***P**: ¡No hay una única respuesta posible"! Ahora yo les pregunto ¿cuál consideran ustedes que fue la mejor explicación?*
>
> ***A**: La del grupo de Camila (grupo 1).*

Siendo la primera situación de la secuencia didáctica, es comprensible que, luego de años de trayectoria escolar, el establecimiento de una relación biunívoca entre "mejor argumento-cálculo numérico" apareciera fuertemente, a punto tal que una alumna borró en su registro de clase, la respuesta de su propio grupo y la cambió por 29º4 (Anexo I-C). La categoría de "mejor explicación" incorporada por el profesor se relaciona con las normas sociomatemáticas enunciadas por Voigt (1995, p. 13).

La consideración final para el análisis del inciso (e) es para la respuesta de Brenda quien anota la respuesta de su propio grupo (29º4) y al lado agrega **infinitas** (Anexo I-D). Es importante que una alumna tenga como concepción previa, el concepto de imagen de una función de dominio real, que se desea enseñar, directamente asociado al de intervalo real. Igualmente importante es evitar incurrir en lo que Brousseau(2007) denomina efecto Jourdain, es decir, con la palabra infinitas puede querer expresar que a las 12:15 hay infinitas temperaturas (lo cual obstaculizaría el concepto de función), o que a las 12:15 hay infinitas posibilidades de asignar un valor de temperatura (con lo cual el concepto de imagen de una función de dominio real sería matemáticamente correcto), o bien, a algún significado irrelevante lejano a los referentes mentales del profesor.

Dado que en el diseño de la secuencia, esta respuesta, no había sido anticipada, la interacción comunicacional con la alumna no responde al diseño óptimo de preguntas y respuestas. Lo que sí estuvo claro desde un principio del diálogo es que la pregunta *¿Infinitas quiere decir que a las doce quince hay muchas temperaturas a la vez?* no sería parte de la interacción, ya que la experiencia muestra que, cuando una respuesta es completamente opuesta al concepto que se desea enseñar, no hay entonación posible de la voz que haga de la pregunta otra cosa distinta a una interpelación. A continuación la interacción improvisada:

> ***P:*** *Agregaste infinita (sin s)*
>
> ***A:*** *Si, infinitas*
>
> ***P:*** *¿Cómo sería infinitas?*
>
> ***A:*** *Y las que están en el pizarrón y cualquier otra.*
>
> ***P:*** *Por ejemplo…*
>
> ***A:*** *Treinta*
>
> ***P:*** *¿Entonces a las doce quince cuál era la temperatura?*
>
> ***A:*** *Y para mí todas*

(Lamentablemente no expresó la idea de que a las 12:15 correspondía una única temperatura posible que podía variar en un intervalo real)

> ***P:*** *Pero, ¿todas a la vez o cualquiera de todas?*
>
> ***A:*** *No, una cualquiera de todas esas.*

Las tres respuestas socializadas para el inciso (f) fueron: 12º, 17º6 y *no tengo datos*. Algunas otras respuestas no socializadas fueron *no se puede* y *no se puede responder ya que no se aclara el dato* (Anexo I-B y C). El hecho de que sólo dos grupos estimaron la temperatura a las 07:00h marca que la noción de dominio de una función real está incorporada en los esquemas mentales de los alumnos, sin necesidad de definir dicho concepto.

En este caso se optó por escuchar, en primera instancia, los argumentos de todos los grupos que de un modo u otro interpretaron que no era posible dar una respuesta. Se optó por dejar al final los dos grupos que dieron valores numéricos como respuesta, para observar si sostenían sus respuestas y los correspondientes argumentos, o por el contrario cedían ante la abrumadora coincidencia del resto del curso.

Los argumentos de los que interpretaron que no se podía dar una respuesta giraron en torno a dos afirmaciones, una de ellas "con los datos que hay no se puede saber" y la otra "puede haber sido cualquier temperatura".

El grupo que respondió 17º6 sólo argumentó que les parecía que "más o menos debía andar por ahí la temperatura", al repreguntar el por qué, surgió la siguiente interacción:

P*: ¿Entonces podría ser otro valor?*

A*: Si*

P*: ¿Por ejemplo 17º7?*

A*: Y si*

P*: ¿Y 27º6?*

A*: No*

P*: ¿Por qué no?*

A*: Porque es mucho para esa hora*

P*: Bien*

El grupo (grupo 4) que respondió 12º, no pudo dar argumentos más allá de afirmar "nos parecía". Esta débil argumentación resulta importante al analizar el siguiente inciso. En relación a los incisos (g) y (h), nuevamente encontramos coincidencia en el análisis de las situaciones y en las respuestas a las mismas mostrando que también las nociones de intervalo de crecimiento e intervalo de decrecimiento, se encuentran en los esquemas mentales de los alumnos. Las respuestas correspondientes son "entre 10 y 14" y "desde 14 hasta 21:00" (Figura 13). Sólo un grupo respondió al inciso (g) indicando "desde las 7", precisamente el grupo 4, que a pesar de la debilidad de su argumentación anterior sostiene con coherencia que a las 07:00 había una temperatura y que era menor que a las 10:00, hecho destacable y rescatable a pesar de que el intervalo de crecimiento es hasta las 14:00, lo cual no fue indicado. El otro grupo que asignó la temperatura 17º6 a las 07:00 no la tuvo en cuenta para el análisis del intervalo de crecimiento.

Clase II (11/8): Situación de aula Nº 2. ACTIVIDAD Nº 2 (Ej. 33)

Conducta de anticipación

Esta actividad (Figura 15) no formaba parte de la secuencia inicial. Circunstancialmente el grupo estaba trabajando con magnitudes en la asignatura "Introducción a la Física", lo cual se aprovechó para establecer un anclaje firme con el concepto de variable.

¿Cuáles son las magnitudes que se analizan en este problema y en qué unidades se miden?

Figura 15. Enunciado Actividad 2. Elaboración propia

Contenidos implícitos en la actividad

Variable.

La interacción discursiva y las producciones

En este caso el intercambio fue sólo de carácter verbal y produjo dos respuestas. Mayoritariamente los grupos identificaron tiempo y temperatura, algunos grupos hora y grados como se muestra en los ejemplares de la Figura 16 y de la Figura 17

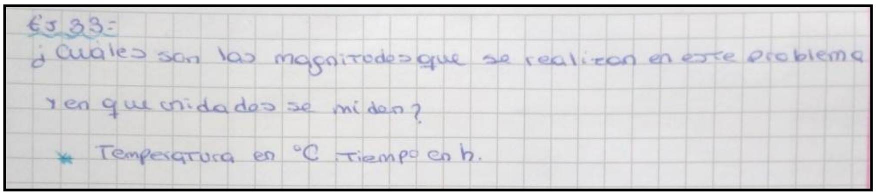


Figura 16. Respuesta Actividad Nº 2, extraído de carpeta de trabajo Grupo 2

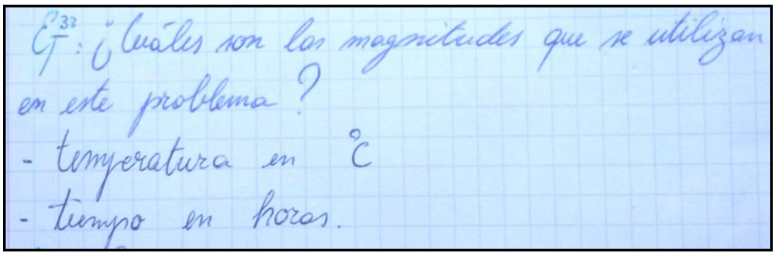


Figura 17. Respuesta Actividad Nº 2, extraído de carpeta de trabajo Grupo 3

Siendo el presente un trabajo con un fuerte soporte comunicacional, amerita observar que aunque la actividad está bien resuelta, el enunciado dice “magnitudes que se analizan”, pero un miembro de un grupo escribe “magnitudes que se realizan” y otro “magnitudes que se utilizan”. Este hecho, frecuente en las clases de matemática, muestra la importancia del lenguaje hablado, ya que *analizan* no es una palabra de uso cotidiano por lo tanto el registro sonoro no está incorporado en los esquemas cognitivos de los alumnos. Uno de los alumnos lo sustituye por la palabra *utilizan* que deja en evidencia que comprendió el significado, y el otro *realizan* que escribió lo que escuchó y no comprendió lo que debía hacer hasta que no interactuó con los miembros de su grupo.

Clase II (11/8): Situación de aula Nº 3. ACTIVIDAD Nº 3 (Ej. 34)

Conducta de anticipación

Esta situación (Figura 18) permite recuperar muchos contenidos que el alumno posee, tales como sistemas coordenados rectangulares planos, graduación de ejes, construcción de escalas y evidenciar competencias que ha desarrollado como identificar información y realizar inferencias directas. Es importante que la gráfica sea sobre el mismo problema que resolvió anteriormente, porque éste ya le pertenece. Inicialmente el alumno cree que la gráfica no le cambiará las respuestas que ya ha dado, sin embargo puede darse cuenta que hay elementos que no había notado, por ejemplo, que no sólo a las 17:00 la temperatura es 25º. A pesar de que la tabla es un conjunto discreto de valores, la función es continua (valores reales), es decir aunque no esté en la tabla, alguna temperatura tuvo que haber a las 17:03; se da cuenta que no tiene sentido preguntarse sobre la temperatura a la 7:00; se ve con mucha claridad cuándo la temperatura crece, o decrece, o cuándo es máxima o mínima.

En resumen, el alumno sabía resolver el problema, lo hizo, pero la gráfica (elemento matemático) enriquece su análisis (no lo reemplaza).

Se puede notar además que la palabra “variable” se utiliza sin definir. Habitualmente el alumno, de su recorrido matemático anterior, sólo las asocia con “*x*” e “*y*”. Es un buen momento para introducir otro tipo de variables asociadas a distintas magnitudes, evitando un excesivo rigor con definiciones y formalismo.

(para hacer en una hoja cuadriculada en la carpeta)
Organizar la información anterior en una tabla de variables, representar gráficamente y responder a las preguntas anteriores a partir de la gráfica.

Figura 18. Enunciado Actividad Nº 3. Elaboración propia

Contenidos implícitos en la actividad

Sistemas de Coordenadas Cartesianas; Gráfica de funciones de dominio real.

La interacción discursiva y las producciones

La actividad inicialmente pensada como una unidad fue separada en dos debido a situaciones emergentes en la disponibilidad del tiempo de clase.

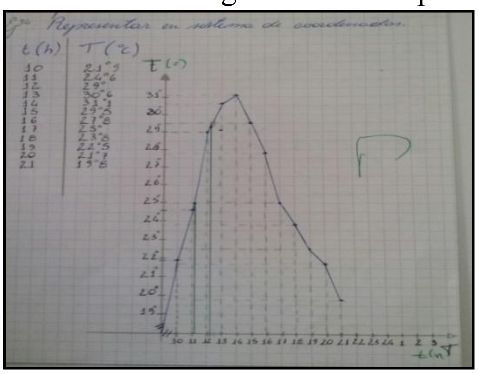


Figura 19. Actividad Nº 3, extraída de carpeta de trabajo Grupo 3

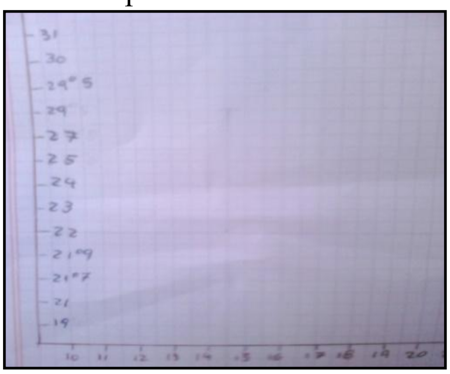


Figura 20. Actividad Nº 3, extraída de carpeta de trabajo Grupo 4

En cuanto a la representación gráfica, los mayores obstáculos se presentan al graduar los ejes coordenados; fundamentalmente las preguntas refieren a las siguientes cuestiones: *¿cuál eje era cuál?, ¿se pueden tomar distintas graduaciones para cada uno?, ¿hay que empezar desde el número cero?, ¿hay que unir los puntos?* (Figura 19 y ANEXO II.A). En algunos casos se presentan dificultades al establecer una escala única para ambos ejes sin considerar los valores que se representan sino sólo su posición en la tabla como se observa en el ejemplo de la Figura 20.

La socialización

La Figura 21 muestra la producción compartida en el pizarrón de la actividad Nº 3.

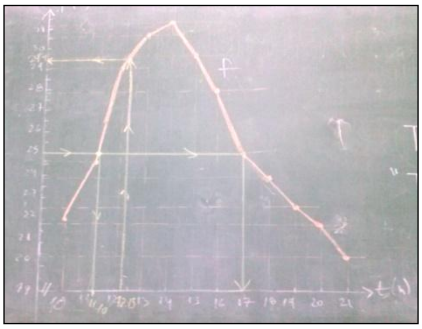


Figura 21. Respuesta Actividad Nº 3. Registro del pizarrón

Clase III (18/8): Situación de aula Nº 4. OBSERVACIÓN Nº 1 (dictar y registrar en la carpeta)

En cuanto a la segunda parte (ANEXO II B y C), uno de los grupos comenzó a responder sin objeciones pero el resto cuestionó la finalidad de desarrollar dicha actividad. La voces más escuchadas: *¿Para qué si va dar igual?*, *¡Es lo mismo!* La respuesta preparada: Es posible, pero veamos.

A dos de los grupos fue necesario aclararles que la consigna decía a partir de la gráfica y no a partir de la tabla, de este modo el análisis de los grupos produjo un nuevo valor para la hora a la cual la temperatura fue de 25º. Es importante destacar que la actividad no pedía encontrar diferencias entre las dos resoluciones, sin embargo al resolver a partir de la gráfica, centran su atención en la información que la gráfica aporta a su propia producción. El siguiente diálogo resulta sumamente ilustrativo.

***A**: ¡Pero en la tabla no está 11:15!*

***P**: Es cierto, pero en algún momento fue la hora 11:15, ¿verdad?*

***A**: Y si*

***P**: Y en ese momento ¿cuál era la temperatura estimada?*

***A**: Veinticinco*

***P**: ¿Cómo sabemos?*

***A**: Porque está en el dibujo*

La siguiente interacción discursiva, anticipada con el fin de reforzar la idea de que la representación gráfica como herramienta matemática, no sustituye la producción inicial sino que facilita su análisis.

P: *¿Aporta algo más la gráfica?*

A: *¿Cómo?*

P: *Si además de mostrar que a las 11:15 la temperatura también era veinticinco.*

A: *No, da lo mismo pero se ve.*

P: *¿Qué se ve?*

A: *La temperatura más alta*

P: *¿Algo más?*

A: *Cuando sube y cuando baja*

P: *¿Y?*

(breve silencio)

P: *¿Qué no se ve?*

A: *No entiendo/ ¿cómo?/ ¿de qué?*

P: *¿Cuál es la temperatura a las 07:00?*

A: *No está.*

P: *Ni siquiera está en la gráfica, por eso no se puede ni estimar.*

Al analizar el problema a partir de la representación gráfica se puede observar que: (1) la temperatura fue 25ºen dos momentos distintos del día y no sólo a las 17h, (2) que la temperatura a las 12:15 se puede estimar con mayor precisión, (3) las 07:00 no está en la gráfica, por lo cual no se pueden obtener conclusiones de dicha hora; (4) la máxima, la mínima, cuando aumenta y cuando disminuye se perciben visualmente.
En general observamos que una gráfica brinda más información que una tabla de valores

Figura 22. Observación Nº 1. Elaboración propia

En esta observación (Figura 22) se refuerzan las variables didácticas que se quieren estabilizar, y una vez más, al transponer el conocimiento científico en su versión escolar, se debe negociar la inexactitud de dicho conocimiento científico (ya que no es cierto que la gráfica se corresponda con la tabla) en favor de los aprendizajes que se plantean a partir de las producciones iniciales de los alumnos.

Clase IV (20/08/15): Situación de aula Nº 5. ACTIVIDAD Nº 4 (Ej. 35)

Se da inicio recuperando las producciones de la clase anterior

Conducta de anticipación

La actividad (Figura 23) busca establecer una relación entre la semántica pragmática asociada a la palabra *función*, y su significado matemático, asociando inicialmente la noción de función con la de dependencia entre variables. Es importante notar que su definición sólo se establecerá al final de la secuencia.

En relación al problema anterior:

(a)¿Es correcto decir que la temperatura depende de la hora del día?...........................

(b) ¿Qué factor puede ser determinante para esta dependencia?..................................

(c) Cuando un comentarista deportivo dice que el juego de la selección argentina de fútbol, ***está en función*** *de lo que pueda hacer Messi; ¿A qué se refiere? …………………*

(d)¿Sería apropiado decir qué la temperatura es función del tiempo? ¿Por qué?...........

Figura 23. Enunciado Actividad Nº 4. Elaboración propia

Contenido implícito

Relación entre variables dependientes y variables independientes.

La interacción discursiva y las producciones

En la figura 24 y ANEXO II.D se muestran algunas producciones

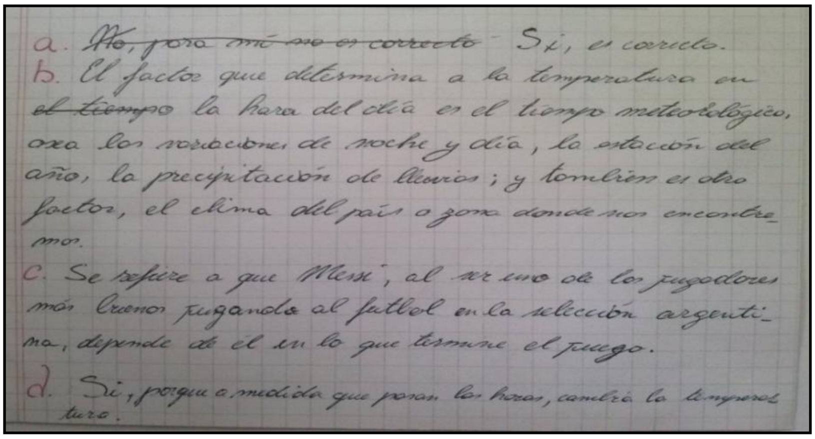

a. ~~No, para mí no es correcto~~ Sí, es correcto.
b. El factor que determina a la temperatura en ~~el tiempo~~ la hora del día es el tiempo meteorológico, osea las variaciones de noche y día, la estación del año, la precipitación de lluvias; y también es otro factor, el clima del país o zona donde nos encontremos.
c. Se refiere a que Messi, al ser uno de los jugadores más buenos jugando al futbol en la selección argentina, depende de él en lo que termine el juego.
d. Sí, porque a medida que pasan las horas, cambia la temperatura.

Figura 24. Respuesta Actividad Nº 4, extraído carpeta de trabajo Grupo 3

El inciso (b), como era de esperar, abrió el debate por cuestiones climatológicas varias pero fortaleció la idea de dependencia; el (c) en cambio, al tratar de un personaje deportivo de conocimiento masivo, unificó la mirada hacia la idea que "*función"* refiere a "*depende de*". El inciso (d) recupera la idea de dependencia, apoyado en el inciso (c). Sin la presencia del inciso (c), este último hubiera terminado en el debate climatológico antes mencionado, diluyendo la relación "*función-depende de*".

Clase IV (20/08/15): Situación de aula Nº 6. OBSERVACIÓN Nº 2

La observación (Figura 25) busca establecer el primer contacto con los desempeños comunicacionales mínimos requeridos, es decir: que los alumnos comprendan ¿qué significa el concepto?, ¿cómo se escribe?, ¿cómo se lee? y ¿cómo se habla? Por otra parte, se distancia de la relación variable independiente-*x*, variable dependiente-*y*. Si bien es claro que comenzar con una situación en la cual la variable independiente sea el tiempo implica cierto riesgo de asociación directa de dichos conceptos, las ventajas de utilizarla serán evidentes en las siguientes situaciones de trabajo.

En base a lo analizado anteriormente podemos concluir :(1) el tiempo fluye libremente, independientemente del observador que lo percibe, por lo cual es la ***variable independiente;****(2) El valor de la temperatura depende del momento del día al cual hacemos referencia, por lo cual diremos que es la* ***variable dependiente****; (3) podemos afirmar que la temperatura es función del tiempo;(4)Si con la letra* ***T*** *representamos la temperatura, con la* ***t*** *el tiempo, y con la* ***f*** *la palabra función, la situación anterior la podemos expresar simbólicamente* ***T = f(t)****, se lee "T igual a f de t "y significa la temperatura es función del tiempo.*

Figura 25. Observación Nº 2. Elaboración propia

Clase IV (20/08/15): Situación de aula Nº 7. ACTIVIDAD Nº 5 (Ej. 36)

Conducta de anticipación

Se recurre a la memoria de corto plazo para interpretar las representaciones simbólicas y establecer la capacidad de análisis fuera de un contexto gráfico. Se enuncian (Figura 26) las variables en un orden predeterminado y se requiere el análisis de expresiones que no respetan dicho orden de aparición. Si la noción de variable y dependencia se perfilan ya como conceptos, esta "trampa visual" no debiera tener efecto sobre las producciones.

En esta actividad el significado de las letras que aparecen es el siguiente:
T*(temperatura),* ***t****(tiempo),* ***P****(presión),****V****(volumen),* ***C****(costo),* ***d****(demanda),* ***v****(velocidad),* ***a****(aceleración),* ***m(****masa****)****. A continuación, se dan expresiones simbólicas y para cada una de ellas se pide: (a) ¿Cuál es la variable independiente?; (b) ¿Cuál es la variable dependiente? (c) ¿Cómo se lee la expresión?; (d) ¿Qué significa?*
1. ***a****=f (****m****), 2.* ***V****=f (****P****), 3.****P****=f (****T****), 4.* ***v****=f (****t****), 5.* ***C****=f (****d****).*

Figura 26. Enunciado Actividad Nº 5. Elaboración propia.

La interacción discursiva y las producciones

A continuación (Figuras 27 y 28), se presentan algunas de las producciones.

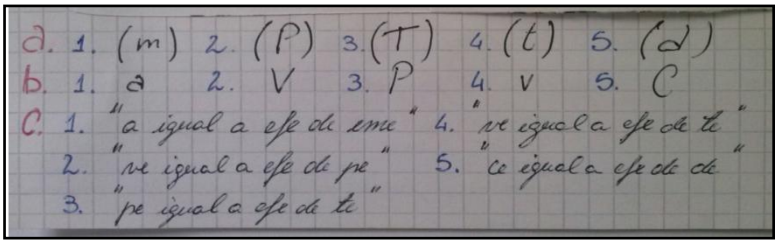


Figura 27. Respuesta Actividad Nº 5, extraída de carpeta de trabajo Grupo 3

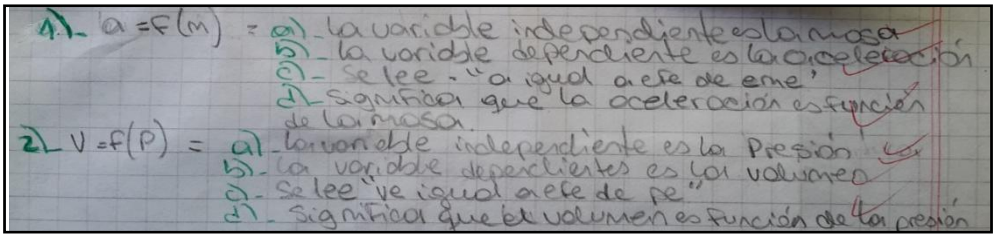


Figura 28. Respuesta Actividad Nº 5, extraída de carpeta de trabajo Grupo 1

Del análisis de las producciones de los grupos, nuevamente se puede observar la flexibilidad con la que analizan el enunciado en términos de organización, sin esperar que el profesor demande el respeto por un orden de resolución establecido. En cuanto al contenido, las representaciones simbólicas son adecuadas, sin embargo dos grupos dejan entrever que el significado de función está en plena etapa de construcción compartida. El primer grupo expresa "la aceleración **está en** función de la masa" (ANEXO II E), en lugar de "la aceleración es función de la masa" y, el segundo grupo, "la aceleración **es la** función de la masa" (ANEXO II G); un aspecto sintáctico que deja entrever la cuestión semántica. Otra imagen (ANEXO II F) también muestra un grupo con un interesante proceso de construcción del significado; en el inciso (b)1 señala "la aceleración es dependiente de la masa" dejando en evidencia la asociación "*depende de- es función de*", aunque lo que se pedía era identificar la variable dependiente, es decir simplemente aceleración; del mismo modo en el (a)1 indica "la masa es independiente de la aceleración", siendo lo requerido identificar la variable independiente. Al recorrer los grupos de trabajo, este caso particular reflejó en la escritura, una combinación de la postura de uno de los individuos que identificó visualmente la variable independiente como "la que está entre paréntesis", con la de otros que buscaron el significado a partir de la lectura de la expresión como un todo. Otro grupo (Figura 28) por su parte, analizó correctamente todos los aspectos requeridos. Como se puede apreciar, el hecho de que las variables se enumeren en un orden determinado y que la consigna de análisis no respete este orden, rompe con la estructura escolar matemática de esperar que lo que aparece primero se haga primero.

Clase IV (20/08/15): Situación de aula Nº 8. OBSERVACIÓN Nº 3

Se escoge este momento de la secuencia para establecer que el objeto matemático *función* es independiente de la letra que lo designa (Figura 29) y que ésta, a su vez, tiene carácter de etiqueta o letra objeto de acuerdo a los niveles propuestos en 1980 por Küchemann (García Suárez, Segovia Alex y Lupiáñez Gómez, 2014).

En estos ejemplos utilizamos siempre la letra f, para designar la palabra función, en general se puede utilizar cualquier letra para referirse a función, siendo las letras más comunes f, g, h.

Figura 29. Observación Nº 3. Elaboración propia

Clase V (25/08/15)

La clase da inicio con una evocación de la clase anterior en forma compartida como se muestra en la Figura 30.

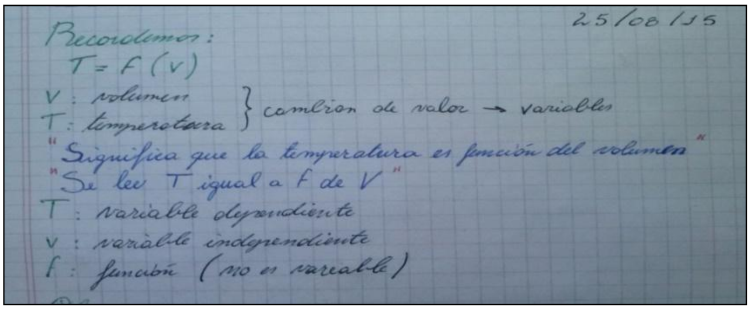


Figura 30. Evocación de la clase anterior, extraída de carpeta de trabajo Grupo 3

Clase V (25/08/15): Situación de aula Nº 9. ACTIVIDAD Nº 6 (Ej. 37)

Conducta de anticipación

La actividad (Figura 31) está diseñada para recuperar los saberes construidos hasta el momento, reforzar las producciones a partir de expresiones retóricas y romper rápidamente con la idea de que los valores de la tabla deben estar aglomerados en torno a un valor de referencia.

La siguiente tabla representa el peso de un mamífero al aumentar su edad.

e(meses)	*P(gramos)*
0	*250*
1	*300*
2	*400*
3	*650*
4	*1000*
5	*1500*

(a) Representar gráficamente; (b) Identificar las variables y expresar la relación simbólicamente; (c) ¿Cuál es el peso a los tres meses?; (d) ¿Cuál es el significado de e= 0 meses? ; (e) ¿A qué edad pesa 400 gramos?; (f) ¿A qué edad pesa 1125 gramos?; (g)¿A qué edad pesó 110 gramos?;(h)¿Cuál es el peso a los 2 años?

Figura 31. Enunciado Actividad Nº 6. Elaboración propia

La situación elegida coincide con dos de los tres aspectos que deben aparecer en un problema para ser considerado auténtico, según Palm (2008). El **evento** efectivamente ocurre fuera de la escuela, y la **pregunta** responde a una situación fuera de la escuela. El tercer aspecto, **información y datos**, no cumplen con la existencia fuera de la escuela, sin embargo podría coincidir con los datos de un perro de raza pequeña u otro tipo de mamífero. El punto central es que los datos presentados se ajustan a las variables didácticas que se quieren estabilizar y favorecer la construcción compartida de significados, a pesar de que no reflejen un caso real. Si bien es cierto que, en principio es posible presentar una tabla con valores reales, cabe preguntarse qué tan interesante podría ser para un joven de quince años conocer cómo evoluciona el peso de un perro de raza pequeña en función de la edad, y si esto último legitima crear una tabla de valores.

Contenidos implícitos

Dominio de una función; imagen de un valor; preimagen de un valor.

La socialización

En la figura 32 se presenta la resolución en el pizarrón.

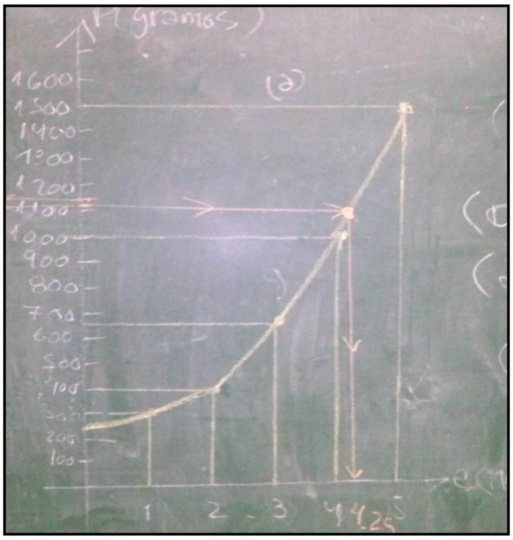


Figura 32. Respuesta Actividad Nº 6. Registro de pizarrón

La interacción discursiva y las producciones

La Figura 33 muestra la producción de uno de los grupos de trabajo.

La única situación que generó cierto grado de inquietud fue el significado de “cero meses”, lo cual fue resuelto por los propios alumnos sin intervención del docente. No se efectuaron preguntas sobre el mamífero en cuestión. Una de las producciones

(ANEXOII H), muestra como el grupo no ha construido el significado de dominio de una función, ya que estima el peso a los dos años; por otra parte, otro grupo

(ANEXO II I), muestra cómo relacionan los dos años de la pregunta con el dos de la tabla que corresponde a los meses. Finalmente, algunos grupos ya han elaborado mentalmente el concepto de dominio e imagen como se muestra en la Figura 33, donde las respuestas (g) y (h) son correctas.

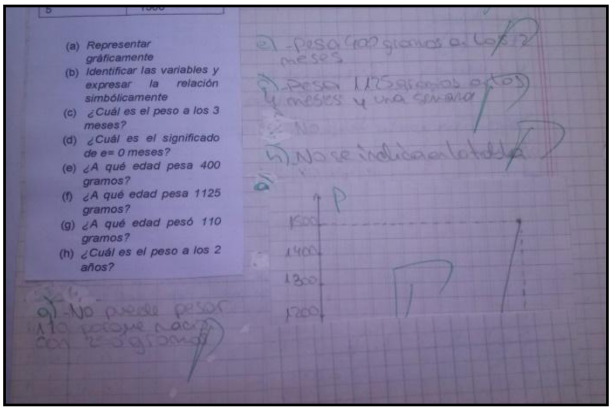


Figura 33. Respuesta Actividad Nº 6, extraída carpeta de trabajo Grupo 1

Clase V (25/08/15): Situación de aula Nº 10. OBSERVACIÓN Nº 4

La observación (Figura 34) tiende a reforzar las producciones de los alumnos que conducen al concepto de dominio e imagen de una función de dominio real. Se insiste con la inexactitud del conocimiento científico (ya que si bien es correcto que la gráfica brinda más información que una tabla de valores, no es cierto la gráfica representada por los alumnos sea una inferencia justificada y directa de la tabla de valores), en favor de los aprendizajes a partir de la valoración de las propias producciones.

Nuevamente observamos que un gráfico brinda más información que una tabla de valores, pero no se pueden obtener conclusiones más allá de los límites de la propia tabla, por lo tanto:

Figura 34. Observación Nº 4. Elaboración propia

Clase VI (27/08/15): Situación de aula Nº11. DEFINICIÓN Nº1

Se recupera la actividad anterior verbalmente y el docente reproduce la gráfica buscando establecer rápidamente el vínculo entre el concepto que ha adquirido status de objeto matemático (Figura 35), con la producción de los alumnos y con la representación simbólica.

Llamamos dominio de la función (g) a todos los valores que toma la variable independiente y lo abreviamos: dom g. En el ejemplo anterior la variable independiente toma valores desde el 0 hasta el 5, lo cual abreviamos dom g= [0,5].

Figura 35. Definición Nº1. Elaboración propia

Clase VI (27/08/15): Situación de aula Nº 12. DEFINICIÓN Nº 2

Luego de recuperar la definición de *dominio* de la clase anterior, se define *imagen* de una función (Figura 36).

Llamamos imagen de la función (g) a los valores que toma la variable dependiente y lo abreviamos Im g. En el ejemplo anterior la variable dependiente toma valores desde el 250 hasta el 1500, lo cual abreviamos Im g= [250,1500].

Figura 36. Definición Nº 2. Elaboración propia

Clase VI (27/08/15): Situación de aula Nº 13. OBSERVACIÓN N° 5

Se refuerza la importancia de la escritura como parte del aprendizaje. Se omite la referencia en relación a cómo se leen las expresiones para observar qué ocurre cuando tal lectura es requerida en distintas instancias de evaluación interpretativa (Figura 37).

En la **ACTIVIDAD Nº6**, *la pregunta (c) se puede expresar simbólicamente* ***g (3)=***, *la pregunta (d) a su vez la abreviaríamos* ***g (0) =***, *la (e) se expresa* ***g (t) = 400*** *y la (f) por su parte se puede expresar* ***g (t) =1125***.

Figura 37. Observación Nº 5. Elaboración propia

Clase VI (27/08/15): Situación de aula Nº 14. ACTIVIDADNº 7 (Ej. 38)

Conducta de anticipación

La actividad (Figura 38) propuesta refuerza la idea general que se desea instalar en relación a la existencia de los objetos matemáticos y la función del docente como "comunicador oficial" en lenguaje matemático de los significados construidos por los alumnos, en forma compartida.

Teniendo en cuenta la **ACTIVIDAD Nº1,** *indicar simbólicamente las preguntas c, d, e, y f y expresar el dominio y la imagen de dicha función*

Figura 38. Enunciado Actividad Nº 7. Elaboración propia

La interacción discursiva y las producciones

La Figura 39 muestra una de las producciones de esta actividad.

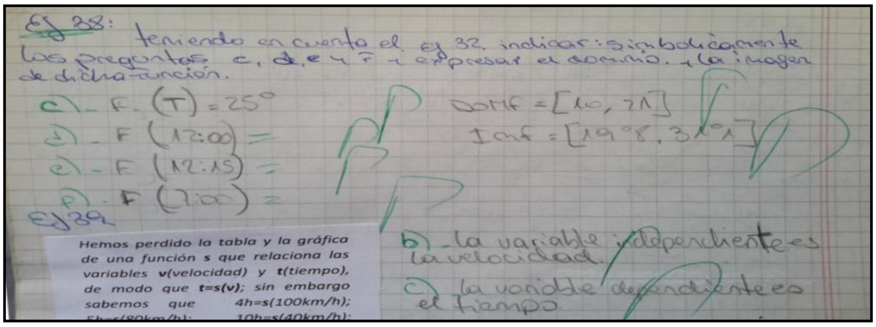


Figura 39. Respuesta Actividad Nº 7, extraída de carpeta de trabajo Grupo 2

En esta producción se destacan algunas cuestiones simbólicas tales como, la omisión del signo igual y nuevamente la tolerancia con la necesaria inexactitud del contenido matemático para favorecer los aprendizajes. La imagen de la función está correctamente identificada; sin embargo 19º8 y 31º1, no son números reales y por lo tanto no es correcto su uso como extremos de un intervalo real cerrado (Figura 39).

Clase VI (27/08/15): Situación de aula Nº 15. ACTIVIDAD Nº 8 (Ej. 39)

Conducta de anticipación

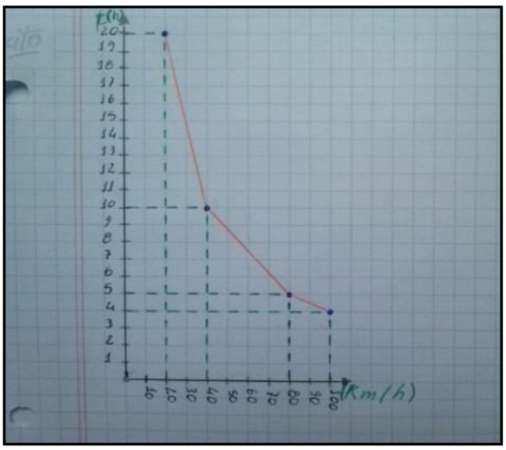
La Actividad N° 8 (Figura 40), es una actividad, en la cual los distintos grupos de trabajo, deberán mostrar su capacidad de operar flexiblemente con lo aprendido.

*Hemos perdido la tabla y la gráfica de una función **s** que relaciona las variables **v**(velocidad) y **t**(tiempo), de modo que **t=s(v)**; sin embargo sabemos que 4h=**s**(100km/h); 5h=**s**(80km/h); 10h=**s**(40km/h); 20h= **s**(20km/h) . (a) Armar una tabla de la función **s** con dicha información; (b) ¿Cuál es la variable independiente?; (c) ¿Cuál es la variable dependiente?; (d) Representar gráficamente dicha función; (e) Expresar el dominio y la imagen de la función*

Figura 40. Enunciado Actividad N° 8. Elaboración propia

La interacción discursiva y las producciones

A continuación algunas Figuras (41 y 42) representativas de las producciones.



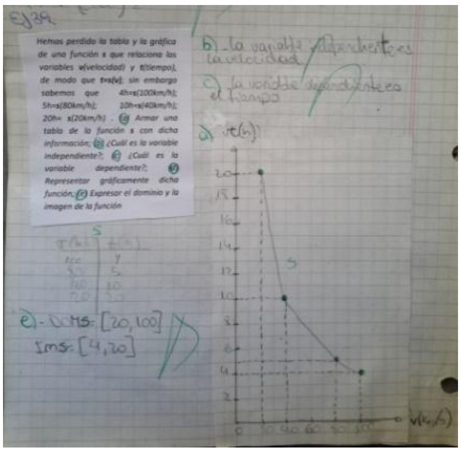


Figura 41. Resolución Actividad Nº 8, extraída de Carpeta de trabajo G 2

Figura 42. Resolución Actividad Nº 8, extraída de Carpeta de trabajo G 1

Algunas figuras (ANEXO II J y K) muestran distintos niveles de flexibilidad para organizar la variable independiente en la tabla de valores, es decir, en orden creciente como se han presentado todas las tablas, en orden decreciente como se interpretan del enunciado y sin orden establecido. También se puede observar (ANEXO II L) como un grupo aún confunde *variable independiente* con *dominio de la función* y *variable dependiente* con *imagen de la función*; las otras imágenes muestran grupos que si han construido los significados; sin embargo unos utilizan expresiones retóricas (la variable independiente es la velocidad), y otros simbólicas ("**v** es independiente"), interpretando que la letra **v** no sólo designa a la variable independiente sino que además lleva implícito el concepto de variable. Por último, en la Figura 41 se observa un grupo que representa la función sin armar la tabla, a pesar de que era lo pedido en el inciso (a); es decir, han elaborado mentalmente el concepto de función asociando las representaciones semióticas, como *4h=***s** *(100km/h)* con el punto (100,4) del plano. Lo mismo ocurre con el grupo de la figura 42, donde también se observa que la tabla es un agregado con distintos tipos de letra al final de la actividad, producto de la discusión. Es claro para estos grupos de trabajo, que el peligro de que la tabla de valores se transforme en un requisito indispensable para la existencia de la función de dominio real, no representa un riesgo real.

Clase VII (03/09/15): Situación de aula Nº16. ACTIVIDAD Nº 9 (Ej. 40)

Conducta de anticipación

Una actividad (Figura 43) que permite poner en evidencia el nivel de comprensión de los conceptos ya definidos y que anticipa contenidos desde las nociones de los alumnos.

La siguiente tabla muestra la ganancia de una empresa en el primer semestre del año 2014.

t(mes)	*G(millones de pesos)*
Enero	*3*
Febrero	*4.5*
Marzo	*7*
Abril	*5*
Mayo	*4.2*
Junio	*2.8*

(a)Representar gráficamente la ganancia en función del tiempo (numerando los meses); ;(b) Indicar cada una de las variables y expresar simbólicamente la relación;(c) Indicar el dominio y la imagen de la función h;(d) Indicar la ganancia en el mes de Abril;(e) ¿Cuál es la máxima ganancia y cuando ocurre?
(f) h (5)= ;(g) h (t)=4.5;(h) ¿En qué intervalo de tiempo la ganancia crece?;(i) ¿En qué intervalo la ganancia decrece?;(j) ¿Cuál será la ganancia del mes de Octubre?

Figura 43. Enunciado Actividad Nº 9. Elaboración propia

También se somete a tensión el concepto de dominio, como conjunto continuo de valores reales, expresándolo en palabras que designan un conjunto discreto.

Contenidos implícitos

Máximo absoluto; intervalo de crecimiento; intervalo de decrecimiento.

La interacción discursiva y las producciones

Resulta de interés destacar como responden correctamente al concepto de dominio identificándolo como intervalo de números reales y sin embargo las respuestas son de carácter retórico al analizar correctamente los intervalos de crecimiento, intervalos de decrecimiento y máximo que no han sido institucionalizados (Figura 44).

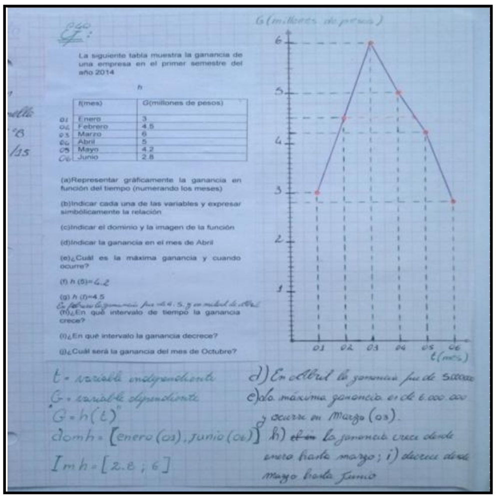


Figura 44. Resolución Actividad Nº 9, extraída de carpeta de trabajo Grupo 3

Clase VII (03/09/15): Situación de aula Nº 17. OBSERVACIÓN Nº 6

La secuencia no incluye el tratamiento de funciones definidas por fórmula, pero la observación anticipa el concepto de función como terna ordenada $f = (F, A, B)$ (Figura 45), donde F es una *gráfica funcional*, A el *dominio* y B la *imagen*, lo que permitirá reforzar la idea de que una función no es una ecuación. La abreviatura introducida responde a los formatos propios del estudio de funciones desde una perspectiva de Teoría de Conjuntos (Oubiña, 1965).

La información obtenida en los puntos (b) y (c) del problema anterior se puede expresar en una forma simbólica más concisa:

$h: [1,6] \to [2.8,6]$

$G = h(t)$

Es decir en primer lugar la letra que abrevia el nombre de la función (en este caso h), luego: seguidamente, entre corchetes, el dominio de la función (en este caso $[1,6]$*), seguido de una flechita* ($\to$)*, luego de lo cual aparece la imagen de la función (en nuestro ejemplo (*$[2.8,6]$*). Debajo la relación entre las variables (*$G = h(t)$*).*

Figura 45. Observación Nº 6. Elaboración propia

Clase VII (03/09/15): Situación de aula Nº 18. ACTIVIDAD Nº 10 (Ej. 41)

Conducta de anticipación:

Una actividad (Figura 46) con la finalidad de recurrir a la memoria de corto plazo para favorecer el análisis e interpretación de lo que se incorpora como una norma de escritura abreviada, pero que encierra una mirada conceptualmente profunda de lo que una función es.

En cada uno de los siguientes casos indicar: (a) nombre de la función; (b) variable independiente; (c) variable dependiente; (d) dominio de la función;(e) imagen de la función; (f) ¿cómo se lee la expresión?; (g) ¿qué significa?

1. $f: [0,8] \to [5,8] \quad m = f(t)$

2. $g: [20,80] \to [15,28] \quad r = g(s)$

Figura 46. Enunciado Actividad Nº 10. Elaboración propia

La interacción discursiva y las producciones

Las producciones son las esperadas, dada la baja complejidad de la actividad, pero aún así se destaca la riqueza de los distintos modos de expresar las respuestas, asumiendo como natural de la actividad matemática, la validez de la diversidad. En este caso sólo se trata de modos organizativos, un grupo responde a lo esperado, es decir el punto 1 y todos sus incisos y lo mismo con el punto 2; y el otro grupo decide analizar a partir de cada inciso, el punto 1 y el 2 (ANEXO II M y N).

Clase VIII (08/09/15)

Título: Prueba escrita presencial de resolución por parejas (ANEXO III.B)

Clase IX (15/9/15): Situación de aula Nº 19. ACTIVIDAD Nº 11 (Ej. 42)

La actividad 11(Figura 47) se utiliza para introducir máximos y mínimos

La siguiente tabla muestra la temperatura de una persona enferma, durante el día (devolución de la prueba escrita presencial por parejas)

f

t(hora)	*T(ºC)*
8	*38*
9	*39*
10	*38.5*
11	*38*
12	*37.7*
13	*37.2*
14	*36.5*

(a)¿Cuál es la temperatura a las 9hs?; (b) ¿En qué momento la temperatura es 37.2°?; (c) ¿En qué momento alcanza la máxima temperatura?; (d) ¿Cuál es la mínima temperatura alcanzada?;(e) ¿En qué instantes la temperatura disminuye?;(f) ¿En qué momento la temperatura es de 40°?

Figura 47 .Enunciado Actividad Nº 11. Elaboración propia

La interacción discursiva y las producciones

La Figura 48 es representativa de la producción de un grupo de trabajo

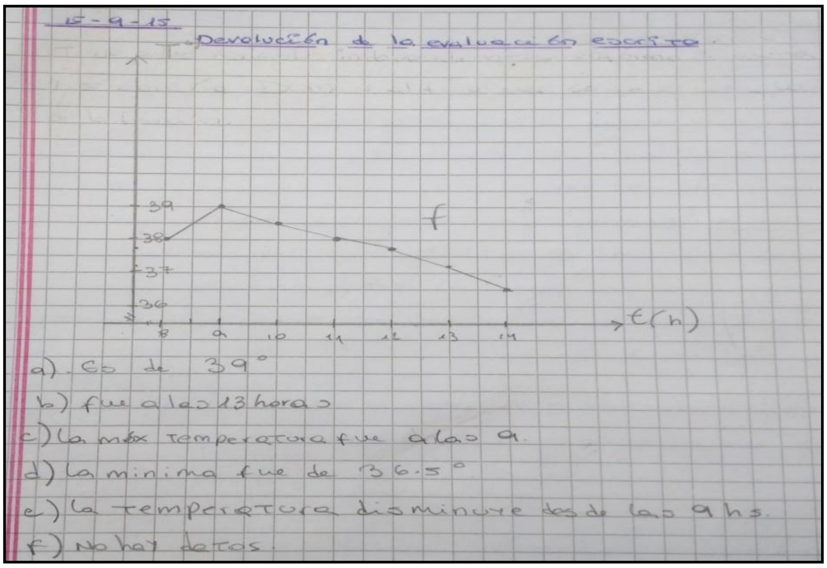


Figura 48. Resolución Actividad Nº 11, extraída carpeta de trabajo Grupo 2

La devolución se realiza en forma escrita, se socializan verbalmente aquellas cuestiones que representan dificultades de índole general y se trabaja con casos individuales. Nuevamente se destaca la expresión retórica para la temperatura mínima (36º5).

Clase X (17/09/15): Situación de aula Nº 20. DEFINICIÓN Nº 3

En esta etapa de la secuencia el alumno se ha familiarizado con el concepto de máximo desde sus nociones cotidianas y su expresión retórica. El momento resulta conveniente para definir el concepto, aclarar las representaciones simbólicas y esperar, sin anticipar, que surja el conflicto con aquellos alumnos que verán el máximo en el valor de la imagen y no su relación con el dominio (Figura 48).

Decimos que una función tiene un máximo absoluto en aquel punto del dominio para el cual la imagen es máxima. En la actividad 11, f tiene un máximo absoluto en t=9 y se abrevia MA: t=9

Figura 49. Definición Nº 3. Elaboración propia

La siguiente frase fue utilizada en varios momentos de la secuencia para reforzar las propias producciones y la confianza de que efectivamente pueden identificar un máximo en una gráfica: "Es importante que no abandonen los conocimientos que ya demostraron tener, ¡yo!, aporto la escritura y la lectura, ¡ustedes! los conceptos".

Clase X (17/09/15): Situación de aula Nº 21. OBSERVACIÓN Nº 7

Esta observación (Figura 50) establece el posicionamiento epistemológico analizado previamente (p.15-16). Es importante notar que el máximo es de 39º.

Notemos que si bien el valor máximo que alcanza la función es de 39º, al referirnos al mismo lo hacemos diciendo para qué valor del dominio ocurre, es decir le estamos asignando una mayor importancia al momento en el cual ocurre el máximo.

Figura 50. Observación Nº 7. Elaboración propia

Clase X (17/09/15): Situación de aula Nº 22. ACTIVIDAD Nº 12 (Ej. 43)

Conducta de anticipación:

La actividad (Figura 51) tiene por finalidad reforzar la confianza en la propia capacidad de producir conocimiento matemático. Es claro que lo que definen es imitación de la definición anterior y, que como tal, no es realmente una definición elaborada por los alumnos, pero la posibilidad de sustituir el rol del profesor en el adecuado uso de los términos, genera un nivel de confianza y compromiso que refuerza los aprendizajes.

Definan mínimo absoluto, y expresen el mínimo absoluto de la función f **DEFINICIÓN Nº 4:** ………………………………………………………

Figura 51. Enunciado Actividad Nº 12. Elaboración propia

La interacción discursiva y las producciones

La Figura 52 muestra una de las producciones más representativas.

La definición, a solicitud del profesor fue leída por el referente de un grupo de trabajo, coincidiendo con el resto de las producciones. En dicha imagen, se pueden observar tres modos distintos de expresar un mínimo absoluto que corresponden a tres grupos distintos, al lado del tercero una aclaración que dice "abreviatura oficial". Habiendo interpretado que toda actividad o conjunto de actividades tiene un cierre con la institucionalización por parte del profesor, los alumnos recibieron con emoción el hecho de que un grupo de trabajo haya anticipado exactamente lo que el profesor iba a formalizar "*ma*: *t=14*". Lo que siguió fue algo poco frecuente en las clases de matemática: un aplauso generalizado para los productores de la notación.

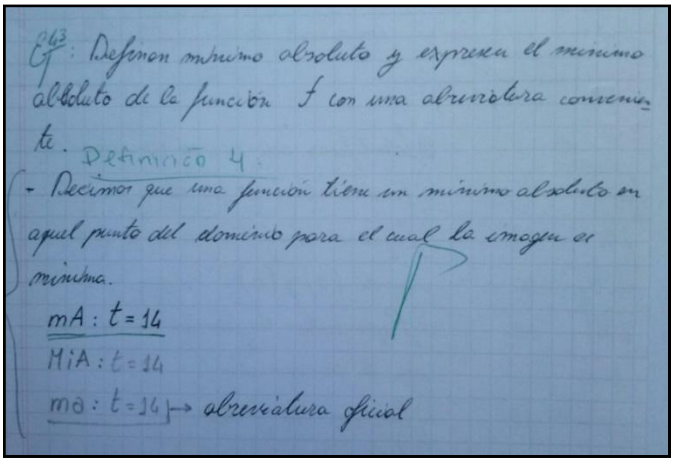


Figura 52. Resolución Actividad Nº 12, extraída carpeta de trabajo Grupo 3

Clase X (17/09/15): Situación de aula Nº 23. ACTIVIDAD Nº 13 (Ej. 44)

Conducta de anticipación

Una actividad (Figura 53) diseñada para poner en evidencia la comprensión de la notación adoptada y el valor de sus propias producciones precediendo a las mismas.

Luego de mirar nuevamente las funciones de las actividades 1 y 6, indicar máximo y mínimo absoluto de cada función:

(a) MA:…………………….
(b) ma:………………………
(c) MA:…………………….
(d) ma:…………………….

Figura 53. Enunciado de Actividad Nº 13. Elaboración propia

La interacción discursiva y las producciones

La Figura 54 corresponde al mismo grupo de trabajo (grupo 3).

La intervención docente se limitó a verbalizar lo que los alumnos ya habían analizado y es que a las 14:00 ocurría el máximo y que este era de 31º1 así como el mínimo ocurría a las 21:00 y era de 19º8 y reforzar de este modo el hecho de que la designación simbólica en relación al valor del dominio no anula los valores de imagen correspondientes al máximo y al mínimo.

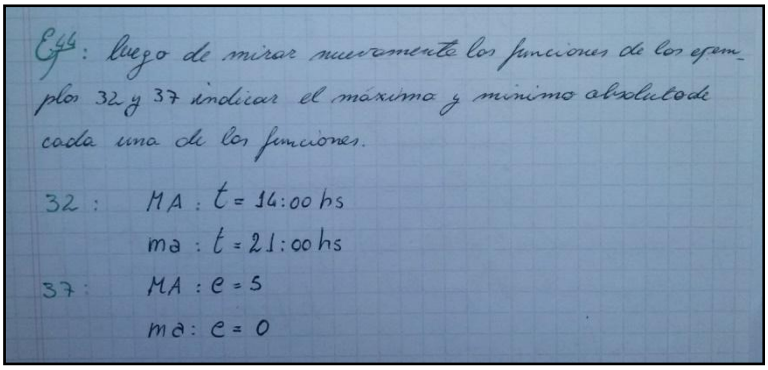


Figura 54. Resolución Actividad Nº 13, extraída carpeta de trabajo Grupo 3

Clase XI (22/09/15): Situación de aula Nº 24. ACTIVIDAD Nº 14 (Ej. 45)

Conducta de anticipación

La actividad (Figura 55) anticipa el momento más importante de la secuencia, la capacidad de definir auténticamente un concepto matemático sin ayuda del docente, motivo por el cual se utiliza una situación triplemente significativa. En primer lugar, los datos son genuinos (Boletín sobre el VIH p.38); en segundo lugar, el contenido es de carácter obligatorio en la Provincia de Buenos Aires, según la ley de Educación Sexual Integral (ESI) y en último lugar, se trabaja coordinadamente con la docente de Educación para la Salud.

Contenidos implícitos

Intervalos de crecimiento; intervalos de decrecimiento

La siguiente tabla muestra la notificación de partos en mujeres con VHI entre los años 2009 y 2013 en la provincia de Corrientes. (P es la cantidad de partos)

h

t(año)	*P*
2009	*17*
2010	*10*
2011	*12*
2012	*15*
2013	*19*

(a) Identificar cada una de las variables;
(b) Indicar el dominio e imagen de la función;
(c)Expresar simbólicamente la información de (a) y (b);
(d) Representar la función en un sistema de coordenadas; (e) Indicar MA y ma; (f) h(2010)= ;
(g) h(t)=15 ;
(h) ¿En qué intervalo de tiempo la función crece?;
(i) ¿En cuál decrece?

Figura 55. Enunciado Actividad Nº 14. Elaboración propia

Se presenta el registro de un solo grupo dada la homegeneidad de las producciones. Nuevamente se destaca el correcto análisis retórico a partir de las nociones, que precede a la institucionalización.

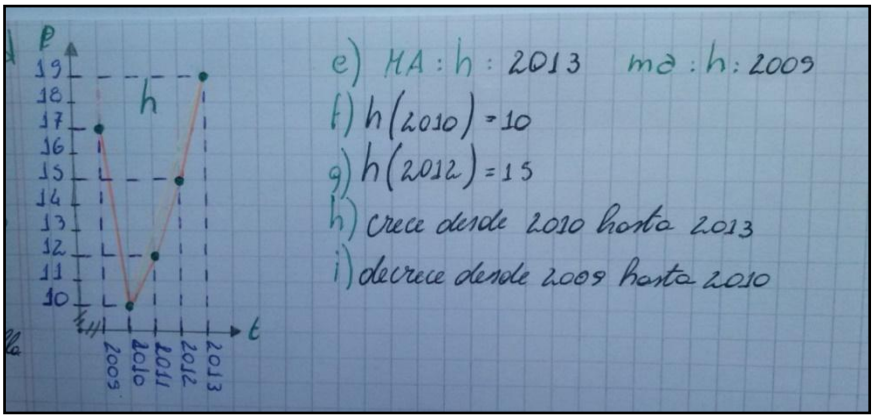


Figura 56. Resolución Actividad Nº 14, extraída carpeta de trabajo Grupo 3

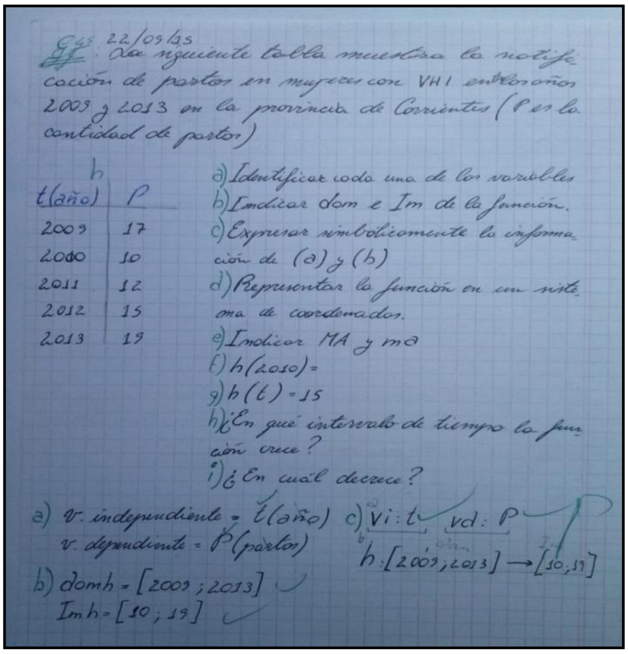


Figura 57. Resolución Actividad Nº 14, extraída carpeta de trabajo Grupo 3

Clase XI (22/09/15): Situación de aula Nº 25. ACTIVIDAD Nº 15

Conducta de anticipación

La actividad (Figura 58) se presenta a los alumnos como parte de la actividad anterior, luego de la socialización de las producciones. Lo que es posible anticipar en principio es que, no todos los grupos lograrán la escritura de la explicación; algunos grupos relacionarán directamente el concepto a "cuando sube". En primera instancia se enuncia y desarrolla el ítem (j); el docente trabaja con devoluciones a los distintos grupos de trabajo para evitar que la explicación de un grupo induzca el modo de definir solicitado en el inciso (k) de los otros grupos. Luego se propone realizar la definición destacando en la consigna dos restricciones importantes, que la definición sea para cualquier función y que se utilicen los conceptos de variable independiente y variable dependiente.

(j)	*Escribir una explicación, para una persona que no conoce, cómo identificó el intervalo en que la función crece.*
(k)	*Definir el intervalo de crecimiento para cualquier función, utilizando el concepto de variable independiente y variable dependiente.*

Figura 58. Enunciado Actividad Nº 15: inciso (j) y (k). Elaboración propia

La interacción discursiva y las producciones

Las tres definiciones, que se observan en la figura 59 y en el ANEXO II O y P evidencian, con distintas expresiones gramaticales, lo que han elaborado mentalmente, a medida que los valores de la variable independiente aumentan, también lo hacen los valores de la variable dependiente.

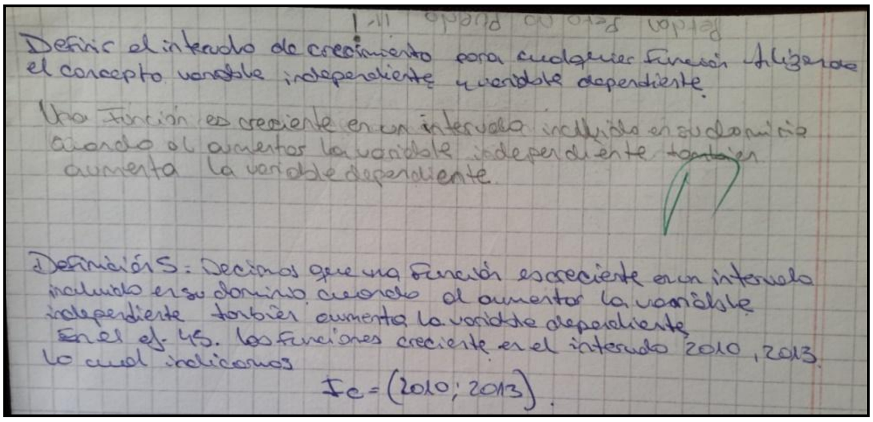

Definir el intervalo de crecimiento para cualquier función utilizando el concepto variable independiente y variable dependiente.
Una función es creciente en un intervalo incluido en su dominio cuando al aumentar la variable independiente también aumenta la variable dependiente.
Definición 5: Decimos que una función es creciente en un intervalo incluido en su dominio cuando al aumentar la variable independiente también aumenta la variable dependiente.
En el ej. 45. las funciones creciente en el intervalo 2010, 2013 lo cual indicamos
$Ic = (2010; 2013)$.

Figura 59. Resolución Actividad Nº 15 (j) y (k), extraída de carpeta de trabajo G 1

Clase XI (22/09/15): Situación de aula Nº 26. DEFINICIÓN Nº 5

La definición seleccionada (Figura 60) inicialmente para realizar la trasposición didáctica era otra, matemáticamente más adecuada, ya que la variable independiente no aumenta, es siempre la misma, lo que debiera referir es al aumento de los valores de la variable independiente, y otro tanto debiera ocurrir con el rol de la variable dependiente en la definición.

Decimos que una función es creciente en un intervalo incluido en su dominio, cuando al aumentar la variable independiente también aumenta la variable dependiente.
En la actividad 14 la función es creciente en el intervalo (2010, 2013), lo cual indicamos

Figura 60. Definición Nº 5. Elaboración propia

El cambio en favor de esta definición instititucionalizada se debe a que si observamos la Figura 59 es exactamente la producción de un grupo que destaca "en un intervalo incluido en su dominio". La profundidad de la conceptualización matemática implicada en la frase es tal, que bien merecía ser la versión escolar del conocimiento científico. Hay dos aspectos más que destacar, el primero es que en dicha imagen se puede apreciar, a vista directa que la redacción final, no está exenta de correcciones que son producto de la interacción de los miembros del grupo; la segunda cuestión, es que si se pone atención a la parte superior de la mencionada figura, hay una frase invertida con una grafía distinta, que expresa "*Perdón Pero no Puedo ir ¡"*. Se destaca este aspecto porque la escritura invertida es consecuencia de una alumna, par del grupo, que se encuentra enfrentada espacialmente a la referente y está, al igual que la referente, atendiendo cuestiones sociales ajenas al trabajo escolar y al mismo tiempo haciendo matemática. Este hecho es aún más destacado si se tiene en cuenta que se trata de la actividad central de la secuencia y que el grupo en cuestión es autor de la definición institucionalizada. Una vez más, es oportuno destacar que los modos en que se comunican las nuevas culturas juveniles son múltiples, simultáneos y adaptables a propuestas didácticas que contemplen la posibilidad de participar activamente en la construcción de significados matemáticos. Por último el poder de impacto afectivo-intelectual que representa registrar en las carpetas una definición elaborada y redactada por un grupo de compañeros no tiene contrapartida desde idéntica situación aportada por el profesor.

Clase XI (22/09/15): Situación de aula Nº 27. ACTIVIDAD Nº 16 (Ej. 46)

Conducta de anticipación

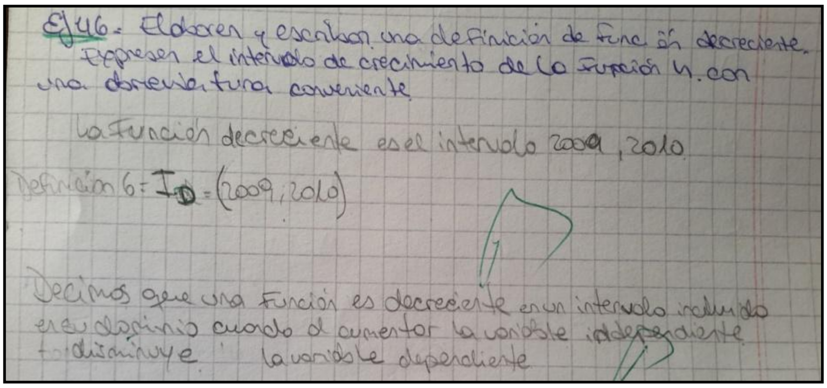
Nuevamente, al igual que en la actividad destinada a definir mínimo absoluto, (Actividad Nº 12), la finalidad es reforzar la confianza en la propia capacidad de producir conocimiento matemático (Figura 61). Aquí también queda claro que lo que definen es imitación de la definición anterior, pero a diferencia del mínimo absoluto, se trata realmente de una definición elaborada por los alumnos, que es consecuencia directa de una producción propia anterior sabiéndose con la capacidad de sustituir el rol del profesor en el adecuado uso de los términos. Está claro además, para todos los actores que, dadas las intervenciones docentes, el profesor es siempre el que enseña y el alumno es el que aprende.

Elaboren una definición de función decreciente, y expresen el intervalo de decrecimiento de la función h, con una abreviatura conveniente. **DEFINICIÓN Nº 6**:……………………………………………………………………………

Figura 61. Enunciado Actividad N° 16. Elaboración propia

La interacción discursiva y las producciones

Las Figuras 62 y 63 ilustran las producciones.

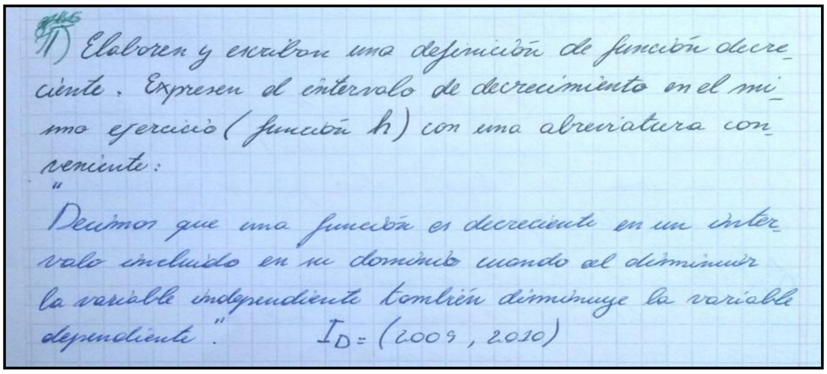

Ej 46 - Elaboren y escriban una definición de función decreciente. Expresen el intervalo de crecimiento de la función h, con una abreviatura conveniente

La función decreciente es el intervalo 2009, 2010

Definición 6: $I_D = (2009; 2010)$

Decimos que una función es decreciente en un intervalo incluido en su dominio cuando al aumentar la variable independiente disminuye la variable dependiente

Figura 62. Resolución Actividad Nº 16, extraída de carpeta de trabajo Grupo 1


46 1) Elaboren y escriban una definición de función decreciente. Expresen el intervalo de decrecimiento en el mismo ejercicio (función h) con una abreviatura conveniente:

"Decimos que una función es decreciente en un intervalo incluido en su dominio cuando al disminuir la variable independiente también disminuye la variable dependiente". $I_D = (2009, 2010)$

Figura 63. Resolución Actividad Nº 16, extraída de carpeta de trabajo Grupo 3

En el caso de la Figura 62, se muestra la producción de casi la totalidad de los grupos y corresponde al grupo que definió intervalo de crecimiento; en la Figura 63, observamos la producción de un grupo (el mismo del ANEXO II O en la definición de intervalo de crecimiento) que escribe incorrectamente la definición ya que utiliza como criterio de elaboración, lo que ya les había "funcionado" al definir mínimo absoluto, es decir, cambiaron solamente la palabra disminuye; sin embargo identifican y refieren el intervalo de decrecimiento en forma adecuada.

Clase XI (22/09/15): Situación de aula Nº 28. ACTIVIDAD Nº 17 (EJ. 47)

Conducta de anticipación

Una vez más, una actividad (Figura 64) diseñada para poner en evidencia la comprensión de la notación adoptada y el valor de sus propias producciones en actividades precedentes a partir de las nociones que ya poseían.

En las actividades 1, 6, y 9 (Ej. 32, 37 y 40) indicar intervalo de crecimiento e intervalo de decrecimiento correctamente abreviados.

Figura 64. Enunciado Actividad Nº 17. Elaboración propia

La interacción discursiva y las producciones

La Figura 65 muestra la producción del grupo 1

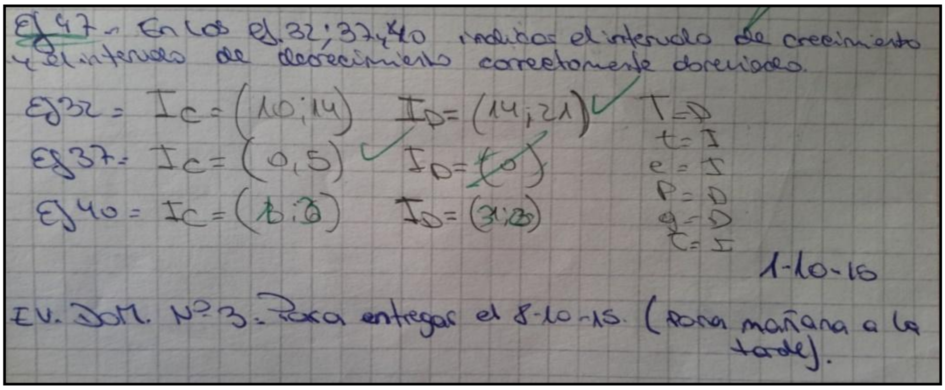


Figura 65. Resolución Actividad Nº 17, extraída de carpeta de trabajo Grupo1

Esta imagen y las citadas en los anexos, son representativas de las producciones de los distintos grupos, los cuales evidencian haberse apropiado de una lógica de trabajo y del modo de comunicarse en matemática. La dificultad de representar el intervalo de decrecimiento como un conjunto vacío, también es generalizada y responde a un hecho que se asocia con la natural dificultad de transferir conocimientos previos a nuevas situaciones, que están separadas por períodos de tiempo extensos. Es de suma importancia el hecho de que los distintos grupos, a pesar de esta situación, no utilizaron recursos exclusivamente retóricos como en las primeras partes de la secuencia, sino que trataron de expresar simbólicamente lo que ya sabían, es decir, que no hay intervalo de decrecimiento. Uno de los grupos (ANEXO II Q) decide no escribir el intervalo de decrecimiento; en la producción de otro grupo (ANEXO II R) se aprecia un paréntesis de la producción original, y (a vista directa de la hoja de papel) dentro del mismo, borrada la leyenda “no tiene”; finalmente la producción que se muestra en la Figura 65, quienes recordaban el concepto de conjunto vacío, no así su correcta denotación.

Clase XII (01/10/15): Situación de aula Nº 29. ACTIVIDAD Nº 18 (Ej. 48)

El primer momento del encuentro es para comunicar la fecha de entrega (8-10-15) de la evaluación domiciliaria (ANEXO III B) y la disponibilidad de los enunciados en la fotocopiadora. Se utiliza también el momento inicial de la clase para recordar el carácter interpretativo de la misma y la importancia de entregarla en fecha y completa, sin importar que esté todo bien hecho, para evaluar el estado de aprendizaje del curso. Se mostrarán más detalles sobre la instancia de evaluación, en el apartado evaluación de la secuencia.

Conducta de anticipación

La situación está diseñada para estabilizar los contenidos desarrollados. El docente informa que la siguiente actividad (Figura 66) va ser desarrollada por él mismo en el pizarrón, a modo de resumen, para aclarar las dudas individuales que pudieran existir.

Un cuerpo es arrojado verticalmente hacia arriba. La siguiente tabla registra la altura del cuerpo respecto al suelo desde el momento en que es arrojado hasta que vuelve al suelo. Representar en un sistema de coordenadas la función y analizarla en forma completa.

f

t(s)	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*
h(m)	*0*	*35*	*60*	*75*	*80*	*75*	*60*	*35*	*0*

Figura 66. Enunciado Actividad Nº 18. Elaboración propia

La interacción discursiva y las producciones

La Figura 67 y la Figura 68 muestran algunas producciones.

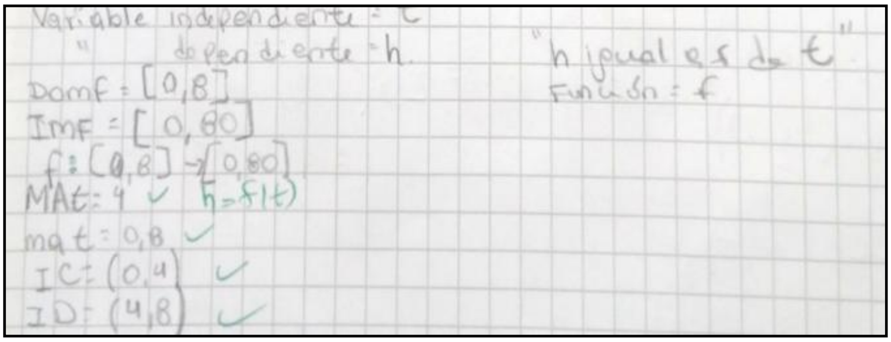


Figura 67. Resolución Actividad Nº 18, extraída de carpeta de trabajo Grupo 1

Se muestra el registro escrito de un solo grupo, que refleja la producción general del curso. En esta instancia no fue posible obtener la atención absoluta de los alumnos sobre lo que el profesor escribía en el pizarrón, sino que éstos desarrollaron la actividad por su propia cuenta, sin dejar lugar al docente para que explique el análisis de la función, sino que enunciaban verbalmente las respuestas desde sus espacios de trabajo en el aula.

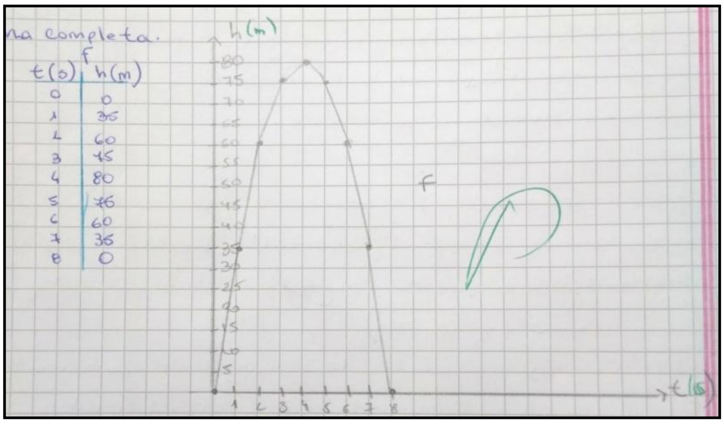


Figura 68. Resolución Actividad Nº 18, extraída de carpeta de trabajo Grupo 1

Sabiendo que, independientemente de la estrategia metodológica que se implemente no todos los alumnos aprenden lo mismo del mismo modo y al mismo ritmo, el profesor recuperó el lugar central del aula y, con la gráfica y el análisis a la vista en el pizarrón, explicó qué es lo que estaba escrito y reforzó el habla como producto de la lectura. La escritura permitió habilitar la siguiente interacción discursiva, en relación al mínimo.

P: ¿Entonces el mínimo absoluto es cero coma ocho?

A: ¡No! Son cero y ocho

P: Pero ahí dice cero coma ocho

A: Si pero no de número decimal

A: Habíamos quedado que si era decimal era cero punto ocho.

P: ¡Ah, bien! Entonces ¡Faltan los paréntesis encerrando al cero coma ocho!

A: ¡Nooo! no es un intervalo desde cero hasta ocho, son dos mínimos, en te igual cero y en te igual ocho.

P: Bien, bien.

Clase XII (01/10/15): Situación de aula Nº 30. ACTIVIDAD Nº 19 (Ej.49)

Conducta de anticipación

Una vez más un auténtico desempeño de comprensión, que permite evidenciar que a un mismo enunciado, pueden responder distintas producciones y aun así, ser todas correctas. La actividad está (Figura 69) diseñada para que las gráficas puedan ser distintas.

(a) *Representar en un sistema de coordenadas una función que cumpla con las siguientes condiciones:* $dom = [3,10]$, $Im = [1,9]$, $I_C = (3,7)$, $I_D = (7,10)$.
(b) *En la función representada indicar MA y ma.*

Figura 69. Enunciado Actividad Nº 19. Elaboración propia

La interacción discursiva y las producciones

Las dos imágenes que siguen muestran gráficas similares pero distintas; una de ellas (Figura 70) se aparta de la lógica de la secuencia al no presentar una tabla de valores, evidenciando haber construido el significado de "*función de dominio real*", ya que la gráfica lleva implícita la terna *dominio*, *imagen* y *gráfica*. La otra imagen (Figura 71) requiere la elaboración de la tabla.

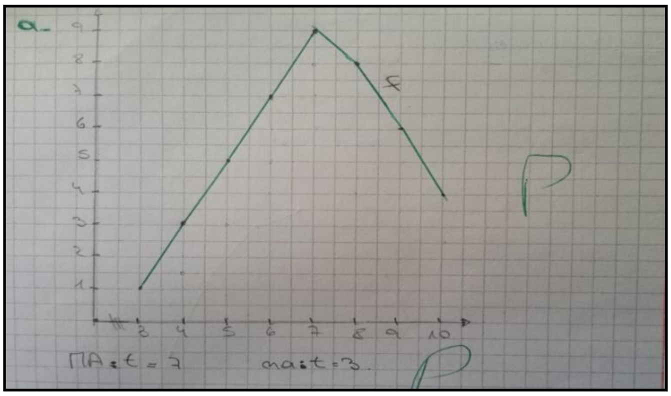


Imagen 70. Resolución Actividad Nº 37, extraída de carpeta de trabajo Grupo 2

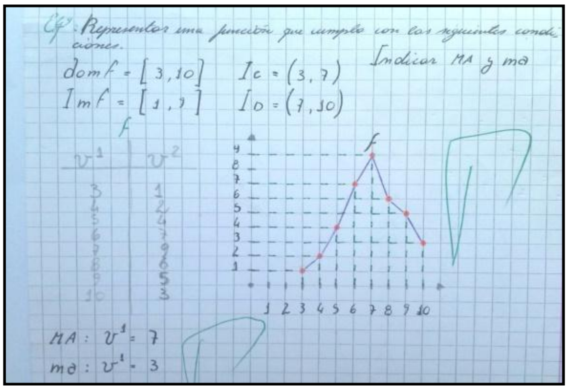


Imagen 71. Resolución Actividad Nº 37, extraída de carpeta de trabajo Grupo 3

Ambas producciones analizan correctamente el máximo absoluto y el mínimo absoluto. Ambas evidencian haber roto con la lógica de "cercanía temporal y proximidad espacial" (Glosario G6) ya que no intentan realizar un análisis completo de la función a pesar de que, no sólo la actividad inmediata anterior lo requirió, sino que además, ésta ha sido desarrollada en el pizarrón por el profesor, y el peso de autoridad que esto implica.

Clase XIII (06/10/15)

Título: Funciones abstractas

Para dar inicio a esta clase se recurre a un primer instante para recordar y enlistar algunas de las variables utilizadas hasta el momento.

Situación de aula Nº 31. OBSERVACIÓN N° 7

Esta observación (Figura 72) rompe con la estructura de toda la secuencia, ya que no responde al formato de conclusión de una actividad previa, sino que responde al formato de definición, sin la rigurosidad que ésta implica.

Cuando una función no tiene referencia a magnitudes concretas decimos que es una función abstracta.

Figura 72. Observación Nº 7. Elaboración propia

Clase XIII (06/10/15): Situación de aula Nº 32. ACTIVIDAD Nº 20 (Ej.50)

Conducta de anticipación

La actividad (Figura 73) devuelve a los alumnos a la familiaridad de las variables x e y, y la decisión de correr el riesgo necesario de que se refuerce la idea de que éstas son las únicas letras posibles fuera de un análisis de magnitudes concretas; riesgo necesario para evaluar si lo aprendido hasta el momento, les permite poner en evidencia los significados de *variable independiente* y de *variable dependiente*. También se utiliza la actividad para evaluar los contenidos trabajados hasta el momento y la capacidad de transferir conocimientos ya que se presenta una tabla de valores en la cual se incorporan enteros negativos.

Representar la función f definida por la siguiente tabla, analizarla en forma completa.

f

x	-2	-1	0	1	2	3	4	6	7
y	1	3	4	5	2	0	-2	4	6

Figura 73. Enunciado Actividad Nº 20. Elaboración propia

La interacción discursiva y las producciones

Los grupos trabajaron sobre la gráfica y el análisis de la misma sin inconvenientes; sólo algunas voces para interrogarse mutuamente *¿negativo era para abajo y para la izquierda, no?* Se destaca el hecho de que en las gráficas, como la que se observa en la Figura 74 y en el resto de las producciones, tanto *x* como *y* están claramente identificadas como las variables independiente y dependiente respectivamente y los ejes están claramente rotulados con *x* e *y*; este hecho resulta significativo si se tiene en cuenta que en las actividades propuestas anteriormente los ejes no siempre fueron rotulados con las respectivas letras que se usaron para designar las variables (*T*, *t*, *e P*, *v*, *a*, *b*, *u*, *w*); por lo tanto no resulta conveniente una forma interrogativa para preguntar sobre algo que está bien hecho, con el fin de averiguar algo que anteriormente se omitió.

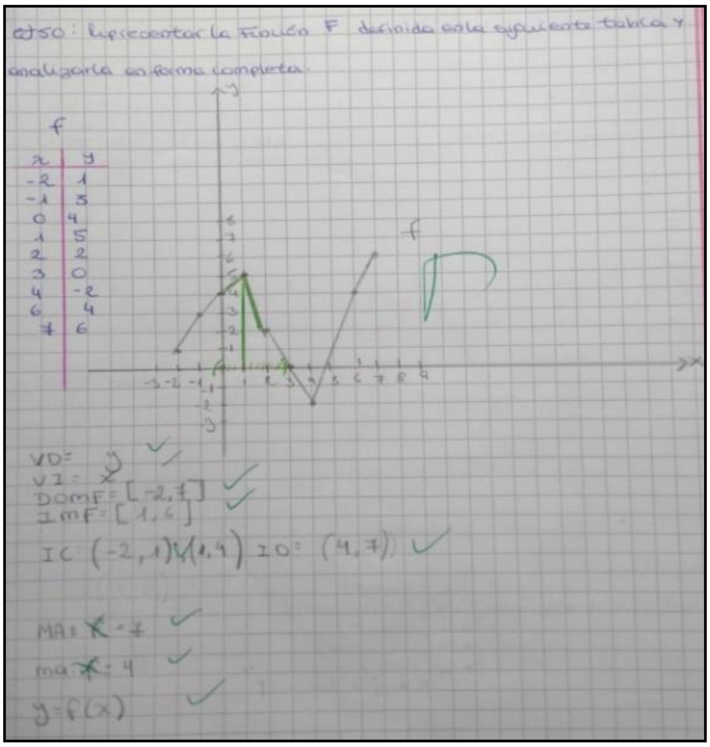


Figura 74. Resolución Actividad Nº 38, extraída de carpeta de trabajo Grupo 2

Clase XIV (08/10/15): Situación de aula Nº 33. ACTIVIDAD Nº 21(Ej.51)

Conducta de anticipación

La actividad (Figura 75) comienza con la situación "recordemos" reproduciendo en el pizarrón la gráfica y el análisis de la última clase a cargo del profesor. Esta pregunta es cualitativamente distinta a las anteriores que se han utilizado para comenzar desde las nociones de los alumnos.

¿Para qué valor del dominio la función aparenta llegar a un máximo aunque no lo sea?

Figura 75. Enunciado Actividad Nº 21. Elaboración propia

Contenidos implícitos

Extremos relativos o locales: Máximo local o relativo, mínimo local o relativo.

La interacción discursiva y las producciones

Las pregunta generó desorientación y un instante de silencio, más no de inacción.

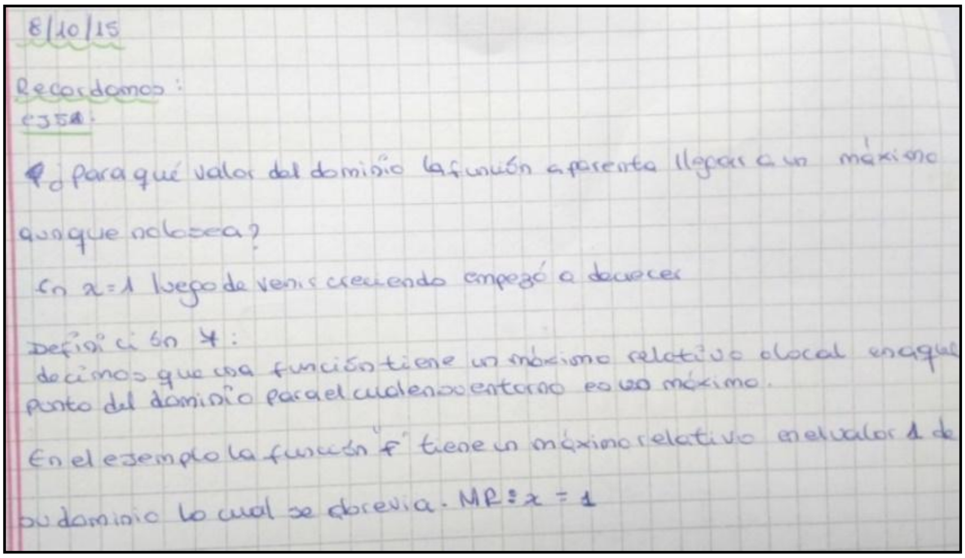

8/10/15
Recordamos:
ej 54:
¿para qué valor del dominio la función aparenta llegar a un máximo
aunque no lo sea?
En x=1 luego de venir creciendo empezó a decrecer
Definición 4:
decimos que una función tiene un máximo relativo o local en aquel
punto del dominio para el cual en su entorno es un máximo.
En el ejemplo la función f tiene un máximo relativo en el valor 1 de
su dominio lo cual se decrecía. MR: x = 1

Figura 76. Resolución Actividad Nº 19, extraída de carpeta de trabajo Grupo 2

A diferencia de las situaciones anteriores, las preguntas entre los alumnos y al profesor, fueron dirigidas para averiguar qué había qué hacer. Algunas voces: *"Pero no entiendo"," ¿Cómo, aparenta?", ¿Qué tengo que hacer?", "o sea, ¿no siete?"*(en referencia al máximo absoluto)

> ***P**: Les cambio la pregunta, en el ejemplo 48(en referencia a la actividad 18), ¡había un máximo absoluto! Fíjense por favor.*
>
> ***A**: Si, en te igual a cuatro.*
>
> ***P**: Bien, ¿hay algún punto de esta gráfica que se parezca a ese máximo? No me contesten ahora, analícenlo un rato y lo compartimos.*

En la producción que se puede observar en la Figura 76 dan con la respuesta (al igual que otros grupos) pero se sienten obligados a dar una explicación, no requerida. Es interesante que la explicación "luego de venir creciendo comenzó a decrecer", coincide con una de las opciones que fuera considerada para la definición de máximo relativo en versión escolar: "Una función tiene un máximo relativo en aquel punto del dominio, en el cual pasa de ser creciente a ser decreciente". Esta versión fue desechada por remitir fuertemente a una analogía y débilmente al concepto en cuestión.

Clase XIII (06/10/15): Situación de aula Nº34. DEFINICIÓN Nº7

La opción por esta versión escolar de máximo relativo (Figura 78) se basa, fundamentalmente, en el hecho de que la palabra “entorno”, aquí utilizada como noción, coincide con el concepto matemático “entorno de un número real”. En la Figura 75 se observa cómo se marca el entorno del número uno.

Decimos que una función tiene un máximo relativo (o local) en aquel punto del dominio para el cual, en su entorno, es un máximo.
La función f tiene un máximo relativo en el valor 1 de su dominio, lo cual expresamos del siguiente modo MR: x=1.

Figura 77. Definición Nº 7. Elaboración propia

Clase XIII (06/10/15): Situación de aula Nº 35. ACTIVIDAD Nº 22 (Ej.52)

Conducta de anticipación

Una situación (Figura 78) propuesta que no es novedosa con la finalidad reforzar la confianza en la propia capacidad de producir conocimiento matemático. Nuevamente la imitación de la definición anterior, al igual que en la definición de mínimo absoluto, y una vez más la sustitución del rol del profesor en el adecuado uso de los términos generando un nivel de confianza y compromiso que refuerzan los aprendizajes.

Elaboren una definición de mínimo relativo y expresen el mínimo relativo de la función f con una abreviatura conveniente.
DEFINICIÓN Nº 8:…………………………………………………………………………

Figura 78. Enunciado de Actividad Nº 22. Elaboración propia

La interacción discursiva y las producciones

La definición, a solicitud del profesor, fue leída por el referente de un grupo de trabajo, coincidiendo con el resto de las producciones. La Figura 79 muestra una producción.

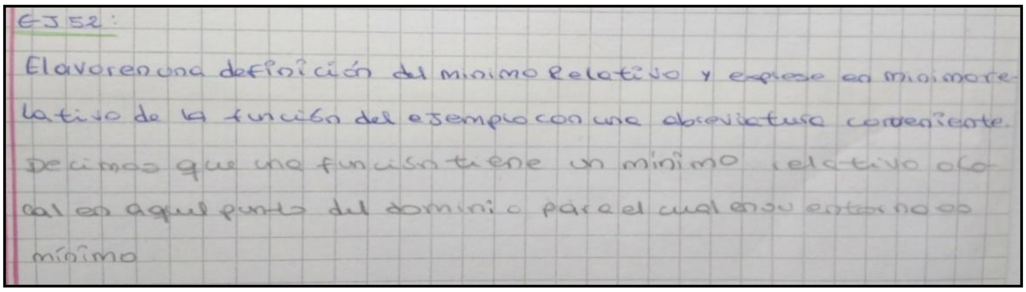


Figura 79. Resolución Actividad Nº 22, extraída de carpeta de trabajo Grupo 2

Situación de aula Nº 36. ACTIVIDAD Nº 23 (Ej.53)

Conducta de anticipación

Se trata de una actividad (Figura 80) pensada para trabajar conjuntamente los significados construidos y el estado de avance de los aprendizajes, y fundamentalmente quitar las letras *x* e *y* del lugar de privilegio obstaculizador que históricamente ocuparon en las trayectorias escolares previas y simultáneamente sostener el concepto de funciones abstractas.

Representar y analizar en forma completa la función g dada por la siguiente tabla

g

u	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
w	3	5	0	-1	-2	0	1	3	2	1

Figura 80. Enunciado Actividad Nº 23. Elaboración propia

La interacción discursiva y las producciones

La Figura 81 resulta de la producción de un grupo de trabajo que ha construido los significados y ha interpretado correctamente las distintas formas representacionales.

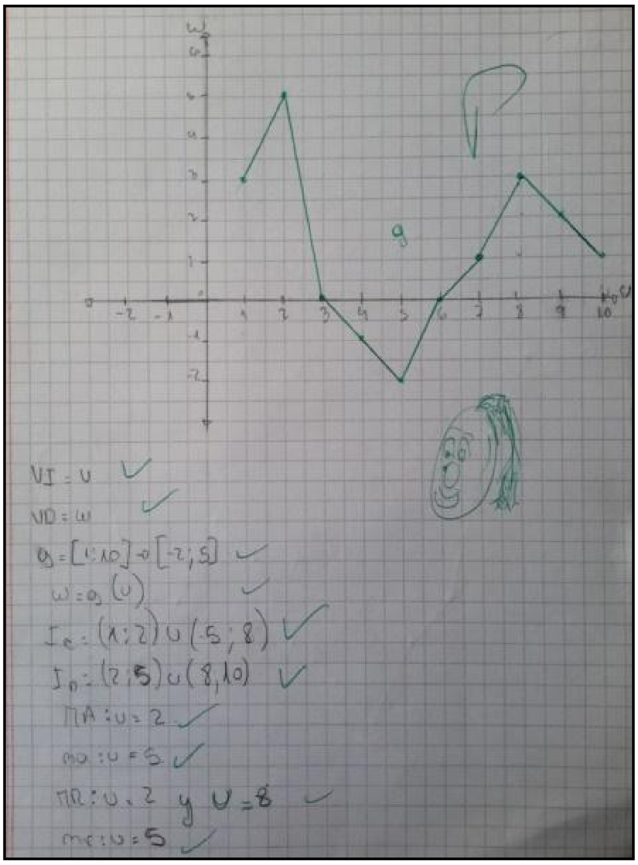


Figura 81. Resolución Actividad Nº 23, extraída de carpeta de trabajo Grupo 1

En la Figura 82 se observa la producción de un grupo que denota correctamente todos los objetos matemáticos, los reconoce pero los refiere a los valores de imagen y no de dominio. Por ejemplo al expresar $I_C = (3,5) \cup (-2,8)$, es correcto el uso del "=" y "∪" ya que se trata de un conjunto; es correcto el uso de los paréntesis, ya que responde a la trasposición didáctica; pero al señalar los extremos de dichos intervalos no los refiere al dominio, es decir "3" es la imagen de "1", el "5" la imagen de "2", el "-2" la de 5" y "8" es correcto. Vale decir, no han perdido la noción de cuando sube o cuando baja la función, sólo hay que profundizar las correspondientes escrituras, en este caso puntual $I_C = (1,2) \cup (5,8)$. Similar es lo que ocurre en el análisis de los extremos es claro que los reconocen, los denotan correctamente, pero nuevamente los refieren a las imágenes y no al valor del dominio en que ocurren.

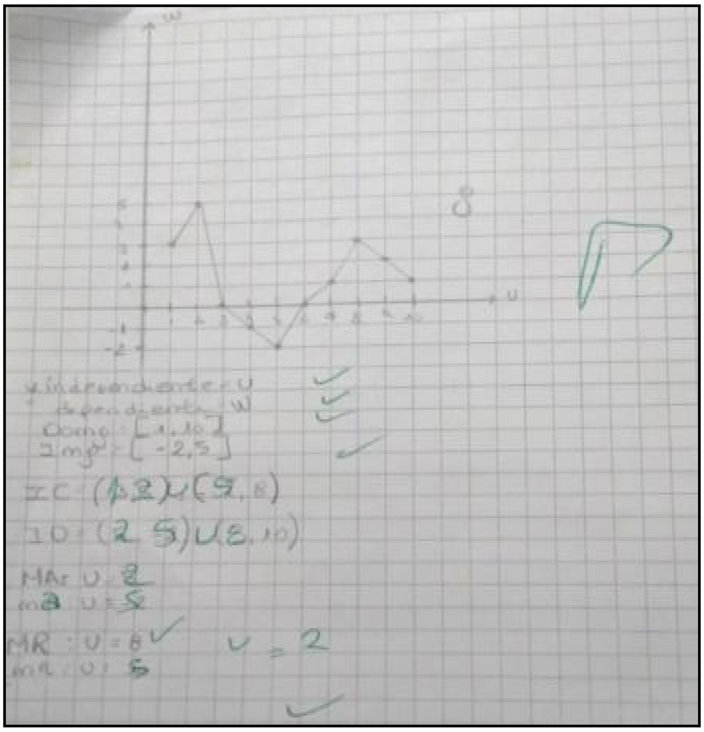


Figura 82. Resolución Actividad Nº 23, extraída de carpeta de trabajo Grupo 2

Si nos detenemos en el máximo absoluto, es correcta la notación acordada "MA: *u*=", pero debiera referirlo al "2" del dominio y no al "5" de la imagen correspondiente a "2". Por último la imagen nuevamente destaca la importancia de que la corrección del profesor a demandada del grupo-alumno/a destaque lo que está bien y corrija lo incorrecto sin comentarios o signos que refieran a "mal". Por último las variables *u* y *w* no representaron un obstáculo para el análisis. Los intercambios verbales no fueron frecuentes y se destacan los del referente de un grupo quien preguntó si *u* era la variable independiente, y el siguiente diálogo con otro referente de grupo.

***A**: ¿u viene a ser la x?*

***P**: ¿La variable independiente?*

***A**: Si*

***P**: Si*

***P**: ¿Y la w?*

***A**: La dependiente*

***P**: Muy bien*

Nuevamente aquí es importante destacar la importancia de los modos interrogativos del docente en la interacción discursiva. En este breve diálogo, si en lugar de preguntar ¿Y la w?, el profesor pregunta ¿Y la dependiente?, la respuesta queda establecida por la simple secuencia del diálogo ya que hay sólo dos letras. Por el contrario al utilizar el modo interrogativo ¿Y la w?, abre la posibilidad de que exprese si aprendió lo que es la variable dependiente, como en este caso, o que responda, como ocurre varias veces en el desarrollo de la secuencia, "el dominio", o "la imagen".

Cada momento de clase es una evaluación interpretativa continua, al escuchar, preguntar, aprender, enseñar y volver a evaluar.

Clase XV (13/10/15). Situación de aula Nº 37. ACTIVIDAD Nº 24 (Ej. 54)

Conducta de anticipación

La actividad (Figura 83) nuevamente recupera los conceptos trabajados y evalúa el estado de aprendizaje respecto las representaciones simbólicas.

(a) Representar en un sistema de coordenadas
f

a	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	50
b	7	5	1	0	-2	-1	0	2	3	1

(b) Analizar: domf, Imf,I_C, I_D,MA,ma, MR, mr (c) Completar: f(20)= f(15)= f(a)=0

Figura 83. Enunciado Actividad Nº 24. Elaboración propia

Las producciones y la interacción discursiva

Los grupos, como se observa en la Figura 84 responden prácticamente sin dificultades.

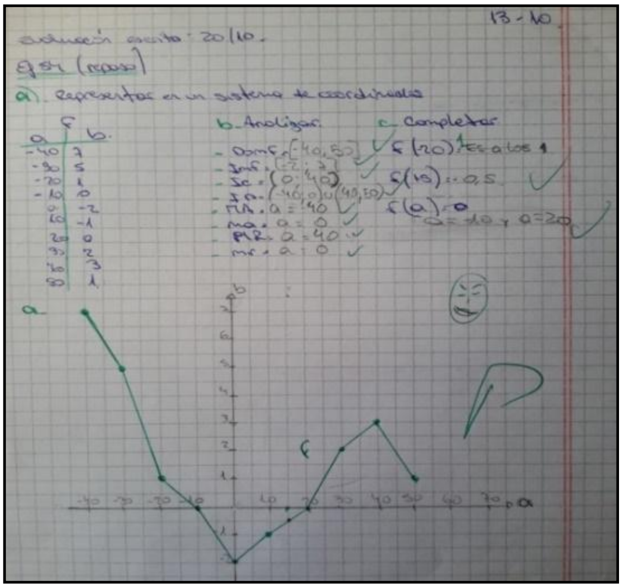


Figura 84. Resolución Actividad Nº 24, extraída de carpeta de trabajo Grupo 1

Clase XVI (13/10/15)

Título: Prueba escrita presencial individual (ANEXO III C)

Clase XVII (22/10/15): Situación de aula Nº 38. ACTIVIDAD Nº 25 (Ej. 55)

Conducta de anticipación

Se vuelve a contextualizar el análisis en relación a variables que expresan medidas de magnitudes concretas, siendo la actividad final de idéntico carácter que la inicial (Figura 85). Es el único conjunto de valores en forma de tabla, en toda la secuencia, que no representan la gráfica de una función. Se espera que el conflicto cognitivo se presente al tratar de unir los puntos, y no al representarlos, lo cual harán sin problemas. Observar que hay algo distinto predispone a los grupos de trabajo a preguntarse qué es lo que está mal. Es importante destacar que deliberadamente se incluye un único valor del dominio que tiene dos imágenes (el 11), para dejar abierta la posibilidad de que unan los puntos correspondientes con una línea vertical, ya que el resto de los puntos cumplen con las condiciones de las gráficas anteriores. Unir los puntos $(11{,}15)$ y $(11{,}9)$ con una línea vertical revelaría que la representación gráfica es una actividad automática; por el contrario no unirlos habilitaría la interpretación de que el significado de lo que una función es, ha sido construido, sin la definición previa del concepto.

Representar en un sistema de coordenadas la siguiente tabla de valores que muestra las temperaturas aciertas horas de un día.

t(h)	10	11	12	13	14	13:30	12:30	11
T(º)	12	15	18	16	15	12	10	9

Figura 85. Enunciado Actividad Nº 25. Elaboración propia

Contenido implícito en la actividad

Definición de función.

La interacción discursiva y las producciones

Las Figuras 86, 87 y 88 muestran las producciones más representativas, donde se destaca que ningún grupo de trabajo dejó sin representar los valores. En dichas imágenes se puede observar cómo ciertos errores persisten; por ejemplo, no indicar la variable de cada eje, y no explicitar que las graduaciones no comienzan en cero. El grupo de la Figura 86 decide respetar el orden de aparición de los valores de la tabla y unir los puntos dejando en evidencia el desarrollo de cierto mecanismo automático de resolución, como si de un ejercicio combinado se tratara.

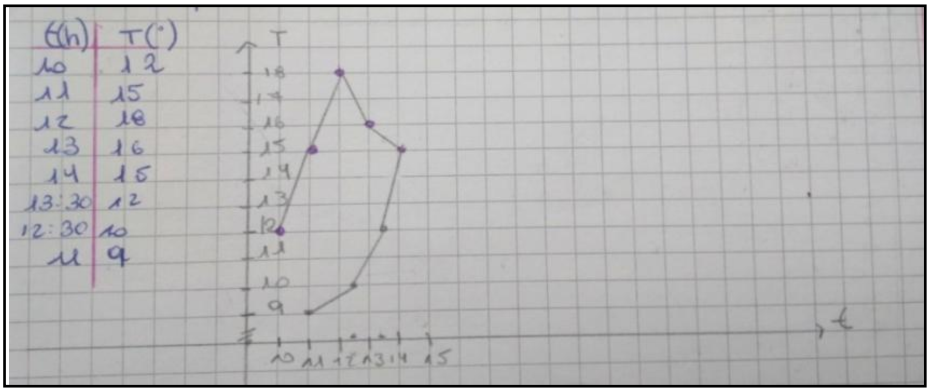


Figura 86. Resolución Actividad Nº 25, extraída de carpeta de trabajo Grupo 2

Por su parte la producción del grupo de la Figura 87, deja entrever que marcan los puntos en el orden de la tabla pero no los unen porque no están seguros que la gráfica resultante corresponda a la de la tabla; es decir, hay una representación semiótica que no coincide con el significado de función que están construyendo.

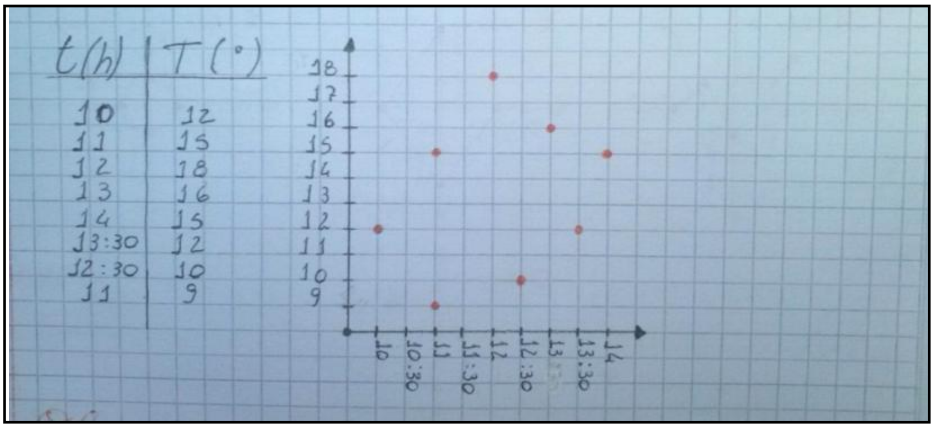


Figura 87. Resolución Actividad Nº 25, extraída de carpeta de trabajo Grupo 3

Finalmente, la Figura 88 muestra una gráfica reflejando el formato esperado de las anteriores representaciones gráficas, sin respetar el orden de aparición en la tabla.

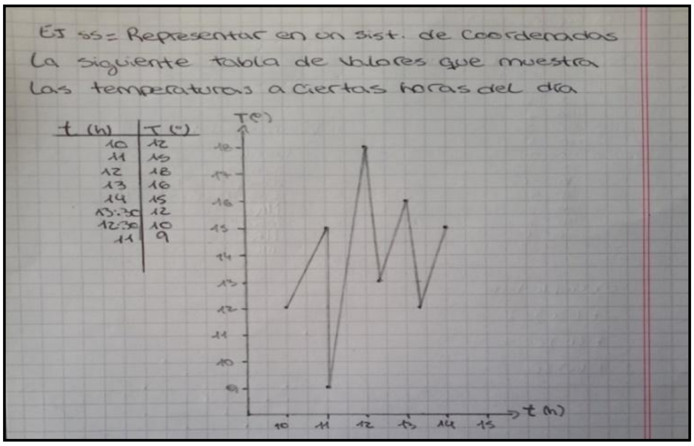


Figura 88. Resolución Actividad Nº 25, extraída de carpeta de trabajo Grupo 1

Las voces más escuchadas:

Pero, ¡no tiene que pasar que se vuelva para atrás!

¡Sube y baja, tiene demasiados picos!

¡Eh! ¡No puede ser!

¡No, no sé como unirlos!

¡No hay que unirlos!

Aquí interviene el docente

***P**: ¿Por qué no hay que unirlos?*

***A**: ¡Porque está mal!*

***P**: ¿Qué sería lo que está mal?*

***A**: ¡Porque si el tiempo avanza, no puede volver atrás!*

***A**: ¡Además a las once hay dos temperaturas distintas!*

***P**: ¿Y entonces?*

***A**: ¡Y está mal, no puede ser!*

En este momento intervienen las alumnas del grupo de la Figura 88 que escuchaban sin intervenir, sin comprender por qué todos decían que estaba mal.

A: *Entonces ¿el nuestro también está mal?*

***P**: A ver… ¿Por qué está mal?*

***A**: No sé (risas) ¡todos dicen que está mal! ¡Qué sé yo!*

***P**: Miren la gráfica*

***A**: Si ¿qué hay?*

***P**: No sé, ¿que ven de raro?*

***A**: Y lo único a las once*

***P**: ¿Qué pasa a las once?*

***A**: Y baja de golpe, pero la tabla la dibujamos bien.*

Un comentario adicional para un alumno que separándose de las producciones de su grupo y del conflicto cognitivo instalado, se acercó al profesor para requerirle que el docente le dijera cómo se hacía. El docente realizó la habitual devolución de responsabilidad sobre la propia producción, el alumno, acostumbrado a la confianza desarrollada durante toda la secuencia, manifestó *"¡pero no quiero hacerlo mal!"*

Clase XVII (22/10/15): Situación de aula Nº 39: OBSERVACIÓN N° 8

La observación (Figura 89) es conclusión de las producciones y argumentaciones de los alumnos.

Los puntos de la gráfica están bien representados, sin embargo esto no implica que tengan sentido. Por ejemplo a las 11:00hs hay dos temperaturas distintas lo cual es imposible. Es decir, no cualquier gráfica representa una función.

Figura 89. Observación Nº 8. Elaboración propia

Clase XVII (22/10/15): Situación de aula Nº 40. DEFINICIÓN Nº 9

Consiste en el cierre de la secuencia con la definición de función centrada en la terna, gráfica, dominio e imagen (Figura 90).La importancia de partir de la noción de función reside en que los alumnos están familiarizados con los tres elementos que definen el concepto, es decir la definición no resulta una imposición sino que es una consecuencia de las producciones de los alumnos.

Decimos que una gráfica representa una función cuando a cada valor del dominio le corresponde una sola imagen.

Figura 90. Definición Nº 9. Elaboración propia

Clase XVII (22/10/15): Situación de aula Nº 41. ACTIVIDAD Nº 26

Conducta de anticipación

Si el significado de función de dominio real fue bien construido, se espera que los grupos puedan descontextualizar inmediatamente el concepto y que respondan correctamente a la actividad (Figura 91) a partir de la visualización de la gráfica sin ninguna necesidad de reglas nemotécnicas. Deliberadamente se introduce una tensión en el formato de la gráfica ya que se presenta un arco de curva por primera y única vez en la secuencia, con el fin de establecer si el concepto de función y su significado construido son lo suficientemente fuertes para que dicha tensión se transforme en una continuidad y no en una ruptura.

En cada uno de los siguientes casos, decidir si se trata de una función y en caso de no serlo explicar.

Figura 91. Enunciado Actividad Nº 26. Elaboración propia

La interacción discursiva y las producciones

A continuación la Figura 92 y la Figura 93 muestran producciones de cierre.

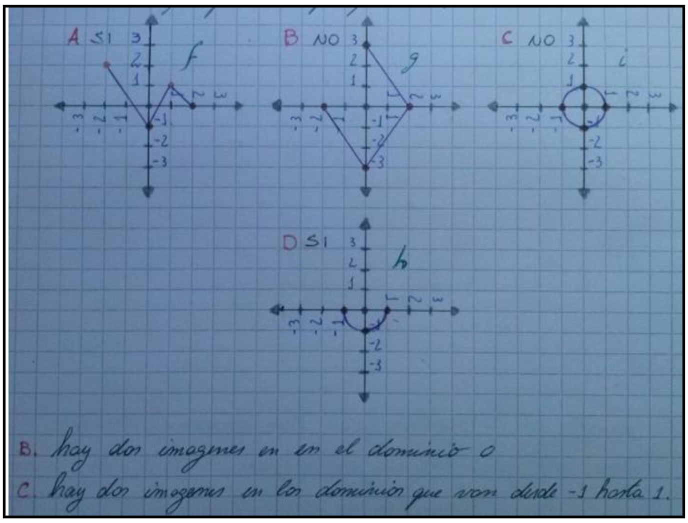


Figura 92. Resolución Actividad Nº 26, extraída de carpeta de trabajo Grupo 3

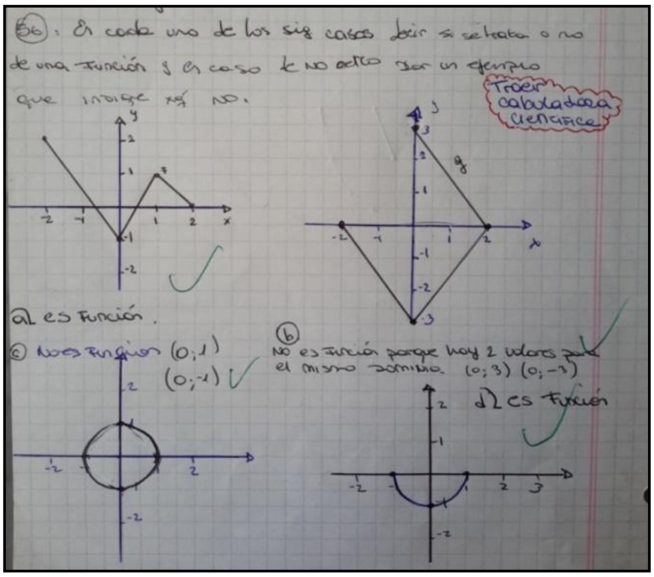


Figura 93. Resolución Actividad Nº 26, extraída de carpeta de trabajo Grupo 1

En ninguna situación previa se presentó una gráfica que implicara un arco de curva, sin embargo no representó un obstáculo al momento de analizar la gráfica.

Las Figuras 92 y 93 son representativas de la mayor parte de las producciones y se puede observar cómo han construido el significado de lo que es una *función de dominio real*, a pesar que al explicar los casos que no son función, lo hacen con distintos recursos.

3. EVALUACIÓN DE LA SECUENCIA

3.1. Cuestiones generales sobre evaluación

Al diseñar e implementar una secuencia didáctica, el docente persigue un mismo objetivo general: mejorar la calidad y la cantidad de aprendizajes. El alumno por su parte, como actor de la misma, persigue su propio objetivo: acreditar. De modo tal que al evaluar la secuencia didáctica se interpretan todas las situaciones observables que son producto de las interacciones que se derivan de la implementación de la propuesta. Parte de esta interpretación corresponde a la evaluación y calificación de los alumnos la cual se detalla cuantitativamente. En toda la evaluación se ha tenido en cuenta que:

- ✓ Los alumnos pudieran responder correctamente a la situación inicial desde sus nociones, contrariamente a lo que ocurre en un modelo normativo, cuando la misma situación se presenta como aplicación final, obstaculizada por el formalismo algebraico. La evaluación fue en términos cualitativos.
- ✓ Los alumnos pudieran definir solos, el concepto de intervalo de crecimiento. La importancia no estuvo centrada en el concepto en sí mismo, sino en la capacidad de los alumnos de expandir su relación con el mundo matemático, al definir, escribir y comunicar verbalmente un nuevo concepto, a sus pares y al docente. La evaluación tuvo un doble carácter; cuantitativo, para establecer cuántos alumnos han desarrollado la capacidad de definir un concepto matemático en su versión escolar, y cualitativo para analizar el contenido de dichas definiciones.
- ✓ Los alumnos trabajaran toda la secuencia sin necesidad de definir función de dominio real hasta el cierre de la misma.
- ✓ Fue desarrollada en un aula estándar de Matemática de Educación Secundaria, por lo cual también se propusieron instancias de interpretación y control teniendo en cuenta las dos dimensiones consideradas por Ardoino (2000), las cuales resumimos en la Tabla 1.

Tabla 1. Dimensiones de la evaluación según Ardoino

Evaluación como control	Evaluación como interpretación
Acreditar	Valorar
Certificación de saberes curricularmente previstos	Relacionar el enseñar con el aprender
Corte temporal	Durante todo el período
Permite movilidad de los alumnos en la institución	Reconoce al sujeto que aprende y las distintas formas de aprender

Fuente: Elaboración Propia

3.2. Criterios de evaluación

Para tomar decisiones sobre el estado de avance de los aprendizajes se han considerado como cuestiones valiosas:

- ✓ la identificación de funciones de dominio real.
- ✓ el análisis de funciones de dominio real.
- ✓ la representación gráfica de funciones de dominio real en sistemas de coordenadas cartesianas.
- ✓ la interpretación de consignas.
- ✓ la argumentación en la presentación de producciones.
- ✓ el uso del lenguaje simbólico para identificar elementos de las funciones de dominio real.
- ✓ el habla en la lectura de expresiones simbólicas.
- ✓ la reversibilidad en los procesos de escribir-leer-hablar matemática.
- ✓ uso de la memoria reflexiva.
- ✓ compromiso con el estudio de los conceptos desarrollados.
- ✓ la participación colaborativa en los grupos de trabajo.
- ✓ el respeto por la opinión de los demás.
- ✓ el cumplimiento con las instancias pautadas en tiempo y forma.

Todos estos criterios se hicieron públicos al comenzar la secuencia y fueron compartidos con los alumnos. En el siguiente ítem se detalla, en una matriz analítica de control, la participación de los alumnos en relación al último criterio. Es importante tener en cuenta que si bien los criterios están pensados para tomar decisiones respecto al estado de aprendizaje, en ningún momento se pierde de vista su vínculo con la acreditación.

Igualmente importante es no confundir los criterios que se utilizan para evaluar a los alumnos, que se enlistan al comienzo de este apartado, con los criterios utilizados para evaluar la secuencia (ajenos a los alumnos) los cuales se relacionan directamente con los objetivos y la metodología del trabajo y que se enumeran en el apartado **3.1.**

3.3. Instrumentos de evaluación

En relación a las dimensiones que se detallan en la tabla 1, y a los criterios expuestos en ítem anterior, se utilizan los siguientes instrumentos

- De interpretación.

  La interpretación de los avances en los aprendizajes se llevó a cabo en el marco de la evaluación diagnóstica continua, recurriendo fundamentalmente a dos instrumentos:

  ✓ Evaluación domiciliaria de producción grupal y presentación individual, de búsqueda de información en medios gráficos de comunicación que presenten datos económicos, políticos, sociales, deportivos u otros, modelizados con gráficas de funciones de dominio real. Luego de la corrección de la producción escrita y la correspondiente devolución individual, se socializaron las producciones de los distintos grupos. La calificación no correspondió a una escala numérica; el alumno recibió comentarios con el fin de reforzar sus avances y reorientar aquellos desempeños que al momento no evidenciaban la comprensión de los significados que estaban siendo construidos[4] (ANEXOIII A). Pese al énfasis que el docente puso en destacar que el instrumento de evaluación era interpretativo y, que en su carácter de tal no se correspondía con una calificación numérica y sólo se utilizaba para valorar el estado de avance de los aprendizajes, fue necesario negociar. Los alumnos demandaban un número a modo de calificación; el profesor aceptó pero puso como condición que dicho número no se podía vincular con lo correcto o incorrecto del desarrollo, es decir no importaba como estuviera desarrollado, importaba que estuviera hecho. Luego de establecer esta posición no negociable les preguntó qué querían que les fuera valorado, a partir de lo cual el profesor elaboró la matriz analítica de control que se muestra en la Tabla 2.

[4] En esta instancia el comentario “mal” no fue utilizado.

Tabla 2. Matriz de control

	5	4	3	2	1
ENTREGA	En fecha	Tarde	Dos días tarde	Dos semanas tarde	Fuera de término
COMPLETITUD	Completo	99% -75%	74% -50%	49% -25%	Menos del 25%
INDICACIONES	Que cumpla con todas las indicaciones.	Cumple casi todas las indicaciones.	Cumple con algunas indicaciones.	Cumple muy pocas indicaciones.	No cumple con las indicaciones.
PRESENTACIÓN	Prolijo	Legible	Difícil de leer	Muy difícil de leer	Imposible de leer
HOJAS	Del mismo tipo y todas en buen estado	Del mismo tipo y alguna en mal estado	De distinto tipo y todas en buen estado	De distinto tipo y algunas en mal estado	Impresentable

Fuente: Elaboración propia

En esta oportunidad el docente conserva la matriz para su propia lectura, tratando de reflejar con una nota numérica lo que los alumnos querían que les fuera valorado. En resumen la "calificación" para los alumnos, la evaluación para el profesor. Dicha calificación fue transmitida en modo verbal y asentada en los cuadernos de comunicaciones de cada alumno.

- ✓ Evaluación escrita presencial de resolución en parejas, en las que los alumnos tuvieron la oportunidad de mostrar la comprensión de los saberes construidos. La misma consistió en situaciones que les permitieron operar desde la seguridad de lo familiar, como representar una función de dominio real a partir de una tabla y analizarla; pero también situaciones novedosas tales como, expresar en palabras la escritura simbólica referida a funciones. La corrección y devolución tuvo las mismas características, que en la evaluación de resolución extraescolar. Se agregó una calificación con escala ordinal: MB, B, R, que le permitiera a cada alumno valorar el estado del avance de sus aprendizajes.
- ✓ El análisis de esta instancia fue cualitativo para evitar categorizaciones que ubicaran potencialmente a los alumnos entre aprobados y desaprobados, sin embargo, y a pesar de que se había hecho público el valor interpretativo de esta instancia, los alumnos demandaron, al igual que en la instancia domiciliaria, un número que reflejara el vínculo entre la instancia de evaluación y la acreditación.
- ✓ Se realizó además una evaluación de índole interpreto-cualitativa de la propuesta didáctica, vinculada a las situaciones planteadas en la secuencia didáctica y categorizadas como actividades, observaciones y definiciones, dado que varias actividades están rotuladas como desempeños de comprensión, es decir como actividades que demandan el uso del conocimiento logrado en otras contextos y

situaciones (Pogré, 2002). Esta instancia fue para que el autor e implementador de la secuencia pudiera establecer el estado de avance de los aprendizajes a partir de criterios claros y obtener, clase a clase ,información que permitió rediseñar la secuencia y reformular estrategias e intervenciones, continuamente. Sus resultados surgen de la lectura del análisis de la secuencia anteriormente expuesto.

- De acreditación.

  Una instancia de corte temporal con acreditación y calificación numérica, de resolución individual, en la cual el alumno tuvo nuevamente la posibilidad de accionar desde la seguridad de lo familiar, pero también situaciones para accionar flexiblemente desde otras propuestas. Esta instancia fue de carácter cuantitativo, según normativa vigente en la Provincia de Buenos Aires, con escala numérica entera 1-10, aprobados (7-10); desaprobados (4-6) y aplazados (1-3).

4. RESULTADOS

Como ya ha sido mencionado, los resultados de mayor importancia son aquellos que refieren a las producciones de los alumnos en las distintas situaciones de la secuencia, de sus interacciones comunicacionales tanto las referidas a registros verbales como escritos y surgen de la lectura de la misma. Además de estos resultados, es de interés analizar aquellos planteados en los objetivos del trabajo.

- **La situación inicial.** La totalidad de los grupos de trabajo respondió a los interrogantes planteados, lo cual permite reafirmar la hipótesis de que contenidos tales como dominio, imagen, máximos, mínimos, crecimiento y decrecimiento de una función de variable real, se ven obstaculizados al ser precedidos por el rigor de las fórmulas algebraicas, las representaciones simbólicas o aún, por una gráfica predeterminada. De este modo utilizar esta situación inicial, permitió a los alumnos hacer uso de sus nociones matemáticas desde lo cotidiano y favorecer la construcción de los significados y la comunicación de sus distintas representaciones semióticas.
- **La definición de intervalo de crecimiento**. Esta instancia muestra el potencial de la secuencia didáctica planteada. Casi la totalidad de los grupos (todos menos uno) produjeron definiciones en versión escolar-gramatical conceptualmente correctas y muy cercanas a las que se corresponden con las definiciones científico-simbólicas de los libros de Cálculo. Expresiones tales como “a medida que la variable dependiente

se desplaza hacia arriba y la variable independiente hacia la derecha", "leyendo de izquierda a derecha" o "a medida que la variable independiente transcurre la variable dependiente crece" se corresponden directamente a " $f(x_1) < f(x_2)$ siempre que $x_1 < x_2$" de los libros de Cálculo.

- **La definición de función**. Trabajar con la noción de función que los alumnos poseen asociando la frase "es función de" con "depende de", permite analizar todos los contenidos de la secuencia construyendo el significado de lo que una función es, y definir el concepto de función a partir de la problematización de una tabla de valores de temperatura en función del tiempo, es decir cerrar la secuencia con una actividad similar a la que la inició. Dicha actividad pone en evidencia que el concepto de función precede a su definición, ya que las producciones de la situación final responden a dos categorías: los que marcan los puntos y no los unen manifestando que "no puede ser" y los que marcan los puntos, los unen y concluyen "está mal, no puede ser" o bien, dudan de su propia producción. Igualmente importante resulta el hecho de que en las actividades que demandaban poner en evidencia el dominio conceptual del significado de función, desde la operación flexible con el contenido, no se estableció un vínculo directo con una tabla de valores como la que dio origen al desarrollo de la secuencia.
- **Acreditación**. Al presentarse los criterios de evaluación, los instrumentos de evaluación y los criterios de calificación, los alumnos interpretaron la instancia domiciliaria y la instancia escrita presencial en parejas como facilitadoras de la aprobación del contenido funciones de dominio real. En palabras de los propios alumnos y alumnas "¡Ah pero me saco diez en las dos primeras y en la prueba me saco uno e igual apruebo!". En las representaciones mentales de los alumnos, como consecuencia de sus trayectorias escolares previas, sólo la prueba escrita presencial individual evalúa. Conforme a lo que los estudiantes esperaban, la instancia domiciliaria y la presencial por parejas arrojó buenos resultados, en cuanto a la cantidad de aprobados (86%). Por otra parte, los resultados de la instancia escrita presencial individual superaron las propias expectativas de los alumnos, quienes esperaban que las "buenas calificaciones" de esta instancia fuera patrimonio de los alumnos que históricamente fueron considerados "buenos en matemática". Es importante destacar que los buenos resultados en esta instancia, no son consecuencia exclusiva de un aprendizaje no forzado, invisible e indoloro, sino que son resultado del compromiso que el vínculo con los pares y la construcción de significados generó

y trajo como consecuencia el desbaratamiento del mito de que "matemática no se estudia". Sin importar lo interesante o innovadora que una propuesta didáctica llegue a ser, sin un alumno que estudie y utilice la memoria reflexiva, el destino de todo aprendizaje es pasar a formar parte de los objetos escolares en el inventario del olvido.

En la Figura 94, un gráfico de barras para ponderar los resultados de la prueba presencial, escrita, individual de análisis de gráficas y de dominio conceptual.

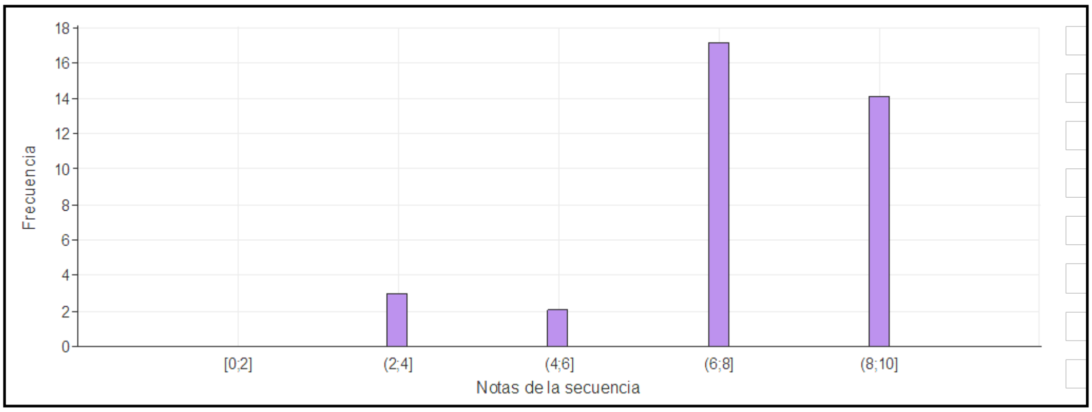


Figura 94. Resultados de la instancia escrita presencial individual.

¿Con qué comparar estos resultados? o mejor aún ¿por qué comparar estos resultados? Se ha enfatizado el valor interpretativo de la evaluación de la presente secuencia, dado que el componente comunicacional como favorecedor de la calidad de aprendizajes no es posible de ser cuantificado. Sólo adquiere cierta relevancia la comparación con los informes del primer y segundo trimestre de calificación oficial, del propio grupo de trabajo, con el único fin de establecer una evolución cuantitativa, en cuanto al compromiso con el trabajo y el estudio.

La Figura 95 muestra las calificaciones del primer y segundo trimestre del mismo grupo de trabajo comparados con los de la secuencia.

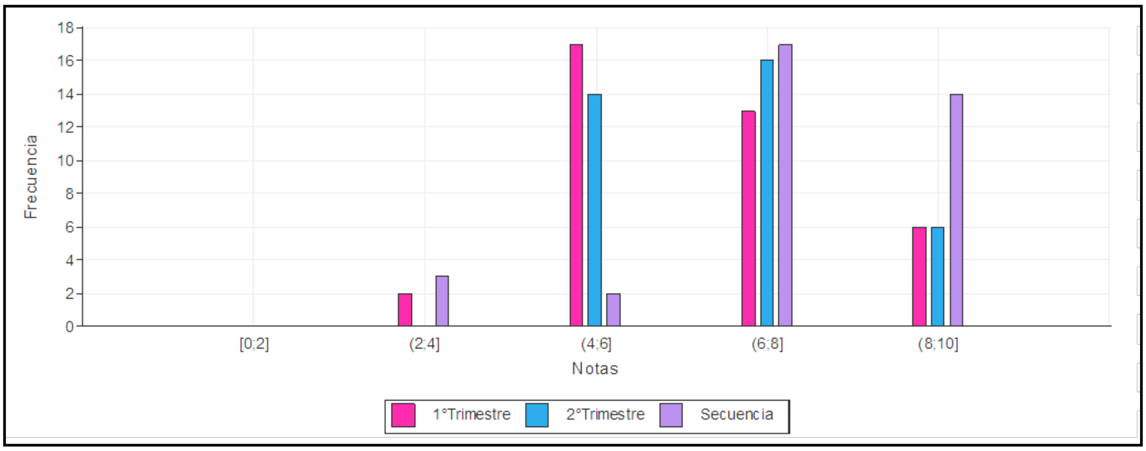


Figura 95. Calificación de los dos primeros trimestres vs calificación secuencia

Podemos concluir que la cantidad de aprobados ha aumentado fuertemente en relación al primer y segundo trimestre y destacamos que se ha superado el mito de "unos pocos alumnos inteligentes" con calificaciones entre ocho y diez, llevando el número a más del doble, lo cual también indica que ha mejorado la calidad de los aprendizajes. Por otra parte, la cantidad de alumnos aprobados (con más de seis puntos) ha llegado a la poco usual cifra de 86%, lo cual indica que la cantidad de aprendizajes ha mejorado, y más aún, casi la totalidad de los alumnos fueron incluidos en la producción matemática, entendiendo por producción la capacidad de elaborar la definición de un concepto, partiendo desde sus nociones y conocimientos previos, apoyados en un fuerte componente comunicacional.

- **Emergente.** Tal y como había sido detallado en el apartado 2.3.4, al considerar como se relaciona el posicionamiento epistemológico con la comunicación, la designación simbólica de los objetos matemáticos, es parte esencial de este trabajo. Es desde esta perspectiva que resulta importante la designación de los intervalos de crecimiento y de decrecimiento propuestos, a saber I_C e I_D, como favorecedores de la elaboración mental de los significados correspondientes. La literatura escolar cuenta con objetos tales como dominio, imagen, conjunto de positividad, conjunto de negatividad y conjunto de ceros, los cuales tienen su representación simbólica unificada *Domf, Imf,* C^+, C^- *y* C^0. Sin embargo al referir los intervalos de crecimiento e intervalos de decrecimiento se utiliza un lenguaje coloquial.

Si bien no era uno de los objetivos del trabajo, las notaciones $I_C=(a, b)$ para designar intervalo de crecimiento y $I_D=(c, d)$ para intervalo de decrecimiento resultaron de gran utilidad para favorecer la construcción de los correspondientes significados.

5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

En la actualidad, como ya ha sido mencionado, las investigaciones relacionadas con la didáctica de la matemática llevan implícitas la validez de la resolución de problemas como estrategia metodológica, fundamentalmente en el marco de la Teoría de Situaciones Didácticas, y del interaccionismo simbólico en relación directa con esta última. Otro tanto ocurre con la construcción de conocimientos compartida y su versión más refinada, la interacción comunicativa.

Es precisamente al distanciarse de estos aspectos que el trabajo muestra la posibilidad de: (1) trabajar estrategias metodológicas que difícilmente serían catalogadas como problemas por importantes representantes de la didáctica de la matemática, pero que sin embargo utilizan situaciones problematizadoras, (2) recortar la construcción de los objetos matemáticos a la construcción de sus significados, simplificando así el alcance de sus pretensiones didácticas y (3) trabajar a partir de la interacción discursiva un contenido matemático sin necesidad de realizar cálculos numéricos.

Tal y como ha sido presentado en la fundamentación de la elección del tema, esta experiencia didáctica muestra que la secuencia propuesta por el autor favorece el compromiso de los alumnos con el contenido matemático que el docente debe enseñar. Dicho compromiso se genera a partir de la valoración que el docente hace del alumno y de su capacidad para producir conocimiento matemático, lo cual se pone de manifiesto al asignarle a los distintos grupos la responsabilidad de construir significados a partir de sus nociones matemáticas en forma compartida. El docente, por su parte, debe estar atento a la multiplicidad de voces en el aula, para interpretar lo que dicen y lo que no dicen y, fundamentalmente, siempre dispuesto a negociar la inexactitud del conocimiento matemático propuesto por los alumnos, hasta tanto llegue el momento de asignarle al contenido el status de objeto matemático, objeto con el cual el alumno se siente identificado y comprometido. En particular se hacen evidentes la negociación cognitiva y la negociación social detalladas por Vilella Miró y Giménez Rodríguez (2008) ya que los estudiantes, casi desde el inicio de la implementación de la secuencia comprenden que el profesor ha cedido el lugar central del aula, y que las respuestas no siempre son únicas, y más aún, que puede haber más de una respuesta correcta.

Por otra parte la anticipación de las intervenciones discursivas del docente, especialmente las que responden al segundo nivel de análisis de la interacción discursiva propuesta por De Longhi (2000), pusieron en evidencia la importancia que tiene el habla del profesor como elemento favorecedor de los aprendizajes. Esto último, igualmente anticipado por Pimm (1990), puso en evidencia que la búsqueda del aumento del habla por parte de los alumnos conduce a la quita de la atención en el profesor como foco central del aula y a un aumento del trabajo en grupo en relación directa con lo que el alumno debía aprender.

En este caso se detectó que el no presentar gráficas prediseñadas modelizadoras de funciones de dominio real, es un elemento esencial para que el alumno sienta que el contenido no le pertenece al docente; más aún, en ningún momento durante el desarrollo de la secuencia el docente presenta gráficas prediseñadas, a pesar de lo cual cuando les es requerido son capaces de identificarlas en los medios gráficos de comunicación, virtual o real. En particular al no presentarse reglas de cálculo ni fórmulas, la propuesta se aproxima a la enseñanza de un lenguaje, tal y cual como lo anticipara David Pimm. Por otro lado la capacidad de definir genuinamente intervalo de crecimiento muestra el potencial de la propuesta didáctica de la secuencia, la cual es fuertemente comunicacional, y deja en evidencia que como se había propuesto, es posible enseñar un contenido matemático a partir de lo que los alumnos saben, sin realizar cálculos numéricos.

6. CONSIDERACIONES FINALES

Las investigaciones en Didáctica de la Matemática o Educación Matemática, continuamente brindan nuevos marcos teóricos para interpretar lo que ocurre en el aula de matemática. En ocasiones los resultados de dichas investigaciones tienen el favor de las políticas educativas e incluso de los mismos docentes por ser consideradas innovadoras. Pero como señala Chevallard (1982) “en educación cualquier transformación de las normas vigentes puede ser catalogada como “innovación”, aún cuando su único aval sea el prestigio social de quien la propone” (p. 40). De este modo la innovación que se presenta en este trabajo, no tiene la pretensión de dar respuestas a un problema de educación matemática, sino la aspiración de hacer una propuesta para abordar dicho problema. Resulta además esencial considerar la provisionalidad del conocimiento institucionalizado, no como un inconveniente, sino como una característica de la matemática escolar, la cual recurriendo a los proyectos institucionales profundizará y complejizará cada nuevo contenido de enseñanza.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ardoino, L. (2000). Consideraciones teóricas sobre la evaluación en la educación. En Rueda Beltrán, M. y Díaz Barriga Arceo, F. (compiladores), *La evaluación de la docencia.* México: Paidós.

Alsina, À. y Domingo, M. (2010*).* Idoneidad didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 13*(1), 7-32.

Buendía Abalos, G. (2011). *La construcción social del conocimiento matemático escolar: Un estudio socioepestimológico sobre la periodicidad de funciones.* Madrid: Ediciones Díaz de Santos.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Broitman, C. (2000). *Las operaciones en el primer ciclo: Aportes para el trabajo en el aula.* Buenos Aires, Argentina: Ediciones Novedades Educativas.

Casero-Ripollés, A. (2012). "Beyond Newspapers: News Consumption among Young People in the People in the Digital Era", *Comunicar* 39: 151 – 158. https://doi.org/10.3916/C39-2012-03-05

Charnay, R. (1994). Aprender (por medio) de la resolución de problemas. En Parra, C. y Saiz, I., *Didáctica de Matemática. Aportes y reflexiones* (pp. 51-63). Buenos Aires: Paidós.

Chevallard, Y. (1982). Sur l'Ingénierie Didactique. En Panizza, M. (2003). *Reflexiones Generales acerca de la enseñanza de la Matemática.* En *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuesta*. Buenos Aires: Editorial Paidós

Chevallard, Y. (1997). *La Transposición Didáctica.* Buenos Aires: Ed. Aique.

Chorny, F.; Salpeter, C. & Casares (2015). *Matemática [4] ES, Huellas* .Buenos Aires: Estrada.

Coll, C; Palacios, J y Marchesi, A. (1990*). Desarrollo psicológico y educación.* Madrid: Alianza Editorial.

Corso, L. y La Menza, A. (1999). *La Matemática: del conflicto al diálogo*. Buenos Aires: Aique.

De Longhi, A. (2000). El discurso del profesor y del alumno: análisis didáctico en clases de ciencias Enseñanza de las Ciencias, (2), 201-216.

De Longhi, A., Ferreyra, A., Peme, C., Bermudez, G., Quse, L., Martínez, S., Iturralde, C., y Campaner, G. (2012). La interacción comunicativa en clases de ciencias naturales. Un análisis didáctico a través de circuitos discursivos. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias, 9* (2), 178-195.

Dirección General de Cultura y Educación. Consejo General de Cultura y Educación (2006). *Diseño Curricular para la Educación Secundaria: 1º.*

Dirección General de Cultura y Educación. Consejo General de Cultura y Educación (2008). *Diseño Curricular para la Educación Secundaria: 3º.*

Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. *Investigaciones en Matemática Educativa II,* pp. 173-201, Université Louis Pasteur de Strasbourg, France. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Elliot, J. (1993). *El cambio educativo desde la investigación- acción.* Madrid: Morata.

García Suárez, J., Segovia Alex, I.; Lupiáñez Gómez, J. (2014). El Uso de Las Letras como Fuente de Errores de Estudiantes Universitarios en la Resolución de Tareas Algebraicas. *Boletim de Educação Matemática*, v.28, n.50, p. 1545-1566.

García Madruga, J. (1990). *Aprendizaje por descubrimiento frente a aprendizaje por recepción: la teoría del aprendizaje verbal significativo.* En Coll, C. Desarrollo psicológico y educación II. Psicología de la Educación. Alianza. Madrid.

Godino, J. (1991). *Hacia una teoría de la didáctica de la matemática.* En A. Gutierrez (Ed.), *Área de Conocimiento: Didáctica de la Matemática*. (pp. 105-148) Madrid: Síntesis.

Godino, J. y Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. Revista *Educación Matemática*, Vol. 12, nº 1: 70-92. [Recuperable en http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/Godino_Llinares_Interaccionismo].

Godino, J. (2003). *Teoría de las funciones semióticas*: *Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática.* Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada 18071 Granada ISBN: Impresión: Servicio de reprografía de la Facultad de Ciencias. Granada. Distribución en Internet: http://www.ugr.es/local/jgodino/

Godino, J. (2006). *Presente y futuro de la investigación en didáctica de las matemáticas.* V. de Macedo (Coordinador), Educação Matemática. Grupo de trabajo realizado en 29ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós–Graduação e Pesquisa em Educação, Caxambu, MG, Brasil.

Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

Johnson, D., Johnson, R., y Holubec, E. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Barcelona: Paidós.

Kurzrok, L. y Comparatore, C. (2015). *Matemática: De la práctica a la formalización.* Buenos Aires: Editorial Longseller S.A,

Leithold, L. (1998). *El cálculo 7ed.* México: Oxford University Press.

Morduchowicz, R. (2015).Una nueva cultura juvenil. *Revista Este País*. Disponible en http://archivo.estepais.com/site/2015/54887/

Oubiña, L. (1965). *Introducción a la Teoría de Conjuntos.* Buenos Aires: Eudeba.

Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving**.** *Educational Studies in Mathematics, 67*, 37–58.

Panizza, M. (2003). Reflexiones Generales acerca de la enseñanza de la Matemática. En *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y primer ciclo de EGB: Análisis y Propuesta*. (p.31-56). Buenos Aires: Editorial Paidós.

Pimm, D. (1990). *El lenguaje matemático en el aula.* Madrid: Edicones Morata, S.A.

Pogré, P. (2002). Enseñanza para la Comprensión: Un marco para innovar en la intervención didáctica. En I. Aguerrondo, M. Lugo, P. Pogré, M. Rossi y S. Xifra, *La escuela del futuro II: ¿Cómo planifican las escuelas que innovan?* (p. 101-121).Buenos Aires: Papers Editores.

Polya, G. (1981). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Rodríguez, R.M.J. & Marrero, J. (1994). *Las teorías implícitas: Una aproximación al conocimiento cotidiano.* Madrid: Aprendizaje Visor.

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar Matemática hoy: Miradas, sentidos y desafíos.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Sanjurjo, L. y Vera, M. (2006) *Aprendizaje significativo y enseñanza en los niveles medio y superior.* Capítulo I. Rosario, Argentina: Homo Sapiens Ediciones.

Schoënfeld, A. (1987). *Mathematical problem solving.* New York: Academic Press.

Sessa, C. (2005). *Iniciación al estudio didáctico del Álgebra*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Stewart, J. (1998). *Cálculo*. México: Internacional Thomson Editores.

Terigi, F. (2007). *Jóvenes y docentes. La escuela secundaria en el mundo de hoy.* III Foro Latinoamericano de Educación. FUNDACIÓN SANTILLANA.

Torre, L. de la, Vaillard, L. (2012). *¿Cómo usan las redes sociales los jóvenes de Latinoamérica?* [en línea], Ecos de la Comunicación 5(5). Disponible en: http://bibliotecadigital.uca.edu.ar/repositorio/revistas/como-usan-redes-sociales-jovenes.pdf [Fecha de consulta: 29/07/16.]

Vilella Miró X. y Giménez Rodríguez J. (2008). *Negociación de significados y construcción grupal del pensamiento algebraico*. Disponible en: www.academia.edu

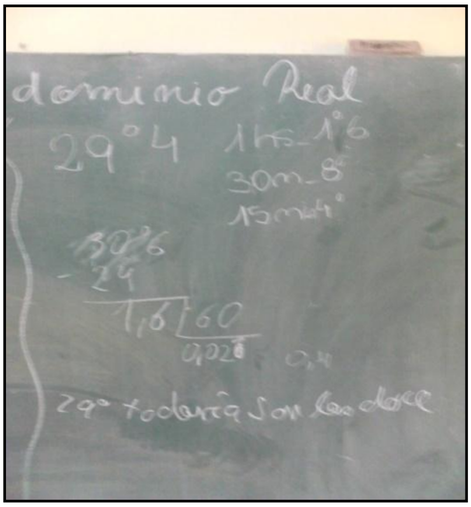
Villella, J. (1998). *¡Piedra libre para la Matemática!: Aportes y reflexiones para una renovación metodológica en la E.G.B.* Buenos Aires, Argentina: AIQUE.

Voigt, J. (1995). Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms. En Godino, J. y Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. Revista *Educación Matemática*, Vol. 12, nº 1: 70-92.

8. ANEXOS

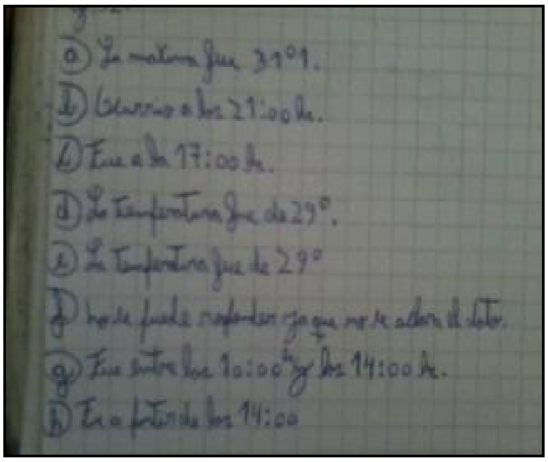
ANEXO I. Producciones de los distintos grupos de trabajo

A. Producciones de los grupos



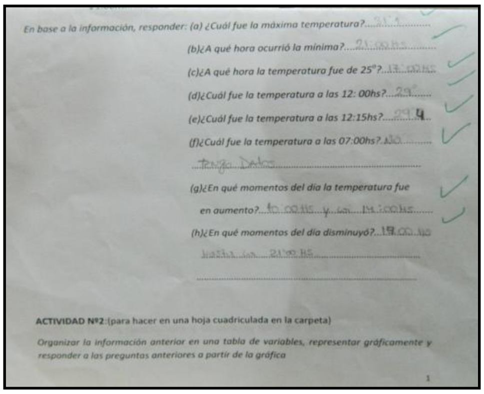
Fuente: Registro del pizarrón

B. Resolución Actividad 1



Fuente: Registro carpeta de trabajo

C. Resolución Actividad 1

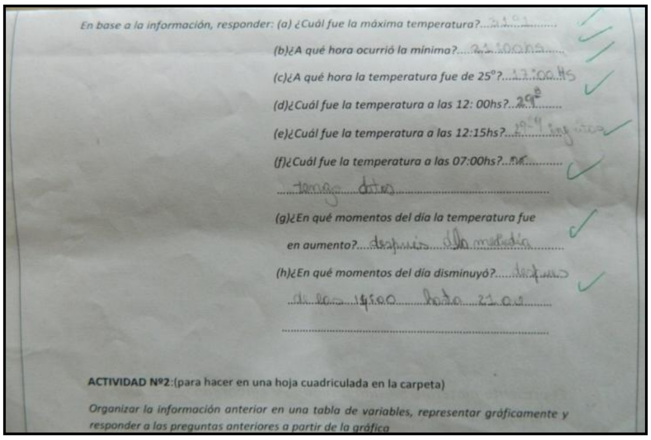


En base a la información, responder: (a) ¿Cuál fue la máxima temperatura?...31°1...
(b)¿A qué hora ocurrió la mínima?...21:00 hs...
(c)¿A qué hora la temperatura fue de 25°?...17:00 hs
(d)¿Cuál fue la temperatura a las 12: 00hs?...29°...
(e)¿Cuál fue la temperatura a las 12:15hs?...29°4
(f)¿Cuál fue la temperatura a las 07:00hs?...no
...tengo Datos...
(g)¿En qué momentos del día la temperatura fue
en aumento?...10:00 hs y las 14:00 hs...
(h)¿En qué momentos del día disminuyó?...14:00 hs
hasta las 21:00 hs...

ACTIVIDAD Nº2:(para hacer en una hoja cuadriculada en la carpeta)
Organizar la información anterior en una tabla de variables, representar gráficamente y responder a las preguntas anteriores a partir de la gráfica

Fuente: Registro carpeta de trabajo

D. Resolución Actividad 1



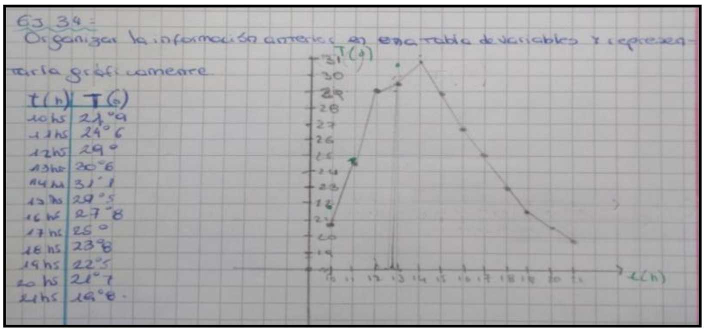
En base a la información, responder: (a) ¿Cuál fue la máxima temperatura?...31°1...
(b)¿A qué hora ocurrió la mínima?...21:00hs...
(c)¿A qué hora la temperatura fue de 25°?...17:00 Hs
(d)¿Cuál fue la temperatura a las 12: 00hs?...29°...
(e)¿Cuál fue la temperatura a las 12:15hs?...
(f)¿Cuál fue la temperatura a las 07:00hs?...no...
...tengo datos...
(g)¿En qué momentos del día la temperatura fue
en aumento?...después de la mañana...
(h)¿En qué momentos del día disminuyó?...
...de las 14:00 hasta 21:00...

ACTIVIDAD Nº2:(para hacer en una hoja cuadriculada en la carpeta)
Organizar la información anterior en una tabla de variables, representar gráficamente y responder a las preguntas anteriores a partir de la gráfica

Fuente: Registro carpeta de trabajo

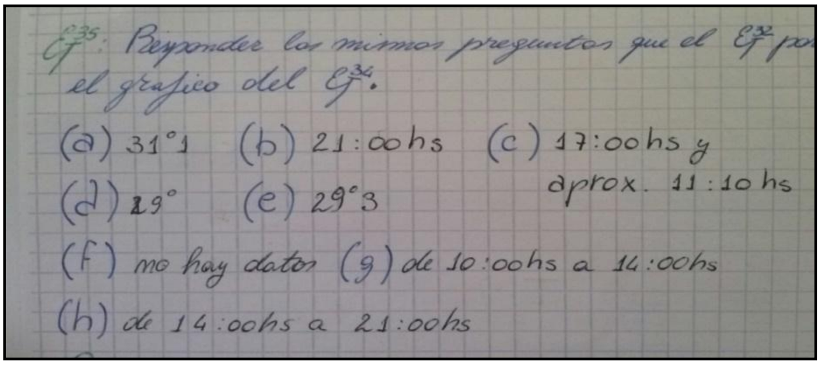
ANEXO II

A. Resolución Actividad Nº3



Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 2

B. Resolución Actividad Nº3



Ej 35: Responder las mismas preguntas que el Ej 32 para el gráfico del Ej 34.

(a) 31°1 (b) 21:00hs (c) 17:00hs y aprox. 11:10 hs

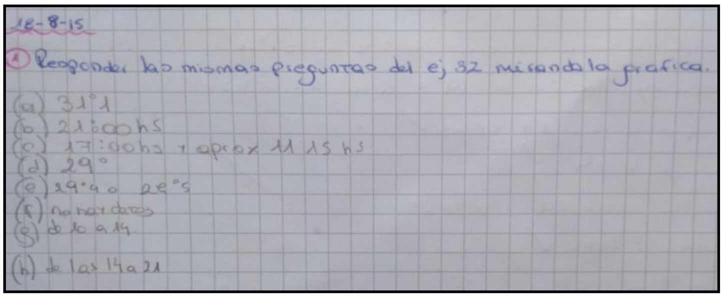
(d) 29° (e) 29°3

(f) no hay datos (g) de 10:00hs a 14:00hs

(h) de 14:00hs a 21:00hs

Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 3

C. Resolución Actividad Nº3



18-8-15

(1) Responder las mismas preguntas del ej 32 mirando la gráfica.

(a) 31°1

(b) 21:00 hs

(c) 17:00hs y aprox 11 15 hs

(d) 29°

(e) 29°4 o 28°5

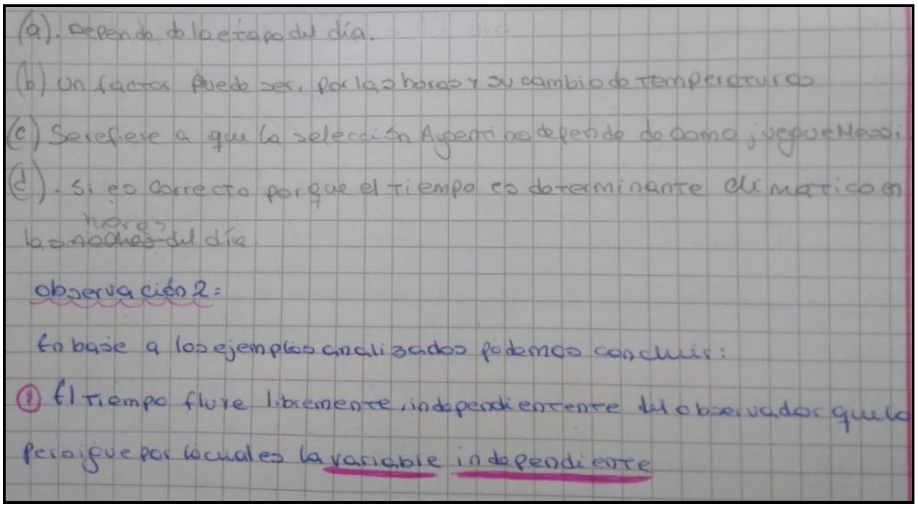
(f) no hay datos

(g) de 10 a 14.

(h) de las 14 a 21

Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 2

D. Resolución Actividad Nº4



(a). Depende de la etapa del día.

(b) Un factor puede ser, por las horas y su cambio de temperaturas

(c) Se refiere a que la selección Argentina no depende de como juegue Messi

(d). Si es correcto porque el tiempo es determinante climatico en las ~~noches~~ horas del día

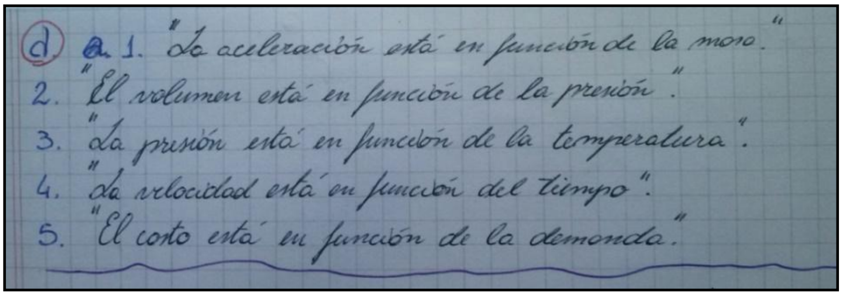
observación 2:

En base a los ejemplos analizados podemos concluir:

(1) El tiempo fluye libremente, independientemente del observador que lo persigue por lo cuales la variable independiente

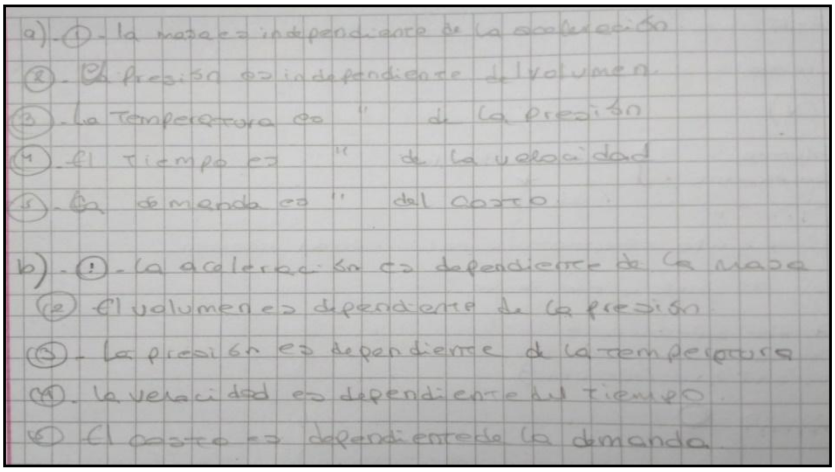
Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 2

E. Resolución Actividad Nº5


d) a. 1. "La aceleración está en función de la masa."
2. "El volumen está en función de la presión".
3. "La presión está en función de la temperatura".
4. "La velocidad está en función del tiempo".
5. "El costo está en función de la demanda."

Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 3

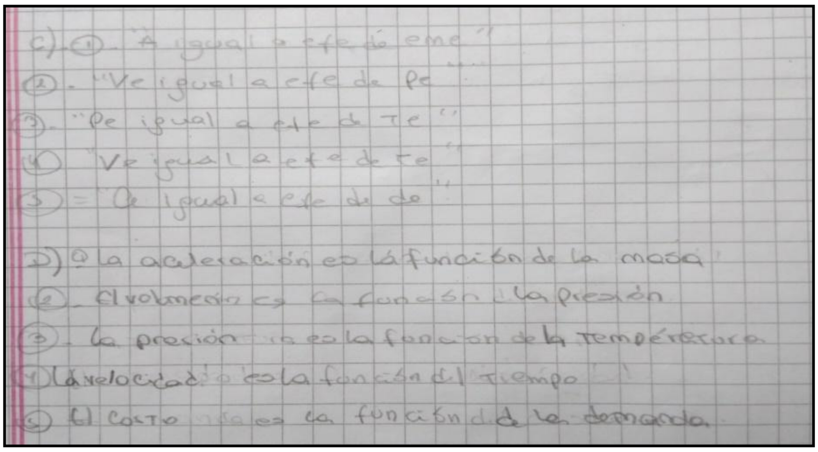
F. Resolución Actividad Nº5


a) ① la masa es independiente de la aceleración
② La presión es independiente del volumen.
③ La temperatura es " de la presión
④ El tiempo es " de la velocidad
⑤ La demanda es " del costo

b) ① la aceleración es dependiente de la masa
② El volumen es dependiente de la presión
③ La presión es dependiente de la temperatura
④ La velocidad es dependiente del tiempo
⑤ El costo es dependiente de la demanda.

Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 1

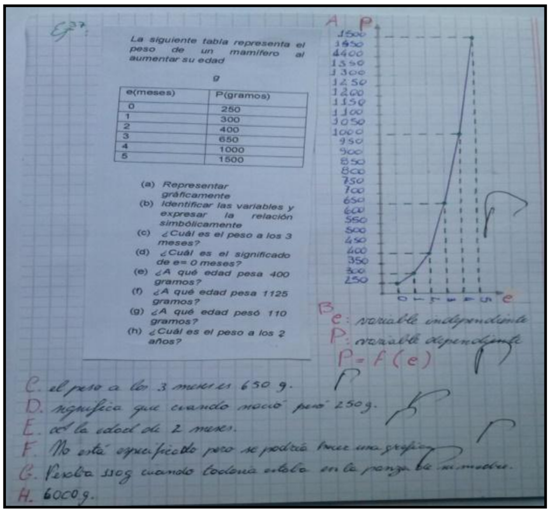
G. Resolución Actividad Nº5


c) ① "A igual a efe de eme"
② "Ve igual a efe de pe"
③ "Pe igual a efe de te"
④ "Ve igual a efe de te"
⑤ "Ce igual a efe de de"

D) ① la aceleración es la función de la masa
② El volumen es la función de la presión
③ La presión es la función de la temperatura
④ La velocidad es la función del tiempo
⑤ El costo es la función de la demanda.

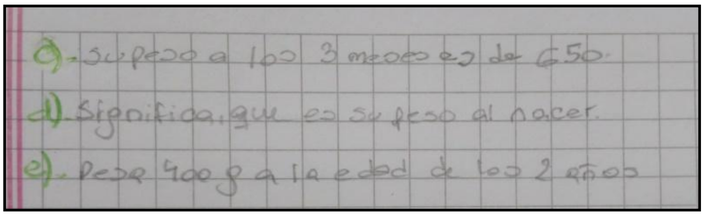
Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 1

H. Resolución Actividad Nº6



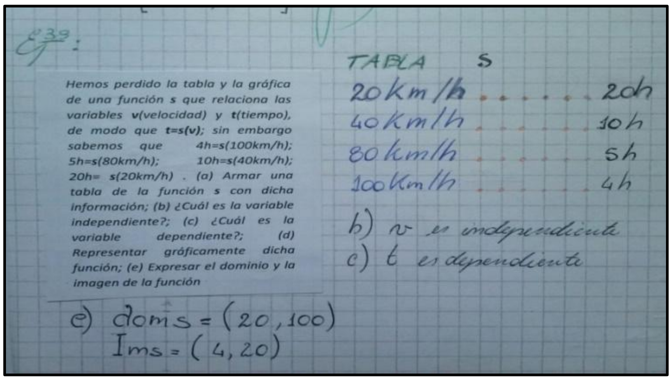
Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 3

I. Resolución Actividad Nº6



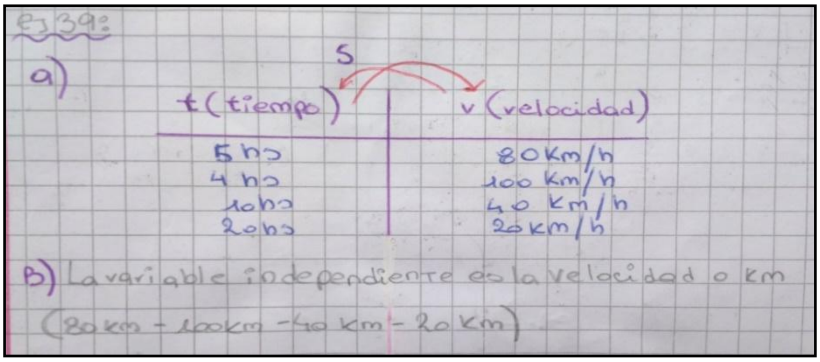
Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 2

J. Resolución Actividad Nº8



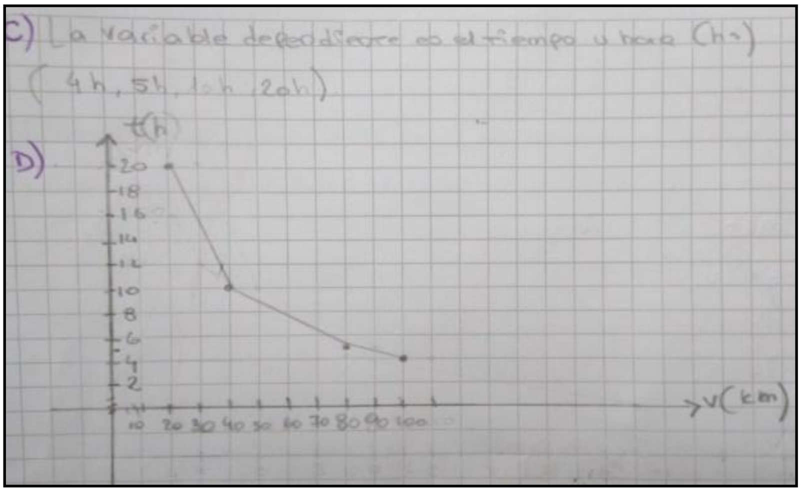
Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 3

K. Resolución Actividad Nº8



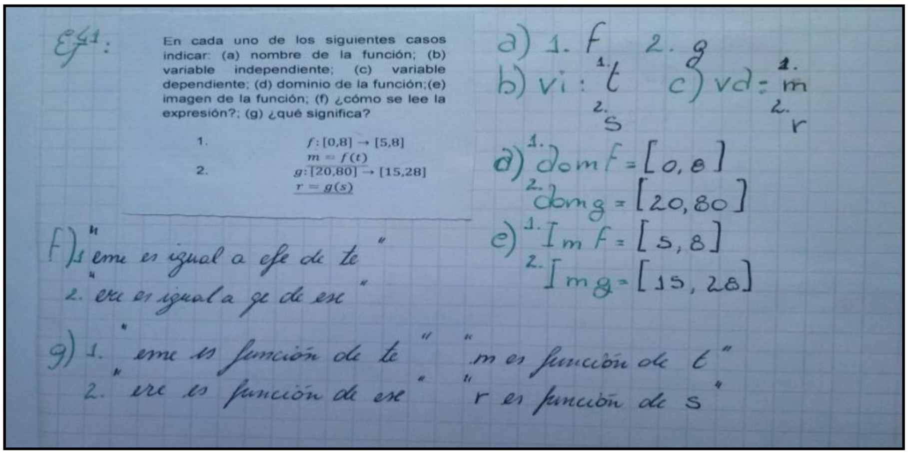
Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 2

L. Resolución Actividad Nº8



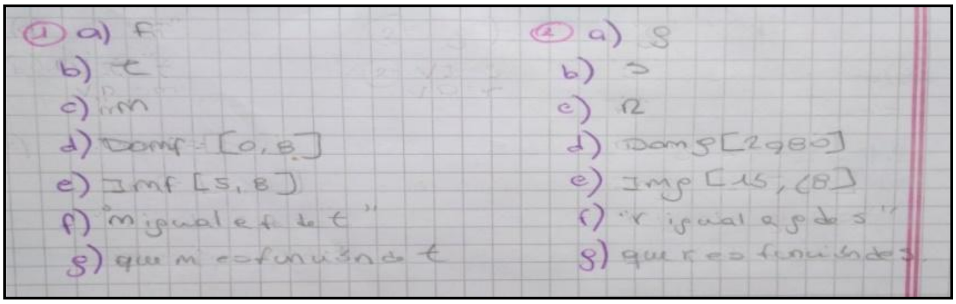
Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 2

M. Resolución Actividad Nº10



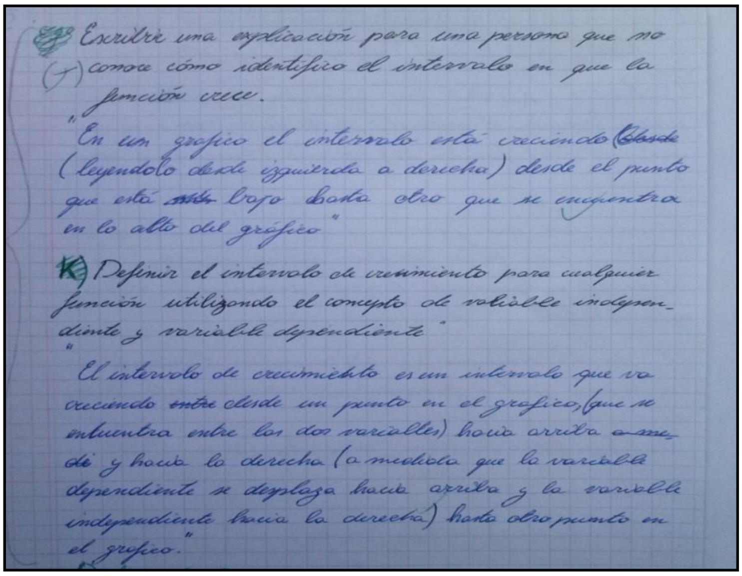
Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 3

N. Resolución Actividad Nº10



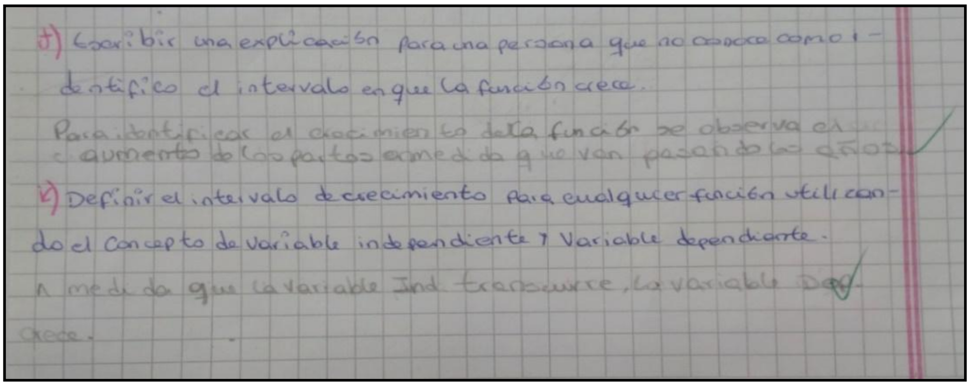
Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 1

O. Resolución Actividad Nº15



Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 3

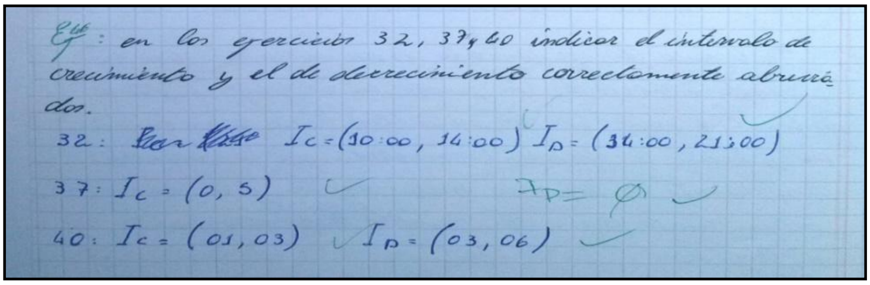
P. Resolución Actividad Nº15



j) Escribir una explicación para una persona que no conoce como i-
dentifico el intervalo en que la función crece.
Para identificar el crecimiento de la función se observa el
aumento de los partos a medida que van pasando los años.
k) Definir el intervalo de crecimiento para cualquier función utilizan-
do el concepto de variable independiente y variable dependiente.
A medida que la variable Ind. transcurre, la variable Dep.
crece.

Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 2

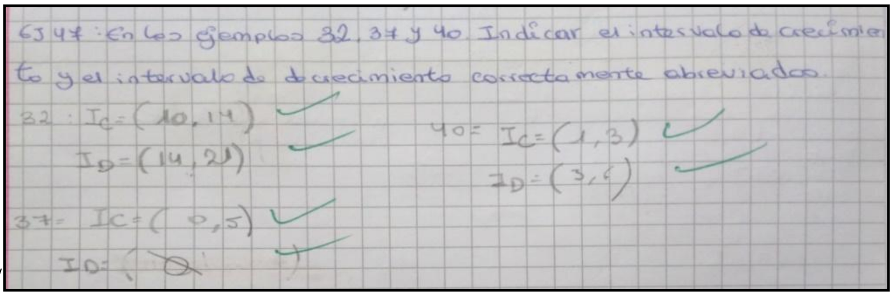
Q. Resolución Actividad Nº17



Ej: en los ejercicios 32, 37 y 40 indicar el intervalo de crecimiento y el de decrecimiento correctamente abreviados.
32: $I_C=(10:00, 14:00)$ $I_D=(14:00, 21:00)$
37: $I_C=(0, 5)$ $I_D=\emptyset$
40: $I_C=(01, 03)$ $I_D=(03, 06)$

Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 3

R. Resolución Actividad Nº17



Ej 47: En los ejemplos 32, 37 y 40 Indicar el intervalo de crecimiento y el intervalo de decrecimiento correctamente abreviados.
32: $I_C=(10,14)$ $I_D=(14,21)$
40= $I_C=(1,3)$ $I_D=(3,6)$
37= $I_C=(0,5)$ $I_D=(\emptyset)$

Fuente: Carpeta de trabajo Grupo 2

ANEXO III. Instancias de evaluación

AIII A: **Evaluación domiciliaria**

1. Se realiza el estudio de la evolución del peso de un mamífero desde que nace. Los datos de los primeros meses de vida están consignados en la siguiente tabla.

0mes	1mes	2mes	3mes	4mes	5mes	6mes	7mes	8mes	9mes
250 g	400g	500g	650 g	700 g	725 g	750 g	775 g	800 g	825 g

   (a) Construir una tabla del peso en función del tiempo y representar en un sistema de coordenadas cartesianas.
   (b) ¿Cuál es la variable independiente?
   (c) ¿Cuál es la variable dependiente?
   (d) Indicar el dominio y la imagen de la función.
   (e) ¿Se puede afirmar que la función es creciente en todo el intervalo?
   (f) ¿En qué momento el peso es de 600 g?
   (g) ¿Cuál es el peso a las 5 semanas?
   (h) Si llamamos *f* a la función peso, ¿cómo expresa qué el peso es función del tiempo?
   (i) ¿Cómo lee la siguiente expresión?: $f(5) = 725$
   (j) ¿Para qué valor de t, $f(t) = 800$?

2. Las letras *a,b,c* representas variables desconocidas para nosotros y *f y g,* son funciones también desconocidas. En cada expliquen la información que podemos obtener

   (a) $f\colon [27{,}35] \to [2{,}34]$
   $a = f(b)$
   $MA\colon b = 29$
   $I_D = (27{,}30)$

   (b) $g\colon [-7{,}5] \to [21{,}39]$
   $b = f(c)$
   $ma\colon c = -3$
   $I_C = (0{,}5)$

3. Busque un artículo de diario, revista, u otro medio gráfico en formato papel o impresión de formato digital en dónde se represente información con una gráfica que sea función y: (a) indique las variables, (b) indique el dominio y la imagen, (c) si llamamos *f* a la función exprese algebraicamente cómo la función relaciona las variables. (**INDICAR CLARAMENTE LA FUENTE DEL ARTÍCULO Y LA FECHA**)

AIII B: **Prueba escrita presencial por parejas**

1. La siguiente tabla muestra la temperatura de una persona enferma durante el día

f

t(hora)	T(ºC)
8	38
9	39
10	38.5
11	38
12	37.7
13	37.2
14	36.5

(a) Representar gráficamente en un sistema de coordenadas

(b) Nombrar cada una de las variables

(c) Representar simbólicamente la relación

(d) Indicar el dominio de la función

(e) Indicar la imagen de la función

2. En relación al ejercicio 1, responder

(a) $f(8,5)=$

(b) $f(t)=38$ para $t=$

(c) ¿ Para qué valores del dominio la temperatura disminuye?

(d) ¿A qué hora tomó el antifebril?

3. En relación al ejercicio 1, indicar cómo se lee y qué significa cada expresión:

(a) $f(10) = 38.5$

(b) $9 \in dom f$

(c) $100 \notin Im f$

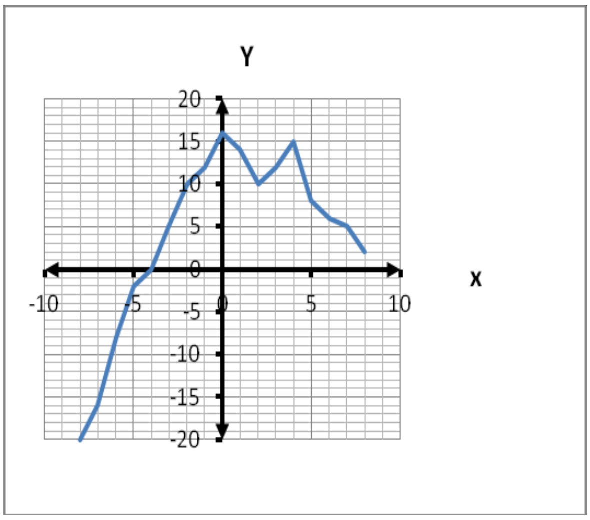
4. Si $\boldsymbol{E}$=energía; $\boldsymbol{v}$= velocidad; $\boldsymbol{g}$ = función

(a) ¿Cómo se lee la expresión $E= g(v)$

(b) ¿Qué significa la expresión?

AIII C: Prueba escrita presencial individual

1. Observe la siguiente gráfica e indique si las siguientes afirmaciones son V o F. En caso de ser falsa explique por qué



(a) *dom h*= [-10,10]

(b) y=h(x)

(c) I_C = (-8,0) ∪ (2,4)

(d) *MR*: $y = 15$

2. La siguiente tabla muestra la altura de un cuerpo que es arrojado hacia arriba, a medida que pasa el tiempo

f

t(segundo)	*a*(metros)
0	0
1	45
2	70
3	105
4	120
5	125
6	120

(a) ¿Cuál es la altura a los 3 seg?

(b) ¿En qué momento la altura es 120 m?

(c) ¿En qué momento alcanza la máxima altura?

(d) ¿Cuál es la mínima altura alcanzada?

(e) ¿En qué instantes la altura disminuye?

(f) ¿En qué momento la altura es de 156m?

3. En relación al ejercicio 1, indicar:

(a) $f(3) =$

(b) $f(t) = 120$ para $t = 120$

(c) MA: $t =$

(d) $I_D =$

(e) $Im\, f =$

4. En relación al ejercicio 1, representar gráficamente la función

5. En relación al ejercicio 1:

(a) Indicar la variable independiente.

(b) Indicar la variable dependiente.

6. Expresar simbólicamente las siguientes afirmaciones:

(a) "a igual a efe de t"

(b) "el dominio de f es cero seis"

(c) "el máximo absoluto es t igual a 5"

NOMBRE:

CURSO:

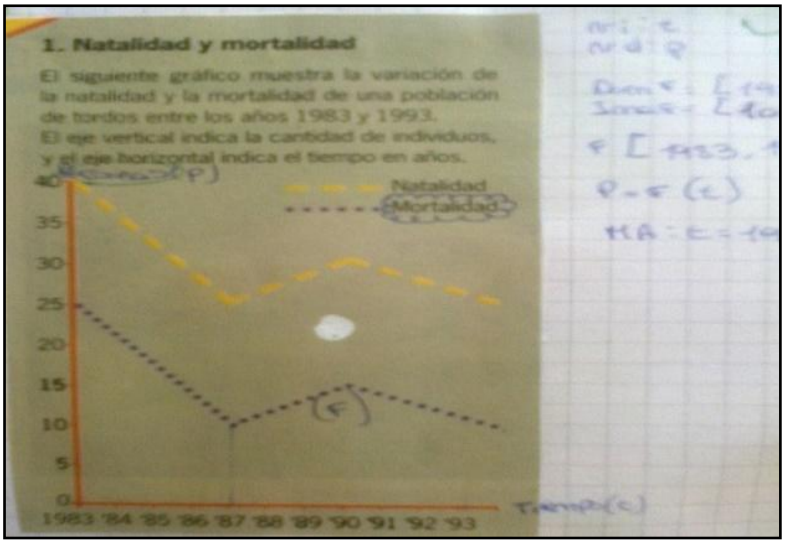
ANEXO IV. Presentaciones de las evaluaciones domiciliarias

Algunas gráficas preestablecidas que modelizan funciones de dominio real, presentadas por los grupos de trabajo, en la evaluación domiciliaria.

A. Actividad 3. Evaluación domiciliaria

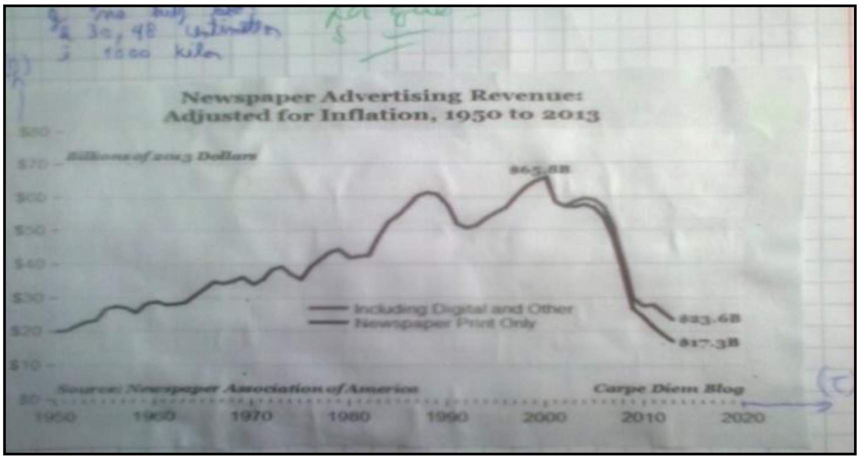
Fuente: Registro producción individual domiciliaria

B. Actividad 3. Evaluación domiciliaria



Fuente: Registro producción individual domiciliaria

C. Actividad 3. Evaluación domiciliaria



Fuente: Registro producción individual domiciliaria

9. GLOSARIO

El glosario tiene por finalidad aclarar el uso de algunos términos específicos que bien tienen significados de acuerdo al contexto en el que son utilizados o bien son producto del uso que de los mismos hace el autor como fruto de su práctica docente.

G1.

Buenos textos escolares no hace referencia a el valor literario del miso, diseño, cantidad de ejemplares en circulación u otras razones fruto de opinión masiva y cotidiana. En este caso se utiliza el término en el sentido de que es un libro que ha logrado un alto grado de equilibrio entre:(1) las prescripciones curriculares, tanto de contenidos como didácticas (2) la terna conocimiento científico-trasposición didáctica-conocimiento escolar y (3) la lógica de las editoriales en cuanto a las restricciones que imponen a los autores respecto al formato, cantidad de páginas, palabras, tipo de ilustraciones, entre otras.

G2

El término **noción,** en general utilizado como idea vaga que se tiene acerca de una cosa, es utilizado en otro sentido en este trabajo. Al referir a nociones matemáticas se está pensando en un estado pre conceptual del conocimiento, es decir un estado en el cual el alumno es capaz de diferenciar el objeto matemático en cuestión de otro, pero no puede definirlo; puede responder preguntas utilizando dicho objeto, pero no justificarlas; puede comprender una frase que incluya al término que designa al objeto matemático, mas no armar una distinta en la cual lo utilice con el mismo sentido. Es importante destacar que no refieren a las nociones tal y como son presentadas en la psicología genética, es decir como construcciones en el desarrollo de la inteligencia que se presentan siempre en el mismo orden en los niños, por citar un ejemplo, la noción de conservación de la cantidad.

G3

Al referir al acto de **socialización** de las producciones, no se hace referencia al intento de adaptar a uno o más alumnos a las normas sociales del aula, menos aún refiere a alguna cuestión relacionada con extender dichas producciones al conjunto de la sociedad. Aquí es utilizado en el sentido de compartir el trabajo realizado con el resto de los compañeros del aula y con el profesor, en modo presencial, tanto verbal como escrito. En realidad el término es un intento por sustituir la expresión "puesta en común" tan habitual en las clases de matemática, ya que tratándose de un trabajo con un fuerte componente comunicacional, lo enriquecedor de las distintas producciones, no es precisamente lo que tienen en común, sino la variedad de estrategias implementadas, es decir lo que no tienen en común.

G4

La palabra **retórica** no refiere al intento de tratar de impresionar, persuadir o conmover con el uso de las palabras sino que es utilizada en su relación a la etapa retórica del álgebra en la historia de la matemática, es decir expresar conocimiento matemático sin símbolos, escribiendo las respuestas y argumentos gramaticalmente. Por caso *"las imágenes son positivas para los valores del dominio que son mayores que tres y menores que siete"* en lugar de $C^{+} = (3,7)$.

G5

Las secuencias didácticas pueden **envejecer** por varias razones. Una de ellas refiere a la misma etimología de la palabra envejecimiento, situación en la cual una misma secuencia didáctica con el correr de los años y como consecuencia de los cambios sociales y/o curriculares deja de ser efectiva para favorecer los aprendizajes que en otro momento lograra. La segunda, que corresponde al sentido en el cual es utilizada en este trabajo, refiere al envejecimiento que se presenta prematuramente durante el transcurso de la misma y se manifiesta por pérdida del entusiasmo inicial por parte de los alumnos, aburrimiento, cansancio u otras manifestaciones que son consecuencia de los modos vertiginosos por medio de los cuales las nuevas culturas juveniles se relacionan socialmente. En tal caso es oportuno diagnosticar en forma continua para re diagramar y recuperar sus contenidos en otro momento del ciclo lectivo.

G6

Cercanía temporal y proximidad espacial no debe confundirse con las leyes de lo reciente y de lo frecuente de las teorías conexionistas. Utilizamos la expresión para referirnos literalmente a la actitud que tienen los alumnos, originada en sus trayectorias escolares previas, de esperar que una actividad se desarrolle del mismo modo que la inmediata anterior. La experiencia muestra que está predisposición es más fuerte si la actividad inmediata anterior se desarrolla dentro del mismo día de clase. Si la actividad inmediata anterior fue desarrollada en una fecha anterior, lo que predomina es la proximidad espacial en los registros de clase. Tal predisposición hace que los alumnos desarrollen las actividades sin leer los enunciados, y más aún, muchos profesores de matemática omiten los enunciados favoreciendo esta actitud. Resultará familiar para el docente de matemática la situación reiterada de los alumnos que durante el desarrollo de una prueba escrita, se acercan en numerosas ocasiones para preguntar al profesor *¿Acá es dónde había que hacer lo de la gráfica? ¿Acá lo de pasar equis?* Claro está, en la prueba escrita la consigna es clara, pero si la pregunta qué orientó todo el aprendizaje fue ¿cómo o qué se hace? en lugar de ¿qué significa?, el alumno no reconocerá la actividad propuesta.