

CIRCUITOS MAGNÉTICOS

Ejercicios resueltos

Realizado por Ing. Pablo Morcelle del Valle

1. Ejemplos de resolución de circuitos magnéticos

Se presentan algunos ejemplos de aplicación para la resolución de diferentes tipos de circuitos magnéticos, comenzando por los más sencillos, una fuente de fuerza magnetomotriz y una malla, hasta otros más complejos, con varias fuentes y varias ramas en derivación. Se incluye la resolución en forma gráfica y por aproximaciones sucesivas.

Debe tenerse presente la analogía con los circuitos eléctricos y la forma de resolución gráfica de los mismos.

En los casos pertinentes, las características magnéticas de los materiales que conforman los núcleos a utilizar son las siguientes:

Característica del material (1)

H [A/m]	20	40	60	80	160	300	600	1200	2000	3000	6000
B [Wb/m ²]	0,02	0,20	0,60	0,90	1,10	1,24	1,36	1,45	1,51	1,60	1,66

Característica del material (2)

H [A/m]	20	80	200	400	1000	2000	3000	4000
B [Wb/m ²]	0,04	0,29	0,68	0,88	1,15	1,46	1,66	1,80

Característica del material (3)

H [A/m]	20	40	60	80	160	300	600	1200	2000	3000
B [Wb/m ²]	0,04	0,29	0,68	0,88	1,15	1,46	1,66	1,80	1,85	1,87

Característica del material (4)

H [A/m]	0	75	100	140	200	330	620
B [Wb/m ²]	0	0,625	0,750	0,875	1,000	1,125	1,250

Ejemplo 1

Utilizando la característica B-H del material, ya sea del gráfico correspondiente o de una tabla de valores, calcular el flujo Φ del circuito magnético de la figura.

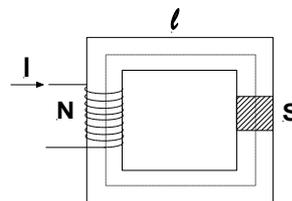
Datos:

$$I = 2,5 \text{ A}$$

$$S = 4 \text{ cm}^2$$

$$N = 30$$

$$\ell = 20 \text{ cm}$$



Material (4)

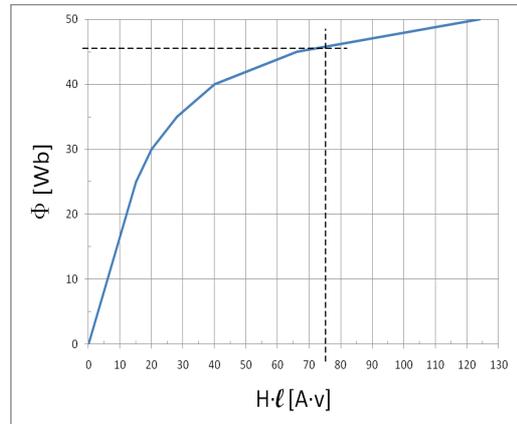
Solución:

Planteando la "ley de Kirchoff" para circuitos magnéticos, se tiene lo siguiente:

$$N \cdot I = 30 \cdot (2,5 \text{ A}) = 75 \text{ Av} = \text{fmm} = H \cdot \ell$$

Con el objeto de construir un gráfico Φ -fmm, se confecciona una tabla a partir de la curva B-H del material (4), calculando $\Phi = B \cdot S$ y $fmm = H \cdot \ell$, y de aquí, el gráfico mencionado.

$F=B \cdot S$ [$\times 10^{-5}$ Wb]	B [Wb/m ²]	H [A·v/m]	$H \cdot \ell$ [A·v]
0	0	0	0
25	0,625	75	15
30	0,750	100	20
35	0,875	140	28
40	1,000	200	40
45	1,125	330	66
50	1,250	620	124



Para el $H \cdot \ell = 75$ Av calculado, y a partir del gráfico, se puede determinar el valor aproximado de flujo

$$\Phi = 46 \cdot 10^{-5} \text{ Wb.}$$

De la misma forma, se puede determinar dicho valor a partir de la tabla por interpolación lineal, observando que el mismo debe encontrarse entre $45 \cdot 10^{-5}$ Wb y $50 \cdot 10^{-5}$ Wb, resultando $\Phi = 45,8 \cdot 10^{-5}$ Wb.

Ejemplo 2

Para el circuito magnético de la figura con dos fuentes y dos materiales distintos, determinar el flujo Φ total presente en el núcleo teniendo en cuenta: a) que los sentidos de NI son distintos, y b) que los sentidos de NI son coincidentes.

Datos:

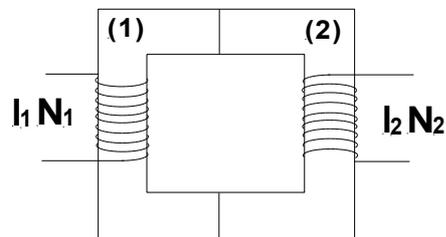
$$N_1 \cdot I_1 = 1.000 \text{ A} \cdot \text{v}$$

$$N_2 \cdot I_2 = 2.000 \text{ A} \cdot \text{v}$$

$$S_1 = S_2 = 0,2 \text{ m}^2$$

$$\ell_1 = 1 \text{ m}$$

$$\ell_2 = 1,2 \text{ m}$$



Solución analítica (por aproximación):

a) Sentidos de NI opuestos. Se plantea la relación fundamental (segunda ley de Kirchhoff).

$$N_2 \cdot I_2 - N_1 \cdot I_1 = H_1 \cdot \ell_1 + H_2 \cdot \ell_2 \quad (7)$$

Se suponen valores iniciales del flujo con el objeto de comenzar el proceso de aproximación.

i) $\Phi = 0,1$ Wb

$$B_1 = B_2 = B, \text{ pues } S_1 = S_2$$

$$\text{entonces } B = \frac{\Phi}{S} = \frac{0,1}{0,2} = 0,5 \text{ Wb/m}^2$$

y de las características de los materiales resulta $H_1 = 55$ A·v/m y $H_2 = 145$ A·v/m

Ahora se debe verificar si la relación fundamental se cumple para los valores calculados:

$$2.000 - 1.000 = 1.000 \quad \mu = ? \quad 55 \times 1 + 145 \times 1,2 = 229$$

No se cumple la igualdad. El valor resultante es menor que el esperado, por lo que se concluye que se debe aumentar el flujo supuesto.

ii) $\Phi = 0,2 \text{ Wb}$

$$\text{entonces } B = \frac{\Phi}{S} = \frac{0,2}{0,2} = 1 \text{ Wb/m}^2$$

$$H_1 = 120 \text{ A}\cdot\text{v/m} \text{ y } H_2 = 667 \text{ A}\cdot\text{v/m}$$

$$1.000 \quad \mu = ? \quad 120 \times 1 + 667 \times 1,2 = 920$$

No se cumple la igualdad. Se debe aumentar el flujo supuesto en un valor pequeño.

iii) $\Phi = 0,21 \text{ Wb}$

$$\text{entonces } B = \frac{\Phi}{S} = \frac{0,21}{0,2} = 1,05 \text{ Wb/m}^2$$

$$H_1 = 140 \text{ A}\cdot\text{v/m} \text{ y } H_2 = 778 \text{ A}\cdot\text{v/m}$$

$$1.000 \quad \mu = ? \quad 140 \times 1 + 778 \times 1,2 = 1.074$$

No se cumple la igualdad. El valor resultante es mayor que el esperado, por lo cual se debe disminuir el flujo supuesto en un valor pequeño a un valor intermedio entre 0,2 y 0,21.

iv) $\Phi = 0,205 \text{ Wb}$

$$\text{entonces } B = \frac{\Phi}{S} = \frac{0,205}{0,2} = 1,025 \text{ Wb/m}^2$$

$$H_1 = 130 \text{ A}\cdot\text{v/m} \text{ y } H_2 = 722 \text{ A}\cdot\text{v/m}$$

$$1.000 \quad \mu = ? \quad 130 \times 1 + 722 \times 1,2 = 996$$

Este valor resultante representa un error de aproximadamente 0,4 % respecto del deseado, por lo cual se da por válido el valor de $\Phi = 0,205 \text{ Wb}$.

Si deseáramos mejorarlo, deberíamos seguir iterando hasta conseguir el valor deseado exacto.

- b) Sentidos de NI coincidentes. Al igual que antes se plantea la relación fundamental de la siguiente manera:

$$N_2 \cdot I_2 + N_1 \cdot I_1 = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 \quad (8)$$

Se suponen valores iniciales del flujo con el objeto de comenzar el proceso de aproximación.

i) $\Phi = 0,3 \text{ Wb}$

Al igual que en caso a): $B_1 = B_2 = B$, pues $S_1 = S_2$

$$\text{entonces } B = \frac{\Phi}{S} = \frac{0,3}{0,2} = 1,5 \text{ Wb/m}^2$$

y de las características de los materiales resulta $H_1 = 1.867 \text{ A}\cdot\text{v/m}$ y $H_2 = 2.200 \text{ A}\cdot\text{v/m}$

Ahora se debe verificar si la relación fundamental se cumple para los valores calculados:

$$2.000 + 1.000 = 3.000 \quad \mu = ? \quad 1.867 \times 1 + 2.200 \times 1,2 = 4.507$$

No se cumple la igualdad. El valor resultante es mayor que el esperado, por lo tanto se concluye que se debe disminuir el flujo supuesto.

ii) $\Phi = 0,25 \text{ Wb}$

$$\text{entonces } B = \frac{\Phi}{S} = \frac{0,25}{0,2} = 1,25 \text{ Wb/m}^2$$

$$H_1 = 325 \text{ A}\cdot\text{v/m} \text{ y } H_2 = 1.323 \text{ A}\cdot\text{v/m}$$

$$3.000 \mu = ? 325 \times 1 + 1.323 \times 1,2 = 1.913$$

No se cumple la igualdad. Se debe aumentar el flujo supuesto, dado que el valor esperado es mayor que el calculado.

$$\text{iii) } \Phi = 0,27 \text{ Wb}$$

$$\text{entonces } B = \frac{\Phi}{S} = \frac{0,27}{0,2} = 1,35 \text{ Wb/m}^2$$

$$H_1 = 575 \text{ A}\cdot\text{v/m} \text{ y } H_2 = 1.645 \text{ A}\cdot\text{v/m}$$

$$3.000 \mu = ? 575 \times 1 + 1.645 \times 1,2 = 2.771$$

No se cumple la igualdad. Se debe aumentar el flujo supuesto en un valor pequeño.

$$\text{iv) } \Phi = 0,28 \text{ Wb}$$

$$\text{entonces } B = \frac{\Phi}{S} = \frac{0,28}{0,2} = 1,4 \text{ Wb/m}^2$$

$$H_1 = 867 \text{ A}\cdot\text{v/m} \text{ y } H_2 = 1.806 \text{ A}\cdot\text{v/m}$$

$$3.000 \mu = ? 867 \times 1 + 1.806 \times 1,2 = 3.034$$

No se cumple la igualdad. El valor resultante es algo mayor que el esperado, por lo cual se debe disminuir el flujo supuesto en un valor pequeño a un valor intermedio entre 0,27 y 0,28; más próximo a 0,28 que a 0,27.

$$\text{v) } \Phi = 0,279 \text{ Wb}$$

$$\text{entonces } B = \frac{\Phi}{S} = \frac{0,279}{0,2} = 1,395 \text{ Wb/m}^2$$

$$H_1 = 833 \text{ A}\cdot\text{v/m} \text{ y } H_2 = 1.790 \text{ A}\cdot\text{v/m}$$

$$3.000 \mu = ? 833 \times 1 + 1.790 \times 1,2 = 2.981$$

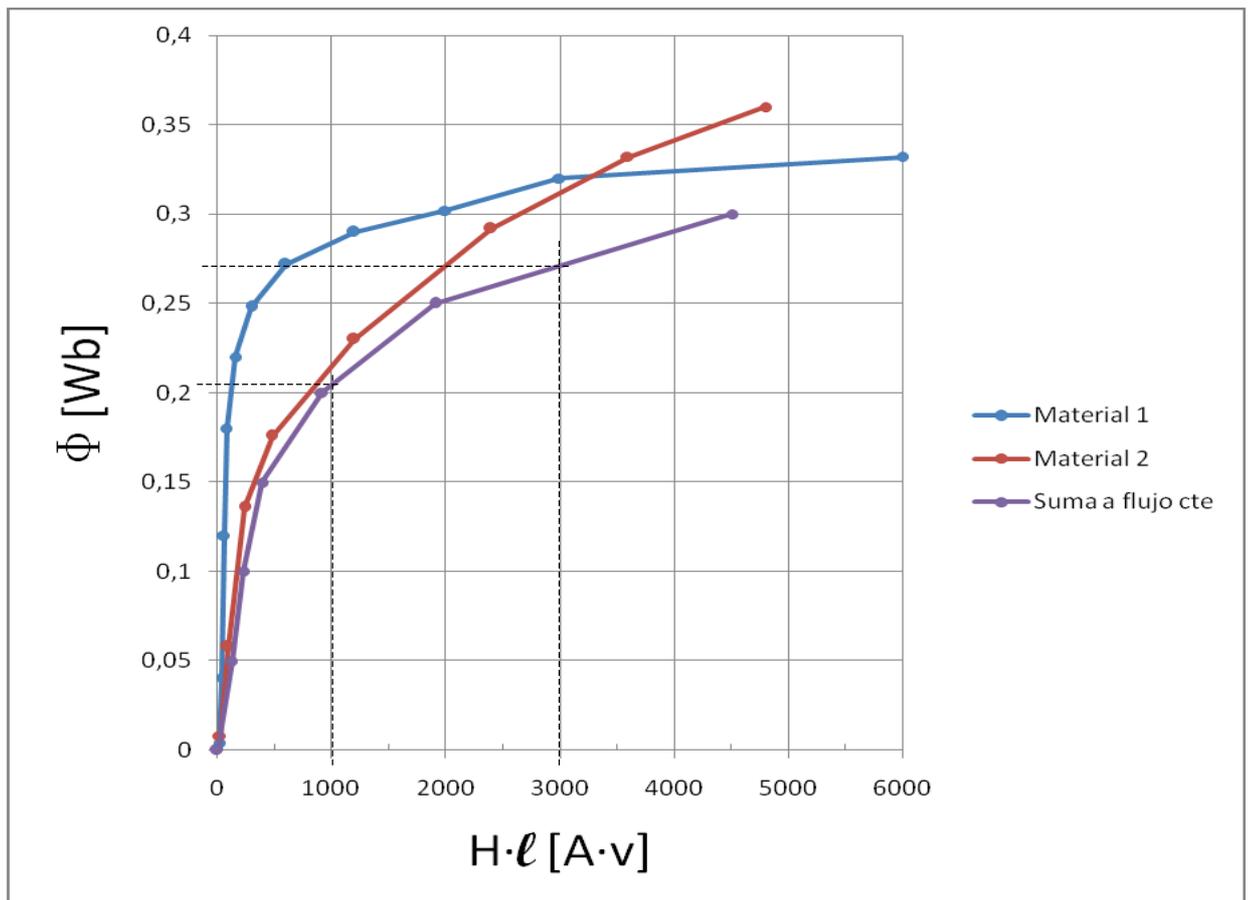
Este valor resultante representa un error de aproximadamente 0,6 % respecto del deseado, por lo cual se da por válido el valor de $\Phi = 0,279 \text{ Wb}$.

Si deseáramos mejorarlo, deberíamos seguir iterando hasta conseguir el valor deseado exacto.

Solución gráfica:

$$\text{a) Sentidos de NI opuestos: } N_2 \cdot I_2 - N_1 \cdot I_1 = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 = 1.000 \text{ Av}$$

$$\text{b) Sentidos de NI coincidentes: } N_2 \cdot I_2 - N_1 \cdot I_1 = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 = 3.000 \text{ Av}$$



Del gráfico se observa que, para el caso a), el valor del flujo que se obtiene es de **0,205 Wb**; mientras que para el caso b), el flujo vale aproximadamente **0,271 Wb**. Ambos valores son similares a los respectivos calculados por aproximación.

Ejemplo 3

Para el circuito magnético de la figura con una fuente y tres ramas en paralelo con entrehierro y la geometría indicada, determinar la fuerza magnetomotriz necesaria para que el flujo de la rama 3 (que contiene al entrehierro) valga 0,1 Wb. Determinar, además, los flujos Φ_1 y Φ_2 . El material es acero laminado (característica (3)).

Datos:

$$S_1 = S_2 = S_3 = S = 0,1 \text{ m}^2$$

$$l_1 = 1 \text{ m}$$

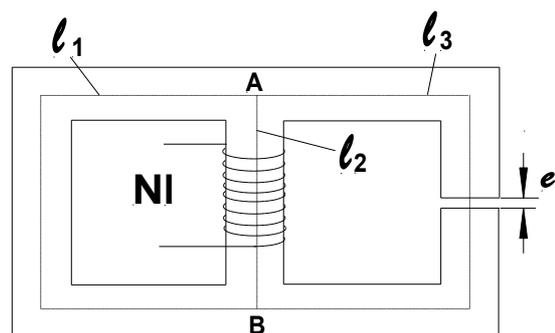
$$l_2 = 0,5 \text{ m}$$

$$l_3 = 1,20 \text{ m}$$

$$\odot = 0,001 \text{ m}$$

$$\Phi_3 = 0,1 \text{ Wb}$$

Material 3



Solución analítica:

Las ecuaciones que rigen el funcionamiento del circuito son las siguientes:

Para la malla de la izquierda $NI = H_2 \cdot l_2 + H_1 \cdot l_1$ (9)

que también se puede escribir $NI - H_2 \cdot l_2 = H_1 \cdot l_1$ (10)

Para la malla de la derecha $NI = H_2 \cdot l_2 + H_3 \cdot l_3 + H_e \cdot \odot$ (11)

o también $NI - H_2 \cdot l_2 = H_3 \cdot l_3 + H_e \cdot \odot$ (12)

Se puede suponer sin cometer gran error que $S_e = S_3$, con lo cual resulta $B_e = B_3$

Dado que $B_e = B_3 = \frac{\Phi_3}{S_3} = 1 \text{ Wb/m}^2$, de esta forma se puede determinar H_3 a partir de la

característica del material 3, y H_e de la relación $H_e = \frac{B_e}{\mu_0}$, que resultan respectivamente:

$$H_3 = 116 \text{ A/m}$$

$$H_e = 795.775 \text{ A/m}$$

Para la rama 3, que incluye el entrehierro, resulta a partir de (12):

$$NI - H_2 \cdot l_2 = H_3 \cdot l_3 + H_e \cdot \odot = 795.775 \cdot 0,001 + 116 \cdot 1,20 \approx 935 \text{ Av}$$

Combinando la (10) y la (12) se tiene:

$$H_1 \cdot l_1 = H_3 \cdot l_3 + H_e \cdot \odot$$

De la cual se puede obtener $H_1 = 935 \text{ A/m}$

de la característica del material 3 se determina $B_1 = 1,738 \text{ Wb/m}^2$

con lo que $\Phi_1 = 0,1738 \text{ Wb}$

y $\Phi_2 = \Phi_1 + \Phi_3 = 0,2738 \text{ Wb}$.

Luego, con Φ_2 se determina $B_2 = \frac{\Phi_2}{S_2} = 0,2738 \text{ Wb/m}^2$

y de la tabla del material 3 se obtiene $H_2 = 46.400 \text{ A/m}$

con lo cual, mediante el uso de la (9) se llega a que $NI = 24.135 \text{ Av}$

Solución gráfica:

Se deja pendiente para el lector.