

# INSTRUMENTOS Y MEDICIONES

Preparado por : Ing. Pablo Morcelle del Valle

## 1. INSTRUMENTOS

Existen dos instrumentos básicos para realizar mediciones eléctricas: el **amperímetro** y el **voltímetro**.

Para hacer posibles las mediciones hay que intercalarlos en el circuito. Si lo que se desea medir es una corriente, debe abrirse la rama por la cual circula la misma e intercalar un amperímetro. De forma similar, para medir una tensión sobre una rama, debe conectarse un voltímetro en paralelo con ella.

Para evitar la influencia de estos instrumentos en las condiciones de funcionamiento del sistema, las características ideales de los mismos deben ser las siguientes:

Resistencia interna	
Amperímetro	Voltímetro
$R_a=0$	$R_v=\infty$

## CLASIFICACIÓN

Desde el punto de vista tecnológico, los instrumentos se clasifican en **analógicos** y **digitales**.

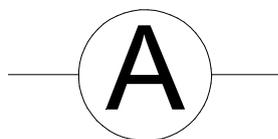
El instrumento de medición analógico básico o elemental es el *amperímetro*, derivado del galvanómetro; mientras que el instrumento de medición digital básico o elemental es el *voltímetro*, derivado del conversor analógico/digital (A/D).

Con cualquiera de estos instrumentos elementales es posible construir el otro.

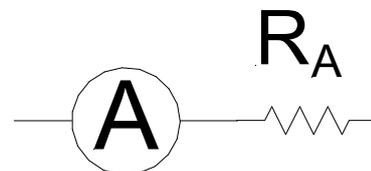
Además, a partir del instrumento básico se pueden ampliar los rangos de medición para tensiones y/o corrientes que superen los valores máximos admisibles, en cada caso.

## INSTRUMENTOS ANALÓGICOS

Como ya se mencionara, el instrumento analógico básico ideal (o teórico) tiene resistencia interna ( $R_A$ ) igual a cero. En la práctica, el instrumento real tiene resistencia interna muy baja, pero distinta de cero.



$R_A$  ideal = 0



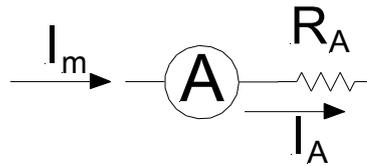
$R_A$  real  $\ll$

Se debe advertir que el símbolo de un amperímetro real es la combinación de el de un amperímetro ideal en serie con una resistencia  $R_A \neq 0$ .

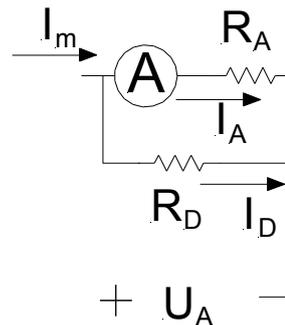
Debe tenerse en cuenta en los análisis que siguen, que  $I_A$  es la corriente máxima admisible por el instrumento y es otro de los parámetros que caracterizan al mismo.

## Amperímetro analógico

Se reproduce a continuación el símbolo de un amperímetro real.



Si  $I_m > I_A$ , puede conectarse una resistencia *derivadora*  $R_D < R_A$  en paralelo con el instrumento elemental, formando un *divisor de corriente*, por la cual se derivará el excedente de corriente entre  $I_m$  e  $I_A$ , tal como se muestra a continuación.



Para el cálculo de dicha resistencia derivadora debe tenerse en cuenta que la caída de tensión sobre el paralelo vale

$$U_A = I_D \cdot R_D = I_A \cdot R_A$$

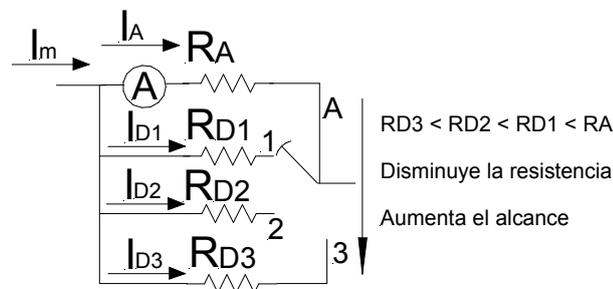
de la cual surge, teniendo en cuenta que  $I = I_A + I_D$ , la siguiente expresión de  $R_D$

$$R_D = \frac{I_A \cdot R_A}{I - I_A}$$

Luego, si el instrumento ya estuviese diseñado, una corriente genérica a medir  $I_{xm}$  se determina, a partir de los valores de  $I_A$ ,  $R_A$  y  $R_D$ , como

$$I_{xm} = I_A \cdot \left(1 + \frac{R_A}{R_D}\right)$$

Se puede generalizar lo anterior para construir un amperímetro *multirango*; es decir, un amperímetro capaz de medir corrientes de valores tan grandes como se desee.



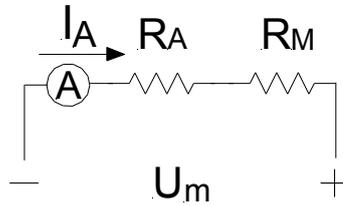
Donde

$$R_{D3} < R_{D2} < R_{D1} < R_A \text{ y } I_{D3} > I_{D2} > I_{D1} > I_A$$

## Voltímetro analógico

Para iniciar el estudio, debe recordarse que un voltímetro ideal debe tener resistencia interna infinito; con lo cual es de esperar que en el instrumento real la misma sea muy alta.

Si  $U_m > I_A \cdot R_A$ , puede conectarse una resistencia *multiplicadora*  $R_M > R_A$  en serie con el instrumento elemental, formando un *divisor de tensión*, la cual limitará la corriente a valores seguros.



Para el cálculo de dicha resistencia multiplicadora debe tenerse en cuenta que la caída de tensión sobre la serie vale

$$U_s = I_A \cdot (R_A + R_M)$$

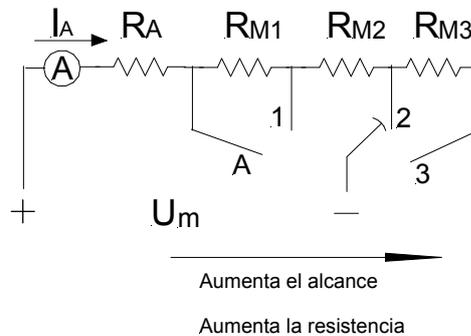
de la cual surge la siguiente expresión de  $R_M$

$$R_M = \frac{U_s}{I_A} - R_A$$

Por otra parte, si el instrumento ya estuviese diseñado, una tensión genérica a medir  $U_{xm}$  se determina, a partir de los valores de  $I_A$ ,  $R_A$  y  $R_M$ , como

$$U_{xm} = I_A \cdot (R_D + R_A)$$

Se puede generalizar lo anterior para construir un voltímetro *multirango*; es decir, un voltímetro capaz de medir tensiones de valores tan grandes como se desee.

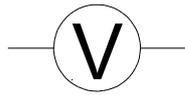


Donde

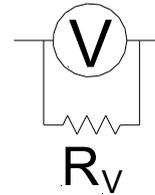
$$R_{M3} > R_{M2} > R_{M1} > R_A \text{ y } U_{m3} > U_{m2} > U_{m1} > U_{mA}$$

## INSTRUMENTOS DIGITALES

El instrumento digital elemental ideal (o teórico) tiene resistencia interna ( $R_V$ ) igual a infinito. En la práctica, el instrumento real tiene resistencia interna muy alta, pero distinta de infinito.



$R_V \text{ ideal} = \infty$



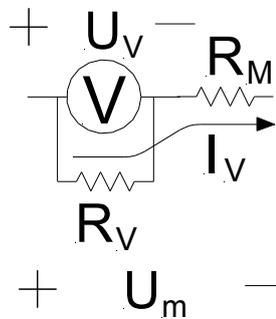
$R_V \text{ real} \gg$

Se debe advertir que el símbolo de un voltímetro real es la combinación de el de un voltímetro ideal en paralelo con una resistencia  $R_V \neq \infty$ .

Debe tenerse en cuenta en los análisis que siguen, que  $U_V$  es la tensión máxima admisible por el instrumento y es otro de los parámetros que caracterizan al mismo.

### Voltímetro digital

Si  $U_m > U_V$ , puede conectarse una resistencia *multiplicadora*  $R_M < R_V$  en serie con el instrumento elemental, formando un *divisor de tensión*, la cual limitará la corriente  $I_V$  que provocaría el excedente de tensión entre  $U_m$  e  $U_V$ .



Para el cálculo de dicha resistencia multiplicadora debe tenerse en cuenta que la caída de tensión sobre la serie vale

$$U_m = I_V \cdot (R_V + R_M) = U_V + U_V \cdot \frac{R_M}{R_V} = U_V \cdot \left(1 + \frac{R_M}{R_V}\right)$$

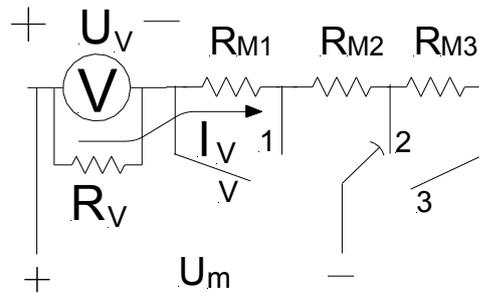
de la cual surge la siguiente expresión de  $R_M$

$$R_M = \left(\frac{U_m}{U_V} - 1\right) \cdot R_V$$

Luego, si el instrumento ya estuviese diseñado, una tensión genérica a medir  $U_{xm}$  se determina, a partir de los valores de  $U_V$ ,  $R_V$  y  $R_M$ , como

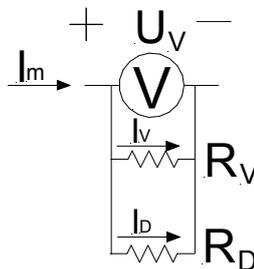
$$U_{xm} = U_V \cdot \left(1 + \frac{R_M}{R_V}\right)$$

Se puede generalizar lo anterior para construir un voltímetro *multirango*; es decir, un voltímetro capaz de medir tensiones de valores tan grandes como se desee.



### Amperímetro digital

Si  $I_m > I_V = \frac{U_V}{R_V}$ , puede conectarse una resistencia *derivadora*  $R_D < R_V$  en paralelo con el instrumento elemental, formando un *divisor de corriente*, por la cual se derivará el excedente de corriente entre  $I_m$  e  $I_V$ .



Para el cálculo de dicha resistencia derivadora debe tenerse en cuenta que la caída de tensión sobre el paralelo vale

$$U_V = I_D \cdot R_D = I_V \cdot R_V$$

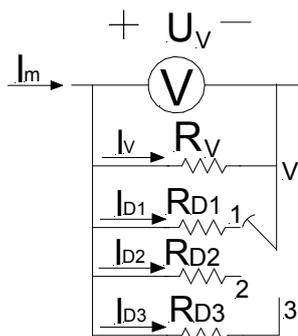
de la cual surge, teniendo en cuenta que  $I = I_V + I_D$ , la siguiente expresión de  $R_D$

$$R_D = \frac{U_V}{I_D} = \frac{U_V}{I - I_V} = \frac{U_V}{I - \frac{U_V}{R_V}} = \frac{R_V}{I \cdot \frac{R_V}{U_V} - 1}$$

Luego, si el instrumento ya estuviese diseñado, una corriente genérica a medir  $I_{xm}$  se determina, a partir de los valores de  $U_V$ ,  $R_V$  y  $R_D$ , como

$$I_{xm} = U_V \cdot \left( \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R_D} \right)$$

Al igual que en los casos anteriores, se puede generalizar lo anterior para construir un amperímetro *multirango*; es decir, un amperímetro capaz de medir corrientes de valores tan grandes como se desee.



Donde

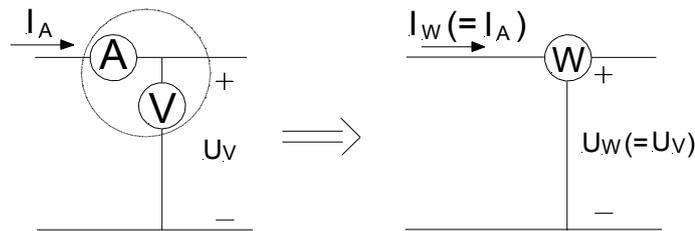
$$R_V > R_{D1} > R_{D2} > R_{D3} \text{ y } I_{D3} > I_{D2} > I_{D1} > I_V$$

## **WATÍMETRO**

Es una combinación de un amperímetro y de un voltímetro, manteniendo las características de dichos instrumentos.

Ya se ha mencionado que para la generalidad de los casos, la potencia instantánea es el producto de la tensión por la corriente instantáneas; de lo cual surge que una posibilidad de medición de la primera es efectuar la medición de las dos últimas y realizar el producto.

El circuito teórico posible, en el cual se involucran instrumentos ideales, se muestra en la figura siguiente, donde también se muestra el símbolo propio del watímetro.



De acuerdo a lo dicho anteriormente, se puede decir que el watímetro presenta una lectura que resulta igual al producto de la corriente presente en la componente amperimétrica multiplicado por la caída de tensión sobre la componente voltimétrica.

En el capítulo de potencia se verá en detalle la utilización de este instrumento para efectuar mediciones, particularmente cuando se trata con señales senoidales de tensión y corriente.

## **MEDICIONES Y ERRORES**

Medir significa comparar una magnitud de valor desconocido con una magnitud de referencia de igual especie, previamente elegida, que se denomina *unidad de medida*.

En general los resultados de las mediciones no son exactos. Por más cuidado que se tenga en todo el proceso de la medición, es imposible expresar el resultado de la misma como *exacto*. Aún los patrones tienen error.

En general, se acepta que las fuentes de error en las mediciones son debidas a:

- a) **El instrumental.** Los instrumentos poseen errores inherentes a ellos: diferencias de calidad, condiciones de funcionamiento, etc.
- b) **El método de medida.** La inserción de los instrumentos en el circuito modifica las condiciones de funcionamiento debido a las resistencias internas, por lo cual es importante tener en cuenta la influencia de las características de los instrumentos reales utilizados.
- c) **El operador.** Aún cuando el operador posea amplia experiencia en la utilización del instrumental, es esperable que se produzcan discrepancias en las lecturas efectuadas.

El estudio a fondo de la teoría de errores excede los alcances de este capítulo y por lo tanto no se efectuará.

## **DEFINICIONES**

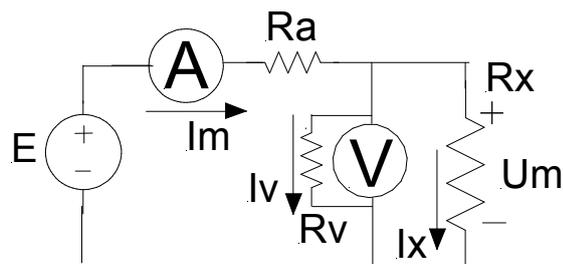
Se pueden adoptar algunas definiciones, las cuales no son de uso exclusivo de las mediciones de carácter eléctrico.

- a) **Precisión y exactitud.** Las diferencias entre estas características no son tan sutiles como se supone. La *precisión* está vinculada con la *repetibilidad* de una medición, mientras que la *exactitud* se relaciona con la proximidad al valor *verdadero* de la misma. Es decir que una medición *precisa* es aquélla que, ante una misma excitación, presenta (o *repite*) siempre el mismo resultado. Por otra parte, una medición *exacta* se refiere a la proximidad a lo *verdadero* del resultado de dicha acción. Por lo tanto, de lo anterior se deduce que un instrumento *preciso* no siempre es y viceversa.
- b) **Medida directa e indirecta.** Las mediciones *directas* son aquéllas que se realizan sin necesidad de una medición intermedia adicional. Por ejemplo, una longitud se puede determinar a partir de la medición con un instrumento específico (una regla o una cinta métrica), constituyendo una *medición directa*; mientras que una superficie o un volumen surgen a partir de dos o tres mediciones de longitud (para el caso de un rectángulo o un paralelepípedo) más un cálculo adicional (producto de las mediciones), obteniéndose una *medición indirecta*.
- c) **Valor verdadero (Vv).** El valor verdadero es casi imposible de conocer. En la práctica puede tomarse como tal al promedio hallado a través de un muestreo estadístico de un gran número de mediciones, que se adopta como *valor verdadero convencional*. Dicho valor medio se aproximará tanto más al valor verdadero de la magnitud cuanto mayor sea el número de medidas, ya que los errores aleatorios de cada medida se va compensando unos con otros.
- d) **Error absoluto.** Se define como la diferencia entre el valor medido respecto de aquél que se ha tomado como verdadero:  $E = V_m - V_v$
- e) **Error relativo.** Resulta del cociente entre el error absoluto y el valor verdadero (convencional), el cual se toma como referencia:  $e = \frac{E}{V_v}$
- f) **Error sistemático.** Se llaman así porque se repiten sistemáticamente en el mismo valor y sentido en todas las mediciones que se efectúan en iguales condiciones. Pueden deberse a fallas de los instrumentos o del operador, son posibles de cuantificar y por lo tanto desafectar de las mediciones.

## **2. MEDICIÓN DE RESISTENCIAS CON VOLTÍMETRO Y AMPERÍMETRO**

Consiste en efectuar la medición de la corriente y de la tensión a través de la resistencia incógnita mediante el uso de un amperímetro y de un voltímetro, respectivamente; resultando el valor de dicha resistencia incógnita una medición indirecta, cuyo resultado se basa en la Ley de Ohm.

Puesto que los instrumentos son reales, lo que implica que poseen resistencia interna finita ( $R_A$  y  $R_V$ ), la medición arrojará errores, los cuales pueden ser desafectados siempre y cuando dichas resistencias sean conocidas



Analizando el circuito de la figura, el valor de la resistencia incógnita  $R_x$  puede expresarse como:

$$R_x = \frac{U_m}{I_x} = \frac{U_m}{I_m - I_v}$$

Pero, dado que durante una medición los valores con que se cuenta son aquéllos surgidos de las indicaciones de los instrumentos, se puede escribir:

$$R_m = \frac{U_m}{I_m}$$

Y como la corriente que mide el amperímetro es la suma de las corrientes por la incógnita y por el voltímetro, mientras que la tensión medida por este último corresponde al paralelo entre  $R_v$  y  $R_x$ , resulta

$$R_m = \frac{R_v R_x}{R_v + R_x}$$

que justamente es el paralelo de  $R_v$  con  $R_x$ .

Despejando  $R_x$  de la última expresión, resulta:

$$R_x = \frac{R_m R_v}{R_m - R_v}$$

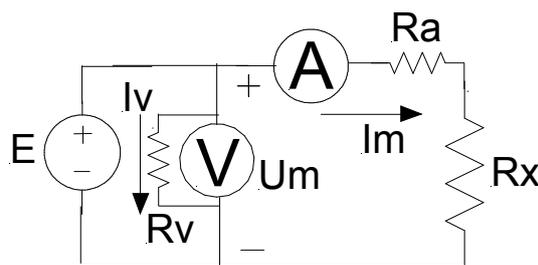
Se observa que hay diferencias entre la resistencia medida  $R_m$  y la "verdadera"  $R_x$ .

Luego, se pueden determinar los errores absolutos y relativos  $\Delta R$  y  $e_R$ , respectivamente:

$$\Delta R = R_m - R_x = -\frac{R_m^2}{R_v - R_m} \quad \text{y} \quad e_R = \frac{\Delta R}{R_x} = -\frac{R_m}{R_v}$$

Este tipo de conexión se denomina **conexión corta**, puesto que el voltímetro se encuentra a una distancia *más corta* de la resistencia incógnita que el amperímetro.

Se puede utilizar otra forma de conexión de los instrumentos, que como contrapartida de la anterior se denomina **conexión larga**.



Al igual que antes, se suponen conocidas las resistencias internas de los instrumentos,  $R_A$  y  $R_v$ .

En este caso, la resistencia "verdadera"  $R_x$  vale:

$$R_x = \frac{U_m - U_A}{I_m}$$

pues la caída de tensión que mide el voltímetro es la suma de las caídas en el amperímetro más la de la resistencia incógnita, de lo cual surge que para obtener la tensión sobre  $R_x$  debe restarse la caída de tensión sobre el amperímetro a la lectura del voltímetro.

Por otra parte, la resistencia medida  $R_m$  vale:

$$R_m = \frac{U_m}{I_m} = R_A + R_X$$

de lo cual:

$$R_X = R_m - R_A$$

Como antes, hay diferencias entre la resistencia medida  $R_m$  y la "verdadera"  $R_X$ , por lo tanto se pueden calcular  $\Delta R$  y  $e_R$ .

$$\Delta R = R_m - R_X = R_A \quad \text{y} \quad e_R = \frac{\Delta R}{R_X} = \frac{R_A}{R_m - R_A} \cong \frac{R_A}{R_m} \quad \text{pues } R_A \ll R_m$$

### Conexión más conveniente

Si se grafican los errores relativos  $e_R$  en función de la resistencia medida  $R_m$  para cada uno de los dos casos estudiados, queda lo siguiente:

$$\text{error relativo de la conexión corta} \quad e_C = -\frac{R_m}{R_V}$$

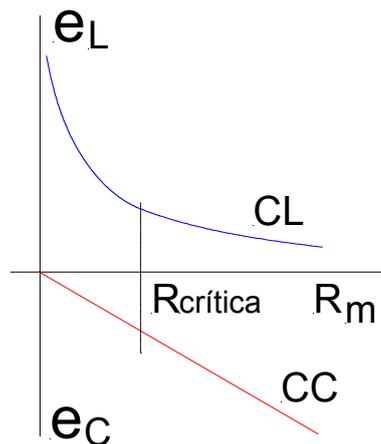
$$\text{error relativo de la conexión larga} \quad e_L = \frac{R_A}{R_m}$$

Va a existir un valor de  $R_m$  para el cual  $|e_L| = |e_C|$ ; dicho valor se denomina  $R_{\text{crítica}}$  y de la igualdad anterior se puede escribir lo siguiente

$$\frac{R_m}{R_V} = \frac{R_A}{R_m}$$

y de aquí surge el mencionado valor de  $R_{\text{crítica}}$ , luego de despejar  $R_m$

$$R_{\text{crítica}} = \sqrt{R_V \cdot R_A}$$



A partir de los resultados anteriores se puede concluir que, previamente a la medición de una resistencia con voltímetro y amperímetro, debe compararse el valor estimado de  $R_X$  (o resistencia a medir  $R_m$ ) con  $R_V$  y con  $R_A$  para obtener el menor error:

- Si  $R_m < R_{\text{crítica}}$  o, en otras palabras,  $R_m$  es pequeña, debe utilizarse la *conexión corta* para efectuar la medición
- Si  $R_m > R_{\text{crítica}}$  o, en otras palabras,  $R_m$  es grande, debe utilizarse la *conexión larga*