

ELEMENTOS DE CIRCUITO DE CORRIENTE CONTINUA. MODELO

Preparado por: Ing. Pablo Morcelle del Valle

1. ELEMENTOS DE CIRCUITO DE CORRIENTE CONTINUA

Cuando se estudian circuitos eléctricos en corriente continua, surgen los elementos básicos que conforman los mismos. En una primera aproximación, debe hablarse de elementos activos y elementos pasivos de circuito. Los primeros son aquéllos que entregan energía, mientras que los segundos reciben energía; algunos de éstos últimos son capaces de transformar la energía eléctrica en otro tipo de energía. Básicamente se habla de fuentes de tensión y de corriente, para los del primer grupo; y resistores para el caso del segundo, en el estudio en régimen de corriente continua.

En los ítems que siguen se detallarán las características de dichos elementos, con el objeto de conformar el punto de partida del estudio de los circuitos eléctricos.

1.1. Resistencia. Resistividad. Resistor

La **resistencia** eléctrica de un conductor es una propiedad que depende de la **resistividad** del material y de la geometría del conductor, es decir de su longitud y del área de la sección del alambre. Si la sección es constante a lo largo del tramo de conductor analizado y la estructura del material resulta homogénea, la resistencia se expresa de acuerdo con la fórmula

$$R = \rho \frac{\ell}{S}$$

en la que

R : resistencia del conductor en [Ω]

ℓ : longitud del alambre en [m]

S : área de la sección del conductor en [m^2]

ρ : resistencia específica o resistividad en [$\Omega \cdot m$]

El símbolo Ω se llama **ohm**, en honor al físico alemán Georg Simon Ohm.

El factor ρ (letra griega rho) permite comparar diferentes materiales en cuanto a su resistencia según su naturaleza sin que intervengan la longitud ni el área. Los valores de ρ más grandes dan lugar a conductores con mayor resistencia.

El **coeficiente de variación de la resistividad con la temperatura** α (letra griega alfa), indica qué tanto varía la resistividad con el cambio de la temperatura. Un valor positivo de α indica que ρ aumenta con la temperatura; un α negativo significa que ρ disminuye al aumentar la temperatura; un α igual a cero significa que ρ es constante, que no varía al cambiar la temperatura. Aunque para cierto material α puede variar ligeramente con la temperatura, el aumento en la resistividad del material producido por una elevación de la temperatura puede determinarse aproximadamente por medio de la ecuación

$$\rho_{t_2} = \rho_{t_1} + \alpha \cdot (t_2 - t_1)$$

en la que

ρ_{t_1} : resistividad a la temperatura t_1 en [$\Omega \cdot m$]

ρ_{t_2} : resistividad a la temperatura t_2 en [$\Omega \cdot m$]

α : coeficiente de variación de la resistencia con la temperatura en [$\Omega \cdot m/K$]

t_1 : temperatura de referencia, correspondiente a ρ_{t_1} en [$^{\circ}C$]

La Tabla I muestra valores de resistividad y coeficiente de variación de ρ con la temperatura para varios materiales.

Tabla I - ρ y α para diferentes materiales

| Material | ρ [$\Omega \cdot m$] | α [$\Omega \cdot m/K$] |
|---------------|---|------------------------------------|
| Cobre puro | $17,3 \cdot 10^{-9}$ @ $t_1 = 21,85$ $^{\circ}C$ | $68,0 \cdot 10^{-12}$ |
| Aluminio puro | $27,4 \cdot 10^{-9}$ @ $t_1 = 21,85$ $^{\circ}C$ | $92,8 \cdot 10^{-12}$ |
| Carbono | 30 a $600 \cdot 10^{-6}$ @ $t_1 = 20$ $^{\circ}C$ | $-5,0 \cdot 10^{-12}$ |

| | | |
|------------|---|----------------------|
| Constantán | $490 \cdot 10^{-9} @ t_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ | $0,2 \cdot 10^{-12}$ |
|------------|---|----------------------|

Obsérvese que el **carbono** tiene un coeficiente de variación con la temperatura negativo. En general, α es negativo para todos los semiconductores como el germanio y el silicio. Un valor negativo de α significa que la resistencia es menor a temperaturas más altas. Por consiguiente, la resistencia de los diodos semiconductores y de los transistores puede disminuir considerablemente cuando se calientan con la corriente bajo una carga normal. Obsérvese también que el **constantán** tiene un valor de α prácticamente igual a cero, por lo que se lo puede utilizar para resistores de precisión de alambre enrollado que no cambian de resistencia al aumentar la temperatura.

Como se mencionara oportunamente, la resistividad eléctrica es una propiedad de los materiales; a partir de la cual surge, mediante la geometría dada al material en cuestión, la resistencia. Un **resistor** es un componente de circuito eléctrico, el cual posee la característica denominada resistencia. Por lo tanto, no debe confundirse la resistencia eléctrica con el **resistor**. La Figura 1 muestra el símbolo esquemático del resistor.



Figura 1 - Símbolo del resistor

Estudiadas la resistividad y la resistencia eléctricas, se pueden definir la **conductividad** y la **conductancia** como las inversas de la resistividad y de la resistencia, respectivamente, que se escriben

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad \text{y} \quad G = \frac{1}{R}$$

donde

σ : conductividad en [S/m]
 G : conductancia en [S]

El símbolo **S** se llama **siemens**, en honor al ingeniero alemán Werner von Siemens.

Dada la relación entre la resistencia y la conductancia, el símbolo esquemático del elemento eléctrico que posee ésta última característica ("*conductor*"), tiene la misma representación que el resistor.

1.2. Fuentes: Definición. Clasificación

Las fuentes eléctricas son elementos capaces de convertir energía no eléctrica en eléctrica. Una pila o una batería, durante su descarga, convierte la energía química en eléctrica. De la misma forma, un sistema conformado por una máquina rotativa (por ejemplo una turbina hidráulica, de vapor o de gas) que tenga acoplada a su eje una máquina eléctrica adecuada, llamada *generador*, convierte la energía mecánica de rotación en energía eléctrica. El concepto inicial importante es que estas fuentes pueden suministrar energía manteniendo la tensión o la corriente constante entre sus bornes. Este comportamiento resulta de gran interés para el análisis de circuitos y condujo a la definición de la fuente de tensión ideal y de corriente ideal como elementos de circuitos básicos.

Una **fuentes de tensión** mantiene una tensión preestablecida entre sus bornes, independientemente de la corriente que circule entre ellos. De la misma forma, una **fuentes de corriente** mantiene una corriente preestablecida entre sus bornes, independientemente de la tensión aplicada entre los mismos. Estos elementos no existen como dispositivos reales, sino que se trata de una idealización de las fuentes de tensión y de corriente existentes en la práctica. Las Figuras 2 y 3 presentan los símbolos esquemáticos de una fuente de tensión y una de corriente ideales, respectivamente.

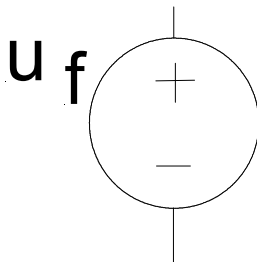


Figura 2 - Fuente ideal de tensión

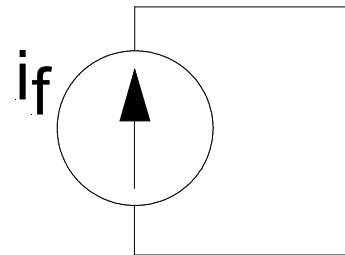


Figura 3 - Fuente ideal de corriente

Dado que en presente capítulo se va a tratar con circuitos *en régimen de corriente continua*, las Figuras 4 y 5 muestran el comportamiento de las fuentes de tensión continua y de corriente continua ideales, respectivamente, en función del tiempo.

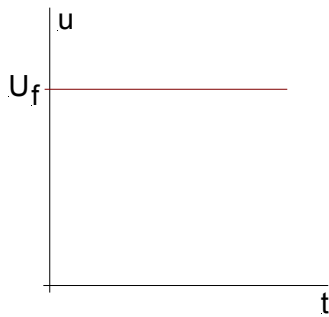


Figura 4 - Comportamiento de una fuente ideal de tensión continua

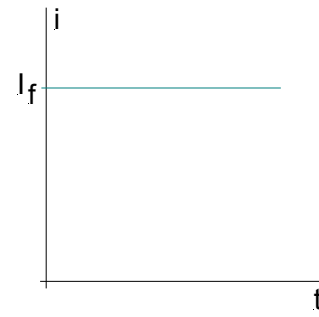


Figura 5 - Comportamiento de una fuente ideal de corriente
Comportamiento de una fuente ideal de tensión continua

Estos *modelos* ideales de las fuentes simplifican el análisis de circuitos, pero debe aclararse que utilizar un modelo ideal para las fuentes de corriente y tensión impone una restricción importante en cuanto al modo de describir esas fuentes matemáticamente. Puesto que una fuente de tensión proporciona tensión constante, incluso aunque la corriente en el elemento cambie, resulta imposible especificar la corriente de una fuente ideal de tensión en función de la tensión de ésta. De la misma forma, si la única información que se dispone de una fuente de corriente ideal es la corriente suministrada, resulta imposible determinar la tensión entre sus bornes.

Las fuentes de tensión y de corriente pueden subdividirse en fuentes **independientes** y **dependientes**. Una fuente independiente de tensión o de corriente, establece respectivamente una tensión o una corriente entre sus bornes que depende sólo de su valor intrínseco, y no se ve alterada por otras magnitudes del circuito. Por contraste, una fuente de tensión o de corriente dependiente proporciona respectivamente una tensión o una corriente cuyo valor depende, a través de una constante, de la tensión o de la corriente existente en algún otro punto del circuito. No se puede especificar el valor de la fuente a menos que se conozca el valor de la variable de la cual depende. En ocasiones, las fuentes dependientes también se las denomina **fuentes controladas**. Las Figuras 6 y 7 presentan los símbolos esquemáticos de una fuente de tensión y una de corriente dependientes, respectivamente.

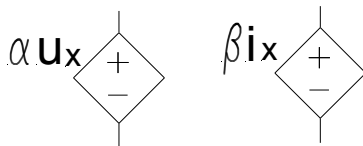


Figura 6 - Fuentes de tensión dependientes

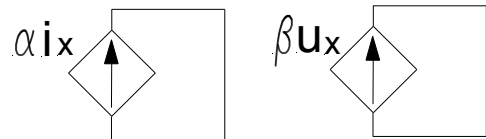


Figura 7 - Fuentes de corriente dependientes

En la práctica, el comportamiento de las fuentes se aparta del ideal y por lo tanto se habla de **fuentes reales**. En circuitos de corriente continua, el funcionamiento de una fuente de tensión real se describe mediante la asociación de una fuente de tensión ideal y una resistencia, tal como muestra la Figura 8. De forma similar, una fuente de corriente real asocia una fuente de corriente ideal y una conductancia, Figura 9.

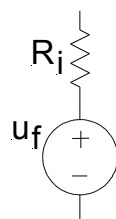


Figura 8 - Fuente real de tensión

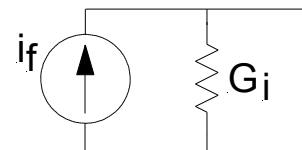


Figura 9 - Fuente real de corriente

Éstos *modelos*, si bien pueden complicar el análisis de un circuito, permiten, además de describir el comportamiento de fuentes prácticas, especificar la corriente o la tensión que son capaces de proporcionar durante su funcionamiento. Una medida de esta característica es la **curva de carga** o **característica de regulación** de una fuente real. Se puede verificar que las Figuras 10 y 11 son válidas para las mencionadas características, correspondientes a fuentes reales de tensión y de corriente, respectivamente. En los gráficos mencionados, U_{ca} corresponde a "tensión de circuito abierto", mientras que I_{cc} se refiere a "corriente de cortocircuito". Más adelante, desarrollados los métodos de análisis de circuitos, se verificarán estas afirmaciones.

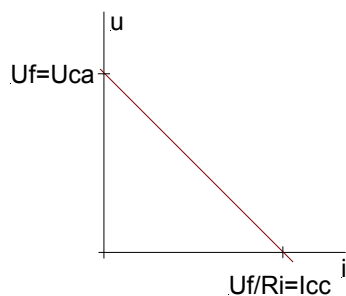


Figura 10 - Curva de regulación para una fuente real de tensión

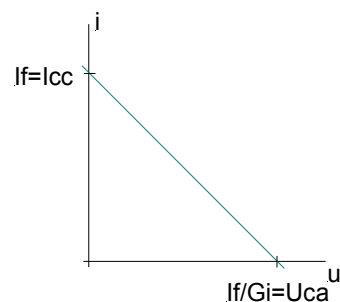


Figura 11. - Curva de regulación para una fuente real de corriente

2. MODELO

En párrafos anteriores se ha mencionado la palabra *modelo* en varias oportunidades. A menudo se intuye el significado de la misma, pero en los apartados que siguen se va a desarrollar el concepto; ilustrándolo con algunos ejemplos.

El diccionario de la Real Academia Española de la lengua, en sus acepciones 3ª y 4ª, define **modelo** como “representación en pequeño de alguna cosa” y “esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o de una realidad compleja que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de su comportamiento”, respectivamente.

En ciencias puras y, sobre todo, en ciencias aplicadas, se denomina *modelo* al resultado del proceso de generar una representación abstracta, conceptual, física, matemática, gráfica o visual; de fenómenos, sistemas o procesos a fin de analizar, describir, explicar, simular (en general para explorar, controlar y predecir) esos fenómenos o procesos. Se considera que la creación de un modelo es una parte esencial de toda actividad científica.

Para hacer un modelo es necesario plantear una serie de hipótesis, de manera que lo que se quiere representar esté suficientemente plasmado en la idealización; aunque también se busca, normalmente, que sea lo bastante sencillo como para poder ser manipulado y estudiado.

Así es que se tienen diferentes tipos de modelos

- **Modelo físico:** es una representación o copia (generalmente a escala, ya sea mayor o menor) de algún objeto de interés y que permite su examinación en diferentes circunstancias (por ejemplo, una maqueta o un prototipo). La escala no es necesariamente la misma en todos los ejes; por ejemplo, en modelados topográficos a veces se utilizan diferentes escalas verticales y horizontales.
- **Modelo matemático:** se busca representar fenómenos o relaciones entre ellos a través de una fórmula matemática.
- **Modelo numérico:** permite “experimentar”, a través de simulaciones en una computadora, modelos matemáticos o lógicos.
- **Modelo analógico:** se basa en las analogías que se observan desde el punto de vista del comportamiento de sistemas físicos diferentes que, sin embargo, están regidos por formulaciones matemáticas idénticas. Por ejemplo, hasta los años 1970 el modelado de sistemas de aguas subterráneas se realizaba con redes eléctricas de resistencias y condensadores. Este procedimiento, bastante engorroso y costoso se sustituyó con el modelado puramente matemático en la medida en que aumentó la capacidad de las computadoras y se popularizó el uso del cálculo numérico.

A pesar que hay poca teoría generalizada acerca del empleo de modelos, la ciencia moderna ofrece una colección creciente de métodos, técnicas y teorías acerca de diversos tipos de modelos. En la práctica, diferentes ramas o disciplinas científicas tienen sus propias ideas y normas acerca de tipos específicos de modelos.

2.1. Modelo de una linterna

Con el objeto de ilustrar el desarrollo de un modelo se ha elegido una linterna, dado que resulta un sistema práctico cuyos componentes son muy conocidos. Las Fotos 1 y 2 muestran una linterna común y sus distintos componentes, respectivamente.



Foto 1 - La linterna



Foto 2 - Componentes de la linterna por separado

Cuando se considera una linterna como un sistema eléctrico, los componentes principales son: (1) las pilas, (2) la lámpara, (3) el conector helicoidal, (4) el cuerpo y (5) el interruptor. Se puede determinar ahora un modelo de circuito para cada componente.

Una pila seca mantiene una tensión terminal bastante constante si la demanda de corriente no es excesiva. Por lo tanto, si la pila seca opera dentro de los límites para los cuales fue diseñada, se puede modelar con una fuente de tensión ideal. Entonces, la tensión prefijada es constante e igual a la suma de los valores de las dos pilas secas.

El resultado final de la linterna es energía luminosa, la cual se obtiene calentando el filamento de la lámpara a una temperatura suficiente como para causar radiación en la gama visible. Podemos modelar el filamento mediante una resistencia ideal. Observe que en este caso, aunque la resistencia representa la cantidad de energía eléctrica que se convierte en energía térmica, no predice cuánta energía térmica se convierte en energía luminosa. La resistencia que se usa para representar la lámpara sí predice el consumo constante de corriente de las pilas, una característica interesante del sistema. En este modelo, R_l simboliza la resistencia de la lámpara.

El conector que se usa en la linterna sirve para dos fines. Primero, proporciona un camino conductor eléctrico entre las pilas y el cuerpo de la linterna. Segundo, está formado por un muelle helicoidal de modo que pueda aplicar una presión mecánica a los contactos entre las pilas y la lámpara. El propósito de esta presión mecánica es minimizar la resistencia de contacto entre las dos pilas y entre las pilas y la lámpara. Por lo tanto, al escoger el alambre para el conector, se puede encontrar que las propiedades mecánicas del alambre determinan la elección del material y el tamaño. Eléctricamente, se puede modelar el conector con una resistencia ideal. Una resistencia R_1 modela el conector helicoidal.

Si el cuerpo de la linterna es metálico, el mismo tiene dos propósitos: uno eléctrico y uno mecánico. Desde el punto de vista mecánico, el cuerpo sirve para contener las pilas y de soporte al conjunto; desde el punto de vista eléctrico, conduce la corriente. Es decir, el cuerpo es un eslabón en el camino eléctrico entre las pilas y la lámpara. Como se trata de un conductor metálico, se puede modelar su comportamiento eléctrico mediante una resistencia ideal, que representamos con R_c . Si la linterna tiene un cuerpo de plástico, una tira metálica dentro del cuerpo conecta el conector con el interruptor. Esta tira es necesaria porque el cuerpo de plástico no es un conductor eléctrico. Una resistencia ideal también sirve para modelar a la tira de metal.

El último componente es el interruptor. Desde el punto de vista eléctrico, el interruptor es un dispositivo biestable, pues está CERRADO o ABIERTO. Un interruptor ideal no ofrece resistencia a la corriente cuando está cerrado, pero presenta una resistencia infinita cuando está abierto. Estos dos estados representan los valores límite de una resistencia; es decir, el estado CERRADO corresponde a una resistencia de valor numérico cero y el estado ABIERTO corresponde a una resistencia de valor numérico infinito. Estos dos valores extremos reciben los descriptivos nombres de cortocircuito ($R = 0$) y circuito abierto ($R = \infty$). Las Figuras 12(a) y 12(b) muestran la representación gráfica de un cortocircuito y un circuito abierto. El símbolo de la Figura 12(c) representa el hecho de que un interruptor puede ser un cortocircuito o un circuito abierto, dependiendo de la posición de sus contactos.

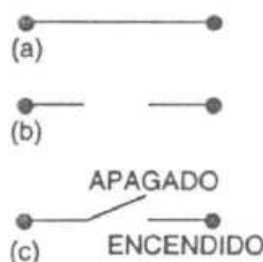


Figura 12 - Símbolo de circuito para: (a) un cortocircuito, (b) un circuito abierto, (c) un interruptor.

Se puede construir ahora el modelo de circuito de la linterna. Se debe observar que los componentes de la lámpara se conectan en línea o en serie. Es decir, comenzando por las pilas, el terminal positivo de una pila se conecta al terminal negativo de la otra, como se aprecia en la Figura 13. El terminal positivo de la segunda pila se conecta a un terminal de la lámpara. El otro terminal de la lámpara hace contacto con uno de los lados del interruptor, mientras que el otro lado del interruptor se conecta al cuerpo metálico. El cuerpo metálico se conecta al terminal negativo de la primera pila, a través del resorte metálico. Se puede ver que los elementos forman un camino o circuito cerrado. En la Figura 13 se usa una línea punteada para ilustrar este camino cerrado. La Figura 14 muestra el modelo de circuito para la linterna.

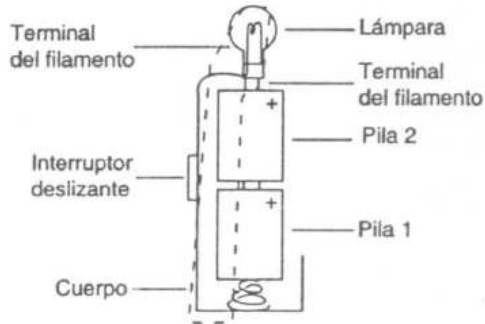


Figura 13 - Disposición de los componentes de la linterna

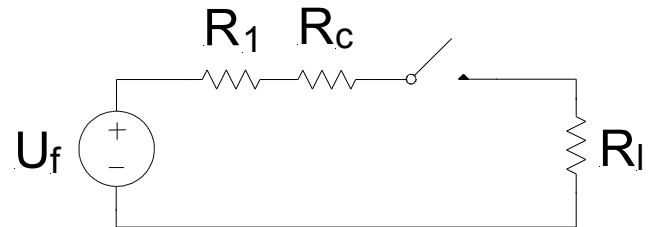


Figura 14 - Modelo del circuito para la linterna

Conviene hacer algunos comentarios generales sobre el modelo de la linterna. En primer lugar, se han empleado resistencias ideales para modelar la lámpara, el cuerpo metálico y el trozo de alambre que ejerce la presión mecánica además de servir de conexión eléctrica. La elección de una resistencia para modelar componentes físicos tan diversos demuestra que la selección de un elemento de circuito se debe centrar en el fenómeno eléctrico que el elemento representa. En este caso usamos la resistencia para modelar el flujo de la carga eléctrica por un metal. Segundo, la resistencia del filamento de la lámpara también tiene una función práctica en el sistema: genera el calor que produce la luz de la linterna. Sin embargo, la resistencia del cuerpo de la linterna y el conector generarán efectos no deseados, o parásitos. Es decir, el calor que se disipa en el cuerpo y en el conector no produce nada que sea útil, a la vez que representa un consumo de las pilas. Al construir modelos de circuito de dispositivos hay que tener en mente estos efectos parásitos; de lo contrario, es posible que los modelos no representen adecuadamente el sistema. Tercero, la construcción de un modelo de circuito para un sistema tan sencillo como éste requiere aproximaciones. Se ha supuesto que había un interruptor ideal, pero en los interruptores reales la resistencia del contacto puede ser lo suficientemente alta como para interferir la operación correcta del sistema. El modelo propuesto no predice este comportamiento. También se ha supuesto que el conector helicoidal aplica la presión suficiente como para eliminar cualquier resistencia de contacto entre las pilas. El presente modelo no predice el posible efecto de una presión inadecuada. Emplear una fuente de tensión ideal ignora la disipación interna de energía en las pilas, lo que podría considerarse si se añade una resistencia ideal en serie con la fuente. El modelo construido supone que las pérdidas internas son insignificantes.

2.2. Modelo de un circuito desconocido

Se puede ilustrar la construcción de un modelo, no sólo a partir de la observación directa de los elementos constitutivos de un sistema, sino también a partir del resultado de mediciones.

Supóngase que se tiene un dispositivo del cual se desconocen sus componentes y disposición de los mismos, pero en cambio es factible realizar mediciones sobre el mismo. Este es el caso planteado a continuación, en el cual se miden la tensión y la corriente de sus terminales para diferentes condiciones de funcionamiento (Figura 15). A partir de las diferentes tensiones y corrientes medidas se puede confeccionar una tabla de valores (Figura 16), y con ésta es posible construir un gráfico (Figura 17).

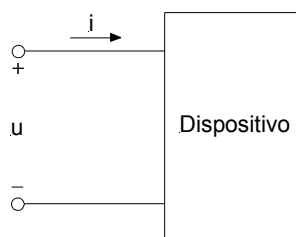


Figura 15 - Dispositivo en el cual se miden la tensión y la corriente

| i [A] | u [V] |
|------------|------------|
| -5 | -40 |
| 0 | -20 |
| 5 | 0 |
| 10 | 20 |
| 15 | 40 |

Figura 16 - Tabla de valores

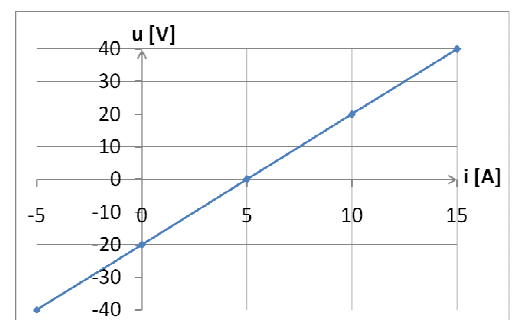


Figura 17 - Gráfico del comportamiento del dispositivo de la Figura 15

Del gráfico de la Figura 17 se observa que el dispositivo exhibe linealidad entre la tensión y la corriente. Independientemente del tipo de elemento, es posible con la información relevada (gráfico), escribir la siguiente expresión:

$$u(i) = 4i - 20$$

La función anterior constituye el *modelo matemático* que representa el comportamiento del dispositivo.

3. REFERENCIAS

“Circuitos eléctricos”, James Nilsson, Susan Riedel.

“<http://www.goodfellow.com>”, proveedor de metales.