



Universidad Nacional de La Plata  
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

Práctica de la especialidad

# Un modelo determinista para la formación de planetas gigantes

Yamila Miguel  
Director: Dr. Adrián Brunini

Marzo de 2007

# Índice general

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Introducción</b>   | <b>2</b>  |
| <b>2. Formulación del modelo</b>                                   | <b>5</b>  |
| 2.1. Estructura del disco . . . . .                                | 5         |
| 2.2. Acreción del núcleo . . . . .                                 | 8         |
| 2.3. Acreción de gas . . . . .                                     | 11        |
| <b>3. Cálculos y resultados</b>                                    | <b>15</b> |
| 3.1. Distribución orbital de los protoplanetas . . . . .           | 15        |
| 3.2. Predicción para la distribución de masas y semiejes . . . . . | 16        |
| 3.2.1. Desierto planetario . . . . .                               | 19        |
| <b>4. Resumen y conclusiones</b>                                   | <b>23</b> |

# Capítulo 1

## Introducción

El interrogante acerca de la existencia de “otros mundos”, es uno de los más antiguos. Algunas de las preguntas formuladas por los astrónomos eran (algunas todavía siguen sin resolver): ¿existirán otros sistemas planetarios?, ¿serán parecidos al nuestro?, ¿qué tan frecuentes serán?, ¿orbitarán estrellas parecidas al Sol? ¿cómo será la evolución y formación de los planetas?.

El primer intento de observación de un planeta extrasolar fue realizado por Huygens, hacia fines del siglo XVII [1], quien rápidamente se dió cuenta que esta observación excedía la capacidad de su telescopio. Las enormes dificultades observacionales para detectarlos hicieron que tuviera que esperarse mucho tiempo para que estas preguntas encontraran alguna respuesta.

Recién a fines del siglo XX, más precisamente en el año 1995, Mayor y Queloz anunciaron el descubrimiento del primer planeta extrasolar orbitando una estrella del tipo solar, 51 Pegasi. El planeta recibió el nombre de 51 Peg b.

A partir de ese momento y hasta la actualidad, cerca de 200 planetas extrasolares fueron encontrados alrededor de estrellas cercanas. Esta muestra es suficiente como para comenzar a ver algunas características comunes a los sistemas planetarios, y a establecer mejores restricciones a las teorías de formación.

El gráfico 1 muestra las distribuciones de semiejes ( $a$ ) y masas ( $M$ ), de los planetas extrasolares conocidos hasta diciembre de 2006 (<http://www.obspm.fr/encycl/encycl.html>).

Lo primero que se distingue en el gráfico es que pareciera haber una correlación entre las masas y la distribución de semiejes orbitales de los planetas. Por otra parte, se puede observar que existe un abrupto corte en las proximidades de las  $10 M_{Jup}$ , y también se puede señalar una región de escasés de planetas para los semiejes,  $a > 0,2$  UA, y masas  $M < 1M_{Jup}$  ( $M_{Jup}$ = masa de Júpiter), que de acuerdo con el trabajo de Ida & Lin (2004) [2], esa falta de planetas no se debería a la selección observacional, si no que reflejaría el proceso de formación planetaria.

Nuestro trabajo consistirá en desarrollar un programa de cómputo en lenguaje FORTRAN para realizar simulaciones numéricas y predecir de este modo la distribución de

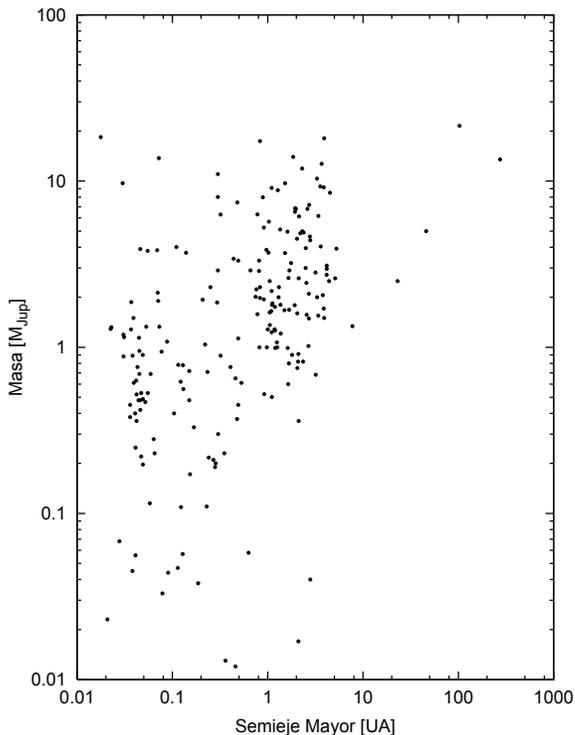


Gráfico 1: Distribuciones de masas y semiejes mayores de los planetas descubiertos hasta diciembre de 2006

masas y semiejes para planetas extrasolares, basándonos en un trabajo realizado por Ida & Lin (2004) [2].

Se usará un modelo de acreción del núcleo para el cual los planetas terrestres y los núcleos sólidos de los planetas gigantes, se formaron a través de la coagulación de planetesimales con tamaños iniciales que oscilan entre 1-10 Km (Safronov 1969 [3]; Wetherill 1980 [4]; Hayashi et al. 1985 [5]). Los núcleos que llegan a adquirir una cierta masa crítica (de  $1M_{\oplus}$ ) comienzan a acretar gas y pueden de esta forma llegar a convertirse en un "gigante gaseoso", siempre que se encuentren en una región donde todavía el gas no se haya disipado.

Las masas de los núcleos y sus escalas de tiempo de acreción van a depender de sus radios orbitales y de la densidad superficial de planetesimales en el disco (Kokubo & Ida, 2002 [6]). También se verá que en el exterior de la línea de condensación del hielo se dan las condiciones más favorables para la formación de un gigante gaseoso. Esta línea se encuentra a algunas UAs (1 UA es la distancia entre la Tierra y el Sol), dependiendo de como sea la masa de la estrella central, y corresponde a la distancia a la cual la

densidad de sólidos aumenta en un factor de 3 a 4 cuando el agua se congela. Cuando las distancias son mayores que  $10 UA$ , la tasa de crecimiento de los núcleos es tan chica que el gas residual en el disco tiende a acabarse antes de que pueda ser acregado. Sin embargo, en los discos protoplanetarios muy masivos, los núcleos pueden alcanzar masas suficientes en el interior de la frontera del hielo (Kokubo & Ida, 2002 [6]) como para desatar el proceso de acreción gaseosa.

En el capítulo **2.**, partiendo de un disco protoplanetario, se mostrará cual fue el modelo utilizado para la acreción del núcleo y se verá que un planeta que llega a adquirir una cierta masa crítica comienza a acretar gas, incluyéndose los efectos de esta acreción en los núcleos. Con el modelo ya presentado, iremos al capítulo **3.**, en donde se expondrán los cálculos realizados y los resultados obtenidos. Para terminar, en el capítulo **4.**, se detallarán las conclusiones de este trabajo y cuales serán los pasos a seguir en el futuro.

# Capítulo 2

## Formulación del modelo

### 2.1. Estructura del disco

En primer lugar se tienen que determinar las características del disco, densidad de gases y sólidos, esto es importante ya que, como se verá más adelante, la tasa de acreción de los núcleos es función de la densidad superficial de elementos pesados,  $\Sigma_d$ , en la forma de granos condensados y planetesimales.

La distribución de  $\Sigma_d$  se determina por las tasas de condensación, crecimiento y sublimación de los granos, y la interacción de las partículas con el disco de gas. Basados en el modelo fenomenológico de la nebulosa solar de masa mínima (Hayashi, 1981 [7]), utilizaremos la siguiente ley de distribución

$$\Sigma_d = f_d \cdot \eta_{hielo} \cdot 10 \cdot \left( \frac{a}{1UA} \right)^{-\frac{3}{2}} \cdot gcm^{-2} \quad (2.1)$$

donde  $a$  es el semieje mayor en  $[UA]$ ,  $f_d$  es un factor de escala del disco y  $\eta_{hielo}$  es una función constante que se detallará más adelante.

Se puede ver en el gráfico 2 a  $\Sigma_d$  como función de  $a$  para  $f_d = 0,1$ ,  $f_d = 1$  y  $f_d = 10$ .

En todos los casos se puede apreciar un corte en  $a = 2,7 UA$ , esto se debe a que las moléculas más volátiles (como las de  $H_2O$ ) se encuentran en estado gaseoso a cortas distancias de la estrella central y por lo tanto no contribuyen a la densidad de sólidos. Pero a medida que nos acercamos a las 3-5 UA estas moléculas comienzan a encontrarse en estado sólido y esto hace que el  $\Sigma_d$  aumente abruptamente. Para representar este efecto se utiliza la variable  $\eta_{hielo}$ , que toma un valor constante antes de la línea de condensación del hielo y otro, una vez que atravesamos la misma. Es decir es una función de la forma:

$$\eta_{hielo} = \begin{cases} 1 & a \leq a_{hielo} \\ 4,2 & a > a_{hielo} \end{cases} \quad (2.2)$$

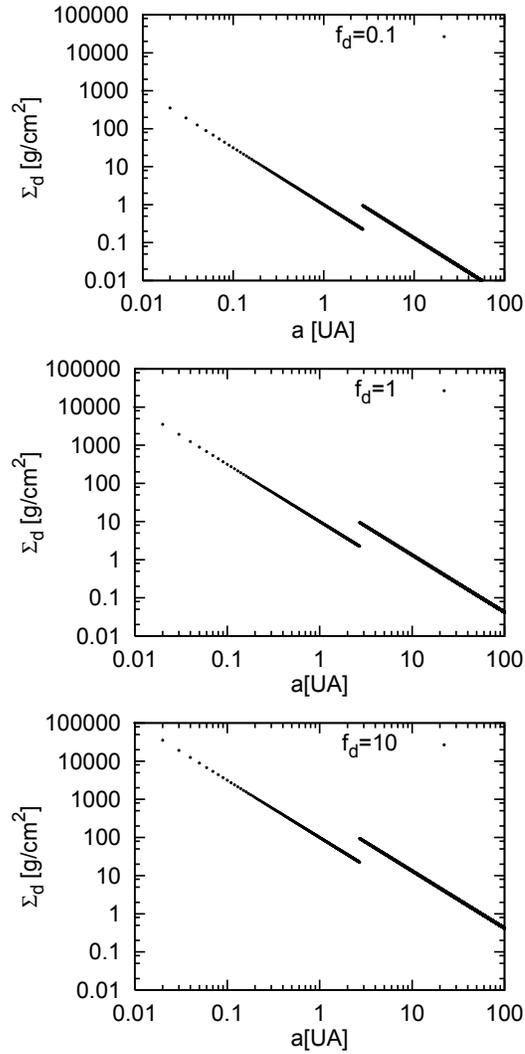


Gráfico 2: Densidad superficial de sólidos como función de la posición del planeta.

donde el valor  $\eta_{hielo} = 4,2$  se tomó para representar la distribución de abundancia solar (Hayashi, 1981 [7]), y  $a_{hielo}$  es el radio de condensación del hielo.

Falta determinar el valor de  $a_{hielo}$ , para lo cual se necesita especificar la temperatura del gas en el disco. Supongamos que los granos de polvo se comportan como un cuerpo negro, entonces la energía absorbida por los mismos estará dada por

$$E_a = \frac{L_\star}{4\pi a^2} \cdot \pi r^2$$

donde  $a$  es la distancia del grano a la estrella central,  $r$  es el radio del grano consi-

derado esférico y  $L_*$  es la luminosidad de la estrella central. Por otro lado si usamos la ley de Stefan-Boltzman,

$$E_e = \sigma T^4 4\pi r^2$$

con  $T$  la temperatura buscada, y  $\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$  la constante de Stefan-Boltzman, como se tenía un cuerpo negro  $E_a = E_e$ , con lo cual la temperatura es

$$T^4 = \frac{L_*}{16\pi\sigma a^2}$$

y usando las unidades adecuadas (de forma que nos quede  $a$  en [UA] y  $L_*$  en luminosidades solares), se encuentra que

$$T = 280 \cdot \left(\frac{a}{1UA}\right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{L_*}{L_\odot}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot ^\circ K \simeq 280 \cdot \left(\frac{a}{1UA}\right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{M_*}{M_\odot}\right) \cdot ^\circ K \quad (2.3)$$

Cabe aclarar que este es un modelo muy simplificado dado que los granos de polvo no absorben ni re-emiten en longitudes de onda que sean más largas que su propio tamaño.

Ahora como  $a_{hielo}$  corresponde al radio tal que  $T \simeq 170^\circ K$ , se tiene que

$$a_{hielo} = 2,7 \left(\frac{M_*}{M_\odot}\right)^2 \cdot UA \quad (2.4)$$

En este trabajo, nosotros usaremos  $a_{hielo} = 2,7 UA$ , dado que tomamos una estrella central como el Sol.

En la expresión de  $\Sigma_d$  se introdujo el factor de escala para la masa total del disco,  $f_d$ , que se asume como constante a lo largo del mismo. Las observaciones en radio muestran la emisión de polvo en los discos, y de esta forma puede inferirse la masa total de polvo en los discos protoestelares alrededor de estrellas T Tauri, que está en los rangos de  $10^{-5} M_\odot$  a  $3 \times 10^{-3} M_\odot$  (Beckwith & Sargent, 1996 [8]). Pero existen algunos problemas en la determinación de esta masa, uno de ellos es que se conoce poco acerca de las propiedades radiativas de los granos. Además, en muchos casos, la imagen de los discos no está bien resuelta. Pero de todas formas, podemos darle un valor a  $f_d$  suponiendo que todos los discos tienen tamaños similares (desde algunas decenas de UA a 100 UA), con lo cual las masas inferidas de las observaciones nos indican que  $f_d$  toma valores en el rango  $f_d \sim 0,1 - 30$ . Puede notarse también que muchos de los discos tienen valores de  $f_d$  sustancialmente más grandes que la unidad.

También tiene que tenerse en cuenta al gas presente en el disco. Este afecta la velocidad de dispersión y por lo tanto la tasa de crecimiento de los núcleos, y también es importante en la formación de planetas gigantes gaseosos. Al igual que Ida & Lin [2], supondremos que la densidad superficial del gas en el disco tiene una dependencia con  $a$  similar a  $\Sigma_d$ , luego

$$\Sigma_g = f_g \cdot 2,4 \cdot 10^3 \left(\frac{a}{1UA}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot gcm^{-2} \quad (2.5)$$

donde el parámetro  $f_g$ , es un factor de escala para la masa total de gas del disco, que fue introducido para considerar la posibilidad de que el gas y los componentes sólidos evolucionen independientemente. Este valor puede cambiarse obteniendo de esta forma distintos modelos de discos y testear la dependencia de las propiedades planetarias con la masa de gas del disco.

Usando las ecuaciones (2.1) y (2.5), puede verse que la razón de gas y polvo es

$$\frac{\Sigma_g}{\Sigma_d} = \frac{f_g}{f_d} \frac{240}{\eta_{ice}} \quad (2.6)$$

La razón  $\frac{f_g}{f_d}$  indica cómo es la abundancia del disco. Si  $\frac{f_g}{f_d} = 1$ , se estaría hablando de un disco con la abundancia solar.

En el modelo de la nebulosa solar de masa mínima, se considera que todos los elementos pesados permanecen en el disco, mientras que el gas va desapareciendo del mismo. Esta disipación esta relacionada con los efectos del transporte de momento angular por viscosidad, la foto evaporación y los vientos ocasionados por la estrella central.

Ahora veamos qué nos muestran las observaciones. Hasta el momento se pudo observar polvo en muchas estrellas jóvenes, mientras que en pocas se observó hidrógeno molecular. Entre las estrellas T Tauri no hay dependencia aparente entre la masa de los discos de polvo con las edades de la estrella central. Para estrellas con edades mayores a  $\sim 10^6 - 10^7$  años, la masa de polvo inferida de las observaciones es muy reducida (Beckwith & Sargent, 1996 [8]; Wyatt et al., 2003 [9]). El infrarrojo cercano también nos muestra una escala de tiempo similar (Haisch et al., 2001 [10]). Esta disminución se interpreta como una evidencia para el crecimiento de los granos de polvo y la formación de planetesimales. Usaremos el hecho de que los componentes sólidos no cambian en el disco, excepto en aquellas regiones donde fue acretao por un núcleo.

En cuanto al gas, adoptaremos la suposición de que este desaparece del disco en una escala de tiempo similar ( $\sim 10^6 - 10^7$  años), aún cuando la disipación del gas y el polvo provengan de mecanismos diferentes.

## 2.2. Acreción del núcleo

En esta sección se presentará el modelo de acreción del núcleo sólido que vamos a utilizar. Debe tenerse presente que lo más importante en toda esta etapa es determinar la tasa de crecimiento del núcleo y su masa.

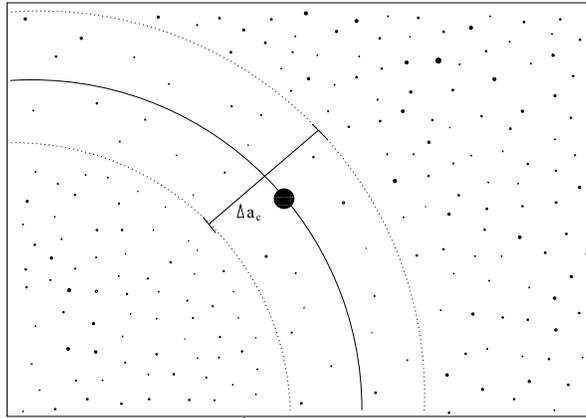
Miremos las primeras etapas de la formación, en un principio se tiene gas y polvo que se encuentra formando un anillo alrededor de la estrella central. Los granos están sujetos a la turbulencia presente en la nube y por este motivo van a sufrir colisiones entre ellos, que permitirá que se vayan aglomerando en grupos cada vez más grandes. A

su vez, debido a la fuerza de gravedad y a la fricción, el polvo se asienta, formando un disco cható alrededor de la estrella central. Esto ocurre muy rápidamente.

Los granos, una vez asentados en el disco, continúan con el proceso de coagulación hasta que todo el material sólido queda en forma de planetesimales. Estas son estructuras de algunos km. de radio, a las cuales ya les afecta poco el efecto de fricción con el gas, y pasa a ser más importante la atracción gravitatoria debido a los encuentros con otras partículas.

El crecimiento de los planetesimales se da mediante el proceso de coagulación que se debe a las perturbaciones entre los núcleos y al efecto de fricción dinámica que sufren los núcleos debido a la presencia de los planetesimales. Si se calcula la sección efectiva de la colisión, se encuentra que ésta es mayor cuanto más pequeña es la velocidad relativa (si las velocidades relativas son demasiado elevadas, las colisiones se hacen más violentas y favorecen los procesos de fragmentación y craterización) o cuanto más masivo sea el objeto, lo cual indica que los planetesimales más grandes tardan menos tiempo en doblar su tamaño. Esto da lugar a un crecimiento que se denomina *crecimiento run away*. Cuando los núcleos alcanzan una masa similar a la lunar, su acción gravitatoria comienza a dominar la evolución de las velocidades relativas de los planetesimales circundantes. En estas condiciones, el crecimiento de los núcleos pasa a un régimen más pausado, denominado *crecimiento oligárquico*. Este es el régimen fundamental donde se forman los núcleos.

La *zona de alimentación* es la región donde los núcleos pueden acretar directamente planetesimales.



Nosotros utilizamos un ancho para la zona de alimentación dado por

$$\Delta a_c = 10 \cdot r_h \quad (2.7)$$

donde  $r_h$  es el radio de Hill para un núcleo sólido de masa  $M_c$  alrededor de la estrella central de masa  $M_\star$ ,

$$r_h = a \left( \frac{M_c}{3M_\star} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.8)$$

Como se puede ver, la zona de alimentación del núcleo aumentará a medida que su radio de Hill también aumente.

Cuando los núcleos acreten todos los planetesimales en su zona de alimentación, es decir cuando consuman todo el material que tenían disponible, su crecimiento para y el núcleo adquiere una masa conocida como *masa aislada*. Esta masa se calcula con la suposición de que las órbitas de los núcleos no evolucionan con el tiempo.

La tasa de acreción de los núcleos a un radio orbital  $a$  está dada por la siguiente expresión (Safronov, 1969 [3])

$$\begin{aligned} \dot{M}_c &\sim \pi R_c^2 \rho_d \left( \frac{2GM_c}{R_c \sigma^2} \right) \sigma \sim 2\pi R_c^2 \Sigma_d \Omega_k \left( \frac{GM_c}{R_c \sigma^2} \right) \\ &\sim 2\pi \frac{R_c}{a} \cdot \frac{M_c}{M_\star} \left( \frac{a\Omega_k}{\sigma} \right)^2 \Sigma_d \cdot a^2 \cdot \Omega_k \end{aligned} \quad (2.9)$$

donde  $\Omega_k = \sqrt{\frac{GM_\star}{a^3}}$  es la frecuencia Kepleriana,  $\rho_d$  y  $\Sigma_d$  son las densidades espaciales y superficiales de componentes sólidos ( $\rho_d \sim \frac{\Sigma_d \Omega_k}{\sigma}$ ),  $R_c$  es el radio físico del núcleo y  $G = 6,673 \cdot 10^{-8} \cdot \text{din} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-2}$  es la constante de gravitación universal. Mirando la ecuación puede verse cómo es el crecimiento de los núcleos como función de  $\Sigma_d$  para distintos valores de  $a$ . Este es relativamente rápido en las regiones donde  $\Sigma_d$  es alto y  $a$  es pequeño. Por otro lado, el crecimiento es lento en aquellas regiones en donde  $a$  es grande y  $\Sigma_d$  es chico.

Ahora usando que

$$\frac{\sigma}{\Omega_k} \sim \Delta a_c \sim 10 \left( \frac{M_c}{3M_\star} \right)^{\frac{1}{3}} a \quad (2.10)$$

puede calcularse la escala de tiempo de acreción de los núcleos sólidos que es

$$\tau_{c,ac} = \frac{M_c}{\dot{M}_c} \sim \left( \frac{a}{R_c} \right) \left( \frac{M_c}{\Sigma_d a^2} \right) \left( \frac{M_c}{M_\star} \right)^{-\frac{1}{3}} T_k \quad (2.11)$$

donde  $T_k = \frac{2\pi}{\Omega_k} = \left( \frac{M_\star}{M_\odot} \right)^{-\frac{1}{2}} \left( \frac{a}{1UA} \right)^{\frac{3}{2}}$  años es el período Kepleriano.

Este crecimiento disparado que se describió hasta ahora no puede ser sostenido indefinidamente. El crecimiento de los núcleos termina cuando consumen todos los planetesimales en sus zonas de alimentación. Si se desprecia el efecto de migración orbital, la masa aislada es dada por

$$M_{c,issso} = 2\pi \int_{a-\frac{\Delta a}{2}}^{a+\frac{\Delta a}{2}} a \cdot \Sigma_d \cdot da \quad (2.12)$$

Una vez que adquirieron esta masa, los núcleos ya consumieron todos los planetesimales cercanos. Una aclaración: si incluyéramos el efecto de migración radial, la masa final del núcleo sería mayor que  $M_{c,issso}$ , debido a que el núcleo podría migrar hacia zonas más pobladas de planetesimales.

Los núcleos siguen creciendo aún después de adquirir la masa aislada. Una vez que se termina el gas en el disco, la velocidad de dispersión de los núcleos residuales crece hasta que se cruzan sus órbitas. Es decir, la etapa final del crecimiento de los núcleos puede proceder a través de impactos gigantes. Luego, algunos pocos embriones sobrevivientes devoran a la mayoría de los planetesimales residuales y menos masivos, durante la última parte de la etapa de crecimiento oligárquico. Aunque nosotros no consideramos este efecto, notamos que es consistente con el modelo actual del origen de la Luna y la joven edad de la Tierra, en comparación con los asteroides. Aunque los núcleos de masas mayores pueden unirse a través de impactos gigantes, ellos no pueden iniciar la acreción de gas porque a esta altura ya no queda suficiente gas en el disco. Esta limitada reserva de gas durante la última etapa de crecimiento de los núcleos es también consistente con la masa intermedia y mayormente de hielo de Urano y Neptuno.

Hay algunos núcleos más grandes que pueden emerger con suficiente masa como para iniciar la acreción de gas. En muchas regiones, esta masa crítica solo puede alcanzarse una vez que ya queda poco o nada de gas en el disco. Aquellos planetas que sí alcancen esta gran masa antes de la disipación total del gas, podrán convertirse en gigantes gaseosos.

### 2.3. Acreción de gas

A continuación se considerará la acreción de gas en aquellos núcleos que son lo suficientemente masivos.

Podemos asumir que un embrión planetario tendrá gas asociado, si la velocidad relativa de las moléculas del gas es menor a la velocidad de escape de su superficie. En caso contrario no tendrá una atmósfera ligada.

En algunas regiones del disco, llega un momento en que la masa del núcleo es tan grande que puede atraer gas. Sin embargo, el gas del disco primero se acumula en una envoltura estática alrededor de los núcleos. En esta envoltura, la gravedad de los núcleos está equilibrada con el gradiente de presión, el cual se mantiene por una liberación de energía durante el bombardeo de planetesimales. Pero al llegar a la masa crítica, este estado de equilibrio no puede mantenerse y comienza una fase de acreción de gas. A partir de este momento, la acreción de gas y de sólidos continua simultáneamente, y

entonces es claro que se necesita otra ecuación para caracterizar el crecimiento de la masa en esta etapa.

La masa crítica del núcleo depende de la tasa de acreción de planetesimales ( $\dot{M}_c$ ) y la opacidad asociada con el disco de gas,  $\kappa$ . Cuanto mayor es la acreción y mayor es la opacidad, la atmósfera se vuelve más caliente y el gradiente de presión aumenta, lo cual demora la acreción de gas. Dado que la magnitud de  $\kappa$  es incierta (debido a que la distribución de tamaños de partículas de polvo y la fracción de elementos pesados en las fases de gases y sólidos es pobremente conocida), despreciaremos la dependencia de la masa crítica con la opacidad, considerando simplemente que esta toma el valor de  $1M_{\oplus}$ .

La envoltura gaseosa se encoge en una escala de tiempo de Kelvin Helmholtz cuando su masa se vuelve mayor que la  $M_{crit}$ . Ikoma et al. (2000) [11], encontraron a través de calculos numéricos que

$$\tau_{KH} \simeq 10^b \cdot \left(\frac{M_p}{M_{\oplus}}\right)^{-c} \cdot \left(\frac{\kappa}{1g \cdot cm^{-2}}\right) \cdot a\tilde{nos} \quad (2.13)$$

donde  $M_p$  es la masa total del planeta,  $b$  y  $c$  son constantes cuyos valores pueden cambiar y  $\kappa$  es la opacidad. Los valores usados por Ida & Lin [2], y por nosotros también, son  $b = 9$ ,  $c = 3$  y despreciamos la dependencia con la opacidad. Luego

$$\tau_{KH} \simeq 10^9 \left(\frac{M_p}{M_{\oplus}}\right)^{-3} a\tilde{nos} \quad (2.14)$$

La tasa de acreción de gas en los núcleos está dada por

$$\frac{dM_g}{dt} \simeq \frac{M_p}{\tau_{KH}} \quad (2.15)$$

La magnitud de  $\frac{dM_g}{dt}$  aumenta rápidamente con  $M_p$ , sin embargo, hay algunos límites para el proceso de acreción de gas. Nosotros utilizaremos dos límites: el primero nos dice que la acreción termina cuando la cantidad de gas acretado supere una masa terrestre cada 100 años, es decir cuando

$$\frac{dM_g}{dt} \geq \frac{1M_{\oplus}}{100 \cdot a\tilde{nos}} = 5,98 \cdot 10^{25} \cdot g \cdot a\tilde{nos}^{-1} \quad (2.16)$$

El segundo es un límite global, para el cual la acreción de gas continua o no, dependiendo de la cantidad de gas residual que queda en todo el disco. Consideramos entonces, para nuestro modelo de disco, que la acreción de gas debe terminarse cuando la cantidad de gas presente en el disco sea 10 veces menor que la cantidad inicial, o sea cuando

$$10 \cdot M_{gfinal} \leq M_{gini} \quad (2.17)$$

donde  $M_{gfinal}$  es la masa de gas que queda en el disco, y  $M_{gini}$  es la que había originalmente.

Ahora se verá como es la disipación de gas en el disco. De acuerdo con las observaciones, el contenido de gas va cayendo junto con el de polvo en el disco. Introducimos la siguiente ecuación que nos estaría indicando como es la evolución de  $\Sigma_g$  durante la fase de disipación del gas,

$$\Sigma_g \simeq \Sigma_{g,0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{disco}}} \quad (2.18)$$

donde  $\Sigma_{g,0}$  es la distribución inicial (dada por la ec.(2.5)), y  $\tau_{disco}$  es la escala de disipación total del gas. Consideraremos un valor para esta escala dado por

$$\tau_{disco} = 4 \cdot 10^6 \cdot a \tilde{nos} \quad (2.19)$$

También asumiremos que  $f_g = f_d = f_{disco}$ , es decir que la razón gas-polvo es inicialmente igual a la composición solar, aunque también veremos como es la formación planetaria en discos más metálicos.

A continuación se da un resumen de lo dicho hasta ahora:

- En primer lugar se forma el disco, es decir, se calculan las densidades de sólidos y gases para los distintos valores de  $a$ , desde 0.1 hasta 100 UA. Para caracterizar los distintos tipos de discos pueden ir variándose los valores de  $f_d$  y  $f_g$  desde 0,1 – 30, por simplicidad nosotros utilizamos  $f_g = f_d$ .
- Luego comienza a formarse el planeta, para esto ubicamos su posición inicial al azar (en escala logarítmica), con una masa inicial

$$M_c = 10^{-5} \cdot M_{\oplus} = 5,98 \cdot 10^{22} g$$

y se calcula cómo es su crecimiento a través de la ecuación (2.9), donde la masa total del núcleo es reemplazada por la masa total del planeta (en un principio se tiene solo masa de sólidos pero luego también se incluye la masa del gas).

- Mientras el núcleo crece se verifica que siga habiendo material en su zona de alimentación. De lo contrario el crecimiento de sólidos cesa.
- También se verifica si el planeta alcanza la masa crítica necesaria para comenzar la acreción de gas, considerando  $M_{crit} = 1M_{\oplus}$ .
- Cuando la masa supera  $M_{crit}$ , comienza la acreción de gas. La expresión que se utiliza para caracterizar el crecimiento de la envoltura gaseosa es dada por la ecuación (2.16), donde la masa  $M_p$  incluye tanto los sólidos como el gas.

También debe tenerse en cuenta que la acreción de sólidos continúa aún luego de que haya comenzado la fase de acreción gaseosa.

- Finalmente el crecimiento de la envoltura gaseosa termina cuando ya no queda más gas en el disco, o cuando la tasa de acreción de gas supera la masa terrestre cada 100 años.

Estos pasos están describiendo el funcionamiento del programa desarrollado. Este puede verse al final del trabajo.

# Capítulo 3

## Cálculos y resultados

En esta sección se detallarán las simulaciones realizadas y los resultados obtenidos, así como también los parámetros utilizados en el programa.

### 3.1. Distribución orbital de los protoplanetas

La posición inicial de los núcleos influye enormemente en su formación. Esto se debe a que diferentes posiciones implica cantidades distintas de gases y sólidos para acretar. Por este motivo, en nuestras simulaciones, generamos al azar la ubicación inicial de los núcleos en el disco (con igual probabilidad por intervalo de  $\log(a)$ ), para formar de esta manera distintos tipos de planetas.

Se puede separar al disco en tres regiones:

- una región interna, en la cual la masa de los núcleos no es la suficiente como para que acreten grandes cantidades de gas antes de los  $4 \cdot 10^6$  años, tiempo en el cual ocurre la disipación del gas en el disco. Luego no puede formarse un planeta gigante gaseoso en esta región que está limitada por  $a < a_{hielo}$ . Sin embargo, luego de la disipación del gas, pueden llegar a tener más de  $1M_{\oplus}$ , pero ya no pueden acretar más gas. Estos núcleos evolucionan formando planetas terrestres.
- una región externa, para  $a \geq 10 - 20UA$ , donde la tasa de acreción es pequeña debido a que allí la densidad de sólidos es muy baja. Aunque los planetas alcanzan grandes masas y superan muchas veces la masa mínima necesaria para comenzar la acreción de gas, esto ocurre no mucho antes que los  $4 \cdot 10^6$  años, con lo cual, tampoco se encuentran planetas gigantes en esta región. Esta reserva limitada de gas en el disco pudo ser la responsable de que Urano y Neptuno no tuvieran una envoltura masiva. Estos planetas se conocen como gigantes helados.
- y finalmente hay una región intermedia, inmediatamente después de la línea de condensación del hielo, en donde al encontrar una mayor densidad de sólidos, se

da un abrupto incremento en la masa de los núcleos permitiendo el comienzo de la acreción gaseosa. Aquí encontramos a los planetas gigantes gaseosos.

Existen límites más allá de los cuales ya no se forman planetas gigantes gaseosos. Estos límites están dados por

$$M \geq 1 \cdot M_{\oplus} \quad 3\tau_{c,ac} \leq \tau_{disco} \quad (3.1)$$

con  $\tau_{c,ac}$  dado en la ec. (2.11), y  $\tau_{disco}$  en la ec. (2.20).

En general, estas condiciones se satisfacen entre un cierto valor de  $a = a_{tg}$ , que es el límite entre los planetas rocosos y los gigantes gaseosos, y  $a_{gh}$ , límite superior para  $a$ , más allá del cual ya no se forman planetas gigantes gaseosos y pasamos a tener planetas gigantes helados. Tenemos entonces que los planetas terrestres se forman a  $a \leq a_{tg}$ , y los planetas gigantes helados para valores de  $a$  tales que  $a \geq a_{gh}$ . El valor de estos límites depende de cómo sea el disco, luego para un valor arbitrario de  $f_{disco}$ , tenemos

$$a_{tg} = 64 \cdot f_{disco}^{-2} \cdot \eta_{hielo} \cdot UA \quad (3.2)$$

y

$$a_{gh} = 5 \cdot f_{disco}^{\frac{14}{27}} \left( \frac{\eta_{hielo}}{4} \right)^{\frac{10}{27}} \left( \frac{M_p}{M_{\oplus}} \right)^{-\frac{10}{81}} \left( \frac{\tau_{disco}}{4 \cdot 10^6 \text{años}} \right)^{-\frac{10}{27}} UA \quad (3.3)$$

recordemos que  $\eta_{hielo}$  se da en la ec. (2.2).

Para discos masivos con una gran cantidad de elementos pesados,  $f_{disco}$  será bastante mayor a la unidad, y entonces podemos ver de la expresión que  $a_{tg}$  es menor que el límite marcado por la línea del hielo. Con lo cual se tiene que en estos discos es posible formar gigantes gaseosos en el interior del límite del hielo.

Por otro lado en discos con  $f_{disco}$  más pequeño que un valor crítico

$$f_{disco,min} = 0,9 \left( \frac{\eta_{hielo}}{4} \right)^{-\frac{64}{68}} \left( \frac{M_p}{M_{\oplus}} \right)^{\frac{5}{102}} \left( \frac{\tau_{disco}}{4 \cdot 10^6 \text{años}} \right)^{\frac{5}{34}} UA \quad (3.4)$$

$a_{gh} < a_{tg}$ , lo cual implica que los planetas gigantes gaseosos no pueden formarse.

## 3.2. Predicción para la distribución de masas y semi-ejes

Llevamos a cabo simulaciones para predecir una distribución teórica de masas y semi-ejes de planetas extrasolares, y de esta forma comparar con la distribución observada (gráfico 1). Esta es la idea, pero cabe aclarar que no van a reproducirse los resultados observados dado que en este trabajo no se consideran los efectos de la migración planetaria.

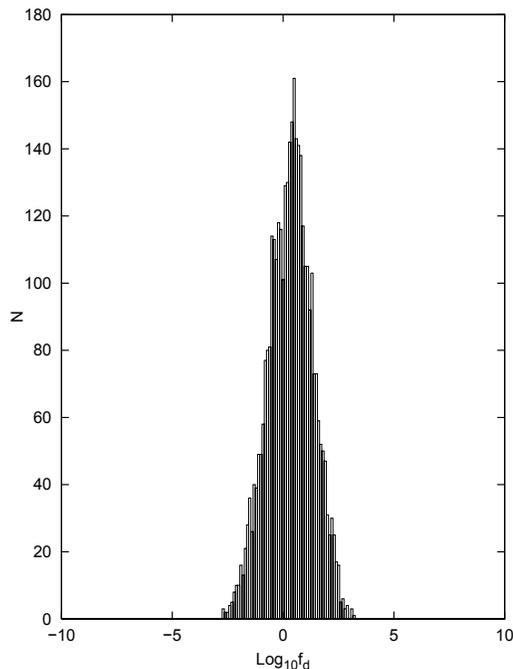


Gráfico 3: Esta es la distribución que sigue  $\text{Log}_{10}f_d$ , una distribución normal con media 0.25 y dispersión 1

Para caracterizar los diferentes tipos de discos, usamos una distribución para  $f_d$  que sea consistente con los discos observados (Beckwith & Sargent, 1996 [8]; Wyatt et al. 2003 [9]). Esto es una distribución gaussiana para el  $\log_{10}(f_d)$ , con media  $\mu_{\log_{10}(f_d)} = 0,25$  y dispersion  $\sigma = 1$  (gráfico 3). Usamos solo los valores de  $f_d \leq 30$ , ya que discos más pesados son gravitacionalmente inestables.

Tomamos como escala de tiempo de disipación del gas  $\tau_{disco} = 4 \cdot 10^6$  años, e integramos en  $t = 10^7$  años.

Utilizamos en las simulaciones una estrella cuya masa es  $M_{\star} = M_{\odot}$ , y consideramos que la masa inicial de los núcleos es de  $M_p = 10^{-5}M_{\oplus}$ .

En cada corrida del programa consideramos la formación de 1000 planetas.

En los cálculos que se llevaron a cabo usamos el modelo teórico del crecimiento del núcleo y la acreción del gas, considerando que el crecimiento de los sólidos termina cuando ya no queda más material para acretar en la zona de alimentación del planeta, y el crecimiento del gas es truncado con las condiciones expresadas en las ecuaciones (2.17) y (2.18). Los resultados se muestran en el gráfico 4.

En este gráfico se muestra la distribución de masas y semiejes obtenidas con nuestro programa, con los parámetros ya especificados. Puede verse claramente una región de

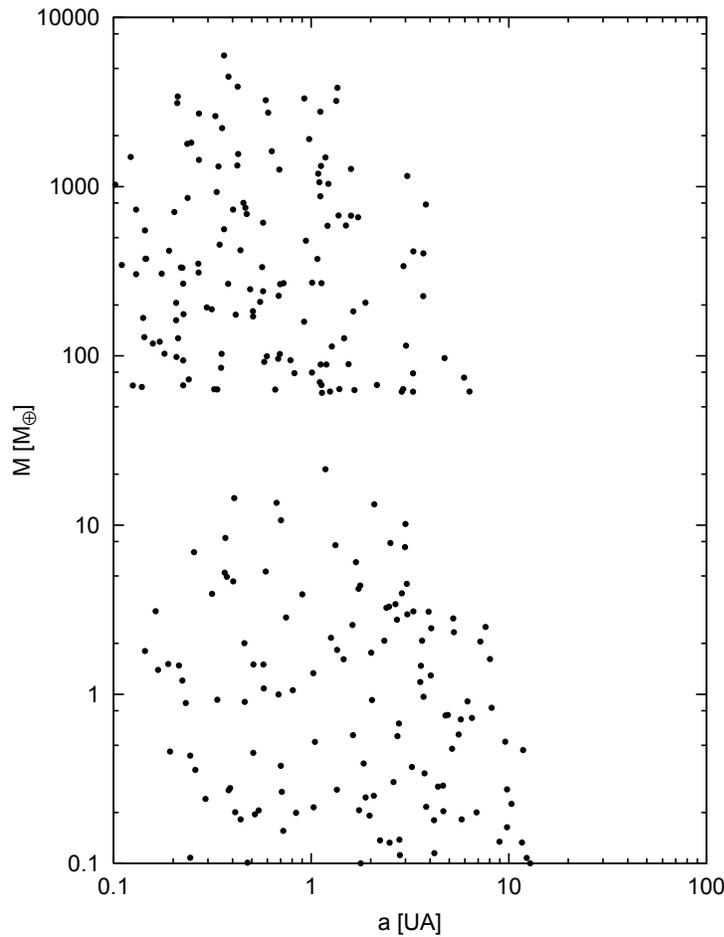


Gráfico 4: Distribución de masas y semiejes de planetas  
(integrados  $10^7$  años)

ausencia de planetas, este es el *desierto planetario* que ya habíamos mencionado y que se detallará mejor en la siguiente sección. Resultados similares fueron encontrados por Ida & Lin [2].

También realizamos otras dos simulaciones, una en la que se consideró  $f_g = f_d = 1$  y esto se mantuvo durante toda la simulación, y otra en donde  $f_g = 1$ ,  $f_d = 10$ , esto se hizo para analizar la formación de planetas gigantes en discos más metálicos. Los resultados obtenidos pueden verse en el gráfico 5.

En ambos casos se tiene la misma cantidad de gas, sin embargo puede observarse que

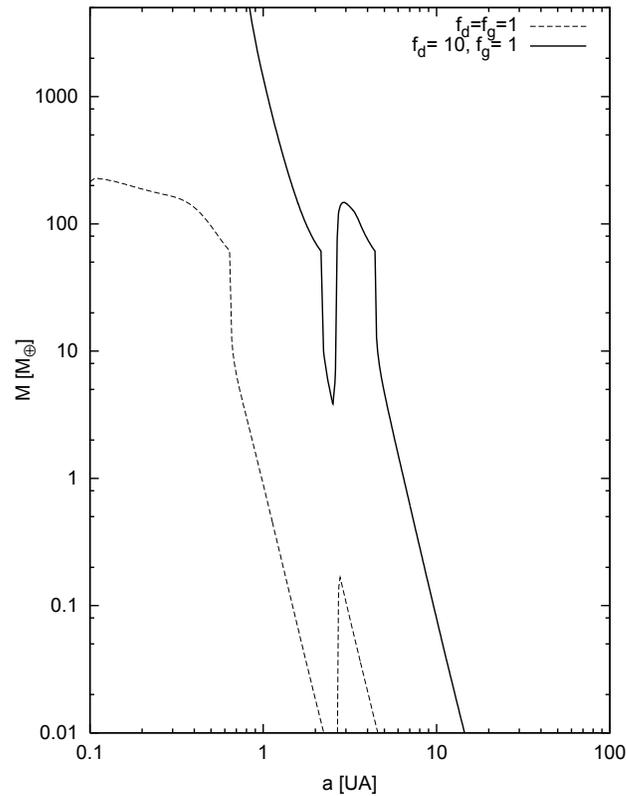


Gráfico 5: Masas y semiejes obtenidas para un disco con metalicidad solar, y para otro disco más metálico donde  $f_d=10$  y  $f_g=1$

el disco más metálico presenta condiciones más favorables para la formación de planetas gigantes gaseosos.

### 3.2.1. Desierto planetario

Para poder observar mejor el desierto planetario mencionado en la sección anterior, realizamos un histograma para la distribución de masas de los planetas, esto es lo que muestra el gráfico 6. Allí encontramos una clara escasez de planetas en el rango de masas mencionado.

Este desierto planetario, es una región de escasez de planetas con masas intermedias, entre 10 y 100  $M_{\oplus}$  y semiejes  $a \leq 3 UA$ . Observando el gráfico 5 se encuentra que el límite inferior de la región está demarcado por  $M_p \simeq 1M_{\oplus}$ , ésta, como ya vimos, es la masa necesaria para comenzar acretar gas, y esto nos está dando información acerca del

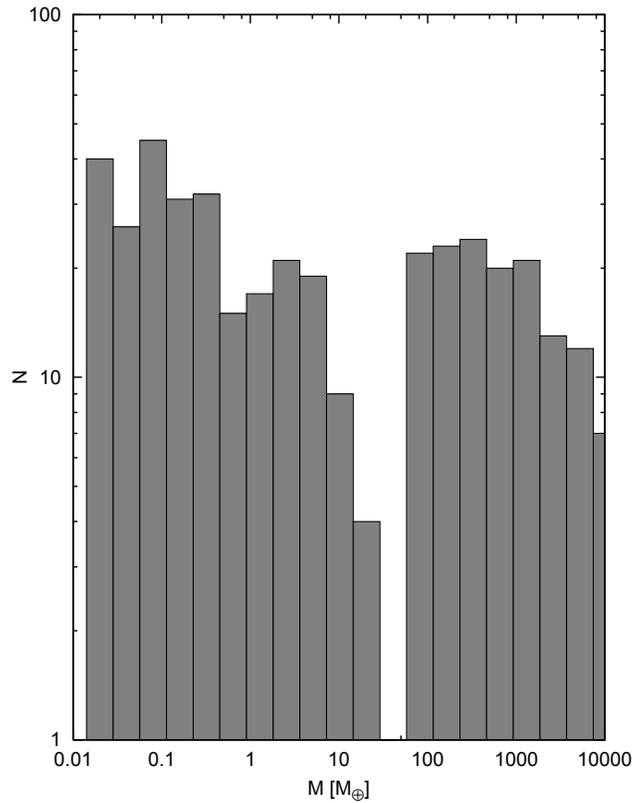


Gráfico 6 : Este es un histograma de las masas, podemos ver que hay muy pocos planetas con masas entre 10 y 100  $M_{\oplus}$

mecanismo que hace posible la existencia de este desierto.

Para tratar de ver mejor esto, se analiza cómo es el crecimiento de un planeta gigante gaseoso de, por ejemplo,  $M = 150 M_{\oplus}$ . En un principio el planeta acreta únicamente sólidos, hasta que adquiere la masa necesaria para comenzar la acreción gaseosa, es decir llega a  $1M_{\oplus}$ . En el gráfico 7 podemos ver cómo es el crecimiento de la masa de gas, y lo que se observa es que este es muy empinado, casi vertical. Es decir una vez que el planeta comienza a acretar gas, el crecimiento se dispara y termina únicamente cuando ya no queda más gas en el disco.

En el gráfico 8, se observa cómo es el crecimiento de la masa total del planeta, tanto de sólidos como de gas. Puede verse que una vez que comienza la acreción gaseosa, la masa del planeta crece abruptamente, es decir pasa muy rápidamente de tener 10 a 100  $M_{\oplus}$ , y este es el motivo por el cual nos encontramos con un desierto planetario. Es decir, dado que la escala de tiempo desde que comienza la rápida acreción hasta que alcanza

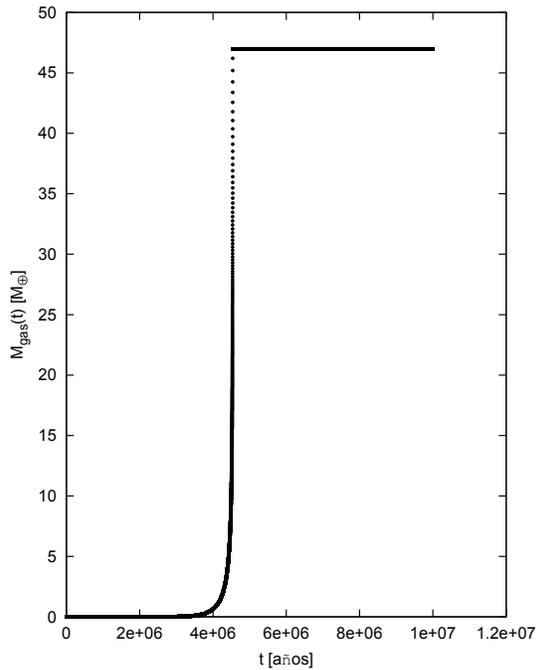


Gráfico 7: Crecimiento de la masa de gas de un planeta de  $145 M_{\oplus}$ , en  $10^7$  años

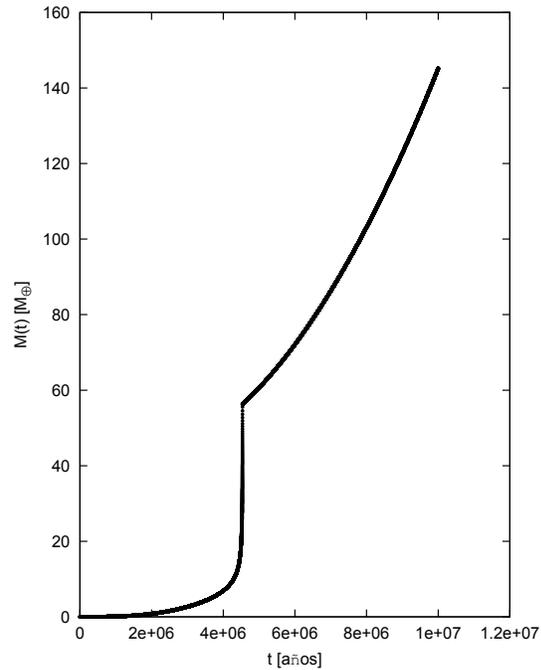


Gráfico 8: Crecimiento de la masa total de un planeta de  $145 M_{\oplus}$ , en  $10^7$  años

su masa final es relativamente corta comparada con la escala de tiempo de disipación del gas, los planetas con masas entre  $10$  y  $100 M_{\oplus}$  ocupan un dominio muy limitado en el interior de las  $3 UA$ .

En los gráficos de la hoja siguiente (gráficos 9 y 10), puede verse el crecimiento de sólidos, gas y de la masa total, para otros dos planetas de  $63,4 M_{\oplus}$  y  $382,82 M_{\oplus}$

En ambos planetas puede verse el mismo comportamiento explicado.

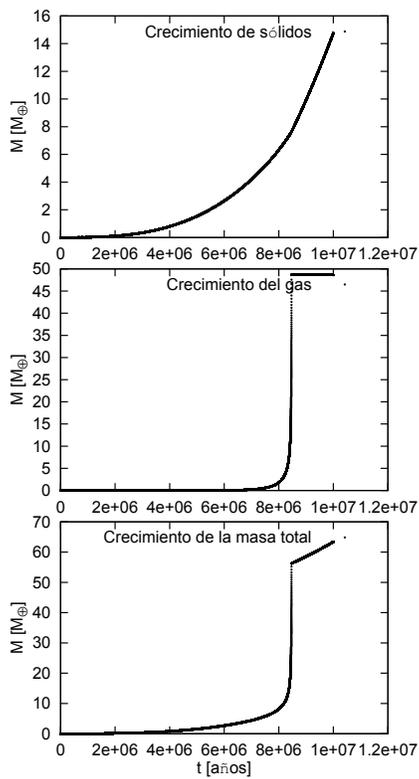


Gráfico 9: Crecimiento de un planeta de  $63.4 M_{\oplus}$

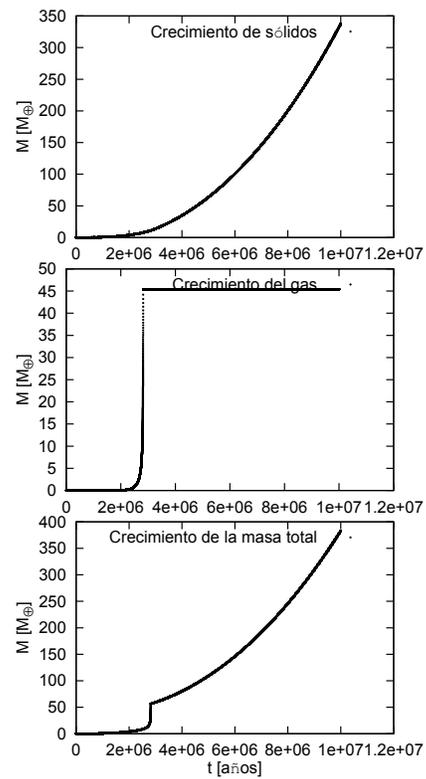


Gráfico 10: Crecimiento de un planeta de  $382.82 M_{\oplus}$

# Capítulo 4

## Resumen y conclusiones

Analizamos como es la distribución de masas y semiejes de los planetas extrasolares a través de un modelo teórico para el cual el núcleo de los planetas gigantes se forma de la misma forma que los planetas terrestres, a través de la coagulación de planetesimales. La acreción de gas en los núcleos está modelada con la contracción de la envoltura de gas de Kelvin Helmholtz.

De acuerdo con los resultados obtenidos, en general la formación de los planetas gigantes gaseosos está favorecida justo en el exterior de la línea de condensación del hielo a  $2,7 \text{ UA}$ . En el interior de este límite, dado que los gases volátiles no pueden condensarse en granos, la masa de los núcleos sólidos tiende a ser menor que  $1 M_{\oplus}$ , y por lo tanto no se encuentran planetas gigantes gaseosos en esta región. Por otro lado, en las regiones externas ( $a \geq 10 \text{ UA}$ ), la acreción del núcleo es tan lenta que los núcleos no llegan a la masa necesaria para comenzar una rápida acreción gaseosa antes de que se disipe el gas del disco.

También encontramos que los discos más metálicos presentan mejores condiciones para la formación de planetas gigantes gaseosos.

Como puede verse, los planetas terrestres, gigantes gaseosos y gigantes helados, están claramente diferenciados en el diagrama de  $M_p$  vs.  $a$ . Este diagrama nos revela mucha información acerca del proceso de formación planetaria.

Otro resultado obtenido de este diagrama es la presencia del desierto planetario. Este se debe a que los planetas crecen muy rápidamente desde las  $10M_{\oplus}$  a las  $100M_{\oplus}$ , y es por este motivo que se encuentran muy pocos planetas con masas intermedias.

La concepción del desierto planetario es fuertemente dependiente del modelo de acreción de gas basado en el concepto de masa crítica y la contracción de Kelvin Helmholtz. Nuestra idea para el futuro es mejorar el modelo ad hoc de acreción gaseosa, y verificar si seguimos encontrando un desierto planetario. Pero para poder confrontar nuestros resultados con las observaciones, primero tendremos que tener en cuenta otros efectos de gran importancia, como son la migración planetaria debida a la interacción dinámica de los planetas con el disco, la de los planetesimales debida a la fricción con el gas nebular

y también contar con un modelo más realista de la evolución del disco de gas.

```

program Planetas
c .....
c El programa forma planetas con una ubicacion inicial
c generada al azar
c .....
integer ind, cp, semilla, nplanetas
double precision mestrella,msol,rmin,a(501000),av(501000),paso2
double precision rp,eta,sigmad(501000),fd,sigmag0(501000)
double precision sigmagini(501000),mtgi,pi,gauss(2000),x1,x2
double precision fg,mtierra,mg,mc,mtp,aice,grilla,rmax,xu
c .....
c Datos y parametros usados en el principal
rmin= 0.01d0          !en UA
rmax= 100.d0         !en UA
grilla= 0.001d0      ! espaciado de la grilla en UA
semilla= -156
msol= 2.0d33         !masa solar en gramos
mestrella= 2.0d33    !masa de la estrella en gr
mtierra= 5.98d27     !masa de la Tierra en gramos
pi= 4.d0*datan(1.d0)
nplanetas=1000
c .....
open(unit=60, file= "vf-te7-metsol.sal")
open(unit=22, file= "distribucion.sal")
c .....
aice= 2.7d0*(mestrella/msol)**2
a(1)= rmin
av(1)= rmin*1.5d13
ind=2+idint((rmax-rmin)/grilla)
do i=1,ind
  a(i+1)= a(i)+grilla !este esta en UA
  av(i+1)= a(i+1)*1.5d13 !esta en cm
enddo
do j= 1,nplanetas
  read(22,*)gauss(j)
enddo
do j= 1,nplanetas
  fg= gauss(j)
  fd= fg
  mtgi=0.d0
c genero el disco (esto lo hago para cada planeta)
  do i=1,ind
    if(a(i).le.aice)then
      eta= 1.d0
    else
      eta= 4.2d0
    endif
    sigmad(i)= fd*eta*10.d0*a(i)**(-1.5d0) !densidad de solidos
c                                           en gr/cm2, i en UA

```

```

        sigmag0(i)= fg*2.4d3*a(i)**(-1.5d0) !densidad de gases en
c                                          gr/cm2, a en UA
        sigmagini(i)= sigmag0(i)
c  calculo de la masa inicial total de gas (en gramos)
        mtgi= mtgi+sigmag0(i)*2*pi*av(i)*grilla*1.5d13
        enddo
c  calculo la posicion inicial del planeta (en cm)
        x1=dlog10(rmin)
        x2=dlog10(rmax)
        xu= dble(ran2(semilla))*(x2-x1)+x1
        rp=10**(xu)*1.5d13
        do i= 1,ind
c  Ubica al planeta en un nodo de la grilla
        if(dabs((rp/1.5d13)-a(i)).lt.grilla/2.d0)then
            rp= av(i)
            goto 555          !no sigue xq ya ubico al planeta
        endif
        enddo
555    continue
        call formaplaneta(rp,mc,mg,mtp,sigmad,sigmag0,a,ind,av,aice,
&      sigmagini,mtgi,grilla)
        write(60,*)rp/15d12, mc/mtierra, mg/mtierra, mtp/mtierra
        enddo
        close(60)
        close(22)
        end

c  .....
c  .....
subroutine formaplaneta(rp,mc,mg,mtp,sigmad,sigmag0,a,ind,av,aice,
&  sigmagini,mtgi,grilla)
c  Aca considero que el planeta crece desde la masa inicial
c  dada hasta que llega a una masa critica en la que puede
c  comenzar a acretar gas.
        integer ind, cp
        double precision rmin, rmax, rp, mp, mestrella, msol, re, pi, mc
        double precision m, aice, mtierra,zai,zaf,suma,g,t,tfinal
        double precision eta, taudisk, rh, paso, radiop, sigmadp, j, anio
        double precision omega,sigma, mpunto, mtp, tkh, mgpunto, mg ,step
        double precision sigmad(501000),sigmag(501000),a(501000)
        double precision sigmagini(501000),grilla
        double precision sigmag0(501000), av(501000), paso2, mtgi, mtgf
c  .....
c  Datos y parametros
        re= 6.9599d10          !radio de la estrella central en cm
        taudisk= 4.0d6        !representa la escala de disipacion del gas.
c                               Esta en años

```

```

tfinal= 1.0d7          !es la cantidad de años entre escrituras en
c                      archivos de salida.
msol= 2.0d33          !masa solar en gramos
mestrella= 2.0d33     !masa de la estrella en gr
mtierra= 5.98d27      !masa de la Tierra en gramos
mp= 1.0d-5*mtierra    !es la masa inicial del planeta en gr.
paso= 1.0d2           !esta en años
pi= 4.d0*datan(1.d0)
g= 6.673d-8 !es la constante gravitatoria (esta en cgs)
anio= 3.15576d7
step= paso*anio
c .....
t= 0.d0
mtp= mp
mg= 0.d0
do j= 0.d0, tfinal, paso
  t= t+paso
  mtgf= 0.d0
  do i= 1,ind
c    evaporacion del gas
      sigmag(i)= sigmag0(i)*exp(-t/taudisk)
c    masa total de gas que queda a medida que se disipa el gas del disco
      mtgf= mtgf+ sigmag(i)*2*pi*av(i)*grilla*1.5d13
  enddo
  call acresolidos(rp, mc, mtp, mp, sigmad, a, ind, av, aice)
  if(mc.ge.mtierra)then
    do k= 0, 10
      paso2=10.0      !esta en años
      call acregas(mtp,mg,paso2,mc,mtgi,mtgf)
    enddo
  else
    mtp= mc
  endif
enddo
return
end

c .....
c .....
subroutine acresolidos(rp, mc, mtp, mp, sigmad, a, ind, av, aice)
integer ind, cp
double precision rp, mp, mestrella, msol, re, pi, mc, rmax
double precision m, aice, mtierra, zai, zaf, g, tfinal
double precision eta, rh, paso, radiop, sigmadp, j, mtp, rhop
double precision omega, sigma, mpunto, t, step, anio
double precision sigmad(501000), a(501000), av(501000)
c .....
c Datos y parametros

```

```

re= 6.9599d10          !radio de la estrella central(radio Sol cm)
msol= 2.0d33          !masa solar en gramos
mestrella= 2.0d33     !masa de la estrella en gr
mtierra= 5.98d27      !masa de la Tierra en gramos
paso= 1.0d2
pi= 4.*datan(1.d0)
g= 6.673d-8           !es la constante gravitatoria (esta en cgs)
anio= 3.15576d7
step= paso*anio
rhop= 1.5d0           !densidad del planeta (gr/cm3)
c .....
rh= rp*(mtp/(3.d0*mestrella))**(0.333333333333d0) !esta en cm
zai= rp-5.d0*rh
zaf= rp+5.d0*rh
cp= 0
sigmadp= 0.d0
c calculo de la densidad de solidos promedio en la zona de alimentacion:
do i= 1,ind
  if(av(i).ge.zai.and.av(i).le.zaf)then
    cp= cp+1
    sigmadp= sigmad(i)+sigmadp
  endif
enddo
sigmadp= sigmadp/cp
radiop= ((3.d0*mp)/(4.d0*pi*rhop))**(0.333333333333d0)
omega= dsqrt((g*mestrella/(rp**3.d0)))
sigma= omega*10.d0*rh
mpunto=2.d0*pi*(radiop/rp)*(mtp/mestrella)*(rp*omega/sigma)**2
& *sigmadp*(rp**2)*omega
mc= mp+mpunto*step
dsigma=(mc-mp)/(pi*cp*(zaf**2-zai**2))
do i=1,ind
  if(av(i).gt.zaf)goto 1000 !no sigue por que ya nos pasamos
  if(av(i).ge.zai.and.av(i).le.zaf)then
    if(sigmad(i).gt.dsigma)then
      sigmad(i)=sigmad(i)-dsigma
    else
      sigmad(i)= 0.d0
    endif
  endif
enddo
1000 continue
mp= mc
return
end

c .....
c .....

```

```

subroutine acregas(mtp,mg,paso,mc,mtgi,mtgf)
double precision mtierra, mtp, mg, paso, mgpunto, tkh
double precision taudisk, mtgi, mtgf, mc
C .....
mtierra= 5.98d27
C .....
tkh= 1.0d9/(mtp/mtierra)**3 !años
mgpunto= mtp/tkh          !gr/años
if(mgpunto.ge.5.98d25)goto 222
if(10*mtgf.le.mtgi)goto 222
mg= mg+mgpunto*paso      !gr
222 continue
mtp= mc+mg              !gr
return
end

C .....
C .....

FUNCTION ran2(idum)
INTEGER idum,IM1,IM2,IMM1,IA1,IA2,IQ1,IQ2,IR1,IR2,NTAB,NDIV
REAL ran2,AM,EPS,RNMX
PARAMETER (IM1=2147483563,IM2=2147483399,AM=1./IM1,IMM1=IM1-1,
* IA1=40014,IA2=40692,IQ1=53668,IQ2=52774,IR1=12211,IR2=3791,
* NTAB=32,NDIV=1+IMM1/NTAB,EPS=1.2e-7,RNMX=1.-EPS)
INTEGER idum2,j,k,iv(NTAB),iy
SAVE iv,iy,idum2
DATA idum2/123456789/, iv/NTAB*0/, iy/0/
if (idum.le.0) then
idum=max(-idum,1)
idum2=idum
do 11 j=NTAB+8,1,-1
k=idum/IQ1
idum=IA1*(idum-k*IQ1)-k*IR1
if (idum.lt.0) idum=idum+IM1
if (j.le.NTAB) iv(j)=idum
11 continue
iy=iv(1)
endif
k=idum/IQ1
idum=IA1*(idum-k*IQ1)-k*IR1
if (idum.lt.0) idum=idum+IM1
k=idum2/IQ2
idum2=IA2*(idum2-k*IQ2)-k*IR2
if (idum2.lt.0) idum2=idum2+IM2
j=1+iy/NDIV
iy=iv(j)-idum2
iv(j)=idum

```

```
if(iy.lt.1)iy=iy+IMM1
ran2=min(AM*iy,RNMX)
return
END
```

C (C) Copr. 1986-92 Numerical Recipes Software

# Bibliografía

- [1] Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics, Nature publishing group, 2001.
- [2] Ida, S. & Lin, D. N. C. 2004, ApJ 604, 388
- [3] Safronov, V. 1969, Evolution of the Protoplanetary Cloud and Formation of the Earth and Planets (Moscu: Nauka Press)
- [4] Wetherill, G. W. 1980, ARAA, 77, 330
- [5] Hayashi, C., Nakazawa, K. & Nakagawa, Y. 1985, Protostars and Planets II, ed. D. C. Black & M. S. Matthew, (Tucson: Univ. of Arizona Press) 1100
- [6] Kokubo, E. & Ida, S. 2002, ApJ, 581, 666
- [7] Hayashi, C. 1981, Prog. Theor. Phys. Suppl., 70, 35
- [8] Beckwith, S. V. W., & Sargent, A. I., 1996, Nature, 383, 139
- [9] Wyatt, M. C. et al. 2003, MNRAS, in press
- [10] Haisch, K. E., Lada, E. A. & Lada, C. J. 2001, ApJ, 553, L153
- [11] Ikoma, M., Nakazawa, K. & Emori, E. 2000 ApJ, 537, 1013

*Este trabajo está dedicado a mis padres, Amalia y Gabriel, quienes me acompañaron y apoyaron, haciendo posible que cumpliera este sueño.*

*También agradezco a Adrián Brunini, por haberme escuchado y aconsejado; a Juan Francisco Cobo, que me ayudó mucho no solo en toda mi carrera, sino también a lo largo de este trabajo; a mis amigos, compañeros y profesores de quienes aprendí mucho y finalmente a mi familia que estuvo conmigo en todo momento.*