

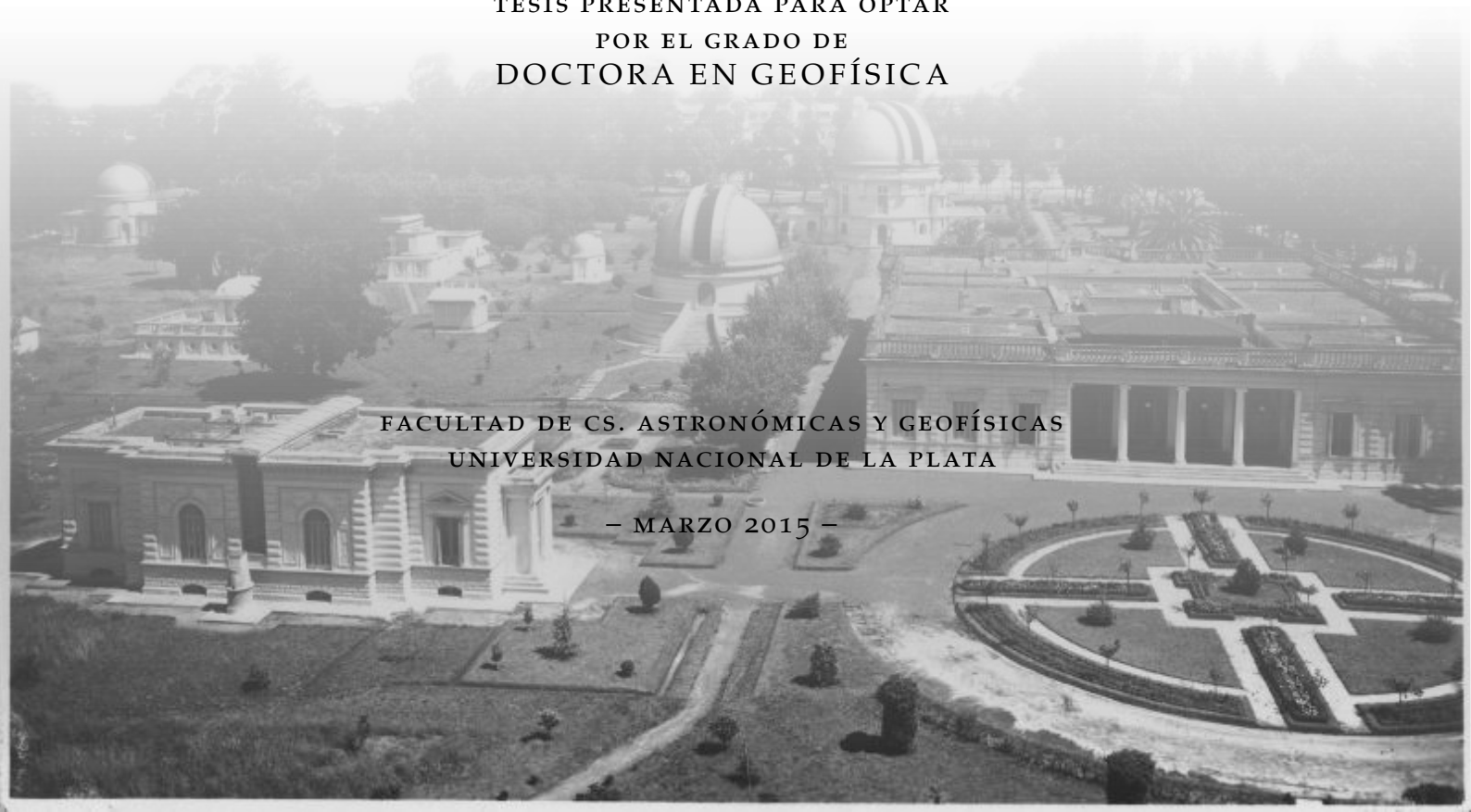
MODELIZACIÓN DE LA DEFORMACIÓN VERTICAL DE LA CORTEZA EN RESPUESTA A PROCESOS DE CARGA

AUTOR: GEOF. ROMINA DE LOS ANGELES GALVÁN
DIRECTOR: DR. MAURICIO GENDE

TESIS PRESENTADA PARA OPTAR
POR EL GRADO DE
DOCTORA EN GEOFÍSICA

FACULTAD DE CS. ASTRONÓMICAS Y GEOFÍSICAS
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

– MARZO 2015 –



MODELIZACIÓN DE LA DEFORMACIÓN
VERTICAL DE LA CORTEZA EN RESPUESTA A
PROCESOS DE CARGA



Este obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.

Redacción y edición de tesis con \LaTeX , *GNU Emacs* y sistema operativo libre *GNU/Linux*.

Geof. Romina de los Angeles Galván
Ciudad de La Plata
Buenos Aires
Argentina

Imagen de tapa: Vista aérea del predio del Observatorio Astronómico de la Universidad Nacional de La Plata, hoy parte de la Facultad de Ciencias Astrómicas y Geofísicas.

Fuente: Archivo del Observatorio.

Año: 1914.

Modelización de la deformación vertical de la corteza en respuesta a procesos de carga

Tesis

para optar por el título de

Doctora en Geofísica

en La Universidad Nacional de La Plata

por

Geof. Romina de los Angeles Galván

Ciudad de La Plata, marzo 2015

SUPERVISORS:

Dra. Claudia Tocho (FCAG)

Dr. Andreas Richter (FCAG)

Dra. Patricia Alvarado (UNSJ)

LOCATION:

Ciudad de La Plata

TIME FRAME:

marzo 2015

Geof. Romina de los Angeles Galván: *Modelización de la deformación vertical de la corteza en respuesta a procesos de carga* , © marzo 2015

PREFACIO

Esta Tesis de Doctorado es presentada como parte de los requisitos para obtener el grado académico de Doctora en Geofísica de la Universidad Nacional de La Plata. La misma contiene los resultados de mis estudios de investigación desarrollados bajo la dirección del Dr. Mauricio Gende en el grupo de Aeronomía y Geodesia Espacial, dependiente del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET).

ORIGINALIDAD

La originalidad de este trabajo radica en estudiar por primera vez la respuesta de la corteza terrestre usando datos GPS¹ de la red SIRGAS-CON y datos de la misión satelital GRACE² en la región de Sudamérica. Ello permitió obtener por primera vez valores del módulo de Young en 40 sitios de la región central de Sudamérica y modelar las variaciones estacionales observadas en las estaciones de la red SIRGAS-CON con una precisión nunca alcanzada.

Las ideas, desarrollos, y resultados obtenidos son originales del autor y del director, salvo explícita mención. Parte de los resultados de nuestros estudios han sido publicados en *IAG³ Symposia Series (50)*, como así también presentados en diversos congresos de índole nacional e internacional (1, 51).

¹ Siglas en inglés de *Global Positioning System*.

² Siglas en inglés de *Gravity Recovery and Climate Experiment*.

³ Siglas en inglés de *International Association of Geodesy*.

RESUMEN

La medición de cualquier señal que cambia en el tiempo lleva implícita la necesidad de considerar un sistema de referencia invariante. En el caso de la Geodesia, ese sistema de referencia debe materializarse sobre la superficie del planeta, que se halla en cambio permanente como consecuencia de numerosos procesos geofísicos. Para estudiar los fenómenos de cambio global es imprescindible que la Geodesia proporcione un marco de referencia de alcance global, preciso a nivel milimétrico y estable a lo largo de décadas. Para realizar ese marco de referencia es necesario modelar y reducir minuciosamente todos los cambios de las coordenadas que lo materializan, incluyendo, entre ellos, la deriva de las placas tectónicas, los movimientos causados por episodios sísmicos y volcánicos, los fenómenos de subsidencia y levantamiento, las mareas terrestres, las deformaciones causadas por las cargas hidrológica, atmosférica, oceánica, criosférica, etcétera.

La presente Tesis de Doctorado en Geofísica tiene como objetivo principal mejorar los modelos de respuesta cortical de la Tierra a escala regional. La consecuencia más importante de lograr una mejor determinación del comportamiento cortical es reducir los efectos geofísicos que motivaron esta respuesta observada. Para esto, es imperativo mejorar la estimación de las propiedades reológicas del material que compone la corteza terrestre, esto es, valores regionales del **módulo de Young E** y de la **relación de Poisson ν** . El trabajo de esta Tesis se desarrolló utilizando datos de la red SIRGAS-CON y datos de la misión satelital GRACE para la estimación de las variaciones de las cargas superficiales en las regiones cercanas a cada estación GPS.

Se analizarán los diferentes productos que brinda la red SIRGAS-CON, esto es, las soluciones semanales semilibres, las coordenadas semanales ajustadas al marco ITRF⁴ y las soluciones multianuales, se analizará la potencialidad de cada una y sus errores y se verá por qué conviene para la presente Tesis trabajar con coordenadas ajustadas semanalmente y la precisión que se puede lograr con ellas.

En el caso de las cargas, se analizará cada nivel de dato ofrecido por la misión GRACE, se verá cómo transformar variaciones temporales de los coeficientes del desarrollo en armónicos esféricos del potencial gravitatorio en variaciones de las presiones superficiales; se analizará los errores de la señal haciendo énfasis en el más discutido y analizado en la actualidad: los *stripes* norte-sur. Para reducir este error se aplicará primero una rutina propia para remover un patrón de co-

4 Siglas en inglés de *International Terrestrial Reference Frame*.

relación sistemático de los coeficientes y luego se aplicará un filtro gaussiano para suavizar los efectos remanentes de dichos *stripes*.

La segunda parte de la Tesis se aboca específicamente al modelado de la respuesta cortical. Se analizan tres modelos diferentes que surgen a partir de resolver la ecuación de equilibrio elástico de un cuerpo sometido a un estado de tensión, suponiendo diferentes modelos de carga y del medio: (1) el *modelo clásico* o de *Farrell* que utiliza los números de Love de carga según modelos de Tierra SNREI⁵, las funciones de Green y valores estimados globales de densidad superficial de masa; (2) un *modelo empírico* en el cual se reemplaza la función de Green por otra con comportamiento similar pero dependiente del sitio en donde se evalúa la deformación; y (3) un *modelo analítico* o *regional* considerando que para deformaciones de escala regional es posible considerar a la corteza como un semiespacio elástico lo que permite encontrar una expresión de las deformaciones en función de los parámetros elásticos regionales.

Los tres modelos analizados logran representar bien los principales rasgos de las deformaciones verticales como son las variaciones anuales, variaciones semianuales y alteraciones en las amplitudes anuales por cambios en los patrones climáticos como la Oscilación del Sur El Niño (ENSO). El *modelo regional* modela mejor desviaciones del comportamiento armónico así como también representa mejor las variaciones para estaciones que se alejan de las fuentes de carga importantes. A partir del modelo analítico, se estimaron por primera vez valores del Módulo de Young a partir de datos GPS en 40 estaciones GPS en América del Sur. La comparación con el único valor determinado para una estación (11) muestra una gran consistencia y apoya la validez del modelo presentado en la presente Tesis.

5 Siglas en inglés de *Spherically symmetric Non-Rotating Elastic Isotropic*.

ÍNDICE GENERAL

Índice de figuras	xviii
Índice de Tablas	xxiii
1 INTRODUCCIÓN	1
í FUENTES DE INFORMACIÓN	5
2 DEFORMACIONES	7
2.1 Generalidades	7
2.1.1 Sistemas y Marcos de Referencia Terrestres	7
2.1.1.1 TRFs para la geodesia espacial	8
2.1.2 El Sistema de Referencia Terrestre Internacional (ITRS ⁶)	8
2.1.3 Realización del ITRS	9
2.1.4 Productos ITRF	10
2.1.4.1 Historia	10
2.1.4.2 ITRF2005	11
2.1.4.3 ITRF2008	12
2.2 La red SIRGAS-CON	13
2.3 Las técnicas de observación	17
2.3.1 VLBI	17
2.3.2 SLR	19
2.3.3 Doris	21
2.4 Efectos y fuentes de error en la determinación de las coordenadas	23
2.4.1 Datos necesarios para la estimación de la posición	23
2.4.2 Errores y efectos físicos modelados y reducidos	24
2.4.2.1 Retardo ionosférico	24
2.4.2.2 Retardo troposférico	24
2.4.2.3 Mareas Terrestres y Oceánicas	25
2.4.2.4 Mareas del Polo	26
2.4.3 Efectos físicos no reducidos	26
2.4.3.1 Carga atmosférica	26
2.4.3.2 Cargas oceánicas no mareales	29
2.4.3.3 Cargas por variación de masas continentales	30
2.5 Preprocesamiento de las deformaciones superficiales	30
2.6 Análisis y filtrado del contenido en frecuencias	33
3 CARGAS SUPERFICIALES	43
3.1 La misión satelital GRACE	43
3.1.1 Niveles de datos de gravedad GRACE	44
3.1.1.1 Datos Nivel-o	44

6 Siglas en inglés de *International Terrestrial Reference System*.

3.1.1.2	Datos Nivel-1	45
3.1.1.3	Datos Nivel-2	46
3.2	Variaciones de las cargas superficiales	47
3.2.1	Representación del Campo de Gravedad	47
3.2.2	Altura de agua equivalente	49
3.3	Consistencia entre los marcos de referencia	50
3.3.1	Motivación	50
3.3.2	Diferentes definiciones de los centros de masa terrestres	51
3.4	Variaciones del achatamiento de la Tierra	54
3.5	Corrección por efectos atmosféricos y oceánicos no ma- reales	54
3.6	Aliasing	55
3.7	Filtrado de <i>Stripes</i>	56
3.7.1	Filtro Gaussiano Isotrópico	57
3.7.2	Filtro por errores correlacionados	58
3.8	Errores estimados	62
3.9	Resumen del procesamiento aplicado a los datos de la misión GRACE	62
ii	MODELADO	69
4	MODELADO A PARTIR DE MODELOS DE TIERRA SNREI	71
4.1	Motivación del capítulo	71
4.2	Introducción	72
4.3	El problema de Boussinesq y sus ecuaciones básicas	72
4.4	Cargas superficiales aplicadas a una Tierra esférica con- céntrica y gravitante	74
4.4.1	Integración numérica de las ecuaciones de mo- vimiento	75
4.4.2	Condiciones de borde superficiales	77
4.4.3	Los términos de orden 0 y 1	78
4.5	Números de Love de carga	78
4.5.1	Números de Love de orden 1	82
4.6	Los modelos Crust	83
4.6.1	Módulos de Young según Crust 1.0	83
4.7	Funciones de Green	86
4.8	Cálculo de las deformaciones verticales	89
4.9	Resultados	92
4.9.1	Diferentes modelos de Tierra SNREI	97
4.9.2	Reducción de componente de largo período	98
5	MODELADO EMPÍRICO	103
5.1	Motivación	103
5.2	Metodología	104
5.2.1	Linealización del problema	107
5.2.2	Area de las celdas	109
5.2.3	Ajuste de los parámetros	110

5.3	Análisis de los datos y Resultados	112
5.3.1	Comparaciones entre variaciones de EWH y de las coordenadas ajustadas semanalmente	112
5.3.1.1	Coefficientes de correlación entre las señales de carga y deformación	113
5.3.2	Resultados	115
5.3.3	Conclusiones finales del capítulo	121
6	MODELADO ANALÍTICO	123
6.1	Motivación	123
6.2	Planteo del problema	124
6.2.1	Desplazamientos Horizontales	126
6.2.2	Desplazamientos Verticales	128
6.2.3	Soluciones de los desplazamientos	131
6.2.4	Desplazamientos verticales causados por una carga constante en superficie	131
6.2.4.1	Problemas del método	133
6.3	Estimación de la deformación causada por cargas superficiales	135
6.3.1	Modelado a partir de un valor puntual de E	136
6.4	Estimaciones puntuales del módulo de Young	138
6.5	Resultados	142
7	ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS Y CONCLUSIONES	147
7.0.1	Comparación con otros modelos	147
7.1	Conclusiones de la Tesis	154
	BIBLIOGRAFÍA	157

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	Sitios VLBI, SLR, Doris y GPS que integran la red ITRF 2008.	13
Figura 2	Estaciones de medición continua pertenecientes a la red SIRGAS-CON.	14
Figura 3	Esquema de la técnica (Extraído de space.geodesy.nasa.gov).	18
Figura 4	Posición de los radiotelescopios.	19
Figura 5	Distribución espacial de estaciones de rastreo SLR.	20
Figura 6	Distribución Global de balizas DORIS	21
Figura 7	Presiones superficiales globales para un mes de enero (Fuente: <i>National Center for Environmental Prediction</i> , NCEP).	27
Figura 8	Presiones superficiales globales para un mes de julio (Fuente: <i>National Center for Environmental Prediction</i> , NCEP).	27
Figura 9	Deformaciones superficiales verticales estimadas (69).	28
Figura 10	Variación de las coordenadas semanales de la estación NAUS. respecto al valor medio (cm)	31
Figura 11	Ejemplos de estaciones no consideradas.	36
Figura 12	Amplitudes [cm] de los movimientos verticales para 151 estaciones de la red SIRGAS-CON.	37
Figura 13	Espectros en frecuencia ([1/año]) de la componente vertical de la coordenada para las estaciones NAUS, POVE y BELE ubicadas en Brasil.	38
Figura 14	Espectros en frecuencia ([1/año]) para la carga superficial para las estaciones NAUS, POVE y BELE ubicadas en Brasil.	39
Figura 15	Variación de la componente vertical y su señal filtrada. Los puntos rojos representan las observaciones discretas, la línea continua negra la señal luego de filtrar en frecuencia y; la línea continua azul las componentes en frecuencia mayores que 5 años.	40
Figura 16	Componente de largo [cm] período para las 42 estaciones seleccionadas que se muestran en la Fig. 2.	41
Figura 17	Flujo de los datos GRACE (Extraído de UTCSR).	45
Figura 18	Coeficientes de grado 1 (92).	53

Figura 19	Variación del coeficiente C_{20} relacionado con el achatamiento terrestre determinado por SLR (azul) y por GRACE (rojo).	55
Figura 20	Altura de agua equivalente, EWH (cm), estimados para el día 136/2009 (CSR RL05).	56
Figura 21	Ejemplos de filtros Gaussianos evaluados para distintos radios.	59
Figura 22	Correlación entre los coeficientes de grado par e impar para diferentes órdenes elegidos.	60
Figura 23	Diagrama de flujo del procesamiento de los datos GRACE.	65
Figura 24	Altura de agua equivalente para el año 2010. Valores positivos que representan un exceso de agua respecto a los valores medios están representados en rojo; valores negativos respecto a valores medios, representados en azul. La comparación entre los mapas refleja los cambios estacionales entre la época de lluvia y la época de sequía.	66
Figura 25	Serie de tiempo de alturas de agua equivalente EWH para un sitio en Sudamérica cercano a un río afluente del Río Amazonas. Se observa un comportamiento aproximadamente estacional con amplitudes que alcanzan los 100 cm de EWH.	67
Figura 26	Comparación de altura de agua equivalente calculada con estimaciones por otros centros. Se observan comportamientos estacionales similares y con amplitudes comparables.	67
Figura 27	Comparación de altura de agua equivalente calculada con estimaciones por otros centros de procesamiento para el año 2010. Todos los centros muestran comportamientos comparables.	68
Figura 28	Comparación de densidades y de velocidades de onda P y S para diferentes modelos SNREI (Extraído de (107)).	80
Figura 29	Números de Love de carga (h_n , $n * l_n$, $n * k_n$) y diferencia relativa porcentual de h_n de todos los modelos de Tierra respecto del modelo PREM. Las diferencias más significativas se observan para grados mayores a $n = 200$	81
Figura 30	Números de Love de carga (h_n , $n * l_n$, $n * k_n$) y diferencia relativa porcentual de h_n del modelo PREM y de los modelos PREM modificados respecto del modelo PREM (Extraído de (107)). Escala horizontal logarítmica.	82

Figura 31	Valores de Módulo de Young para capas de sedimento intermedio (4) e inferior (5), para corteza superior, media e inferior (capas 6-8) y una capa correspondiente a la región superior del manto (capa 9).	85
Figura 32	Funciones de Green para 4 modelos de Tierra SNREI.	88
Figura 33	Funciones de Green normalizadas para 4 modelos de Tierra SNREI.	89
Figura 34	Desplazamiento vertical [cm] calculado para una época (16/05/2009) utilizando los números de Love de carga del modelo G-B. Valores negativos muestran regiones en donde la coordenada vertical de la corteza terrestre es inferior a los valores medios causados por almacenamientos hídricos superior a los esperados.	91
Figura 35	Estaciones SIRGAS-CON con variaciones estacionales en la componente vertical mayores que 1,5 cm.	91
Figura 36	Desplazamientos verticales en la zona central de Sudamérica (cm). Los puntos rojos representan valores observados	93
Figura 37	Resultados del modelado utilizando números de Love de carga para el modelo Gutenberg-Ritcher A.	94
Figura 38	Gráfico de Reducción de WRMS entre la señal GPS y la señal (GPS-GRACE).	96
Figura 39	Varianza de los residuos para estaciones con las mayores variaciones verticales.	97
Figura 40	Desplazamientos verticales en la zona central de Sudamérica (cm) sin componente de largo período.	99
Figura 41	Resultados del modelado utilizando números de Love de carga para el modelo G-B A. reduciendo la componente de largo período	100
Figura 42	Reducción de WRMS entre la señal GPS y la señal (GPS-GRACE) en el caso de quitar la componente de largo período de las coordenadas verticales semanales.	101
Figura 43	Función de Green para diferentes n_{max}	105
Figura 44	Función de Green para diferentes modelos de Tierra.	105
Figura 45	Función de Green extraída de (87) y función exponencial ajustada en donde $a = -12,5$ y $b = -35$	106
Figura 46	Esquema del problema.	107

Figura 47	Área de una celda	110
Figura 48	Error al simplificar el cálculo del área cuando lat = $-3,5^\circ$	111
Figura 49	Comparación entre desplazamiento vertical y EWH para NAUS. Nótese que cuando el cau- dal crece, el terreno experimenta una presión y así EWH decrece.	113
Figura 50	114
Figura 51	Comparación entre las funciones de peso.	117
Figura 52	Desplazamientos verticales en la zona central de Sudamérica estimados a partir de una fun- ción paramétrica (cm).	118
Figura 53	Resultados del modelado utilizando una fun- ción paramétrica.	119
Figura 54	Reducción del WRMS para el modelo empírico.	121
Figura 55	Región rectangular en donde se aplica una car- ga superficial p constante.	124
Figura 56	Esquema de una carga aplicada sobre una superficie.	131
Figura 57	Análisis de las variaciones de los parámetros elásticos en la corteza.	133
Figura 58	Deformación vertical modelada	134
Figura 59	Valores del desplazamiento menores al 5 por ciento del valor máximo calculado	135
Figura 60	Comparación entre el modelo desarrollado por Farrell y los modelos paramétricos y físicos.	137
Figura 61	Módulos de Young estimados a partir de datos GPS y GRACE.	141
Figura 62	Desplazamientos verticales en la zona central de Sudamérica estimados a partir de conside- rar a la Tierra como un semiespacio.	143
Figura 63	Resultados del modelado utilizando los modu- los de Young ajustados	144
Figura 64	Reducción del WRMS para el modelo físico.	145
Figura 65	Series temporales verticales modeladas en la zona central de Sudamérica para 4 modelos di- ferentes (Farrell, paramétrico, regional con mó- dulo de Young E constante y regional estiman- do E) evaluados en la presente Tesis.	148

Figura 66	Residuos entre las deformaciones verticales observadas suavizadas y las deformaciones según los 4 modelos (Farrell, paramétrico, regional con módulo de Young E constante y regional estimando E). La curva negra representa las observaciones filtradas de la componente vertical; las curvas de colores simbolizan las variaciones verticales que brindarían los centros de procesamiento si se redujera la estimación de masas hídricas.	150
Figura 67	Comparación de la reducción porcentual de las amplitudes.	151
Figura 68	Reducción de los residuos entre la señal GPS y la señal (GPS-GRACE).	152
Figura 69	Comparación de desvíos entre el modelo desarrollado por Farrell y los modelos empíricos y regional. En el gráfico a) se observa que los desvíos para el modelo Farrell se muestran, para la mayoría de los casos, mayores que los obtenidos del modelo regional. Otra forma de visualizar esto es graficando la diferencia de los std para ambos modelos $\text{std}(\text{FFarrell}) - \text{std}(\text{Eajustado})$ de forma tal que valores positivos indican sitios en donde los desvíos al modelar con Farrell son mayores. Esto se encuentra representado en b) y se observa nuevamente que, para muchos casos, los desvíos del ajuste regional son menores. Lo mismo se realiza entre el modelo regional y el empírico en donde las diferencias entre los std son más chicas (ver c) y en donde la mayoría de las estaciones tienen valores positivos de esta resta representando que el modelo empírico brinda menores desvíos.	153

ÍNDICE DE TABLAS

Cuadro 1	Marcos de Referencia utilizados en cada solución.	16
Cuadro 2	Estaciones seleccionadas para estudiar la respuesta cortical.	32
Cuadro 3	Números de Love de carga de orden 1 determinados por (45) y (13).	83
Cuadro 4	Coefficientes del ajuste paramétrico	115
Cuadro 5	Estaciones seleccionadas y sus módulos de Young	139

ACRÓNIMOS Y SÍMBOLOS

GPS	Siglas en inglés de <i>Global Positioning System</i>	xi
GRACE	Siglas en inglés de <i>Gravity Recovery and Climate Experiment</i>	xi
IAG	Siglas en inglés de <i>International Association of Geodesy</i>	xi
ITRF	Siglas en inglés de <i>International Terrestrial Reference Frame</i>	xiii
SNREI	Siglas en inglés de <i>Spherically symmetric Non-Rotating Elastic Isotropic</i> . xiv	
LLR	Siglas en inglés de <i>Lunar Laser Ranging</i>	8
SLR	Siglas en inglés de <i>Satellite Laser Ranging</i>	8
GNSS	Siglas en inglés de <i>Global Navigation Satellite System</i>	8
DORIS	Siglas en inglés de <i>Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite</i>	8
IERS	Siglas en inglés de <i>International Earth Rotation and Reference Systems Service</i>	8
RINEX	Siglas en inglés de <i>Receiver Independent Exchange</i>	14
DFGI-TUM	Instituto Geodésico Alemán-Universidad Técnica de Múnich	16
MAS	milisegundos de arco.	18
LAGEOS	Acrónimo en inglés de <i>Laser Geodynamics Satellite</i>	21
BIH	Siglas en francés de <i>Bureau International de l'Heure</i>	9
IGS	Siglas en inglés de <i>International GNSS Service</i>	14
LOD	Siglas en inglés de <i>Length of Day</i>	23
VLBI	Siglas en inglés de <i>Very Long Baseline Interferometry</i>	9

TRS	Siglas en inglés de <i>Terrestrial Reference System</i>	7
ILRS	Siglas en inglés de <i>International Laser Ranging Service</i>	20
ITRS	Siglas en inglés de <i>International Terrestrial Reference System</i>	xv
CHAMP	Siglas en inglés de <i>Challenging Minisatellite Payload</i>	1
GOCE	Siglas en inglés de <i>Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer</i>	1
IUGG	Siglas en inglés de <i>International Union of Geodesy and Geophysics</i>	8
TCG	Siglas en inglés de <i>Geocentric Coordinate Time</i>	9
EOP	Siglas en inglés de <i>Earth Orientation Parameter</i>	9
VELOS2009	Acrónimo en inglés de <i>Velocity Model for South America and the Caribbean 2009</i>	24
JGM	Siglas en inglés de <i>Joint Earth Gravity Models</i>	25
FES2004	Última versión del modelo FES, siglas en inglés de <i>Finite Element Solution</i>	25
OGCM	Siglas en inglés de <i>Ocean General Circulation Model</i>	29

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

El estudio de las deformaciones geométricas que sufre la superficie de la Tierra debido a fuerzas externas y redistribución de masas sobre su superficie es uno de los ejes fundamentales hoy en día en Geofísica y en particular en Geodesia. La razón de este hecho es la posibilidad de determinar variaciones espaciales y temporales del campo de gravedad terrestre y deformaciones geométricas de la superficie terrestre cada vez más precisas (75).

Gracias al desarrollo de las tecnologías satelitales y la mejora de los instrumentos geodésicos, se han lanzado diversas misiones satelitales, como CHAMP¹, GRACE, GOCE², etc. Estas misiones permiten mapear el campo de gravedad global estático y variable en el tiempo con una precisión nunca antes alcanzada (93).

El sistema Tierra está compuesto por varias componentes: la Tierra sólida, la hidrósfera, la atmósfera, la criósfera y la biósfera. Aunque todo el sistema en su conjunto es conservativo y su masa total permanece constante, las masas son transportadas y redistribuidas entre sus diferentes constituyentes.

Por ejemplo, la circulación entre los océanos y la atmósfera produce variaciones del nivel del mar y de las corrientes oceánicas; los flujos de agua entre diferentes formas de almacenar el agua continental provoca variaciones en las cargas superficiales, las cuales producen variaciones temporales de la geometría de la superficie terrestre; el derretimiento de los hielos genera también alteraciones en las masas superficiales.

Además del ciclo hidrológico, existen otros factores que pueden influenciar el transporte de masa y su redistribución, tales como movimientos tectónicos, vulcanismo u otros procesos geodinámicos.

Las deformaciones causadas por atracción gravitacional de los cuerpos celestes, como La Luna y el Sol, son actualmente bien comprendidos y pueden ser modelados en forma muy precisa. Estas deformaciones se las denomina *mareas de cuerpo*. El Sol y la Luna causan

¹ Siglas en inglés de *Challenging Minisatellite Payload*.

² Siglas en inglés de *Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer*.

también circulaciones armónicas mareales en los océanos, la cual ejerce una contribución indirecta a las deformaciones armónicas terrestres. La parte de las deformaciones provenientes de las variaciones armónicas son actualmente también bien comprendidas, aunque su modelado exacto aun debe mejorarse. Las deformaciones generadas por los océanos son conocidas como *cargas por marea oceánica* (12).

Además, existen otras cargas oceánicas que no son causadas por atracciones gravitacionales de los cuerpos celestes, sino por redistribuciones de las masas de los océanos provenientes de las variaciones de la presión atmosférica. Estas cargas se denominan *presiones oceánicas no mareales* o, con su sigla en inglés *Nontidal ocean loading* (101, 108).

Por otra parte, la superficie de la Tierra es afectada por cambios de la presión atmosférica (e.g. 95, 102) y por cambios en los caudales de agua que se sitúa por encima de la misma o en su entorno cercano (9, 40, 48).

La respuesta de la Tierra a estas variaciones se ha observado tanto a escala global (29, 111) como local (49, 99) gracias a la precisión alcanzada mediante técnicas de posicionamiento satelital.

Conocer y comprender como actúa cada uno de estos elementos es importante para entender y modelar las variaciones temporales del sistema Tierra, lo que ayudará a incrementar el conocimiento de la dinámica terrestre, los cambios climáticos y la respuesta de la corteza frente a estos cambios.

Estudios previos han mostrado que al modelar la deformación de la Tierra causada por variaciones de cargas de períodos de tiempo de 1 año o menores, se pueden desprestigiar los efectos inelásticos (97).

Además, cuando se estudian los efectos de cargas con una extensión espacial limitada y de una escala significativamente menor que el radio terrestre, es razonable ignorar la curvatura y la topografía de la Tierra y, considerar un semiespacio elástico.

Es por esto que el modelado considerando a la Tierra como un medio elástico semiinfinito representa una herramienta fundamental a la hora de modelar desplazamientos causados por variaciones de cargas de extensión espacial definida y de período anual.

Es importante tener en cuenta que la precisión que se puede alcanzar utilizando modelos de Tierra más refinados, como los *SNREI* (denominados así, por las siglas en inglés de esférico, no-rotante, elástico e isótropo) puede ser obstaculizada por el hecho de que se necesita homogeneizar las propiedades elásticas en todas las capas consideradas de forma tal de satisfacer las condiciones de contorno del problema (44). Esto quiere decir que al utilizar los modelos de Tierra compuestos por cáscaras esféricas concéntricas no se consideran va-

riaciones laterales de las propiedades elásticas de los materiales que componen la corteza. Se deben tener en cuenta que la corteza terrestre está constituida por las capas más heterogéneas de la Tierra en comparación con sus zonas más profundas.

Dado que los modelos SNREI no son exactos en los primeros 50km debido a las heterogeneidades en la parte superior del manto y la corteza, no es posible definir un modelo de respuesta más refinado a partir del mismo.

Los estudios basados en modelos SNREI han encontrado un acuerdo general entre el comportamiento de los desplazamientos estacionales medidos con GPS y los modelados utilizando variaciones de presiones superficiales estimadas a partir de GRACE (94, 96). Sin embargo, también se han encontrado discrepancias que pueden ser causadas por errores en el modelo o por sesgamientos en la solución de las coordenadas (30, 99)

Ignorar estas variaciones estacionales se traduce en deformaciones al marco de referencia a la hora de ser materializado (30, 31, 41, 47, 78, 113). Esta situación limita la potencialidad de diversos instrumentos, desde misiones satelitales que requieren órbitas extremadamente precisas para sus sensores a bordo a estimaciones en tierra (68) . Por otro lado dichas variaciones afectan la integridad temporal del marco de referencia y por lo tanto afecta la validez de su exactitud con el paso del tiempo.

Para considerar las deformaciones estacionales dentro de la definición de un marco de referencia es necesario conocer y modelar dichas variaciones con mucha precisión. Esto no se ha logrado aún estando actualmente la comunidad geodésica abocada en este tema como puede verse en sesiones especiales dentro de los congresos de geodesia o geofísica y en revistas científicas de la especialidad.

Parte I

FUENTES DE INFORMACIÓN

Capítulo 2

DEFORMACIONES

2.1 GENERALIDADES

2.1.1 *Sistemas y Marcos de Referencia Terrestres*

Un *Sistema de Referencia Terrestre* (TRS¹) es un sistema de referencia espacial que rota junto con la Tierra a medida que ésta se desplaza en el espacio. En tal sistema, las posiciones de los puntos fijos en la superficie terrestre poseen coordenadas que sufren pequeñas variaciones en el tiempo debido a efectos geofísicos (deformaciones tectónicas, mareales, de cargas hidrológicas y atmosféricas, etc.). En el modelo físico adoptado en astrogeodesia, un TRS se modela como un triedro de referencia cercano a la Tierra y co-rotante con ella. En el marco Newtoniano, es decir donde los movimientos satisfacen la Ley de Newton, el espacio físico es considerado como un espacio Euclideo de 3 dimensiones (espacio vectorial dotado de ciertas propiedades geométricas). En este caso, tal triedro de referencia es un marco afín euclideo (O,E) en donde O es un punto del espacio denominado *origen* y E es una base del vector espacial asociado. E debe definirse positivamente, ortogonal y con la misma longitud que los vectores bases.

Se considera TRSs geocéntricos en los cuales el origen se acerca al centro de masa de la Tierra (geocentro), la orientación es ecuatorial (el eje Z es la dirección del polo) y la escala es cercana al metro del Sistema Internacional.

Marco de Referencia Terrestre (TRF). Un Marco de Referencia Terrestre se define como la materialización de un Sistema de Referencia Terrestre (TRS), e involucra un origen, la orientación de 3 ejes, una escala y su evolución temporal. Se considera que la materialización se realiza mediante un conjunto de puntos físicos con coordenadas determinadas en forma precisa en un sistema de coordenadas específico tal como la materialización del Sistema de Referencia Terrestre.

¹ Siglas en inglés de *Terrestrial Reference System*.

2.1.1.1 TRFs para la geodesia espacial

Las técnicas satelitales no son capaces de estimar todos los parámetros necesarios para definir un *Datum* TRF (origen, orientación y escala). El origen es teóricamente accesible a través de técnicas dinámicas (LLR², SLR³, GNSS⁴, DORIS⁵), siendo el centro de masas el punto alrededor del cual orbitan los satélites. La escala depende de algunos parámetros físicos (esto es, la constante gravitacional GM y la velocidad de la luz c) y de un modelado bajo la ley de la relatividad. La orientación, inobservable por cualquier técnica, es definida arbitrariamente o por convención. Es recomendable definir la evolución temporal de la orientación usando condiciones **no-net-rotation** con respecto a los movimientos horizontales sobre la superficie terrestre, es decir, exigir que el momento angular total al considerar todas las placas tectónicas sea cero.

Para completar la definición del *datum* es necesario contar con información adicional a las observaciones geodésicas satelitales ya que las mismas no contienen toda la información necesaria. En términos de ecuaciones normales, construidas a partir de observaciones geodésicas espaciales, esto se puede ver en el hecho que la matriz normal, N , es singular, ya que tiene una deficiencia en el rango que corresponde con el número de parámetros del *datum* que no son determinados por las observaciones.

Para solucionar esta deficiencia, los centros de análisis definen estrategias de ajuste en donde limitan de alguna manera la variación de alguno de sus parámetros. Por ejemplo, se puede exigir que al realizar el ajuste se defina una incerteza para la posición de las estaciones o para las velocidades. Otra manera es limitar sólo la orientación de la red (ver, por ejemplo, (4) y (15)).

2.1.2 El Sistema de Referencia Terrestre Internacional (ITRS)

El Sistema de Referencia Internacional, definido y realizado por el Servicio de Rotación Terrestre Internacional (IERS⁶), ha sido adoptado como tal formalmente por la Unión de Geodesia y Geofísica Internacional (IUGG⁷) en 2007. Las características principales de su definición son las siguientes:

1. Es geocéntrico, siendo su origen el centro de masas de toda la Tierra, incluyendo océanos y atmósfera;

2 Siglas en inglés de *Lunar Laser Ranging*.

3 Siglas en inglés de *Satellite Laser Ranging*.

4 Siglas en inglés de *Global Navigation Satellite System*.

5 Siglas en inglés de *Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite*.

6 Siglas en inglés de *International Earth Rotation and Reference Systems Service*.

7 Siglas en inglés de *International Union of Geodesy and Geophysics*.

2. La unidad de longitud es el metro (SI). La escala es consistente con el Tiempo Coordinado Geocéntrico (TCG⁸), de acuerdo a las resoluciones de la Unión Astronómica Internacional (IAU) y de la IUGG de 1991. Esto se obtiene mediante un modelado relativista apropiado;
3. Su orientación fue inicialmente determinada por la *orientación BIH*⁹ en 1984.0;
4. La evolución en el tiempo de la orientación es asegurada mediante la condición *no-net-rotation* con respecto a movimientos tectónicos horizontales sobre toda la Tierra.

2.1.3 Realización del ITRS

Las primeras materializaciones del ITRS fueron producidas por el IERS bajo el nombre de Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF). Se realizaron 12 materializaciones diferentes con el paso del tiempo, comenzando por ITRF88 y finalizando actualmente con ITRF2008. El número que prosigue a ITRF en el nombre especifica el último año de los datos utilizados para la formación del marco. Por ejemplo, ITRF2008 designa el marco cuyas posiciones y velocidades construidas en 2010 pero en donde se utilizaron datos hasta finales de 2008 (ó 2009.5 para GPS).

Hasta la solución ITRF2000, se utilizaron como datos de entrada para la construcción de TRF, soluciones globales largas provenientes de 4 técnicas (VLBI¹⁰, SLR, GPS y DORIS). A partir de ITRF2005, la construcción del marco se lleva a cabo con series de tiempo de posiciones de estaciones y parámetros de orientación terrestre (EOP¹¹s). El procedimiento actual para la materialización consiste en combinar las soluciones mediante un modelo basado en la transformación de similaridad euclídea de 7 parámetros estándar entre dos sistemas de referencia. El método de combinación exige la utilización de vinculaciones locales en sitios de colocación en donde operan dos o más técnicas. Las vinculaciones locales se utilizan como información adicional con varianzas propias.

El número que prosigue a ITRF en el nombre especifica el último año de los datos utilizados para la formación del marco. Por ejemplo, ITRF2008 designa el marco cuyas posiciones y velocidades construidas en 2010 pero en donde se utilizaron datos hasta finales de 2008 (ó 2009.5 para GPS).

8 Siglas en inglés de *Geocentric Coordinate Time*.

9 Siglas en francés de *Bureau International de l'Heure*.

10 Siglas en inglés de *Very Long Baseline Interferometry*.

11 Siglas en inglés de *Earth Orientation Parameter*.

Actualmente se considera que las coordenadas del marco de referencia ITRF varían linealmente, es decir que la posición de una estación constituyente para un tiempo t queda completamente definida al conocer la posición en una época fija \vec{X}_0 a un tiempo t_0 , y su cambio lineal o velocidad $\dot{\vec{X}}$ mediante la siguiente relación

$$\vec{X}(t) = \vec{X}_0 + \dot{\vec{X}} \cdot (t - t_0). \quad (2.1)$$

2.1.4 Productos ITRF

2.1.4.1 Historia

La historia de ITRF puede decirse que comenzó en 1984 cuando se estableció por primera vez un marco de referencia terrestre combinado utilizando datos de coordenadas de estaciones VLBI, LLR, SLR y DOPPLER Transit (15). Este sistema fue denominado Sistema Terrestre BIH 1984, o por sus siglas en inglés y los dos últimos dígitos del año, BTS84, y fué realizado en el marco de las actividades de BIH. Posteriormente se materializaron 3 sistemas BTS exitosos, finalizando con BTS87, antes de 1988.

Hasta la actualidad, fueron publicadas 12 materializaciones de ITRF, (ITRF88 – ITRF2008), cada una reemplazando su predecesora. Desde ITRF88 a ITRF93 se puede resumir la definición del *datum* ITRF de la siguiente forma:

- Origen y escala: definido por un promedio de soluciones SLR elegidas;
- Orientación: definido por el alineamiento sucesivo a las series BIH EOP. Observar que la orientación ITRF93 y su variación fueron alineadas a las series IERS EOP;
- Evolución de la orientación en el tiempo: Tanto para ITRF88, ITRF89 como para ITRF90 aún no existía una determinación del campo de velocidades globales, por lo que se utilizaba el modelo AMo-2 de (71). Para ITRF91 y ITRF93 se estimó un campo de velocidades combinado. Las variaciones de la orientación para ITRF91 fueron alineadas a las del modelo NNR-NUVEL-1 (6), y ITRF92 a NNR-NUVEL-1A, adaptado de NNR-NUVEL1 de acuerdo a (36), mientras que ITRF93 fué alineado a las series IERS EOP.

A partir de ITRF94, se consideraron también matrices de varianzas totales de soluciones individuales dentro de la combinación ITRF. El *datum* ITRF94 fue constituido de la siguiente manera (16):

- Origen: definido por una media pesada de soluciones GPS y SLR;

- Escala: definido por una media pesada de soluciones VLBI, SLR, y GPS, corregido en 0,7 ppb para cumplir las condiciones exigidas por la IUGG y la IAU de ser compatible con TGC, mientras que los centros de análisis proveen soluciones compatibles con TT (Tiempo Terrestre);
- Orientación: alineado con ITRF92;
- Evolución de la orientación en el tiempo: se alineó el campo de velocidades al modelo NNR-NUVEL-1A, utilizando las 7 variaciones de los parámetros de transformación.

ITRF96 fué entonces alineado a ITRF94 y ITRF97 a ITRF96 utilizando 14 parámetros de transformación (17, 18).

ITRF2000 fué densificado respecto a ITRF96 con redes de estaciones GPS en Alaska, Antártica, Asia, Europa, Norte y Sudamérica y el Pacífico. Las soluciones individuales utilizadas para la combinación ITRF2000 fueron generadas por los centros de análisis IERS utilizando restricciones extraíbles, sueltas o mínimas. Respecto a la definición del *Datum*, ITRF2000 se caracteriza por las siguientes propiedades:

- Origen: materializado considerando cero las componentes de traslación y sus variaciones entre ITRF2000 y un promedio pesado de las soluciones SLR más consistentes;
- Escala: materializado definiendo como cero la escala y sus parámetros de variación entre ITRF2000 y un promedio pesado de soluciones VLBI y soluciones SLR más consistentes. A diferencia de la escala ITRF97, compatible con TGC, ITRF2000 es compatible con TT;
- Orientación: alineada a la de ITRF97 para la época: 1997,0;
- Evolución de la orientación en el tiempo: alineada, convencionalmente, al modelo geológico NNR-NUVEL-1A.

La red ITRF ha mejorado con el tiempo en cuanto a número de sitios de observación así como también en cuanto a su distribución global.

2.1.4.2 ITRF2005

ITRF2005 utilizó, por primera vez en la historia de ITRF, series de datos de posiciones de estaciones como datos de entrada (semanales si provienen de técnicas satelitales y diarios si son de VLBI) junto con EOPs diarios. Se consideró como dato de entrada para la combinación ITRF2005 una serie de tiempo por cada técnica geodésica. Estas soluciones son series de tiempos oficiales provistas por los servicios internacionales de las 4 técnicas, conocido dentro del IERS como Centros Técnicos (CT).

Estas soluciones resultan de una combinación semanal de las soluciones individuales correspondientes provistas por los centros de análisis que participan. Las series de tiempo oficiales son consideradas dentro de ITRF2005 por el Servicio de VLBI Internacional (IVS), el Servicio de Distancia Láser a Satélite (ILRS), y el Servicio GNSS Internacional (IGS). En el momento que se lanzó ITRF2005, no habían aún disponibles soluciones combinadas semanales oficiales del Servicio DORIS internacional (IDS), por lo que las soluciones individuales fueron enviadas por 2 centros de análisis DORIS (2).

ITRF2005 fué generada en dos pasos: 1) agrupamiento de las series de tiempo individuales para estimar una solución por técnica que comprenda posiciones de las estaciones para una época dada y velocidades, así como también EOPs diarios; y 2) combinación de las soluciones resultantes de las cuatro técnicas juntas utilizando mareas locales y puntos de colocalización.

El origen de ITRF2005 se define de forma que no tenga traslaciones ni respecto del centro de masas de la Tierra, promediando 13 años de observación de SRL. La escala se define anulando la escala y su variación con respecto a series de tiempo VLBI que abarcan 26 años de observación. La orientación, para la época 2000.0 y su cambio fueron alineados a ITRF2000 utilizando 70 estaciones de alta calidad.

2.1.4.3 ITRF2008

Siguiendo la misma estrategia utilizada para ITRF2005, ITRF2008 es una solución refinada basada en el reprocesamiento de soluciones de cuatro técnicas espaciales: VLBI, SLR, GPS y DORIS, considerando 29, 26, 12,5 y 16 años de observación, respectivamente. Esta realización representa la materialización actual del Sistema ITRS. Fue calculado paralelamente por el *Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut* (DFGI, Alemania) y el *Institut Geographique National* (IGN, Francia) y la solución final fué adoptada en mayo de 2010.

ITRF2008 está compuesto por 934 estaciones situadas en 580 sitios como se muestra en la figura 1. Como sucede con observaciones de diferentes técnicas globales, se puede observar el desbalance de la distribución de las estaciones entre el hemisferio norte (463 sitios) y el hemisferio sur (117 sitios), (3).

Las características principales de ITRF2008 son:

- Origen: Se define de forma que las traslaciones para la época 2005.0 sean cero y que no existan variaciones de las traslaciones respecto a las series de tiempo ILRS SLR, es decir, los movimientos del geocentro coinciden con los movimientos de SLR.

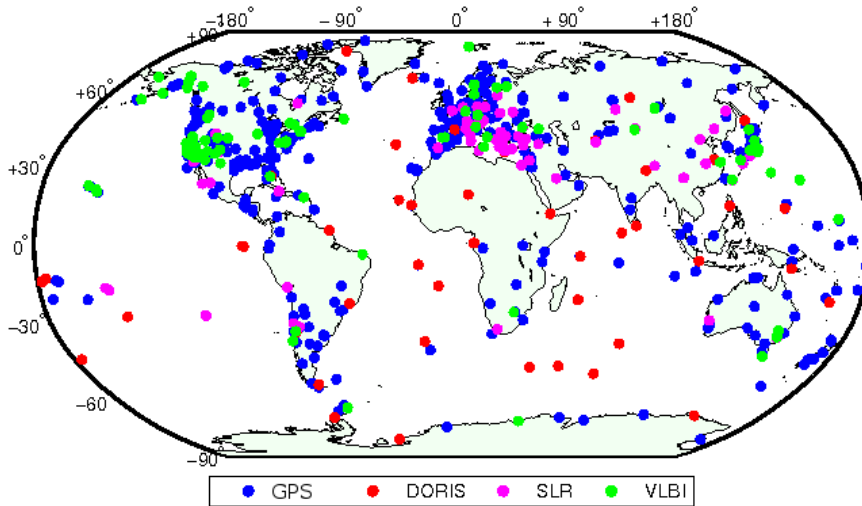


Figura 1: Sitios VLBI, SLR, Doris y GPS que integran la red ITRF 2008.

- Escala: Se define de forma tal que no existe un factor de escala para la época 2005.0 y que las variaciones coincidan con la escala media y su variación para series de tiempo VLBI y SLR.
- Orientación: La orientación se define de forma que los parámetros de rotación para la época 2005.0 sean cero y que las variaciones de la orientación sean cero respecto de ITRF2005.

Para que cada país pueda referir su marco de referencia nacional al marco ITRF es necesario contar con una red densa de estaciones en el continente que densifiquen el marco internacional. A partir de la disponibilidad del Sistema de Posicionamiento Global GNSS fue posible construir una densificación del marco ITRF en América del Sur (marco SIRGAS), que se detalla a continuación.

2.2 LA RED SIRGAS-CON

SIRGAS es el acrónimo de Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas (43). Su **definición** corresponde con el Sistema Internacional de Referencia Terrestre (ITRS) y su **realización** es una densificación del Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF).

Actualmente SIRGAS se encuentra materializado por una red de más de 400 estaciones GNSS de operación continua (por eso su acrónimo CON) posicionadas en forma precisa, que permite el seguimiento permanente del marco de referencia y ha ido reemplazando las redes GPS continentales establecidas inicialmente en 1995 (SIRGAS95) y 2000 (SIRGAS2000).

La principal ventaja de SIRGAS-CON es la de **facilitar el acceso a ITRF** en América ya que brinda soluciones semana a semana de la

posición de cada estación **con respecto** a dicho marco. La precisión de la posición para la época de referencia se estima que es superior a 1,5 mm en la componente horizontal y 3,8 mm en la componente vertical (83).

Del total de estaciones que constituyen la red, 59 pertenecen a la red global del IGS¹² y las restantes materializan marcos de referencia nacionales (ver figura 2).

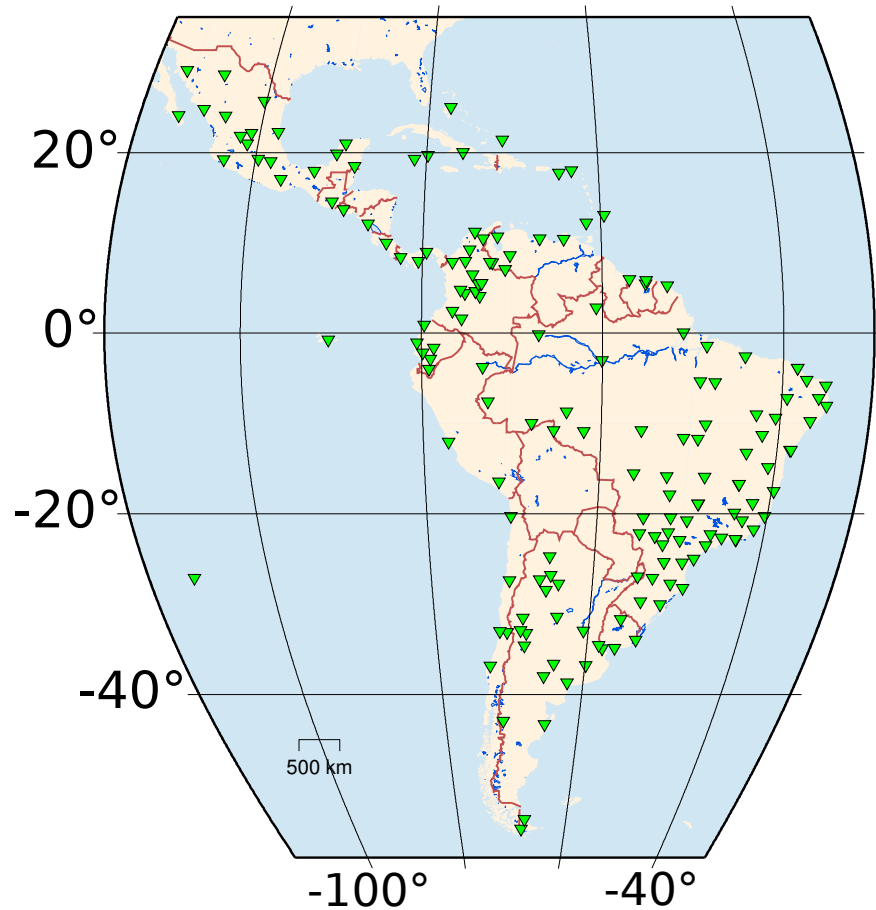


Figura 2: Estaciones de medición continua pertenecientes a la red SIRGAS-CON.

La operabilidad de SIRGAS-CON se sostiene gracias a la contribución voluntaria de más de 50 entidades e institutos en América, que se ocupan de instalar, poner en operación y mantener las estaciones para poner a disposición de los Centros de Análisis SIRGAS las observaciones en formato RINEX¹³ de forma que puedan ser integradas consistentemente en el marco de referencia continental.

Debido a la cantidad de estaciones que componen la red, y su creciente aumento, la red según (21) es dividida en:

¹² Siglas en inglés de *International GNSS Service*.

¹³ Siglas en inglés de *Receiver Independent Exchange*.

- SIRGAS-C que corresponde a una densificación primaria de ITRF a nivel continental constituida por unas 110 estaciones estables, consistentes y precisas que aseguran calidad y perdurabilidad del marco en el tiempo. Esta red es procesada por el Centro de Análisis Asociado del IGS para SIRGAS (IGS-RNAAC-SIR).
- SIRGAS-N que corresponde a subredes nacionales que densifican la red continental y facilitan el acceso al marco a escala nacional. La geometría de la distribución de estas redes y la continental aseguran que cada estación sea contemplada dentro de 3 soluciones distintas. Cada subred se procesa por un Centro de Procesamiento Local encargado de calcular soluciones diarias y semanales *semilibres* las cuales, junto con las calculadas para la red continental, se acumularán para conformar parte de la red IGS.

Los productos calculados y ofrecidos por la red SIRGAS-CON ¹⁴ son:

- **Coordenadas semanales semilibres** (*loosely constrained*). Consisten en soluciones flotantes, es decir, aunque las líneas de base y la geometría de la red se conocen con muy buena precisión, la red no está referida a ninguna estación de referencia por lo que no se conocen las coordenadas. Se utilizan para cálculos posteriores como el cálculo de una solución multianual o para formar parte de las soluciones que construyen el poliedro IGS. No se analizarán en la presente Tesis sino en forma indirecta, ya que sí se analizarán las coordenadas ajustadas semanalmente a ITRF, las cuales se construyen a partir de éstas.
- **Coordenadas semanales ajustadas al marco ITRF**. El rasgo principal de estas coordenadas es que están referidas al marco de referencia utilizado por el IGS para el cálculo de las órbitas de los satélites GNSS (en la actualidad a IGS08b) **a la época de observación** (época media de cada semana) (82). El *datum* geodésico se introduce por medio de restringir las estaciones de referencia IGS a las posiciones calculadas dentro de las combinaciones semanales IGS.

La ventaja de utilizar un *datum* geodésico semanal respecto de utilizar como marco de referencia uno asociado a otra época y trasladado a la época actual por medio una velocidad es que las coordenadas de las estaciones de referencia (fiduciales) utilizadas son reales y no extrapoladas lo que **garantiza la relación entre las posiciones**. La desventaja es que el *datum* a través del tiempo no es el mismo.

¹⁴ www.sirgas.org

En la tabla 1 se encuentran resumidos los marcos de referencia utilizados para el cálculo de cada solución para cada semana como consecuencia de adoptar el marco utilizado por el IGS.

Cuadro 1: Marcos de Referencia utilizados en cada solución.

Semanas GPS	Intervalo Temporal	Marco Utilizado
1043-1399	02/01/2000 - 04/11/2006	IGSo5 reprocesadas
1400-1631	05/11/2006 - 16/04/2011	IGSo5
1632- 1708	17/04/2011 - 06/10/2012	IGSo8
1709-	07/10/2012 -	IGSo8b

- **Soluciones multianuales.** Consisten en coordenadas para una época fija y velocidades para aquellas estaciones de la red que posean más de 2 años de observación. Tales productos surgen a partir de combinar las soluciones semanales semilibres para un intervalo de tiempo dado. Las velocidades determinadas son por lo tanto válidas sólo para dicho intervalo de tiempo y son generadas anualmente por el DFGI-TUM¹⁵ (Munich, Alemania) con el objetivo de monitorear la cinemática de la red.

La precisión estimada de la última solución, SIR11Po1, es de $\pm 1,0$ mm y $\pm 2,4$ mm para las coordenadas horizontales y verticales, respectivamente y $\pm 0,7$ mm/a y $\pm 1,1$ m/a para las velocidades horizontales y verticales respectivamente (83). La misma es válida para el intervalo temporal

02/01/2000 - 16/04/2011 y están referidas a ITRF2008, época 2005.0. A diferencia del resto de las soluciones multianuales, SIR11Po1 involucra todas las estaciones con más de un año de observación (230).

La solución multianual SIR11Po1 se encuentra disponible en el servicio web de SIRGAS www.sirgas.org a través de los siguientes archivos:

- SIR11Po1.CRD: Posiciones de las estaciones para la época de referencia 2005.0;
- SIR11Po1.VEL: Velocidad de las estaciones para el intervalo (2000-2011);
- SIR11Po1.SNX: Archivos SINEX;
- SIR11Po1.PDF: Series de tiempo residuales.

La posición de cada estación para una época se determina por la coordenada en el marco ITRF 2008 época 2005.0 y el cambio en el tiempo **lineal** entre 2005.0 y dicha época. Este modelo no

¹⁵ Instituto Geodésico Alemán-Universidad Técnica de Múnich

considera las variaciones de las posiciones debido a variaciones estacionales.

Es posible calcular las variaciones residuales entre las coordenadas ajustadas semanalmente a IGS y las posiciones a partir de este modelo, denominadas **residuales del ajuste multianual**, las cuales indicarían exclusivamente las variaciones estacionales y no las causadas por movimientos tectónicos. Sin embargo, debido a que se estaría reduciendo coordenadas estimadas a partir de un modelo y dichas variaciones reducidas serían lineales, no estacionales, **en la presente Tesis se utilizan sólo las coordenadas ajustadas semanalmente**. Otra razón de esta decisión consiste en, como ya se mencionó, las coordenadas ajustadas semanalmente poseen la ventaja de garantizar la relación entre las posiciones de las estaciones fiduciaras y las estaciones que densifican el marco.

A continuación se abordará un breve análisis de las otras técnicas de observación con las que es posible determinar variaciones temporales de las posiciones en superficie, luego se discutirá sobre que efectos físicos y errores se han modelado y reducido de la señal observada y al final del capítulo se volverá sobre las coordenadas determinadas por la red SIRGAS-CON para evaluar sus variaciones y construir un conjunto de prueba para testear los diferentes modelos de respuesta cortical.

2.3 LAS TÉCNICAS DE OBSERVACIÓN

Además de los Sistemas Satelitales de Navegación Global (GNSS), existen otras técnicas geodésicas para ubicar a la Tierra en el espacio y monitorear sus variaciones en el tiempo. Tanto VLBI, SLR como Doris son útiles para determinar desplazamientos de puntos sobre la Tierra sólida.

2.3.1 VLBI

Interferometría de Línea de Base muy Larga (VLBI) es un método de medición interferométrico que se compone de al menos dos radiotelescopios separados espacialmente (ver figura 3) que observan simultáneamente quásares localizados en posiciones muy lejanas (distan de 3 a 13 billones de años luz). Los frentes de onda de la radiación emitida por los objetos distantes (quásares) es recibida por dos radiotelescopios en instantes diferentes según la posición de éstos sobre la Tierra y esa diferencia de tiempo se traduce en la determinación precisa de la distancia entre los radiotelescopios.

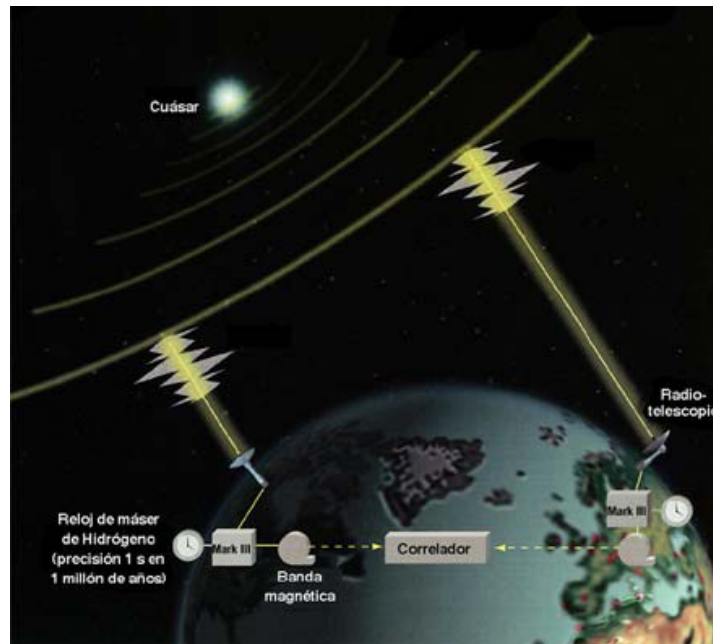


Figura 3: Esquema de la técnica (Extraído de space.geodesy.nasa.gov).

La técnica VLBI posibilita:

- Acceder a un Marco de Referencia Inercial.
- Obtener la posición del eje terrestre con un error de $0,2 \text{ mas}^{16}$ respecto al Marco Inercial.
- Determinar la velocidad de rotación terrestre con un error de $0,2 \text{ ms}$.
- Estimar distancias intercontinentales (1000 a 12000 km) con un error de unos pocos milímetros.
- Estudiar las variaciones de la geometría de la superficie causadas por variaciones temporales de las cargas.

VLBI posibilita además estimar numerosos parámetros que involucran la determinación precisa de variación de coordenadas y el estudio de los efectos de las cargas superficiales sobre las mismas. Por ejemplo, se puede mencionar estimaciones de las variaciones de los parámetros de orientación terrestre (84), monitoreo y modelado de la ionosfera (86), correcciones a las cargas atmosféricas (85), etc.

En la figura 4 se muestra la ubicación de los radiotelescopios en el mundo. Se puede observar que la distribución de los mismos no es homogénea sino que se ubican en su gran mayoría sobre el hemisferio norte. Esta distribución desigual genera una dilución de la precisión de las medidas obtenidas.

¹⁶ milisegundos de arco.

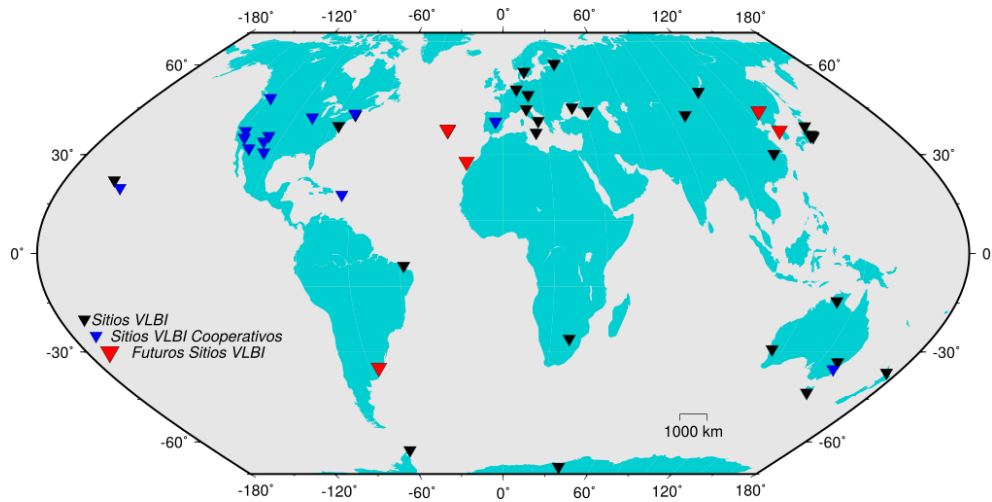


Figura 4: Posición de los radiotelescopios.

2.3.2 SLR

SRL es el acrónimo en inglés de *Distancia Láser a Satélite*. La medición consiste en el tiempo doble (ida y vuelta) de viaje de un pulso láser ultra corto desde la estación de rastreo terrestre hasta un reflector a bordo del satélite. Si el pulso es emitido a un tiempo t y recibido nuevamente a un tiempo $t + \Delta t$, considerando y reduciendo los efectos de refracción, luego la distancia s entre la estación en tierra y el satélite será:

$$s = \frac{c}{2} \Delta t, \quad (2.2)$$

en donde c es la velocidad de la luz.

Se puede dividir las componentes del sistema SLR en dos segmentos: el segmento espacial y el segmento terrestre. El segmento espacial consiste en un arreglo de retroreflectores situados sobre la superficie del satélite. A partir de los años 70 un gran número de satélites han sido equipados con dichos arreglos y empleado para posicionamiento geodésico y monitoreo de deformaciones corticales, determinación de los parámetros de rotación terrestre, modelado del campo de gravedad y determinación precisa de órbitas de misiones satelitales. El segmento terrestre está representado por el sistema de medida de distancia láser. Está compuesto por la unidad láser (Nd: Yag-laser = Yttrium-aluminum cristal de granate dopado con iones de neodimio), los telescopios ópticos emisores y receptores y la electrónica del receptor (fotomultiplicador de electrones secundario). El tiempo de viaje es medido con un contador de intervalos temporales, controlado por un reloj atómico, el cual es comparado regularmente con el Tiempo Universal Coordinado (UTC). Un programa controla la medida completa y el proceso de registro y evaluación.

Este método provee gran precisión debido a la buena propagación de la luz láser en la atmósfera, y además es un método de bajo costo relativo. La desventaja del mismo es que las medidas láser dependen de las condiciones climáticas y requieren un esfuerzo operacional considerable del segmento terrestre (32).

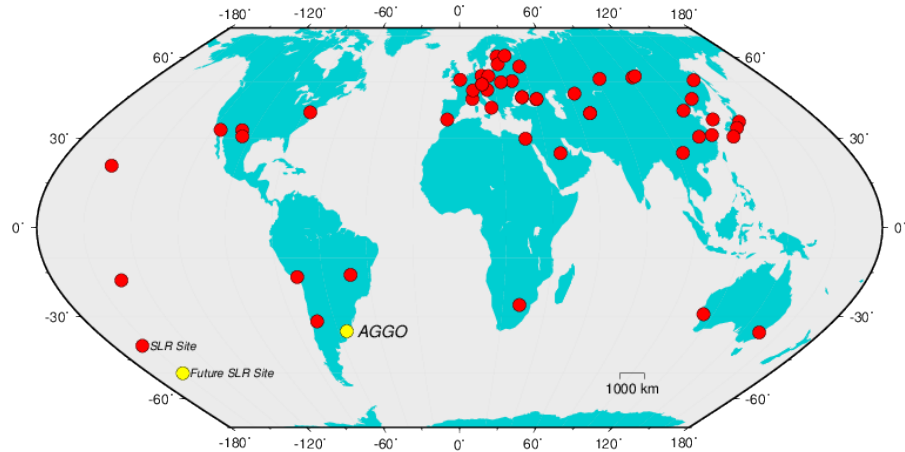


Figura 5: Distribución espacial de estaciones de rastreo SLR .

En la figura 5 se encuentra representada la distribución espacial de las estaciones terrestres que poseen SLR (Fuente de los datos: ILRS¹⁷). Al igual que la técnica VLBI, se puede observar que la posición de las estaciones de rastreo del sistema SLR no tiene una configuración uniforme sino que existe una mayor concentración de estaciones en el hemisferio norte.

La precisión es de algunos milímetros y una exactitud mejor a 1 cm. Como todos los sistemas de rastreo en tierra, se calcula el retardo atmosférico usando un modelo para el retardo en la dirección cenit (punto superior sobre la esfera celeste vertical al observador) junto con una función de mapeo que relaciona el valor en el cenit con la línea de visión del satélite (ver sección 2.4.2.2). En contraste a las longitudes de onda de radio, las ondas en el rango óptico (longitudes de onda de 400 nm a 700 nm) no son alteradas por la refracción ionosférica. Además, el efecto del vapor de agua es mucho más chico comparado con los sistemas de rastreo radiométricos. Como en todos los sistemas de rastreo, es necesario aplicar una corrección al centro de masas ya que este es el punto en donde se representa la posición del satélite por medio de una órbita integrada numéricamente.

Dependiendo de la altitud del satélite y las restricciones del programa de observación es posible medir entre 100 a 1000 distancias durante cada pasaje del satélite. La tercera generación de láseres operan con longitudes de onda entre 0,1 y 0,2 ns correspondiendo a una precisión de 1 a 3 cm; y la precisión por cada disparo es de 5 a 10 mm.

17 Siglas en inglés de *International Laser Ranging Service*.

Al comprimir los datos a puntos medios se consigue una precisión subcentimétrica.

La precisión e inambigüedad en la determinación de las distancias a partir de observaciones SLR proveen posiciones de satélites con buena resolución respecto del marco de las estaciones de rastreo. Por otro lado, las posiciones y velocidades de las estaciones láser se encuentran bien determinadas debido al rastreo de alta precisión brindado por LAGEOS¹⁸ (80). Es por esto que los datos SLR brindan una determinación precisa del marco de referencia terrestre.

2.3.3 Doris

DORIS (Orbitografía Doppler por Radioposicionamiento Integrado por Satélite), es un sistema francés basado en la utilización del efecto Doppler en dos frecuencias de transmisión, generalmente incluido en la instrumentación de misiones altimétricas.

El objetivo principal del sistema es la determinación precisa de órbitas y posiciones sobre la superficie terrestre. La fase operativa del sistema comenzó en 1990. La red permanente de seguimiento incluye 58 balizas emisoras regularmente distribuidas sobre tierra (figura 6). Todas las estaciones están integradas al Servicio Internacional DORIS.



Figura 6: Distribución Global de balizas DORIS

18 Acrónimo en inglés de *Laser Geodynamics Satellite*.

Al contrario que la mayoría de los sistemas de navegación, DORIS se basa en un enlace **hacia** el satélite. El receptor que está instalado en el satélite mide el desplazamiento Doppler de la señal emitida por las estaciones de tierra en las frecuencias de trabajo (400 MHz y 2 GHz). Cuando el satélite se mueve acercándose a la baliza emisora (ver ubicación de las mismas en la figura 6), la frecuencia de la señal recibida por el instrumento a bordo del satélite es mayor que la de la señal emitida y menor en el caso en el que el satélite se esté alejando. Si las frecuencias emisora y receptora son iguales, la baliza emisora se encuentra en forma perpendicular a la trayectoria del satélite. Este efecto permite calcular la distancia entre la baliza en tierra y el satélite receptor. La utilización de dos frecuencias permite reducir los errores por retardo ionosférico. Los datos tomados se almacenan en los instrumentos instalados a bordo del satélite.

El momento en que se envían los datos a las estaciones de control depende del satélite portador del sistema DORIS. Los satélites Topex y Jason, por ejemplo, envían los datos a través de satélites geoestacionarios a sus propias estaciones de control en tierra.

Las observaciones proporcionan el modelo de fuerzas que actúan sobre el satélite. Ese modelo se utiliza para reconstruir su órbita con extrema precisión. A partir de las órbitas se sitúan las posiciones en tierra con exactitud. La determinación de la órbita no es instantánea, sino que requiere un tiempo de procesamiento y considerar el medio físico en el que estaba envuelto el satélite. Los datos orbitales tienen un mes de demora para su disponibilidad, principalmente debido a la disponibilidad de datos externos como parámetros de rotación terrestre, flujo solar, etc). La precisión de los cálculos se incrementa con la acumulación de medidas en el tiempo; así, la acumulación de datos durante 30 días brinda precisiones cercanas a los 2,5 cm y puede disminuir hasta 1 cm.

Los resultados de posicionamiento geocéntrico obtenidos desde 1998 tienen una precisión de 2 cm y, las determinaciones diarias del movimiento del polo tienen una precisión de 1 a 2 veces más.

Además de la determinación orbital, los datos DORIS pueden ser útiles para:

- Mejoras del Marco de Referencia Internacional Terrestre.
- Monitoreo de deformaciones de la Tierra Sólida.
- Monitoreo de deformaciones en mareógrafos.
- Monitoreo de variaciones de la hidrósfera.
- Determinación de órbitas de satélites científicos, como por ejemplo, altímetros.

2.4 EFECTOS Y FUENTES DE ERROR EN LA DETERMINACIÓN DE LAS COORDENADAS

Materializar un sistema fijo en el tiempo implica conocer y reducir los efectos físicos y errores que afectan las mediciones, tanto los involucrados en la determinación precisa de la distancia satélite-estación (por ejemplo, conocer el medio por el que viaja la señal para transformar diferencias de tiempos a distancias), como los vinculados a los movimientos que sufren las estaciones y los satélites por estar inmersos en un sistema dinámico.

Es necesario un procesamiento detallado y lo más preciso que lo permitan las técnicas y modelos actuales para reducir la influencia de todos los efectos que modifican el Marco en el tiempo. En las secciones subsiguientes se aborda cada uno de estos efectos distinguiendo entre los que actualmente se conocen con la precisión suficiente como para poder reducirlos de las observaciones y los que no. Los no reducidos puede deberse a que aún no se ha logrado una precisión adecuada o porque no se ha llegado a un consenso por la comunidad científica.

2.4.1 *Datos necesarios para la estimación de la posición*

La estimación de una posición implica conocer y entender los parámetros y elementos involucrados en el procesamiento de la observación. Entre ellos se puede mencionar:

1. Ubicación precisa de la posición de los satélites (Efemérides) respecto al Sistema de Referencia IGS más actual;
2. Parámetros de Orientación Terrestre respecto al Sistema Celeste Medio (EOP). Los mismos contemplan conocer los efectos de Precesión, Nutación, LOD¹⁹ y sus correcciones. Son estimados por el IERS y proporcionados por el IGS;
3. Correcciones a los relojes de los satélites;
4. Tipos de receptores y antenas de todas las estaciones a utilizar en el ajuste de las coordenadas;
5. Marco de referencia a la fecha deseada, es decir, posiciones de las estaciones fiduciarias utilizadas en el ajuste. Cada estación que materializa el marco debe estar actualizada a la fecha o por medio de las velocidades de cada una o por el ajuste realizado por el IGS conociendo las posiciones de los satélites;
6. Modelo de velocidades. Este se necesita para conocer el punto anterior. Se puede inferir a través de conocer la velocidad de

¹⁹ Siglas en inglés de *Length of Day*.

la estación GPS de referencia a utilizar ó por un modelo de velocidades como VEMOS2009²⁰ (42).

2.4.2 Errores y efectos físicos modelados y reducidos

2.4.2.1 Retardo ionosférico

La ionosfera se caracteriza por ser la región de la atmósfera rica en electrones libres generados por la ionización de los gases que la componen. Tales partículas cargadas generan un desfase en el tiempo que tardan las señales electromagnéticas en recorrer el medio para llegar a la superficie terrestre, como las señales GPS. Estos errores se traducen en errores en posicionamiento que pueden llegar a la decena de metros (61).

El retardo de las señales GPS es directamente proporcional a la densidad de electrones del espacio atravesado por la señal e inversamente proporcional al cuadrado de la frecuencia de la onda portadora. Generalmente se representa al retardo ionosférico e para una estación como sigue:

$$e = \frac{C \times \text{TEC}}{f^2}, \quad (2.3)$$

siendo C una constante, TEC el contenido total electrónico entre la estación y el satélite y f la frecuencia de la señal portadora.

Este efecto se reduce en cada estación GPS de la red ya que se trabaja con instrumentos doble frecuencia, lo que permiten realizar una combinación lineal entre las dos señales en la combinación *libre de ionosfera* (L3) y eliminar un 99% de su influencia.

2.4.2.2 Retardo troposférico

Otro de los errores que afectan la determinación de la distancia a satélites son los errores causados por retraso de la señal electromagnética al pasar por la troposfera, un medio estratificado.

El retardo se divide en dos componentes: una componente hidrostática (también denominada seca; y una componente no hidrostática (o húmeda) (34). La componente hidrostática está vinculada con el aire seco y representa cerca del 90% del retardo. La componente húmeda depende de la presión parcial del vapor de agua, la cual es extremadamente variable, por lo que resulta complejo su cuantificación. El retraso en una dirección dada para cada componente se modela como el producto del retraso en la dirección cenital y un factor

²⁰ Acrónimo en inglés de *Velocity Model for South America and the Caribbean 2009*.

geométrico, la *función de mapeo*, la cual describe la dependencia del retraso con el ángulo de elevación. El retraso hidrostático cenital se estima a partir de un modelo estándar, mientras que el retardo de la componente húmeda se estima a partir de las observaciones (74).

Cada estación de la red SIRGAS-CON utiliza una combinación de dos modelos para reducir el retardo. El procedimiento se puede resumir de la siguiente manera:

- Se determina la refracción troposférica en el cenit según el modelo de (81);
- La refracción desde el cenit hasta el ángulo vertical de la observación es estimada mediante una interpolación y utilizando la función de mapeo de (74) ;
- Los valores obtenidos se mejoran por medio de la estimación de parámetros troposféricos adicionales para cada estación. Para ello se estima el retardo cenital húmedo cada 2 horas.

2.4.2.3 Mareas Terrestres y Oceánicas

La atracción gravitatoria de la Luna, el Sol y los planetas provocan deformaciones en la superficie terrestre y en los océanos que deben ser modelados y reducidos. Las mareas terrestres son modelables en forma precisa debido a la rigidez de la Tierra, porque el efecto es a escala global por lo que la suposición de Tierra SNREI es muy certera, la cual considera una geometría simple del problema. La ubicación espacial de una estación y la fecha definen la amplitud y el período del efecto que causan las mareas en las posiciones de la misma.

La estimación de la *marea teórica* involucra comprender 3 modelos

- El *potencial de marea en equilibrio* causado por los cuerpos exteriores. Se calcula utilizando teorías gravitacionales y astronómicas.
- La *respuesta de la Tierra sólida* (sin considerar los océanos) al potencial de marea (54). Se utiliza la teoría desarrollada por (45) que veremos en los próximos capítulos.
- La *respuesta de la Tierra sólida a las variaciones del océano* producto del potencial de marea. Se denomina también Mareas por Carga Oceánica.

Para reducir el efecto físico de las mareas de Tierra sólida sobre las coordenadas de las estaciones de la red SIRGAS-CON se utilizan en general los coeficientes del modelo geopotencial JGM²¹-3. En el caso de las deformaciones causadas por las variaciones de las cargas oceánicas, se reducen utilizando el modelo de mareas oceánicas FES2004²²

²¹ Siglas en inglés de *Joint Earth Gravity Models*.

²² Última versión del modelo FES, siglas en inglés de *Finite Element Solution*.

(67). Los valores son brindados por M.S. Bos y H. G. Scherneck a través del servicio <http://129.16.208.24/loading/>.

2.4.2.4 *Mareas del Polo*

La posición del eje instantáneo de rotación de la Tierra varía dentro de la Tierra con un período aproximado de 14 meses dentro de un área no mayor a los 20 metros cuadrados.

Este movimiento del Polo provoca variaciones de las coordenadas terrestres que deben considerarse cuando se realizan observaciones para ventanas de tiempo superiores a los dos meses ya que pueden provocar desplazamientos de hasta 7 milímetros en la horizontal y de hasta 2,5 centímetros en la vertical.

El ajuste de las coordenadas semanales de las estaciones de la red SIRGAS-CON tienen este efecto reducido siguiendo las convenciones del IERS de 2003 (70).

2.4.3 *Efectos físicos no reducidos*

2.4.3.1 *Carga atmosférica*

Desde 1985 se han realizado diversos estudios de los efectos producidos en la superficie terrestre por variaciones de las cargas atmosféricas (20, 69, 77, 79, 99, 100, 102, 103).

La atmósfera y la Tierra interactúan mediante las cargas superficiales principalmente a largas longitudes de onda. A través de los cambios horizontales de las masas atmosféricas es posible inferir presiones atmosféricas superficiales. El método utilizado para convertir presiones superficiales a desplazamientos verticales involucran las funciones de Green y se analiza con mayor profundidad en el capítulo 3.

Se conoce que las mayores variaciones de presión (40-50 hPa) están asociadas con variaciones de masas atmosféricas producto de tormentas de escalas sinópticas (longitudes de onda de 1000 a 2000 km). Se estima que dichas tormentas causan en latitudes medias (30°- 60°) desplazamientos verticales superficiales máximos entre 1 y 2 cm. Como el período temporal promedio de dichas tormentas es de 5-10 días, no contribuyen apreciablemente a la variabilidad estacional de la presión global.

La presión atmosférica superficial global varía para diferentes latitudes, alterando el efecto que produce sobre la superficie. En general se observa que las presiones superficiales aumentan con la latitud debido a la circulación de aire en la atmósfera. Estas presiones también

cambian a lo largo del año observándose máximos y mínimos en los meses de enero y julio (ver figuras 7 y 8).

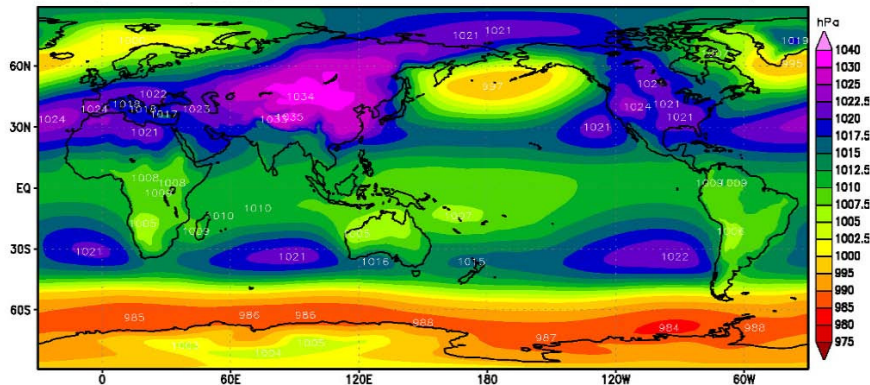


Figura 7: Presiones superficiales globales para un mes de enero (Fuente: *National Center for Environmental Prediction, NCEP*).

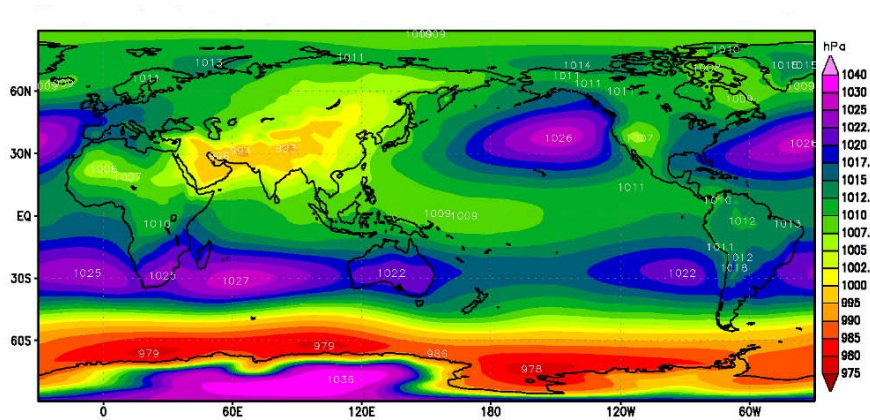


Figura 8: Presiones superficiales globales para un mes de julio (Fuente: *National Center for Environmental Prediction, NCEP*).

Las fluctuaciones de las presiones atmosféricas provocan variaciones en los niveles medios del mar, los cuales pueden deformar la Tierra. Se ha estudiado ampliamente la respuesta superficial a las presiones (por ejemplo, (100, 102)) y, en ellos, se considera un modelo de Tierra considerando que los océanos responden a las presiones atmosféricas como un **barómetro invertido modificado**. Si se considera la respuesta oceánica como un barómetro invertido puro, se define que por cada milibar (ó hPa) que aumenta en la presión, la superficie oceánica la compensa al decrecer en 1 cm. Con esta suposición la masa total aire+agua que presiona un sitio en particular permanece constante y no existen cambios de presión en el fondo oceánico debido a cambios de presiones en la superficie oceánica. Sin embargo en esta hipótesis se está considerando que la masa total del océano **no se mantiene constante**. Si en cambio, se considera que la masa oceánica se conserva, entonces un cambio en las presiones barométricas

superficiales debe generar un **cambio uniforme en las presiones del fondo oceánico**.

El efecto causado por la respuesta oceánica como un barómetro invertido modificado provoca que sitios a iguales latitudes se comporten diferentes, dependiendo su distancia a la costa. Las estaciones GPS situados en islas o zonas costeras sufren deformaciones verticales mucho menores frente a las mismas presiones superficiales que las ubicadas a más de 500 km de la costa. Suponiendo una respuesta barométrica invertida pura, se ha estimado deformaciones verticales de alrededor de un 50% menor que la esperada. Se ha encontrado evidencia observacional que satisface este efecto en las zonas costeras (103), a pesar que las respuestas en dichas zonas son más complicadas ya que involucran, además otros factores como la geometría de la costa, la profundidad de la plataforma continental, el efecto del viento, entre otros factores.

Las fuentes de los datos de presión que se utilizan en la actualidad son provistas por el Centro estadounidense NCEP (*National Center for Environmental Prediction*) y el centro europeo ECMWF (*European Centre for Medium-Range Weather Forecast*). Ambos servicios se encargan de brindar grillas globales cada 6 horas con valores de presiones barométricas superficiales, temperatura, velocidad del viento, entre otros. Las diferencias observadas en los desplazamientos verticales al utilizar un centro u otro es de menos de ± 3 mm.

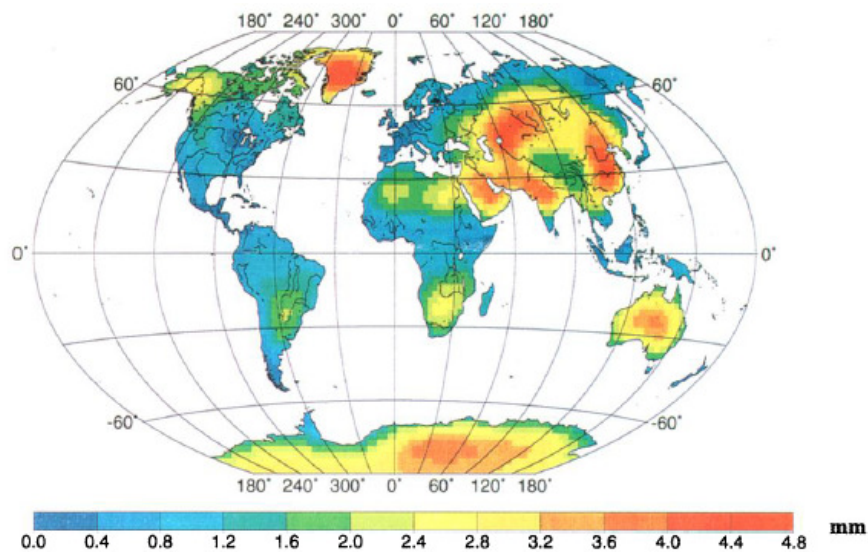


Figura 9: Deformaciones superficiales verticales estimadas (69).

En la figura 9 se muestran las deformaciones estimadas por (69). Se observan mayores desplazamientos a altas latitudes causadas por las presiones mayores. Además, en las zonas costeras, para una misma latitud, las deformaciones estimadas son menores.

2.4.3.2 Cargas oceánicas no mareales

Las deformaciones de la Tierra sólida causadas por las variaciones de las cargas oceánicas usualmente se las clasifica en dos: las generadas por el efecto que producen los cuerpos exteriores sobre las masas oceánicas, llamadas *mareales* (ver sección 2.4.2.3) y las producidas por las variaciones en las presiones del fondo oceánico, denominadas *no mareales*.

Los cambios temporales en las presiones del fondo oceánico se producen por:

- variaciones de la altura de la superficie del mar.
- cambios en las densidades de la columna de agua.

Para estimar dichas variaciones es necesario conocer la altura de la superficie del mar, la temperatura y la salinidad. Estos valores se pueden obtener a partir de modelos globales de circulación oceánicos (Modelos OGCM²³) o por mediciones de misiones altimétricas como Topex/Poseidón (T/P).

Las variaciones de densidad se determinan a partir de fluctuaciones de temperatura y salinidad y se integran a lo largo de toda la columna de agua para estimar sus efectos en las presiones oceánicas.

(104) utilizaron por primera vez valores de densidades oceánicas, y estimaciones de la altura de la superficie del mar realizadas por OGCM y alturas de la superficie del mar medidas con el altímetro T/P para modelar el efecto de las cargas oceánicas no mareales sobre el geoide.

Las presiones del fondo oceánico calculadas fueron utilizadas para calcular los efectos de estas cargas en 4 sitios GPS para un período de 2 años (104). Se observaron desplazamientos verticales inferiores a 5 mm. Las mayores variaciones estimadas suceden en períodos entre algunos días a algunos meses.

Los resultados indican que los efectos de las cargas de largo período causados por variaciones de la superficie del mar tienen aproximadamente el mismo período pero en sentido opuesto por lo que tienden a cancelarse. Los efectos de carga de menores períodos están dominados por las variaciones de la superficie del mar.

Las contribuciones totales observadas de la superficie vertical en sitios elegidos fue de 3 a 6 mm pico a pico. Los efectos predichos para zonas no costeras decrecen exponencialmente a medida que la distancia a la costa se incrementa.

²³ Siglas en inglés de *Ocean General Circulation Model*.

2.4.3.3 Cargas por variación de masas continentales

El almacenamiento del agua continental total está compuesta por el agua contenida en la vegetación, en los suelos por las masas de hielo y nieve, el agua subterránea y el agua superficial de ríos, lagos, reservorios y humedales.

Las variaciones del almacenamiento es uno de los componentes principales en el balance hídrico continental y actualmente no se conoce con la suficiente precisión para grandes áreas debido a la cantidad de factores involucrados. Aunque se están haciendo numerosos esfuerzos por mejorar la estimación de las variaciones de los volúmenes hídricos a partir de modelos climáticos, no es posible aún contar con un modelo hidrológico suficientemente preciso adoptado por la comunidad científica para reducir los efectos de las variaciones de las cargas en las posiciones de las estaciones GNSS.

El Centro de Fluidos Geofísicos Globales (GGFC) nuclea y provee datos de variaciones del almacenamiento de aguas continentales diarios y mensuales provenientes de modelos numéricos como GLDAS, NCEP/NCAR, ECMWF y NOAA, así como también estimaciones de las deformaciones verticales según (102) utilizando datos del modelo GLDAS. Las deformaciones estimadas a partir de dichos centros en estaciones GNSS globales (que no consideran en el estudio la zona central de la cuenca amazónica) indican desplazamientos verticales absolutos medios no superiores a 2 cm (56).

2.5 PREPROCESAMIENTO DE LAS DEFORMACIONES SUPERFICIALES

Realizar un estudio de la respuesta de la corteza frente a variaciones de la presión superficial involucra en primera instancia una selección de los sitios a investigar. Los mismos deberán cumplir con requisitos que aseguren la observación clara de los efectos que causan las redistribuciones de masas.

Para ello se utilizaron las variaciones temporales de las coordenadas semanales ajustadas al marco IGS a la época media de cada semana de las estaciones que componen la red SIRGAS-CON. La figura 10 muestra las soluciones semanales que brinda la red SIRGAS mediante su página web²⁴ calculadas para la estación GPS NAUS situada en la región de Brasil, muy cerca del río Negro afluente del río Amazonas. Las curvas azul, verde y roja representan las variaciones observadas en las componentes Norte-Sur, Este-Oeste y Vertical, respectivamente en centímetros entre los años 2006 y 2014. Se observa una componente principalmente lineal en el caso de las componentes horizontales

²⁴ www.sirgas.org

y una variación periódica estacional anual visible en la componente vertical. A continuación se analizará sólo el caso de las componentes verticales, aunque lo mismo puede extenderse para las componentes horizontales.

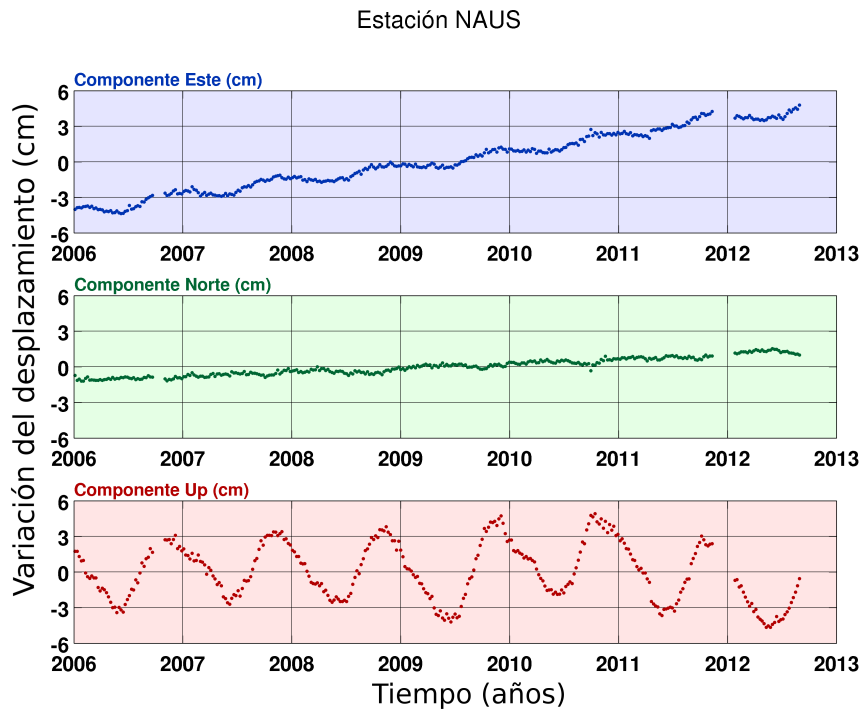


Figura 10: Variación de las coordenadas semanales de la estación NAUS. respecto al valor medio (cm)

Con el objeto de asegurar la calidad y cantidad de observaciones en cada sitio, pero también con la intención de que la fuente de datos sea confiable, se seleccionaron estaciones GNSS donde se observara en forma clara variaciones estacionales sobre otras fuentes y sobre el ruido.

Al principio, se tomó en cuenta una muestra de 368 estaciones GNSS de la red y seleccionó aquellos sitios en los cuales se cumplía lo siguiente:

- hayan registrado datos en un intervalo temporal mayor que 3 años en el intervalo 2002 – 2014 (intervalo temporal de datos GRACE disponible).
- no tengan cortes temporales extensos y falta de datos por problemas instrumentales y, de existir un corte temporal, la serie tenga una fracción continua en un espacio temporal mayor que 3 años.
- no contengan saltos episódicos y posterior cambio de linealidad producto de eventos sísmicos o cambios en la antena del receptor.

- no se observen comportamientos anómalos respecto de estaciones cercanas, productos de efectos muy locales, tal como subsidencia del terreno.

De la muestra inicial de 368 estaciones, 151 satisfacen los requerimientos enunciados anteriormente. En la figura 11 se muestran 4 ejemplos de estaciones que no satisfacen dichos requerimientos, por lo que no fueron consideradas. De las estaciones descartadas, muchas fueron instaladas en los últimos 2 años por lo que no cumplen el primer requisito. Otro grupo, contiene estaciones ubicadas en la región central de Chile y Argentina donde se observa un salto brusco debido al terremoto de Maule ocurrido en febrero de 2010 por lo que no satisfacen el 3 requisito.

Además se exigió que las componentes verticales observen una variación estacional visible. Con este fin, luego de un filtrado en el dominio de las frecuencias que se explicará en la próxima sección, se calcularon las amplitudes de las coordenadas verticales ya filtradas y se definió como criterio de corte a aquellas estaciones que observen amplitudes mayores a 1,5 cm (figura 12).

Se obtuvo un grupo de 42 estaciones que satisfacen las restricciones impuestas. En la figura 12 se encuentran representadas por los círculos verde, rosa y rojo las estaciones seleccionadas y su situación espacial en la región sudamericana. En la tabla 2 se muestra una breve descripción de cada una de las estaciones elegidas indicando sus coordenadas geodésicas horizontales, la época de comienzo y fin de las coordenadas que se han obtenido para realizar el trabajo y la amplitud en centímetros de la variación vertical (suavizada). Se tomó en cuenta las soluciones semanales de cada estación seleccionada entre Abril del 2002 y Junio del 2014 (en el caso en que la estación haya medido en ese intervalo) de forma tal que coincida con el intervalo temporal en el cual se cuenta con datos de la misión GRACE.

Cuadro 2: Estaciones de la red SIRGAS-CON seleccionadas.

Estación GNSS	Latitud [grados]	Longitud [grados]	Epoca Inicio [años]	Epoca Fin [años]	Amplitud [cm]
NAUS	-3.02	299.94	2006.011	2014.770	4.61
PAIT	-4.29	303.96	2010.400	2014.770	3.37
MABA	-5.36	310.88	2007.679	2014.770	2.58
PAAT	-3.20	307.82	2010.323	2014.770	2.50
ROGM	-10.78	294.67	2008.044	2014.770	2.35
SAGA	-0.14	292.94	2007.718	2014.770	2.30
MSCG	-20.44	305.46	2008.044	2014.770	2.20
TOGU	-11.75	310.95	2008.292	2014.770	2.18
POVE	-8.71	296.10	2006.011	2014.770	2.17

Continúa en la página siguiente

Cuadro 2 – continúa de la página anterior					
Estación GNSS	Latitud [grados]	Longitud [grados]	Epoca Inicio [años]	Epoca Fin [años]	Amplitud [cm]
MTSF	-11.62	309.34	2008.254	2014.770	2.14
TOPL	-10.17	311.67	2008.005	2014.770	2.11
UBER	-18.89	311.68	2004.536	2013.811	2.09
BOAV	2.85	299.30	2007.679	2014.770	2.06
MTCO	-10.80	304.54	2009.537	2014.770	2.00
MCLA	-16.72	316.12	2004.497	2014.271	1.98
IMPZ	-5.49	312.50	2000.396	2014.770	1.97
MGRP	-19.21	313.87	2010.323	2014.770	1.94
ROCD	-13.12	299.46	2010.323	2014.770	1.90
IQUI	-3.77	286.73	2009.575	2014.732	1.89
ROJI	-10.86	298.04	2008.254	2014.770	1.86
MGUB	-18.92	311.74	2008.044	2014.770	1.85
BRAZ	-15.95	312.12	2000.014	2014.770	1.84
SPAR	-21.18	309.56	2010.400	2014.770	1.82
CUIB	-15.56	303.93	2000.052	2014.770	1.82
RIOB	-9.97	292.20	2007.679	2014.770	1.82
SJRP	-20.79	310.64	2009.710	2014.770	1.81
CRO ₁	17.76	295.42	2000.014	2014.770	1.79
MTBA	-15.89	307.74	2008.675	2014.770	1.76
MAPA	0.05	308.90	2006.030	2014.770	1.76
GVAL	-18.86	318.04	2004.497	2014.271	1.75
MGVA	-21.54	314.57	2010.400	2013.811	1.75
UYPA	-32.29	301.93	2010.688	2014.770	1.74
SRZN	5.46	304.80	2006.088	2014.770	1.73
PPTE	-22.12	308.59	2006.011	2014.770	1.72
PRMA	-23.41	308.06	2009.537	2014.770	1.65
GOJA	-17.88	308.27	2008.445	2014.770	1.62
PEPE	-9.38	319.49	2008.044	2014.770	1.62
KOUR	5.25	307.19	2000.014	2014.770	1.61
MGIN	-22.32	313.67	2008.120	2014.770	1.59
BERR	6.49	285.59	2007.392	2014.252	1.56
SCRZ	-17.80	296.84	2009.997	2014.770	1.56
BELE	-1.41	311.54	2004.000	2014.770	1.56

2.6 ANÁLISIS Y FILTRADO DEL CONTENIDO EN FRECUENCIAS

En la figura 13 se observa el espectro en frecuencia para 3 estaciones de las 42 seleccionadas. Se tomó en cuenta una estación con amplitud grande (NAUS, Brasil), una con amplitud intermedia (POVE, Brasil)

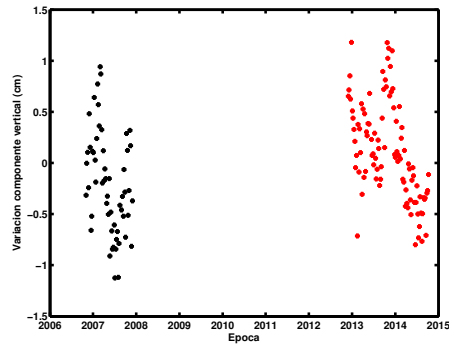
y una con amplitud pequeña de comparación (BELE, Brasil). En el eje horizontal se ubica el intervalo de frecuencias del espectro en unidades de $[1/\text{año}]$ y en el eje vertical las amplitudes del espectro. En los gráficos de la izquierda las frecuencias varían de 0 a 12 que representan todas las frecuencias menores a un mes y en el gráfico de la derecha las frecuencias varían de 0 a 3 representando frecuencias menores que 4 meses para la misma estación del gráfico izquierdo. El máximo del espectro ocurre para la frecuencia de 1 año debido a los efectos de carga con períodos anuales. Es interesante también observar un pico a menores frecuencias de menor magnitud en la frecuencia 0,1 para 2 de las 3 estaciones el cual evidencia una componente de un período de 10 años. Esta componente no se investigará en la presente Tesis pero sí se debe tener en cuenta al observar los resultados de los modelados ya que modula la amplitud de la coordenada vertical.

La figura 14 muestra los espectros en frecuencia de la señal de carga superficial obtenida por la misión GRACE (se explicarán detalladamente en el próximo capítulo) para las mismas estaciones de la figura anterior. La amplitud del espectro en frecuencia es despreciable para las frecuencias mayores que 3, es decir, para períodos menores que 4 meses.

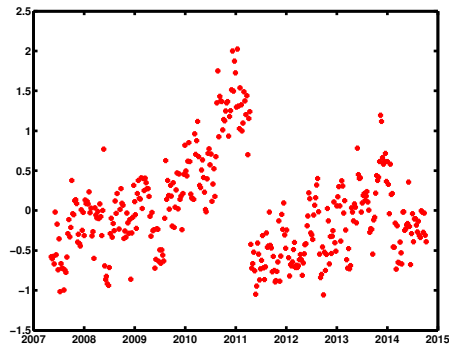
Se asumió, entonces, que las señales cuyos períodos eran menores que 4 meses no representan información vinculada a los efectos de carga que se quieren modelar por lo que se aplicó un filtro pasabajos eliminando las frecuencias mayores. Además se removieron las tendencias lineales asumiendo que están relacionadas a tectónica o ajuste isostático postglacial (que para esa latitud debe ser casi despreciable).

La figura 15 muestra el resultado del filtrado para 6 estaciones GNSS. Los puntos rojos representan las observaciones semanales, la línea continua negra indica la señal obtenida luego de filtrar en frecuencia utilizando la transformada de Fourier. Se puede concluir que la señal filtrada mantiene el comportamiento principal de cada estación, conservando las amplitudes y los cambios de un comportamiento armónico producto de efectos climáticos como la Oscilación del Sur (Efecto Niño). Para analizar si el contenido en frecuencia de períodos mucho mayores al año era visible en las series temporales, se filtró y redujo además las componentes verticales para períodos menores a 5 años, como se representan en los gráficos de la figura 15 por una línea azul continua. Es evidente que dicha señal afecta a las series modulando su amplitud. En el gráfico 16 se superpusieron las componentes de largo período para todas las estaciones seleccionadas. El intervalo temporal de cada una depende del intervalo en el que la estación GNSS haya tomado datos (observar que las líneas rectas son consistentes con observaciones de las estaciones que presentan intervalos de medición más cortos). Parecería observarse que

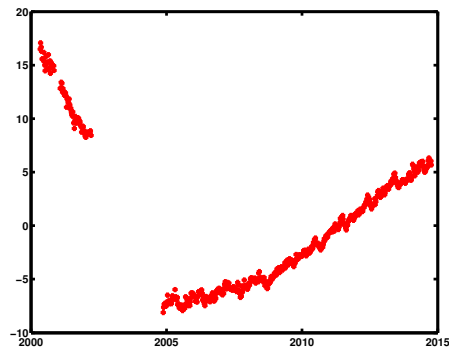
los máximos y mínimos de la componente de largo período tienen cierta concordancia.



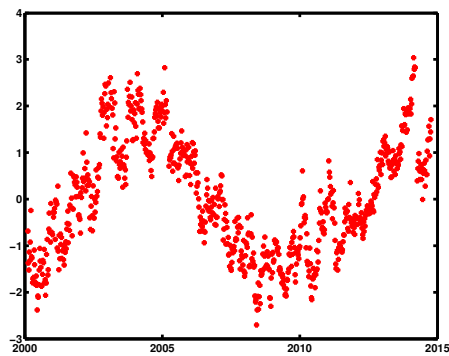
(a) Cortes temporales (TUMA, Colombia).



(b) Saltos episódicos y cambios de linealidad (UNSJ, Argentina).



(c) Cambio brusco de comportamiento (INEG, México) debido a subsidencia del terreno.



(d) Efectos locales (BOGA, Colombia) (58).

Figura 11: Ejemplos de estaciones no consideradas.

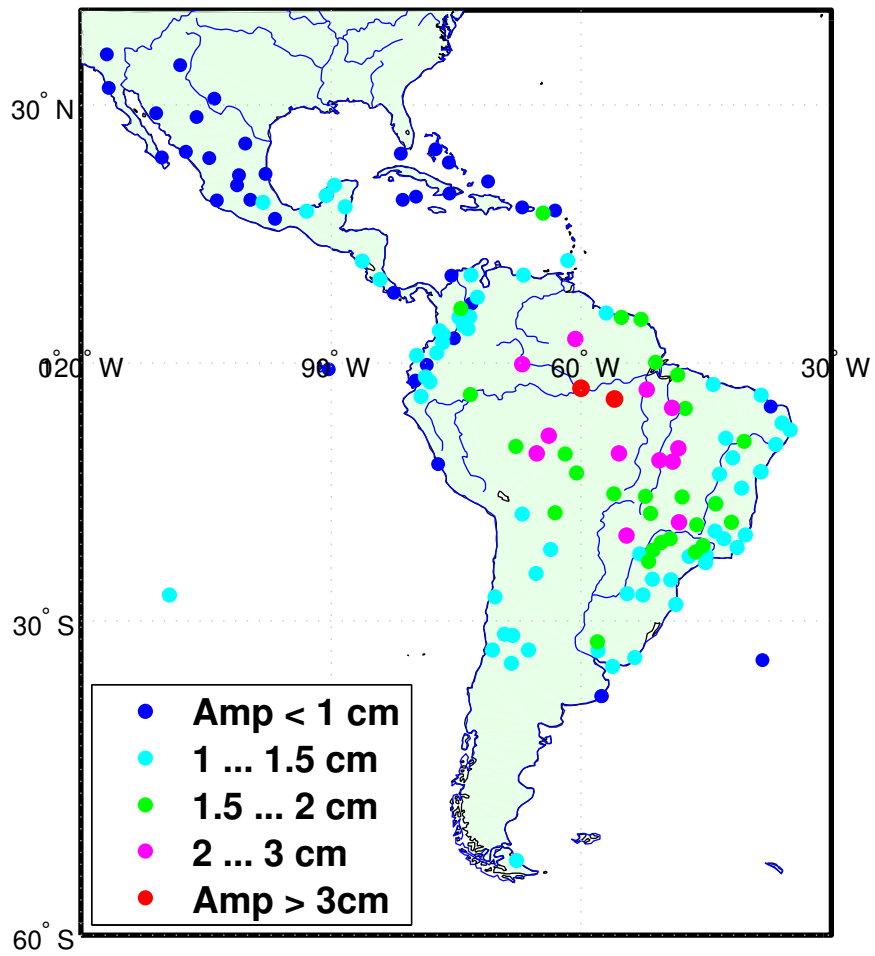


Figura 12: Amplitudes [cm] de los movimientos verticales para 151 estaciones de la red SIRGAS-CON.

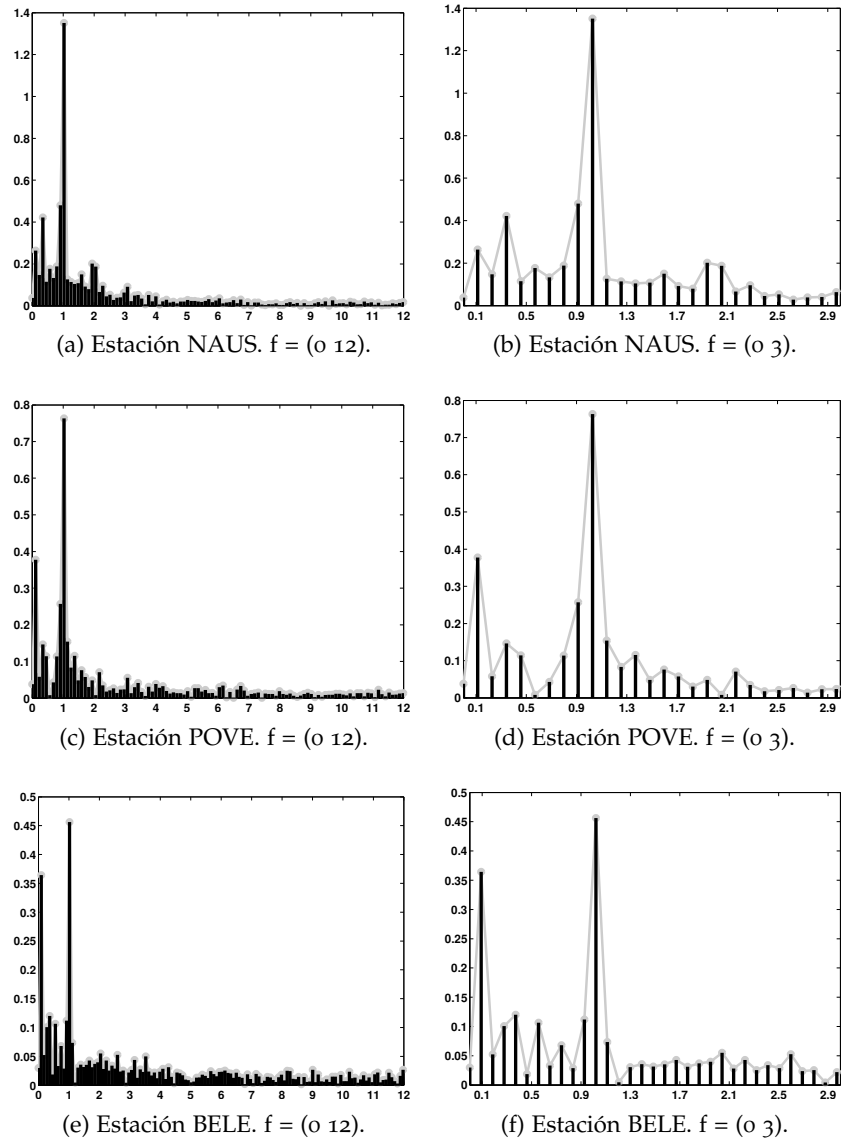


Figura 13: Espectros en frecuencia ($[1/\text{año}]$) de la componente vertical de la coordenada para las estaciones NAUS, POVE y BELE ubicadas en Brasil.

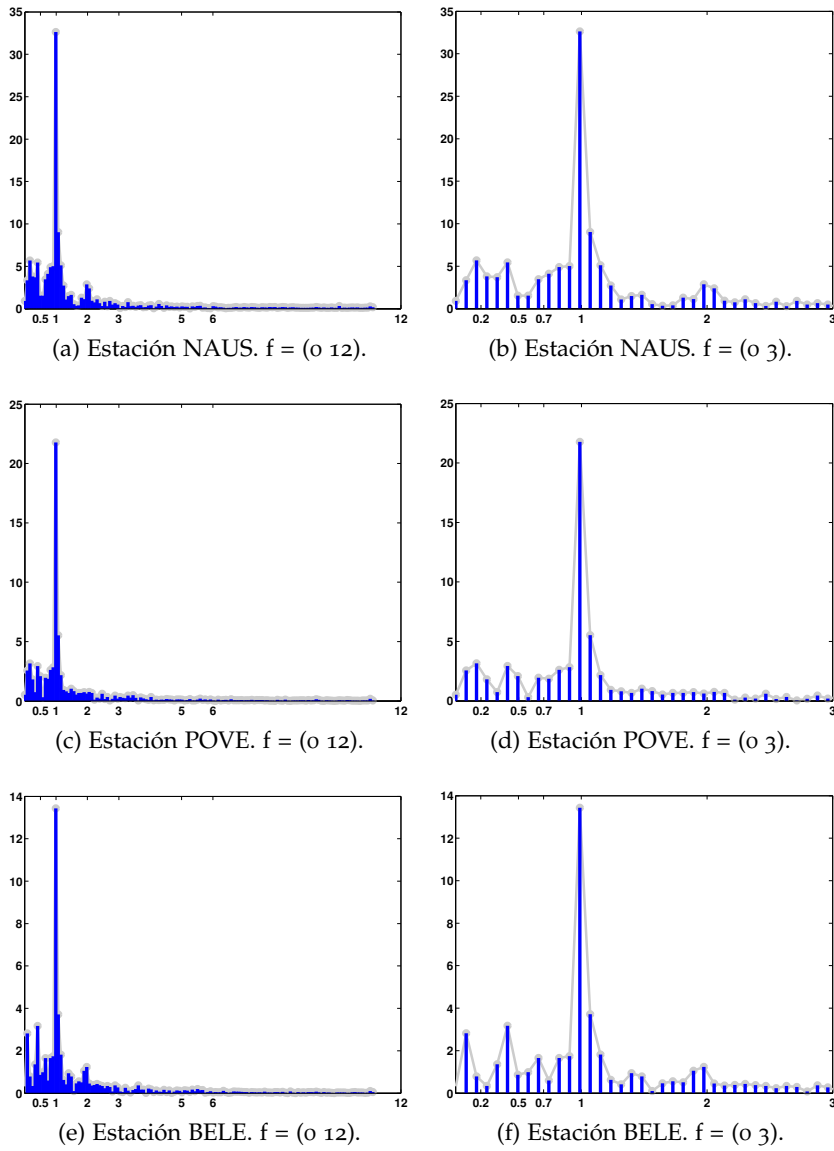


Figura 14: Espectros en frecuencia ($[1/\text{año}]$) para la carga superficial para las estaciones NAUS, POVE y BELE ubicadas en Brasil.

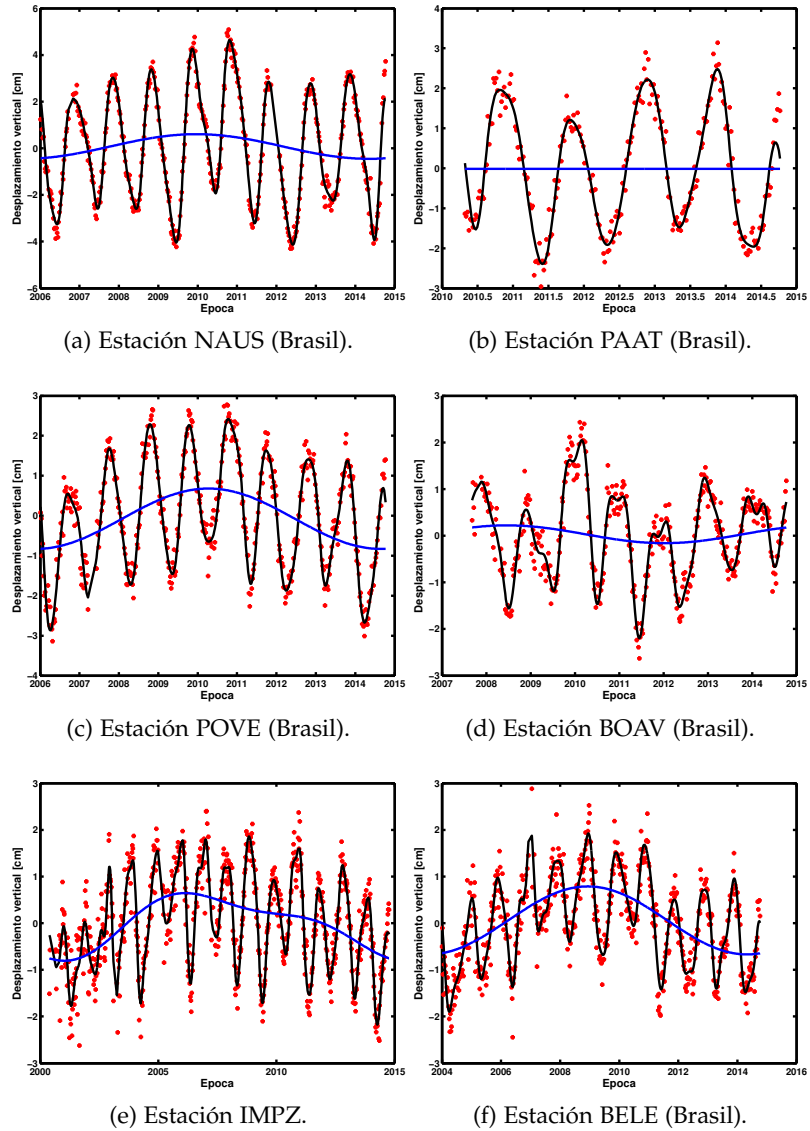


Figura 15: Variación de la componente vertical y su señal filtrada. Los puntos rojos representan las observaciones discretas, la línea continua negra la señal luego de filtrar en frecuencia y; la línea continua azul las componentes en frecuencia mayores que 5 años.

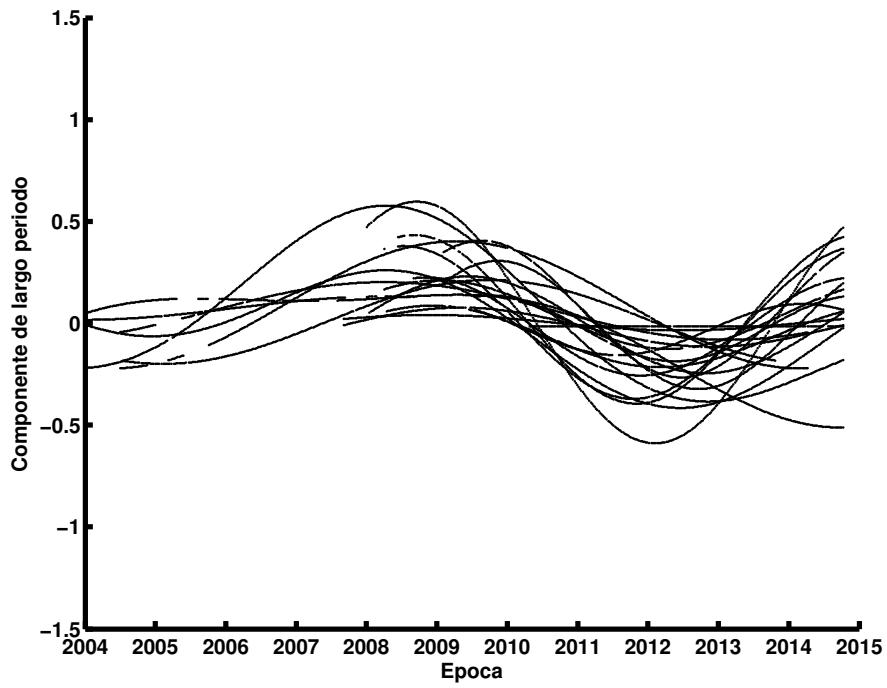


Figura 16: Componente de largo [cm] período para las 42 estaciones seleccionadas que se muestran en la Fig. 2.

Capítulo 3

CARGAS SUPERFICIALES

3.1 LA MISIÓN SATELITAL GRACE

La misión GRACE es un proyecto conjunto entre la Administración Espacial y Aeronáutica Nacional de Estados Unidos (NASA) y el Centro Alemán para el Transporte Aéreo y el Espacio (DLR). El objetivo principal del proyecto fue proveer un modelo, tanto estático como variable en el tiempo, del campo de gravedad terrestre global de alta resolución con una precisión mucho mayor a la disponible a esa fecha, 2002 (93). Con dicha misión se logró una resolución de 170 km para la componente estática y de 300 km para las soluciones mensuales.

La misión GRACE se compone de dos satélites idénticos de unos 480 kg de peso, separados por una distancia de 220 km en una órbita casi polar (inclinación, $i = 89^\circ$) y casi circular (excentricidad, $e < 0,005$) a una altitud aproximada inicial de 500 km respecto de la superficie terrestre. Estos satélites fueron lanzados simultáneamente el 17 de marzo de 2002 desde la plataforma de lanzamiento espacial rusa Plesetsk. El tiempo de vida estimado de la misión fue de 5 años, un número ampliamente superado por sus actuales 13 años de funcionamiento casi ininterrumpido. La altitud de los satélites GRACE disminuye con el tiempo de vida debido a la resistencia atmosférica y su decrecimiento depende del ciclo de actividad solar. Actualmente se ubican a 398 km de altura y la separación entre los satélites es de 192 km. El futuro de la misión depende principalmente del funcionamiento de sus baterías.

El concepto principal de esta misión es que las variaciones del campo de gravedad terrestre causan variaciones de la distancia entre los satélites. Cuando el satélite que lidera el movimiento en su órbita es afectado por valores de gravedad diferentes al campo de gravedad medio, es atraído o alejado del segundo satélite. Midiendo las variaciones relativas entre ambos, es posible estimar las variaciones de la gravedad. Para inferir variaciones del campo de gravedad en una región inferior a los 500 km se debe conocer la variación de la distancia con una precisión mejor que $1\mu\text{ms}^{-1}$ la cual se puede determinar a partir de medidas de microondas intersatélite.

Las variaciones temporales de la gravedad estimadas por la misión se deben en gran medida a redistribuciones de masas en superficie que incluyen: cambios producidos por corrientes superficiales y profundas en el océano; variaciones de la acumulación de agua superficial, subterránea y por escorrentía; cambios entre capas de hielo, glaciares y los océanos; perturbaciones atmosféricas, reajuste geométrico de la corteza debido a deshielos, variaciones de masas en el interior de la Tierra, etc. Los cambios de la gravedad a escalas de pocos meses a anuales están asociados a redistribuciones cercanas a la superficie por lo que el conocimiento de estas variaciones permite entender los procesos dinámicos que se suceden en dicha región.

Aislar las fuentes que causan estas variaciones del campo de gravedad resultantes y comprender su relación con el ciclo hidrológico es uno de los temas más abordados en los campos de Geodesia e Hidrogeodesia.

En la sección siguiente se analiza cuáles son los diferentes niveles de datos que brindan los centros de datos que integran la misión GRACE los cuales dependen del nivel de procesamiento que se le ha realizado. Posteriormente, se describe la base teórica de la representación del Campo de Gravedad Terrestre mediante un desarrollo en armónicos esféricos.

3.1.1 Niveles de datos de gravedad GRACE

Los datos de la misión son manejados por tres centros de procesamiento dentro del Sistema de Datos Científicos del proyecto GRACE (SDS): el Centro de Estudios Espaciales en la Universidad de Texas, Austin (UTCSR), el Laboratorio de Propulsión Jet (JPL) en Pasadena, EEUU y el Instituto Geodésico en Postdam, Alemania (GFZ).

Luego de su validación, dichos centros proveen modelos mensuales del campo de Gravedad terrestre a través del Centro de Archivos Activo Oceanográfico Físico (PO.DAAC) en JPL y del Centro de Datos y Sistemas de Información (ISDC) en GFZ. Los datos GRACE se componen de 3 niveles (Figura 17).

3.1.1.1 Datos Nivel-0

Los datos Nivel-0 consisten en los datos GRACE más crudos. Entre los datos interesantes de este nivel para las estimaciones del campo de gravedad se encuentran las variaciones de la distancia inter-satélite ($\mu\text{m/s}$), los datos del acelerómetro y datos de actitud y posicionamiento del satélite.

Estas medidas, entre otras, son realizadas por cada satélite GRACE y enviadas al Sistema de Operación de la Misión (MOS) dos veces al

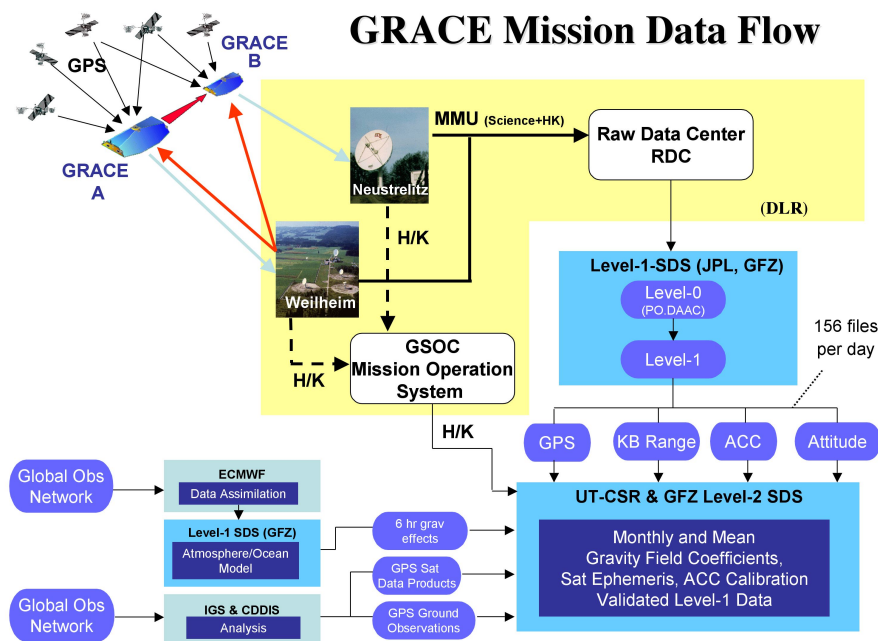


Figura 17: Flujo de los datos GRACE (Extraído de UTCSR).

día por medio de la antena de seguimiento de Weilheim y Neustrelitz. Los datos son almacenados en dos archivos diferentes por el Centro de Datos Crudos (RDC) del MOS situado en Alemania. Los centros SDS recuperan estos datos, los almacenan en archivos permanentes y formatean el instrumento correspondiente (Bettadpur, 2007).

3.1.1.2 Datos Nivel-1

Los datos Nivel-1 consisten en datos instrumentales pre-procesados, que incluyen la distancia en la banda K, del acelerómetro, de GPS y de la cámara de guiado (útil para definir la posición o *attitude* del satélite en forma precisa) de cada satélite. Los productos Nivel-1 se procesan en primera instancia en laboratorio JPL con el apoyo de GFZ, y en el caso de que surga un problema, se utiliza el sistema de procesamiento idéntico en GFZ.

Los productos de este Nivel se dividen en 2: Nivel-1A y Nivel-1B. Los productos Nivel-1A son los datos crudos calibrados y fijados en tiempo en un sentido no destructivo de forma tal de que la información original pueda ser recuperada. Los productos Nivel-1A no son distribuidos públicamente. Los datos pertenecientes al Nivel-1B incluyen, entre otros, la distancia entre los satélites y su variación, la aceleración entre los satélites, las aceleraciones no gravitacionales de cada satélite, la dirección estimada, las órbitas, etc. Luego de ser validados, los últimos son brindados al público a través de los servicios ya mencionados (PO.DAAC y ISDC). Dichos productos son los

que se procesan para generar las estimaciones del campo de gravedad mensual en forma de armónicos esféricos.

3.1.1.3 Datos Nivel-2

Los datos Nivel-2 consisten en valores del campo de gravedad mensual y medio que surgen luego de calibrar y validar los del Nivel-1 junto con las órbitas precisas de los dos satélites GRACE más los conjuntos de datos auxiliares de variables que son necesarias reducir en las soluciones del campo (temperatura, presiones, presiones en el fondo oceánico y datos hidrológicos).

Todos los productos Nivel-2 son almacenados en PODAAC y ISDC y se ofrecen disponibles a los 60 días de la medición de los mismos. El software de procesamiento para este nivel se desarrolló independientemente por cada uno de los centros utilizando paquetes de programas existentes pero independientes y actualizados para los objetivos específicos de GRACE. Tanto UTCSR(CSR) como GFZ procesan los datos rutinariamente mientras que JPL sólo los genera cada cierto tiempo para verificación.

Los datos Nivel-2 se proveen como un conjunto de coeficientes armónicos esféricos normalizados, C_{lm} , S_{lm} . El grado y orden máximos de los mismos actualmente son 96, 120 y 120 para CSR, GFZ, y JPL, respectivamente. Se distribuyen en archivos formato *ascii* con las siglas GAC, GAD y GSM como extensión. A continuación se explican cada uno de ellos.

Los archivos GSM contienen los coeficientes armónicos esféricos que representan el campo de gravedad de la Tierra. En dichos coeficientes **se encuentran reducidas las contribuciones de las masas atmosféricas y oceánicas no mareales**. Los archivos GAC y GAD incluyen las contribuciones atmosféricas y oceánicas que fueron reducidas en los GSM. Los archivos GAC contienen coeficientes que representan el efecto oceánico y atmosférico global no mareal, mientras que los archivos GAD representan sólo las variaciones de las presiones en el fondo oceánico.

La última y más precisa versión de los datos Nivel-2 en la actualidad es la que se denomina *Release 05* (RL05). (22) evaluaron dicha versión respecto de la versión anterior (*Release 04*) y compararon los residuos y amplitudes de la señal para los tres centros científicos. Dichos autores encontraron que los datos del centro GFZ son en general más ruidosos a latitudes medias que los de CSR y JPL, y además que JPL posee errores grandes en el Océano Atlántico. Por otro lado, se encontró que para algunas regiones, como el Ártico, los datos provistos por el centro GFZ poseen menor señal que la esperada. En la presente Tesis, salvo explícita mención, se utilizarán datos del centro CSR.

3.2 VARIACIONES DE LAS CARGAS SUPERFICIALES

3.2.1 Representación del Campo de Gravedad

El campo de gravedad global terrestre es usualmente descrito en términos de la forma del geoide: la superficie equipotencial que corresponde con el nivel medio del mar sobre los océanos. Normalmente se representa la forma del geoide N (*Ondulación del geoide* respecto del elipsoide de referencia) como una suma de armónicos esféricos de la forma:

$$N(\theta, \lambda) = R \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \bar{P}_{lm}(\cos \theta) (C_{lm} \cos m\lambda + S_{lm} \sin m\lambda) \quad (3.1)$$

en donde R es el radio terrestre, θ y λ son la colatitud y la longitud respectivamente, C_{lm} y S_{lm} son coeficientes adimensionales, y \bar{P}_{lm} son las funciones de Legendre asociadas normalizadas. Estas últimas pueden obtenerse como sigue:

$$\bar{P}_{lm}(x) = \sqrt{(2 - \delta_{m,0})(2l + 1)} \frac{(l - m)!}{(l + m)!} \frac{(1 - x^2)^{\frac{m}{2}}}{2^l l!} \frac{d^{l+m}}{dx^{l+m}} (x^2 - 1)^l, \quad (3.2)$$

en donde $\delta_{m,0}$ es la función delta de Kronecker, igual a 1 sólo si $m = 0$ y en donde x es la variable, en este caso, $\cos(\theta)$.

Un modelo de geoide satelital consiste en general en valores numéricos de los coeficientes C_{lm} y S_{lm} .

Si existe una variación temporal del geoide, se puede entender a ΔN como una variación entre dos épocas dadas o, como una variación entre una época dada y un valor medio de N válido para un intervalo de tiempo. Estas variaciones de N pueden considerarse por medio de variaciones temporales de los coeficientes como sigue:

$$\Delta N(\theta, \lambda) = R \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \bar{P}_{lm}(\cos \theta) (\Delta C_{lm} \cos m\lambda + \Delta S_{lm} \sin m\lambda) \quad (3.3)$$

Si se considera que la variación de la superficie geoidal se debe a una redistribución de densidades $\Delta\rho(r, \theta, \lambda)$ se puede demostrar que existe una relación matemática entre las variaciones temporales de los coeficientes del desarrollo en armónicos esféricos mencionados previamente y la variación de densidades $\Delta\rho$ (106) dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{array} \right\} &= \frac{3}{4\pi R \rho_m (2l+1)} \int \Delta \rho(r, \theta, \lambda) \bar{P}_{lm}(\cos \theta) \\ &\quad \times \left(\frac{r}{R} \right)^{l+2} \left\{ \begin{array}{l} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{array} \right\} \sin \theta d\theta d\lambda dr \quad (3.4) \end{aligned}$$

en donde ρ_m es la densidad media de la Tierra, R el radio terrestre medio y la integral tiene validez en la región en la cual se observan las variaciones de las densidades $\Delta\rho$.

Se supone que $\Delta\rho$ está concentrado en una capa de espesor H cercana a la superficie terrestre. En el caso de GRACE esta capa debe ser lo suficientemente gruesa para considerarse compuesta por la atmósfera, los océanos, las capas de hielo, el agua superficial y subterránea, y la humedad del suelo, de forma tal de considerar a todas aquellas variaciones de masa que son capaces de ser observadas por satélites. El espesor de la capa, en general, está relacionado con el espesor de la columna atmosférica, en el orden de 10 a 15 km.

La variación del cambio de densidad superficial, $\Delta\sigma$, se define como la integral de $\Delta\rho$ en dirección radial a lo largo de toda la capa:

$$\Delta\sigma(\theta, \lambda) = \int_{\text{capa}} \Delta\rho(r, \theta, \lambda) dr \quad (3.5)$$

Como el espesor de la capa H es suficientemente menor que el radio terrestre R se cumple que $(l_{\max} + 2)H/R \ll 1$ y $(r/R)^{l+2} \sim 1$, por lo que la expresión 3.4 se reduce a la siguiente:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{array} \right\}_{\text{masas superf.}} &= \frac{3}{4\pi R \rho_m (2l+1)} \int \Delta\sigma(\theta, \lambda) \\ &\quad \times \bar{P}_{lm}(\cos \theta) \left\{ \begin{array}{l} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{array} \right\} \sin \theta d\theta d\lambda \quad (3.6) \end{aligned}$$

Esta ecuación describe la contribución de la atracción gravitacional directa de las masas superficiales al geoide. Tales masas superficiales además presionan y deforman la Tierra sólida subyacente, la cual causa una contribución adicional a la deformación geoidal:

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{array} \right\}_{\text{Tierra sólida}} &= \frac{3k_l}{4\pi R \rho_m (2l+1)} \int \Delta\sigma(\theta, \lambda) \\ &\quad \times \bar{P}_{lm}(\cos \theta) \left\{ \begin{array}{l} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{array} \right\} \sin \theta d\theta d\lambda, \quad (3.7) \end{aligned}$$

en donde k_l representa el número de Love de carga de grado l (45). El cambio geoidal total será la suma de ambas contribuciones:

$$\begin{pmatrix} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{pmatrix}_{\text{masas superf.}} + \begin{pmatrix} \Delta C_{lm} \\ \Delta S_{lm} \end{pmatrix}_{\text{Tierra sólida}} \quad (3.8)$$

Es posible hallar una forma más compacta de ΔC_{lm} y ΔS_{lm} al expandir $\Delta\sigma$ como sigue:

$$\Delta\sigma(\theta, \lambda) = R\rho_w \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \bar{P}_{lm}(\cos\theta) (\Delta\hat{C}_{lm} \cos m\lambda + \Delta\hat{S}_{lm} \sin m\lambda), \quad (3.9)$$

en donde ρ_w es la densidad del agua. El cociente $\Delta\sigma/\rho_w$ es el cambio en la masa superficial expresado en espesor de agua equivalente. Como las variables \bar{P}_{lm} están normalizadas satisfacen la siguiente ecuación:

$$\int_0^\pi \bar{P}_{lm}^2(\cos\theta) \sin\theta d\theta = 2(2 - \delta_{m,0}). \quad (3.10)$$

Siguiendo el desarrollo de (106), es posible ver que la variación de la densidad superficial queda expresada como sigue:

$$\Delta\sigma(\theta, \lambda) = \frac{R\rho_w}{3} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \bar{P}_{lm}(\cos\theta) \frac{2l+1}{1+k_l} (\Delta C_{lm} \cos m\lambda + \Delta S_{lm} \sin m\lambda) \quad (3.11)$$

la cual es útil para estimar las variaciones de las densidades de masa superficial a partir de variaciones de los coeficientes del geode ΔC_{lm} y ΔS_{lm} .

3.2.2 Altura de agua equivalente

Asumiendo que las variaciones de gravedad observada son causadas por cambios en el espesor de agua superficial, se puede estimar una medida de esa variación de altura de agua equivalente Δh (también llamada a veces EWH por sus siglas en inglés) mediante la relación:

$$\Delta h(\theta, \lambda) = \frac{\Delta\sigma(\theta, \lambda)}{\rho_w} \quad (3.12)$$

por lo que la altura de agua equivalente en función de las variaciones temporales de los coeficientes del desarrollo en armónicos esféricos será finalmente:

$$\Delta\sigma(\theta, \lambda) = \frac{R\rho_m}{3\rho_w} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l \bar{P}_{lm}(\cos\theta) \frac{2l+1}{1+k_l} (\Delta C_{lm} \cos m\lambda + \Delta S_{lm} \sin m\lambda). \quad (3.13)$$

3.3 CONSISTENCIA ENTRE LOS MARCOS DE REFERENCIA

3.3.1 Motivación

La recuperación correcta de las variaciones de masas superficiales requiere el conocimiento de todos los coeficientes armónicos esféricos. Para inferir coeficientes de masa a partir de coeficientes de Stokes (armónicos) de GRACE es necesario separar los coeficientes de Stokes en contribuciones provenientes de masas superficiales y aquellos que provienen de la deformación de la Tierra sólida causada por esas masas superficiales. Las contribuciones de las masas superficiales se pueden recuperar a partir de los coeficientes de Stokes, por ejemplo, a partir de multiplicarlos por un factor que depende de los números de Love, como se explica en el capítulo siguiente. Esta aproximación no funciona para el término de grado 1, el cual está íntimamente ligado con la elección del marco de referencia. Por ejemplo, el origen del marco de referencia utilizado para la determinación del campo de gravedad de GRACE es el centro de masas de la Tierra (CM). En este marco, los coeficientes de Stokes de grado 1 de la combinación de las masas superficiales más la Tierra sólida son cero por definición, por lo que no es posible mediante ningún factor multiplicativo recuperar una supuesta contribución no nula de la masa superficial sola. Es por esto que no es posible inferir el grado 1 de los coeficientes del campo de gravedad de GRACE mediante ningún algoritmo (92).

Omitir la información proveniente del grado 1 puede tener un impacto significativo en la estimación de variaciones de masas a altas latitudes así como también para variaciones de masas oceánicas de gran escala (26). Por ejemplo, (23) comparó variaciones estacionales del nivel medio del mar a partir de GRACE y datos altimétricos provenientes de Jason I corregidos por componente estérica (variaciones de densidad del agua) y encontró diferencias de las amplitudes anuales de un 15% que fueron reducidos a un 1% al considerar una estimación del término de grado 1. (24) simuló cambios en la tendencia del término de grado 1 que se relaciona con el derretimiento de los hielos de Groenlandia, Antártida y los glaciares de las cadenas montañosas (a tasas observadas actualmente) y por elevaciones del nivel del mar

respecto a los continentes. Estos autores encontraron que ignorar estas tendencias al analizar datos GRACE provocaría una variación en el cambio de la masa oceánica subestimada en más de un 30%. Por otro lado, es necesario aplicar una corrección al término de grado 1 cuando se desea comparar cargas superficiales estimadas por GPS con las determinadas de GRACE (35).

Las variaciones del término de grado 1 están relacionadas con el movimiento del geocentro respecto del centro de la figura superficial, definido como la posición del centro de masas de la Tierra relativa al centro de la figura (CF) de la superficie exterior a la Tierra. Estimaciones previas de estas variaciones, basadas en SRL, han sido realizadas por (25) y (33). (25) comparó estimaciones basadas en el seguimiento de los satélites Lageos-1 y -2 con estimaciones basadas en modelos atmosféricos, oceánicos e hidrológicos combinados. Dicho autor encontró un acuerdo general de período anual y correlaciones pequeñas a escalas de tiempo mensuales. (33), comparó diferentes soluciones modelo predictivas del movimiento del centro de masas respecto del centro de la figura de la Tierra, concluyendo que las amplitudes estacionales difieren en un factor mayor que 2 y que las fases difieren en 50 días como máximo.

Los movimientos del geocentro se han estimado también a partir de datos GPS (14), aunque este método tiene problemas de muestreo por la falta de medidas en océanos y en lugares terrestres remotos como los trópicos (110). Para superar el problema de la escasez de datos en los océanos, (112) presentó una aproximación alternativa, la cual combina datos GPS con presiones del fondo oceánico (OBP) de un modelo de asimilación de datos, y datos GRACE, ambos en una técnica de inversión óptima estadística híbrida que estima coeficientes de carga espectrales hasta grado 50, incluyendo el grado 1. (92) utilizó coeficientes Stokes de GRACE y datos de modelos oceánicos para estimar los coeficientes de grado 1 y los movimientos del geocentro. No se aplicaron filtros a los datos pero si se reemplazó los coeficientes zonales de grado 2 por valores provenientes de SRL. El modelo oceánico se utilizó sólo para hallar la componente oceánica del coeficiente de grado 1, mientras que las componentes oceánicas de mayor orden fueron extraídas por GRACE.

3.3.2 *Diferentes definiciones de los centros de masa terrestres*

Si se trabaja con datos de estaciones GPS y de la misión espacial GRACE, se **debe unificar los marcos de referencia espaciales** ya que los mismos utilizan naturalmente centros de masas diferentes, por lo que los marcos de referencia lo serán también.

Existen conceptualmente diferentes tipos de marcos de referencia utilizados en el modelado de observaciones geodésicas. Estos marcos de referencia están caracterizados por poseer diferencias en uno de los objetos que los definen, su origen. Usualmente se definen tres orígenes asociados a marcos de referencia terrestres (13, 39):

- El centro de masas de la Tierra Sólida (CE),
- El centro de masas del Sistema Tierra (CM),
- El centro de la figura superficial (CF)

Cada uno de los marcos de referencia caracterizados por dichos orígenes se llaman por el nombre del origen.

El marco de referencia CE es aquel cuyo origen de las masas no considera las variaciones por efectos de las cargas superficiales. A pesar de que **la posición del centro de masas de la Tierra sólida no se modifica**, cuando la redistribuciones de masas tienen lugar el CE se modifica respecto a un sistema inercial.

El marco de referencia CM se define respecto al sistema Tierra completo, incluyendo tanto la Tierra sólida como las masas superficiales. **El marco CM es estacionario respecto a las órbitas satelitales en un marco inercial. Esto quiere decir que si no hay fuerzas externas a la Tierra aplicadas, el CM permanece estático en un marco inercial.**

Como GRACE es insensitivo a los efectos de masa de grado 1, es posible pensar que las medidas de GRACE se realizan en un marco de referencia CM.

El marco CF se define geométricamente con origen CF, en donde se considera a la superficie terrestre cubierta por un arreglo de una cantidad infinita de puntos uniformes. Dicho marco puede ser materializado por una distribución global densa de estaciones geodésicas. Esto indica que el marco CF es un marco natural para el sistema GPS.

En resumen, el marco de referencia CF se puede considerar como marco natural para GPS, **aunque la suposición que las estaciones GPS están distribuidas densa y homogéneamente no se cumple exactamente.**

Los satélites GRACE se mueven alrededor del centro de masa del sistema Tierra, por lo que las observaciones deberían ser respecto al marco CM. Sin embargo, como se describió anteriormente, GRACE no tiene la capacidad de observar los efectos de masa de grado 1.

Para unificar los marcos de referencia se tienen dos opciones:

1. Se transforma el marco de referencia de GRACE para que sea consistente con el de GPS (Transformación CM a CF).
2. Se remueve el término de grado 1 de las observaciones GPS para que ambos estén considerados en el marco de referencia CM. (Transformación CF a CM).

Con respecto a la segunda opción, como la red IGS no presenta una distribución densa y simétrica en la Tierra, los coeficientes de grado 1 pueden no ser estimados con precisión por lo que en general se adopta la primer opción (48, 49, 113).

Para transformar el marco de GRACE, se deben considerar 2 cambios:

- Sustituir los coeficientes esféricos armónicos de grado 1 de los datos GRACE;
- Modificar los números de Love de carga de grado 1.

(14) demostraron que el movimiento de CF respecto de CM, o viceversa, sólo afecta a los números de Love de carga de grado 1 y no a los grados superiores. Si se utiliza el marco de referencia CF, se **debe considerar el número de Love de carga de grado 1** correspondiente.

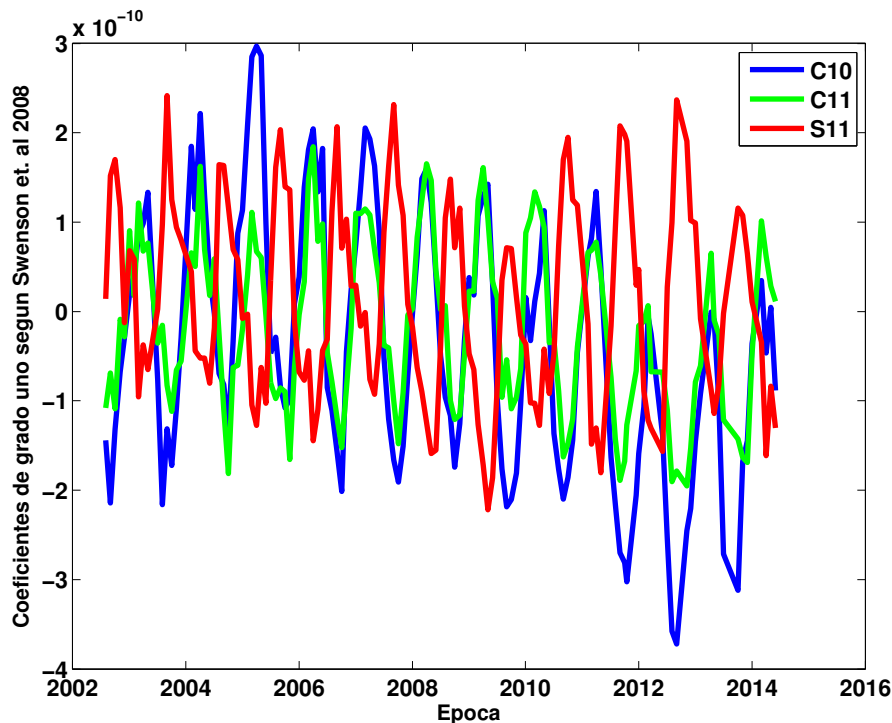


Figura 18: Coeficientes de grado 1 (92).

Los coeficientes de grado 1 utilizados fueron determinados por (92) a partir de una aproximación que combina coeficientes de GRACE (RL05) del centro CSR con modelos oceánicos y atmosféricos. Dichos datos son consistentes con otros trabajos previos como el de (112). En la figura 18 se encuentran graficados los coeficientes C_{10} , C_{11} y S_{11} de acuerdo al centro PO.DAAC según fueron provistos por el autor. Se puede observar que los coeficientes muestran variaciones estacionales que influenciarán la determinación de las variaciones del campo de gravedad, y por consiguiente, las variaciones de los volúmenes hídricos.

3.4 VARIACIONES DEL ACHATAMIENTO DE LA TIERRA

El coeficiente armónico esférico de grado 2 y orden 0 del campo de gravedad, C_{20} , está asociado con el achatamiento de la Tierra caracterizado por el armónico esférico gravitacional zonal de grado 2, J_2 . Mediante la técnica de observación de distancias a satélites (SLR) (ver sección 2.3.2) es posible estudiar con precisión las variaciones temporales de J_2 .

El análisis de datos SLR de las últimas 3 décadas indican que J_2 sufre variaciones temporales debido a diferentes componentes (28):

- una desaceleración producto del ajuste isostático postglacial y debido a cambios en las velocidades de las redistribuciones de las masas de naturaleza cuadrática con una tasa de $18(\pm 1) \times 10^{13}/\text{año}$.
- variaciones estacionales anuales con una amplitud media de $2,9 \times 10^{-10}$ (27).
- variaciones interanuales con escalas de tiempo de 4 a 6 años asociadas a eventos fuertes de El Niño.
- variaciones con períodos de ≈ 21 días y una amplitud de $\approx 1,4 \times 10^{-10}$.

Estas observaciones precisas deben ser tomadas en cuenta al utilizar el coeficiente C_{20} para el cálculo de las variaciones temporales de las cargas superficiales y se debe reemplazar las observaciones realizadas con SLR frente a las estimadas por GRACE debido a su mayor precisión. El centro *Center for Space Research* (CSR) provee valores mensuales estimados del coeficiente C_{20} a partir de observaciones SLR a 5 satélites desde 2001 hasta la actualidad. Para ello utiliza modelos del campo de gravedad consistentes con aquellos considerados en el procesamiento de los datos GRACE de la versión RLo5. En la imagen de la Fig. 19 se puede observar la diferencia entre los coeficientes C_{20} determinados por SLR y los calculados por GRACE; allí se evidencia claramente un comportamiento diferente que provocará a su vez diferencias en el cálculo de las variaciones de gravedad.

3.5 CORRECCIÓN POR EFECTOS ATMOSFÉRICOS Y OCEÁNICOS NO MAREALES

En el primer capítulo se explicó que las observaciones GPS tienen reducidos tanto los efectos causados por mareas terrestres y oceánicas, como los causados por movimientos del polo (ver sección 2.4.2.4). Los datos GSM utilizados en esta Tesis para el cálculo de las variaciones del campo de gravedad tienen modelado y reducido también los efectos atmosféricos y oceánicos no mareales.

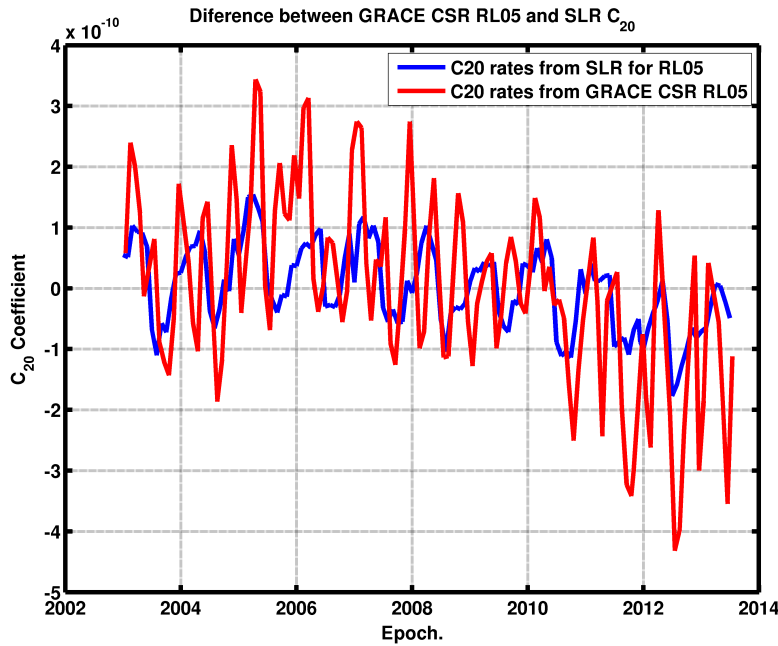


Figura 19: Variación del coeficiente C_{20} relacionado con el achatamiento terrestre determinado por SLR (azul) y por GRACE (rojo).

Para comparar los mismos fenómenos se deben o quitar los efectos oceánicos y atmosféricos no-mareales a los datos GPS ó se deben agregar a los datos GRACE.

Las variaciones del campo de gravedad producto de redistribuciones de masas oceánicas y atmosféricas no mareales son estimadas por los centros científicos GRACE y son brindados juntos en forma de coeficientes en armónicos esféricos combinados, hasta grado y orden 100 y coherentes con los productos GSM. Actualmente tales coeficientes se denominan productos *GRACE Atmosphere and Ocean De-aliasing Level-1B* Versión 05 (37) o más conocidos por sus siglas en inglés *AOD1B RL05* y son compartidos como datos GRACE GAC en los mismos sitios donde se proveen los productos GSM. El intervalo temporal de los datos que están actualmente disponibles es 2002-2014.

3.6 ALIASING

Las variaciones de las masas superficiales estimadas por medio de la misión GRACE sufren errores para las componentes del campo de gravedad en longitudes de onda cortas que deben ser filtradas (91, 106). Estos errores se manifiestan por medio de estructuras anómalas largas, lineales y en dirección norte-sur conocidos como *Stripes* (ver figura 20).

Estos *Stripes* son causados por correlaciones en los coeficientes del campo de gravedad. La estructura alineada norte-sur se debe a que la trayectoria de los satélite es norte-sur, siendo las medidas muy precisas en esa dirección y no así las variaciones entre diferentes trayectorias en dirección perpendicular ya que los valores del campo de gravedad varían entre lectura y lectura vecinas.

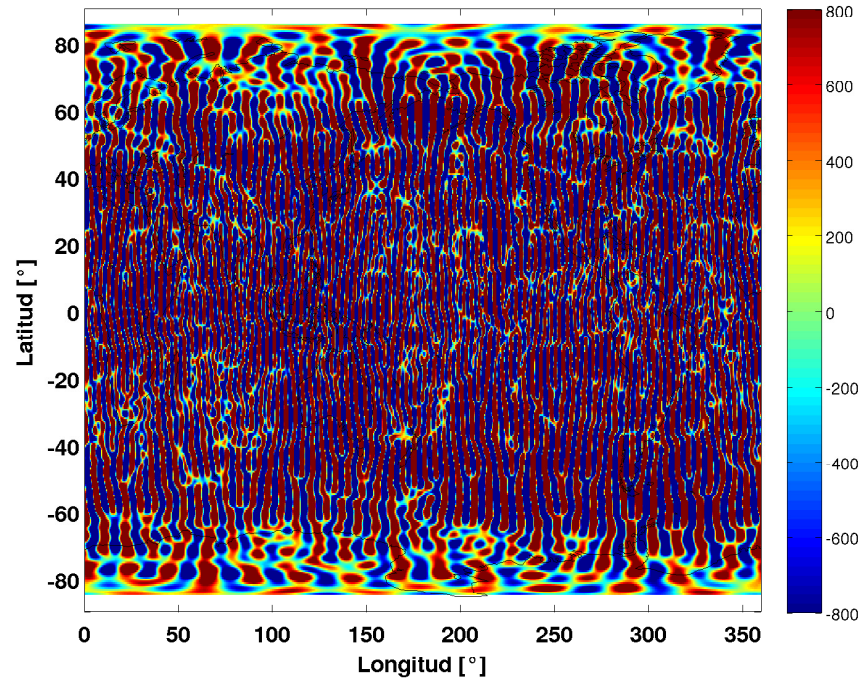


Figura 20: Altura de agua equivalente, EWH (cm), estimados para el día 136/2009 (CSR RL05).

La gran variación del azul al rojo indica valores excesivos debido a los *stripes*.

Para reducir estos errores en los coeficientes que enmascaran la información geofísica es necesario realizar un post-procesado.

3.7 FILTRADO DE *stripes*

Se han propuestos diversos tipos de filtros para reducir los errores en los datos GRACE que se observan en los mapas de variaciones del campo como líneas norte-sur:

- Filtro Gaussiano isotrópico (55, 106).
- Filtro anisotrópico basado en el espectro de los errores calibrados (53).
- Filtros basados en estimaciones a priori de la señal y varianzas de los errores (90).

- Algoritmo que considera la correlación de los errores más un filtro Gaussiano (91).

3.7.1 Filtro Gaussiano Isotrópico

El objetivo del filtro es construir promedios espaciales para compensar la imprecisión de los valores de los coeficientes armónicos esféricos de longitudes de onda corta sin tener que eliminarlos completamente debido a que dan información de escalas espaciales pequeñas. El filtro Gaussiano es un filtro determinístico. La función de peso normalizada en el dominio espacial propuesta por (55) es la siguiente:

$$W = e^{-r(1-\cos \alpha)}, r > 0 \quad (3.14)$$

en donde W es el peso en el dominio espacial, α es la distancia esférica sobre la esfera y r , el radio del filtro, representa la distancia sobre la superficie de la Tierra en la cual W decae a la mitad. Se encuentra normalizada ya que la integral de la misma para todos los grados y órdenes es 1.

Para el filtrado de los *stripes* se utilizó e implementó la función normalizada promedio en el dominio espacial desarrollada por (106). La misma tiene la siguiente expresión:

$$W(\alpha) = \frac{b}{2\pi} \frac{e^{-r(1-\cos \alpha)}}{1 - e^{-2b}} \quad (3.15)$$

en donde,

$$b = \frac{\ln(2)}{1 - \cos(r/R)}, \quad (3.16)$$

siendo R el radio medio terrestre y $W(\alpha)$ una función de la distancia esférica α sobre la superficie de la Tierra.

(55) demostró que los coeficientes W pueden ser calculados mediante relaciones recursivas:

$$W_0 = \frac{1}{2\pi},$$

$$W_0 = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1 + e^{-2b}}{1 - e^{-2b}} - \frac{1}{b} \right],$$

$$W_{l+1} = -\frac{2l+1}{b} W_l + W_{l+1},$$

Como la función W_l sólo depende de l , constituye un filtro isotrópico.

En la figura 21 se muestran las variaciones de la altura de agua equivalente (cm) obtenidas luego de aplicar 3 filtros gaussianos isotrópicos con diferentes radios y las respectivas curvas de W a la izquierda de cada mapa. En el mapa superior se aplica un filtro Gaussiano de radio $r = 300\text{km}$, en el gráfico del medio un filtro de $r = 400\text{km}$ y en el inferior uno de $r = 500\text{km}$. Se toma los mismos valores límites para la barra de colores laterales para hacer notar el decrecimiento en amplitud de la señal geofísica observada sobre la cuenca amazónica (observar que la escala es 10 veces menor que la de la figura 20). Se puede notar que al aplicar los 2 primeros filtros las marcas norte-sur aun tienen presencia en toda la Tierra.

El filtro Gaussiano de radio $r = 500\text{km}$ representa un filtro óptimo aplicable ya que es el filtro con menor radio que elimina prácticamente todos los *stripes* pero que intenta conservar lo más posible las señales de interés.

Tanto este filtro como los siguientes dos enumerados al principio de esta sección no consideran un filtrado eliminando correlaciones entre los coeficientes. A continuación se describe el cuarto filtro, el cual si lo hace. A pesar que aún no se ha encontrado la causa de estas correlaciones entre coeficientes, este filtro representa una forma de reducirlas.

3.7.2 Filtro por errores correlacionados

Las variaciones del campo de gravedad terrestre se cuantifican mediante variaciones de los coeficientes armónicos esféricos C_{lm} y S_{lm} actualmente hasta grado y orden 96 (según los datos brindados a la fecha por el centro PODAAC de la versión RL05).

Como se explicó, se debe aplicar algún promediado espacial para reducir los errores que ocultan las señales de interés. Estos errores indican una correlación espacial para grados altos. (91) evaluó los coeficientes individualmente y para valores fijos de grado y orden y propuso un filtro para reducirlos. Para evaluar la bondad del filtro, se aplicó el filtro a un modelo de variabilidad de masas superficiales e investigó la degradación de la información geofísica posterior al filtro.

(22) evaluaron la aplicación del filtro propuesto por (91) para los datos del centro CSR, versión RL05 y evaluaron qué variables podían ser relajadas debido a la mejor precisión de dicha versión respecto de la que utilizó (91) de forma tal de perder la menor cantidad de información posible. Sin embargo, como el objetivo de dichos autores fue aplicar el filtro de los errores correlacionados para analizar datos

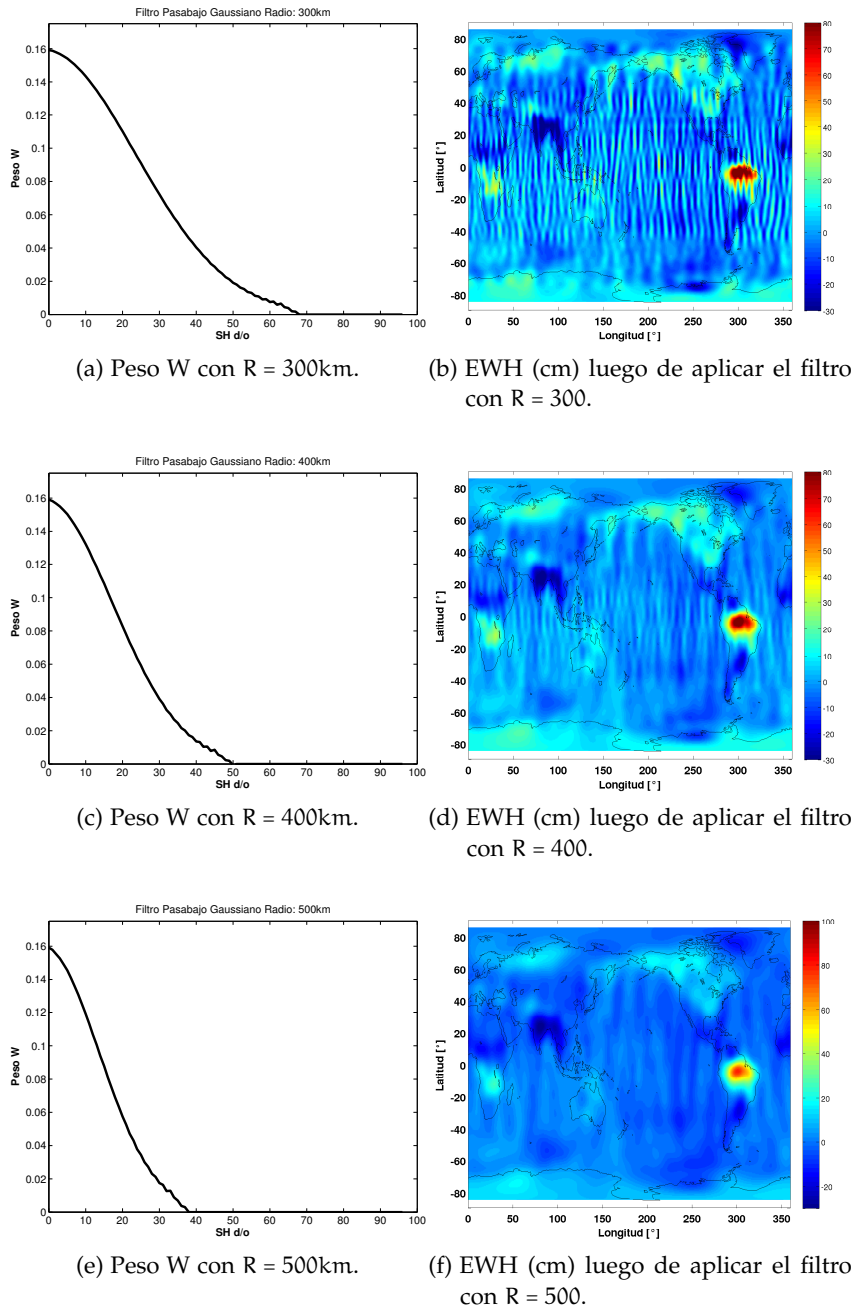


Figura 21: Ejemplos de filtros Gaussianos evaluados para distintos radios.

de gravedad sobre el océano, el filtro utilizado en la presente Tesis varía levemente para grado y órdenes entre 40 y 60.

En la presente Tesis se utilizó dicho algoritmo diseñando una rutina en Matlab tomando algunas relajaciones sugeridas por (22). A continuación se detallará el procedimiento y al final de esta sección se mostrarán los resultados alcanzados.

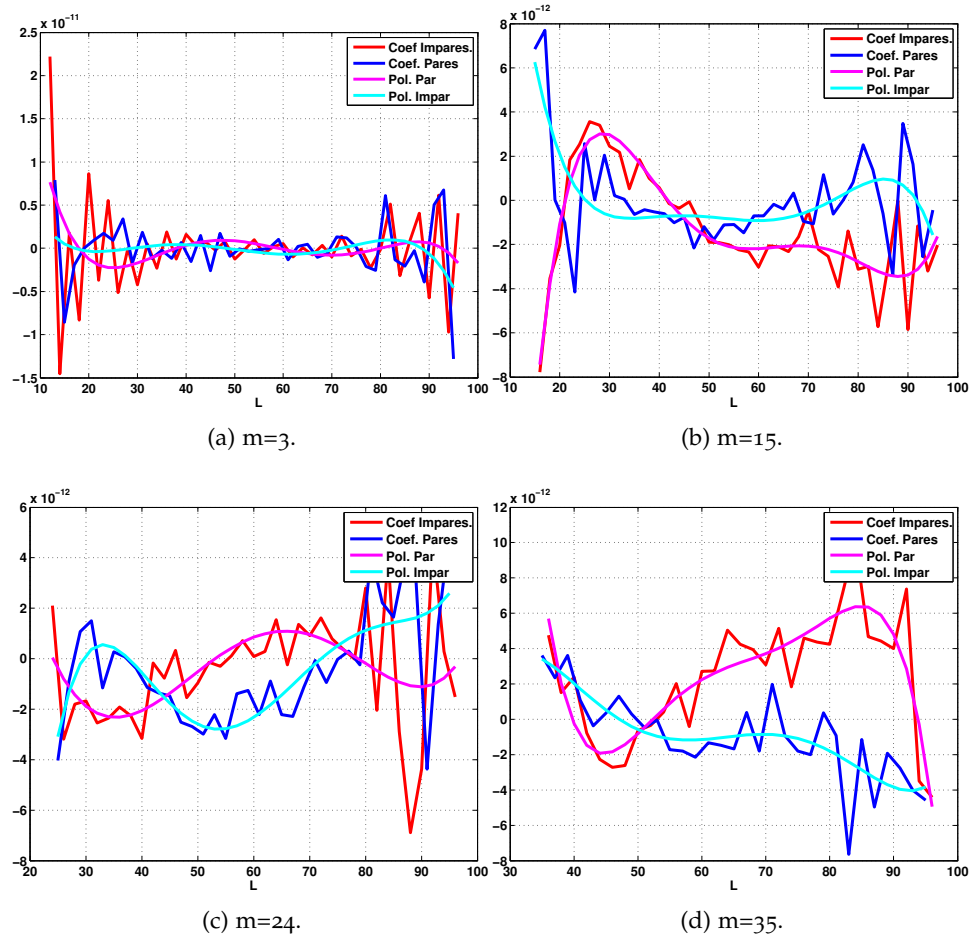
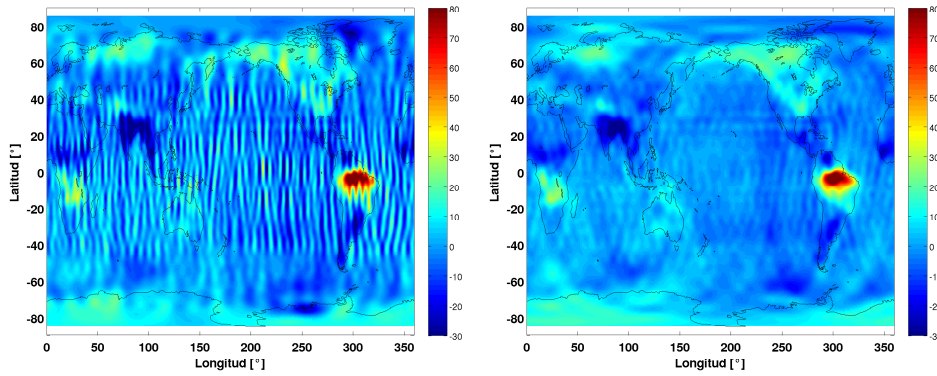


Figura 22: Correlación entre los coeficientes de grado par e impar para diferentes órdenes elegidos.

Para determinar cuáles son los coeficientes que se encuentran correlacionados se analizó el comportamiento de los mismos para cada orden en particular. Se encontró que al graficar, para cada orden, separando los grados pares e impares, se observaban correlaciones entre ellos a partir de cierto valor. En el caso de los datos de GRACE de la versión RLo5 se encontró que esta correlación existía a partir del orden 12.

Para eliminar dicho comportamiento (91) propusieron, para cada orden correlacionado, ajustar un polinomio de cierto grado a cada una de las curvas, o sea un polinomio para los grados pares y uno para los grados impares y quitarles a los coeficientes dicho ajuste. Para los datos GRACE RLo5 se sugiere que un polinomio de grado 5 es suficiente para reducir las correlaciones (22) observadas para ordenes mayores a 11. Además, (22) sugieren no aplicar el ajuste para los ordenes $m = 0$ y $m = 1$.



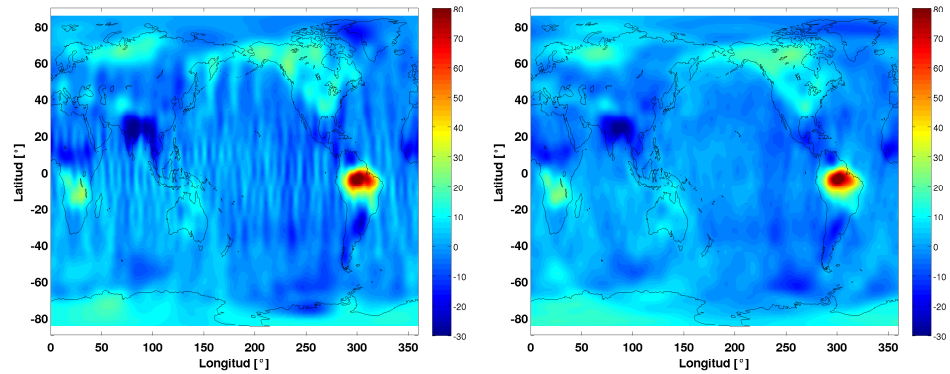
(a) Filtro Gaussiano $R = 300\text{km}$ no corregido. (b) EWH con filtro Gaussiano $R = 300\text{km}$ corregido.

Teniendo en cuenta que se debe dejar inalterado los coeficientes para grado y orden menor a 12, para cada orden las restricciones a los coeficientes serán diferentes:

- Los coeficientes de los órdenes $m = 0$ y $m = 1$ no se alteran;
- Del orden $m = 2$ al $m = 11$ se ajusta un polinomio de grado 5 para los coeficientes C_{lm} con n par y otro para los $C_{l^*,m}$ con l^* impar, desde $l = 12$ hasta $l = L_{m\alpha x} = 60$;
- Del orden $m = 12$ al $m = 40$ se ajusta un polinomio de grado 5 para los coeficientes C_{lm} con l par y otro para los $C_{l^*,m}$ con l^* impar, desde $l = m$ hasta $l = L_{m\alpha x} = 60$;
- Del orden $m = 41$ en adelante los coeficientes permanecen invariantes. Teniendo en cuenta que el paso siguiente es aplicar el filtro Gaussiano, los coeficientes de grado mayor a 40 influyen muy poco o nada en el cálculo de las variaciones de cargas superficiales.

En la figura 22 se muestran 4 ejemplos del comportamiento de los coeficientes C_{lm} para un cierto orden, separando los valores de los grados pares (curva azul), de los impares (curva roja) y ajustando un polinomio a cada una de las curvas. Se observa que para $m = 3$ no se visualiza una correlación entre ambas curvas, pero sí para los otros casos. Las líneas de color magenta y cian muestran los polinomios ajustados, de los grados impares y pares, respectivamente, que deben restarse a los valores de cada coeficiente.

Una vez restados dichos polinomios, aplicamos el filtro gaussiano e inferimos los valores de altura de agua equivalente filtrados. En la figura 3.7.2 se muestran los valores de alturas de agua equivalente globales aplicando solamente filtro gaussiano en el gráfico izquierdo y filtro de correlación + filtro gaussiano en el caso derecho. En la figura 3.7.2 se encuentra graficada la misma situación anterior pero aplicando un filtro Gaussiano de $R = 400\text{km}$.



(a) Filtro Gaussiano $R = 400\text{km}$ no corregido. (b) EWH con filtro Gaussiano $R = 400\text{km}$ corregido.

3.8 ERRORES ESTIMADOS

Los errores que afectan al cálculo de las variaciones de la carga superficial provienen de diversas fuentes:

- Determinación de los datos Nivel-2,
- Grado y orden máximo de los coeficientes utilizados,
- Modelos de los efectos reducidos,
- Filtrado aplicado para reducir *stripes*,
- Representación de las variaciones de los volúmenes hidrológicos utilizando modelos terrestres simples,
- Etcétera..

(22) evaluaron datos GRACE versión RL05 utilizando filtro por errores correlacionados y filtro Gaussiano de 500km de radio similares a los aplicados en esta tesis y hallaron amplitudes de 1 cm en la determinación de la altura de agua equivalente para latitudes bajas e intermedias y entre 1,5 y 2 cm para latitudes polares.

3.9 RESUMEN DEL PROCESAMIENTO APLICADO A LOS DATOS DE LA MISIÓN GRACE

En la figura 23 se muestra un esquema de los pasos seguidos para obtener variaciones temporales de altura de agua equivalente EWH (cm). Mediante este procedimiento se procesó y calculó grillas globales mensuales desde Abril del 2002 a Junio de 2014.

En la figura 24 se muestran los valores de altura de agua equivalente EWH calculados en la región de Sudamérica para el año 2010. Los gráficos se encuentran saturados en ± 50 cm para que sean evidentes

también las variaciones pequeñas observadas en puntos alejados de la cuenca del Amazonas. Para visualizar la amplitud de las variaciones se seleccionó un sitio (Latitud = 3,5°S; Longitud = 60,5°O) asociado a una estación GPS ubicada aledaña al Río Negro, uno de los ríos afluentes del Amazonas (ver Figura 25). En dicho sitio se observan amplitudes cercanas a los 100 cm.

El centro francés CNES/GRGS es otro centro que provee datos GRACE pero no está dentro de los llamados *Centros de datos GRACE* los cuales procesan datos crudos desde el lanzamiento de la misión. Se han realizado trabajos científicos utilizando datos de dicho centro (48, 49) y en ellos se demuestra que la precisión de los mismos es equivalente a los otros tres centros que se mencionaron al principio. En el 2014 este centro creó un servicio web en donde provee tanto datos procesados por ellos como por los otros tres centros (GFZ, CSR y JPL) de variaciones de altura de agua equivalente y de variaciones de gravedad (<http://www.thegraceplotter.com/>). A través de este servicio es posible seleccionar un punto sobre la superficie por medio de ingresar sus coordenadas y obtener un archivo de la forma:

```
### GRACE gravity data extraction ###
# Data: CNES/GRGS RL03-v1 monthly
# Area: Point
# Surface area: 12364 km2
# Column 1: Time (seconds since 1970/01/01)
# Column 2: Time (days since 1950/01/01)
# Column 3: Time (years)
# Column 4: Equivalent water heights (cm)
1029456000 19220.00 2002.62149 40.368
1032091200 19250.50 2002.70500 -31.391
1034726400 19281.00 2002.78850 -71.473
...
```

Se puede observar que los valores de alturas de agua equivalente se encuentran interpolados entre los 4 nodos más cercanos al punto elegido y que distan en menos de medio grado del punto seleccionado. Para más información sobre este centro ver (63).

En la figura 26 se muestra el resultado de comparar los valores estimados en la presente Tesis (línea azul) con los estimados y brindados por los otros centros para todo el intervalo temporal de datos brindados por la misión y en la figura 27 para un intervalo de 2 años. La mayor discrepancia se observa en los datos del centro CNES y JPL. La línea magenta correspondiente a los datos del centro CSR obtenidos por el servicio web se observa muy similar a la calculada ya que

proviene del mismo centro (el procesamiento detrás hasta llegar al Nivel-2 de los datos es el mismo).

La principal conclusión es que el procesamiento desarrollado en este capítulo sobre las técnicas de obtención de estimaciones de variaciones temporales de las masas de agua y, quizás más importante, la comprensión de los efectos involucrados en ello tienen una calidad y nivel similar a aquellos que provienen de cualquier centro científico de procesamiento de estos datos.

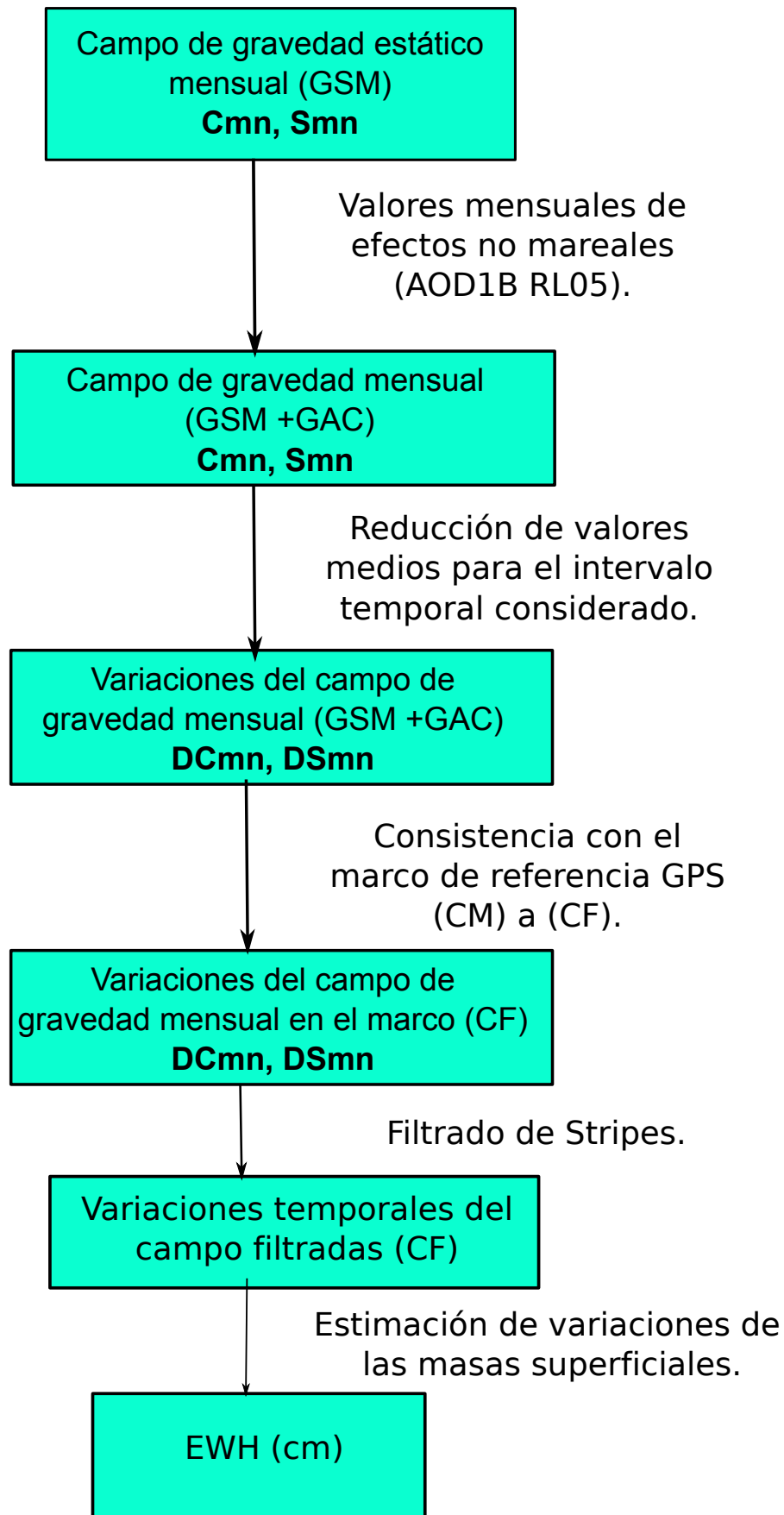


Figura 23: Diagrama de flujo del procesamiento de los datos GRACE.

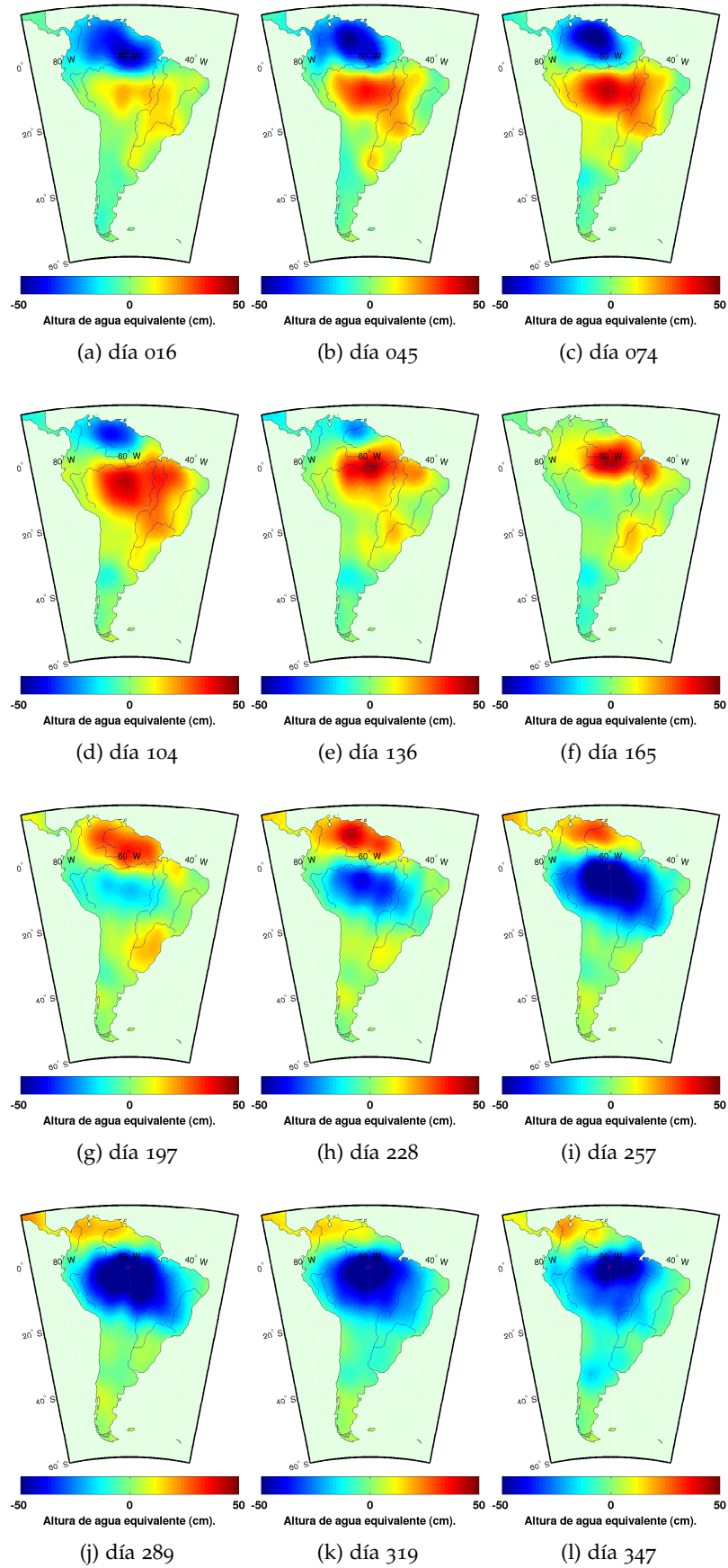


Figura 24: Altura de agua equivalente para el año 2010. Valores positivos que representan un exceso de agua respecto a los valores medios están representados en rojo; valores negativos respecto a valores medios, representados en azul. La comparación entre los mapas refleja los cambios estacionales entre la época de lluvia y la época de sequía.

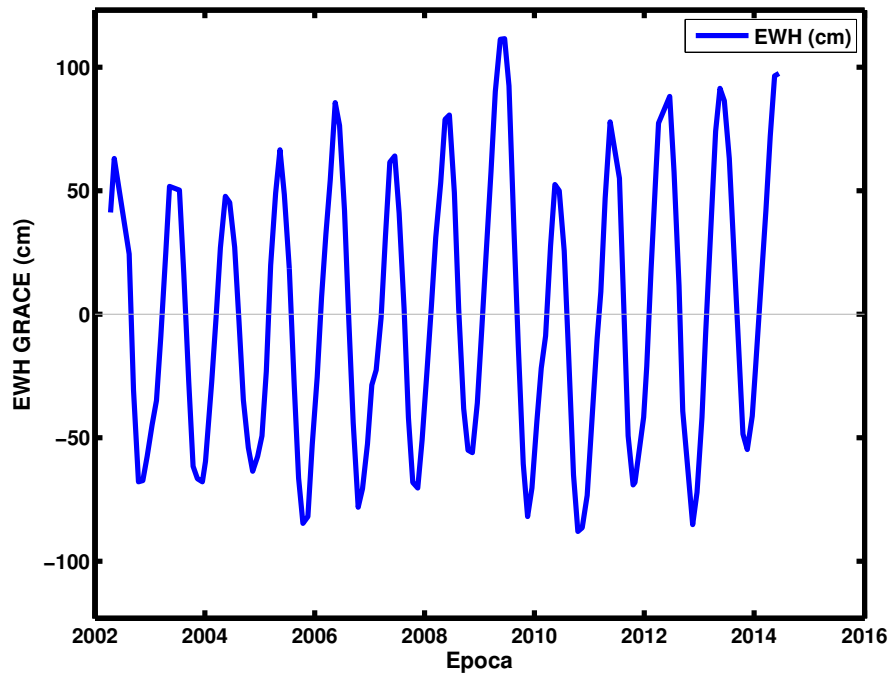


Figura 25: Serie de tiempo de alturas de agua equivalente EWH para un sitio en Sudamérica cercano a un río afluente del Río Amazonas. Se observa un comportamiento aproximadamente estacional con amplitudes que alcanzan los 100 cm de EWH.

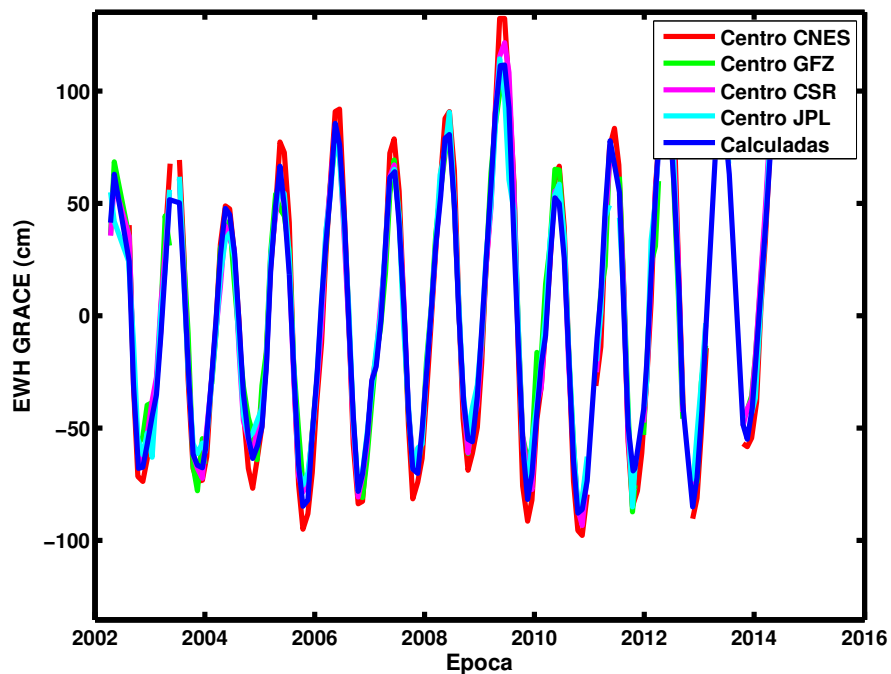


Figura 26: Comparación de altura de agua equivalente calculada con estimaciones por otros centros. Se observan comportamientos estacionales similares y con amplitudes comparables.

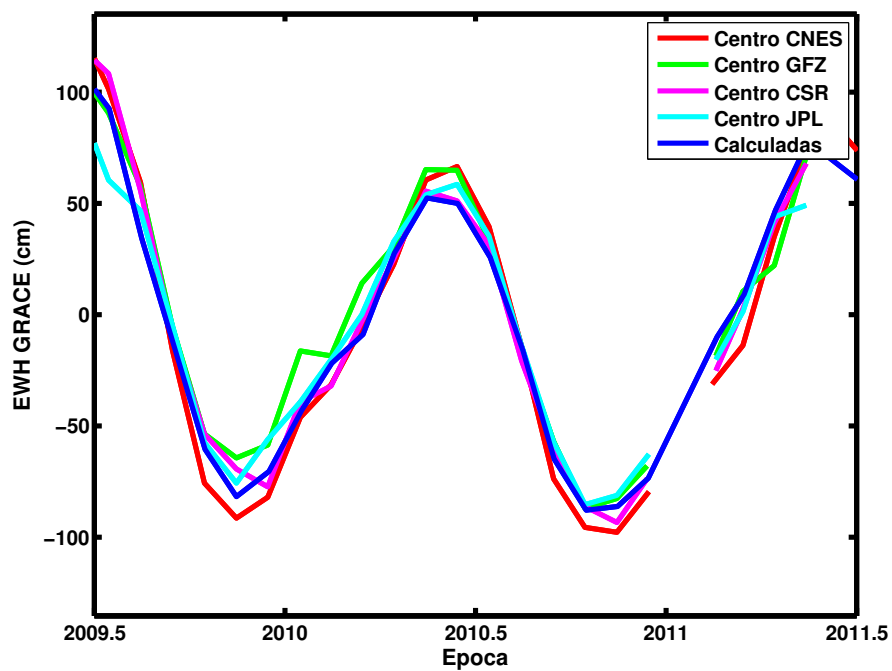


Figura 27: Comparación de altura de agua equivalente calculada con estimaciones por otros centros de procesamiento para el año 2010. Todos los centros muestran comportamientos comparables.

Parte II

MODELADO

Capítulo 4

MODELADO A PARTIR DE MODELOS DE TIERRA SNREI

4.1 MOTIVACIÓN DEL CAPÍTULO

El trabajo presentado en este capítulo está motivado en estudiar la potencialidad del método clásico que utiliza los números de Love (LLNs) para modelos de Tierra SNREI (es decir, Tierra Esférica, No Rotante, Elástica e Isótropa) y las funciones de Green (FG) para modelar el comportamiento vertical de la corteza a escalas anuales y semianuales en la región de Sudamérica.

Existen innumerables trabajos científicos que aplican dicho método para estudiar las deformaciones verticales de la corteza, pero la región de América del Sur sólo se ha estudiado como parte de estudios globales por lo que los sitios analizados en el territorio son escasos y no permiten un examen riguroso de la potencialidad del método a nivel continental.

La capacidad de monitorear el movimiento vertical de la corteza con precisiones milimétricas en más de 400 estaciones en América es hoy posible gracias a la red SIRGAS-CON y al esfuerzo de instituciones de todo el continente que mantienen en funcionamiento las estaciones y brindar en tiempo y forma los datos para que sean procesados por los centros designados a tal fin (ver Capítulo 2).

Los números de Love de carga dependen, entre otras cosas, del modelo de Tierra utilizado. Los modelos de Tierra SNREI simplifican como varían las propiedades reológicas y mecánicas de la corteza y el interior terrestre, es decir, el comportamiento de los materiales terrestres frente a los esfuerzos aplicados. Así se suponen variaciones solamente radiales y no laterales. Esto quiere decir que el comportamiento de los materiales determinados por los parámetros elásticos λ y μ o por el módulo de Young E y la relación de Poisson σ no varían sino en forma radial y para la corteza, representan valores medios.

En este capítulo se verá que influencia tiene esta fuerte simplificación en modelar los desplazamientos.

4.2 INTRODUCCIÓN

El estudio de la deformación de la Tierra asociado con efectos de carga es un problema clásico en Geofísica y Geodesia (57). En sus comienzos estas ramas se abocaron al estudio de los efectos de carga causados por mareas oceánicas debido a que las técnicas de observación geodésicas y geofísicas permitían sólo la observación de dichos efectos.

Los primeros delineamientos de las deformaciones suponiendo modelos de Tierra se iniciaron con (57). En 1960 también, (73) introdujeron el concepto de números de Love de carga, y (64) brindó una solución teórica al cálculo de dichos números. Este último autor, partió de un modelo de Tierra simple y utilizó la ecuación de oscilaciones libres de la Tierra derivada por (76) y por (5) para calcular los números de Love de carga hasta el orden 40.

El modelo terrestre utilizado por los autores mencionados supone una Tierra elástica, esférica, simétrica y no rotante (**Modelo SNREI**) de características similares al modelo SNREI más utilizado actualmente (PREM) (44). (45) profundizó este estudio y obtuvo valores de los números de Love hasta orden 10.000 para diferentes modelos terrestres. Además, el mismo autor calculó por primera vez las *funciones de Green* para describir la deformación de la superficie terrestre.

A partir de esta teoría, es posible realizar un estudio cuantitativo de las deformaciones superficiales causadas por redistribuciones de masas superficiales por medio de la convolución entre la distribución de las cargas en superficie y las funciones de Green. Esta aproximación ha sido ampliamente utilizada y aplicada a diversas disciplinas desde 1985 (79) hasta la actualidad (113).

4.3 EL PROBLEMA DE BOUSSINESQ Y SUS ECUACIONES BÁSICAS

El problema de (19) se refiere al cálculo de la respuesta de un semiespacio elástico no gravitante cuando es sometido a una presión superficial. Este problema representa el modelo más simple del que partió (45) y es importante entender su resolución para luego comprender modelos esféricos más complejos.

En este caso, el desplazamiento estático \vec{s} satisface la ecuación de equilibrio dinámico clásica de Sismología:

$$(\lambda + 2\mu)\nabla\nabla \cdot \vec{s} - \mu\nabla \times \nabla \times \vec{s} = 0, \quad (4.1)$$

en donde λ y μ son los parámetros de Lamé. Para resolver dicha ecuación, se elige un sistema coordenado cilíndrico con versores (\vec{e}_z ,

$\check{e}_r, \check{e}_\theta$) en donde z representa la dirección vertical, r la dirección radial y θ la dirección acimutal. Se definen los valores de la componente vertical z negativos en el volumen ocupado por el semiespacio. Se busca una solución imponiendo como condición de contorno que en la superficie libre los esfuerzos deben ser nulos, salvo por una fuerza puntual en el origen. Debido a que la fuerza puntual es axialmente simétrica, según el sistema coordenado elegido, se tendrá una independencia de la solución respecto a θ y entonces se puede expresar al desplazamiento \vec{s} en función de dos variables:

$$\vec{s} = u(z, r)\check{e}_z + v(z, r)\check{e}_r, \tag{4.2}$$

Se utilizan las transformadas de Hankel (o Fourier-Bessel) J de orden 0 y 1 respecto a la variable r y, se definen U y V a las componentes del desplazamiento transformado:

$$\begin{aligned} u(z, r) &= \int_0^\infty U(z, \xi) J_0(\xi r) \xi d\xi \\ v(z, r) &= \int_0^\infty V(z, \xi) J_1(\xi r) \xi d\xi \end{aligned} \tag{4.3}$$

Además se utilizan las relaciones esfuerzo-deformación (Ley de Hooke) en coordenadas cilíndricas como sigue:

$$\begin{aligned} \tau_{zz} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\lambda}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} \\ \tau_{rz} &= \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) \end{aligned} \tag{4.4}$$

con transformadas $T_{zz}(z, \xi), T_{rz}(z, \xi)$, de orden 0 y 1, respectivamente.

Si se aplica la transformada a la ecuación de equilibrio y se utiliza la Ley de Hooke, se puede obtener el siguiente sistema de primer orden:

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} U \\ V \\ T_{zz} \\ T_{rz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\lambda}{\lambda+2\mu} \xi & \frac{1}{\lambda+2\mu} & 0 \\ \xi & 0 & 0 & \frac{1}{\mu} \\ 0 & 0 & 0 & -\xi \\ 0 & \frac{4\mu(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu} \xi^2 & \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} \xi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ T_{zz} \\ T_{rz} \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

es decir, una ecuación de la forma:

$$\frac{dY}{dz} = AY \tag{4.6}$$

en donde $\mathbf{Y} = (U, V, T_{zz}, T_{rz})^t$ y A es una matriz de 4×4 dependiente de λ , μ y ξ .

Si λ y μ se consideran valores constantes, es posible obtener (46) las soluciones linealmente independientes:

$$\begin{bmatrix} U \\ V \\ T_{zz} \\ T_{rz} \end{bmatrix} = e^{\pm \xi z} \begin{bmatrix} 1 \\ \mp 1 \\ \pm 2\mu\xi \\ -2\mu\xi \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

y

$$\begin{bmatrix} U \\ V \\ T_{zz} \\ T_{rz} \end{bmatrix} = e^{\pm \xi z} \begin{bmatrix} \mp \xi z + \frac{\lambda+3\mu}{\lambda+\mu} \\ \xi z \\ -2\mu\xi \left(\xi z \mp \frac{\lambda+2\mu}{\lambda+\mu} \right) \\ \pm 2\mu\xi \left(\xi z \mp \frac{\mu}{\lambda+\mu} \right) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

las cuales pueden ser combinadas linealmente con cuatro multiplicadores A_{\pm} y B_{\pm} de forma de satisfacer las condiciones de contorno. En el caso de los desplazamientos, deben ser máximos en el punto en donde se aplica la presión y deben decrecer hasta hacerse cero donde la influencia de la carga sea despreciable, por lo que los desplazamientos deben anularse a medida que z tiende a infinito, por lo que A_{-} y B_{-} deben ser cero y las otras constantes pueden ser determinadas a partir de las condiciones de esfuerzos en la superficie libre.

Una vez hallada las soluciones de los desplazamientos transformados, es posible determinar la expresión de los desplazamientos por medio de la antitransformada 4.3.

En el caso en que λ y μ dependan de z , es decir que el medio sea estratificado, los desplazamientos no pueden ser determinados en general analíticamente y el problema se debe resolver en forma numérica.

4.4 CARGAS SUPERFICIALES APLICADAS A UNA TIERRA ESFÉRICA CONCÉNTRICA Y GRAVITANTE

En la presente sección se delinean los puntos más significativos al suponer un modelo de Tierra esférica. Una discusión más detallada del mismo se puede encontrar en (64) y (45).

4.4.1 Integración numérica de las ecuaciones de movimiento

La ecuación de movimiento para un medio homogéneo gravitante es considerablemente más compleja que la ecuación 4.1. Para valores convencionales de los parámetros de Lamé y densidad ρ , sin embargo, las fuerzas elásticas dominan las fuerzas gravitacionales y es posible hallar la perturbación del potencial gravitacional al despreciar la cupla elasto-gravitacional y resolver simplemente la ecuación de Poisson (45).

$$\nabla^2 \phi = -4\pi G \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{s} \quad (4.9)$$

en donde G es la constante de gravitación universal y ϕ representa la perturbación del potencial gravitacional ϕ_1 más el potencial de cualquier campo de fuerzas gravitacional aplicado ϕ_2 .

Si, además, se aplica la transformada de Fourier con respecto al tiempo a las ecuaciones de movimiento se encuentra la forma linealizada de la ecuación de conservación del movimiento lineal (7)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} - \vec{\nabla}(\rho g \vec{s} \cdot \check{e}_r) - \rho \vec{\nabla} \phi + g \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{s}) \check{e}_r - \omega^2 \rho s = 0 \quad (4.10)$$

en donde ρ y g son la densidad y la aceleración gravitacional para una Tierra sin movimiento, respectivamente; \vec{s} es el vector desplazamiento; τ es el tensor de tensiones y ω la velocidad angular. Así, el problema se reduce a resolver el sistema:

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{\tau} - \vec{\nabla}(\rho g \vec{s} \cdot \check{e}_r) - \rho \vec{\nabla} \phi + g \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{s}) \check{e}_r - \omega^2 \rho s = 0 \\ \nabla^2 \phi = -4\pi G \rho \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{s}) \end{cases} \quad (4.11)$$

Como el campo de fuerzas aplicado es creado en el exterior terrestre, su potencial satisface la ecuación de Laplace dentro de la Tierra por lo que no aparece explícitamente en la ecuación de movimiento pero sí se debe considerarlo en las condiciones de borde de la superficie libre.

Las ecuaciones 4.11 representan un sistema de 4 ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden que se resuelven para un modelo de Tierra SNREI. Dichos modelos se definen por un núcleo interno sólido, un núcleo externo líquido y un manto sólido y elástico. El sistema de ecuaciones a resolver debe cumplir las condiciones de borde en cada uno de estos límites y, también, en la superficie terrestre.

En la superficie libre, los esfuerzos tangenciales se pueden considerar nulos por lo cual se contemplarán sólo las variables s_r , s_θ y ϕ . \vec{s} y ϕ se expresan en forma de armónicos esféricos y como la carga

superficial es axialmente simétrica, la solución no dependerá de la longitud. De esta manera, se utilizará solo la función de Legendre particular de orden $m = 0$ para la expansión y se obtiene:

$$s = \sum_{n=0}^{\infty} \left(U_n(r) P_n(\cos \theta) \check{e}_r + V_n(r) \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta} \check{e}_\theta \right) \quad (4.12)$$

$$\phi = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(r) P_n(\cos \theta)$$

En forma análoga al método de Boussinesq, las tensiones τ_{rr} y $\tau_{r\theta}$ son consideradas a través de las relaciones esfuerzo-deformación y se introduce, además una tercer variable vinculada con el gradiente del potencial definida como sigue:

$$q = \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{n+1}{r} \phi + 4\pi G \rho \check{s} \cdot \check{e}_r$$

Considerando $T_{rr,n}$, $T_{r\theta,n}$, y Q_n a las "transformadas" de τ_{rr} , $\tau_{r\theta}$ y q , respectivamente se obtiene nuevamente una ecuación de la forma 4.6 en donde, en este caso, $\mathbf{Y} = (U_n, V_n, T_{rr,n}, T_{r\theta,n}, \Phi_n, Q_n)^t$. El término "transformada" en este caso, hace referencia a los coeficientes radiales de la expansión en armónicos esféricos, pero se mantiene en analogía al caso del semiespacio. \mathbf{A} es una matriz de coeficientes de 6×6 que depende de ω , r , n y λ , μ , ρ .

Si se considera la Tierra como una esfera uniforme, en donde λ , μ y ρ permanecen constantes, existen expresiones analíticas para los elementos de 3 soluciones linealmente independientes, los cuales deben ser finitos en superficie. Las soluciones de este caso utilizan las funciones de Bessel esféricas y potencias de r (52).

La integración numérica de 4.6 para un modelo de Tierra estratificado, se realiza a partir de un radio r_0 , debajo del cual se asume que los parámetros elásticos y la densidad se mantienen constantes. Esto se debe a que dentro de la Tierra los desplazamientos causados por una carga superficial decrecen según $(r/a)^n$. Este valor dependerá entonces de la precisión con la que se quiere obtener la solución. Se utilizará como valor inicial de \mathbf{Y} las soluciones para una esfera homogénea de radio r_0 . (45) utilizó el esquema Runge-Kutta-Gill con tamaño de paso variable para la integración numérica. La solución final se compone de una combinación de las 3 soluciones linealmente independientes que satisfacen las 3 condiciones de borde de la superficie libre.

4.4.2 Condiciones de borde superficiales

Las condiciones de borde se encuentran al considerar que la fuerza superficial es aplicada por una masa γ en un disco circular y se toma el límite a medida que el radio del disco se hace cero. La presencia de interacción gravitacional requiere una tercera condición de borde respecto del gradiente del potencial q . El potencial variable ϕ , como se mencionó previamente, tiene dos componentes, ϕ_1 y ϕ_2 en donde ϕ_1 es el potencial del campo terrestre de densidad distorsionado y ϕ_2 es el potencial de la masa aplicada. Las condiciones de bordes linealizadas consisten en suponer que ϕ_1 , ϕ_2 , y $(\nabla\phi_1 + 4\pi G\rho\vec{s}) \cdot \vec{e}_r$ son continuas en la superficie $r = a$, que $\nabla\phi_2 \cdot \vec{e}_r$ cambia por $4\pi G\gamma$, y que $\tau_{rr}(a) = -g\gamma$ y $\tau_{r\theta}(a) = 0$.

Si γ es una masa unitaria distribuida en forma uniforme en un disco de radio α se puede expandir la misma en una serie de Legendre (64):

$$\gamma = \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma_n P_n(\cos \theta),$$

en donde

$$\begin{aligned} \Gamma_n &= [P_{n-1}(\cos \alpha) - P_{n+1}(\cos \alpha)]/[4\pi\alpha^2(1 - \cos \alpha)] \quad n > 0 \\ \Gamma_0 &= 1/4\pi\alpha^2, \end{aligned}$$

pero si $z = \cos \alpha$,

$$P_{n-1}(z) - P_{n+1}(z) = \frac{2n+1}{n(n+1)}(1-z^2)\frac{\partial P_n(z)}{\partial z},$$

por lo que

$$\Gamma_n = \frac{2n+1}{4\pi\alpha^2} \left[-\frac{(1+\cos \alpha)}{n(n+1)\sin \alpha} \frac{\partial P_n(\cos \alpha)}{\partial \alpha} \right] n > 0. \quad (4.13)$$

La expresión delante de los corchetes en 4.13 es la expansión de Legendre de la función δ en coordenadas esféricas y la parte dentro de ellos es un factor asociado con la distribución finita de la presión.

El potencial superficial transformado para el punto en donde se aplica la carga es:

$$\Phi_{2,n} = \frac{4\pi G a}{2n+1} \Gamma_n = \frac{a g}{m_e}, \quad (4.14)$$

siendo m_e la masa terrestre. Utilizando las ecuaciones 4.13 y 4.14 las condiciones de borde transformadas quedan expresadas como sigue:

$$\begin{aligned} T_{rr,n}(a) &= -g\Gamma_n, \\ T_{r\theta,n}(a) &= 0, \\ Q_n(a) &= -4\pi G\Gamma_n. \end{aligned}$$

4.4.3 Los términos de orden 0 y 1

Una carga descrita sólo por el término 0, P_0 , se caracteriza por ser uniforme sobre toda la Tierra y causar sólo un desplazamiento radial. Esto significa que tanto la componente tangencial del desplazamiento como la perturbación del potencial serán nulos. La ecuación diferencial de la forma 4.6, en el caso en que $n = 0$, entonces, es un sistema de segundo orden dependiente de U y T_{rr} . Como las redistribuciones de masas tienen la propiedad de conservar la masa total, el coeficiente para $n = 0$ en la expansión en armónicos esféricos de la altura de la columna de agua es cero, por lo que no existe contribución de carga para $n = 0$. Debido a esto, a pesar que el término U_0 debería incluirse en las funciones de Green, éste no contribuiría de forma alguna a la carga superficial en el caso en que la convolución se extienda sobre toda la Tierra.

Como ya se mencionó en el capítulo 3, las redistribuciones de masas superficiales afectan las variaciones del geocentro. A pesar de que el centro de masas de la Tierra sólida más la carga se mantiene fijo en el espacio, esto no se cumple para la Tierra sólida únicamente. (14) demostraron que el movimiento del geocentro sólo afecta a los números de Love de carga de grado 1 y no a los grados superiores. Entonces, dependiendo del marco de referencia considerado (CM, CE ó CF - ver sección 3.3.2-) los números de Love de orden 1 variarán. En la siguiente sección se analizará valores para los diferentes marcos según (13).

4.5 NÚMEROS DE LOVE DE CARGA

Los números de Love de carga h_n , l_n , y k_n , originalmente definidos por (65) y (88), son 3 parámetros adimensionales que caracterizan la susceptibilidad de la superficie terrestre a ser deformada por un potencial de carga. Los mismos son asimismo funciones de n y r y están definidos por la relación entre el potencial transformado $\Phi_{2,n}(r)$, las componentes de los desplazamientos transformadas $U_n(r)$ y $V_n(r)$ y por el potencial transformado $\Phi_{1,n}(r)$ como sigue:

$$\begin{bmatrix} U_n(r) \\ V_n(r) \\ \Phi_{1,n} \end{bmatrix} = \Phi_{2,n} \begin{bmatrix} \frac{h_n(r)}{g} \\ \frac{l_n(r)}{g} \\ k_n(r) \end{bmatrix}, \quad (4.15)$$

en donde $\Phi_{2,n}(r)$ en superficie ($r = a$) está dada por la función 4.14. Como se desea hallar los desplazamientos en superficie, se tomará $r = a$ salvo que se indique explícitamente.

Los números de Love dependen tanto de método de integración utilizado para resolver las ecuaciones de equilibrio como de las condiciones de contorno elegidas según el modelo de Tierra escogido. Para el caso de las deformaciones superficiales por cargas de masas, han sido denominadas *coeficientes de deformación de carga* (64) para diferenciarlos de aquellos causados por la atracción gravitacional de la Luna y el Sol.

Es posible hallar expresiones asintóticas para los números de Love en función de las propiedades del material λ , μ y ρ . Relacionando las ecuaciones 4.12 con 4.3 y la transformada de 4.9 ($\phi(z, r) = \int_0^\infty \Phi(z, \xi) J_0(\xi r) \xi d\xi$) se puede obtener una equivalencia entre la solución exacta para el semiespacio y una solución esférica asintótica como sigue:

$$\begin{bmatrix} h_n(r) \\ nl_n(r) \\ nk_n(r) \end{bmatrix} = \frac{gm_T}{4\pi a^2(\lambda + \mu)} \begin{bmatrix} -\frac{(\lambda+2\mu)}{\mu} \\ 1 \\ -\frac{3\rho(\lambda+\mu)}{2\langle\rho\rangle\mu} \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

en donde g y m_T son respectivamente la gravedad media en la superficie terrestre y la masa de la Tierra, a es el radio medio terrestre, ρ representa la densidad en superficie y $\langle\rho\rangle$ es el valor medio de la densidad en la Tierra.

Dichas expresiones dependerán, además, del método de integración. (98) evaluaron cuatro grupos diferentes de números de Love para los cuales se utilizó el mismo modelo de Tierra SNREI (modelo PREM) en 3 de ellos y el modelo Gutenberg-Bullen A (G-B A) en un cuarto grupo; además se eligieron diferentes formas de integrar las ecuaciones de movimiento y diferentes condiciones de borde (ver Figura 5 de (98)). Cada uno de los juegos de números de Love fueron utilizados para determinar las deformaciones superficiales construyendo, para cada juego, las funciones de Green asociadas. Los autores observaron diferencias en las deformaciones radiales de los modelos menores que 0,04mm por lo que concluyeron que las elecciones de los diferentes números de Love para diferentes modelos SNREI no tienen una influencia significativa en la determinación de las deformaciones.

Los modelos de Tierra SNREI más utilizados en la actualidad son 4: G-B A, PREM, *iasp91* y *ak135*. Se construyen a partir de los tiempos de viajes de ondas sísmicas reflejadas en las diferentes discontinuidades del interior terrestre y están caracterizados por valores de velocidades de las ondas internas P y S y de la densidad ρ en función de la profundidad o distancia radial. El modelo G-B A a pesar de ser considerablemente antiguo respecto de los otros es aún muy utilizado debido al uso de los números de Love calculados por (45). Por ejemplo, el modelo de mareas oceánicas recomendado por el Servicio Internacional de Sistemas de Referencia y Rotación de la Tierra (IERS) en la actualidad (y el adoptado por SIRGAS-CON) es el FES2004 (ver *IERS conventions 2010*), el cual utiliza los números de Love calculados por Farrell y por lo tanto el modelo terrestre G-B A.

El modelo PREM (44) utiliza datos de tiempos de viajes de ondas internas observados entre 1964 y 1975 y, reunidos por el Centro Sísmológico Internacional (ISC). El modelo *iasp91* (59) utiliza datos de tiempos de viaje de ondas internas abarcando hasta 1987. El modelo *ak135* (60) utiliza datos de ondas P hasta el año 1991. Las mayores diferencias entre estos modelos se observan en la parte más superficial de la Tierra (Figura 28). A pesar de que el modelo PREM es más antiguo que *iaspei 91* y que *ak135*, es el más utilizado para el modelado de la respuesta terrestre a cargas superficiales en la actualidad.

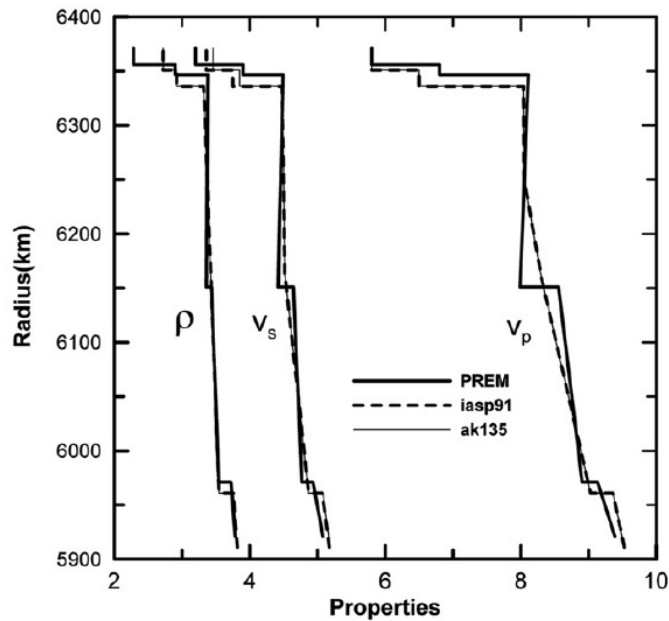


Figura 28: Comparación de densidades y de velocidades de onda P y S para diferentes modelos SNREI (Extraído de (107)).

(107) calcularon los números de Love de carga y las funciones de Green asociadas para cada uno de estos modelos SNREI utilizando la misma metodología empleada por (45, 64, 109). Además, calcularon los números de Love reemplazando en el modelo PREM la estructura

de la corteza por una más refinada a partir del modelo Crust 1.0 (ver sección 4.6). Dichos autores encontraron que las diferencias en los modelos *iasp91* o *ak135* y *PREM* y aquel que considera mayor refinamiento de la estructura cortical son significativos para números de Love de grado mayor o igual a 200 (ver figura 29).

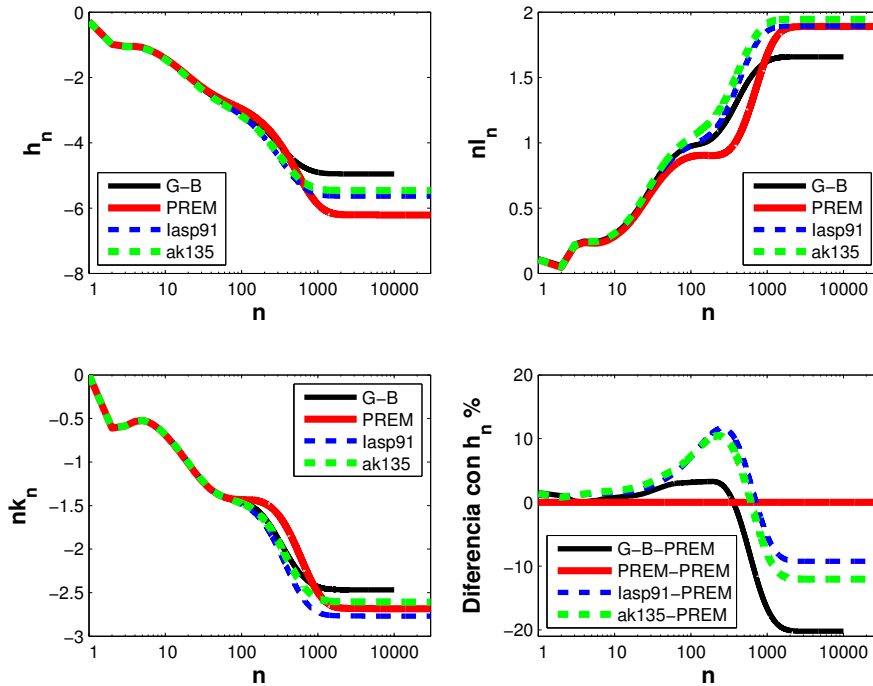


Figura 29: Números de Love de carga (h_n , $n * l_n$, $n * k_n$) y diferencia relativa porcentual de h_n de todos los modelos de Tierra respecto del modelo PREM. Las diferencias más significativas se observan para grados mayores a $n = 200$

En la figura 29 se graficaron los valores de los números de Love obtenidos por (107) (comunicación personal) junto con los números de Love de carga para el modelo G-B A utilizado en (45). En las imágenes superiores (a-b) y en la inferior izquierda (c) se puede ver respectivamente los números de Love h_n , $n * l_n$ y $n * k_n$. Las líneas negras representan los valores para el modelo G-B A hasta grado $n = 10000$ calculadas por Farrell, las rojas representan el modelo de Tierra PREM, y las punteadas azul y verde representan respectivamente los modelos terrestres *iasp91* y *ak135*. Se puede observar que el comportamiento de *iasp91* y el de *ak135* son muy similares para los tres números de Love.

En la figura inferior derecha (d) se calculó la diferencia porcentual entre los diferentes modelos y el modelo PREM. Es importante notar que a pesar que algunos autores aseguran que las diferencias observadas en los números de Love de carga por suponer diferentes modelos de Tierra es inferior a 1,5% (98), esto se cumple hasta cierto grado n inferior a 100. Para valores mayores, la diferencia en los modelos pue-

de ser de hasta 20%. Sin embargo, como se verá más adelante, esta diferencia no es significativa cuando se calcula el desplazamiento de la componente vertical.

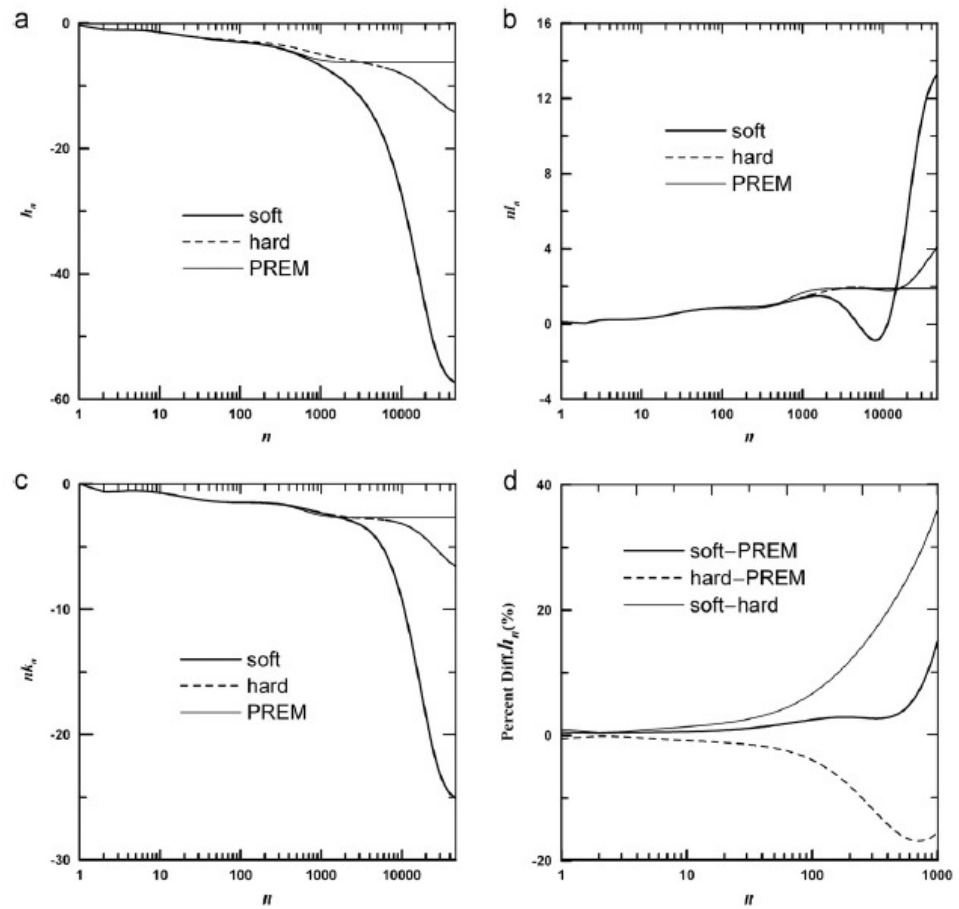


Figura 30: Números de Love de carga (h_n , $n * l_n$, $n * k_n$) y diferencia relativa porcentual de h_n del modelo PREM y de los modelos PREM modificados respecto del modelo PREM (Extraído de (107)). Escala horizontal logarítmica.

En la figura 30 se muestra parte de la figura 5 de (107) en donde se analizan dos modelos alternativos al modelo PREM considerando diferentes características reológicas de la corteza. Puede verse que los números de Love de carga se diferencian sólo cuando n se acerca a 1000.

4.5.1 Números de Love de orden 1

Las variaciones del término de orden 1 de los números de Love están íntimamente vinculadas con el movimiento del geocentro observado desde un marco de referencia que no utilice el centro de masa como origen. Para describir el comportamiento temporal y espacial de la su-

CE (Farrell, 1972)	CM (Blewit et al., 2003)	CF (Blewit et al., 2003)
$[h_1]_{CE} = -0,290$	$[h_1]_{CM} = -1,290$	$[h_1]_{CF} = -0,268$
$[l_1]_{CE} = 0,113$	$[l_1]_{CM} = -0,887$	$[l_1] = 0,134$
$[1 + k_1]_{CE} = 1,000$	$[1 + K_1]_{CM} = 0,000$	$[1 + k_1]_{CF} = 1,021$

Cuadro 3: Números de Love de carga de orden 1 determinados por (45) y (13).

perficie se debe tener en cuenta la relación entre la superficie terrestre y el origen utilizado. (13) analizó y calculó los números de Love de orden 1 para diferentes marcos de referencia *isomorfos* (marcos de referencia en donde los desplazamientos superficiales satisfacen la teoría de los números de Love) y utilizando a PREM como modelo de Tierra SNREI (ver cuadro 3). Posteriormente, (107) calculó de la misma forma números de Love de orden 1 para otros modelos de Tierra (ak135 y iasp91).

4.6 LOS MODELOS **crust**

Los modelos *Crust*, esto es Crust 5.1 (5°x5°), Crust 2.1 (2°x2°) y Crust 1.0 (1°x1°) (62), consisten en modelos de corteza y manto superior a diferentes escalas globales cada uno construido a partir de datos de refracción sísmica global promediados para estructuras geológicas y tectónicas tales como orógenos, rifts continentales, etc. Los datos promediados permitieron definir y continuar estructuras en regiones en donde no se contaba con datos sísmicos (como por ejemplo África). Se utilizan datos de topografía y batimetría de otras fuentes (ETOPO), así como también información sobre espesores de sedimentos y capas de hielo. Los diferentes modelos han ido evolucionando a medida que se cuenta con más información, por lo que es posible definir estructuras más pequeñas lo que permite aumentar la resolución espacial (Crust 1.0 es el más moderno de todos). El modelo Crust 1.0 (62) consiste en perfiles compuestos por 9 capas para cada celda (hielo, agua, sedimentos superiores, sedimentos intermedios, sedimentos inferiores, corteza superior, corteza media, corteza inferior, manto debajo del Moho). Para cada una de ellas, el modelo otorga información de espesor, velocidades sísmicas v_p , v_s y densidad ρ .

4.6.1 Módulos de Young según Crust 1.0

A partir del modelo Crust 1.0 es posible inferir valores del módulo de Young para cada una de las capas. La relación entre las velocidades

v_p , v_s , la densidad ρ y los parámetros de Lamé (suponiendo una Tierra elástica, isótropa y homogénea) pueden expresarse como sigue:

$$v_p = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad (4.17)$$

$$v_s = \sqrt{\frac{3\lambda + 2\mu}{\rho}}. \quad (4.18)$$

Por otra parte, se puede utilizar las relaciones entre los parámetros de Lamé, el módulo de Young y la relación de Poisson como sigue:

$$E = \mu \left(\frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \right), \quad (4.19)$$

$$\sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}. \quad (4.20)$$

Las capas 1 y 2 no se muestran porque representan los espesores de hielo y agua y, para la región continental evaluada, son nulos. La capa 3 tampoco se muestra ya que toma valores constantes de 7 GPa en la mayor parte del continente salvo para márgenes costeros que varía de 1 a 6 GPa. La figura 31 muestra los valores calculados del módulo de Young E para las capas 4 a 9, correspondientes a capas sedimentarias y corteza. Se observa que, para las capas de sedimentos los valores de E son relativamente bajos (máximos de 90 GPa) respecto de los valores esperados. (11) investigó una estación muy cercana a NAUS en Brasil, analizada en el Capítulo 2, en la que estimó un valor de $E = 137,3\text{GPa}$. La capa 9 muestra valores estimados de E para la región del manto situada inmediatamente debajo del Mojo (aproximadamente a 40km en esta región). Los valores encontrados son los mayores valores de E (130 a 190 GPa).

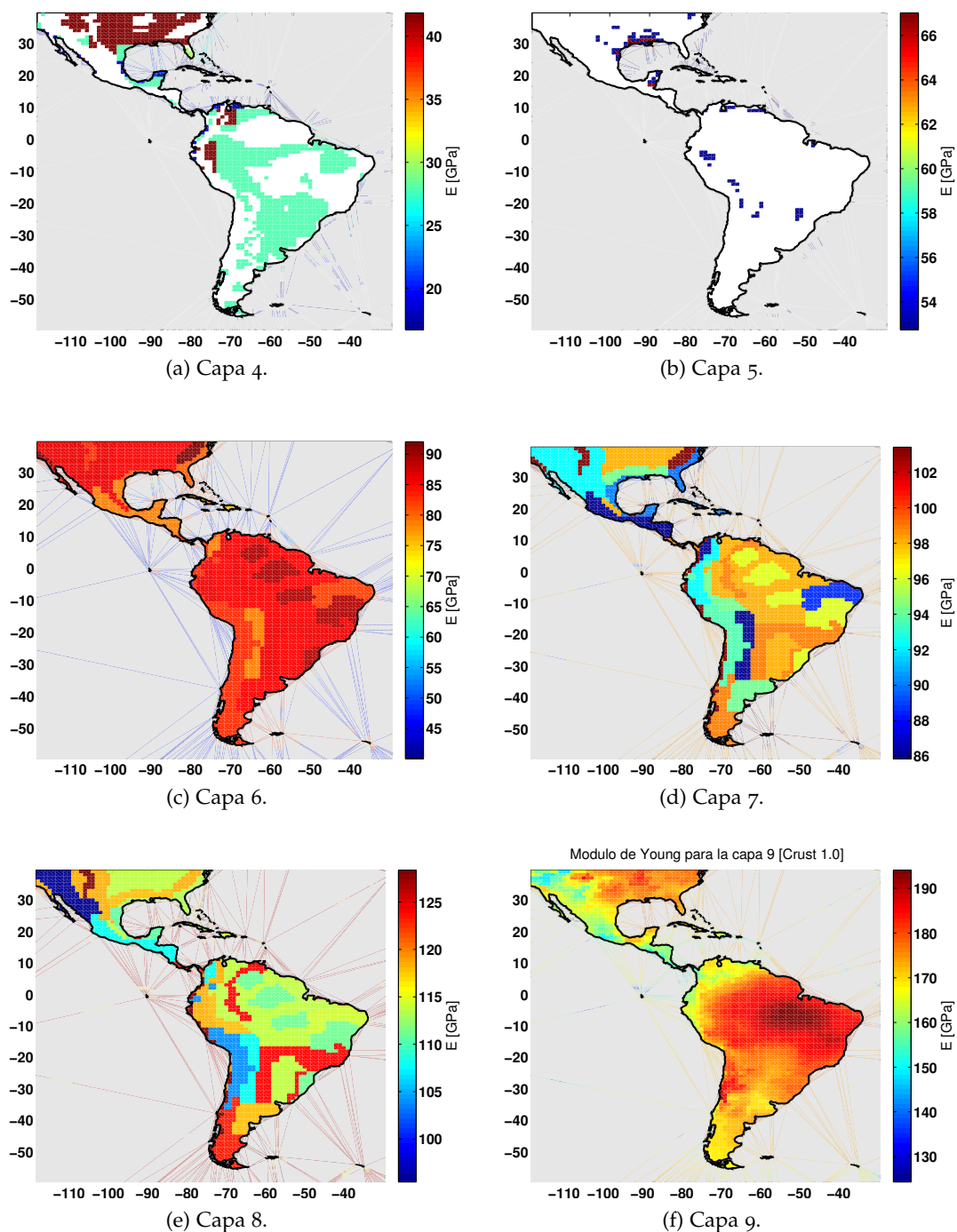


Figura 31: Valores de Módulo de Young para capas de sedimento intermedio (4) e inferior (5), para corteza superior, media e inferior (capas 6-8) y una capa correspondiente a la región superior del manto (capa 9).

4.7 FUNCIONES DE GREEN

El cálculo de los números de Love para un modelo de Tierra determinado, constituye una parte de la resolución del problema de las cargas superficiales. Además, es necesario construir las funciones de Green.

Las mismas se definen como **la deformación superficial producida por una carga puntual sobre la superficie de la Tierra** (64) y pueden expresarse en función de los números de Love.

Aunque las funciones de Green dependen tanto de r como de θ , en la presente Tesis sólo se consider las mismas en superficie ($r = a$) ya que se estudian los desplazamientos verticales observados en la superficie terrestre y se analizan sus dependencias con la distancia angular θ entre la carga y la deformación. Además, este estudio se centrará en la función de Green asociada con las deformaciones verticales, es decir, se analizará y estudiará el comportamiento sólo de $G(\theta)$.

El desplazamiento vertical superficial a una distancia θ del punto en donde se aplica la carga es:

$$G(\theta) = u(\theta) = \frac{a}{m_T} \sum_{n=0}^{\infty} h_n P_n(\cos \theta) \quad (4.21)$$

en donde $P_n(\cos \theta)$ representa los Polinomios de Legendre de grado n . Esta ecuación surge a partir de la definición de h_n (4.15) y del potencial superficial del punto de masa (4.14).

En la superficie de la Tierra, estas funciones dependen de la distancia angular θ entre el punto en donde se aplica la carga (φ', λ') y el punto en donde se observa la deformación (φ, λ), la cual se determina por medio de la siguiente expresión:

$$\cos(\theta) = \sin(\varphi) \sin(\varphi') + \cos(\varphi) \cos(\varphi') \sin(\lambda - \lambda') \quad (4.22)$$

Como las funciones de Green $G(\theta)$ representan simplemente una suma infinita pesada de los números de Love de carga, es necesario truncar n en cierto punto. Este truncamiento causa problemas en el cálculo de la carga para regiones costeras [efecto de Gibbs, (45)]. Este problema es en general resuelto teniendo en cuenta que si n es suficientemente grande, h_n , $n l_n$ y $n k_n$ tienden a un valor constante, considerado previamente en el problema de Boussinesq (4.16). Así:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} h_n(r) \\ nl_n(r) \\ nk_n(r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_\infty \\ l_\infty \\ k_\infty \end{bmatrix} = \frac{gm_T}{4\pi a^2(\lambda + \mu)} \begin{bmatrix} -\frac{(\lambda+2\mu)}{\mu} \\ 1 \\ -\frac{3\rho(\lambda+\mu)}{2<\rho>\mu} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Utilizando estos valores asintóticos para h_n , la ecuación 4.21 puede reescribirse entonces como sigue:

$$G(\theta) = \frac{ah_\infty}{m_T} \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \theta) + \frac{a}{m_T} \sum_{n=0}^{\infty} (h_n - h_\infty) P_n(\cos \theta) \quad (4.24)$$

El primer término de la suma es posible conocerlo en forma exacta. El segundo término no tiene infinitos términos ya que la resta entre paréntesis se anula luego de un cierto valor $n = N$, el grado máximo de las funciones de Legendre. Esta expresión es conocida por lo general como transformación de Kummer (45).

Utilizando la propiedad de las sumas de Legendre:

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \theta) = \frac{1}{2 \sin(\theta/2)}$$

y así, se puede escribir la expresión 4.24 como sigue:

$$G(\theta) = \frac{ah_\infty}{2m_T \sin(\theta/2)} + \frac{a}{m_t} \sum_{n=0}^N (h_n - h_\infty) P_n(\cos \theta) \quad (4.25)$$

logrando, de esta manera, hallar una expresión para las funciones de Green con una suma finita de términos. A pesar de esta ventaja, esta expresión tiene una convergencia lenta ya que la amplitud de P_n decae según $1/n^{1/2}$. Para solucionar este inconveniente, (45) introdujo un "Factor de disco" convergente en el potencial transformado. Luego aplicó la técnica de transformación de Euler para acelerar la convergencia de las series.

(45) fué pionero en cuanto a brindar valores para las funciones de Green utilizando números de Love hasta grado $n=10.000$. Siguiendo la metodología propuesta por (45), (107) estimó las funciones de Green para los otros modelos de Tierra ya mencionados y para modelos con estructuras corticales refinadas utilizando datos de Crust 1.0.

Ambos autores brindan valores de las funciones de Green multiplicadas por un factor de normalización $10^{11} \times (R_t \theta)$ dependientes de la distancia a la carga aplicada θ con el objeto de evitar las singularidades en el origen.

En la figura 32 se muestran dos gráficos superpuestos de las funciones de Green para el modelo G-B según Farrell y para los modelos PREM, iasp91 y ak135 según (107) (comunicación personal) sin normalizar. La figura 32 exterior representa los valores de las funciones de Green hasta el grado 180. Como es esperable, la influencia de la carga sólo es considerable en una distancia muy cercana al sitio en donde se aplica y no se llega a apreciar claramente en el gráfico exterior. La figura 32 interior representa lo mismo pero para distancias angulares de hasta 3°, es decir, hasta una distancia de aproximadamente 330km al punto en donde se aplica el esfuerzo y en este caso se puede ver una caída en la función de Green de forma similar a una función exponencial con argumento negativo. En este gráfico no se observan diferencias significativas entre los 4 modelos de Tierra utilizados.

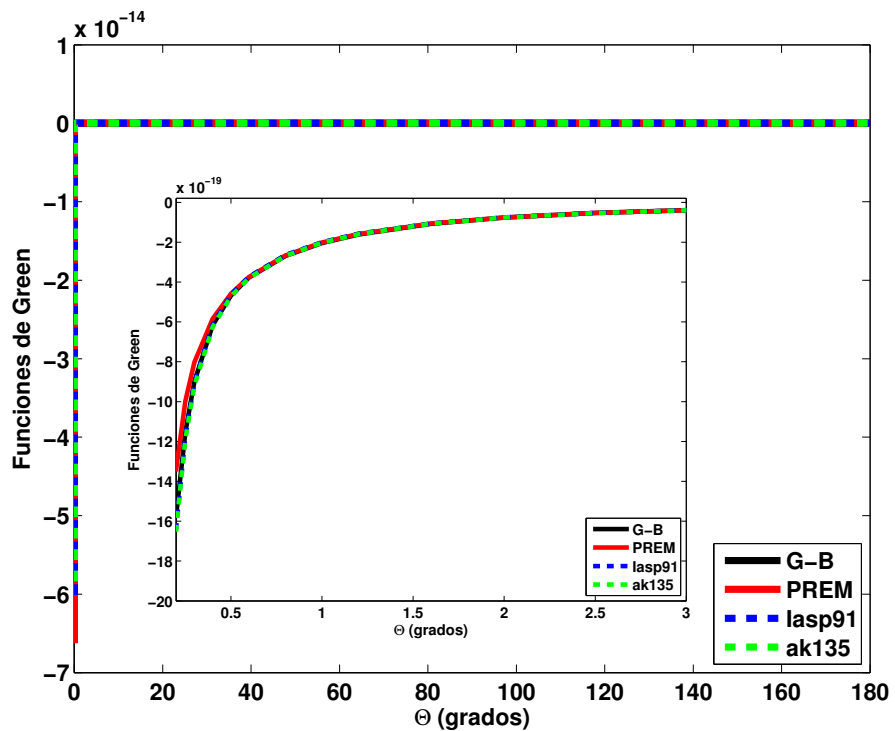


Figura 32: Funciones de Green para 4 modelos de Tierra SNREI.

La figura 33 muestra las funciones de Green normalizadas tal como fueron estimadas por (107) utilizando una escala logarítmica en el eje horizontal. En este caso, se observa una diferencia entre los diferentes modelos de Tierra utilizados para valores de la distancia angular inferiores a 1°. Las mayores diferencias se observan entre los modelos G-B y PREM. Al igual que para los números de Love, los valores para los modelos iasp91 y ak135 son similares.

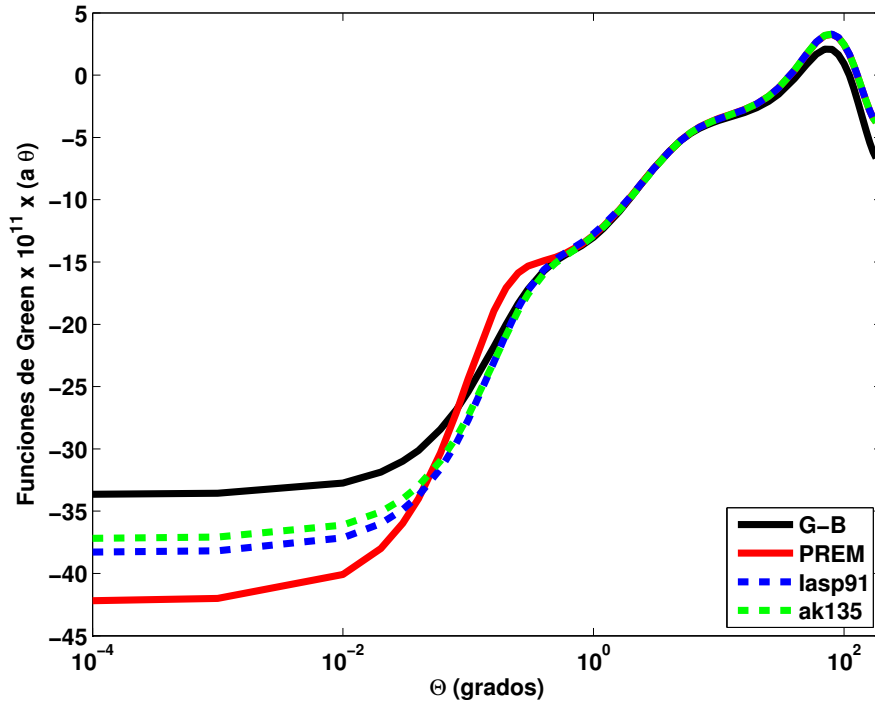


Figura 33: Funciones de Green normalizadas para 4 modelos de Tierra SN-REI.

4.8 CÁLCULO DE LAS DEFORMACIONES VERTICALES

Los efectos causados por la carga se calculan mediante la convolución entre un modelo global numérico que represente la carga aplicada $q(\varphi', \lambda', t)$ en el punto (φ', λ') a un tiempo t y las funciones de Green $G(\theta)$ (ecuación 4.25) de la siguiente forma:

$$u(\varphi, \lambda, t) = \int \int q(\varphi', \lambda', t) G(\theta) \cos \theta d\lambda' d\varphi', \quad (4.26)$$

en donde θ es la distancia angular entre el punto (φ, λ) donde se calcula el desplazamiento y (φ', λ') donde se aplica la carga. La integral de convolución se evalúa sobre toda la Tierra.

Actualmente es posible cuantificar las variaciones de la presión aplicada para toda la Tierra a partir de modelos climáticos globales o mediante la misión satelital GRACE por medio de mallas mensuales de valores de variación de presión constante en cada nodo y donde el área de cada celda depende, en general, de la resolución del dato utilizado.

Las deformaciones estimadas mediante la función de Green, para cada punto y para cada época, quedan expresadas por una suma sobre todas las celdas (en vez de la integral de convolución), siguiendo a (45):

$$u(\varphi, \lambda, t) = \sum \sum q(\varphi', \lambda', t) G(\theta) \cos \theta \Delta \lambda' \Delta \varphi'. \quad (4.27)$$

Este método ha sido aplicado tradicionalmente en numerosos trabajos donde se estudia el efecto de cargas de diferentes fuentes sobre la superficie terrestre, utilizando tanto modelos climáticos como la misión GRACE (48, 49, 97, 99, 102, 105, 108, 113)

En esta Tesis se utilizó el método presentado para el cálculo de las deformaciones verticales de la superficie terrestre en la región de Sudamérica.

Para definir las cargas se utilizaron los coeficientes armónicos esféricos del modelo RLO5 de la misión satelital GRACE provistos por el centro CSR. Se redujo el valor medio de cada coeficiente para el intervalo de tiempo considerado por lo que los valores estimados son variaciones de **altura de agua equivalente (EWH)** en centímetros respecto del valor medio. Esto quiere decir que los valores positivos hallados en cada punto indican que la carga superficial aplicada en esa época es superior al valor medio y, los valores negativos indican estimaciones menores al valor medio. El cálculo de la altura de agua equivalente se realizó de acuerdo a lo detallado en el Capítulo 3 para celdas de $0,5^\circ \times 0,5^\circ$. Luego se transformaron a valores de **densidad de masa superficial de carga** [Kg/m^2] utilizando la ecuación (38):

$$q(\varphi', \lambda') = \frac{\text{EWH}(\varphi', \lambda') [\text{cm}]}{100} \times \rho_w; \quad (4.28)$$

en donde $\rho_w = 1000 \text{Kg}/\text{m}^3$ representa la densidad del agua dulce en la región de América del Sur.

En la figura 34 se muestra el resultado de la convolución normalizada entre las cargas y la función de Green para una época en el caso de tomar como modelo de Tierra SNREI al modelo G-B A. Notablemente, se observan valores mínimos cercanos a los 3cm menos respecto del valor medio situados en la región de América del Sur cercana al Amazonas.

Para analizar el comportamiento temporal de los desplazamientos calculados para sitios puntales de la superficie terrestre se utilizaron las coordenadas asociadas a las estaciones GNSS de medición continua pertenecientes a la red SIRGAS-CON (ver Figura 2 en Capítulo 2).

De los 400 sitios que ocupa red SIRGAS-CON se eligió un conjunto de 42 estaciones en las que se observaron variaciones verticales estacionales visibles tal como se explicó en la sección 2.5. Estas estaciones se muestran en la figura 35.

En estos sitios GNSS es posible cuantificar el movimiento del terreno en tres coordenadas ortogonales. Los movimientos temporales

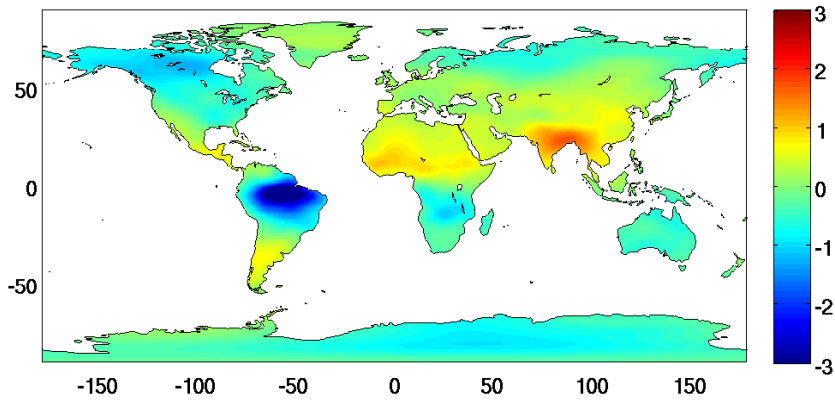


Figura 34: Desplazamiento vertical [cm] calculado para una época (16/05/2009) utilizando los números de Love de carga del modelo G-B. Valores negativos muestran regiones en donde la coordenada vertical de la corteza terrestre es inferior a los valores medios causados por almacenamientos hídricos superior a los esperados.

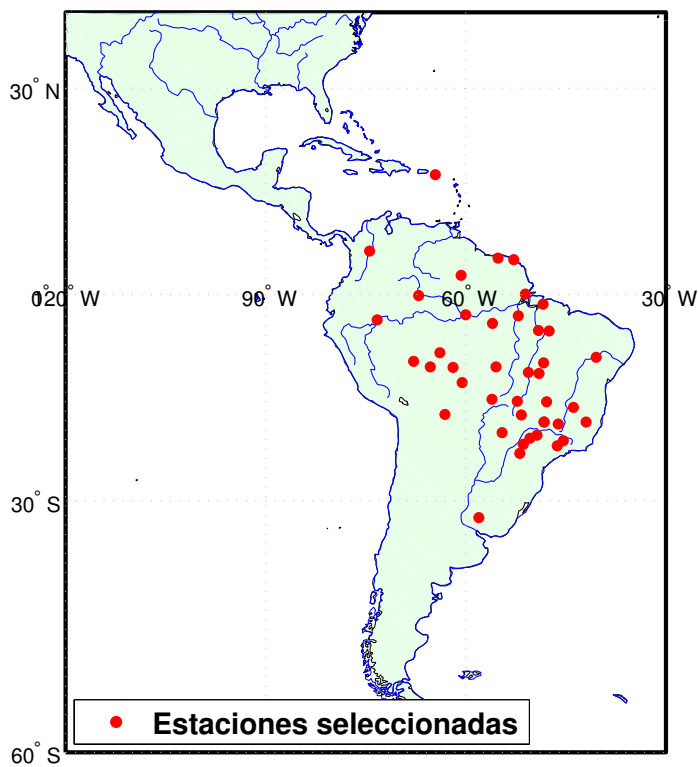


Figura 35: Estaciones SIRGAS-CON con variaciones estacionales en la componente vertical mayores que 1,5 cm.

de las coordenadas horizontales son, en general, de un orden de magnitud inferior al movimiento en la dirección vertical. En el Capítulo 2, figura 15 se mostraron las variaciones de la componente vertical

(puntos rojos) y la señal filtrada en frecuencia (línea negra) para 6 estaciones de la red SIRGAS-CON (para obtener una explicación del filtrado, ver sección 2.6).

4.9 RESULTADOS

Una vez estimados los movimientos verticales en respuesta a las cargas observadas por la misión GRACE, se buscaron los valores de los desplazamientos para cada una de las estaciones de prueba elegidas.

En la figura 52 se observan superpuestas las variaciones de los desplazamientos calculados (línea azul) para cada una de las estaciones mostradas en la figura 15, utilizando el modelo de Tierra esférica y simétrico G-B. El eje horizontal representa la variación temporal en [años] y el eje vertical, las variaciones estimadas en [cm]. Se puede observar que los desplazamientos modelados se ajustan muy bien a las estaciones con fuertes movimientos verticales como NAUS, PAAT, POVE y BOAV pero el ajuste es menos coherente para el caso de las estaciones IMPZ y BELE. Además, se puede notar que los desplazamientos modelados no parecieran seguir la modulación causada por el contenido de frecuencias bajas que se mencionó en el Capítulo 2 y es más notable en las estaciones con largos períodos de observación (aproximadamente 7, 14 y 10 años para NAUS, IMPZ y BELE, respectivamente) por lo que se puede creer que también se observarían en las otras estaciones mostradas si se tuvieran longitudes más largas de registro de datos.

Se calcularon los desvíos estándar STD de la señal GPS suavizada, de la señal (GPS-GRACE) calculada restando época a época ambas señales y se evaluó el porcentaje de decrecimiento de los desvíos al quitarle la señal modelada utilizando la siguiente expresión:

$$\text{Disminución STD} = 100 \times \left[1 - \frac{\text{std}(\text{GPS} - \text{GRACE})}{\text{std}(\text{GPS})} \right], \quad (4.29)$$

En la figura 53a se observa en el gráfico de barra superior las amplitudes estimadas de las variaciones de las coordenadas ajustadas semanalmente a IGS para cada estación seleccionada, ordenadas de mayor a menor amplitud y en el gráfico de barras inferior el porcentaje de disminución del desvío estándar para cada estación en el mismo orden que el gráfico de arriba. El color de cada barra de la imagen inferior depende del valor porcentual reducido. No se observaron reducciones de los desvíos en más de un 80% para ninguna estación.

En el mapa de la figura 53b se representa el cociente entre las amplitudes de la señal GPS reducida, es decir (GPS-GRACE), y las amplitudes de la señal sin reducir, es decir las barras en rojo de la figura

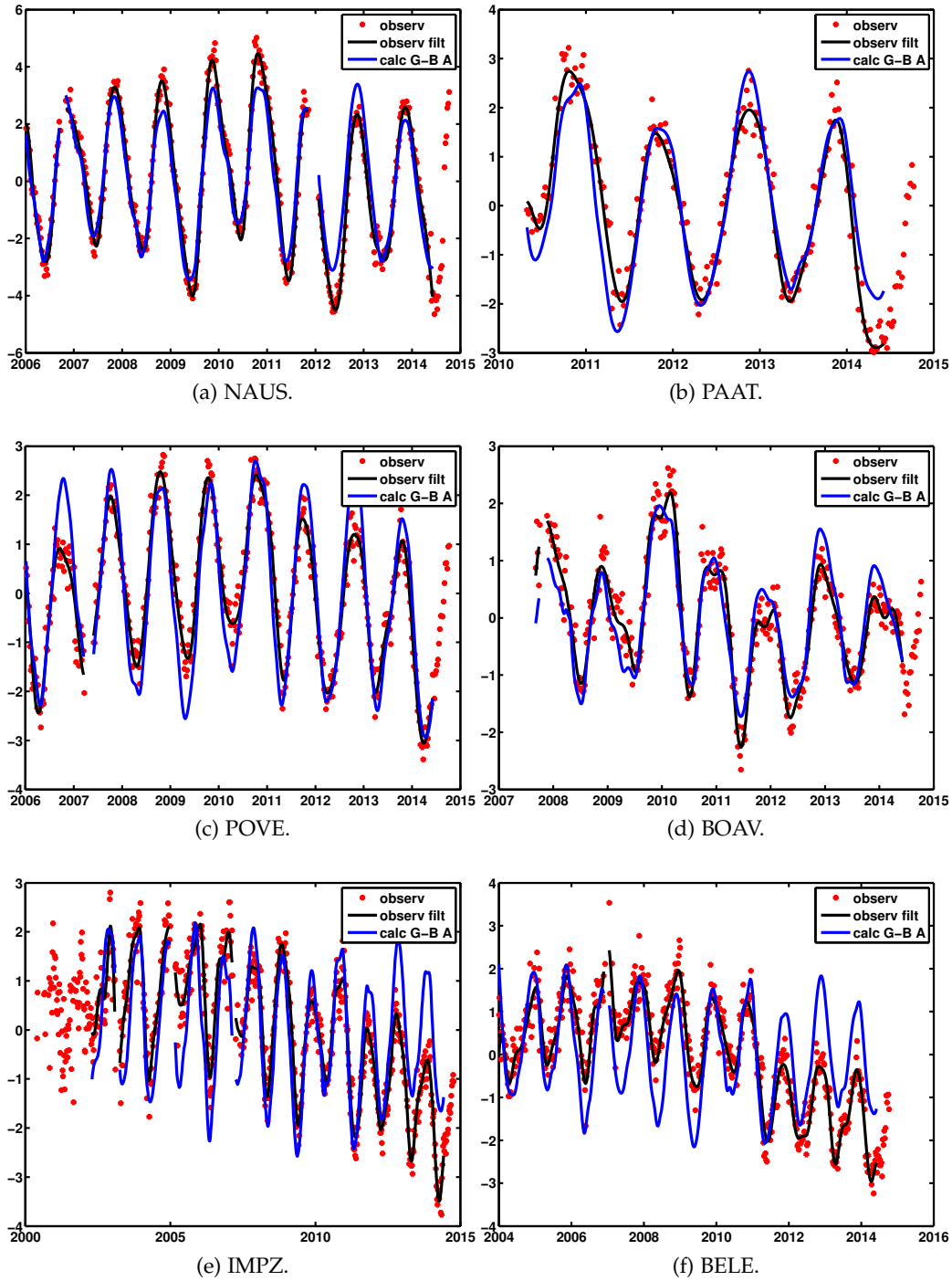
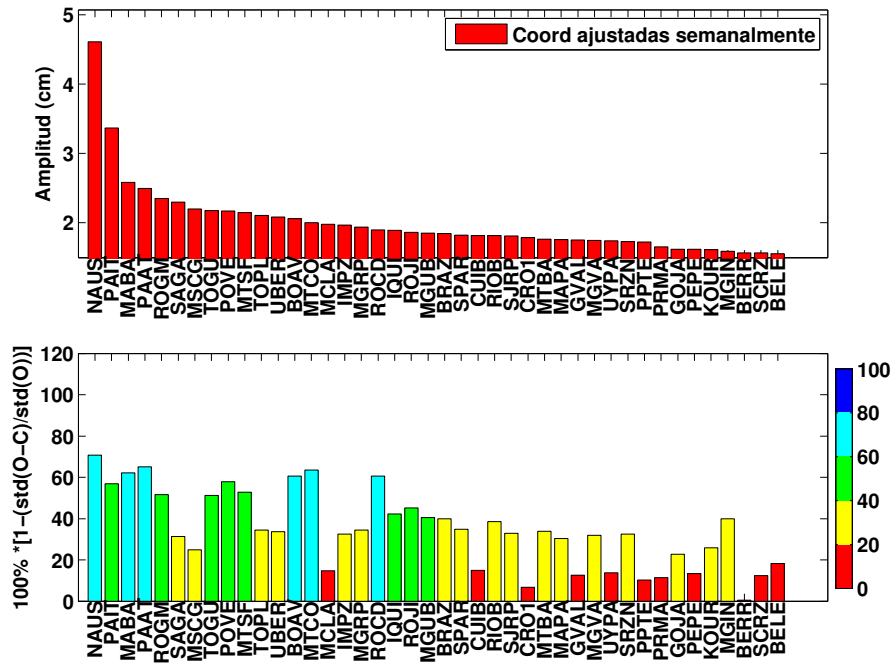
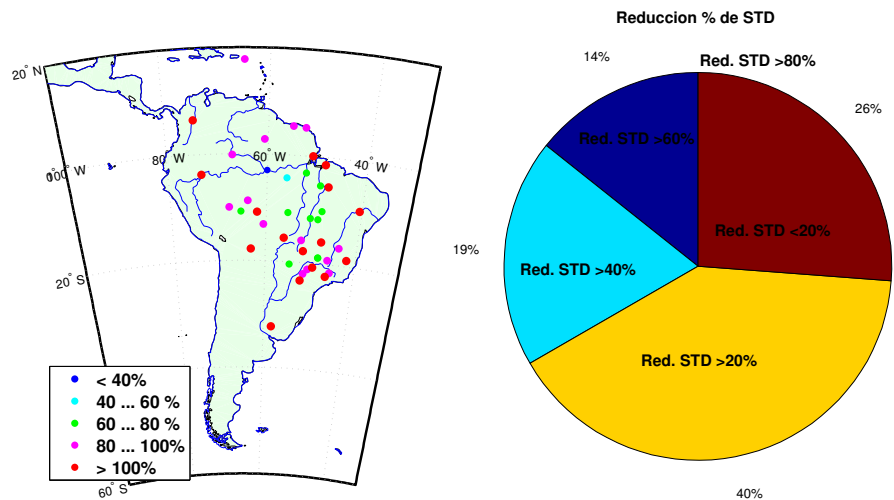


Figura 36: Desplazamientos verticales en la zona central de Sudamérica (cm). Los puntos rojos representan valores observados

53a, en escala porcentual. Con puntos azules se muestran las estaciones en que la amplitud disminuyó en más de un 60% al reducir las deformaciones modeladas por GRACE (sólo la estación NAUS); en celeste las amplitudes que disminuyó entre un 40 y un 60% (estación PAIT); en verde las que disminuyeron entre un 20 y un 40%, en rosa



(a) Amplitudes de las variaciones verticales en cm (gráfico superior) y porcentaje de disminución de la desviación (gráfico inferior).



(b) Cociente porcentual de amplitudes entre la señal GPS y tre (GPS-GRACE) y (GPS) para cada estación. (c) Gráfico de WRMS entre la señal GPS y la señal (GPS-GRACE) sin reducir componente de largo período.

Figura 37: Resultados del modelado utilizando números de Love de carga para el modelo Gutenberg-Ritcher A.

las que lo hicieron en menos de un 20% y en rojo aquellas estaciones en donde la amplitud de la serie aumentó respecto a lo observado. Interesantemente, a medida que los sitios se acercan al río Amazonas, el porcentaje de decrecimiento de la amplitud aumentó, ya sea porque el modelo funcionó mejor o porque la amplitud de los desplazamientos se incrementan considerablemente. Se puede ver que

las estaciones en las que no funcionó el modelado se encuentran fuera de la cuenca o en zonas costeras, en donde empieza a influenciar fuertemente los modelos cargas oceánicas mareales.

En la figura 53c se muestra un gráfico con información de la reducción de las desviaciones estándar al quitar la señal modelada de la estimada en la estación; cada color está acompañado en el exterior con el porcentaje del total de estaciones que representa cada porción. Se encontró que para el 14% de las estaciones los desvíos se redujeron en más de un 60% (6 estaciones), para un 19% del total de las estaciones los desvíos se redujeron entre un 40 y un 60% (8 estaciones), para un 40% se redujeron entre un 20 y un 40% (17 estaciones) y, que para un 26% la reducción de los desvíos no alcanzó un 20% (11 estaciones). Asimismo, se puede concluir que en un 33% de las estaciones los desvíos fueron reducidos en más de un 40% y para un 73%, lo hicieron en más de un 20%.

Una medida de la calidad de los datos y de los modelos implementados que se utiliza ampliamente en el análisis del modelado de la deformaciones superficiales causadas por cargas (10, 56, 96, 99, 113) que utilizaré a lo largo de esta Tesis es la **raíz media cuadrática pesada (WRMS)** de la señal GPS antes y después de reducir la señal modelada con GRACE definida por (99).

Para el caso de la señal GPS, la WRMS está dada por la siguiente expresión:

$$WRMS(GPS) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N W_n GPS_n^2} \quad (4.30)$$

donde GPS_n representa la observación GPS para cada época n , y W_n es el peso dado a las observaciones, el cual puede calcularse a partir de la desviación estándar σ_{GPS} de cada época:

$$W_n = \frac{1}{\sigma_{GPS,n}^2} \quad (4.31)$$

Luego de reducir la señal modelada con GRACE de la señal GPS, la WRMS será

$$WRMS(GPS - GRACE) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N W_n (GPS_n - GRACE_n)^2} \quad (4.32)$$

siendo $GRACE_n$ los valores de las deformaciones modeladas, y W_n será un valor de peso de ambas series dado por:

$$W_n = \frac{1}{\sigma_{GPS,n}^2 + \sigma_{GRACE,n}^2} \tag{4.33}$$

Un parámetro para medir cuán bien es posible modelar las variaciones verticales utilizando datos de GRACE consiste en analizar en qué porcentaje disminuye la raíz cuadrática media pesada al reducir los efectos modelados. Este parámetro, se denomina *Reducción* (99) y puede expresarse como sigue:

$$\text{Reducción} = \frac{\text{WRMS}(\text{GRACE}) - \text{WRMS}(\text{GPS} - \text{GRACE})}{\text{WRMS}(\text{GPS})} \times 100. \tag{4.34}$$

Los valores positivos de la reducción indican que los valores de WRMS disminuyeron al reducir la señal de GRACE y, por ende, señala que el modelo utilizado para reducir las variaciones verticales funciona en alguna medida.

Reduccion de WRMS; Mod:G-B A; Coord. Semanales

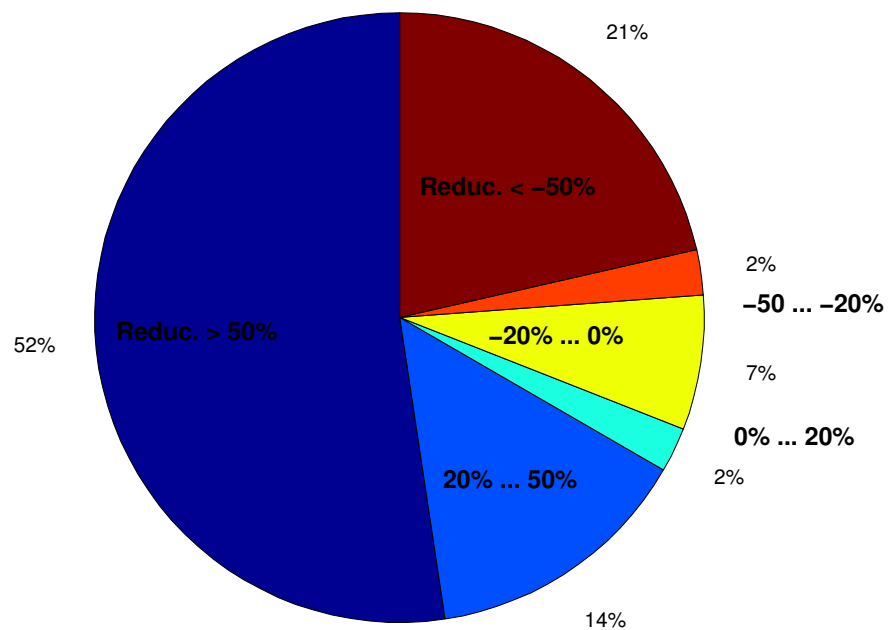


Figura 38: Gráfico de Reducción de WRMS entre la señal GPS y la señal (GPS-GRACE).

En la figura 38 se representa la reducción WRMS, dividiendo el total de estaciones y agrupándolas según 6 intervalos diferentes entre reducciones de 100% (Modelado perfecto) y -100%. Para el 52% de las estaciones se observó una reducción de más del 50% (azul), para un 14% la reducción varió entre 20 y 50% (celeste), un 2% observó

una reducción entre 0 a 20 % (celeste claro) y para un 30 % de las estaciones la reducción no fué efectiva (amarillo, naranja y bordo juntos) y el WRMS aumentó en vez de disminuir. La causa de este aumento está vinculada a que la señal que se desea modelar tiene variaciones de pequeña magnitud por lo que se confunde con el ruido y hace difícil su modelado.

4.9.1 Diferentes modelos de Tierra SNREI

En la figura 39 se muestra un gráfico de barras con valores de la varianza estimada en cada estación seleccionada de la diferencia (GPS-GRACE) con respecto a la varianza de la señal GPS original utilizando los 4 modelos de Tierra SNREI, esto es, G-B, PREM, iasp91 y ak135.

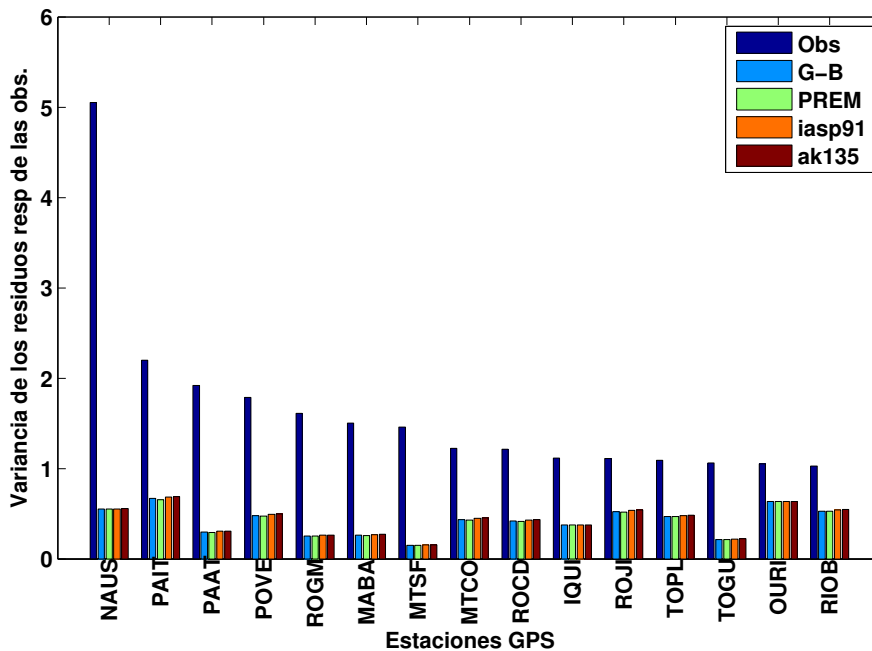


Figura 39: Varianza de los residuos para estaciones con las mayores variaciones verticales.

No es evidente alguna mejora al utilizar algún modelo en particular. Se cree que la razón de esto se debe a que los números de Love de carga h_n, k_n, l_n difieren significativamente entre los modelos SNREI para $n > 200$, los cuales están asociados con longitudes de onda muy cortas (resoluciones mayores que 200km). Como la misión satelital GRACE es capaz de resolver redistribuciones de masas con longitudes de onda mayores a 300km, no es posible modelar los desplazamientos de escalas pequeñas y así, las diferencias entre los modelos no parece ser notable.

4.9.2 Reducción de componente de largo período

Otro proceso realizado consistió en evaluar cuánto se modificaban los resultados respecto de aquellos mostrados en secciones anteriores para el caso en que se reduzca de la serie de las coordenadas verticales ajustadas semanalmente la componente de largo período observada en las estaciones elegidas (ver curva azul de los gráficos de la figura 52). Se tomó en cuenta principalmente aquellas estaciones que comparativamente muestran más tiempo de observación.

En la figura 40 se vuelve a comparar la curva modelada azul a partir del modelo de Tierra G-R A con las coordenadas observadas (puntos rojos) y las suavizadas (curva negra), pero en este caso se le ha restado, a las últimas 2, la componente de largo período construida a partir de filtrar el contenido de frecuencias con períodos mayores a 6 años. Las estaciones utilizadas son las mismas que las de la figura 52. Es notable la mejora en el acuerdo de las amplitudes de la señal anual para la mayoría de las estaciones graficadas. Se puede observar que en estas figuras la curva azul acompaña muy bien los cambios en las amplitudes anuales que están asociadas a variaciones totales en los almacenamientos de agua de la cuenca (por ejemplo, se observan los mínimos en 2009 asociados al efecto del Niño que causó inundaciones y lecturas máximas registradas en los mareógrafos en esta región y sequías en el centro y norte de Argentina (72).

La Figura 41 es equivalente a la 53 pero se utilizó como una comparación entre la variación de las coordenadas sin su componente de largo período. En el caso del gráfico 41a se evidencia un aumento en la cantidad de estaciones cuya reducción del desvío es superior a 40%. Las estaciones representadas en color celeste se incrementaron de 14% a 17% del total de 42 (ver también esta información en la figura 41c) y las estaciones representadas con verde crecieron de 19 a 33%. En el caso de los sitios con reducción del residuo en menos de un 40% se observa un decrecimiento de 40 a 31% (amarillas) y de 26 a 19% (rojas).

En la figura 41b nuevamente se representa el porcentaje de decrecimiento de las amplitudes. El rasgo más evidente al comparar con aquella figura mostrada anteriormente es el drástico decrecimiento de estaciones de color rojo correspondientes a estaciones en las cuales la amplitud no disminuyó, sino todo lo contrario. El mismo comportamiento se observa también para las estaciones en las que si se redujo la amplitud. Se observa que las estaciones situadas en zonas costeras cercanas al río Amazonas antes estaban indicadas con puntos rojos y en este caso se presentan en rosa o verde, lo que significa que observan un decrecimiento en amplitud en 20% a 40%, respectivamente. Por otra parte, las 4 estaciones al noroeste de Brasil muestran que las

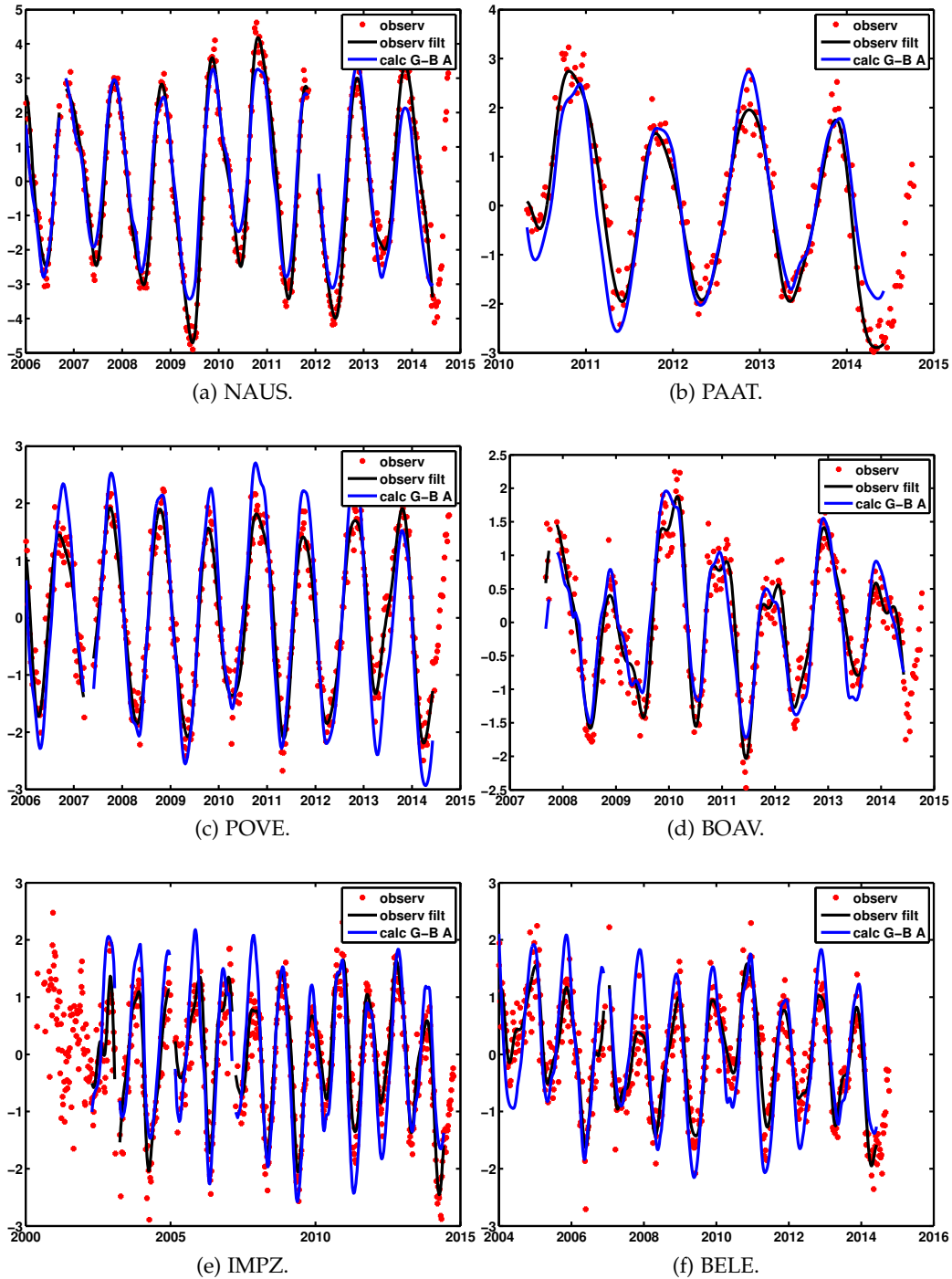
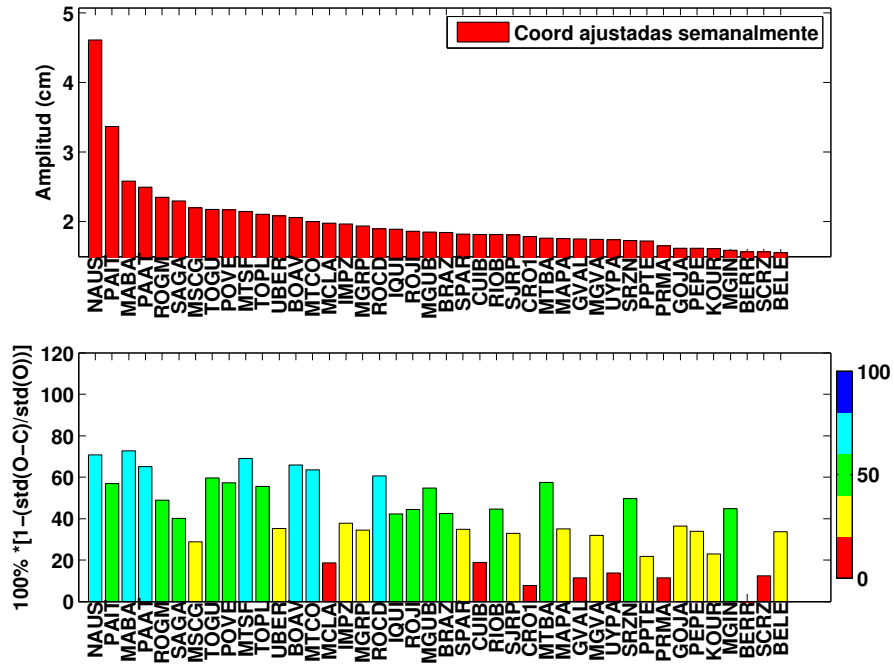


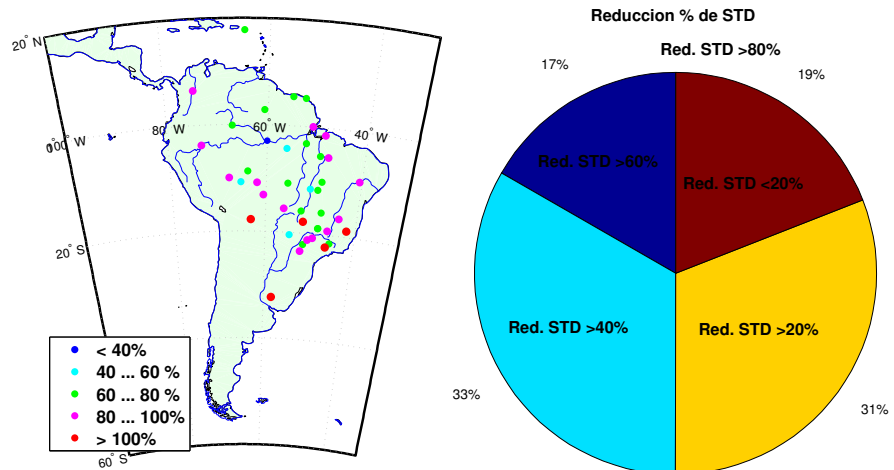
Figura 40: Desplazamientos verticales en la zona central de Sudamérica (cm) sin componente de largo período.

amplitudes variaron y que en vez de reducirse en un 20 %, ahora se reducen cerca de un 40 %.

Por último, se muestran las variaciones producidas en la reducción del WRMS. Se observa un aumento en el porcentaje de la cantidad



(a) Amplitudes de las variaciones verticales en cm (gráfico superior) y porcentaje de disminución de la desviación (gráfico inferior) en el caso de quitar la componente de largo período de las coordenadas verticales semanales.



(b) Cociente porcentual de amplitudes entre (GPS-GRACE) y (GPS) para cada estación. (c) Gráfico de torta de la reducción de los desvíos entre la señal GNSS y la señal (GPS-GRACE).

Figura 41: Resultados del modelado utilizando números de Love de carga para el modelo G-B A. reduciendo la componente de largo período

de estaciones en las que la reducción es positiva (de 68% a 73%), a pesar que las estaciones en las que la reducción de WRMS es mayor a 50% disminuyó de 52% a 50%. El número de estaciones en las que la reducción es menor que -50% también se observó reducida (de 20 a 14%).

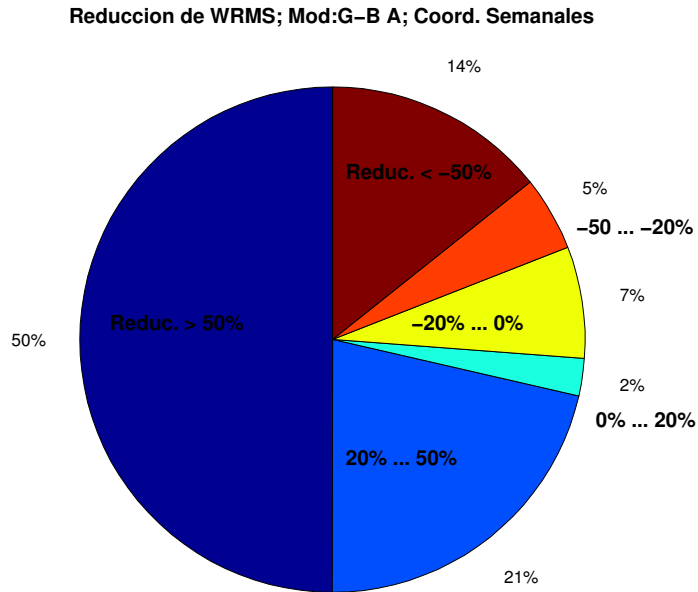


Figura 42: Reducción de WRMS entre la señal GPS y la señal (GPS-GRACE) en el caso de quitar la componente de largo período de las coordenadas verticales semanales.

A partir de los resultados presentados en este Capítulo se puede concluir que la componente de largo período parecería no estar asociada a las redistribuciones de masas sobre la superficie terrestre o al menos a las que se logran modelar utilizando datos de GRACE. Una conclusión importante de este resultado es que si se desea estimar valores del módulo de Young E a partir de modelar la respuesta reológica de la corteza y ajustar deformaciones verticales modeladas por la misión GRACE, se debería quitar este efecto a la variación de las coordenadas verticales. De lo contrario, se estaría sesgando el ajuste de los parámetros elásticos.

Es importante realizar un estudio profundo de la causa de esta componente de largo período observada con el objeto de poder realizar su modelado y reducción de una forma correcta.

Capítulo 5

MODELADO EMPÍRICO

5.1 MOTIVACIÓN

El método descrito en el capítulo anterior supone que las propiedades reológicas del material terrestre se modifican en forma radial y los diferentes modelos evaluados varían en cuanto a ubicación y cantidad de discontinuidades. Sin embargo, no consideran variaciones del comportamiento del material cortical lateral de las estructuras geológicas de la corteza terrestre.

La disposición original de los materiales que conforman la corteza terrestre es alterada por procesos endógenos, dependientes de la tectónica de placas, que generan estructuras geológicas diversas de diferentes escalas espaciales. La historia geológica de cada región de la Tierra, la temperatura y la presión a la que estuvieron sometidos los diferentes constituyentes, el contenido de agua de la roca, la edad de los materiales, entre otros factores, provocan diferentes comportamientos reológicos frente a esfuerzos externos.

En el presente Capítulo se analiza la posibilidad de usar una variante de esta metodología convencional, reemplazando las funciones de Green por una función paramétrica y exponencial que considere variaciones laterales de las propiedades elásticas del material cortical. Esta función ha sido introducida por primera vez por (87).

A continuación se describe la metodología de esta aproximación y se evalúa su potencial para modelar las deformaciones en América del Sur. Se investiga la posibilidad de que los parámetros hallados indiquen regionalidades en cuanto a comportamiento reológico de los materiales que subyacen las estaciones GNSS de medición continua evaluadas. Se utilizarán nuevamente datos de la misión espacial GRACE y series de tiempo GNSS de la red SIRGAS-CON para la región de Sudamérica.

5.2 METODOLOGÍA

La función de Green 4.21 es una aproximación matemática del comportamiento de los materiales en la región aledaña a un sitio en donde se aplican esfuerzos, que surge de satisfacer la ecuación de equilibrio dinámica de un cuerpo elástico, isótropo, homogéneo, gravitante y sus condiciones de borde (ver Capítulo 4). Es esperable que sobre el punto en donde se aplican las cargas, es decir $\theta = 0$, el desplazamiento sea el máximo y a medida que la distancia aumenta éste decaiga monotonamente hasta llegar a cero.

La función de Green depende de la distancia angular θ (ver ecuación 4.21) entre el punto P en donde se aplica la carga (φ', λ') y un punto Q en donde se estudia la deformación (φ, λ) . Para cada celda de carga fija, la misma será una función de la posición (φ, λ) :

$$G(\varphi, \lambda) = \frac{a}{m_T} \sum_{n=0}^{\infty} h_n P_n(\cos \theta(\varphi, \lambda)) \quad (5.1)$$

En el presente capítulo se utiliza siempre el modelo de Tierra PREM por ser uno de los más utilizados en la actualidad y se pueden comparar resultados/implicaciones. Además sus resultados son similares para $n < 200$ (ver sección 4.5). Por otra parte, se muestra que para la resolución espacial actual de los datos de las presiones superficiales, los diferentes modelos de Tierra no muestran diferencias en el cálculo de la deformación.

La aplicación de la función de Green en los problemas de las cargas requiere definir el grado n_{max} límite que se tomará en la sumatoria de la expresión 5.1. La precisión con la que se desee obtener $G(\varphi, \lambda)$ definirá el valor de n_{max} óptimo. En la figura 43 se encuentra representada la función de Green para 4 casos diferentes de n_{max} variando la distancia angular respecto del punto en donde se aplican las presiones hasta 10° . El comportamiento oscilatorio del decaimiento depende del truncamiento realizado. A medida que se toman n_{max} mayores, este comportamiento oscilatorio se hará cada vez más pequeño.

Una forma de evitar este problema, denominado efecto de Gibbs, ha sido explicado en el capítulo anterior y consiste en utilizar la transformación de Kummer y luego un *factor de disco* para acelerar la convergencia. A partir de este procedimiento es posible hallar la función de Green dependiente de la distancia θ a la carga como se muestra en la figura 32.

Tanto en la figura 43 como en la figura 44 se observa un comportamiento (en valor absoluto) decreciente similar a una función exponencial con argumento negativo. Esto indica que cerca del sitio en donde se aplica el esfuerzo, la deformación es grande; cercano a los

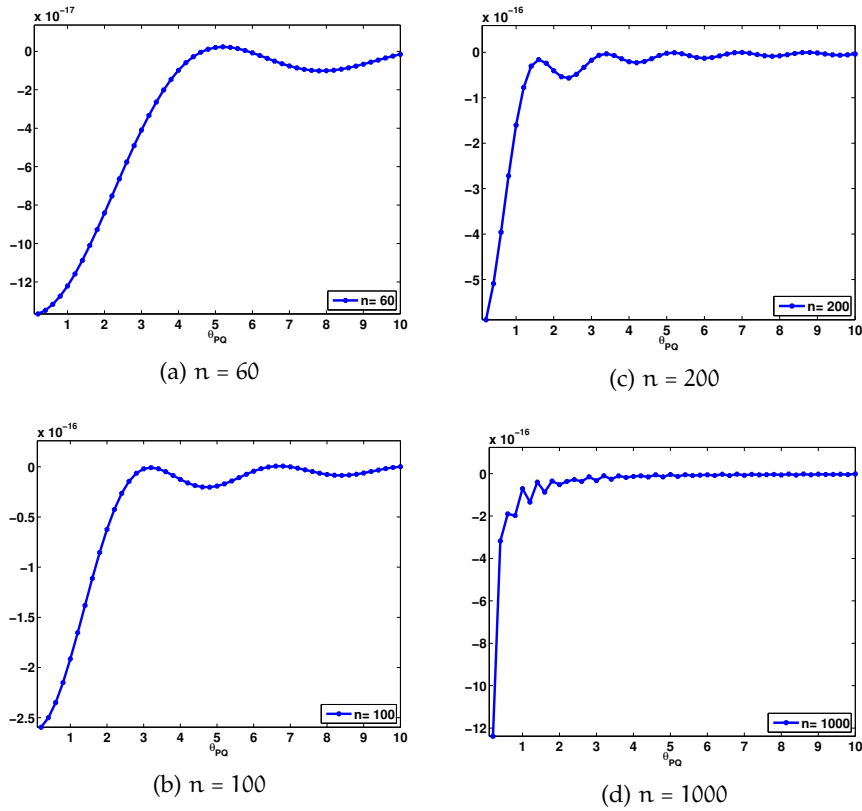


Figura 43: Función de Green para diferentes n_{max}

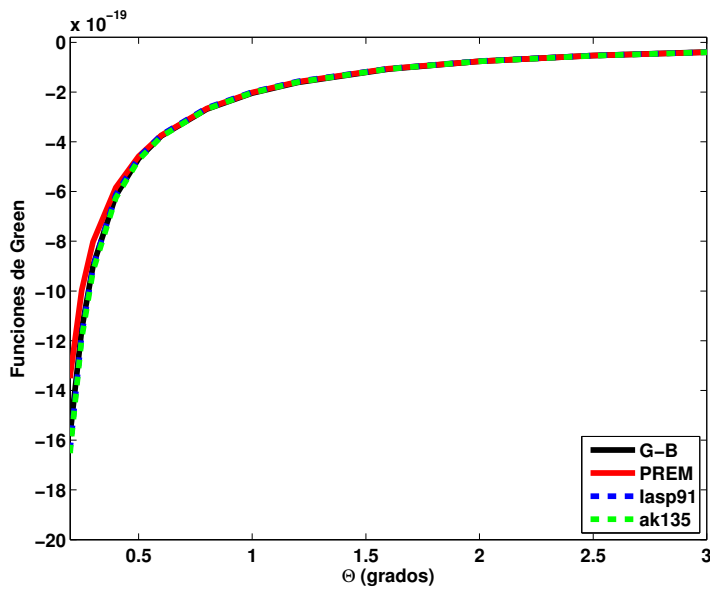


Figura 44: Función de Green para diferentes modelos de Tierra.

3° la deformación es al menos un orden de magnitud menor que la observada sobre la carga. Dicho comportamiento motivó a plantear la posibilidad de reemplazar la función de Green por una aproximación

exponencial dependiente del sitio en el que se calcula la deformación de forma tal de poder estudiar regiones con comportamientos reológicos diferentes. Así, la función que gobierna la respuesta del material de la corteza puede expresarse como sigue:

$$F(\theta_{PQ}) = 10^{-17} a \exp^{-b\theta_{PQ}}, \quad (5.2)$$

en donde los parámetros a y b reflejarán las diferentes respuestas del material cortical. Este procedimiento fue propuesto por primera vez por (87). Dichos autores utilizaron la función de Green 4.21 y los números de Love hasta grado 2000 (consideraron truncamiento) basados en el modelo de Tierra PREM y ajustaron una función exponencial de la forma 5.2 (ver figura 45) .

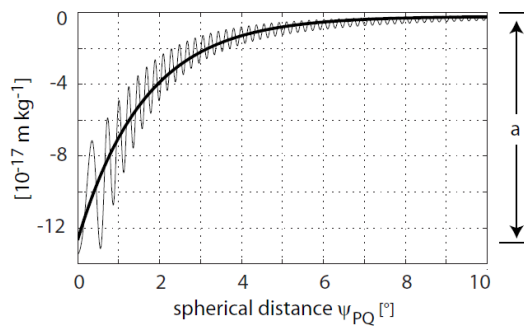


Figura 45: Función de Green extraída de (87) y función exponencial ajustada en donde $a = -12,5$ y $b = -35$.

El parámetro a es proporcional a la ordenada al origen de la curva, se expresa en unidades de m/kg y proporciona una medida del desplazamiento vertical con el que respondería una celda de un metro cuadrado de superficie, localizada en el punto en donde se aplica una carga de $1kg$. Este parámetro se encuentra estrechamente vinculado con el módulo de Young, como se analiza en el próximo capítulo. El parámetro b , adimensional, está vinculado con el decaimiento de la curva y determina la rapidez con que decae la influencia que reciben las celdas aledañas al punto afectado por una carga.

Al reemplazar esta función por la función de Green, los desplazamientos verticales se modelan mediante la siguiente función:

$$u(\varphi, \lambda) = 10^{-17} \sum_{k/\theta_{PQ} < R} q_{Q_k} A_{Q_k} a \exp^{-b\theta_{PQ}}, \quad (5.3)$$

en donde A_{Q_k} representa el área de la celda k ubicada en el punto Q_k y depende de la resolución espacial de los datos de carga (ver esquema en la figura 46); q_{Q_k} es la carga superficial por unidad de área para el punto Q_k la cual tiene unidades de $[kg/m^2]$ y está dada por 4.28. La sumatoria debe contemplar todas aquellas celdas dentro de un radio R que afecten la deformación observada en P .

El método ha sido evaluado para la misma región bajo estudio en el Capítulo 4, la región del Amazonas, en donde se pueden observar las mayores variaciones temporales de las deformaciones verticales. Estas deformaciones serían generadas por la variación temporal de los caudales del río Amazonas y sus afluentes (69, 97).

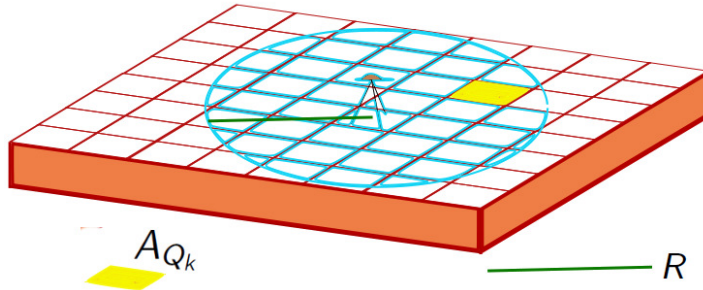


Figura 46: Esquema del problema.

Para caracterizar este problema, al igual que en el modelo del capítulo anterior, se debe estimar tanto las deformaciones verticales del terreno como las variaciones temporales de las cargas que afectan la región aledaña a cada una de las estaciones seleccionadas.

En cuanto a las variaciones espacio-temporales de las cargas se tomaron las variaciones temporales de los coeficientes armónicos esféricos de la misión satelital GRACE y mediante un análisis detallado de los mismos, se estimaron grillas semanales de altura de agua equivalente (EWH) que luego se convirtieron a grillas semanales de variaciones de presión (ver Capítulo 3).

A partir de los parámetros estimados, se calculan las deformaciones verticales semanales modeladas para luego compararlas con los desplazamientos observados en las estaciones GPS seleccionadas como se explicará detalladamente en las siguientes secciones.

5.2.1 Linealización del problema

Para estimar valores numéricos de los parámetros a y b en un punto de la superficie terrestre, se linealizó la ecuación 5.3 llevándola a una expresión de la forma $Ax = L + v$ y luego se aplicó un ajuste mediante el método de mínimos cuadrados, en forma iterativa, suponiendo valores iniciales de los parámetros, a_0 y b_0 .

Para llevar a cabo dicha linealización se tomaron como observaciones los movimientos verticales en cada estación GPS, $u(\varphi, \lambda)$, y los valores de las cargas, q_k , aplicadas a cada celda de área A_k situada a una distancia θ_k de la estación.

Se utilizó un desarrollo en serie de Taylor hasta primer orden de la función $u(a, b)$ centrado en (a_0, b_0) :

$$u(a, b) \approx u(a_0, b_0) + (a - a_0) \left[\frac{\partial u}{\partial a} \right]_{(a_0, b_0)} + (b - b_0) \left[\frac{\partial u}{\partial b} \right]_{(a_0, b_0)} \quad (5.4)$$

Para construir la ecuación 5.4 se derivó la ecuación 5.3 respecto a ambos parámetros, considerando que: (i) los parámetros a y b se mantienen constantes para cada sitio evaluado, y (ii) el área A de cada celda involucrada en la sumatoria es igual en un entorno del sitio; Así se obtuvo a la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} u(a, b) \approx & 10^{-17} a_0 A \sum_{k \varphi_k < R} q_k \exp^{-b_0 \varphi_k} \\ & + (a - a_0) 10^{-17} A \sum_{k \varphi_k < R} q_k \exp^{-b_0 \varphi_k} \\ & - (b - b_0) 10^{-17} a_0 A \sum_{k \varphi_k < R} q_k \varphi_k \exp^{-b_0 \varphi_k}. \end{aligned} \quad (5.5)$$

La diferencia entre el desplazamiento observado (u) y el aproximado inicial (u_0) es el siguiente:

$$\begin{aligned} u(a, b) - u_0 \approx & (a - a_0) 10^{-17} A \sum_{k \varphi_k < R} q_k \exp^{-b_0 \varphi_k} \\ & - (b - b_0) 10^{-17} a_0 A \sum_{k \varphi_k < R} q_k \varphi_k \exp^{-b_0 \varphi_k}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Si se define

$$d_a = 10^{-17} A \sum_{k \varphi_k < R} q_k \exp^{-b_0 \varphi_k}; \quad d_b = 10^{-17} a_0 A \sum_{k \varphi_k < R} q_k \varphi_k \exp^{-b_0 \varphi_k}, \quad (5.7)$$

y se reemplaza en la ecuación anterior, se obtiene:

$$u - u_0 \approx (a - a_0) d_a - (b - b_0) d_b, \quad (5.8)$$

o en forma matricial,

$$u - u_0 \approx \begin{bmatrix} a - a_0 \\ b - b_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} d_a & d_b \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

La última ecuación toma un valor diferente de u , d_a y d_b para cada época considerada. Denominando $l_i = u_i - u_{0i}$ a la diferencia entre la observación de la componente vertical y su valor aproximado para la época i , al tomar el intervalo temporal completo de n épocas se construirá un sistema de n ecuaciones de la forma:

$$\begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} a - a_0 \\ b - b_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} d_{a1} & d_{b1} \\ d_{a2} & d_{b2} \\ \vdots & \vdots \\ d_{an} & d_{bn} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Considerando como v al error entre la observación y el modelo lineal, se llega a una ecuación lineal de la forma $L + v = A \cdot x$ como sigue:

$$L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} d_{a1} & d_{b1} \\ d_{a2} & d_{b2} \\ \vdots & \vdots \\ d_{an} & d_{bn} \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} a - a_0 \\ b - b_0 \end{bmatrix}$$

en donde $L[n \times 1]$ es la diferencia entre lo observado y lo modelado, $A[n \times 2]$ representa la matriz de las derivadas parciales y $x[2 \times 1]$ son las incógnitas.

La ecuación 5.11

$$L + v = A \cdot x \quad (5.11)$$

es conocida como ecuación de mínimos cuadrados. Si $x \neq 0$ es el vector solución mínimos cuadrados del sistema lineal, la solución se obtiene mediante la expresión:

$$x = (A^t * A)^{-1} * A^t y \quad (5.12)$$

siempre y cuando el número de condicionamiento de la matriz A sea chico para que el sistema sea estable.

Como aproximación inicial para los parámetros a y b se tomaron los valores obtenidos por (87) al ajustar una función exponencial a las funciones de Green, es decir, se tomaron $a_0 = -12,5$ y $b_0 = -35$.

5.2.2 Area de las celdas

El área de cada una de las celdas involucradas en la sumatoria de la ecuación 5.3 depende de la resolución espacial adoptada en el cálculo de la carga hidrológica observada por GRACE. En esta Tesis, se adoptó una resolución de $0,5^\circ \times 0,5^\circ$ por lo que el área de cada celda k es:

$$A_k = S_{k1} \times S_{k2},$$

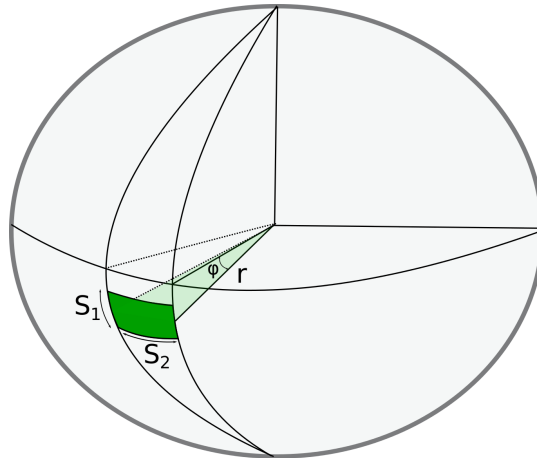


Figura 47: Área de una celda

siendo S_{k1} y S_{k2} (representadas en la figura 54 como S_1 y S_2 , respectivamente) las longitudes de arco en dirección latitudinal y longitudinal, respectivamente, determinadas en forma aproximada por

$$S_{k1} = R_T \times 0,5^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ},$$

$$S_{k2} = R_T \cos\left(\varphi \times \frac{\pi}{180^\circ}\right) \times 0,5^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ},$$

En el sistema métrico mks, el área de cada celda será entonces,

$$\begin{aligned} A_k &= \left(R_T \times 0,5^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}\right)^2 \cos\left(\varphi \times \frac{\pi}{180^\circ}\right) \\ &\approx 3,091 \times 10^9 \cos\left(\varphi \times \frac{\pi}{180^\circ}\right) [\text{m}^2] \end{aligned} \quad (5.13)$$

Una simplificación considerada para el cálculo de los parámetros consistió en suponer que todas las celdas cercanas al punto en donde se quiere conocer la deformación tienen el mismo valor de área. Esta consideración se tomó debido a que para la región considerada, cercana al Ecuador terrestre, el apartamiento en una distancia de 5 grados en latitud, por ejemplo, implica un error menor al 1% en el cálculo del área (ver figura 48).

5.2.3 Ajuste de los parámetros

Como se mencionó con anterioridad, si la matriz A en la ecuación 5.11 es bien condicionada, se pueden hallar las sucesivas soluciones por medio de la expresión 5.12 que convergirán a un valor de a y b tal que haga mínima la suma de los cuadrados de las diferencias

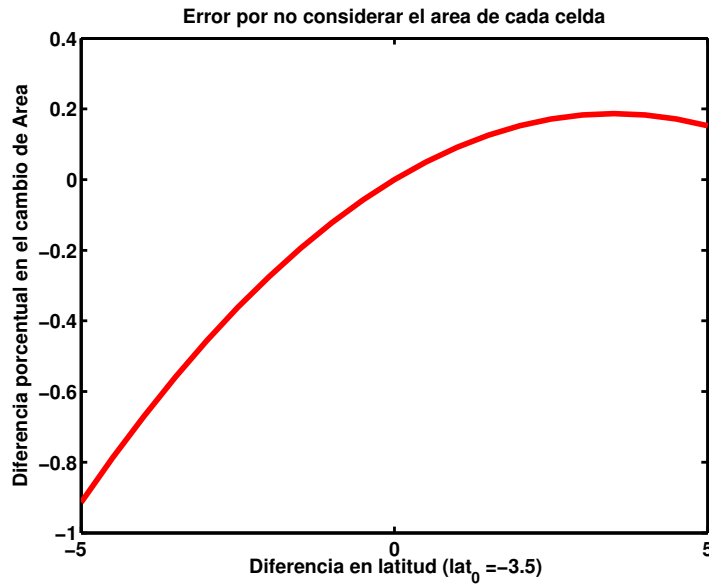


Figura 48: Error al simplificar el cálculo del área cuando $\text{lat} = -3,5^\circ$

entre las observaciones y el desplazamiento vertical calculado con el modelo.

En el caso en que la matriz A no se encuentre bien condicionada, pero se conozca a priori los intervalos posibles de valores que pueden tomar los parámetros a ajustar, se puede aplicar un proceso similar al método de mínimos cuadrados. Este método consiste en reemplazar la minimización tradicional 5.12 por una en la se utilizan pesos proporcionales a la inversa de la varianza de las variables $1/\sigma_i^2$:

$$x = \left(A^t * A + \begin{bmatrix} 1/\sigma_a^2 & 0 \\ 0 & 1/\sigma_b^2 \end{bmatrix} \right) A^t y \quad (5.14)$$

Esta metodología condiciona los valores estimados de los parámetros y contribuye a estabilizar su resolución.

Una vez hallada x , se encuentran valores más exactos de los parámetros para cada estación:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix} + x \quad (5.15)$$

estos valores pueden ser utilizados nuevamente como valores iniciales y así en forma iterativa estimar los valores de los parámetros que minimizen el residuo entre los desplazamientos observados y los calculados por el modelo.

5.3 ANÁLISIS DE LOS DATOS Y RESULTADOS

5.3.1 *Comparaciones entre variaciones de EWH y de las coordenadas ajustadas semanalmente*

El primer análisis cualitativo de las estaciones seleccionadas realizado consistió en comparar los valores de altura de agua equivalente (EWH) estimados en la celda más cercana para cada estación GPS y los desplazamientos verticales observados en dicha estación.

El procesamiento seguido para las coordenadas verticales de las 42 estaciones seleccionadas en la presente Tesis fue el siguiente:

- Se tomaron las coordenadas ajustadas semanalmente al marco de referencia IGS actual a la época de la observación determinados por los centros de procesamiento de la red SIRGAS-CON entre 2002 y 2014, coincidente con el intervalo de datos GRACE disponibles.
- Por medio de la transformada de Fourier se convirtió la señal al dominio de las frecuencias y se redujo la información para frecuencias menores que 4 meses asociado con errores de medición, efectos locales de corto plazo incapaces de ser observados por GRACE (ver sección 2.6 para más detalle de el procedimiento).
- Se removió el contenido de frecuencias asociado con efectos de largo período explicado detalladamente en Capítulos 3 y 4.
- Se removió la tendencia lineal de las variaciones asociadas con el movimiento tectónico de la región de estudio.

A partir de las variaciones estimadas de EWH en la presente Tesis (ver procedimiento en Capítulo 3) se efectuó el siguiente preprocesamiento:

- Para cada estación se buscaron las celdas aledañas que podrían influenciar y generar un desplazamiento en el sitio. Se eligieron todas las celdas cuyo nodo estuviera situado a una distancia angular menor que 3° . La razón de esta elección se debe a la caída brusca de la función de Green mostrada en la figura 32 y el trabajo (11). Dicho trabajo muestra el decaimiento de la influencia de las cargas estimadas a partir de un modelo hidrológico en la estimación de las deformaciones verticales del terreno.
- Para cada celda seleccionada se consieró la serie de valores mensuales de EWH y se interpolaron para obtener valores semanales y así poder compararlos con los valores semanales de las deformaciones verticales. Esto es posible debido a que las variaciones de EWH estimadas por la misión son suaves (ver figura

25) por lo que su valor interpolado no debería diferir substancialmente al observado.

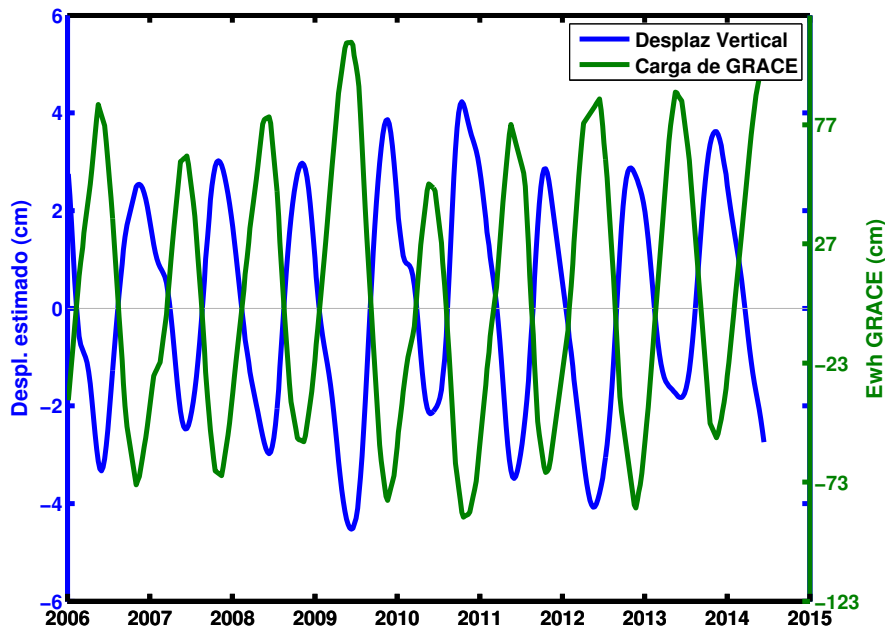


Figura 49: Comparación entre desplazamiento vertical y EWH para NAUS. Nótese que cuando el caudal crece, el terreno experimenta una presión y así EWH decrece.

Es esperable que cuando el caudal hídrico crece, el terreno sea sometido a una presión mayor, lo que conducirá a observar una coordenada vertical menor que la coordenada media. En la figura 49 se puede observar ambas señales superpuestas para el sitio GPS NAUS (Brasil). La línea continua azul representa las variaciones estimadas de la componente vertical de la coordenada de la estación GPS, en metros, y la línea continua verde, la variación estimada de EWH en centímetros para el mismo punto. Esta estación se toma en cuenta para comparación en esta Tesis ya que se caracteriza por ser la estación GPS de monitoreo continuo que observa las mayores amplitudes verticales del mundo (11). La coordenada vertical sufre una variación anual de 5 a 8 cm. En el caso de la EWH, se ha estimado una amplitud anual de 80 cm.

5.3.1.1 Coeficientes de correlación entre las señales de carga y deformación

El coeficiente de correlación representa una medida estadística ideal para comparar una oposición o consistencia en las señales estudiadas. Un valor negativo del coeficiente indica que si una señal crece en magnitud, la otra decrece y viceversa por lo que cuanto más opuesto sea el comportamiento entre ellas, más cercano a -1 será dicho parámetro. Así, se calculó el coeficiente de correlación entre la señal de

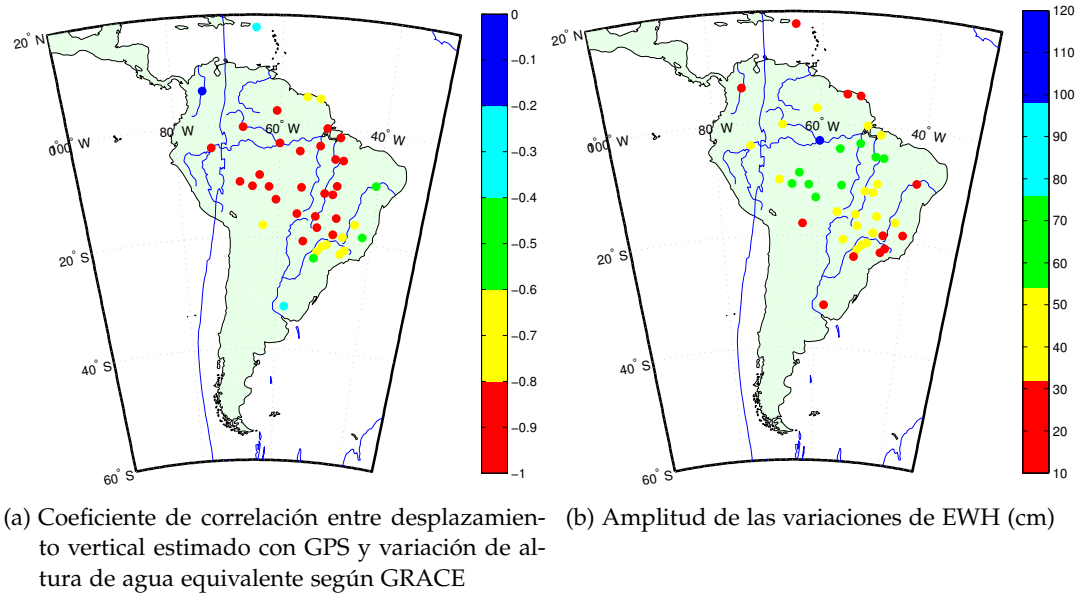


Figura 50

variación vertical de la coordenada y la de altura de agua equivalente para las 42 estaciones seleccionadas de la red 5.3.2.

En el mapa de la figura 50a se encuentran representados los valores del coeficiente de correlación para las estaciones seleccionadas, en diferentes colores. Para las estaciones situadas sobre la cuenca de Amazonas, el coeficiente de correlación varía entre -0.8 y -1 (puntos rojos) indicando un desfase cercano a 180° entre ambas señales. A medida que la distancia a la cuenca aumenta los valores del coeficiente van disminuyendo en magnitud, es decir, acercándose a cero (sitios en color verde, celeste y azul). Los puntos amarillos representan valores del coeficiente entre -0.6 y -0.8 , los verdes variaciones entre -0.4 y -0.6 y los azules y celestes indican estaciones cuya correlación fue mayor que -0.4 . La mala correlación de las estaciones alejadas de la cuenca pueden deberse a que las amplitudes de las deformaciones verticales son muy pequeñas (variaciones anuales inferiores a 2 cm) o a que los valores de altura de agua equivalente lo sean.

En la imagen 50b se representan las amplitudes de las variaciones de la altura de agua equivalente (EWH) para los sitios GPS. Las mismas varían entre 10 cm y 110 cm. Se observa que para las estaciones con mala correlación, las amplitudes observadas son pequeñas.

Para las 42 estaciones seleccionadas, se estimaron valores para los parámetros a y b a partir de aplicar el método de inversión basado en el ajuste de mínimos cuadrados iterativo que se detalló en la sección anterior. Se define como valores sigmas de los parámetros a

priori $\sigma_a = 20$ y $\sigma_b = 30$ en base a las variaciones globales observadas por (87). Los valores de los parámetros a y b estimados serán más confiables para aquellos sitios con fuerte anticorrelación.

5.3.2 Resultados

En el cuadro 4 se muestran los valores hallados para los parámetros a y b para cada estación mostrada en la figura y las amplitudes estimadas de las variaciones de EWH.

Por otra parte, se superpusieron las funciones empíricas que surgen como resultado de utilizar cada uno de los parámetros hallados, junto a la función inicial según por (87) y la función de Green con $n_{max} = 2000$ y para el modelo PREM. En la figura 54 la curva variable negra representa la función de Green, la línea roja gruesa simboliza la función paramétrica inicial según (87) y en líneas de colores finas las diferentes funciones paramétricas que surgen de reemplazar los valores a y b hallados. Se detectaron valores ajustados discordantes correspondientes a la estación BERR, los cuales se pueden ver tanto en las curvas de las funciones paramétricas mostradas en la figura 54 como en los valores de los parámetros a y b de la tabla ???. La causa de este mal ajuste se debería a la baja variabilidad observada en ambas señales (GRACE y GPS) observada en el coeficiente de correlación superior a $-0,2$ y en la baja amplitud de variación de EWH (inferior a 30 cm).

Cuadro 4

Estación GNSS	b	a	Coef. Corr
	[kg/m ²]		
NAUS	-33.93	-11.31	-0.96
PAIT	-30.52	-13.29	-0.93
MABA	-31.70	-12.45	-0.94
PAAT	-32.10	-12.18	-0.97
ROGM	-30.69	-13.21	-0.88
SAGA	-31.18	-12.81	-0.88
MSCG	-31.17	-12.61	-0.89
TOGU	-35.23	-9.77	-0.93
POVE	-28.20	-14.21	-0.92
MTSF	-35.96	-8.93	-0.93
TOPL	-34.28	-10.52	-0.85
UBER	-29.66	-13.89	-0.79
BOAV	-34.44	-8.72	-0.83
MTCO	-27.96	-14.61	-0.87
MCLA	-30.99	-13.04	-0.67

Continúa en la página siguiente

Cuadro 4 – continúa de la página anterior			
Estación GNSS	b	a	Coef. Corr
	[kg/m ²]		
IMPZ	-28.89	-14.19	-0.90
MGRP	-35.00	-10.00	-0.75
ROCD	-31.10	-12.90	-0.85
IQUI	-36.54	-8.85	-0.87
ROJI	-26.81	-15.24	-0.85
MGUB	-33.92	-10.80	-0.86
BRAZ	-31.64	-12.45	-0.85
SPAR	-32.30	-11.94	-0.78
CUIB	-26.62	-15.75	-0.85
RIOB	-27.53	-15.24	-0.84
SJRP	-32.69	-11.62	-0.77
CRO1	-38.36	-6.97	-0.37
MTBA	-32.25	-12.04	-0.91
MAPA	-26.62	-15.73	-0.93
GVAL	-24.09	-17.19	-0.50
MGVA	-35.37	-9.80	-0.74
UYPA	-27.27	-15.36	-0.32
SRZN	-36.72	-8.31	-0.76
PPTTE	-25.93	-16.04	-0.70
PRMA	-21.98	-18.03	-0.51
GOJA	-28.53	-14.52	-0.82
PEPE	-31.71	-12.32	-0.60
KOUR	-31.18	-12.66	-0.61
MGIN	-32.20	-11.85	-0.72
BERR	-9.12	-22.45	-0.14
SCRZ	-31.09	-12.76	-0.65
BELE	-29.12	-14.16	-0.90

A partir de las funciones paramétricas ajustadas, se estimaron las deformaciones verticales para cada estación y se comparó nuevamente con las variaciones suavizadas estimadas.

En la figura 52 se puede ver el resultado obtenido para las 6 estaciones seleccionadas los capítulos anteriores (NAUS, PAAT, POVE, BOAV, IMPZ y BELE). Nuevamente, los puntos rojos simbolizan las variaciones de coordenadas estimadas para cada semana en donde se redujeron las componentes de largo período; las curvas negras simbolizan las variaciones suavizadas ya explicadas con anterioridad y las curvas azules los valores nuevos estimados a partir de la función paramétrica. Se percibe que las estimaciones son capaces de modelar los cambios en los comportamientos anuales causados por efectos

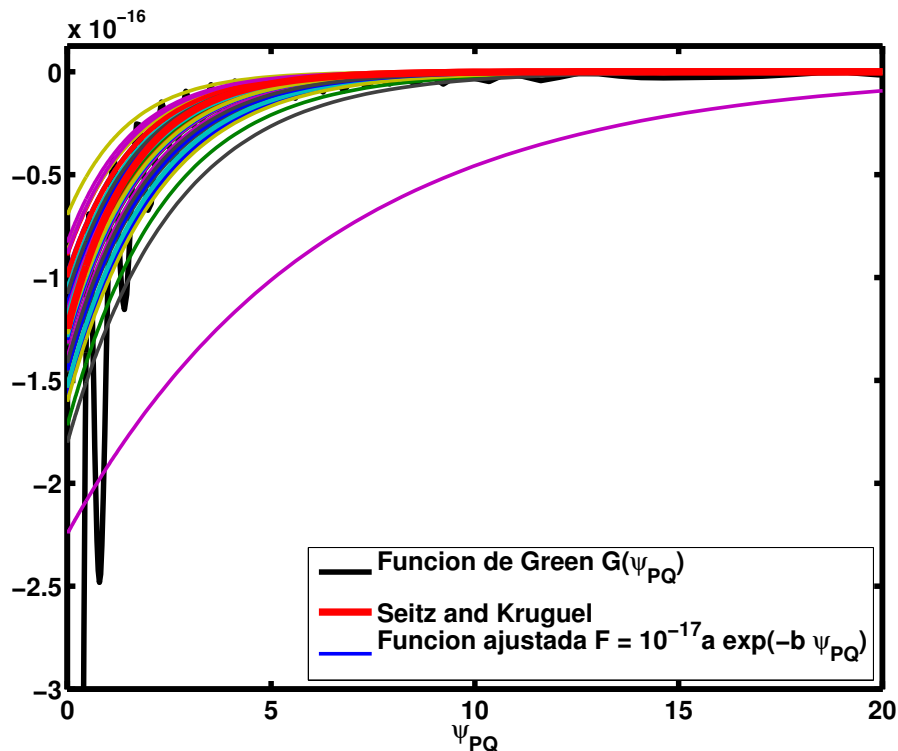


Figura 51: Comparación entre las funciones de peso.

climáticos. Se observan algunas discrepancias en los picos máximos (ver, por ejemplo, figura 52 (a) entre los años 2009 y 2012) pero se entiende que son causados porque se comparan series estimadas a partir de datos con diferente resolución (GPS son valores puntuales; GRACE son valores medios para celdas de $0,5^\circ \times 0,5^\circ$).

Además, es importante notar que la estación BOAV, situada en Brasil, observa variaciones en las coordenadas que difieren de un comportamiento armónico y, sin embargo, se logran modelar los rasgos principales de la deformación vertical que sufre el sitio.

La figura 53 está compuesta por 4 gráficas que resumen los resultados del modelado paramétrico. Se entenderá que cuando se mencionen amplitudes de las coordenadas o de la altura de agua equivalente (EWH) se refiere en realidad a amplitudes de **variaciones temporales** de las mismas; sin embargo se omitirá para evitar redundancia.

La imagen 53a se compone de dos gráficos de barra: el gráfico superior muestra las amplitudes anuales de la altura de agua equivalente [cm] estimadas en cada estación, ordenadas según las amplitudes de la coordenada GPS. En el gráfico inferior se representa el porcentaje de reducción de los desvíos de las coordenadas en el caso en que se redujera de la señal GPS el efecto estimado de las cargas superficiales. Se hace notar que en general las amplitudes de las coordenadas están vinculadas a las de EWH aunque hay algunas excepciones co-

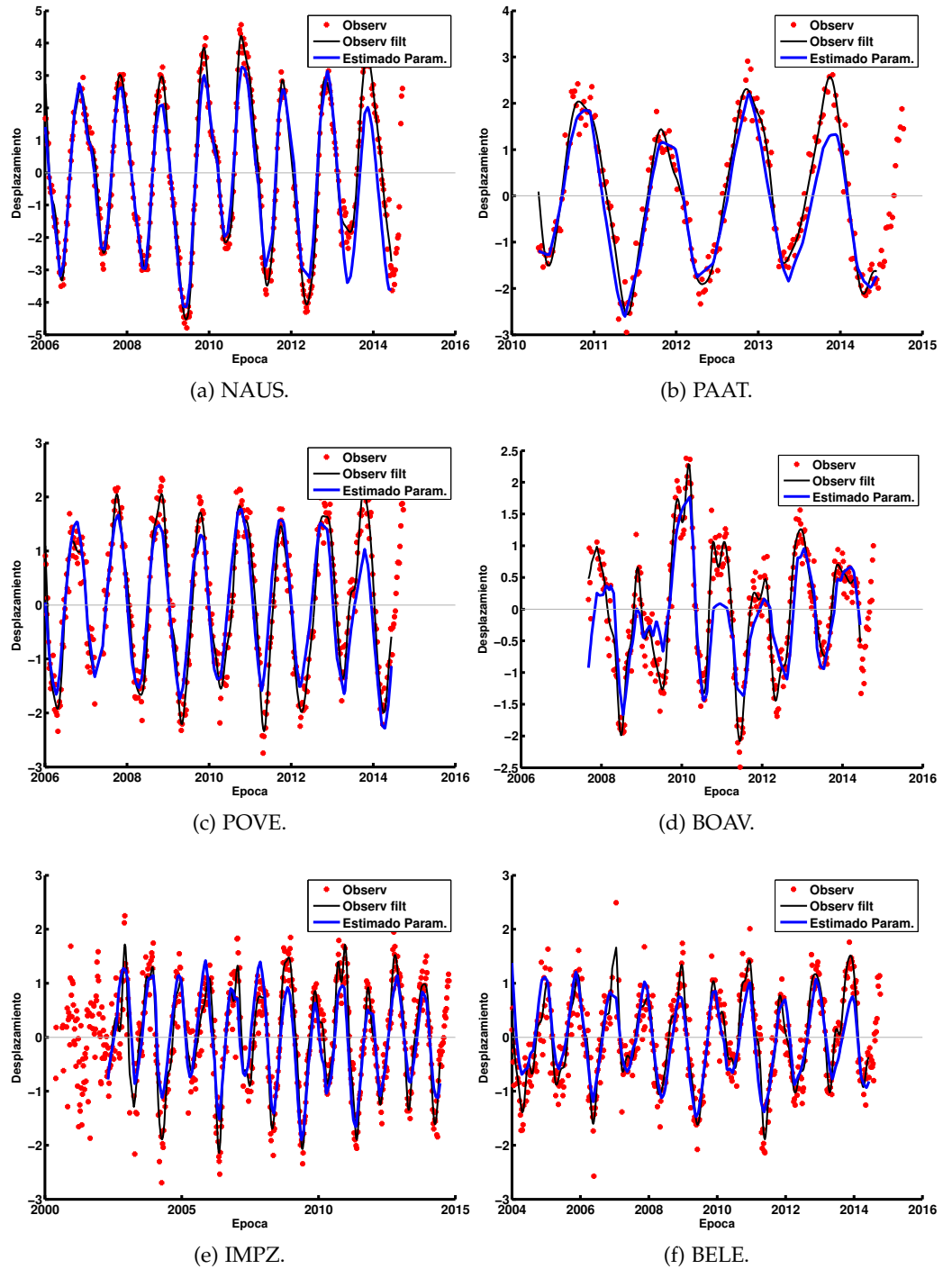


Figura 52: Desplazamientos verticales en la zona central de Sudamérica estimados a partir de una función paramétrica (cm).

mo el caso de la estación BELE (ver gráfico de barras azules) donde la amplitud de EWH es grande a pesar de que las coordenadas no lo manifiestan. En el gráfico inferior de 53a los colores indican el intervalo de la reducción porcentual tal como se hizo con el modelado clásico en el Capítulo 5 y los colores elegidos, se corresponden. Se ob-

ciales. Este sería un parámetro similar al del gráfico de barra superior pero en este caso se muestra una distribución espacial para observar su comportamiento con respecto a las cercanías a la región del Amazonas. Los puntos azules simbolizan las estaciones con reducciones de la amplitud de más de un 60 % (NAUS y MABA); en celeste se representan aquellas estaciones con reducciones entre un 40 y un 60 %; en verde, aquellas con reducciones entre un 20 y un 40 %; en rosa, las que disminuyen en menos de un 20 % y en rojo, se simbolizan estaciones en donde las variaciones aumentaron en magnitud en vez de disminuir. Las estaciones con problemas (círculos rojos) son las estaciones más alejadas (BERR y UYPA) en donde los efectos de carga superficial pueden confundirse con el error de la medición o de los modelos, por las causas ya mencionadas. Se observa que para la mayoría de las estaciones se logró minimizar en al menos un 20 % la amplitud de las variaciones. Para el caso de la estación NAUS, en donde se observan amplitudes anuales mayores a 4,5 cm por efecto de las cargas superficiales, se logró disminuir a 1,7 cm. Se detecta una trama de estaciones representadas con color celeste (reducción mayor que 40 %) en dirección norte-sur que cruzan el territorio brasilero, situadas en los límites de la cuenca amazónica, que parecerían acompañar los ríos que corren en esa dirección y las cuales se encuentran rodeadas por estaciones con reducciones menores. La causa de esto puede deberse o a un efecto del aumento de las cargas locales o a una anomalía de la respuesta física de la corteza que se analiza en el próximo capítulo.

La figura 53c es similar a la figura tal en donde se muestra la reducción del residuo en un gráfico separado por intervalos y en el exterior se representa el porcentaje de estaciones que experimentaron cada reducción. No se observaron reducciones de los residuos en más de un 80 % para ninguna estación, por lo que no se encuentra representada en el gráfico. Se encontró que para un 19 % de las estaciones el residuo disminuyó en más de un 60 % (región azul); para un 36 % de ellas, el decrecimiento varió entre un 40 y un 60 % (celeste), lo que indica que para un 55 % de las estaciones (azul+ celeste) la reducción del residuo fue más de un 40 % y, para un 45 % de ellas fue menor que 20 % (amarillo + marrón). Se observa un aumento del porcentaje de estaciones modeladas en más de un 40 % respecto del método clásico de Farrell (55 % respecto a un 50 %) y una consiguiente disminución de la cantidad de estaciones con reducciones inferiores.

Respecto de la reducción del WRMS (explicado en sección ??), la figura 54 muestra el resultado obtenido al utilizar el modelo empírico. El gráfico se encuentra fragmentado en 6 (de los cuales uno no se observa por que la cantidad de estaciones que satisfacía la condición era nula). En azul, celeste y verde se representan estaciones cuyos WRMS disminuyeron al reducir el efecto de la carga y en naranja y bordo, se representa la fracción de estaciones que no se lograron

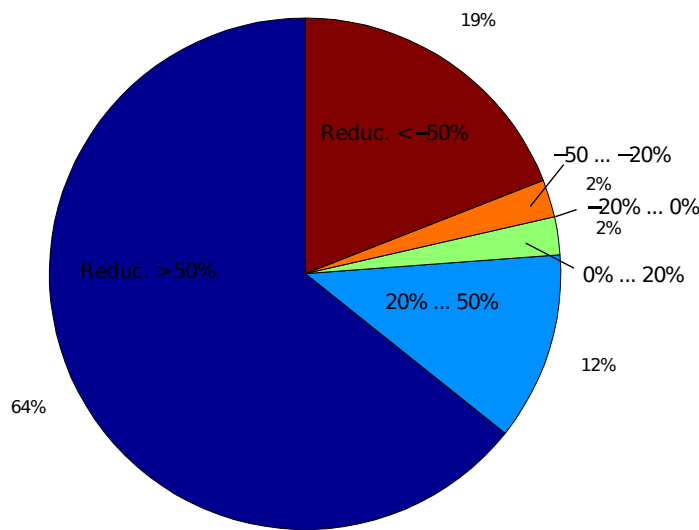


Figura 54: Reducción del WRMS para el modelo empírico.

modelar. Se observa un aumento significativo de las estaciones que lograron reducir su WRMS en más de un 50 % respecto del modelo clásico (64 % respecto de 50 %). La cantidad de estaciones en las que el WRMS no se redujo decreció significativamente (21 % respecto de 26 %). En cuanto a la cantidad de estaciones en las que el valor de WRMS decreció entre un 20 % y un 50 % se encontró una disminución de 21 a 12 % quizás por que para alguna de esas estaciones en este caso, la reducción aumentó y paso a comprender la región azul.

5.3.3 Conclusiones finales del capítulo

En el presente capítulo se ha presentado un método empírico para modelar las variaciones de la corteza terrestre producto de las redistribuciones de masas que presionan la superficie.

El objetivo del mismo consistió en analizar si existen variaciones locales y laterales de la reología que no puedan ser consideradas por el modelado clásico. La desventaja que tiene este método es que es un modelado empírico, por lo que no tiene significado físico. A pesar de ello, dicho modelo ha mostrado en forma contundente que:

- Es posible modelar las deformaciones geométricas de la corteza a partir de la misión GRACE.
- Existen variaciones laterales del comportamiento reológico que provocan que la respuesta de la corteza frente a la carga se aparte de aquel gobernado por la función de Green y los números de Love de carga estimados a partir de los modelos SNREI. De

ser posible la estimación de tales variaciones, se lograría un modelo superior al clásico que, a pesar que sus fundamentos fueron desarrollados en 1972, actualmente es utilizado por la gran mayoría de la comunidad científica abocada a este tema (transformación de modelos numéricos climáticos a deformaciones, modelos de cargas oceánicas, modelos de efectos atmosféricos, entre otros).

- Las variaciones verticales observadas en las estaciones GPS son causadas por variaciones de las presiones superficiales.

Capítulo 6

MODELADO ANALÍTICO

6.1 MOTIVACIÓN

El problema de las cargas aplicadas sobre un semiespacio elástico cartesiano está asociado con los estudios de (19) quien mostró que las componentes del desplazamiento y esfuerzo en cualquier punto del semiespacio pueden ser expresados en términos de las derivadas espaciales de las funciones elásticas del potencial de gravedad.

Muchos autores han contribuido a esta área de la teoría de la elasticidad al hallar expresiones específicas para las deformaciones producidas en respuesta a distribuciones de cargas superficiales de diferentes formas. (66) presentó el problema de una carga uniforme aplicada en una superficie de área rectangular y halló una expresión para el campo de esfuerzos dentro del semiespacio usando el método del potencial de Boussinesq. Por otro lado, (8) retomaron este problema y hallaron expresiones para el campo de desplazamientos producidos por esta carga uniforme aplicada en un área rectangular. Resolviendo este problema estos autores brindaron las bases para modelar cargas superficiales arbitrarias aplicadas a un semiespacio elástico.

Estos desarrollos son principalmente útiles cuando se cuenta con modelos globales que brindan valores de densidad de presión superficial constante para celdas rectangulares.

Las variaciones verticales de mayor amplitud observadas en las estaciones de monitoreo continuo GPS se encuentran asociadas a períodos de tiempo anuales y semianuales que se vinculan a cambios locales, los cuales tienen una escala espacial relativamente pequeña respecto del radio terrestre. Esto permite que el problema pueda ser tratado con buena aproximación en un marco de referencia cartesiano.

En el presente Capítulo se investigará el modelado de la respuesta cortical a partir de la **suposición que la corteza terrestre es un semiespacio**. La gran ventaja de esta metodología consiste en la posibilidad de estimar Módulos de Young (E) locales que representen la respuesta media de la corteza cercana al sitio estudiado. A pesar de que actualmente se cuentan con estimaciones de E regionales me-

diante el modelo Crust 1.0, el mismo se brinda diferenciado en capas, y cada capa toma valores muy diferentes por lo que es difícil comprender como responde realmente la superficie terrestre frente a los esfuerzos superficiales, es decir, cómo incide cada una de las capas que componen la corteza a la deformación superficial.

Se utilizarán los desarrollos matemáticos descriptos por (8) y se hallará una expresión para las variaciones del desplazamiento vertical en función de los parámetros elásticos módulo de Young E y módulo de Poisson ν , ambos característicos del comportamiento del material, y una función geométrica dependiente de la geometría del área rectangular donde se aplica cada elemento de presión. Luego, se hará uso de la expresión hallada para estimar valores de E en cada sitio GPS de los seleccionados. A partir de los valores de E estimados, se calcularán variaciones de los desplazamientos verticales para cada sitio y se compararán con los resultados de los capítulos previos.

6.2 PLANTEO DEL PROBLEMA

Se consideran los desplazamientos generados por una carga uniforme, p , que actúa sobre una región rectangular descrita por $-a \leq x \leq a$, $-b \leq y \leq b$ en una superficie ($z = 0$) o en un sólido semiinfinito (Figura 55). Si z se considera positivo hacia abajo, para los puntos dentro del sólido $z > 0$. Siguiendo los trabajos de (66) y (8), se elige (x, y, z) como las coordenadas de un punto dentro del sólido y $(x', y', 0)$ como las de los puntos que están sobre el plano $z = 0$. Se denota la distancia entre esos puntos como r , en donde:

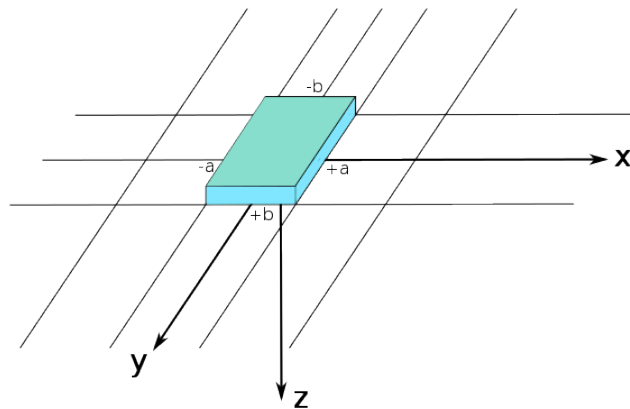


Figura 55: Región rectangular en donde se aplica una carga superficial p constante.

$$r^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + z^2, \quad (6.1)$$

$$\Delta x = x' - x, \Delta y = y' - y \text{ y } r > 0.$$

Los desplazamientos (u, v, w) que se generan por la presión p aplicada satisfacen la ecuación de equilibrio elástica para cargas rectangulares aplicadas a un semiespacio según:

$$\nabla^2 u = -\frac{\lambda + \mu}{\mu} \frac{d\theta}{dx}; \nabla^2 v = -\frac{\lambda + \mu}{\mu} \frac{d\theta}{dy}; \nabla^2 w = -\frac{\lambda + \mu}{\mu} \frac{d\theta}{dz}. \quad (6.2)$$

en donde θ simboliza la traza de la matriz de deformaciones:

$$\theta = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dz}.$$

Resolviendo dichas ecuaciones, es posible hallar (19) los desplazamientos como sigue:

$$\begin{aligned} u &= -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{\lambda + \mu} \frac{\partial \chi}{\partial x} + \frac{z}{\mu} \frac{\partial V}{\partial x} \right), \\ v &= -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{\lambda + \mu} \frac{\partial \chi}{\partial y} + \frac{z}{\mu} \frac{\partial V}{\partial y} \right), \\ w &= \frac{1}{4\pi\mu} \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} V - \frac{z}{\mu} \frac{\partial V}{\partial z} \right), \end{aligned} \quad (6.3)$$

en donde λ y μ son las constantes de Lamé, y representan las propiedades del sólido.

El **potencial logarítmico de Boussinesq**, se puede expresar como sigue:

$$\chi = \int_{-a}^a \int_{-b}^b p \log(z+r) dx' dy', \quad (6.4)$$

y el **potencial Newtoniano** de una distribución de superficie causado por la presión p aplicada, y siendo a y b los límites laterales de la carga.

$$V = \int_{-a}^a \int_{-b}^b p r^{-1} dx' dy', \quad (6.5)$$

Para una presión uniforme p , χ y V dependen sólo de Δx y Δy . (8) consideraron este problema y derivaron expresiones analíticas para los desplazamientos. Dichos autores hallaron una expresión para los desplazamientos horizontales y verticales observados en un punto $(x', y', 0)$ sobre la superficie terrestre en función de la presión aplicada, de los parámetros elásticos (λ y μ) y del potencial newtoniano para una carga que actúa a presión constante:

$$w(x', y', 0) = \frac{1}{4\pi\mu} \left(\frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \right) V(x', y', 0). \quad (6.6)$$

A continuación se toma en cuenta el procedimiento y la vinculación de la ecuación 6.6 y las variaciones de la altura de agua equivalente estimadas a partir de GRACE.

6.2.1 Desplazamientos Horizontales

Siguiendo (66), se definen las siguientes variables auxiliares:

$$\begin{aligned} r_{j0}^2 &= r^2|_{x'=\pm a} = (a \mp x)^2 + \Delta y^2 + z^2, & r_{j0} > 0 \\ \beta_{j0}^2 &= r_{j0}^2 - \Delta y^2 = (a \mp x)^2 + z^2, & \beta_{j0} > 0 \\ \phi_{j0} &= \frac{\Delta y}{r_{j0} + \beta_{j0}}, & \phi_{j0}^2 < 1 (j = 1, 2), \end{aligned} \quad (6.7)$$

en donde los signos positivo(negativo) corresponden a $j = 1(2)$.

Para obtener expresiones específicas del desplazamiento u , se tomó $-\frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial x}$ en la ecuación 6.6 y se obtuvo:

$$-\frac{1}{p} \frac{\partial \chi}{\partial x} = \int_{-a}^a \int_{-b}^b \frac{\partial}{\partial x'} [\log(z+r)] dx' dy' = (J_1 - J_2)_{y'=-b}^{y'=b}, \quad (6.8)$$

en donde,

$$J_j = \int \log(z+r_{j0}) dy' \quad (j = 1, 2). \quad (6.9)$$

En forma similar,

$$-\frac{1}{p} \frac{\partial V}{\partial x} = \int_{-a}^a \int_{-b}^b \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{1}{r} \right) dx' dy' = (\mathcal{J}_1 - \mathcal{J}_2)_{y'=-b}^{y'=b}, \quad (6.10)$$

en donde,

$$\mathcal{J}_j = \int \frac{1}{r_{j0}} dy' \quad (j = 1, 2). \quad (6.11)$$

Para evaluar las ecuaciones 6.9 y 6.11, se transforma de variable de acuerdo a:

$$\begin{aligned} \Delta y &= \beta_{j0} \tan \theta, \\ dy' &= \beta_{j0} \sec^2 \theta d\theta, \\ r_{j0} &= \beta_{j0} \sec \theta, \end{aligned} \quad (6.12)$$

en donde $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ por lo que r_{j0} se mantiene positivo. Sustituyendo la expresión 6.12 en la ecuación 6.9, se obtiene:

$$J_j = \int \log(z + \beta_{j0} \sec \theta) \beta_{j0} \sec^2 \theta d\theta. \quad (6.13)$$

Integrando por partes se logra la siguiente expresión:

$$J_j = \beta_{j0} \left[\log(z + \beta_{j0} \sec \theta) \tan \theta - \beta_{j0} \int \frac{\sec \theta \tan^2 \theta}{z + \beta_{j0}} d\theta \right]. \quad (6.14)$$

Evaluando la integral en la ecuación anterior 6.14 se obtiene el siguiente resultado:

$$\beta_{j0} \int \frac{\sec \theta \tan^2 \theta}{z + \beta_{j0} \sec \theta} d\theta = \tan \theta + \frac{2}{\beta_{j0}} \sqrt{z - \beta_{j0}} \sqrt{z + \beta_{j0}} \tanh^{-1} \left(\frac{\sqrt{z - \beta_{j0}}}{z + \beta_{j0}} \tan \frac{\theta}{2} \right) + \frac{z}{\beta_{j0}} \log \left(\frac{\cos \frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2}}{\cos \frac{\theta}{2} + \sin \frac{\theta}{2}} \right). \quad (6.15)$$

Transformando la ecuación 6.14 nuevamente a las variables originales, se obtiene luego de algunos pasos algebraicos:

$$J_j = \Delta y [\log(z + r_{j0} - 1)] + z \log \left(\frac{1 + \Phi_{j0}}{1 - \Phi_{j0}} \right) + 2|a \mp z| \tan^{-1} \left(\frac{|a \mp z| \Phi_{j0}}{z + \beta_{j0}} \right). \quad (6.16)$$

Para evaluar la expresión 6.11, se transforma nuevamente de variables como antes y se logra:

$$\mathcal{J}_j = \int \frac{1}{r_{j0}} dy' = \int \sec \theta d\theta = \log(\sec \theta + \tan \theta) = \log \left(\frac{\Delta y + r_{j0}}{\beta_{j0}} \right). \quad (6.17)$$

Nótese que

$$[\mathcal{J}_j]_{y'=-b}^{y'=b} = [\log(\Delta y + r_{j0})]_{y'=-b}^{y'=b}, \quad (6.18)$$

ya que β_{j0} es independiente de Δy .

Para hallar los desplazamientos v se procede de forma similar. Se define:

$$\begin{aligned} r_{0j}^2 &= r^2|_{x'=\pm b} = \Delta x^2 + (b \mp x)^2 + z^2, & r_{0j} > 0 \\ \beta_{0j}^2 &= r_{0j}^2 - \Delta x^2 = (b \mp y)^2 + z^2, & \beta_{0j} > 0 \\ \Phi_{0j} &= \frac{\Delta x}{r_{0j} + \beta_{0j}}, & \Phi_{0j}^2 < 1 (j = 1, 2). \end{aligned} \quad (6.19)$$

Además, se definen también las

$$-\frac{1}{p} \frac{\partial \chi}{\partial y} = \int_{-a}^a \int_{-b}^b \frac{\partial}{\partial y'} [\log(z + r)] dy' dx' = (K_1 - K_2)_{y'=-a}^{y'=a}, \quad (6.20)$$

en donde,

$$\mathcal{K}_j = \int \log(z + r_{0j}) dx' \quad (j = 1, 2). \quad (6.21)$$

y

$$-\frac{1}{p} \frac{\partial V}{\partial y} = \int_{-a}^a \int_{-b}^b \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{1}{r} \right) dy' dx' = (\mathcal{K}_1 - \mathcal{K}_2)_{y'=-a}^{y'=a}, \quad (6.22)$$

en donde,

$$\mathcal{K}_j = \int \frac{1}{r_{0j}} dx' \quad (j = 1, 2). \quad (6.23)$$

De la misma forma que antes, se realiza nuevamente un cambio de variables para poder integrar asumiendo que:

$$\begin{aligned} \Delta x &= \beta_{0j} \tan \theta, \\ dx' &= \beta_{0j} \sec^2 \theta d\theta, \\ r_{0j} &= \beta_{0j} \sec \theta, \end{aligned} \quad (6.24)$$

en donde $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$, por lo que r_{0j} se mantiene positivo y se obtiene:

$$\mathcal{K}_j = \Delta x [\log(z + r_{j0}) - 1] + z \log \left(\frac{1 + \phi_{0j}}{1 - \phi_{0j}} \right) + 2|b \mp y| \tan^{-1} \left(\frac{|b \mp y| \phi_{0j}}{z + \beta_{0j}} \right). \quad (6.25)$$

Por otro lado,

$$\mathcal{K}_j = \int \frac{1}{r_{0j}} dx' = \int \sec \theta d\theta = \log(\sec \theta + \tan \theta) = \log \left(\frac{\Delta x + r_{0j}}{\beta_{0j}} \right). \quad (6.26)$$

y

$$[\mathcal{K}_j]_{x'=-a}^{x'=a} = [\log(\Delta x + r_{j0})]_{x'=-a}^{x'=a} \quad (6.27)$$

ya que β_{0j} es independiente de Δx .

6.2.2 Desplazamientos Verticales

Para obtener una expresión analítica para el desplazamiento vertical w , se requiere calcular tanto V como $\frac{\partial V}{\partial x}$. Tomando $-\frac{1}{p} \frac{\partial V}{\partial z}$ de 6.5, puede hallarse:

$$-\frac{1}{p} \frac{\partial V}{\partial z} = \int_{-b}^b \int_{-a}^a \frac{z}{r^3} dx' dy'. \quad (6.28)$$

El integrando de la expresión mostrada en 6.28 se puede escribir como sigue:

$$\frac{z}{r^3} = \frac{\partial}{\partial x'} \left[\frac{z \Delta x}{(\Delta y^2 + z^2)r} + f(\Delta y, z) \right], \quad (6.29)$$

en donde f es una función arbitraria. Reemplazando en 6.28:

$$-\frac{1}{p} \frac{\partial V}{\partial z} = \int_{-b}^b \left[\frac{z \Delta x}{(\Delta y^2 + z^2)r} + f(\Delta y, z) \right]_{x'=-a}^{x'=a} dy' = (P_1 + P_2)_{y'=-b}^{y'=b}, \quad (6.30)$$

en donde:

$$P_j = z(a \mp x) \int \frac{dy'}{(\Delta y^2 + z^2)r_{j0}}, \quad (6.31)$$

ya que f es independiente de Δx . Para evaluar la integral de la expresión 6.31, se realiza un cambio de variable, obteniéndose:

$$P_j = z(a \mp x) \int \frac{\sec \theta d\theta}{\beta_{j0}^2 \tan^2 \theta + z^2} = z(a \mp x) \int \frac{d\xi}{(a \mp x)\xi^2 + z^2}, \quad (6.32)$$

en donde $\xi = \sin \theta$; luego, integrando, se obtiene:

$$P_j = \tan^{-1} \frac{(a \mp x)\Delta y}{zr_{j0}}. \quad (6.33)$$

Equivalentemente, puede escribirse el integrando de la expresión 6.28 como sigue:

$$\frac{z}{r^3} = \frac{\partial}{\partial y'} \left[\frac{z \Delta y}{(\Delta x^2 + z^2)r} + g(\Delta x, z) \right], \quad (6.34)$$

en donde g es la función arbitraria que no depende de y . Procediendo como antes, utilizando el otro cambio de variable que se empleó para determinar el desplazamiento v , se obtiene:

$$-\frac{1}{p} \frac{\partial V}{\partial z} = (Q_1 + Q_2)_{y'=-a}^{y'=a}, \quad (6.35)$$

en donde,

$$Q_j = \tan^{-1} \frac{(b \mp x)\Delta x}{zr_{j0}}. \quad (6.36)$$

Observar que, de forma simple, se puede mostrar que las expresiones 6.30 y 6.35 son equivalentes.

Se procede de forma similar para determinar el potencial Newtoniano, V , dado por la expresión 6.5 y realizar los siguientes pasos:

$$\frac{1}{p}V = \int_{-b}^b \int_{-a}^a \frac{1}{r} dx' dy'. \quad (6.37)$$

Si se desarrolla el integrando de la expresión 6.37 como se muestra a continuación:

$$\frac{1}{r} = \frac{\partial[\log(\Delta x + r) + f(\Delta y, z)]}{\partial x'}, \quad (6.38)$$

donde f es una función arbitraria, entonces vale que:

$$\frac{1}{p}V = \int_{-b}^b [\log(\Delta x + r) + f(\Delta y, z)]_{-a}^a dy' = (L_1 - L_2)_{-b}^b, \quad (6.39)$$

donde,

$$L_j = \int \log(\pm a - x + r_{j0}) dy'. \quad (6.40)$$

Integrando la expresión 6.40, se halla lo siguiente:

$$L_j = \Delta y [\log(\pm a - x + r_{j0}) - 1] + (\pm a - x) \log \left(\frac{1 + \psi_{j0}}{1 - \psi_{j0}} \right) + 2z \tan^{-1} \left[\frac{z\psi_{j0}}{(\pm a - x) + \beta_{j0}} \right]. \quad (6.41)$$

En forma equivalente, puede reescribirse el integrando de la expresión 6.37 como sigue:

$$\frac{1}{r} = \frac{\partial[\log(\Delta y + r) + g(\Delta x, z)]}{\partial y'}, \quad (6.42)$$

y en este caso, es sencillo mostrar que:

$$\frac{1}{p}V = (M_1 - M_2)_{-a}^a, \quad (6.43)$$

en donde,

$$M_j = \Delta x [\log(\pm b - y + r_{0j}) - 1] + (\pm b - x) \log \left(\frac{1 + \psi_{0j}}{1 - \psi_{0j}} \right) + 2z \tan^{-1} \left[\frac{z\psi_{0j}}{(\pm b - x) + \beta_{0j}} \right]. \quad (6.44)$$

6.2.3 Soluciones de los desplazamientos

Los desplazamientos horizontales están dados por las siguientes expresiones:

$$u = -\frac{p}{4\pi} \left[\frac{1}{\lambda + \mu} (J_1 - J_2) + \frac{z}{\mu} \log \left(\frac{\Delta y + r_{20}}{\Delta y + r_{10}} \right) \right]_{y'=-b}^{y'=b}, \quad (6.45)$$

$$v = -\frac{p}{4\pi} \left[\frac{1}{\lambda + \mu} (K_1 - K_2) + \frac{z}{\mu} \log \left(\frac{\Delta x + r_{02}}{\Delta x + r_{01}} \right) \right]_{x'=-a}^{x'=a}, \quad (6.46)$$

en donde J_j y K_j corresponden a las expresiones vistas previamente.

Para desplazamientos verticales se tiene que:

$$w = \frac{p}{4\pi\mu} \left[\frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} (L_1 - L_2) + z \left[\tan^{-1} \frac{(a-x)\Delta y}{zr_{10}} + \tan^{-1} \frac{(a+x)\Delta y}{zr_{20}} \right] \right]_{y'=-b}^{y'=b}, \quad (6.47)$$

ó, en forma equivalente,

$$w = \frac{p}{4\pi\mu} \left[\frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} (M_1 - M_2) + z \left[\tan^{-1} \frac{(b-y)\Delta x}{zr_{01}} + \tan^{-1} \frac{(b+y)\Delta x}{zr_{02}} \right] \right]_{x'=-a}^{x'=a},$$

en donde L_j y M_j se determinan usando las expresiones 6.41 y 6.44, respectivamente.

Estas ecuaciones halladas representan las **deformaciones en cualquier punto** (x', y', z') **y dependen de la presión ejercida, la reología del material subyacente al que se le aplica la presión y de la geometría de la carga aplicada.**

6.2.4 Desplazamientos verticales causados por una carga constante en superficie

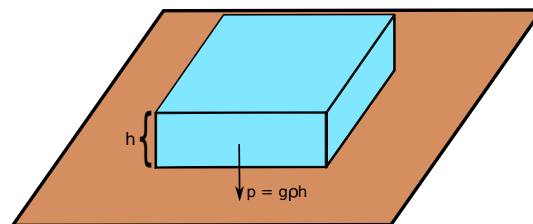


Figura 56: Esquema de una carga aplicada sobre una superficie.

Si se considera un bloque de agua de altura $h = 50$ cm que presiona un área $0,5^\circ \times 0,5^\circ$ (ver figura 56), la presión superficial aplicada será $p = \rho gh$ en donde $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ es la densidad de agua dulce y $g = 9,82 \text{ m/s}^2$ es el valor de la gravedad media en la superficie terrestre.

A partir de este modelo simple, se determinó la variación espacial de la componente vertical w de la deformación en superficie. Como en la superficie, $z = 0$, la ecuación 6.47 queda reducida a:

$$w = \frac{p}{4\pi\mu} \left[\frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} (L_1 - L_2) \right]_{y'=-b}^{y'=b}. \quad (6.48)$$

Por otra parte, si se utilizan las expresiones conocidas que relacionan el módulo de Young y la relación de Poisson con λ y μ (Ecuaciones 4.19 y 4.20), se puede expresar la deformación vertical en función del módulo de Young E y la relación de Poisson ν :

$$w = p \frac{(1 - \nu^2)}{\pi E} [L_1 - L_2]_{y'=-b}^{y'=b} \quad (6.49)$$

El módulo de Young **representa una medida de la deformación vertical observada en un punto si se aplica una carga de 1 kg en un área de 1 m^2** . Se puede observar en la ecuación 6.49 que las deformaciones verticales w son inversamente proporcional al módulo de Young, es decir, cuando el módulo de Young aumenta, frente a la misma presión, se observarán deformaciones menores, y viceversa. De la misma forma se puede concluir que frente a mayores valores de la relación de Poisson, se observarán deformaciones mayores.

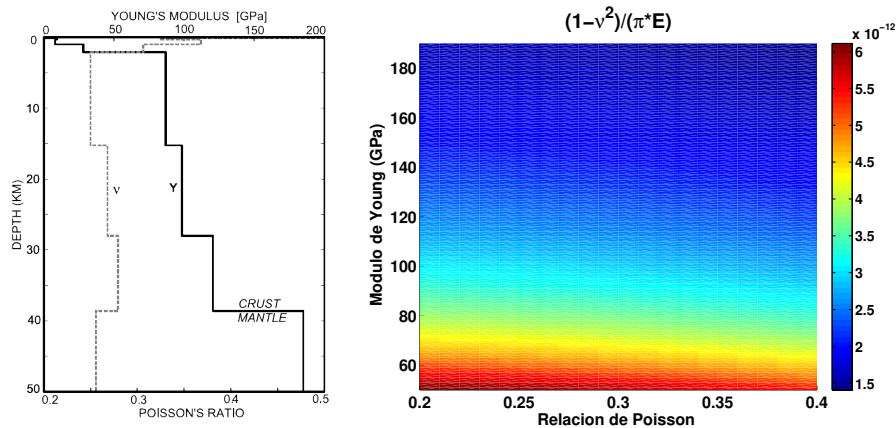
Es interesante analizar qué sucede con la constante C que representa una función que involucra ambos parámetros elásticos:

$$C = \frac{(1 - \nu^2)}{\pi E}, \quad (6.50)$$

para los diferentes valores de variación observados en la corteza terrestre. En la imagen 57a se muestran las variaciones estimadas de los parámetros elásticos en la corteza calculados a partir de datos sísmicos que construyen el modelo PREM (tomado de).

En la figura 57b el mapa en colores representa como cambia la constante C en función de las variaciones de E y μ . En el eje horizontal la variación esperada de la relación de Poisson en la corteza (μ entre 0,2 a 0,4) y en el eje vertical el rango de variaciones de E (50 a 190 GPa) y el mapa en colores, representa cómo cambia la constante C . Se destaca que para un valor fijo de E , la constante C varía poco al pasar por todo el rango de variación de la relación de Poisson. Esto quiere decir que considerar a la relación de Poisson constante, e igual a $\nu = 0,25$ (valor típico considerado en Elasticidad para los sólidos

denominados de Poisson), y estimar los módulos E representa una aproximación razonable.



(a) Variación estimada de los parámetros elásticos E y ν en la corteza según el modelo PREM. (b) Variación de la constante C en función de los parámetros elásticos.

Figura 57: Análisis de las variaciones de los parámetros elásticos en la corteza.

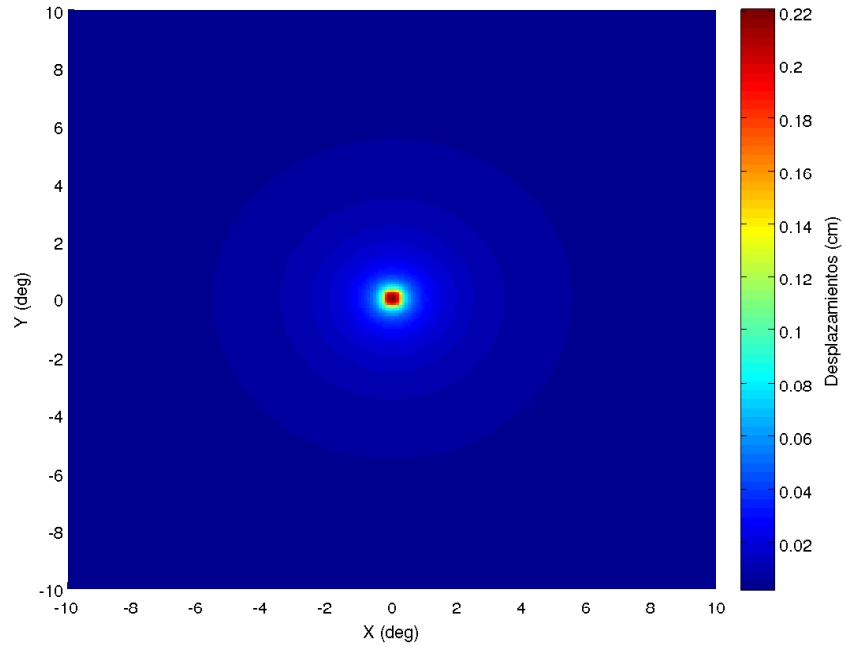
A partir del ejemplo de carga elegido (figura 56) se estimaron los valores de deformaciones verticales en los puntos que distaban en menos de 10° del punto sometido a presión y luego se determinó el perfil de deformación en una dirección fija el valor de variación en la dirección perpendicular.

Para el cálculo se asumieron valores típicos de los parámetros elásticos en la región del Amazonas de $E = 137\text{GPa}$ (11) y $\nu = 0,25$.

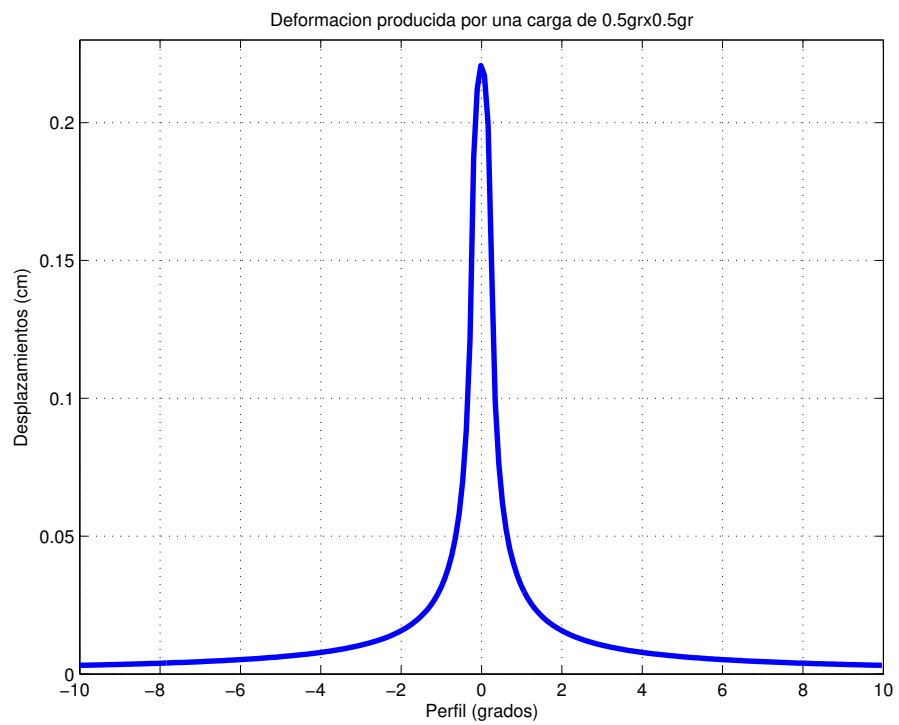
En la figura 58a se observa una imagen en planta de la deformación vertical hallada. La presión se aplicó en el centro del rectángulo y tanto la dirección horizontal como vertical se tomaron distancias a 10° en ambas direcciones alejándose del punto bajo presión p. En el centro de la imagen se estimaron deformaciones de 0,22 cm (colores rojos) y la caída de la deformación alcanzó valores de 0,01 cm en los extremos de la imagen. Por otra parte, en la figura 58b se muestra un perfil de la deformación (en valor absoluto), en donde en el eje vertical se ubica la magnitud de la deformación en [cm]. A los 2° de distancia angular del punto con carga se observa que la deformación decae en más de un 90%. Este comportamiento es consistente además con el comportamiento de las funciones de Green abordadas en el capítulo 4.

6.2.4.1 Problemas del método

En la figura 58b, es importante notar que los desplazamientos modelados tienden rápidamente a cero en la región cercana a la carga aplica-



(a) Deformación en planta (cm).



(b) Perfil de la deformación.

Figura 58: Deformación vertical modelada

da pero, a medida que aumenta la distancia, esa tendencia disminuye y no se observan valores despreciables del desplazamiento hasta regiones lejanas. Esto trae problemas en la práctica, como se verá en la

sección siguiente, en el caso que se considere el desplazamiento de un punto como la suma de las contribuciones de muchos bloques. Al sumar la contribución de cada bloque se observan valores grandes de los desplazamientos en regiones muy alejadas de variaciones de cargas superficiales considerables que no tienen sentido físico y que no se condicen con las observaciones. Algunos autores (11, 89) evitan este inconveniente al efectuar consideraciones respecto del área en torno al cual una variación de masa afecta la corteza terrestre. Esta suposición restringe la respuesta física de la corteza terrestre en gran medida y, en consecuencia, pueden restringir el cálculo correcto de los parámetros físicos que la gobiernan.

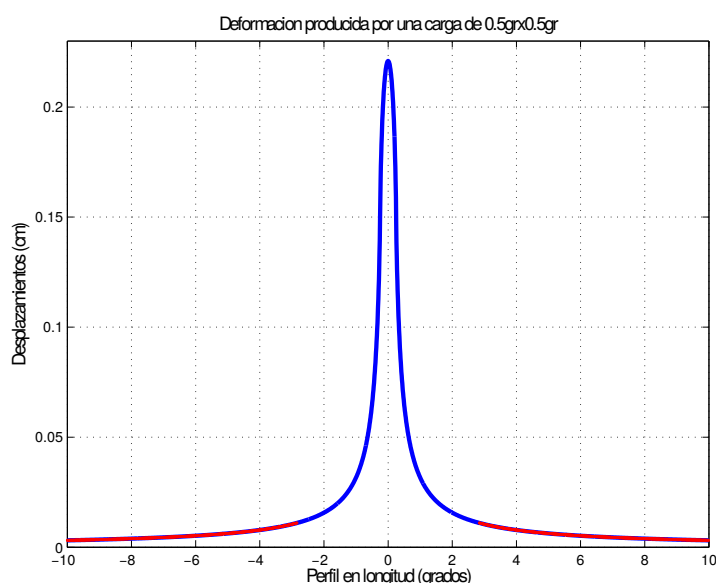


Figura 59: Valores del desplazamiento menores al 5 por ciento del valor máximo calculado

Para evitar este problema se considera como error del modelo aquellas variaciones en los desplazamientos menores al 5 % de la amplitud máxima causada por cada bloque. En la figura 58 se observa el mismo perfil que en la figura 57b, pero se denota en rojo aquellos puntos en los cuales la amplitud ha decaído en un valor mayor al 95 % del valor máximo (cercano a los 3° de distancia angular del punto bajo presión). En las secciones subsiguientes se muestran las consecuencias de esta suposición.

6.3 ESTIMACIÓN DE LA DEFORMACIÓN CAUSADA POR CARGAS SUPERFICIALES

A partir del método desarrollado en la sección previa se estimaron las deformaciones producto de las variaciones temporales de las cargas que se asientan sobre la superficie o cercanas a ella en 42 estaciones

de monitoreo continuo. Se utilizaron los valores estimados de las variaciones de las cargas hidrológicas de la misión satelital GRACE, es decir, las variaciones de la altura de agua equivalente (EWH). Para ver los pasos seguidos al realizar esta estimación ver Capítulo 3.

Con respecto a la preparación de los datos de la red SIRGAS-CON, se procedió de la misma forma que se explicó en el capítulo anterior, de manera que las comparaciones posteriores sean coherentes. Se quitaron las posibles tendencias lineales causadas por movimientos tectónicos y ajuste isostático y se filtraron en el dominio de la frecuencia con el objeto de obtener información libre de errores de medición y de alta frecuencia, incapaces de obtenerse utilizando GRACE (ver 5.3.1).

6.3.1 Modelado a partir de un valor puntual de E

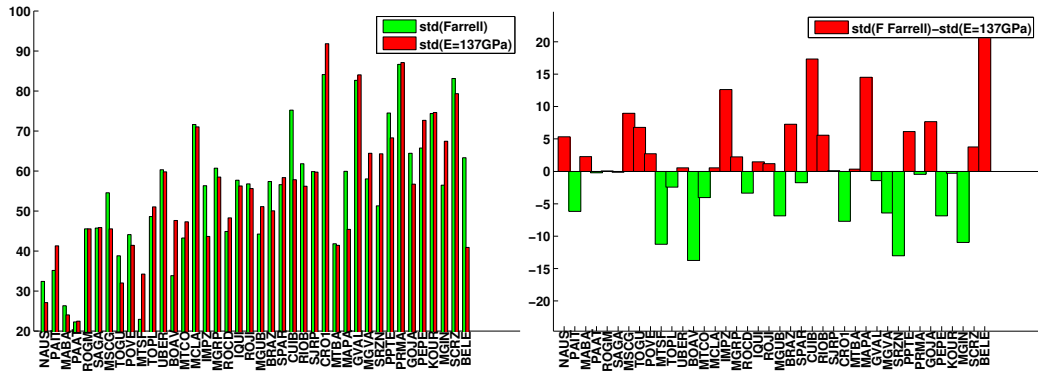
(11) realizaron un estudio de deformación por carga en el sitio GPS MANA (11). Dicha estación GPS coincidió con la posición de la estación NAUS (NAUS fué colocada posteriormente, en el 2006). (11) cuantificaron las variaciones de los volúmenes hídricos por medio de un desarrollo de un modelo hidrológico basado en un modelo de elevación digital (SRTM DEM). En el caso de las deformaciones verticales se utilizaron variaciones de las coordenadas verticales observadas con GPS. (11) hallaron un valor del módulo de Young aproximado para dicha estación de $E = 137,3\text{GPa}$. Además, demostraron que la influencia de la carga en la deformación vertical es causada principalmente por los volúmenes que distan en $\approx 200\text{ km}$ del sitio observado.

En primera instancia se optó por realizar un análisis del modelo físico al estimar la deformación vertical en los 42 sitios elegidos, si se considera que los materiales que gobiernan la deformación se comportan de la misma forma que se observó en NAUS. Se considera que cada sitio se deforma regido por valores de los parámetros elásticos $\nu = 0,25$ y $E = 137,3\text{GPa}$. Con ellos se calcula, para cada estación, una serie temporal de deformaciones vertical estimadas.

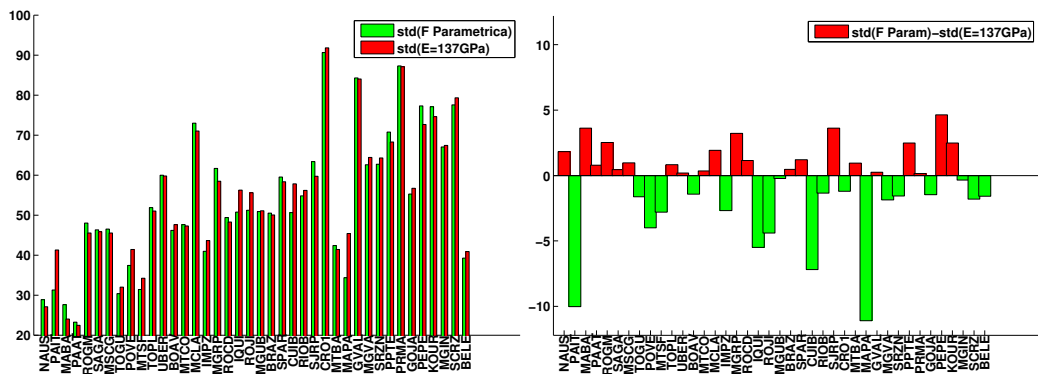
Se calcula el cociente entre los desvíos estándar de la diferencia (Observado-Modelado) y los desvíos de la señal observada para cada modelo de la siguiente manera:

$$\text{STD}(\text{Modelo}) \% = \frac{\text{std}(\text{Observado} - \text{Modelado})}{\text{std}(\text{Observado})} \times 100, \quad (6.51)$$

Este parámetro indica en qué porcentaje disminuyeron los desvíos para cada modelo (modelo de Farrell - se denominará de aquí en adelante **Farrell**-, modelo a partir de la función paramétrica - **F. Param.** - y modelo físico con $E = 137\text{GPa}$ -denominado **E=137GPa**).



(a) Residuos para los modelos Farrell y físico, con E = 137GPa. (b) Diferencia de residuos entre los modelos Farrell y físico, con E = 137GPa.



(c) Residuos para los modelos paramétrico y físico, con E = 137GPa. (d) Diferencia de residuos entre los modelos Paramétrico y físico, con E = 137GPa.

Figura 60: Comparación entre el modelo desarrollado por Farrell y los modelos paramétricos y físicos.

En la figura 60a se representa la relación entre los resultados obtenidos con el modelo presentado en este capítulo $E=137\text{GPa}$ (barras rojas) frente al modelo clásico de **Farrell** (barras verdes). Se observa que para las estaciones que observan las mayores amplitudes anuales (NAUS, MABA, PAAT) la reducción del desvío para ambos métodos fue superior al 70% y se redujo más en el caso del modelo físico. En general parecería que la reducción es mayor para el modelo $E=137\text{GPa}$ que para **Farrell** salvo algunas excepciones como las estaciones PAIT, MTSF, CRO1. Para analizar la magnitud de estas discrepancias en el parámetro STD, se calcula la diferencia entre los STD obtenidos con Farrell respecto de los obtenidos con el modelo físico. En el caso en que esta diferencia sea positiva, indicará que el modelo de Farrell logró modelar peor las variaciones verticales y en caso contrario que el modelo de Farrel es superior. En la figura 60b se encuentran graficadas estas diferencias para cada estación, diferenciando con colores rojos los valores positivos y con verde los valores negativos. El resultado de este análisis indica que en general los des-

víos son mayores para el caso del modelo Farrell. Además se detecta que, para los casos en que el desvío del modelo físico fué superior, sus valores son en general menores en magnitud que los casos opuestos. A partir de los gráficos 60a y 60b es posible llegar a la conclusión que el modelado físico brinda mejores resultados que el modelo de Farrell, aún para el caso de tomar un valor medio de los parámetros elásticos.

De la misma forma, se procedió a hacer un análisis de la relación entre el modelo físico y el modelo que utiliza una función paramétrica en reemplazo de la función de Green. Los resultados se muestran en las figuras 60c y 60d. En el gráfico de la figura 60c se representa en rojo los valores de STD en unidades porcentuales calculadas para el modelo físico, utilizando como valor del módulo de Young $E = 137\text{GPa}$ y en verde los valores de STD para el modelo paramétrico. Se detecta que las amplitudes de STD son similares para ambos modelos por lo que se entiende que el modelado de ambos es comparable. Sin embargo al observar la figura 60d, equivalente a 60b se visualiza que, a pesar que las diferencias son pequeñas en magnitud, los valores de STD son mayores en el caso del modelo físico que del modelo paramétrico indicando que las deformaciones verticales se reducirían más con el modelo paramétrico.

A partir de esto se concluye que el modelo paramétrico es levemente superior al modelo físico utilizando un valor medio del módulo de Young para toda la región en cuanto al modelado de las deformaciones verticales.

6.4 ESTIMACIONES PUNTUALES DEL MÓDULO DE YOUNG

A partir de los valores de variaciones verticales del terreno semanales junto con las estimaciones de variaciones temporales de las densidades de presión superficial se determinó un valor del módulo de Young para cada estación.

Para realizar el ajuste se utilizó el método de Levenberg-Marquardt modificado tomando como paso $\Delta E = 4\text{GPa}$. Este método es ideal para problemas de ajustes de parámetros. El algoritmo parte de una condición inicial, en este caso, $E = 137\text{GPa}$ la cual se va modificando en cada iteración hasta que alcanza un requerimiento, por ejemplo, que la variación del módulo de Young de una iteración a la siguiente no difiera en cierta cantidad. Se exigió que el parámetro buscado no difiera en más de $0,5\text{GPa}$ y se realizaron pruebas variando el valor inicial de E para evitar problemas de mínimos locales.

Tanto para la estación BERR, ubicada en Colombia, como para la estación UYPA, situada en Uruguay, no se logró ajustar ningún valor del módulo de Young por lo no se consideraron en los resultados

del presente capítulo. Ambas estaciones fueron mencionadas en los capítulos 4 y 5 ya que: 1) poseen un coeficiente de correlación entre la señal GPS y la de GRACE malo ($-0,14$ y $-0,32$ respectivamente); 2) no se observaron disminuciones de los residuos en los modelados y, 3) las amplitudes de las series aumentaban en vez de disminuir al reducir el efecto de la carga tanto para el modelo de Farrell como para el modelo paramétrico. En el caso de la estación GVAL, situada en Valadares, Brasil, se ajustó un valor del módulo de Young demasiado grande por lo que tampoco se considerará como válido su resultado teniendo en cuenta que su coeficiente de correlación es de $-0,5$.

En el cuadro 5 se representan los mismos datos presentados en el cuadro 2 a los que se les ha agregado los valores del módulo de Young para cada estación (columna 7) y los desvíos estándar de la observación $\text{std}(\text{Observado} - \text{Modelado})$ (columna 8) los que brindan una medida de la capacidad del modelo para reducir las variaciones verticales del terreno. Se determinó un valor del módulo de Young para la estación NAUS de $137,7\text{GPa}$ similar al que estimó (11) en el mismo sitio ($137,3\text{GPa}$).

Cuadro 5: Estaciones de la red SIRGAS-CON seleccionadas.

Estación	Latitud	Longitud	Inicio	Fin	Amplitud	E	std(O-C)
		[$0^\circ - 360^\circ$]			[cm]	[GPa]	[cm]
NAUS	-3,02	299,94	2006,011	2014,770	4,61	137,7	0,85
PAIT	-4,29	303,96	2010,400	2014,770	3,37	154,0	0,92
MABA	-5,36	310,88	2007,679	2014,770	2,58	125,8	0,39
PAAT	-3,20	307,82	2010,323	2014,770	2,50	135,9	0,71
ROGM	-10,78	294,67	2008,044	2014,770	2,35	174,4	0,75
SAGA	-0,14	292,94	2007,718	2014,770	2,30	171,7	0,73
MSCG	-20,44	305,46	2008,044	2014,770	2,20	140,2	0,58
TOGU	-11,75	310,95	2008,292	2014,770	2,18	119,4	0,40
POVE	-8,71	296,10	2006,011	2014,770	2,17	178,2	0,42
MTSF	-11,62	309,34	2008,254	2014,770	2,14	116,4	0,55
TOPL	-10,17	311,67	2008,005	2014,770	2,11	151,4	0,45
UBER	-18,89	311,68	2004,536	2013,811	2,09	156,8	0,57
BOAV	2,85	299,30	2007,679	2014,770	2,06	120,1	0,55
MTCO	-10,80	304,54	2009,537	2014,770	2,00	167,2	0,82
MCLA	-16,72	316,12	2004,497	2014,271	1,98	146,3	0,57
IMPZ	-5,49	312,50	2000,396	2014,770	1,97	174,7	2,48
MGRP	-19,21	313,87	2010,323	2014,770	1,94	93,2	0,52
ROCD	-13,12	299,46	2010,323	2014,770	1,90	128,9	1,04
IQUI	-3,77	286,73	2009,575	2014,732	1,89	107,0	0,92
ROJI	-10,86	298,04	2008,254	2014,770	1,86	197,8	0,54
MGUB	-18,92	311,74	2008,044	2014,770	1,85	137,9	0,42
BRAZ	-15,95	312,12	2000,014	2014,770	1,84	162,7	0,85

Continúa en la página siguiente

Cuadro 5 – continúa de la página anterior

Estación	Latitud	Longitud [0° – 360°]	Inicio	Fin	Amplitud [cm]	E [GPa]	std(O-C) [cm]
SPAR	-21,18	309,56	2010,400	2014,770	1,82	95,6	0,60
CUIB	-15,56	303,93	2000,052	2014,770	1,82	195,6	1,74
RIOB	-9,97	292,20	2007,679	2014,770	1,82	173,5	0,45
SJRP	-20,79	310,64	2009,710	2014,770	1,81	109,4	0,58
CRO ₁	17,76	295,42	2000,014	2014,770	1,79	117,0	4,56
MTBA	-15,89	307,74	2008,675	2014,770	1,76	151,0	0,62
MAPA	0,05	308,90	2006,030	2014,770	1,76	192,5	0,28
GVAL	-18,86	318,04	2004,497	2014,271	1,75	222,3	0,61
MGVA	-21,54	314,57	2010,400	2013,811	1,75	99,2	0,63
SRZN	5,46	304,80	2006,088	2014,770	1,73	108,4	0,50
PPTA	-22,12	308,59	2006,011	2014,770	1,72	172,0	0,46
PRMA	-23,41	308,06	2009,537	2014,770	1,65	123,9	1,07
GOJA	-17,88	308,27	2008,445	2014,770	1,62	147,4	0,57
PEPE	-9,38	319,49	2008,044	2014,770	1,62	132,7	0,42
KOUR	5,25	307,19	2000,014	2014,770	1,61	159,3	0,54
MGIN	-22,32	313,67	2008,120	2014,770	1,59	130,9	0,43
SCRZ	-17,80	296,84	2009,997	2014,770	1,56	105,0	1,63
BELE	-1,41	311,54	2004,000	2014,770	1,56	181,0	0,47

En las figuras 61a y 61b se representa geográficamente los valores de los módulos de Young encontrados. En el caso de la imagen 61a, se ubicaron los sitios GNSS con círculos de colores dependientes del valor de E. En azul, se representan las estaciones con valores de E menores a 120GPa; en celeste se muestran aquellas estaciones con E entre 120 y 140GPa; en verde aquellas con valores del módulo de Young entre 140 y 160GPa y, por último en rosa y rojo aquellas estaciones con valores de E entre 160 y 180GPa y para valores de E mayores a 180GPa, respectivamente. A partir de este gráfico **es posible reconocer por primera vez diferentes regiones con módulos de Young característicos que gobiernan la respuesta superficial del terreno a variaciones de presiones de escala de orden anual.**

Con los valores aislados hallados en cada sitio se realizó una interpolación aproximada y se estimó el comportamiento regional de E representado en la imagen 61b junto con una barra de colores indicando el significado de cada color de la malla. Se observa una región con valores de E cercanos a 130GPa sobre los países Guyana y Surinam, una región con valores cercanos a 120GPa o menos sobre los ríos Tocantins y Araguaia que recorren el territorio brasileño en dirección norte sur y desembocan en la ciudad de Belém. Se detectan valores de E muy grandes en dos sitios cercanos a la costa norte, sobre

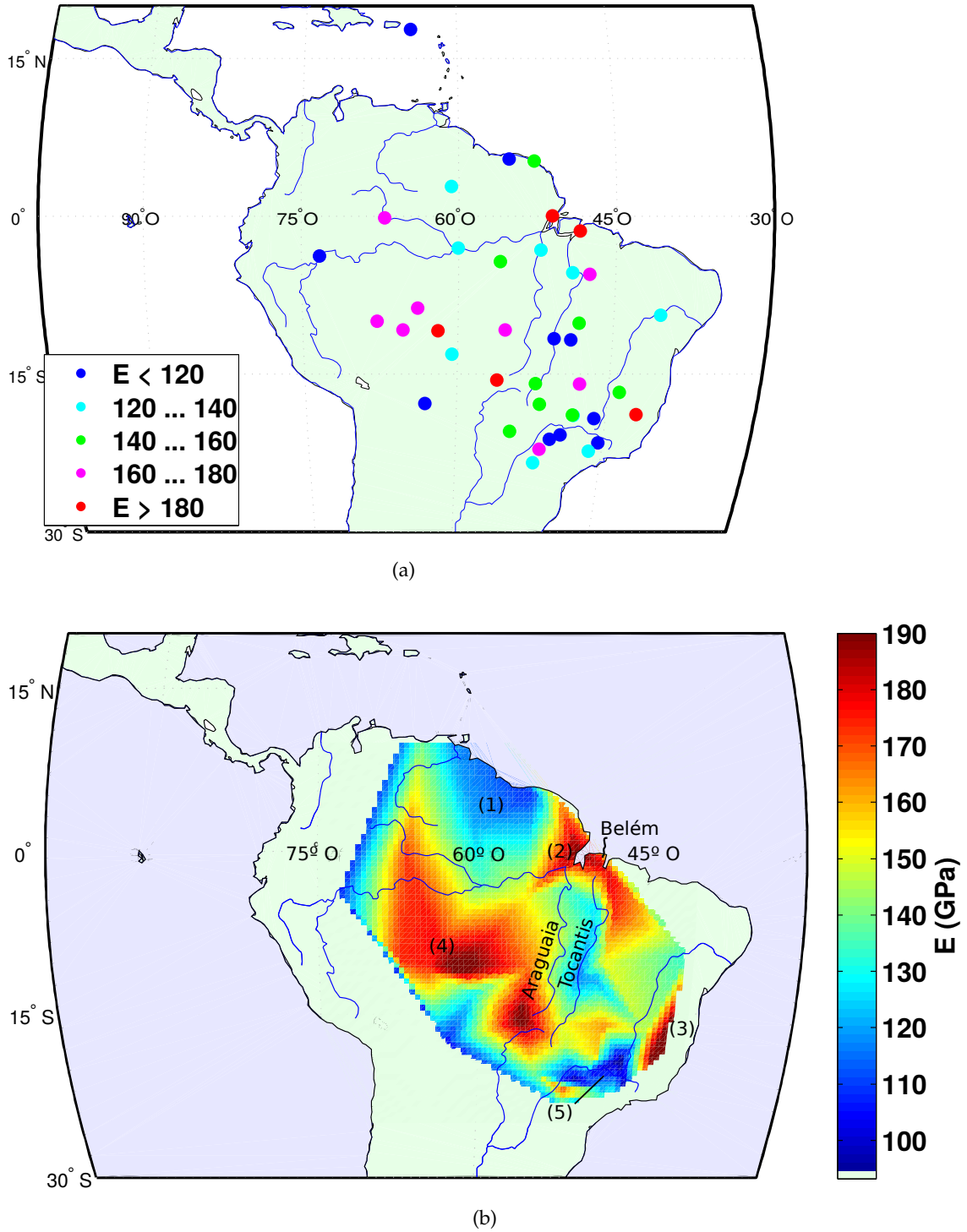


Figura 61: Módulos de Young estimados a partir de datos GPS y GRACE.

Ecuador y en el sureste de Brasil. Los valores grandes del módulo de Young indican que la corteza observa deformaciones menores frente a cargas similares que en regiones con valores de E medios. Estas observaciones de deformaciones menores que lo esperado son consistentes con el efecto del barómetro invertido modificado observado

en las regiones costeras. La zonas de la cuenca Amazonas cercanas al sur de Perú, Bolivia y norte de norte de Paraguay parecerían estar caracterizadas por valores de E superiores a los detectados por (11). Los valores más pequeños de E se hallaron cercanos a San Pablo en donde se determinaron los valores del módulo de Young más pequeños (entre 90 y 120GPa). Estos valores indicarían que la corteza se deforma más fácilmente en la dirección del esfuerzo aplicado.

6.5 RESULTADOS

Con los valores ajustados del módulo de Young se estimó cómo sería la respuesta de la corteza en cada sitio a las variaciones de las cargas superficiales. Por medio del modelo físico que supone a la corteza como un semiespacio elástico se estimaron las variaciones verticales del terreno para cada sitio.

De la misma forma que se procedió en los capítulos 4 y 5, en la imagen de la figura 62 se representan las variaciones verticales modeladas para las estaciones NAUS, PAAT, POVE, BOAV, IMPZ y BELE en azul junto con las observaciones representadas por puntos rojos. No se llegan a notar diferencias evidentes al representarlas de esta manera. Se observa a simple vista la capacidad de este modelo de representar los cambios de amplitudes anuales y variaciones por efectos climáticos pero se deben analizar las estadísticas generales para poder discernir si este modelado es superior a otros, como los que se han presentado en esta Tesis.

En la figura 63 se muestran las estadísticas para el modelo que estima valores del módulo de Young. En general, se compara la señal GPS reducida por las variaciones modeladas - denominada (obs - calc)- y la señal GPS sin reducir - denominada (obs). La diferencia entre estos gráficos respecto de los que se han mostrado en capítulos anteriores es que no se muestran las estadísticas para BERR y para UYPA ya que no se logró ajustar un valor del módulo de Young.

En la imagen se representan las amplitudes anuales de las variaciones verticales en centímetros (Gráfico de barra azul) y la relación entre los desvíos de la diferencia de las señales observadas y estimadas, respecto del desvío de la componente vertical observada en escala porcentual de 0 a 100% (Gráfico de barras de colores). En este último gráfico 0% significa que los desvíos (obs-calc) son iguales a los desvíos (obs), es decir el efecto anual no se logró reducir, y 100% significa que el modelo representa los efectos en su totalidad y que no se observan movimientos verticales de la estación luego de reducirle el efecto de las cargas. Se detecta que para las 4 estaciones de mayor magnitud (NAUS, PAIT, MABA y PAAT), junto con otras 4, se logró reducir el efecto en más de un 60% y que para la mayoría de

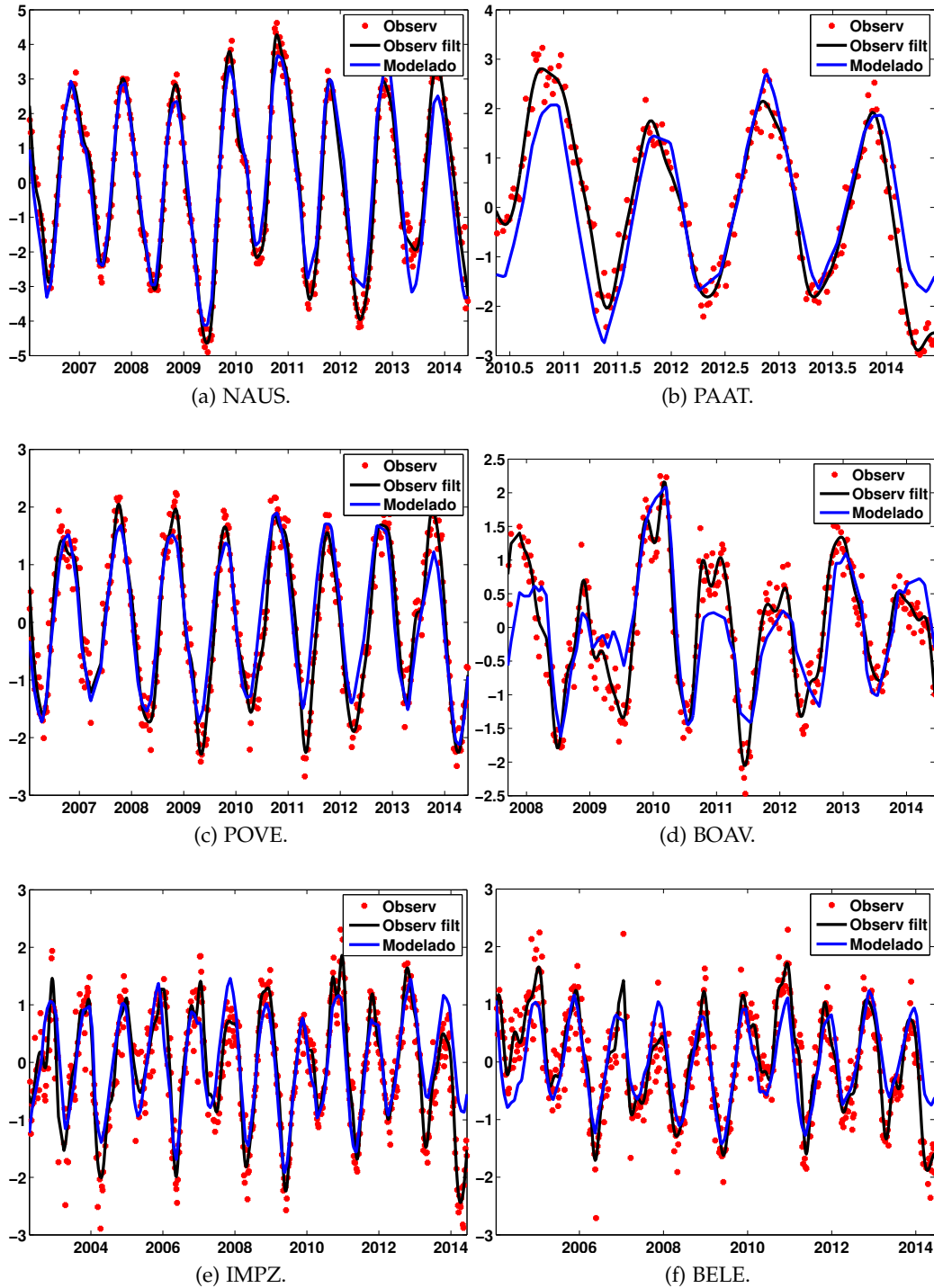
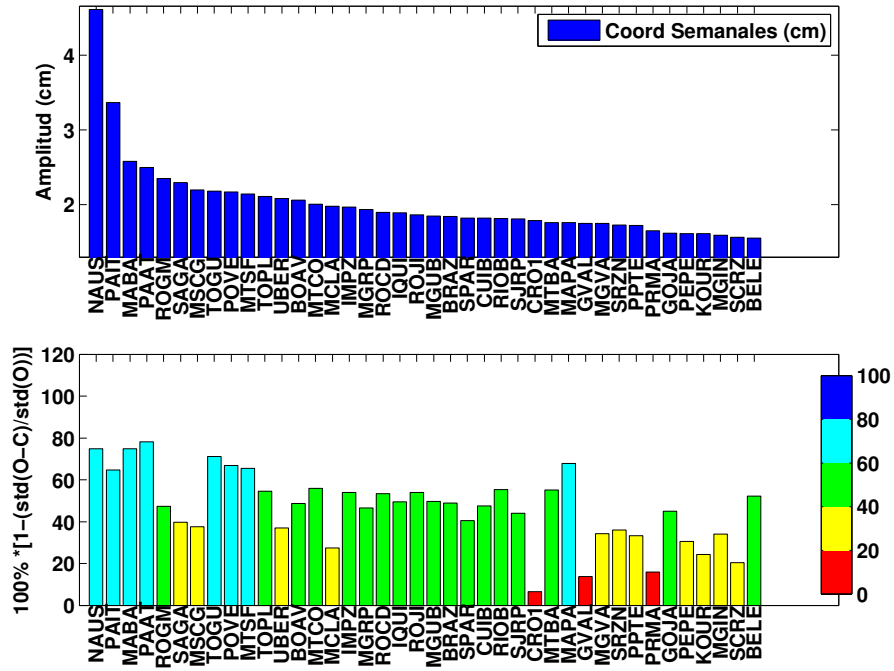


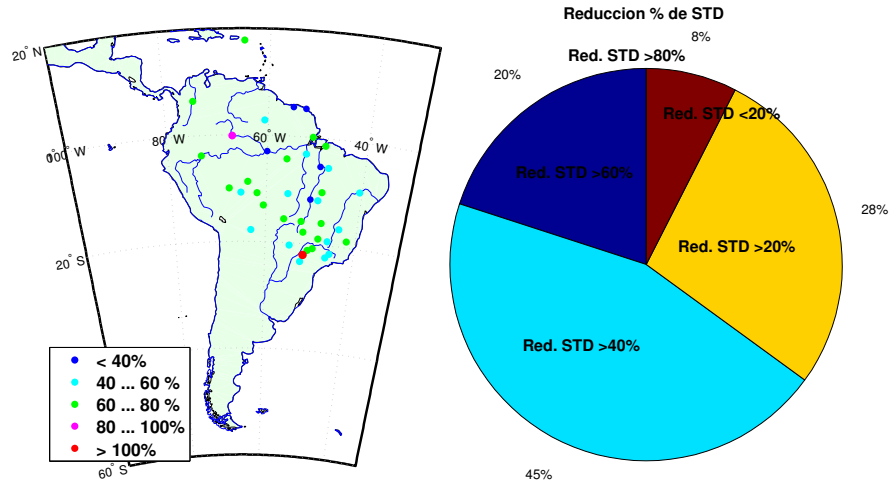
Figura 62: Desplazamientos verticales en la zona central de Sudamérica estimados a partir de considerar a la Tierra como un semiespacio.

las estaciones (26 de 40) se redujo en al menos un 40% las variaciones estacionales.

En el gráfico 63c se representa la misma información del gráfico de barras en colores en donde se divide la cantidad total de estaciones



(a) Amplitudes de las variaciones verticales en cm (gráfico superior) y porcentaje de disminución de la desviación (gráfico inferior).



(b) Cociente porcentual de amplitudes en (c) Reducción de los residuos entre la se-
 tre (GPS-GRACE) y (GPS) para cada ñal GPS y la seña (GPS-GRACE) .
 estación.

Figura 63: Resultados del modelado utilizando los modulos de Young ajustados

en 5 regiones dependientes del porcentaje de reducción. Como no se observaron sitios en donde se redujera el residuo en más de un 80 % no tiene asociada ninguna porción de gráfico. Se encontró que para el 20 % de las estaciones los desvíos de los residuos disminuyeron entre un 60 y un 80%; que para un 45 % lo hicieron entre un 40 y un 60%; que un 28% del total de estaciones los residuos se lograron reducir

entre un 20 y un 40% y, que para un 8% la reducción fue inferior al 20%. En el capítulo final de resultados se comparan este gráfico con los de los otros modelos por lo que no se abordará aquí con gran detalle.

En el mapa 63b se ubican espacialmente el cociente de la amplitud (obs-calc) y (obs) en escala porcentual. Los puntos rojos representan aquellas estaciones en donde la amplitud aumentó en vez de decrecer como se desea. Se observa que para la mayoría de las estaciones analizadas (38 de 40) se logró modelar el efecto estacional en más de un 20% (puntos verdes, celestes y azules). Además se detectan 5 sitios en el norte de la cuenca en donde la amplitud decreció en más de un 60% (puntos azules).

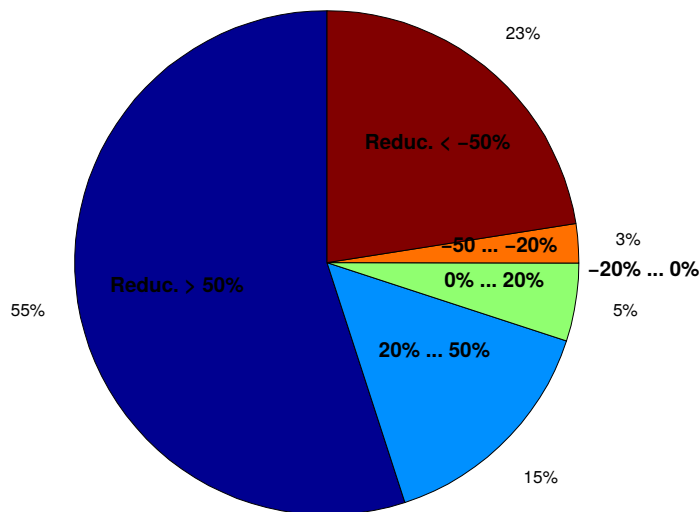


Figura 64: Reducción del WRMS para el modelo físico.

Con respecto a la reducción del WRMS (figura 64) se encontró que para un 55% de las estaciones se logró en más de un 50% (sector azul) indicando la capacidad del modelo de reducir la suma de los desvíos cuadráticos medio pesados; que para un 70% de los sitios el WRMS se redujo en más de un 20% (región azul y celeste juntas) y que sólo para un 26% el WRMS no se logró reducir.

Capítulo 7

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En el presente capítulo se compararán los resultados que se describen en los Capítulos 4, 5 y 6 para los diferentes modelos de respuesta cortical a escalas temporales de orden anual. No se explicará en detalle cada uno de los gráficos ya que fueron analizados en su capítulo correspondiente pero si se ahondará en las diferencias de cada modelo.

Al final del Capítulo se presentan las conclusiones de la Tesis.

7.0.1 Comparación con otros modelos

Las comparaciones entre los modelos analizados en la Tesis constan de:

1. Comparación de las series temporales.
2. Comparación de los residuos obtenidos al reducir el efecto modelado.
3. Comparación de disminución porcentual de las amplitudes.
4. Comparación de la disminución de los desvíos estándar.
5. Diferencia entre las disminuciones de los desvíos estándar.

La figura 65 muestra las series temporales de variación de la coordenada vertical estimada para cada uno de los modelos. Los puntos rojos indican las coordenadas semanales que brindan los centros de procesamiento de la red SIRGAS-CON a los que se les removió la tendencia lineal causada principalmente por el movimiento de la placa tectónica Sudamericana y se redujo la componente de largo período (sólo para que las variaciones modeladas no se observaran tan discordantes en los gráficos). Las líneas negras representan la coordenada semanal sin tendencia lineal y suavizada; las líneas azules muestran los cambios temporales modelados utilizando el método clásico de Farrell (explicado en el Capítulo 4), las líneas celestes representan al modelo empírico (explicado en el Capítulo 5), las líneas rojas al modelo regional, utilizando un valor constante de E , tal como se explicó en

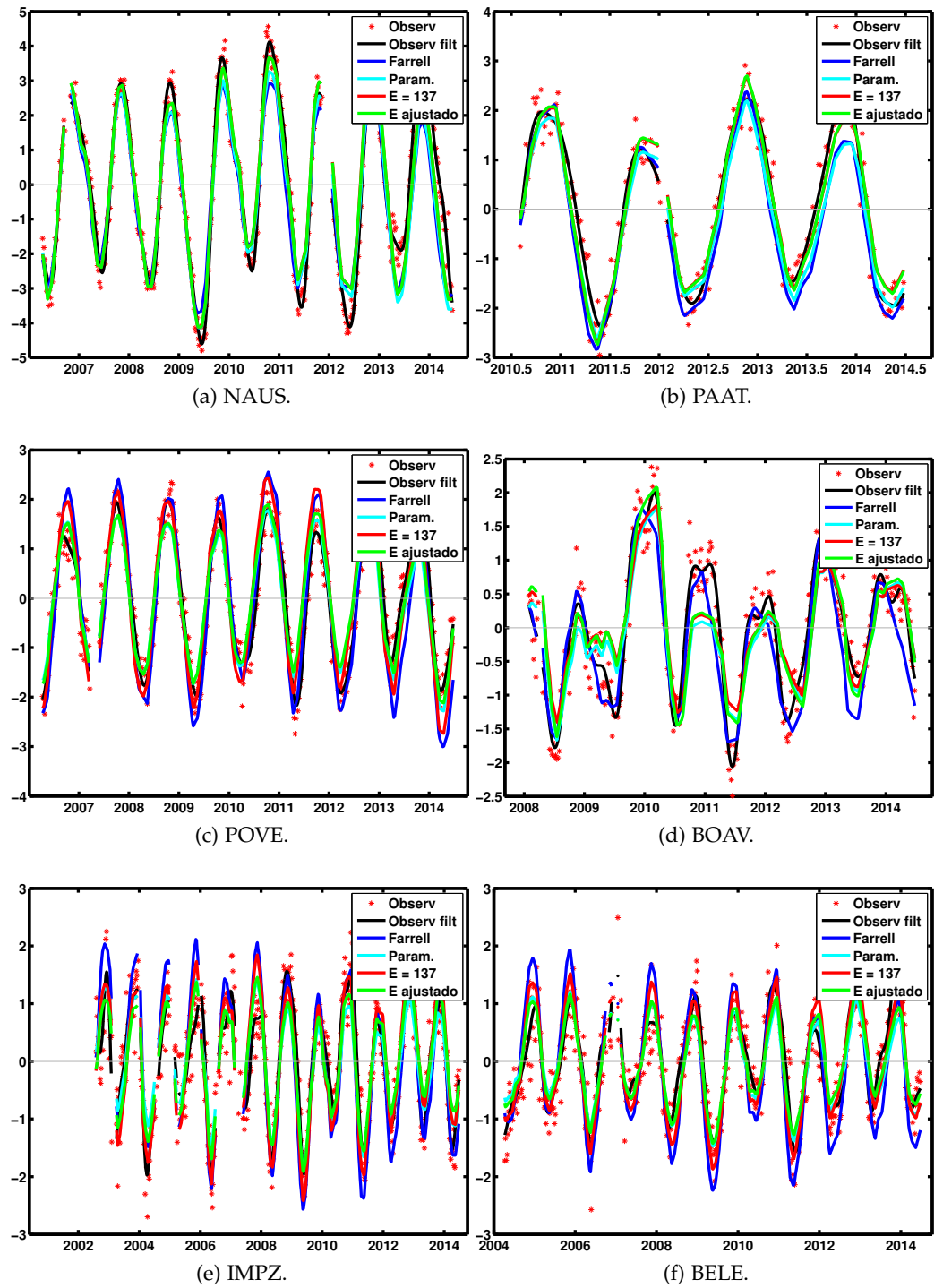


Figura 65: Series temporales verticales modeladas en la zona central de Sudamérica para 4 modelos diferentes (Farrell, paramétrico, regional con módulo de Young E constante y regional estimando E) evaluados en la presente Tesis.

6.3.1 y las líneas verdes el modelado regional estimando el módulo de Young (Sección 6.4). En el caso de la estación NAUS las amplitudes estimadas son ligeramente mayores y se acerca más a las deformaciones observadas para el caso del modelo regional que para el resto. En el caso de la estación PAAT parecería que el modelo de Farrel es el que modela menos los cambios temporales subestimando las amplitudes. En el caso de la estación POVE tanto el modelo paramétrico como el regional logran imitar mejor las amplitudes observadas que los modelos Farrel y el regional con E fijo. Para la estación BOAV existen intervalos en donde Farrel parecería reflejar mejor las variaciones e intervalos en donde los otros modelos no lo hacen. Tanto para IMPZ como para BELE los modelos paramétricos y regional observan mejoras en el modelado frente a los otros dos.

La figura 66 muestra las diferencias entre los desplazamientos modelados y los observados suavizados junto con la señal observada suavizada para su comparación. Los colores utilizados para cada modelo son los mismos que los empleados en el gráfico anterior. Como se explicó en el primer Capítulo existen ciertos efectos físicos que provocan deformación de la corteza terrestre tales como las mareas terrestres y oceánicas que han sido modelados y reducidos en la señal y que no están presentes en las coordenadas semanales que brindan los centros de procesamiento. Las diferencias presentadas en este gráfico representarían las variaciones verticales que brindarían los centros de procesamiento en el caso de que se acepte también alguno de estos modelos como válidos (es decir, los centros brindarían esta señal además de las frecuencias altas, la componente de largo período, las variaciones lineales que fueran reducidas al considerar que no eran deformaciones causadas por cambios temporales de las cargas superficiales).

Para el caso de la estación NAUS la reducción de la amplitud vertical es drástica utilizando cualquiera de los modelos. Para algunas estaciones se observa una reducción mayor para el caso del modelo regional y, para otras no parecería ser tan evidente (como la estación BOAV).

Los mapas de la figura 67 ya se han mostrado en el Capítulo correspondiente a cada modelo. Los mismos tienen información de la reducción porcentual de las amplitudes al restar el efecto modelado de la carga sobre la corteza. En el caso del modelo de Farrell se detectan estaciones al sur de Brasil en las cuales las amplitudes en vez de decrecer aumentaron. Salvo una en cada caso, no se observa este problema para el caso de los otros dos modelos (ver círculos rojos en la figura). Al comparar el modelo empírico y el modelo regional se observa un aumento para aquellos sitios (al norte de Brasil) en donde la reducción de la amplitud ha sido superior al 60% (puntos azules). Los sitios en donde en el modelo empírico se observó una reducción

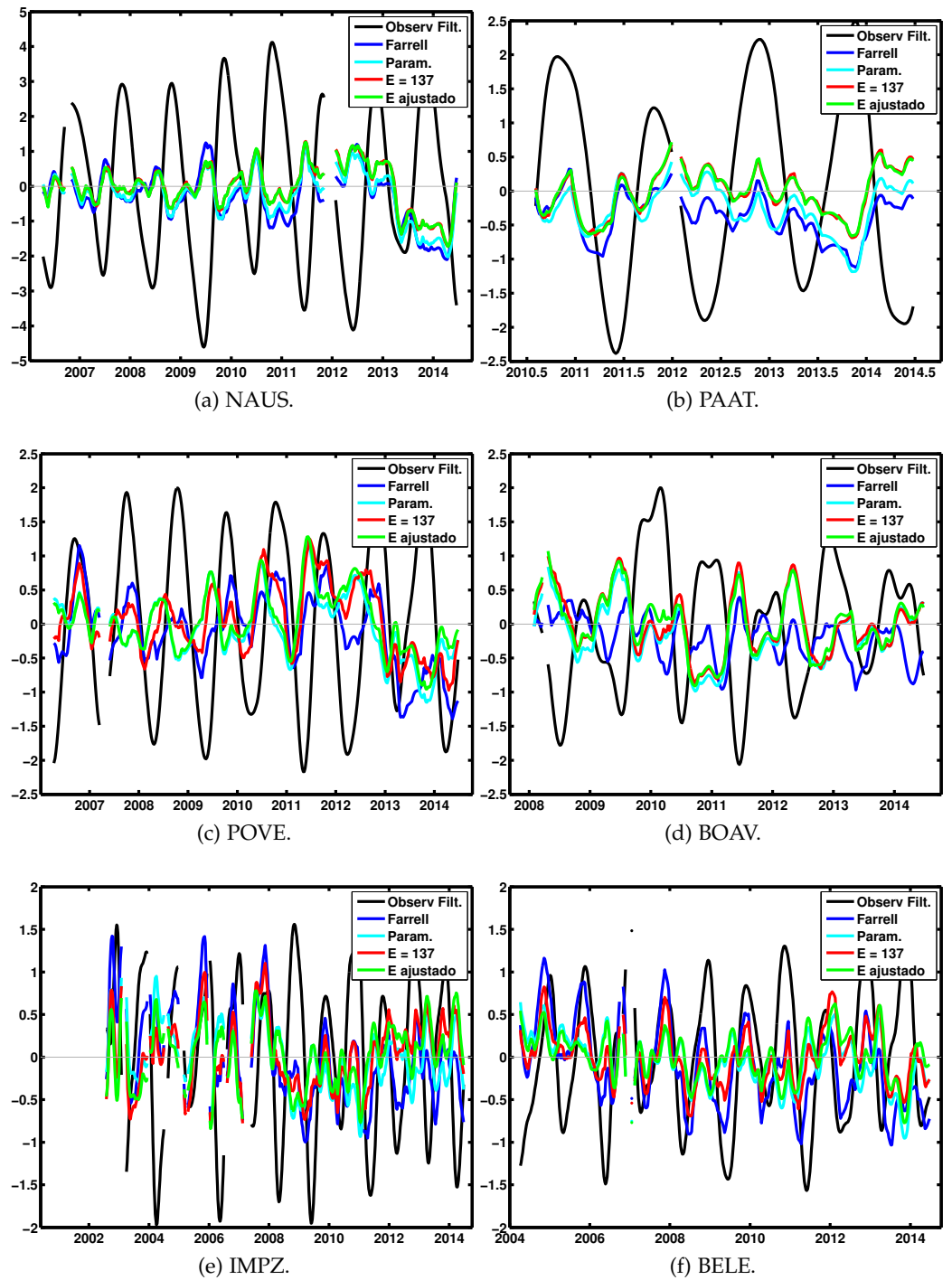
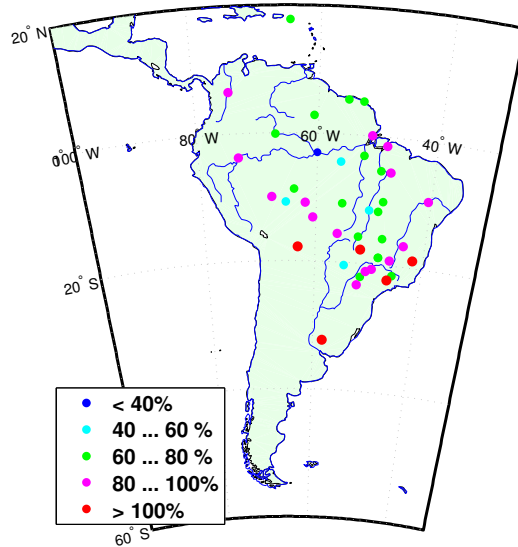
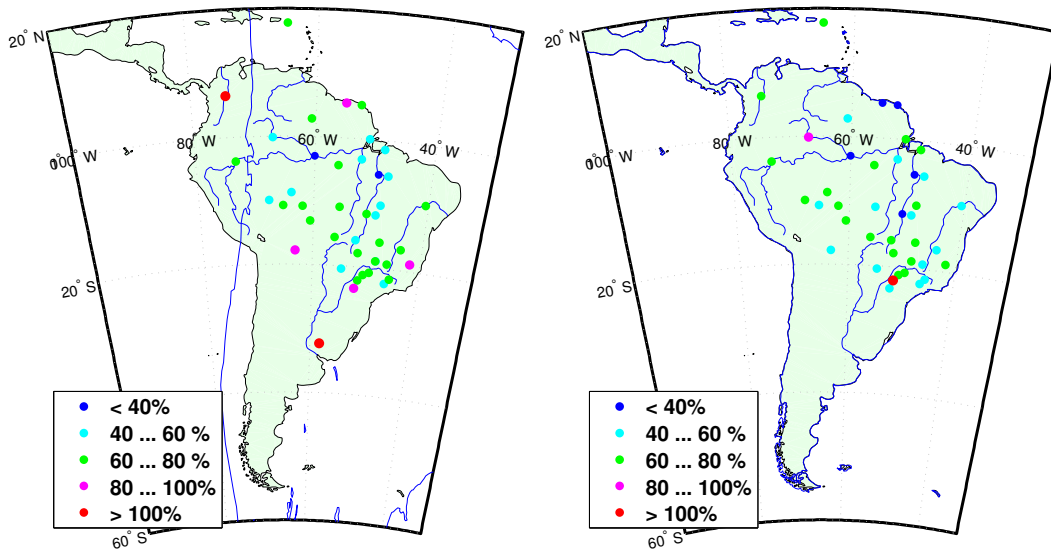


Figura 66: Residuos entre las deformaciones verticales observadas suavizadas y las deformaciones según los 4 modelos (Farrell, paramétrico, regional con módulo de Young E constante y regional estimando E). La curva negra representa las observaciones filtradas de la componente vertical; las curvas de colores simbolizan las variaciones verticales que brindarían los centros de procesamiento si se redujera la estimación de masas hídricas.



(a) Reducción de las amplitudes entre la señal GPS y la señal (GPS-GRACE), (modelo Farrel).



(b) Reducción de las amplitudes entre la señal GPS y la señal (GPS-GRACE), (modelo empírico). (c) Reducción de las amplitudes entre la señal GPS y la señal (GPS-GRACE) (modelo regional).

Figura 67: Comparación de la reducción porcentual de las amplitudes.

menor al 20% (puntos rosa), en el modelo regional se detecta que la amplitud se ha reducido en más de un 20, 40 y hasta un 60% (puntos que ahora son verdes, celestes o azules, respectivamente). En este gráfico se hace evidente la mejora obtenida en el modelado de las variaciones de la superficie terrestre utilizando el modelo regional.

Los gráficos de la figura 68 también ya se han representado y explicado en su Capítulo correspondiente. Al compararlos en conjunto se evidencia el aumento de los porcentajes de estaciones que se han logrado modelar mejor utilizando el modelo regional (se ha reducido

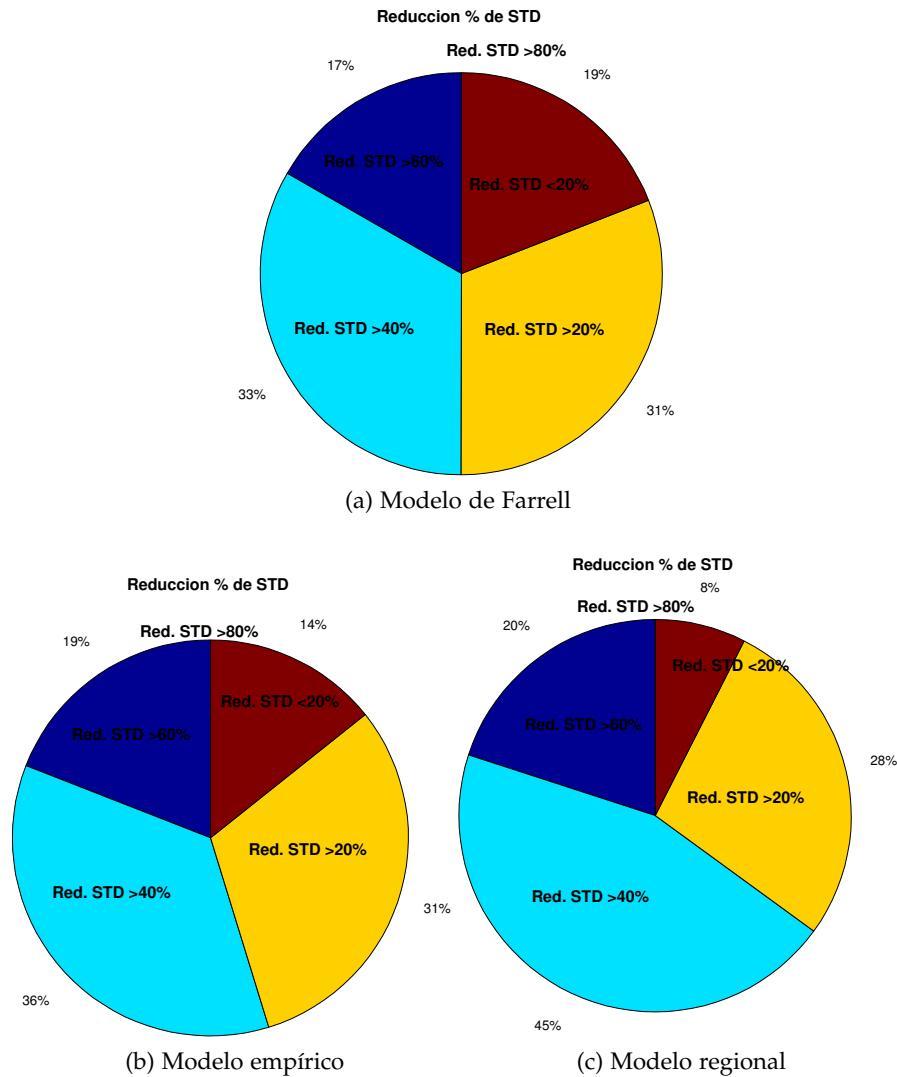
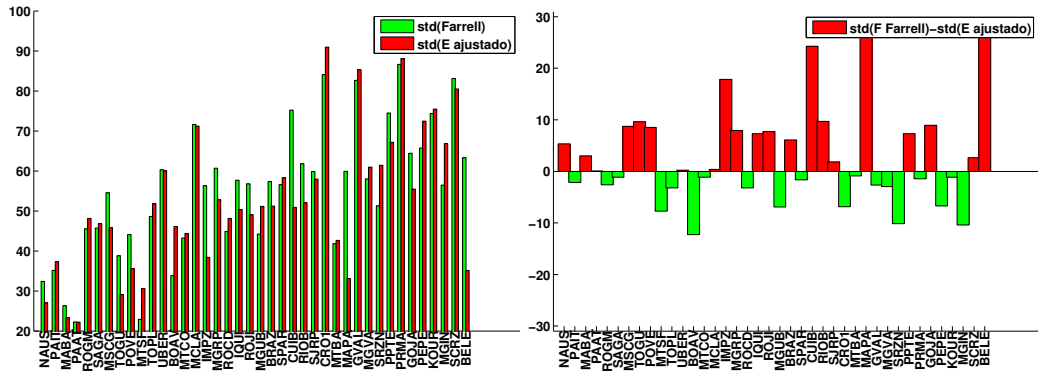


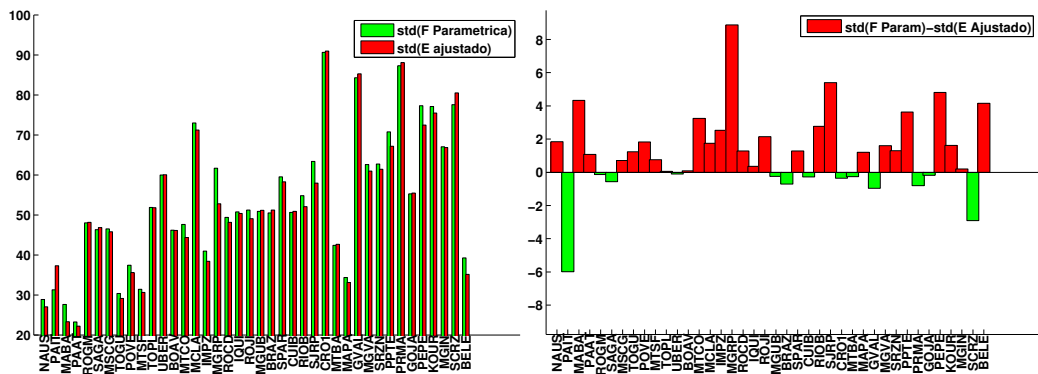
Figura 68: Reducción de los residuos entre la señal GPS y la señal (GPS-GRACE) .

su desviación estándar). Las regiones azules y celeste representan la fracción de estaciones en que los desvíos causados por los efectos estacionales se han modelado y reducido en más de 60 % (ya que no hay estaciones con reducciones mayores a 80 %) y, entre 40 y 60 %, respectivamente.

Los porcentajes de reducción en más del 60 % son de 17, 19 y 20 % para los modelos Farrell, empírico y regional, respectivamente. Para el caso de las estaciones cuya componente vertical se ha reducido entre un 40 y un 60 % ha aumentado de 33 %, 36 % a 45 % para cada uno. Si se consideran los sitios en donde los desvíos estándar se minimizaron en más de un 40 % para los tres modelos, puede concluirse que representan un 50 %, 55 % y 65 % para los modelos de las figuras a, b y c, respectivamente. Este resultado muestra que el modelo regional



(a) Residuos para los modelos Farrell y regional. (b) Diferencia de residuos entre los modelos Farrell y regional.



(c) Residuos para los modelos empírico y regional. (d) Diferencia de residuos entre los modelos empírico y regional.

Figura 69: Comparación de desvíos entre el modelo desarrollado por Farrell y los modelos empíricos y regional. En el gráfico a) se observa que los desvíos para el modelo Farrell se muestran, para la mayoría de los casos, mayores que los obtenidos del modelo regional. Otra forma de visualizar esto es graficando la diferencia de los std para ambos modelos $std(F_{Farrell}) - std(E_{ajustado})$ de forma tal que valores positivos indican sitios en donde los desvíos al modelar con Farrell son mayores. Esto se encuentra representado en b) y se observa nuevamente que, para muchos casos, los desvíos del ajuste regional son menores. Lo mismo se realiza entre el modelo regional y el empírico en donde las diferencias entre los std son más chicas (ver c) y en donde la mayoría de las estaciones tienen valores positivos de esta resta representando que el modelo empírico brinda menores desvíos.

es el que logra reducir de una mejor manera un número mayor de estaciones.

Los gráficos de la figura 69 son equivalentes a aquellos de la figura 60 realizados comparando los resultados de modelar la corteza mediante un valor determinado de E con los modelos de Farrell y otro empírico. Las figuras 69a y 69b corresponden a la relación del

parámetro STD (ecuación 6.49) entre el modelo clásico de Farrell y el modelo regional analizado en la presente Tesis; las figuras 69c y 69d refieren a la relación entre los modelos empírico y regional.

Las figuras 69a y 69c representan el cociente porcentual entre los desvíos (GPS-GRACE) y los desvíos (GPS). En el primer caso, las barras verdes representan la reducción de los desvíos para el modelo Farrell y en rojo la reducción para el modelo regional (llamado E ajustado). En el segundo caso las barras rojas representan nuevamente la reducción de los desvíos para el modelo regional y en verde se representa al modelo empírico.

Se observa que las barras verdes disminuyen en magnitud en el gráfico 69c inferior respecto de las verdes de la figura 69a superior indicando la mejor precisión del modelado empírico frente al de Farrell. En cuanto al modelo regional se detectan disminuciones del residuo mayores respecto de ambos modelos. Esto se hace más evidente en los gráficos de la derecha que representan la diferencia entre los porcentajes de reducción de Farrell y regional para el caso de la figura 69b y la diferencia entre los porcentajes de reducción del modelo empírico y regional para el gráfico 69d inferior. Tanto la cantidad de estaciones como las amplitudes de las mismas son superiores para las barras positivas que para las negativas indicando que los desvíos son mayores tanto para el modelo de Farrell como para el modelo empírico respecto del regional. De esta manera, es posible observar que el modelado según un valor estimado del módulo de Young es el que brinda los menores desvíos entre la observación y los valores modelados debido a que la respuesta cortical a los esfuerzos se encuentra mejor modelada.

7.1 CONCLUSIONES DE LA TESIS

- Los tres modelos analizados (Farrell, empírico y regional) en esta Tesis lograron reducir los efectos de las variaciones temporales de las cargas superficiales. Los resultados de cada uno se encuentran presentados en cada capítulo.
- El modelo regional investigado mostró un rendimiento mejor respecto al modelo clásico que utiliza los números de Love de carga, y al modelo empírico que reemplaza la función de Green por una función exponencial de exponente negativo. Para un 65% de las estaciones analizadas se encontraron reducciones de los movimientos verticales de más de un 40%.
- Es posible suponer a la corteza como un semiespacio elástico y estimar variaciones verticales estudiando la respuesta superficial de la Tierra;

- A partir del modelo regional es posible estudiar el comportamiento de los materiales superficiales a redistribuciones de las presiones superficiales de escala anual. Estas estimaciones serán principalmente útiles para reducir las deformaciones superficiales que afectan los movimientos de las estaciones fiduciarias utilizadas en el cálculo de los marcos de referencia.
- Se determinaron valores del módulo de Young en más de 40 sitios GPS que pertenecen a la red SIRGAS-CON. Los valores del módulo de Young hallados son consistentes con los valores esperables a observar en la corteza y, en particular, para la estación NAUS, en Brasil, coincide con el determinado por otro estudio puntual para la misma región (11).
- En general los valores de los módulos de Young se determinan mediante métodos sísmicos. En esta Tesis se logró realizar por primera vez una descripción regional de las variaciones espaciales del módulo de Young que gobiernan la respuesta de la superficie a escala anual a partir de datos GPS y satelitales de la misión GRACE..
- Para la región de estudio se estimaron valores del módulo de Young entre 100 y 190 GPa. Los valores mínimos estimados se encontraron en su mayoría en los los bordes del área de estudio, al noroeste y al sur de la región investigada. Los valores máximos se ubican en la zona centro, suroeste, noreste del mapa (ver 61).
- Se observó una componente de largo período (mayor que 5 años) en la componente vertical de las coordenadas GPS que puede estar relacionada con algún efecto físico. Dicho efecto físico parecería no afectar las determinaciones de las alturas de agua equivalente con GRACE ya que no se lo observa en los espectros de frecuencia de los datos. Este efecto puede deberse tanto a un origen interno como externo lo cual debe estudiarse con más detalle en trabajos posteriores. Se estudió la influencia de dicha componente en el modelado de las cargas superficiales y se encontró que al reducir este efecto de las observaciones contribuye a mejorar el modelado de las deformaciones superficiales.

BIBLIOGRAFÍA

(citado en página xi)

- Z. Altamimi, X. Collilieux, J. Legrand, B. Garayt, and C. Boucher. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 112:B09401, September 2007. doi: 10.1029/2007JB004949. ITRF2005: A new release of the International Terrestrial Reference Frame based on time series of station positions and Earth Orientation Parameters. (citado en página 12)
- Z. Altamimi, X. Collilieux, and L. Métivier. *Journal of Geodesy*, 85:457–473, August 2011. doi: 10.1007/s00190-011-0444-4. ITRF2008: an improved solution of the international terrestrial reference frame. (citado en página 12)
- Z. Altamimi, X. Collilieux, and L. Métivier. Analysis and results of itr2008 (tn37). Technical Report 37, IERS, Frankfurt am Main, Germany, 8 2012. URL www.iers.org. (citado en página 8)
- Z. Alterman, H. Jarosch, and C. L. Pekeris. *Royal Society of London Proceedings Series A*, 252:80–95, August 1959. doi: 10.1098/rspa.1959.0138. Oscillations of the Earth. (citado en página 72)
- D. F. Argus and R. G. Gordon. *Geophys. Res. Lett.*, 18:2039–2042, November 1991. doi: 10.1029/91GL01532. No-net-rotation model of current plate velocities incorporating plate motion model NUVEL-1. (citado en página 10)
- G. E. Backus. *Geophysical Journal*, 13:71–101, July 1967. doi: 10.1111/j.1365-246X.1967.tb02147.x. Converting Vector and Tensor Equations to Scalar Equations in Spherical Coordinates. (citado en página 75)
- J. M. Becker and M. Bevis. *Geophysical Journal International*, 156:171–178, February 2004. doi: 10.1111/j.1365-246X.2003.02150.x. Love’s problem. (citado en páginas 123, 124 y 125)
- P. Bettinelli, J.-P. Avouac, M. Flouzat, L. Bollinger, G. Ramillien, S. Rajure, and S. Sapkota. *Earth and Planetary Science Letters*, 266:332–344, February 2008. doi: 10.1016/j.epsl.2007.11.021. Seasonal variations of seismicity and geodetic strain in the Himalaya induced by surface hydrology. (citado en página 2)
- M. Bevis and A. Brown. *Journal of Geodesy*, 88:283–311, March 2014. doi: 10.1007/s00190-013-0685-5. Trajectory models and reference frames for crustal motion geodesy. (citado en página 95)
- M. Bevis, D. Alsdorf, E. Kendrick, L. P. Fortes, B. Forsberg, R. Smalley, and J. Becker. *Geophysical Research Letters*, 32:L16308, August 2005. doi: 10.1029/2005GL023491. Seasonal fluctuations in the mass of the Amazon River system and Earth’s elastic response. (citado en páginas xiv, 84, 112, 113, 133, 135, 136, 139, 142 y 155)

- G. Biessy, F. Moreau, O. Dauteuil, and O. Bour. *Journal of Geodynamics*, 52(1):24–33, 2011. ISSN 0264-3707. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jog.2010.11.005>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0264370710001572>. Surface deformation of an intraplate area from {GPS} time series. (citado en página 2)
- G. Blewitt. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 108:2103, February 2003. doi: 10.1029/2002JB002082. Self-consistency in reference frames, geocenter definition, and surface loading of the solid Earth. (citado en páginas xxiii, 52, 78 y 83)
- G. Blewitt and P. Clarke. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 108:2311, June 2003. doi: 10.1029/2002JB002290. Inversion of Earth's changing shape to weigh sea level in static equilibrium with surface mass redistribution. (citado en páginas 51, 53 y 78)
- C. Boucher and Z. Altamimi. page 551, 1985. Towards an Improved Realization of the BIH Terrestrial Frame. (citado en páginas 8 y 10)
- C. Boucher, Z. Altamimi, M. Feissel, and P. Sillard. *IERS Technical Note*, 20:1, March 1996. Results and analysis of the ITRF94. (citado en página 10)
- C. Boucher, Z. Altamimi, and P. Sillard. *IERS Technical Note*, 24:1–166, May 1998. Results and analysis of the ITRF96. (citado en página 11)
- C. Boucher, Z. Altamimi, and P. Sillard. *IERS Technical Note*, 27:1–191, May 1999. The International Terrestrial Reference Frame (ITRF97). (citado en página 11)
- Joseph. Boussinesq. 1885. Applications des potentials et étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques. (citado en páginas 72, 123 y 125)
- J.-P. Boy and B. F. Chao. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 110:Bo8412, August 2005. doi: 10.1029/2002JB002333. Precise evaluation of atmospheric loading effects on Earth's time-variable gravity field. (citado en página 26)
- C. Brunini, L. Sanchez, H. Drewes, S. Costa, V. Mackern, W. Martínez, W. Seemuller, and A. Silva. volume 136 of *International Association of Geodesy Symposia*, pages 3–10. Springer Berlin Heidelberg, 2012. ISBN 978-3-642-20337-4. doi: 10.1007/978-3-642-20338-1_1. URL http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-20338-1_1. Improved Analysis Strategy and Accessibility of the SIRGAS Reference Frame. (citado en página 14)
- D. P. Chambers and J. A. Bonin. *Ocean Science*, 8:859–868, October 2012. doi: 10.5194/os-8-859-2012. Evaluation of Release-05 GRACE time-variable gravity coefficients over the ocean. (citado en páginas 46, 58, 59, 60 y 62)
- D. P. Chambers, J. Wahr, and R. S. Nerem. *Geophys. Res. Lett.*, 31:L13310, July 2004. doi: 10.1029/2004GL020461. Preliminary obser-

- variations of global ocean mass variations with GRACE. (citado en página 50)
- D. P. Chambers, M. E. Tamisiea, R. S. Nerem, and J. C. Ries. *Geophys. Res. Lett.*, 34:L05610, March 2007. doi: 10.1029/2006GL029171. Effects of ice melting on GRACE observations of ocean mass trends. (citado en página 50)
- J. L. Chen, C. R. Wilson, R. J. Eanes, and R. S. Nerem. *J. Geophys. Res.*, 104:2683–2690, February 1999. doi: 10.1029/1998JB900019. Geophysical interpretation of observed geocenter variations. (citado en página 51)
- J. L. Chen, M. Rodell, C. R. Wilson, and J. S. Famiglietti. *Geophys. Res. Lett.*, 32:L14405, July 2005. doi: 10.1029/2005GL022964. Low degree spherical harmonic influences on Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) water storage estimates. (citado en página 50)
- M. Cheng and B. D. Tapley. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 109:B09402, September 2004. doi: 10.1029/2004JB003028. Variations in the Earth's oblateness during the past 28 years. (citado en página 54)
- M. Cheng, B. D. Tapley, and J. C. Ries. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 118:740–747, February 2013. doi: 10.1002/jgrb.50058. Deceleration in the Earth's oblateness. (citado en página 54)
- X. Collilieux, Z. Altamimi, D. Coulot, J. Ray, and P. Sillard. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 112:B12403, December 2007. doi: 10.1029/2007JB004933. Comparison of very long baseline interferometry, GPS, and satellite laser ranging height residuals from ITRF2005 using spectral and correlation methods. (citado en página 2)
- X. Collilieux, Z. Altamimi, D. Coulot, T. van Dam, and J. Ray. *Advances in Space Research*, 45:144–154, January 2010. doi: 10.1016/j.asr.2009.08.024. Impact of loading effects on determination of the International Terrestrial Reference Frame. (citado en página 3)
- X. Collilieux, T. van Dam, J. Ray, D. Coulot, L. Métivier, and Z. Altamimi. *Journal of Geodesy*, 86:1–14, January 2012. doi: 10.1007/s00190-011-0487-6. Strategies to mitigate aliasing of loading signals while estimating GPS frame parameters. (citado en página 3)
- L. Combrinck. volume 38 of *COSPAR Meeting*, page 3828, 2010. Recent results utilising Satellite Laser Ranging to estimate Parameterised Post-Newtonian parameters Gamma and Beta. (citado en página 20)
- J.-F. Crétaux, L. Soudarin, F. J. M. Davidson, M.-C. Gennero, M. Bergé-Nguyen, and A. Cazenave. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 107:2374, December 2002. doi: 10.1029/2002JB001820. Seasonal and interannual geocenter motion from SLR and DORIS measu-

- rements: Comparison with surface loading data. (citado en página 51)
- J. L. Davis, T. A. Herring, I. I. Shapiro, A. E. E. Rogers, and G. Elgered. *Radio Science*, 20:1593–1607, December 1985. doi: 10.1029/RSo20io06p01593. Geodesy by radio interferometry - Effects of atmospheric modeling errors on estimates of baseline length. (citado en página 24)
- J. L. Davis, P. Elósegui, J. X. Mitrovica, and M. E. Tamisiea. *Geophys. Res. Lett.*, 31:L24605, December 2004. doi: 10.1029/2004GL021435. Climate-driven deformation of the solid Earth from GRACE and GPS. (citado en página 51)
- C. DeMets, R. G. Gordon, D. F. Argus, and S. Stein. *Geophys. Res. Lett.*, 21:2191–2194, 1994. doi: 10.1029/94GL02118. Effect of recent revisions to the geomagnetic reversal time scale on estimates of current plate motions. (citado en página 10)
- H. Dobsław, F. Flechtner, I. Bergmann-Wolf, C. Dahle, R. Dill, S. Esselborn, I. Sasgen, and M. Thomas. *Journal of Geophysical Research (Oceans)*, 118:3704–3711, July 2013. doi: 10.1002/jgrc.20271. Simulating high-frequency atmosphere-ocean mass variability for de-aliasing of satellite gravity observations: AOD1B RL05. (citado en página 55)
- D. Dong, R. S. Gross, and J. O. Dickey. *Geophys. Res. Lett.*, 23:725–728, 1996. doi: 10.1029/96GL00740. Seasonal variations of the Earth's gravitational field: An analysis of atmospheric pressure, ocean tidal, and surface water excitation. (citado en página 90)
- D. Dong, J. O. Dickey, Y. Chao, and M. K. Cheng. *Geophys. Res. Lett.*, 24:1867–1870, 1997. doi: 10.1029/97GL01849. Geocenter variations caused by atmosphere, ocean and surface ground water. (citado en página 52)
- D. Dong, P. Fang, Y. Bock, M. K. Cheng, and S. Miyazaki. *Journal of Geophysical Research-Solid Earth*, 107(B4), Apr 2002. doi: 10.1029/2001jb000573. URL <GotoISI>://W05:000178917000010. Anatomy of apparent seasonal variations from GPS derived site position time series. (citado en página 2)
- H. Drewes. volume 136 of *International Association of Geodesy Symposia*, pages 67–76. Springer Berlin Heidelberg, 2012. ISBN 978-3-642-20337-4. doi: 10.1007/978-3-642-20338-1_9. URL http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-20338-1_9. How to Fix the Geodetic Datum for Reference Frames in Geosciences Applications? (citado en página 3)
- H. Drewes and O. Heidbach. volume 136 of *International Association of Geodesy Symposia*, pages 657–664. Springer Berlin Heidelberg, 2012. ISBN 978-3-642-20337-4. doi: 10.1007/978-3-642-20338-1_81. URL http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-20338-1_81. The

- 2009 Horizontal Velocity Field for South America and the Caribbean. (citado en página 24)
- Hermann Drewes. Time evolution of the SIRGAS reference frame. In *Advances in Positioning and Reference Frames*, pages 174–179. Springer Berlin Heidelberg, 1998. doi: 10.1007/978-3-662-03714-0_28. URL https://doi.org/10.1007/978-3-662-03714-0_28. (citado en página 13)
- A. M. Dziewonski and D. L. Anderson. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 25:297–356, June 1981. doi: 10.1016/0031-9201(81)90046-7. Preliminary reference Earth model. (citado en páginas 2, 72 y 80)
- W. E. Farrell. *Reviews of Geophysics*, 10(3):761–797, 1972. ISSN 1944-9208. doi: 10.1029/RG010i003p00761. URL <http://dx.doi.org/10.1029/RG010i003p00761>. Deformation of the Earth by surface loads. (citado en páginas xxiii, 25, 49, 72, 74, 75, 76, 80, 81, 83, 86, 87 y 89)
- R.A. Frazer, W.J. Duncan, and A.R. Collar. University Press, 1965. URL <http://books.google.com.ar/books?id=lqgSogEACAAJ>. Elementary Matrices and Some Applications to Dynamics and Differential Equations. (citado en página 74)
- J.T. Freymueller. volume 134 of *International Association of Geodesy Symposia*, pages 191–196. Springer Berlin Heidelberg, 2009. ISBN 978-3-642-00859-7. doi: 10.1007/978-3-642-00860-3_30. URL http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-00860-3_30. Seasonal Position Variations and Regional Reference Frame Realization. (citado en página 3)
- Y. Fu and J. T. Freymueller. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 117(B16):B03407, March 2012. doi: 10.1029/2011JB008925. Seasonal and long-term vertical deformation in the Nepal Himalaya constrained by GPS and GRACE measurements. (citado en páginas 2, 53, 63 y 90)
- Y. Fu, J. T. Freymueller, and T. Jensen. *Geophysical Research Letters*, 39: L15310, August 2012. doi: 10.1029/2012GL052453. Seasonal hydrological loading in southern Alaska observed by GPS and GRACE. (citado en páginas 2, 53, 63 y 90)
- R. Galván, M. Gende, and C. Brunini. volume 143 of *IAG Symposia Series*, 2014. Regional Model to Estimate Vertical Deformations due to Loading Seasonal Changes. (citado en página xi)
- R. Galván, M. Gende, and C. Brunini. 2014b. Estimación regional de los parámetros elásticos de la corteza terrestre utilizando series temporales de la componente vertical de SIRGAS-CON. (citado en página xi)
- E. Gilbert and G. Backus. *Dynamics of Stratified Solids*, page 82, 1968. Elastic-gravitational vibrations of a radially stratified sphere. (citado en página 76)

- S.-C. Han, C. K. Shum, C. Jekeli, C.-Y. Kuo, C. Wilson, and K.-W. Seo. *Geophysical Journal International*, 163:18–25, October 2005. doi: 10.1111/j.1365-246X.2005.02756.x. Non-isotropic filtering of GRACE temporal gravity for geophysical signal enhancement. (citado en página 56)
- H. Jeffreys. 1976. The earth. Its origin, history and physical constitution. (citado en página 25)
- C. Jekeli. December 1981. Alternative methods to smooth the Earth's gravity field. (citado en páginas 56 y 57)
- W. Jiang, Z. Li, T. van Dam, and W. Ding. *Journal of Geodesy*, 87:687–703, July 2013. doi: 10.1007/s00190-013-0642-3. Comparative analysis of different environmental loading methods and their impacts on the GPS height time series. (citado en páginas 30 y 95)
- G. Jobert. *Annales de Geophysique*, 16:1, 1960. Perturbations des marées terrestres. (citado en página 72)
- K Kaniuth, P Häfele, and L Sánchez. Subsidence of the permanent gps station bogotá. In *Vertical Reference Systems*, pages 56–59. Springer, 2002. (citado en página 36)
- B. L. N. Kennett and E. R. Engdahl. *Geophysical Journal International*, 105:429–465, May 1991. doi: 10.1111/j.1365-246X.1991.tb06724.x. Traveltimes for Global Earthquake Location and Phase Identification. (citado en página 80)
- B. L. N. Kennett, E. R. Engdahl, and R. Buland. *Geophysical Journal International*, 122:108–124, July 1995. doi: 10.1111/j.1365-246X.1995.tb03540.x. Constraints on seismic velocities in the Earth from traveltimes. (citado en página 80)
- J. A. Klobuchar. pages 225–228, 1984. A review of ionospheric effects on Earth-space propagation. (citado en página 24)
- G. Laske, G. Masters, Z. Ma, and M. Pasyanos. volume 15 of *EGU General Assembly Conference Abstracts*, page 2658, April 2013. Update on CRUST1.0 - A 1-degree Global Model of Earth's Crust. (citado en página 83)
- J.-M. Lemoine, S. Bruinsma, P. Gégout, R. Biancale, and S. Bourgoigne. volume 15 of *EGU General Assembly Conference Abstracts*, page 11123, April 2013. Release 3 of the GRACE gravity solutions from CNES/GRGS. (citado en página 63)
- I. M. Longman. *Journal Geophysical Research*, 67:845–850, February 1962. doi: 10.1029/JZ067i002p00845. A Green's Function for Determining the Deformation of the Earth under Surface Mass Loads, 1, Theory. (citado en páginas 72, 74, 77, 79, 80 y 86)
- A. E. H. Love. *Royal Society of London Proceedings Series A*, 82:73–88, February 1909. doi: 10.1098/rspa.1909.0008. The Yielding of the Earth to Disturbing Forces. (citado en página 78)
- A. E. H. Love. *Royal Society of London Philosophical Transactions Series A*, 228:377–420, 1929. doi: 10.1098/rsta.1929.0009. The Stress Produced

- in a Semi-Infinite Solid by Pressure on Part of the Boundary. (citado en páginas 123, 124 y 126)
- F. Lyard, F. Lefevre, T. Letellier, and O. Francis. *Ocean Dynamics*, 56: 394–415, December 2006. doi: 10.1007/s10236-006-0086-x. Modelling the global ocean tides: modern insights from FES2004. (citado en página 26)
- Z. Malkin. pages 89–94, August 2013. On the Impact of the Seasonal Station Motions on the Intensive UT1 Results. (citado en página 3)
- S. Mangiarotti, A. Cazenave, L. Soudarin, and J. F. CréTaux. *J. Geophys. Res.*, 106:4277–4291, January 2001. doi: 10.1029/2000JB900347. Annual vertical crustal motions predicted from surface mass redistribution and observed by space geodesy. (citado en páginas xviii, 26, 28 y 107)
- D. D. McCarthy and G. Petit. volume 16 of *IAU Joint Discussion*, page 95, 2003. IERS Conventions. (citado en página 26)
- J. B. Minster and T. H. Jordan. *J. Geophys. Res.*, 83:5331–5354, November 1978. doi: 10.1029/JB083iB11p05331. Present-day plate motions. (citado en página 10)
- Soledad Montenegro. Variaciones de las reservas de agua durante la sequía del año 2009 en la provincia de buenos aires a partir de datos satelitales de la misión grace. Master's thesis, Universidad de La Plata, FCAGLP, 12 2010. (citado en página 98)
- W. H. Munk and G. J. F. MacDonald. 1960. The rotation of the earth; a geophysical discussion. (citado en página 72)
- A. E. Niell. *J. Geophys. Res.*, 101:3227–3246, February 1996. doi: 10.1029/95JB03048. Global mapping functions for the atmosphere delay at radio wavelengths. (citado en página 25)
- I. Panet, J. Flury, R. Biancale, T. Gruber, J. Jo hannessen, M.R. van den Broeke, T. van Dam, P. Gegout, C.W. Hughes, G. Ramillien, I. Sasgen, L. Seoane, and M. Thomas. *Surveys in Geophysics*, 34(2):141–163, 2013. ISSN 0169-3298. doi: 10.1007/s10712-012-9209-8. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s10712-012-9209-8>. Earth System Mass Transport Mission (e.motion): A Concept for Future Earth Gravity Field Measurements from Space. (citado en página 1)
- C.L. Pekeris and H. Jarosch. *Contributions in Geophysics: In Honor of Beno Gutenberg*, pages 171–192, 1959. The free oscillation of the Earth. (citado en página 72)
- L. Petrov and J.-P. Boy. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 109:B03405, March 2004. doi: 10.1029/2003JB002500. Study of the atmospheric pressure loading signal in very long baseline interferometry observations. (citado en página 26)
- M Poutanen, H Koivula, and M Ollikainen. pages 388–392. Springer-Verlag., 2002. On periodicity of GPS time series. (citado en página 3)

- W. Rabbel and J. Zschau. *Journal of Geophysics Zeitschrift Geophysik*, 56: 81–89, March 1985. Static deformations and gravity changes at the earth's surface due to atmospheric loading. (citado en páginas 26 y 72)
- J. R. Ray, C. Ma, J. W. Ryan, T. A. Clark, and R. J. Eanes. *Geophys. Res. Lett.*, 18:231–234, February 1991. doi: 10.1029/91GL00205. Comparison of VLBI and SLR geocentric site coordinates. (citado en página 21)
- J. Saastamoinen. *Bulletin geodesique*, 107(1):13–34, 1973. ISSN 0007-4632. doi: 10.1007/BF02522083. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF02522083>. Contributions to the theory of atmospheric refraction. (citado en página 25)
- L. Sánchez and W Seemüller. volume 136 of *IAG Symposia*, pages 651–656, 2009. Combination of the weekly solutions delivered by the SIRGAS Processing Centres for the SIRGAS-CON reference frame. (citado en página 15)
- L. Sánchez and M. Seitz. Recent activities of the igs regional network associate analysis centre for sirgas. Technical Report 87, DFGI, Munich, Germany, 8 2011. (citado en páginas 14 y 16)
- H. Schuh, P. Varga, T. Seitz, J. Böhm, R. Weber, G. Mentes, H. J. Závoti, and M. Westerhaus. volume 13, pages 95–97, 2003. Sub-semidiurnal variations of the EOP observed by space geodesy compared with other geophysical phenomena. (citado en página 18)
- H. Schuh, J. Boehm, R. Heinkelmann, and A. Pany. volume 11 of *EGU General Assembly Conference Abstracts*, page 9841, April 2009. Atmospheric loading corrections in VLBI analysis. (citado en página 18)
- H. Schuh, M. Mahdi Alizadeh Elizei, C. Tierno Ros, and S. Todorova. volume 39 of *COSPAR Meeting*, page 1730, July 2012. Remote sensing the ionosphere by means of space geodetic techniques. (citado en página 18)
- F. Seitz and M. Krügel. volume 134, pages 23–29. Springer, 03 2009. ISBN 978-3-642-00859-7. doi: 10.1007/978-3-642-00860-3_4. Inverse model approach for vertical load deformations in consideration of crustal inhomogeneities. (citado en páginas xx, 103, 106, 109 y 115)
- T. Shida and M. Matsuyama. *Memoirs of the college of Science and Engineering*, 4:187–224, 1912. Note on Hecker's observations of horizontal pendulums. (citado en página 78)
- M. S. Steckler, S. L. Nooner, S. H. Akhter, S. K. Chowdhury, S. Betadpur, L. Seeber, and M. G. Kogan. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 115:B08407, August 2010. doi: 10.1029/2009JB007018. Modeling Earth deformation from monsoonal flooding in Bangladesh using hydrographic, GPS, and Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) data. (citado en página 135)

- S. Swenson and J. Wahr. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 107:2193, September 2002. doi: 10.1029/2001JB000576. Methods for inferring regional surface-mass anomalies from Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) measurements of time-variable gravity. (citado en página 56)
- S. Swenson and J. Wahr. *Geophys. Res. Lett.*, 33:L08402, April 2006. doi: 10.1029/2005GL025285. Post-processing removal of correlated errors in GRACE data. (citado en páginas 55, 57, 58 y 60)
- S. Swenson, D. Chambers, and J. Wahr. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 113:B08410, August 2008. doi: 10.1029/2007JB005338. Estimating geocenter variations from a combination of GRACE and ocean model output. (citado en páginas xviii, 50, 51 y 53)
- B. D. Tapley, S. Bettadpur, M. Watkins, and C. Reigber. *Geophysical Research Letters*, 31:9607+, May 2004. doi: 10.1029/2004GL019920. The gravity recovery and climate experiment: Mission overview and early results. (citado en páginas 1 y 43)
- V. Tesmer, P. Steigenberger, T. van Dam, and T. Mayer-Gürr. *Journal of Geodesy*, 85:291–310, May 2011. doi: 10.1007/s00190-010-0437-8. Vertical deformations from homogeneously processed GRACE and global GPS long-term series. (citado en página 3)
- P. Tregoning and C. Watson. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 114:B09403, September 2009. doi: 10.1029/2009JB006344. Atmospheric effects and spurious signals in GPS analyses. (citado en página 2)
- P. Tregoning, C. Watson, G. Ramillien, H. McQueen, and J. Zhang. *Geophysical Research Letters*, 36:15401, August 2009. doi: 10.1029/2009GL038718. Detecting hydrologic deformation using GRACE and GPS. (citado en páginas 3 y 95)
- T. van Dam, J. Wahr, P. C. D. Milly, A. B. Shmakin, G. Blewitt, D. Lavallée, and K. M. Larson. *Geophysical Research Letters*, 28:651–654, 2001. doi: 10.1029/2000GL012120. Crustal displacements due to continental water loading. (citado en páginas 2, 90 y 107)
- T. van Dam, H.-P. Plag, O. Francis, and P. Gegout. *IERS Technical Note*, 30:180–198, 2003. GGFC Special Bureau for Loading: current status and plans. (citado en páginas 79 y 81)
- T. van Dam, J. Wahr, and D. Lavallée. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 112:B03404, March 2007. doi: 10.1029/2006JB004335. A comparison of annual vertical crustal displacements from GPS and Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) over Europe. (citado en páginas 2, 3, 26, 90, 95 y 96)
- T. van Dam, Z. Altamimi, X. Collilieux, and J. Ray. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 115:B07415, July 2010. doi: 10.1029/2009JB006810. Topographically induced height errors in predicted atmospheric loading effects. (citado en páginas 26 y 27)

- T. van Dam, X. Collilieux, J. Wuite, Z. Altamimi, and J. Ray. *Journal of Geodesy*, 86:1043–1057, November 2012. doi: 10.1007/s00190-012-0564-5. Nontidal ocean loading: amplitudes and potential effects in GPS height time series. (citado en página 2)
- T. M. van Dam and J. M. Wahr. *Journal Geophysical Research*, 92:1281–1286, February 1987. doi: 10.1029/JB092iB02p01281. Displacements of the earth's surface due to atmospheric loading - Effects of gravity and baseline measurements. (citado en páginas 2, 26, 27, 30 y 90)
- T. M. van Dam, G. Blewitt, and M. B. Heflin. *J. Geophys. Res.*, 99: 23939, December 1994. doi: 10.1029/94JB02122. Atmospheric pressure loading effects on Global Positioning System coordinate determinations. (citado en páginas 26 y 28)
- T. M. van Dam, J. Wahr, Y. Chao, and E. Leuliette. *Geophysical Journal International*, 129:507–517, June 1997. doi: 10.1111/j.1365-246X.1997.tb04490.x. Predictions of crustal deformation and of geoid and sea-level variability caused by oceanic and atmospheric loading. (citado en página 29)
- J. M. Wahr, S. Swenson, V. Zlotnicki, and I. Velicogna. *Geophysical Research Letters*, 31:11501, 06/2004 2004. doi: 10.1029/2004GL019779. URL <http://adsabs.harvard.edu/abs/2004GeoRL...3111501W>. Time-variable gravity from GRACE: First results. (citado en página 90)
- John Wahr and Mery Molenaar. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 103(B12):30205–30229, 1998. doi: 10.1029/98JB02844. URL <http://dx.doi.org/10.1029/98JB02844>. Time variability of the Earth's gravity field: Hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE. (citado en páginas 47, 49, 55, 56 y 57)
- H. Wang, L. Xiang, L. Jia, L. Jiang, Z. Wang, B. Hu, and P. Gao. *Computers and Geosciences*, 49:190–199, December 2012. doi: 10.1016/j.cageo.2012.06.022. Load Love numbers and Green's functions for elastic Earth models PREM, iasp91, ak135, and modified models with refined crustal structure from Crust 2.0. (citado en páginas xix, 80, 81, 82, 83, 87 y 88)
- S. D. P. Williams and N. T. Penna. *Geophysical Research Letters*, 38: L09314, May 2011. doi: 10.1029/2011GL046940. Non-tidal ocean loading effects on geodetic GPS heights. (citado en páginas 2 y 90)
- P. Wu and W. R. Peltier. *Geophysical Journal*, 70:435–485, August 1982. doi: 10.1111/j.1365-246X.1982.tb04976.x. Viscous gravitational relaxation. (citado en página 80)
- X. Wu, D. F. Argus, M. B. Heflin, E. R. Ivins, and F. H. Webb. *Geophys. Res. Lett.*, 29:2210, December 2002. doi: 10.1029/2002GL016324. Site distribution and aliasing effects in the inversion for load coefficients and geocenter motion from GPS data. (citado en página 51)

- X. Wu, M. B. Heflin, E. R. Ivins, D. F. Argus, and F. H. Webb. *Geophysical Research Letters*, 30:1742, July 2003. doi: 10.1029/2003GL017546. Large-scale global surface mass variations inferred from GPS measurements of load-induced deformation. (citado en página 2)
- X. Wu, M. B. Heflin, E. R. Ivins, and I. Fukumori. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 111:B09401, September 2006. doi: 10.1029/2005JB004100. Seasonal and interannual global surface mass variations from multisatellite geodetic data. (citado en páginas 51 y 53)
- R. Zou, J. T. Freymueller, K. Ding, S. Yang, and Q. Wang. *Journal of Geophysical Research (Solid Earth)*, 119:1337–1358, feb 2014. doi: 10.1002/2013JB010186. Evaluating seasonal loading models and their impact on global and regional reference frame alignment. (citado en páginas 3, 53, 72, 90 y 95)