

ACTIVIDADES DE ARTICULACIÓN ENTRE DOS MATERIAS DE MATEMÁTICA DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA DE LA UNLP

Di Domenicantonio Rossana, García Mabel, Langoni Laura, Rivera Ana

Departamento de Cs. Básicas, Facultad de Ingeniería, UNLP

Calle 1 y 47 – La Plata (B1900TAG), rossanadido@ing.unlp.edu.ar

Palabras Clave: Articulación, Trigonometría, Cónicas, Trabajo grupal, Problemas.

1 Introducción

Matemática Para Ingeniería (Matemática PI) es la materia de nivelación donde se repasan los contenidos de matemática del colegio secundario. Matemática A es una materia del Área Básica, correlativa de Matemática PI, que se cursa en el primer semestre de primer año. En esta asignatura se abordan los temas relacionados con el cálculo diferencial, en una y en varias variables. Ambas materias son comunes a todas las especialidades que se estudian en la Facultad.

Las clases de Matemática A se desarrollan con modalidad de aula-taller. Los alumnos trabajan con una guía preparada para este tipo de metodología teórico-práctica. Se busca que construyan su conocimiento trabajando colaborativamente y en base a la resolución de problemas, interactuando con sus pares y con los docentes. Las clases en Matemática PI se desarrollan siguiendo las ideas del aula-taller, introduciendo a los alumnos en una forma de estudio más autónoma respecto a la tradicional de la escuela secundaria.

Se realizaron dos experiencias de articulación con docentes de las cátedras Matemática PI y Matemática A, en cursos de alumnos que rehacen Matemática PI. Los temas abordados fueron Cónicas y Trigonometría, que son compartidos por ambas asignaturas. El objetivo de esta articulación es aplicar los conceptos estudiados a situaciones de la vida real con el fin de que el aprendizaje sea significativo e introducir a los alumnos en una modalidad de trabajo de aula-taller, como serán las clases en materias de matemática posteriores.

2 Fundamentación

La articulación se “refiere a la unión o enlace entre partes. Esto supone reconocer que las partes son distintas entre sí y a la vez forman parte de un todo” [1]. Según Luchetti, “La articulación es una estrategia para favorecer la continuidad de los aprendizajes, la gradualidad del proceso y el pasaje feliz, mórbido, fluido, seguro y no traumático interniveles” [2].

Por medio de estas experiencias se busca generar oportunidades para que los alumnos consoliden conceptos adquiridos en la escuela media y construyan y desarrollen habilidades para el trabajo colaborativo entre pares pensando en su futuro en Matemática A.

Es importante considerar que “la articulación implica no solo vínculos y conexiones entre los contenidos, sino también entre las concepciones de enseñanza y de aprendizaje; con la idea de sujeto que le subyace y con acuerdos acerca de qué significa saber” [3]. La intención de los docentes a quienes preocupa el tema de articulación, es establecer una continuidad a pesar de que existen culturas institucionales distintas, conocimientos propios de cada nivel o bien abordajes diferentes que profundizan conocimientos trabajados en el nivel anterior.

Considerando que se espera articular no solo contenidos, sino también el modo de trabajo, se fomentó el trabajo colaborativo entre los alumnos, promoviendo el aprendizaje por medio de resolución de problemas. Según Charnay una de las respuestas a la pregunta “¿Cómo aprenden los alumnos?” [4] es: “Solo hay aprendizaje cuando el alumno percibe un problema para resolver, es decir, cuando reconoce el nuevo conocimiento como medio de respuesta a una pregunta” [4]. Lo que se pretende enseñar a los alumnos debe estar

cargado de significado, es decir, debe tener sentido para ellos. “Y es, en principio, haciendo aparecer las nociones matemáticas como herramientas para resolver problemas como se permitirá a los alumnos construir el sentido. Solo después estas herramientas podrán ser estudiadas por sí mismas” [4]. El aprendizaje basado en problemas, según Pimienta Prieto [5], promueve la búsqueda de información y su interpretación, induciendo a generar hipótesis que serán probadas para valorar los resultados. Esta estrategia de aprendizaje favorece el vínculo entre los contenidos académicos con el mundo real y estimula el trabajo colaborativo entre los alumnos. Se trata de pasar de un modelo de saber para crecer como individuo a un saber para hacer socialmente, para generar competencias [6].

“La importancia de la Matemática en la formación del ingeniero radica en que constituye el lenguaje de modelación, o sea, el soporte simbólico (...). Por tanto, se debe otorgar prioridad al desarrollo de la capacidad de modelar utilizando los conceptos y el lenguaje de la Matemática” [7]. Con estas experiencias se busca, a través de un problema extramatemático, propiciar que los alumnos realicen la vinculación del tema con una aplicación a un caso real. Presentar actividades como éstas puede representar “el puente lógico que deben transitar los alumnos desde un nivel a otro, recorriendo el espiral de complejidad creciente que comprende los mismos procesos pero cuyo nivel de apropiación varía según la etapa evolutiva en que se encuentran los sujetos...”, en concordancia con Pugliese y otros [8].

Los objetivos generales planteados al formular las actividades fueron:

- Impulsar el desarrollo de competencias en los alumnos al enfrentarse a un problema.
- Centrar la atención de los estudiantes en sus respectivos procesos de aprendizaje a través de un aprender significativo.
- Promover el aprendizaje colaborativo entre los estudiantes.
- Fomentar el trabajo colaborativo entre docentes de distintas asignaturas.
- Articular contenidos comunes a ambas asignaturas.

3 Actividades Propuestas

Considerando que se trata de alumnos de la primera materia, las actividades fueron pautadas para guiarlos en la resolución de la situación problemática, tanto en la parte gráfica como en la analítica. Es por esta razón que la tarea está planteada en una secuencia de preguntas tendientes a generar discusión y construcción del conocimiento. Además, las propuestas fueron pensadas con la finalidad de fomentar la forma de trabajo del aula-taller.

La primera actividad: “El túnel y el camión” (Fig.1) consistió en un problema de aplicación a un caso real, donde los alumnos tuvieron que aplicar nociones básicas de cónicas, en particular de elipse.

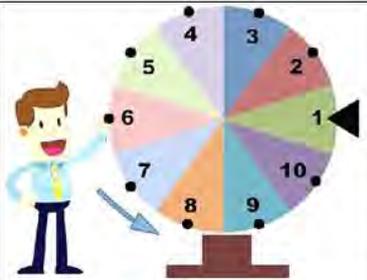
	<p style="text-align: center;">EL TÚNEL Y EL CAMIÓN</p> <p>Sobre un camino de mano única se construyó un túnel que atraviesa una montaña. El techo del túnel tiene la forma de un arco semielíptico, con un eje mayor horizontal de 15 m y una altura, en el centro, de 3 m.</p> <ol style="list-style-type: none"> Esquematicen la entrada del túnel en un sistema de ejes cartesianos, haciendo coincidir el centro del camino con el origen de coordenadas. Identifiquen y señalen las coordenadas de los puntos conocidos. Determinen la ecuación que representa al arco semielíptico del techo del túnel. Supongan que están conduciendo un camión que tiene un ancho de 2,4 m y una altura de 2,8 m y deciden tomar ese camino. Agreguen al gráfico anterior un esquema del camión en la ubicación más conveniente para que pueda pasar. ¿Podrán atravesar el túnel? Justifiquen analíticamente.
---	--

Fig.1. Enunciado de la 1° actividad propuesta a los alumnos.

Para la resolución del problema se necesitaba la identificación gráfica de la elipse y el conocimiento tanto de su ecuación como de algunos de sus elementos. Si bien Cónicas es un tema compartido por ambas materias, en cada una se estudia con distinta profundidad.

La segunda actividad, “La rueda de la fortuna” (Fig.2), consistió en un problema donde los alumnos tuvieron que aplicar nociones básicas de trigonometría y estrategias de

resolución de problemas. Para ello debían ubicar convenientemente la rueda de radio un metro en un sistema de ejes cartesianos, dar la ecuación de la circunferencia dada por el borde de la misma y determinar el punto terminal correspondiente a la ubicación de un cierto punto después de hacerla girar. Luego debían buscar una estrategia que les permitiera decidir a qué número apostar para ganar el juego. Finalmente se les pide que revean las respuestas de cada ítem si se agrega la dificultad de tener una rueda con radio distinto de uno.



¡Si estudian trigonometría se pueden llevar el premio mayor!

En una kermesse uno de los juegos favoritos es la Rueda de la Fortuna que podemos ver en la figura. Se trata de una rueda de 1 metro de radio que gira sobre un eje situado en el centro de la misma. Cada participante elige un número entre el 1 y el 10 y luego se hace girar la rueda. Será el ganador quien haya optado por el número que quede señalado por la flecha al detenerse completamente, y podrá elegir entre importantes premios.

a) Para responder las siguientes preguntas será de ayuda ubicar la ruleta en un sistema de ejes cartesianos. ¿Dónde consideran que será más conveniente colocar el centro de la rueda? Hagan un gráfico esquemático.

b) En el sistema considerado, ¿cuál es la ecuación canónica de la circunferencia representada por el borde de la rueda?

Se sabe que la rueda está “arreglada” de tal forma que, independientemente del impulso que se le dé, girará de manera que un punto cualquiera marcado sobre el borde recorrerá una distancia de $\frac{22}{3}\pi$ metros.

c) Observando la imagen, si se impulsa una vez la rueda ¿en qué posición se detendrá el punto indicado con el número 1? Marcarlo en el gráfico.

d) Volviendo a la posición inicial de la imagen, ¿a qué número apostarían para ganar el premio?

e) Si la rueda fuera de 2 metros de radio ¿en qué posición quedará el punto indicado con el número 1? Hallar las coordenadas cartesianas y realizar el gráfico de manera esquemática para interpretar lo obtenido.

Fig.2. Enunciado de la 2º actividad propuesta a los alumnos.

Si bien Trigonometría es un tema compartido por ambas asignaturas, en cada una se la aborda de distinta manera. En Matemática PI se utiliza orientada a la resolución de triángulos mientras que en Matemática A se la estudia asociándola con funciones. En ambas materias es un tema que a los alumnos les acarrea cierta dificultad y motivar el estudio y su aplicación en situaciones reales debería favorecer el aprendizaje significativo.

Con el fin de conocer la opinión de los alumnos, al finalizar cada actividad, les pedimos que completaran un breve cuestionario para conocer su opinión sobre las mismas.

4 Realización de las experiencias

Las actividades se desarrollaron en dos comisiones de alumnos recursantes de la asignatura Matemática PI, en el momento de finalizar el tema correspondiente. En ambas experiencias participaron docentes de las dos cátedras.

Cada actividad se inició pidiendo a los alumnos que se organizaran en grupos de 4 o 5 integrantes. Participaron 130 estudiantes en la primera actividad y 133 en la segunda. Se les entregó el enunciado impreso con la indicación de que contarían con 40 minutos para resolverla y que al finalizar la misma deberían entregar una resolución escrita por grupo.

Los docentes coordinaron y acompañaron a los alumnos en el proceso cognitivo durante el tiempo asignado. Para ello, en las mesas en las que fue necesario, realizaron preguntas que propiciaran el debate y orientaran a los alumnos hacia la resolución.

Fue necesario extender algunos minutos el tiempo asignado para la entrega de la resolución escrita, tras lo cual se realizó una puesta en común en el pizarrón. Este debate fue guiado por una de las docentes, con la colaboración de las restantes, quienes aportaban a la discusión de acuerdo a lo observado en su recorrido por las mesas. De acuerdo con Pimienta Prieto [5], un debate permite desarrollar en los alumnos el pensamiento crítico, analizar información y desarrollar la habilidad de argumentar sus afirmaciones. Durante el debate los alumnos pudieron detectar errores u omisiones cometidos en su resolución, proponer otros procedimientos, consultar los puntos que no habían podido resolver o apreciar otras formas de llegar a la respuesta, iniciando el intercambio de ideas entre grupos

diferentes. Además, los docentes efectuaron preguntas tendientes a dejar en evidencia errores en algunas respuestas y que no habían sido detectados por los estudiantes. Por ejemplo, en la primera actividad, varios grupos tuvieron dificultades para expresar matemáticamente que correspondía considerar sólo la mitad superior de una elipse. También pudo observarse que un número importante de alumnos calcularon elementos de la elipse que no eran necesarios para la resolución del problema.

Durante la puesta en común surgieron comentarios interesantes por parte de los alumnos. Por ejemplo, en la primera actividad uno de ellos afirmó que si la calle era doble mano podían pasar dos camiones de las mismas características al mismo tiempo y se discutieron en el pizarrón alternativas para su verificación. Mientras que en la segunda actividad, la pregunta que más motivación despertó en los alumnos fue el responder correctamente al número que debían apostar para obtener el premio mayor de la ruleta. Esto favoreció una activa participación y un debate en cada mesa de trabajo. En el pizarrón se hizo hincapié en los detalles de escritura y en la importancia de hacer una representación gráfica. También se remarcó la importancia de verificar si la respuesta obtenida guardaba coherencia con la situación contextual planteada.

5 Resultados de las actividades

Se analizaron los resultados obtenidos de las presentaciones escritas de los alumnos, su desempeño en el grupo de trabajo y su participación durante la puesta en común. Así como también los resultados de la encuesta realizada.

- **“El túnel y el camión”**

En cuanto a las presentaciones escritas de la resolución de la actividad, pudo observarse que la mayoría de los grupos logró responder correctamente las preguntas relacionadas con cuestiones gráficas y la interpretación de la situación real (preguntas a), b) y d) de la actividad) y presentaron mayores dificultades en las preguntas que se referían a cuestiones analíticas (preguntas c) y e)) (Fig. 3).

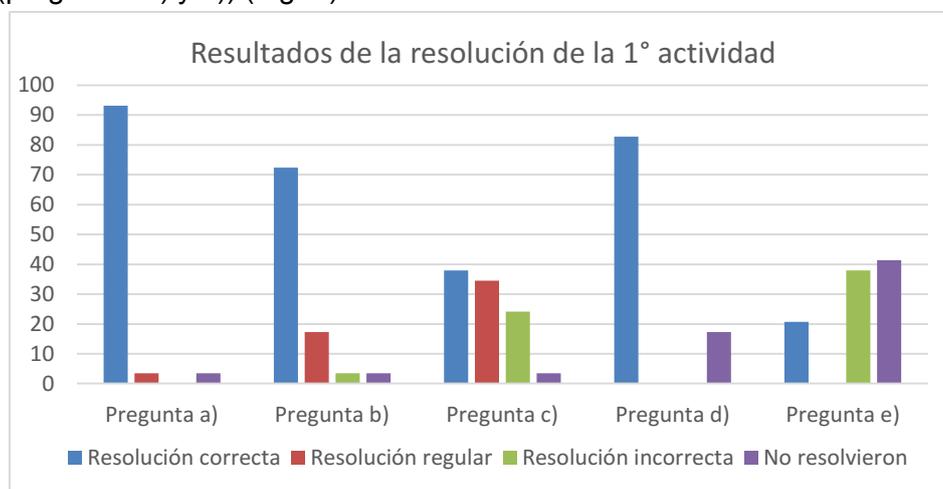


Fig. 3. Cuadro comparativo sobre la cantidad de respuestas de cada tipo.

- **“Rueda de la fortuna”**

En cuanto a las presentaciones escritas de la resolución de la actividad, pudo observarse que la mayoría de los grupos logró responder correctamente las preguntas a) y b) (Fig.2). Los estudiantes presentaron mayor dificultad en el momento de responder la pregunta c), donde debían utilizar el concepto de seno y coseno. En este caso, las resoluciones correctas y las regulares juntas fueron de un 40%. En cuanto a la pregunta d), donde debían decidir a qué número apostar, sólo el 15,5% pudo hacerlo en forma correcta. La pregunta e), donde se cambiaba el radio, sólo pudo responderla en forma correcta el 6,25% de los grupos. La falta de respuestas en las últimas tres preguntas podría deberse tanto a desconocimiento del tema como a la falta de tiempo para terminar la actividad (Fig. 4). Debido al desempeño observado en las respuestas a las últimas preguntas, los docentes de cada grupo decidieron explicarlo detalladamente en la clase siguiente.

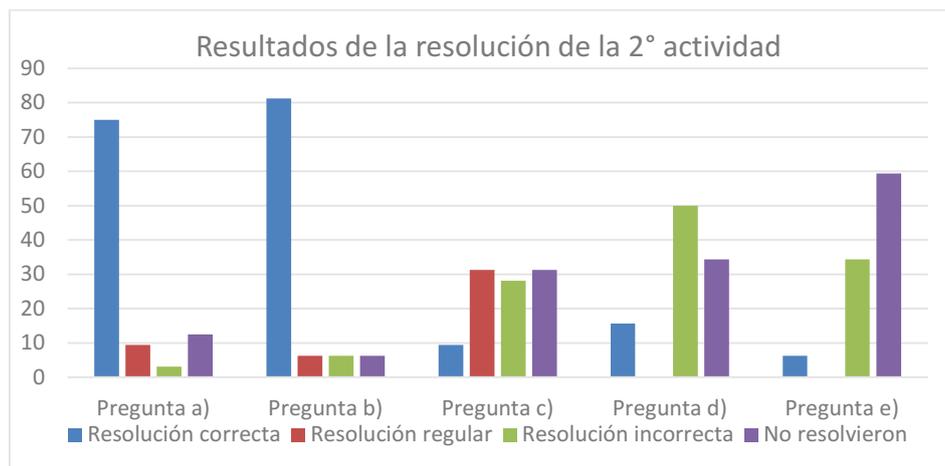


Fig. 4. Cuadro comparativo sobre la cantidad de respuestas de cada tipo.

Con ambos problemas, los estudiantes estuvieron bien predispuestos a la actividad presentada y a la modalidad de trabajo colaborativo. Pudo observarse la comunicación entre pares, el intercambio de ideas y la valoración de la opinión de los compañeros.

Al finalizar la puesta en común, los alumnos recibieron una encuesta (Fig. 5) con algunas preguntas tendientes a conocer su opinión sobre la actividad.

Respondan por favor las siguientes preguntas:

1. ¿Fue claro el enunciado?
2. ¿Les resultó difícil la resolución?
3. ¿Les pareció interesante ver la aplicación de temas estudiados en clase a una situación real? ¿Por qué?
4. ¿Habían relacionado anteriormente estos conceptos con situaciones reales?
5. Den algunos ejemplos de situaciones o problemas donde puedan aplicar los conceptos estudiados.

Fig. 5. Encuesta que se entregó a los alumnos.

Sobre la claridad en el enunciado, el 91,66% de los grupos manifestaron que les pareció claro. Mientras que respecto a la dificultad para resolver la actividad, las respuestas estuvieron divididas (Fig. 6). En este caso vemos que en la primera actividad, mayoritariamente se inclinaron por responder que la dificultad era media mientras que en la segunda esa fue la respuesta menos elegida.

Además, el 93,33% de los grupos indicaron que les pareció interesante ver una aplicación del tema estudiado en clase a una situación real. Sorpresivamente, el 63,33% de los grupos indicaron que antes de esta experiencia no habían relacionado los conceptos estudiados con situaciones reales. En promedio, los grupos dieron un solo ejemplo correcto. Es notable que ningún grupo pudo dar más de tres ejemplos correctos y que un 38% de los grupos no pudo dar ningún ejemplo o dio un ejemplo incorrecto (Fig. 7).

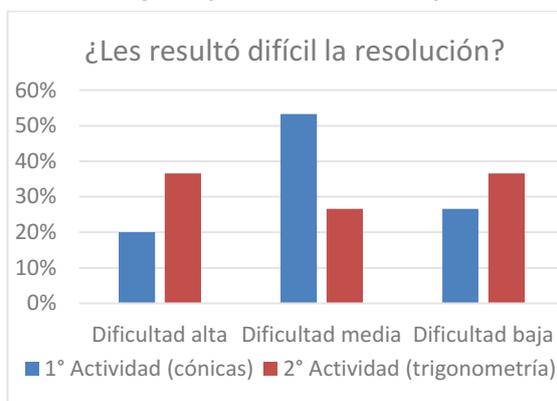


Fig. 6. Opinión de los alumnos respecto de la dificultad de la actividad.

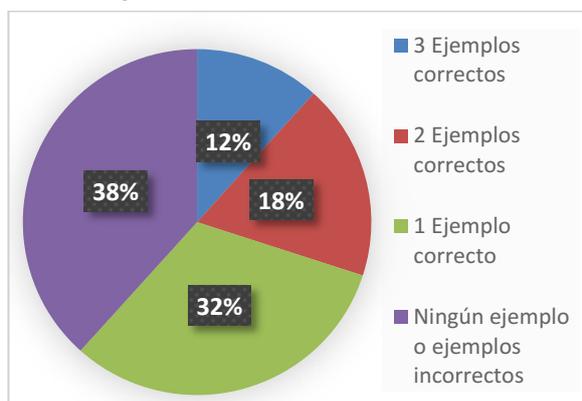


Fig. 7. Distribución del tipo de ejemplos presentados por los grupos de alumnos.

Varios grupos escribieron como ejemplos frases muy vagas: “distancias”, “en relojes”, “volúmenes”, entre otras, lo que muestra la dificultad que tienen los alumnos para expresar sus ideas por escrito.

6 Conclusiones

La importancia de la articulación entre dos materias de matemática correlativas entre sí impulsó la realización de estas experiencias en la Facultad de Ingeniería de la UNLP. En este caso se articularon tanto contenidos como metodología de trabajo en el aula.

Considerando desde un inicio que se trata de la formación de futuros ingenieros es importante desarrollar su capacidad para la resolución de problemas; lo que involucra, la identificación y modelización previa de los mismos. Se eligieron problemas de la vida real que requirieran de la modelización utilizando conceptos de cónicas y trigonometría, temas comunes a ambas asignaturas. Se pretendió lograr en los alumnos la valoración de la utilidad de las herramientas matemáticas estudiadas.

Los alumnos estuvieron bien predispuestos para trabajar y participativos en la puesta en común. Asimismo, los docentes trabajaron colaborativamente, aun cuando algunos de ellos se conocieron en la preparación de esta actividad. A los estudiantes les resultaron claros los enunciados de los problemas propuestos e interesante el hecho de tratarse de aplicaciones a casos reales. En algunos grupos de alumnos se notó alguna dificultad en aplicar los conceptos matemáticos estudiados. Durante la puesta en común se mostraron entusiastas para encontrar respuestas alternativas de acuerdo a las intervenciones de los docentes. Además, el debate resultó oportuno para corregir errores de escritura observados por los docentes en la recorrida por las distintas mesas de trabajo.

Actualmente se está considerando incorporar al apunte de Matemática PI más ejercitación donde los alumnos deban asociar los conceptos estudiados con situaciones reales. Como trabajo a futuro se continuarán realizando actividades de articulación entre ambas cátedras.

7 Bibliografía

1. Gobierno de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires: Diseño Curricular para la Educación Inicial. Edición a cargo de la Dirección de Curricula. ISBN 987-9327-61-6 (2000).
2. Luchetti, E.: Articulación. Un pasaje exitoso entre distintos niveles de enseñanza. Editorial Bonum (2005).
3. De Moreno, B.: *Articulación: algunas reflexiones en el contexto de la formación docente*. Programa Nacional de Formación Permanente de la Pcia. de Buenos Aires (2015).
4. Charnay, R.: Aprender (por medio de) la resolución de problemas. Parra, C.; Saiz, I.: *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Editorial Paidós, pp. 51-64 (1994).
5. Pimienta Prieto, J.: *Estrategias de enseñanza-aprendizaje. Docencia universitaria basada en competencias*. Pearson Educación (2012).
6. Aguerrondo, I.: Niveles o ciclos. El reto de la articulación. *Revista Internacional Magisterio*, Vol. 7, N° 38, pp.18-23 (2009).
7. Brito Vallina, M.; Alemán Romero, I.; Fraga Guerra, E.; Para García, J.; Arias de Tapia, R.: Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería Mecánica*, Vol. 14, N° 2, pp. 129-139 (2011).
8. Pugliese, J. C. Articulación universitaria. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología. Articulación de un ciclo inicial para carreras de ingeniería, pp.67-94 (2004).