

# SparseGMAP: ALGORITMO DE ESTIMACIÓN ESPECTRAL PARA RADAR METEOROLÓGICO BASADO EN MODELOS RALOS

Sebastián Pazos<sup>†\*</sup>, Martín Hurtado<sup>†</sup> y Carlos H. Muravchik<sup>†</sup>

sebastian.pazos@ing.unlp.edu.ar

<sup>†</sup> Departamento de Electrotecnia, Facultad de Ingeniería, UNLP

\* Departamento de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNLP

## 1. Introducción

Uno de los objetivos del procesamiento de señales de radar es reducir el efecto nocivo del clutter. El espectro del clutter terrestre se encuentra cercano a la frecuencia Doppler cero. Por lo cual, convencionalmente se utilizan filtros pasa-alto, denominados moving target indicator (MTI) [1]. Los resultados son satisfactorios sólo cuando el espectro de la señal meteorológica no se encuentra superpuesto al espectro del clutter. Otra técnica común es el mapa de clutter que se construye midiendo en condiciones libres de fenómenos climáticos [2]. Pero dichos mapas son estáticos y no pueden identificar nuevas regiones de clutter que aparecen en condiciones cambiantes de propagación. La tendencia actual es emplear métodos adaptivos que sean capaces de analizar cada celda de resolución para evaluar la existencia de clutter terrestre, y en caso positivo aplicar alguna técnica de mitigación de clutter. Un ejemplo es el algoritmo GMAP [3] que se basa en modelar las señales utilizando un espectro Gaussiano y se caracteriza por no alterar el espectro de la señal de interés cuando no hay clutter. Sin embargo, como este algoritmo se basa en la estimación del espectro de potencia de la señal recibida, se encuentra severamente afectado por el desborde de potencia de clutter en el espectro meteorológico, como consecuencia de procesar conjuntos de datos finitos. Cuando la relación clutter a señal es baja, se puede reducir este desborde mediante el uso de ventanas, a costa de mayores errores en la estimación de los momentos espectrales.

El objetivo del presente artículo es mejorar la estimación de los parámetros de la señal meteorológica a través de una mejor estimación del espectro de potencia. Se propone el uso de formulaciones ralas y algoritmos de inversión ralos para atacar este problema, especialmente cuando los espectros se solapan. En la representación rala la señal observada acepta una representación lineal sobre un diccionario, que es una colección de formas de onda conocidas (átomos) [4]. Esta representación es rala si sólo unos pocos coeficientes son significantes. Comúnmente el número de observaciones disponibles es menor que el número de átomos en el diccionario. Luego, este problema lineal se encuentra subdeterminado, Sin embargo, aún es posible resolver este problema inverso, aún cuando el soporte sea desconocido [5], [6]. Se han propuesto varios métodos para recuperar representaciones de señales con diccionarios sobre completos. En el presente artículo se consideran LASSO y fused LASSO, altamente estudiados en el campo de compressive sensing, que también son intensivos computacionalmente, pero no requieren valores iniciales para empezar el algoritmo.

## 2. Fundamentos

### 2.1. Estimación de momentos espectrales meteorológicos

Los tres estimadores de momentos espectrales mas importantes en el procesamiento de señales de radar meteorológico son la potencia de la señal meteorológica, la velocidad media Doppler y el ancho espectral [7]. En el presente artículo utilizamos el algoritmo Pulse Pair Processing (PPP) para obtener estos estimadores [8]. PPP asume que el clutter del terreno

ha sido removido, y que el espectro Doppler sólo consiste en ruido blanco y un solo pico espectral debido a la reflexión del fenómeno meteorológico. Este pico espectral se asume que tiene una forma aproximadamente Gaussiana, y se caracteriza por su amplitud, media y desviación estándar. Para cada celda de rango, el receptor genera una secuencia de datos correspondiente al tiempo lento  $x[l], l = 0, \dots, L$  obtenida a partir de  $L$  pulsos muestreados a la frecuencia de repetición de pulsos (PRF). La autocorrelación y el espectro de potencia de esta secuencia son respectivamente  $s_x[k] = \sum_{l=0}^{L-k-1} x[l]x^*[l+k]$ , y  $S_x(\omega) = \mathcal{F}\{s_x\} = |X(\omega)|^2$ . En base a estas definiciones, se definen los siguientes parámetros de interés.

**Potencia:** El momento zero del espectro Doppler que está relacionado con el contenido de agua líquida o tasa de precipitación en el volumen de resolución. El estimador PPP para la potencia es  $\hat{P} = s_x[0]$ .

**Velocidad Doppler:** El primer momento del espectro Doppler normalizado, representa esencialmente el movimiento de la masa de aire en la dirección radial. El estimador PPP para la velocidad es  $\hat{v} = -\lambda \arg\{s_x[1]\}/4\pi T$ , donde  $T = 1/PRF$  es el período de repetición de pulsos y  $\lambda$  es la longitud de onda de la señal de radar transmitida.

**Ancho Espectral:** La raíz cuadrada del segundo momento a partir del primer momento del espectro normalizado, es una medida de la dispersión de velocidades (turbulencia dentro de la celda de rango). El estimador PPP para este ancho es  $\hat{\sigma}_v = -\lambda \sqrt{\ln(|s_x[1]/s_x[0]|)}/\sqrt{8\pi T}$ .

## 2.2. Algoritmo GMAP

Esta técnica está basada en un enfoque frecuencial que asume un espectro de forma gaussiano para modelar el clutter y la señal meteorológica. El algoritmo consiste en los siguientes pasos:

1. Ventaneo y DFT: Aplicar la ventana de Hamming a la serie de tiempos  $x[l]$  y obtener el espectro de potencia Doppler a través de la DFT.
  2. Potencia de ruido dinámica: Reordenar los componentes del espectro en intensidad ascendente, definiendo así una región de señal/clutter y otra de ruido.
  3. Remoción de puntos de clutter: Usar los tres puntos centrales del espectro para ajustar una Gaussiana con el ancho espectral requerido en m/s, y descartar los puntos dentro del clutter Gaussiano, sobre el nivel de ruido.
  4. Reemplazar los puntos de clutter: Usando los componentes de señal restantes, ajustar una Gaussiana para rellenar los puntos de clutter removidos.
  5. Recalcular GMAP con una ventana óptima basados en la nueva relación señal a clutter.
- Finalmente, con el espectro limpio resultante se calculan los momentos espectrales mediante PPP.

## 3. SparseGMAP

Los modelos ralos buscan representar una señal como una combinación lineal de funciones básicas, llamadas átomos, pertenecientes a un diccionario [4]. En el caso específico de la estimación espectral, este diccionario está definido por cada componente de frecuencia,  $\mathbf{A} = \exp(j2\pi \mathbf{t} \mathbf{f}^T)$ , donde  $\mathbf{t} = (-L/2PRF \dots L/2PRF)^T$  son las muestras temporales y  $\mathbf{f} = (-PRF/2 \dots PRF/2)^T$  son las frecuencias de interés. Asumiendo que hay pocas componentes distintas de cero, el espectro posee una representación rala.

Utilizando estos modelos, dado un número de mediciones  $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^L$ , la teoría de *compressive sensing* (CS) resuelve el problema de encontrar  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$  tal que  $\mathbf{x}$  sea ralo y cumpla que  $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{z}$ , donde  $\mathbf{z}$  es el término de ruido estocástico. Esta teoría asegura que, bajo esta representación rala, la cantidad de muestras y datos necesarios para resolver el problema inverso puede reducirse significativamente sin afectar el desempeño del sistema [5, 6]. Desde

un punto de vista determinístico, la solución al problema inverso resulta [9]

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{x}\|_{\ell_0} \quad \text{tal que} \quad \|\mathbf{y} - \mathbf{Ax}\|_{\ell_2}^2 < \epsilon, \quad (1)$$

donde  $\epsilon$  está relacionado con la estadística del ruido. Como la minimización de la norma  $\ell_0$  es un problema NP, éste se relaja utilizando la norma  $\ell_1$  como una medida alternativa, resultando en el algoritmo Basis Pursuit [4].

Otros algoritmos CS alternativos, basados en una perspectiva Bayesiana, resultan en la siguiente formulación del siguiente estimador MAP para recuperación mediante compressive sensing [10],

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \max_{\mathbf{x}} \mathcal{P}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) \quad \text{tal que} \quad \mathbf{x} \sim \mathcal{P}(\mathbf{x}), \quad (2)$$

donde  $\mathcal{P}(\mathbf{x})$  es un prior utilizado para forzar la rareza de  $\mathbf{x}$ .

Asumiendo un prior Laplaciano, que fomenta soluciones raras, el estimador MAP es la solución a un problema de mínimos cuadrados regularizado mediante la norma  $\ell_1$ -norm, conocido como least absolute shrinkage and selection operator (LASSO) [11],

$$\hat{\mathbf{x}}_{LASSO}(\mu) = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{y} - \mathbf{Ax}\|_{\ell_2}^2 + \mu \|\mathbf{x}\|_{\ell_1}. \quad (3)$$

El parámetro de regularización  $\mu$  es una cota superior para el residual. Luego, el algoritmo anula las componentes frecuenciales cuya energía sea menor a  $\mu$ . Una forma simple de afinar el valor de  $\mu$  se provee en [12].

La norma  $\ell_1$  puede usarse para forzar restricciones estructurales mas generales en la solución reemplazando la restricción de rareza  $\|\mathbf{x}\|_{\ell_1}$  con  $\|\mathbf{Dx}\|_{\ell_1}$  para una matriz estructurada  $\mathbf{D}$ . Una elección en particular para esta matriz, toma la diferencia entre muestras sucesivas, logrando promover rareza a bloques, no directamente en los coeficientes. Esto es equivalente a una norma de variación total 1D [12], que es esencialmente normas  $\ell_1$  de las derivadas para promover soluciones de funciones constantes a trozos.

El algoritmo fused LASSO combina LASSO con ese prior de norma de variación total para promover simultáneamente rareza en los coeficientes y en la diferencia sucesiva entre ellos. Esto permite tener pocos coeficientes y un perfil plano de ellos.

$$\hat{\mathbf{x}}_{FL}(\mu_1, \mu_2) = \arg \min_{\mathbf{x}} (\|\mathbf{y} - \mathbf{Ax}\|_{\ell_2}^2 + \mu_1 \|\mathbf{x}\|_{\ell_1} + \mu_2 \|\mathbf{Dx}\|_{\ell_1}). \quad (4)$$

Esta combinación permite que fused LASSO pueda aplicarse en situaciones que involucren rareza a bloques o mezcla de picos y mesetas planas como el caso del espectro meteorológico.

En este artículo se introduce una modificación al algoritmo GMAP. En lugar de calcular la DFT de las muestras ventaneadas para estimar el espectro de potencia, se aplican modelos raros a través de LASSO y fused LASSO. Esta modificación al paso 1 permite mejorar la estimación espectral. En este proceso modificado se aplica una ventana de Blackman a la serie de tiempos, se estima el espectro, se remueve el clutter, se interpola el objetivo Gaussiano en los puntos removidos, si es necesario, y luego se estiman los momentos espectrales mediante PPP.

## 4. Simulaciones

En esta sección se discute el desempeño de la modificación propuesta a GMAP a través de simulaciones. Se generaron datos de radar meteorológico con espectros Doppler de forma Gaussiana usando el procedimiento descrito en [13]. Se generaron  $L$  muestras, resultando en  $L$  átomos del diccionario, equivalente a  $L$  frecuencias. Se utilizó una frecuencia de portadora  $f_0 = 5$  GHz. Se utiliza el sesgo para medir el desempeño de la velocidad Doppler

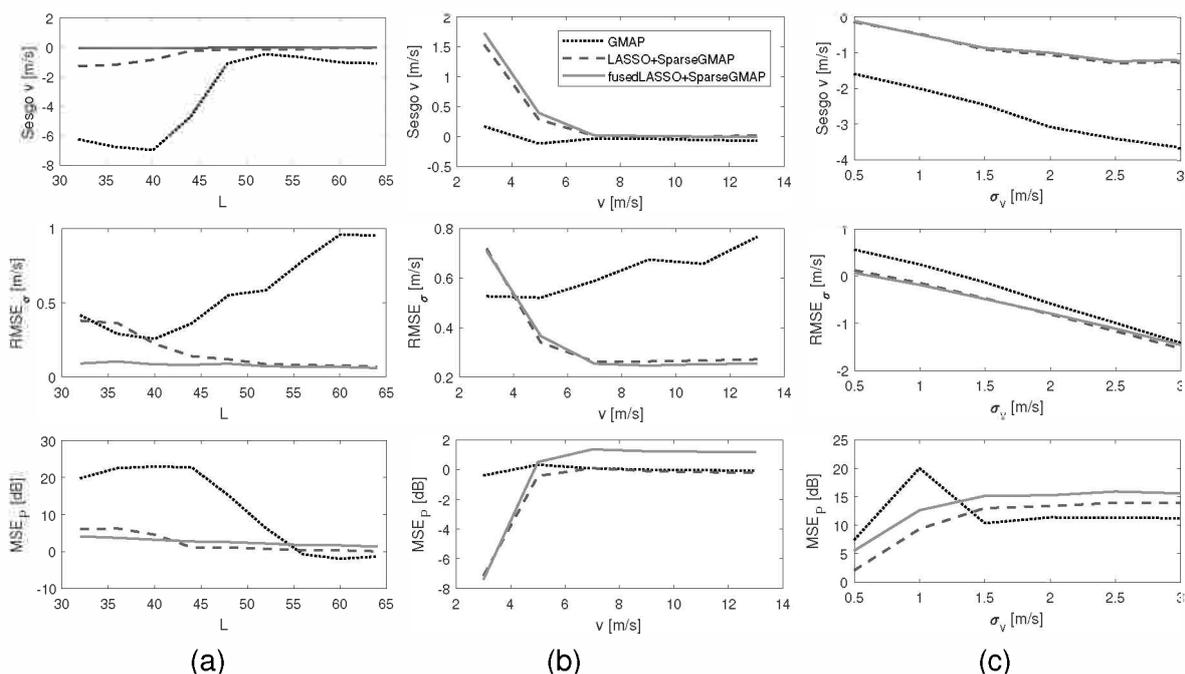


Figura 1: Desempeño de GMAP, y algoritmos CS, al estimar la velocidad Doppler y el ancho espectral para diferentes (a) número de muestras  $L$ , (b) velocidades Doppler  $v$  y (c) ancho espectral  $\sigma_v$ .

$B_v = \sum_{i=1}^{MC} v - \hat{v}_i / MC$ , la raíz del error cuadrático medio para el ancho espectral  $RMSE_{\sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^{MC} \|\sigma_v - \hat{\sigma}_{vi}\|_{\ell_2}^2 / MC}$ , y el error cuadrático medio para la potencia  $MSE_P = \sum_{i=1}^{MC} \hat{P}_i / P / MC$ . La variable  $MC$  se fijó en 1000 corridas de Monte Carlo. Para cada realización, se generó aleatoriamente el ruido usando un ancho espectral de clutter fijo  $\sigma_c = 0,3$  m/s, potencia de objetivo  $P_t = 1$ ; potencia de clutter  $P_c = 10^4$ ; potencia de ruido  $P_n = 10^{-2}$  y velocidad Doppler de clutter  $v_c = 0$ . Se analizó e; desempeño en función del número de muestras  $L$  usadas (equivalente al número de pulsos), el solapamiento entre el clutter y la señal meteorológica, y la dispersión de la señal meteorológica.

En primer lugar se analiza el desempeño de las nuevas técnicas al reducir el número de muestras de 64 a 32. Esto es crítico en radares meteorológicos ya que, comúnmente, no son capaces de procesar una gran cantidad de pulsos. En esta simulación se utilizó una velocidad Doppler radial  $v = 8$  m/s, con un objetivo de ancho espectral  $\sigma_v = 1$  m/s. la Figura 1 (a) muestra las medidas de desempeño para los momentos espectrales de interés, usando GMAP y SparseGMAP con LASSO y fusedLASSO. Como se esperaba, GMAP tiene una pobre desempeño para un bajo número de muestras. Claramente puede apreciarse una mejora sustancial en el sesgo de la velocidad Doppler, para todo el rango de número de muestras. Similarmente, se obtienen mejoras en las estimaciones del ancho espectral y en la Potencia.

En segundo lugar, se analiza el desempeño al variar el solapamiento entre el clutter y la señal meteorológica, equivalente a modificar el valor de la velocidad Doppler  $v$  de 3 a 13 m/s. En este caso se utiliza un escenario favorable para el algoritmo clásico, con  $L = 64$  muestras, y un ancho espectral de objetivo  $\sigma_v = 1$  m/s. La Figura 1(b) muestra los errores en los estimadores de momentos espectrales en este escenario. Nuevamente se obtienen mejoras en la estimación del ancho espectral. Cuando hay solapamiento importante, el desempeño de SparseGMAP es similar a los algoritmos clásicos, pero mejora a medida que la señal se aleja del clutter. No se obtiene una mejora notable en la velocidad Doppler ni en la potencia

Finalmente, se analiza el desempeño al modificar el ancho espectral  $\sigma_v$  de la señal meteorológica, desde 0,5 a 3 m/s. Se utilizan  $L = 64$  muestras, y una velocidad Doppler  $v = 5$  m/s.

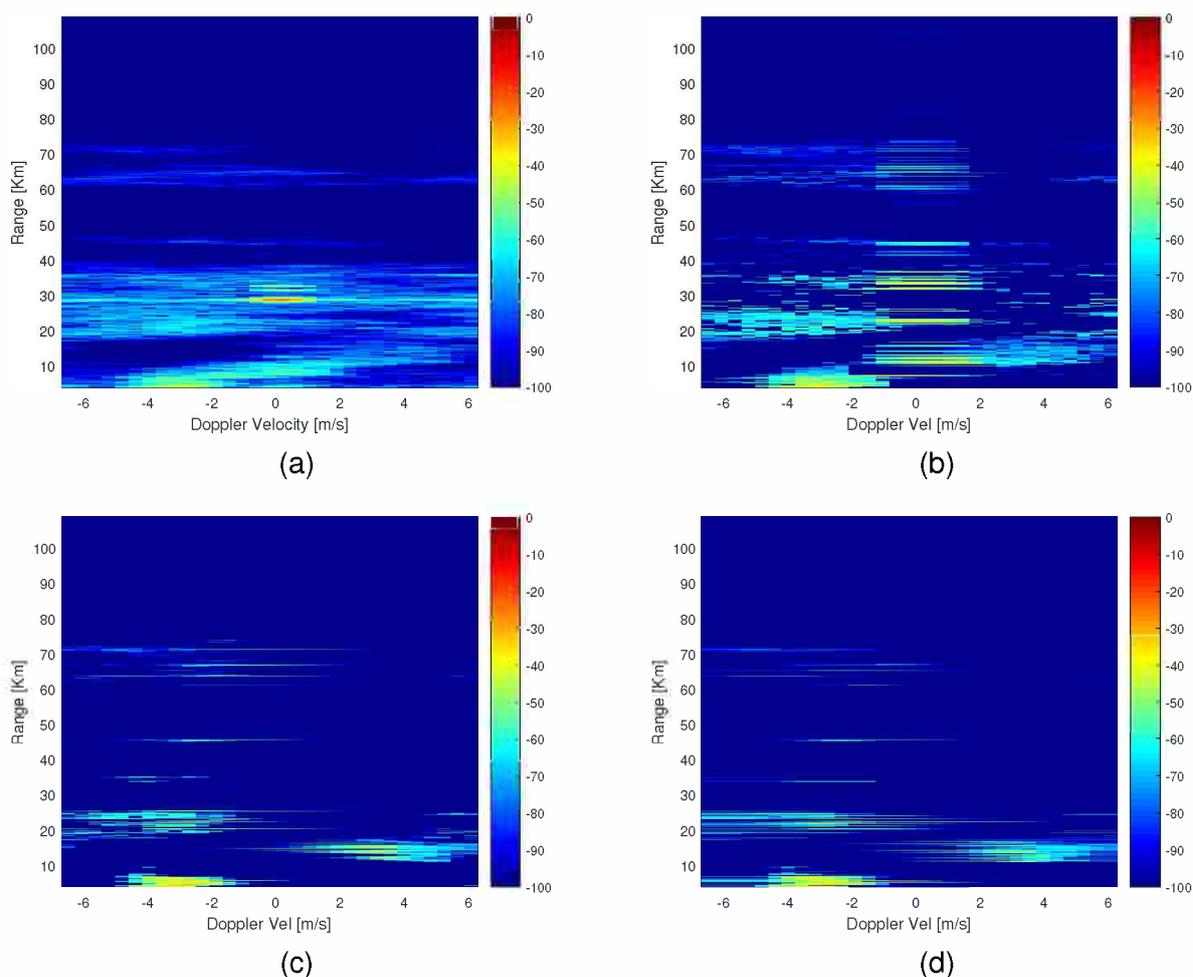


Figura 2: Reconstrucción de la imagen de radar meteorológica en rango-Doppler para (a) DFT, (b) GMAP, (c) LASSO+SparseGMAP, y (d) fused LASSO+SparseGMAP.

La Figura 1(c) muestra los resultados para este escenario. Los estimadores para la velocidad Doppler mejoran pero decrece cuando el ancho espectral aumenta y hay mayor solapamiento con el clutter. En este caso no se mejora el desempeño de GMAP en la estimación del ancho espectral o potencia.

## 5. Datos Reales

Se ilustra el enfoque de modelos raros utilizando datos reales del sistema de radar meteorológico de la empresa INVAP en Bariloche. Los datos corresponden a un ángulo de azimuth de  $259^\circ$ , con 3500 celdas de rango desde 0 a 100 km y  $L = 32$  pulsos por celda. El sistema utiliza una portadora de frecuencia  $f_0 = 5625$  MHz, y un ancho espectral de clutter  $\sigma_c = 0,5$  m/s. La Figura 2(a) muestra el espectro Doppler para cada celda usando la DFT. La Figura 2(b) muestra el espectro reconstruido mediante GMAP, donde puede apreciarse que falla en remover la interferencia de clutter terrestre. Las Figuras 2(c) y (d) muestran los espectros reconstruidos mediante SparseGMAP con LASSO y fused LASSO donde se ha removido exitosamente el clutter terrestre en la celda de rango cercano a los 30 km. Puede notarse que LASSO y fused LASSO producen resultados similares; sin embargo, la imagen de fused LASSO es más suave ya que este algoritmo fomenta soluciones ralas por bloque.

## 6. Conclusiones

En este artículo se introdujo un nuevo enfoque para mejorar las estimaciones de los momentos espectrales en aplicaciones de radar meteorológico. Este nuevo enfoque se basa en modelos raros junto con la teoría de compressive sensing. La aplicación de estas técnicas permite obtener una mejor estimación del espectro de potencia de la señal, y así una mejor cancelación de ruido y clutter. Se comparó esta nueva técnica con algoritmos clásicos mostrando un mejor desempeño, resultando en ganancias notables en la estimación de la velocidad Doppler y ancho espectral. Adicionalmente se ilustró el desempeño del algoritmo cuando se aplica a datos reales de radar meteorológico, mostrando una mejora en el rechazo de clutter y cancelación de ruido.

## Referencias

- [1] H. L. Groginsky and K. M. Glover, "Weather radar canceller design," in *19th Conference on Radar Meteorology*, 1980, pp. 192–198.
- [2] P. Meischner, *Weather Radar: Principles and Advanced Applications*, ser. Physics of Earth and Space Environments. Springer Berlin Heidelberg, 2005.
- [3] A. D. Siggia and R. E. Passarelli, Jr., "Gaussian model adaptive processing (GMAP) for improved ground clutter cancellation and moment calculation," in *Third European Conference on Radar Meteorology (ERAD)*, 2004, pp. 67–73.
- [4] S. S. Chen, D. L. Donoho, Michael, and A. Saunders, "Atomic decomposition by basis pursuit," *SIAM Journal on Scientific Computing*, vol. 20, pp. 33–61, 1998.
- [5] E. Candes, J. Romberg, and T. Tao, "Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 489–509, Feb. 2006.
- [6] D. L. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289–1306, Apr. 2006.
- [7] R. J. Doviak and D. S. Zrnic, *Doppler Radar and Weather Observations*. Academic Press, 1993.
- [8] M. Richards, *Fundamentals of Radar Signal Processing*, ser. Professional Engineering. Mcgraw-hill, 2005.
- [9] J. A. Tropp and S. J. Wright, "Computational methods for sparse solution of linear inverse problems," *Proceedings of the IEEE*, vol. 98, no. 6, pp. 948–958, June 2010.
- [10] S. Ji, Y. Xue, and L. Carin, "Bayesian compressive sensing," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 56, no. 6, pp. 2346–2356, June 2008.
- [11] R. Tibshirani, "Regression shrinkage and selection via the lasso," *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, vol. 58, no. 1, pp. 267–288, 1996.
- [12] L. I. Rudin, S. Osher, and E. Fatemi, "Nonlinear total variation based noise removal algorithms," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 60, no. 1, pp. 259 – 268, 1992.
- [13] D. S. Zrnic, "Simulation of weatherlike doppler spectra and signals," *Journal of Applied Meteorology*, vol. 14, no. 4, pp. 619–620, 1975.