

# Aplicación de algoritmos de optimización multiobjetivo a la mezcla de distintas fuentes de minerales en el largo plazo

Oscar Daniel Chuk, Marina E. Romero, Carlos Gustavo Rodríguez Medina,  
Luis V. Gutiérrez, Enrique A. Núñez, Juan P. Gil

Instituto de Investigaciones Mineras. Facultad de Ingeniería.  
Universidad Nacional de San Juan

Av. Libertador Gral. San Martín 1109 oeste. San Juan.  
0264-4211700 (int. 389)  
dchuk@unsj.edu.ar

## RESUMEN

Se presentan en este trabajo estrategias basadas en optimización multiobjetivo y supervisión predictiva destinadas a lograr una mezcla óptima de las distintas fuentes de mineral que ingresan a una planta de tratamiento, para las minas Cerro Vanguardia (Santa Cruz) y Casposo (Calingasta, San Juan). El planteo tiene una concepción Multiobjetivo, debido a las diversas variables que influyen en este caso de problemas y una concepción predictiva debido a que se desea modelar el comportamiento de las variables a lo largo del tiempo.

Este algoritmo se plantea con la suficiente flexibilidad como para ser adaptados fácilmente a otras situaciones semejantes.

**Palabras clave:** Optimización multiobjetivo, Mezcla óptima de minerales, Programación de Mina, Supervisión predictiva.

## CONTEXTO

Este trabajo tuvo su origen en el diseño por el Instituto de Investigaciones Mineras IIM de un algoritmo óptimo de mezcla de minerales para la empresa Cerro Vanguardia. El mismo tenía características estáticas, ya que resolvía el problema para una situación determinada. Este algoritmo original se ha visto mejorado con un nuevo desarrollo para la mina Casposo (Troy

Resources Limited), en el que se contempla en forma óptima y dinámica no sólo la situación actual de producción sino todas las posibles etapas del proceso y vida útil de la mina hacia futuro, contemplando incluso hasta el cierre del emprendimiento.

Este desarrollo se lleva a cabo en el marco de la Convocatoria 2018-2019 de Proyectos de Investigación y Desarrollo Social PDTs de la U.N.S.J. con el título “*Programación de mina de largo plazo mediante optimización multiobjetivo predictiva*”, y cuenta con el aval del Ministerio de Minería de la Provincia de San Juan en calidad de entidad patrocinante.

## 1. INTRODUCCIÓN

Desde que Lerchs y Grossman (1965) publicaron su método de explotación óptima de una cantera a cielo abierto basado en programación dinámica, ha existido un creciente interés en la industria minera por los métodos que permiten maximizar o minimizar un objetivo técnico o económico. El tratamiento de este problema, conocido como “mine planning” ha ido evolucionando al ritmo del desarrollo de las técnicas computacionales de optimización en los últimos 50 años. Al respecto, si bien algunos autores como Gershon (1987) sostienen que los métodos de optimización matemática no deben dejar de lado la heurística tradicional usada por los planificadores de mina, la mayoría de las soluciones recurren a la

Programación Lineal Mixta Entera (Mixed Integer Linear Programming MILP, Askari-Nasab et al., 2010), usando habitualmente el paquete comercial de cálculo CPLEX de IBM. Otras aproximaciones han usado la técnica de “branch and cut” (Caccetta and Hill, 2003), algoritmos genéticos (Ataei and Osanloo, 2003) y soluciones derivadas del control automático tales como el control predictivo (Goodwin et al., 2006).

El presente artículo se orienta a un problema relacionado con el previamente expuesto, pero de posterior desarrollo en la academia, la mezcla óptima de diversas fuentes de mineral en la producción minera. Esto involucra la mezcla de distintas menas, como por ejemplo diferentes sectores de una mina de cielo abierto, vetas de minas subterráneas y pilas de acopio, diversas plantas de tratamiento y distintos productos. Si bien las formulaciones más simples del problema de mezcla óptima están basadas en programación lineal (Chanda and Dagdelen, 1995), el proceso de optimización involucra la toma de decisión del destino completo de lotes de mineral, lo que a su vez implica el uso de variables enteras mezcladas con otras reales, en funciones de evaluación no lineales. Se trata entonces de un Algoritmo de Programación no lineal Mixto (Mixed Integer Nonlinear Program MINLP, Blom et al., 2016).

### 1.1 La planificación de mezcla de fuentes de mineral como un problema multiobjetivo

El caso particular de la planificación de producción en las industrias extractivas involucra un número elevado de variables: los caudales de mineral por veta, las leyes de las especies a extraer, la vida útil de la mina, las capacidades de la/las planta/s de tratamiento, sus recuperaciones, los valores en el mercado de los minerales, los costos de extracción y tratamiento, los costos energéticos, laborales, etc.

Al mismo tiempo, existen restricciones impuestas por factores técnicos y económicos que completan el problema de optimización. Los objetivos prioritarios de optimización suelen ser la maximización del Valor Actual Neto VAN (Net Present Value NPV, Asad and Topal, 2011) o

una política de ley de corte (Nesis, 2017). Pero tampoco son los únicos. Es habitual que el mismo se complemente con una consigna de producción en un determinado período y otros objetivos posibles como el agotamiento de los recursos al momento del cierre proyectado de la mina. Se tiene así un problema que contempla más de un objetivo. La resolución de un problema en el cual dos o más objetivos compiten entre sí, considerando restricciones técnico – económicas, es por definición un problema de optimización multiobjetivo.

Algunos autores como Everett (2010) resuelven esta versión multiobjetivo del problema de mezcla optimizando los objetivos iterativamente. Otros incluyen algunos objetivos como la estabilidad de los taludes en las restricciones del problema (Galić et al., 2009). Pero es difícil encontrar en la literatura abordajes estrictamente multiobjetivo del problema.

## 2. LINEAS DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO

### 2.1 Formulación del problema

En un planteo típico del problema, se propone la optimización de la mezcla de 10 fuentes de mineral en una operación minera metalífera de oro y plata hasta el agotamiento de las reservas, y se ha estimado que esto puede ocurrir a los  $N_c$  meses. El esquema mina-plantas a optimizar se presenta en la Figura 1.

Cada fuente de mineral tiene una previsión de reservas estimadas [tn], y está caracterizada por una ley de oro  $C_u$  [gr/tn] y de plata  $C_g$  [gr/tn], pudiendo variar ambas a lo largo de los  $N_c$  meses. Los caudales  $Q_i$  [tn/mes] provistos por las fuentes de mineral pueden ser derivados a distintas plantas según una variable entera  $d_i \in \{1, 2, 3\}$ . Si  $d_i = 1$  el destino es una planta de Molienda, si  $d_i = 2$  se deriva a una pila de Stock de Largo Plazo SLP intermedia, y si  $d_i = 3$  se destina a una planta de Lixiviación en valle HL. La pila SLP aporta a las plantas de Molienda y HL caudales  $Q_{SLPm}$  y  $Q_{SLPh}$  respectivamente. Las plantas de Molienda y HL tienen capacidades de trata-

miento  $Q_{scmb}$  y  $Q_{schb}$  [tn/mes], con recuperaciones para oro y plata  $R_{mu}$  y  $R_{mg}$ ,  $R_{hu}$  y  $R_{hg}$ , respectivamente. Los datos económicos son las cotizaciones del oro  $CotAu$ , de la plata  $CotAg$ , y los costos de procesamiento de Molienda  $PC_m$  y HL  $PC_h$ .

### 2.2 Optimización multiobjetivo

El problema de optimización multiobjetivo se define como (Donoso y Fabregat, 2007): Encontrar el vector/es de  $n$  variables de decisión

$$\mathbf{x}^* = [x_1^* \ x_2^* \ \dots \ x_n^*]^T \quad (1)$$

que satisfaga las  $m$  restricciones de desigualdad  $g_i(\mathbf{x}) \geq 0$  para  $i = 1, 2, \dots, m$  (2)

las  $t$  restricciones de igualdad  $h_i(\mathbf{x}) = 0$  para  $i = 1, 2, \dots, t$  (3)

y optimice (maximice o minimice) el vector de  $q$  funciones de evaluación  $f(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}) \ f_2(\mathbf{x}) \ \dots \ f_q(\mathbf{x})]$  (4)

Cuando hay varias funciones de evaluación  $f_i(\mathbf{x})$  las mismas compiten entre sí, por lo cual no es posible encontrar un óptimo sino que el resultado es un grupo de soluciones óptimas denominado *Conjunto de Pareto* (Coello Coello, 2002).

### 2.3 Carácter predictivo de la optimización

El hecho de considerar el desarrollo futuro del emprendimiento en las funciones de optimiza-

ción  $f(\mathbf{x})$ , a lo largo de los  $N_c$  de vida útil, implica el diseño de las mismas con un carácter predictivo, lo cual se logra echando a andar el modelo matemático del proceso hacia adelante en el tiempo. Se toman en cuenta las predicciones de leyes minerales, costos, valores de mercado, etc., tal como se muestra en la Figura 2.

El vector  $\mathbf{x}$  de variables de decisión es

$$\mathbf{x} = [Q_1(1) \ Q_2(1) \ \dots \ Q_{10}(1) \ Q_{SLPm}(1) \ Q_{SLPh}(1) \ \dots \ Q_1(N_c) \ Q_2(N_c) \ \dots \ Q_{10}(N_c) \ Q_{SLPm}(N_c) \ Q_{SLPh}(N_c) \ \dots \ d_1(1) \ d_2(1) \ \dots \ d_{10}(1) \ \dots \ d_1(N_c) \ d_2(N_c) \ \dots \ d_{10}(N_c)] \quad (5)$$

El algoritmo de cálculo multiobjetivo entrega un Conjunto Óptimo de Pareto donde cada individuo del mismo es una trayectoria óptima posible de la forma (5), graficados en la parte superior de la Fig. 2 (Por simplicidad se grafican sólo los caudales  $Q_i$ , no los destinos  $d_i$ ). En una segunda fase del proceso de optimización, se debe elegir alguna de estas trayectorias para aplicarla efectivamente al proceso, por un método que suele ser la menor norma euclídea al vector ideal (Chuk, 2012).

## 3. RESULTADOS OBTENIDOS Y ESPERADOS

El problema ha sido resuelto usando un algoritmo de optimización de colonias de hormigas (Schlueter y Munetomo, 2017).

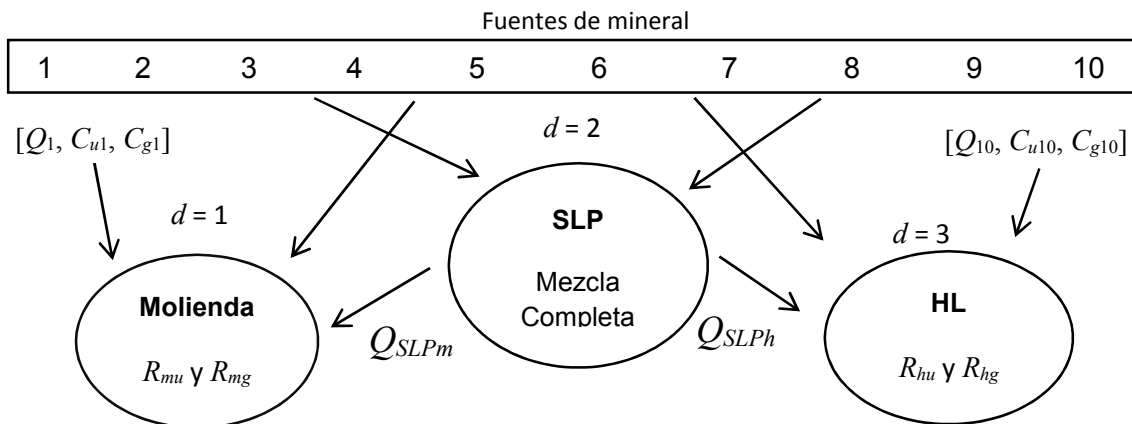


Figura 1. Esquema del conjunto mina – plantas

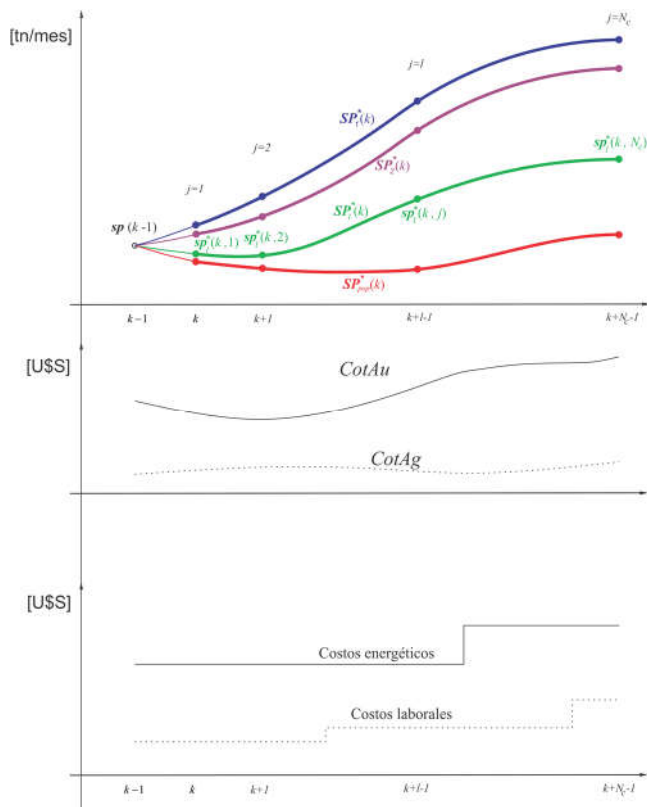


Fig. 2 Evolución futura de variables

En un ejemplo de aplicación concreto se considera un horizonte de  $N_c = 24$  meses, leyes crecientes en orden con las fuentes de mineral, pero con una fuerte caída en las previsiones de las mismas en el mes 8 y un incremento en la cotización del oro del 13% en el mes 16. La planta de Molienda tiene una capacidad de  $Q_{scmb} = 50000$  tn/mes y HL de  $Q_{scmh} = 100000$  tn/mes, y se le impone a la pila SLP que no descienda de 20000 tn hasta el mes 20, cuando se inicia el cierre de mina. La evolución en el tiempo se presenta en la Figura 3. El vector de 10 destinos optimizados es [3 2 2 3 3 2 1 1 1 1] para los meses 1 a 7, [3 3 2 2 2 2 3 3 2 2] para los meses 8 a 15 y [3 2 3 3 1 1 2 2 3 2] para los meses 16 a 24. Las soluciones optimizadas obtenidas presentan un aumento del VAN de entre el 5% y 10% respecto de la solución calculada por un programador de mina entrenado. Se observa un uso máximo y constante de ambas plantas, se respeta el volumen mínimo de la pila  $minVolSLP$  y se asegura el agotamiento de las reservas al fin del emprendimiento.

## 4. FORMACIÓN DE RECURSOS HUMANOS

La Ing. Marina E. Romero lleva adelante sus tesis de doctorado en Ingeniería de Procesamiento de Minerales en la temática, con el título “Planificación de mina de largo plazo basada en optimización multiobjetivo y supervisión predictiva”.

## 5. BIBLIOGRAFIA

- Asad, M.W.A. and Topal, E. (2011) ‘Net present value maximization model for optimum cut-off grade policy of open pit mining operations’, *J. S. Afr. Inst. Min. Metall*, 111 (11), 741-750.
- Askari-Nasab, H., Awuah-Offei, K. and H. Eivazy (2010) ‘Large-scale open pit production scheduling using Mixed Integer Linear Programming’, *International Journal of Mining and Mineral Engineering*, 2 (3), 185-214.
- Ataei, M., and Osanloo, M. (2003) ‘Using a combination of genetic algorithm and the grid search method to determine optimum cutoff grades of multiple metal deposits’, *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 18 (1), 60-78.
- Blom, M.L., Pearce, A.R. and Stuckey, P.J. (2016) ‘A Decomposition-Based Algorithm for the Scheduling of Open-Pit Networks Over Multiple Time Periods’. *Management Science*. <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.2015.2284>
- Caccetta, L., and Hill, S. P. (2003) ‘An application of branch and cut to open pit mine scheduling’. *Journal of Global Optimization*, 27 (2-3), 349-365.
- Chanda, E.K.C. and K. Dagdelen (1995) ‘Optimal blending of mine production using goal programming and interactive graphics systems’. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 9 (4), 203-208.

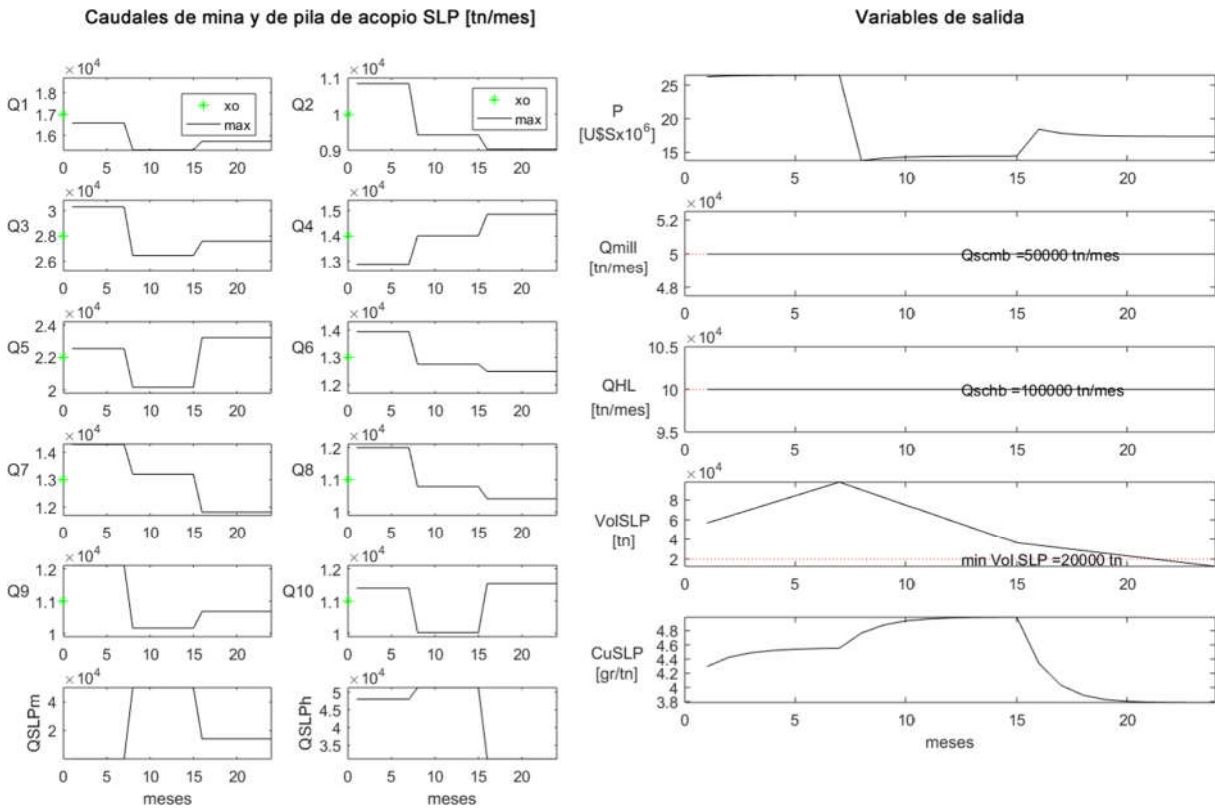


Figura 3: Variables de decisión y salidas optimizadas

Chuk, O.D. (2012) Supervisión predictiva con optimización multiobjetivo. Editorial EFU.

Coello Coello, C.A., Van Veldhuizen, D.A. and Lamont, G.B. (2002) Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems. Kluwer Academic Publishers. New York.

Donoso, Y. and Fabregat, R. (2007) Multi-Objective Optimization in Computer Networks Using Metaheuristics. Auerbach Publications, Boca Ratón.

Everett, J.E. (2010) 'Simulation Modeling of an Iron Ore Operation to Enable Informed Planning'. Interdisciplinary Journal of Information, Knowledge, and Management, 5, 101-114.

Galić, I., Jakonvić, B., Mrakovčić, I., (2009) 'An another way for open pit mine design optimization – Floating slopes method', Rudarsko-geološko-naftni zbornik, 21, 103-111.

Gershon, M. (1987) 'Heuristic approaches for mine planning and production scheduling', International Journal of Mining and Geological Engineering, 5 (1), 1-13.

Goodwin, G.C., Serona, M.M., and Menabdeb, M. (2006) 'Receding horizon control applied to optimal mine planning'. Automatica, 42 (8), 1337 – 1342.

Lerchs, H. and Grossman, I. F. (1965) 'Optimum design of open-pit mines', The Canadian mining and metallurgical bulletin, 58 (633), pp. 47-54.

Nesis, V.N. (2017) 'Cutoff evaluation practice in short-term gold mine planning'. Gornyi Zhurnal, 4, 43-48.

Schlueter, M. and M. Munetomo, (2017) 'MIDACO parallelization scalability on 200 MINLP benchmarks'. Journal of Artificial Intelligence and Soft Computing, 7 (3), 171-181.