# ESTUDIO EXPERIMENTAL DE COJINETES HIDRODINÁMICOS

### Gustavo G. Vignolo<sup>1,2,3</sup>, Daniel O. Barilá<sup>2</sup>, Claudio E. Merelli<sup>1,2,3</sup>, Lidia M. Quinzani<sup>3</sup>

1-Departamento de Ingeniería, Universidad Nacional del Sur, Av Alem 1253, Bahía Blanca, Argentina. cemerelli@plapiqui.edu.ar 2-Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de la Patagonia San Juan Bosco – Laboratorio de Mecánica de los Fluidos, Ruta Prov. N°1 Km 4, Comodoro Rivadavia, Argentina. dbarila@unpata.edu.ar 3-Planta Piloto de Ingeniería Química (PLAPIQUI), Universidad Nacional del Sur – CONICET Camino La Carrindanga km. 7 – CC 717 -, Bahía Blanca, Argentina. gvignolo@plapiqui.edu.ar

Palabras clave: Cojinetes hidrodinámicos, Estudio Experimental, Ecuación de Reynolds.

#### Resumen

Los cojinetes hidrodinámicos son elementos que se utilizan generalmente para soportar rotores en máquinas que requieran gran vida útil. Son, por lo tanto, parte fundamental de un sinnúmero de equipos, de las más diversas aplicaciones y potencias. La determinación de los parámetros de flujo en la película lubricante es una herramienta esencial a la hora de diseñar o estudiar el desempeño de tales dispositivos. No obstante, los medios analíticos conocidos son muy limitados debido a la gran cantidad de simplificaciones. Por otra parte, los métodos de simulación numérica requieren de validación experimental cuando sus modelos incorporan complejidades como transferencia de calor y cavitación.

Dada la dificultad para encontrar datos de ensayos representativos que comprueben estas formulaciones físico-matemáticas y, como parte de un proyecto integral de estudio de cojinetes hidrodinámicos, se diseñó y construyó un banco de ensayos con el objetivo de medir experimentalmente las variables principales de la película fluida y del cojinete en conjunto. Conforme a los requerimientos, el equipo puede medir presión de lubricante y temperatura del cojinete en distintos puntos y así determinar el perfil circunferencial y longitudinal de ambas magnitudes. Además, determina la posición del rotor y todas las cargas presentes en un ensayo: fuerza vertical, horizontal y par de fricción [1].

El presente trabajo muestra un conjunto de mediciones realizadas con el equipo descripto para un cojinete dado, en diversos estados de carga y a distintas velocidades de rotación. Como es de esperar, las presiones en la película manifiestan una fuerte dependencia con la carga aplicada, mientras que las temperaturas sobre el cojinete lo hacen con la velocidad de rotación. Los resultados de los ensayos son comparados con un modelo numérico termohidrodinámico previamente desarrollado [2].

#### 1. Introducción

Los cojinetes hidrodinámicos son elementos de máquina empleados para soportar rotores de equipos con altas cargas y que requieran una gran vida útil. Esto los convierte en componentes esenciales de una enorme diversidad de máquinas. En su forma más elemental están compuestos por dos cilindros, uno dentro del otro. Usualmente, el externo

es estático y recibe, por si solo, el nombre de cojinete, y el interno es un rotor llamado eje o muñón. Entre ambas superficies se sitúa un fluido (lubricante) que evita su contacto directo al producir presión como consecuencia del arrastre que sufre por parte del rotor dentro la geometría (cuña) que se forma entre las superficies sólidas. Tal fenómeno brinda capacidad portante al conjunto, permitiendo el deslizamiento suave de las partes. El análisis del flujo del lubricante es una herramienta esencial a la hora de diseñar o estudiar el desempeño de tales dispositivos. No obstante, los medios analíticos conocidos son muy limitados debido a la gran cantidad de simplificaciones que asumen o bien el grado de complejidad que adquieren. Por otra parte, los métodos de simulación numérica requieren de validación experimental cuando sus modelos incorporan fenómenos como transferencia de calor y cavitación [3, 4].

A pesar de que la lubricación hidrodinámica ha sido estudiada desde fines del siglo XIX, logrando notables avances, su desarrollo es aún incipiente en aspectos tales como la predicción de su desempeño dinámico, su comportamiento con fluidos reológicamente complejos, etc. Estas situaciones se manifiestan particularmente a la hora de contrastar formulaciones analíticas o numéricas con resultados experimentales, dado que la base de datos de ensayos existente presenta cuantiosos vacíos que deben aún llenarse. Ello ha motivado a que, como parte de un programa de estudio de cojinetes hidrodinámicos, se haya diseñado y construido un banco de ensayo de tales elementos [1] con la doble función de aportar datos de ensayos de referencia y de verificar modelos analíticos y numéricos propios.

En el presente trabajo se muestra información experimental obtenida con el equipo construido y se la compara con predicciones de un modelo numérico termohidrodinámico previamente desarrollado.

# 1.1. Descripción del banco de ensayo

El banco de ensayo desarrollado cuenta con un rotor impulsado por un motor eléctrico, un sistema de almacenamiento y suministro de lubricante, un rodamiento para aplicar la carga en la mitad del eje y un cojinete instrumentado, como puede verse en la figura 1.

Las variables que pueden medirse simultáneamente en cada ensayo son: presión en la película fluida, temperatura de suministro de lubricante, temperatura en la superficie del cojinete, posición y alineación del eje, velocidad de rotación del eje, capacidad portante y par de fricción del cojinete. Las variables de control del sistema son la velocidad de rotación y la carga aplicada.

La presión se determina en doce puntos de la película fluida (ocho sobre la línea de simetría axial y cuatro fuera de esta línea) en una posición angular determinada. De igual forma, se disponen doce termocuplas para medir la distribución de temperatura en la superficie del cojinete.

Para la medición de posición y alineación del eje se cuenta con cuatros sensores de proximidad: dos horizontales y dos verticales.

La capacidad portante y par de fricción se determina mediante tres celdas de carga: dos verticales y una horizontal.

El eje, de 60 mm de diámetro y 464 mm de distancia entre apoyos, cuenta con un extremo montado sobre un rodamiento oscilante de bolas, y el otro sobre el cojinete instrumentado.

El motor que imprime el movimiento al eje es asincrónico de 5 HP, dotado de variador vectorial de frecuencia (rango de velocidades: 500 a 6000 rpm). La unión entre motor y eje se hace mediante un acoplamiento elástico. Los cojinetes que pueden ensayarse son de, 50, 55 y 60 mm de diámetro, cada uno con relaciones L/D: ¼, ½, y 1, y relación radio a huelgo: de entre 300 y 600. Los cojinetes se montan en una carcasa denominada "porta cojinete", la cual lo sujeta y le permite el anclaje de los diversos instrumentos de medición figura 1.b).

Una descripción más detallada de las características del equipo pueden encontrarse en [1].



Figura 1. a) Esquema general del banco de ensayos; b) Esquema 3D del banco de ensayos.

# 1.2. Modelo Termo-hidrodinámico

En general, el análisis termo-hidrodinámico de cojinetes puede dividirse en dos categorías [3]. En la primera de ellas se incluye el tratamiento completo del balance de energía a lo largo del espesor de la película fluida usando métodos de diferencias o elementos finitos [4]. En la segunda se emplea alguna aproximación para considerar todo el fenómeno que sucede en el espesor, usualmente considerando la distribución local de temperatura a través de algún valor "representativo" [5]. Las ventajas y desventajas de la primera radican en la exactitud del modelo a expensas de complejidad, mientras que para la segunda se gana en sencillez a expensas de exactitud del modelo. Dependiendo de las necesidades, puede optarse por uno u otro enfoque.

En el modelo empleado, el cual se encuadra dentro de la primer categoría mencionada, se resuelven numéricamente las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento y energía de manera acoplada, de modo de estimar el campo de presión y el de temperatura, entre otras variables. Para el mismo se considera que el lubricante es un fluido Newtoniano, de densidad, capacidad calorífica y conductividad térmica constantes, mientras que la viscosidad se asume variable con la temperatura de acuerdo con la ley de

Vogel  $(\mu = \mu_0 e^{\beta_0(T-T0)})$ . Una descripción detallada del modelo puede encontrarse en [2].

# 2. Desarrollo

# 2.1. Puesta en marcha del banco

A fin de contar con resultados experimentales confiables, se calibraron los instrumentos del banco y se relevaron las dimensiones de los cojinetes y muñones en el Laboratorio de Metrología de la UNPSJB. Dado que los sensores de proximidad permiten medir las posiciones relativas entre muñón y cojinete y dado que el banco cuenta con un sistema

auto-alineante para este último, deben establecerse las posiciones límite del muñón dentro del cojinete (figura 2.a). Para ello se posiciona el sistema en las siguientes configuraciones:

- 1. rotor centrado horizontalmente y apoyado en la superficie inferior del cojinete,
- 2. rotor centrado horizontalmente y apoyado en la superficie superior del cojinete,
- 3. rotor centrado verticalmente y apoyado en la superficie lateral derecha del cojinete, y
- 4. rotor centrado verticalmente y apoyado en la superficie lateral izquierda del cojinete.



Figura 2: a) Proceso de determinación del centro del cojinete; b) Proceso de calibración de los sensores de presión

En todos los casos, se carga el rotor con una fuerza de 25 kgf para no producir daño en el cojinete de bronce. En cada posición se registran simultáneamente las señales de los sensores de posición, de las celdas de carga y la medida indicada por el comparador. De estas cuatro operaciones se determina el huelgo vertical y horizontal entre muñón y cojinete y la posición del muñón en la que se encuentra centrado.

Para la calibración de los sensores de presión, se monta cada uno en una línea que es presurizada por una bomba de tornillo manual junto con un patrón calibrado, como puede verse en la figura 2.b). La lectura de los sensores es tomada con el mismo sistema de adquisición empleado en los ensayos. La discrepancia máxima en la medida de todos los sensores no supera al 3%.

Previo al inicio de una tanda de ensayos, se requiere de la determinación de las propiedades del lubricante (viscosidad, densidad, capacidad calorífica, etc.). Para el presente trabajo se ha recurrido a un laboratorio externo para tal fin.

La Figura 3 muestra el equipo en el estado actual, con todos los sistemas operativos, mientras que la Figura 4 muestra el banco en funcionamiento.



Figura 3. a) Banco de ensayo operativo; b) Tablero del banco en funcionamiento. Se aprecia el manómetro indicando la presión de suministro (en 65 Psi) y la frecuencia de giro del motor (en 50Hz).



Figura 4. Equipo en funcionamiento. Se aprecia cómo el excedente de aceite escurre por los extremos del cojinete.

# 2.2. Ensayos Realizados

Los resultados obtenidos de los primeros ensayos realizados sobre el banco, los cuales se presentan en este trabajo, fueron efectuados a velocidad y carga limitadas ya que el objetivo primordial fue evaluar el desempeño de los sistemas del equipo.

Para ello se utilizó el cojinete de 55mm de diámetro nominal y L/D=1, con una relación R/c = 393,86 y un aceite lubricante SAE 15W40, cuyas características se listan en la Tabla 1. La temperatura de entrada del aceite fue siempre de 40°C.

μo	0,057 Pa.s				
ρ	865 kg/m3				
βo	0,03 K <sup>-1</sup>				
k	0,130 W/m K				
$\hat{C}_{v}$	2000 J/kg K				

Tabla 1. Propiedades del lubricante usado en los ensayos1

Los ensayos se realizaron considerando tres velocidades de giro:

$$\omega \rightarrow 1150 - 1440 - 1730 \text{ rpm}$$
 (1)

y cuatro unidades de carga unitaria estática a cada velocidad:

carga 
$$\rightarrow 0 - 100 - 180 - 255$$
 kgf (2)

Ello define las velocidades lineales,  $U = 2\pi RN$ , números de Reynolds,  $Re = \frac{\rho UR}{\mu}$ ,

presiones de referencia,  $P_{ref} = \frac{\mu_0 U}{R} \left(\frac{R}{c}\right)^2 \left(\frac{L}{R}\right)^2$ , temperaturas de referencia,

$$T_{ref} = \frac{\mu_0 U}{\rho \hat{C}_v R} \left(\frac{R}{c}\right)^2$$
, presiones proyectadas,  $P_p = \frac{F}{2RL}$ , y números de Sommerfeld,

 $S = \frac{\mu U}{P_p R} \left(\frac{R}{c}\right)^2$ , que se listan en la Tabla 2. *F<sub>teo</sub>* son las cargas teóricas y *F<sub>med</sub>* son las medidas en los críteulos subsiguientes.

medidas en los ensayos, empleadas en los cálculos subsiguientes.

ø [rpm]	U [m/s]	Re	Pref [MPa]	T <sub>ref</sub> [K]	$F_{teo}$ [kgf]	F <sub>med</sub> [kgf]	P <sub>p</sub> [MPa]	\$
1150	2 21	1200	4.26	0.616	100	101	0,326	3,26
1150	5,51	1300	4,20	0,010	255	255	0,826	1,85
1440	4,15 173	1730	5,33	0,771	100 180	102 191	0,329 0,620	4,05
		1750			255	251	0,814	1,64
					100	101	0,326	4,91
1730	4,98	2080	6,41	0,926	180	181	0,587	2,73
		[			255	262	0,850	1,88

Tabla 2. Condiciones experimentales cubiertas en los ensayos.

En cada ensayo se procedió fijando la velocidad del rotor y la presión de suministro de aceite (establecida en 4 bar para todos los ensayos) y se aplicó carga gradualmente hasta que la medición de las celdas de carga indicó el valor buscado. Luego se midió la posición relativa entre rotor y cojinete (con lo que se calcularon las excentricidades del cojinete respecto del rotor en ambas direcciones vertical y horizontal, y el ángulo de posición), las temperaturas en la superficie del cojinete y las presiones en la película fluida.

#### 3. Resultados

# 3.1. Excentricidad y Ángulo

La Figura 5 muestra las excentricidades relativas ( $\eta$ =e/c), vertical y horizontal, calculadas en los nueve ensayos a partir de las posiciones medidas del rotor. Los valores se presentan organizados por velocidad del rotor, incrementando cuanto mayor es la carga estática utilizada.

La Tabla 3 lista los valores de excentricidad relativa,  $\eta = \sqrt{\eta_v^2 + \eta_h^2}$ , así como los ángulos de desplazamiento del rotor  $\phi = \eta_v / \eta_h$ , calculados a partir de los datos de la Figura 5. Puede apreciarse que el ángulo de desplazamiento es significativo en todos los casos, indicando que las reacciones cruzadas del cojinete también lo son. Asimismo, se aprecia que a mayor carga estática, mayor es el desplazamiento global, y que a mayor velocidad de rotación, mayor es el ángulo. El ángulo máximo es de  $\approx 55^{\circ}$  para 1730 rpm.



Figura 5. Excentricidades relativas medidas en las distintas condiciones de ensayo.

<b>@</b> [rpm]	F[kgf]	η	<b>ø</b> [°]
1150	100	0,34	40,6
	180	0,49	37,8
	255	0,60	31,7
1440	100	0,29	51,7
	180	0,42	39,3
	255	0,51	32,8
1730	100	0,23	54,9
	180	0,32	53,3
	255	0,51	43,0

Tabla 3. Excentricidades y ángulos de desplazamiento medidos.

La Figura 6 muestra la excentricidad relativa en función del número de Ocvirk,  $O = S\left(\frac{L}{R}\right)^2$ . Cada punto indica una condición de ensayo distinta (carga estática velocidad). Puede apreciarse que a medida que el número de Sommerfeld disminuye (ya sea por mantener la velocidad aumentando la carga, o por disminuir la velocidad de rotación manteniendo la carga) aumenta la excentricidad. El ajuste de los datos a una relación potencial resulta en  $S \approx 10, 2 \eta^{-3,50}$ . Además, se observa que iguales valores de *O* producen iguales excentricidades, independientemente del estado de carga y velocidad. En el gráfico también se incluye la relación entre *O* y  $\eta$  obtenida numéricamente por Raimondi y Boyd [6], la aproximación analítica para cojinetes de longitud finita, P+O-pert [7] y la solución para cojinetes isotérmicos infinitamente cortos, ISJB [8]. Se observa que la correlación con los resultados de Raimondi y Boyd es muy buena. El leve desplazamiento puede atribuirse al modelo térmico simplificado empleado por estos autores. La solución que mejor ajusta los valores experimentales es la de P+O-pert.



Figura 6. Número de Ocvirk en función de la excentricidad relativa. Comparación con predicciones de modelos presentados en la Figura 4.3.

#### 3.2. Presión

La Figura 7 muestra las presiones manométricas alcanzadas en la película fluida sobre el plano axial medio del cojinete a carga constante y para distintas velocidades de giro. Puede apreciarse que los perfiles de cada gráfico, que corresponden a una misma carga, no difieren sensiblemente entre sí. Esto se explica por el hecho de que la capacidad portante del cojinete resulta de la integración de la presión. Por ende, al aumentar la carga para una misma velocidad de giro, la presión aumenta para lograr mayor capacidad portante. Además, se observa que el perfil pierde simetría a medida que se aumenta la carga, desplazándose la posición del valor máximo hacia ángulos mayores (se desplaza hacia la derecha). Cabe señalar que para todos los gráficos, el valor del ángulo está medido respecto de la ranura de suministro de aceite (posición de aplicación de la carga) en el sentido de giro del rotor, lo que produce que los perfiles se desarrollen hasta pasados los 270°. No obstante, al observar el desplazamiento angular de la línea de centros respecto de la vertical ( $\phi$ ), y considerando que la presión de suministro empleada para todos los ensayos fue de 4bar, se aprecia que en el inicio de la zona divergente,  $(\theta + \phi) > \phi$ , la presión en la

película se corresponde con la de suministro.



Figura 7. Perfiles de presión circunferenciales obtenidos en z=0 a carga constante usando distintas velocidades de giro.

Los datos de la Figura 7 se vuelven a presentar en la Figura 8, esta vez adimensionalizando cada perfil con el valor de  $P_{ref}$  correspondiente (ver Tabla 2) y en función del ángulo adimensional  $\Theta$ En esta presentación las curvas ya no se superponen para una dada carga sino más bien para un valor de excentricidad relativa. Puede observarse que al aumentar la excentricidad se produce el doble efecto de un incremento en el valor máximo de presión adimensional y su corrimiento hacia la derecha. Ello produce que la pendiente con la que el perfil entra en la zona de cavitación sea mayor según lo sea la excentricidad.



Figura 8. Perfiles de presión adimensional equivalentes a los de la Figura 7. Se señala junto a cada curva el valor de excentricidad medido en cada caso.

Por otro lado, la Figura 9 presenta los valores de presión medidos en distintas posiciones axiales, a 202,5° de la ranura de suministro de aceite (en el sentido de giro del rotor), para una carga de 255 kg y distintas velocidades de rotación. Para otras condiciones operativas los resultados son similares. Se observa la existencia de un valor máximo de presión en el centro y un descenso suave y gradual hacia los bordes. La figura de la derecha presenta los tres mismos perfiles de presión pero adimensionalizados con sus  $P_{ref}$  respectivos y en función de la posición axial adimensional z.



Figura 9. Perfiles de presión axiales obtenidos usando distintas velocidades de giro y 255 kg de carga. A la derecha se presentan los perfiles adimensionales.

#### 3.3. Temperatura

La Figura 10 muestra las temperaturas medidas sobre la superficie del cojinete, en su plano axial medio, a carga constante y para distintas velocidades de giro. Se observa que la temperatura aumenta con caunque prácticamente no cambia con la magnitud de la carga (existe un incremento pero muy leve). El aumento de la velocidad de giro afecta sensiblemente la temperatura debido al incremento en las tensiones de corte (la disipación viscosa es proporcional al cuadrado de éstas). Los datos de la Figura 10 se vuelven a

presentar en la Figura 11 pero en forma adimensional, usando las correspondientes  $T_{ref}$  (ver Tabla 2) y en función del ángulo adimensional  $\Theta$  De esta manera se hace más notable el incremento de temperatura que sufre el lubricante. Puede apreciarse que, a pesar de que todos los experimentos se realizaron en iguales condiciones de suministro (40°C), los perfiles de temperatura sobre el cojinete muestran un valor inicial distinto en función de las características de cada ensayo. Ello se debe a que el conjunto cojinete-porta cojinete tiene una capacidad limitada para evacuar calor al medio, requiriendo de un incremento en su temperatura según sea la cantidad de energía que recibe del fluido. Además, se observa que la temperatura aumenta con la posición, rubricándose la hipótesis utilizada en el modelo termohidridnámico [2] de que la mayor parte del calor generado por el fluido es llevado por el mismo según va fluyendo.

Cabe recordar que la disipación producida en el flujo depende de la viscosidad y de la pendiente de los perfiles transversales de velocidad. Esta última se ve afectada tanto por la velocidad del muñón como por la excentricidad. No obstante, la influencia de la excentricidad parece compensarse con el efecto producido por el cambio en la viscosidad, mientras que la velocidad del rotor se muestra como la variable dominante sobre los perfiles de temperatura.



Figura 10: Perfiles de temperatura circunferenciales obtenidos en z=0 a carga constante usando distintas velocidades de giro.



Figura 11: Perfiles de temperatura adimensional equivalentes a los de la Figura 10. Se señala junto a cada curva el valor de excentricidad correspondiente a cada ensayo.

La Figura 12 ilustra la variación de temperatura axial, medida a 225° de la ranura de suministro de aceite, en el sentido de giro del rotor para una carga de 255 kgf y distintas velocidades de rotación. Para todas las condiciones ensayadas se observa un perfil axial de temperatura prácticamente constante.



Figura 12. Perfiles de temperatura axiales a velocidad de giro constante y distintas cargas aplicadas.

#### 3.4. Comparación con resultados numéricos

A continuación se comparan los resultados obtenidos en el ensayo a 1730 rpm y 180 kgf de carga y su correspondiente simulación numérica con el programa THD [2] usando las propiedades del lubricante listadas en la Tabla 1 y las condiciones de trabajo enunciadas en la Tabla 3. Las condiciones iniciales de presión y temperatura para la simulación se corresponden con las empleadas en el ensayo (4bar y 40°C).

La Figura 13 muestra los perfiles, medido y calculado, de presión en el plano axial medio del cojinete en función del ángulo adimensional OCabe notar que el algoritmo desarrollado

no contempla aún la región divergente del flujo, por lo que la temperatura del muñón se ha fijado como la media de los resultados experimentales obtenidos. Asimismo, la excentricidad empleada se corresponde con la reportada en la Tabla 3 para las condiciones escogidas ( $\eta = 0.32$  y  $\phi = 53.3^{\circ}$ ). En forma equivalente, la Figura 14 muestra los perfiles, medido y calculado, de temperatura en el plano axial medio del cojinete.



Figura 13. Presión adimensional sobre el plano axial medio. Comparación con la predicción del modelo THD.



Figura 14. Temperatura adimensional sobre el plano axial medio. Comparación con la predicción del modelo THD.

Puede apreciarse que los valores tanto de presión como de temperatura son razonablemente bien descritos por el modelo teórico, sobre todo considerando las actuales limitaciones del programa. Se observa que la temperatura estimada con el modelo es ligeramente mayor a la medida, producto de la omisión de la transferencia de calor al

medio en la superficie del cojinete. La correlación en el perfil de presión muestra buena correspondencia en todo el rango, indicando que la excentricidad considerada está en concordancia con la carga aplicada.

### 4. Conclusiones

Por lo expuesto en los apartados previos, puede concluirse que el diseño y fabricación del banco de ensayo de cojinetes ha resultado en un sistema que en la actualidad se encuentra plenamente operativo. Del mismo se han obtenido resultados experimentales de acuerdo a lo esperado y, lo más importante, pueden aún obtenerse un sinnúmero de datos tanto para validar y profundizar los modelos matemáticos propios, como para aportar a la limitada base de datos experimentales que pueden hallarse en la bibliografía. Claro está que puede y debe seguirse trabajando en pos de mejorar las aptitudes del banco, pero se entiende que se cuenta al momento con una base sólida para futuros desarrollos en el tema.

### 5. Referencias

- [1] Vignolo, G.G., Barilá, D.O. y Quinzani, L.M. Banco de ensayos para estudio experimental de cojinetes hidrodinámicos, *Actas del II CAIM*, 67:2–14, 2010.
- [2] Vignolo, G.G., Barilá, D.O. y Quinzani, L.M. Determinación Numérica De Parámetros Termohidrodinámicos En Cojinetes, *Mecánica Computacional*, 29:3999-4012, 2010.
- [3] Elrod, H.G. and Brewe, D.E., Thermohydrodynamic Analysis for Laminar Lubricating Films, *Tribology Series*, 11:443-450, 1987.
- [4] Mitsui, J. A Study of Thermohydrodynamic Lubrication in a Circular Journal Bearing, *Tribology International*, 20:331-341, 1987.
- [5] Vignolo, G.G., Barilá, D.O. y Quinzani, L.M., Análisis Termohidrodinámico de Cojinetes Cortos, *Mecánica Computacional*, 27:1755-1765, 2008.
- [6] Raimondi, A.A., y Boyd , J., A Solution for the Finite Journal Bearing and Its Application to Analysis and Design-III, *Trans . ASLE*, 1:194-209, 1958.
- [7] Vignolo, G.G., Barilá, D.O. y Quinzani, L.M. Approximate analytical solution to Reynolds equation for finite length journal bearings, *Tribology International*, 44:1089-1099, 2011. http://dx.doi.org/10.1016/j.triboint.2011.03.020
- [8] Dubois GB y Ocvirk FW. Analytical derivation of short bearing approximation for full journal bearings. *NACA Report 1157*, 1953.