



10. Matemática Aplicada

**Diseño y aplicación de un modelo matemático para la detección de cúmulos abiertos en regiones extensas del cielo**

Paíz, Leonardo G.; Orellana, Rosa B.; De Biasi, María Silvina

lpaizfcaglp.unlp.edu.ar; rorellan@fcaglp.unlp.edu.ar; debiasi@fcaglp.unlp.edu.ar

Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

Universidad Nacional de La Plata

---

**Resumen**

Se desarrolla un método no paramétrico para identificar cúmulos abiertos en regiones extensas del cielo utilizando datos precisos de posición (coordenadas) y movimiento propio de las estrellas. Se establecen dos códigos binarios a partir del análisis de las funciones empíricas de densidad de probabilidad en posición y en movimiento propio, luego de eliminar la contaminación producida por las estrellas de campo en la región estudiada. Estos códigos definen para cada estrella un parámetro que indica la pertenencia de la misma a una zona de sobredensidad espacial y sobredensidad en movimiento propio.

Se prueba la validez del método aplicándolo a una región de  $20(^{\circ})^2$  que contiene a los cúmulos abiertos Cr140 y Cr132. Los datos utilizados se obtienen del catálogo astrométrico UCAC4 hasta magnitud  $R=11$ . Se detectan 6 sobredensidades espaciales y un nuevo análisis muestra que 3 podrían ser cúmulos abiertos. Se calculan las coordenadas medias y componentes medias del movimiento propio de los tres candidatos. Uno de ellos es Cr140, y los parámetros obtenidos  $(\alpha, \delta) = (110.8^{\circ}, -32.0^{\circ})$  y  $(\mu_{\alpha \cos \delta}, \mu_{\delta}) = (-0.003 \text{ "/año}, +0.003 \text{ "/año})$  muestran un buen acuerdo con la literatura consultada (Kharchenko et al., 2005; De Biasi y Orellana, 2008). Los otros dos posibles cúmulos, con mayoría de estrellas débiles, no se encuentran en la literatura. Cr132 no puede ser detectado debido a que no tiene suficientes miembros brillantes (Orellana et al., 2010).

**Las Palabras clave:** Método no Paramétrico, Cúmulos Abiertos, Astrometría, Probabilidad de Membresía, Collinder140, Collinder 132.



## Introducción

Los cúmulos abiertos son objetos jóvenes ubicados en el plano de la galaxia. Sus parámetros fundamentales, tales como membresía estelar, distancia, masa, edad, constituyen una herramienta fundamental para verificar teorías de formación y evolución estelar, la formación y estructura de la Vía Láctea y la escala de distancias del Universo.

Las estrellas que los forman se denominan miembros y poseen características cinemáticas similares, por lo que ocupan un volumen reducido en el espacio de las velocidades y su dispersión es del orden de unos pocos kilómetros por segundo o menor (Hoogerwerf & Aguilar, 1999).

Su identificación no es una tarea sencilla, ya que se proyectan en una región del cielo junto con numerosas estrellas ubicadas espacialmente a distintas distancias. Luego, la selección de los probables miembros tiene una naturaleza probabilística y consiste en discriminar dos poblaciones, una correspondiente a las estrellas de campo y otra correspondiente a las estrellas del cúmulo abierto, usando un conjunto de variables medidas de la muestra en cuestión (Vasilevskis et al., 1958).

Durante el Siglo XX se han desarrollado diferentes métodos para separar las estrellas miembro de las estrellas de campo utilizando parámetros astrométricos (convergent-point method —Blaauw, 1946; van Bueren, 1952; de Bruijne, 1999—; Vector Point Diagram —VPD, Vasilevskis et al., 1958; Sanders 1971; Fresneau 1980—; spaghetti method —Hoogerwerf & Aguilar, 1999—). Desde la década de 1990, la posición, la paralaje y los movimientos propios estelares del catálogo Hipparcos fueron ampliamente utilizados para identificar los miembros de cúmulos analizando regiones extensas —de varios grados cuadrados— (Hoogerwerf & Aguilar, 1999; de Bruijne, 1999) y considerando estrellas brillantes y cercanas con determinación precisa de la paralaje. La extensión a estrellas débiles se logró utilizando los catálogos precisos post Hipparcos que contienen posiciones y movimientos propios (Tycho-2, UCAC2, UCAC4, ASCC2.5) y analizando regiones pequeñas de hasta  $1(^{\circ})^2$ .

Los métodos utilizados para el estudio son el paramétrico y el no-paramétrico. El primero supone que la distribución de los movimientos propios estelares en la región es la suma de dos funciones bivariadas normales: una circular correspondiente a las estrellas del cúmulo y otra elíptica correspondiente a las estrellas de campo (Vasilevskis et al., 1958), cuyas desviaciones estándar están generadas por errores observacionales (Cabrera-Caño & Alfaro, 1990). El problema de la sobreestimación de la probabilidad de pertenencia de las estrellas lejanas al centro del cúmulo y de



la subestimación de la probabilidad de pertenencia para las estrellas cercanas a dicho centro se minimiza al introducir un modelo de distribución areal radial gaussiana para las estrellas del cúmulo (Jones & Walker, 1988).

La modelización paramétrica se ajusta con precisión al caso en que, entre otras condiciones, existan solamente dos grupos distribuidos de acuerdo a gaussianas bidimensionales en la zona a estudiar. El efecto de la composición del movimiento peculiar del Sol con el movimiento de rotación galáctica afecta la distribución de movimientos propios de las estrellas de campo dándole una forma no gaussiana (Galadí-Enríquez et al., 1998). Aparecen, entonces, los modelos no-paramétricos definidos independientemente de la distribución de los movimientos propios de la región, brindando una nueva aproximación al problema de pertenencia, ya que favorece al establecimiento de hipótesis astronómicas menos restrictivas (Cabrera-Caño & Alfaro, 1990).

## **Objetivos**

El presente trabajo propone una sistematización para la detección de cúmulos abiertos en zonas extensas del cielo. Se desarrolla un método sencillo utilizando como datos la posición y los movimientos propios estelares, fácilmente accesibles a través de los catálogos astrométricos precisos de la era post Hipparcos. Se establecen criterios que deben cumplir las estrellas para indicar la existencia de un cúmulo abierto.

Se estudia la validez del método aplicándolo en la región extendida donde se encuentran los cúmulos abiertos Collinder 132 (Cr132) y Collinder 140 (Cr140).

## **Materiales y Métodos**

Un cúmulo abierto es un grupo en movimiento que se caracteriza por detectarse simultáneamente como una sobredensidad espacial proyectada y una sobredensidad en el diagrama de movimientos propios (VPD).

Su detección en regiones extensas requiere desarrollar un método que debe tener en cuenta lo siguiente:



SR (1,1)	SR (1,2)		...	SR (1,m)
SR (2,1)	SR (2,2)		...	SR (2,m)
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
SR (n,1)	SR (n,2)		...	SR (n,m)

- Que el gran tamaño de la región produce un aumento de la incerteza en la identificación de las estrellas del cúmulo por la mayor contaminación de las estrellas de campo, y la eventual presencia de otros cúmulos en la región. Para solucionar este inconveniente se divide la región en (nxm) subregiones, donde sus tamaños dependen de la densidad estelar de la región (Figura 1). Figura 1

- Que la distribución de los movimientos propios de todas las estrellas de la región no es gaussiana. Esta problemática se resuelve aplicando el método no-paramétrico a la distribución de las estrellas en la región de tamaño nxm grados cuadrados.

Cada subregión se divide en  $n_a \times n_b$  celdas, el punto central de la celda se denomina nodo y tiene coordenadas  $(a_i, b_j)$ . Para cada celda se calcula la función empírica de densidad de probabilidad  $\psi$  a partir de la función empírica de frecuencia  $\Psi$  (Galadí-Enríquez et al., 1998):

$$\psi(a_i, b_j) = \Psi(a_i, b_j) \left[ \sum_{k=1}^{n_a} \sum_{m=1}^{n_b} \Psi(a_k, b_m) \Delta a \Delta b \right]^{-1}$$

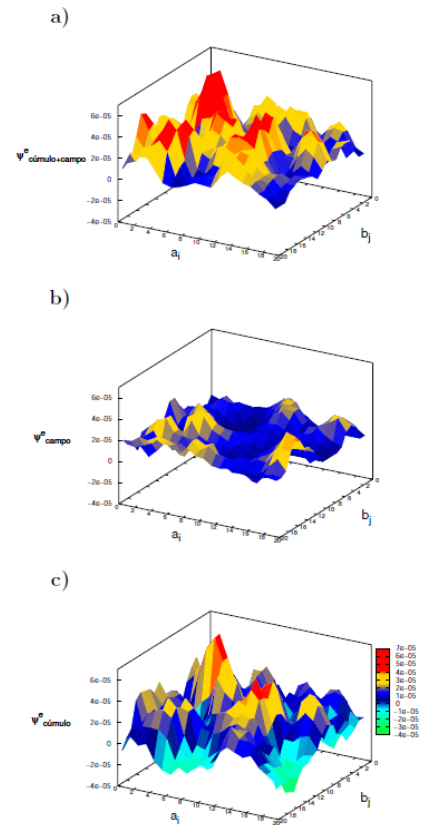
siendo  $\Delta a$  y  $\Delta b$  el tamaño de las celdas. Esta función se ve modelada por la función de peso elegida, la cual hará que la mayor parte del peso recaiga sobre las posiciones cercanas al nodo.

Finalmente, se obtiene para cada subregión la función empírica de densidad de probabilidad  $\psi^{e_{\text{cúmulo+campo}}}$ , como la suma de las funciones empíricas de densidad de probabilidad de cada una de las celdas.

En vista de la problemática planteada es necesario desarrollar criterios tanto para el análisis de la distribución espacial como para el análisis de los movimientos propios en forma



independiente. Finalmente, se deberá establecer un código que considere ambos criterios simultáneamente.



### a) Análisis de la distribución espacial:

1. Se calculan los valores de la función empírica de densidad de probabilidad  $\psi^e_{\text{cúmulo+campo}}$  (el supraíndice 'e' denota distribución espacial) para cada una de las subregiones en que se divide la región a estudiar (ver Figura 2.a);
2. A continuación se estima la contaminación del campo a partir de los valores obtenidos de la función empírica de densidad de probabilidad para cada una de las subregiones. La subregión que mejor representa a las estrellas de campo es aquella con  $\psi^e_{\text{cúmulo+campo}}$  prácticamente uniforme. Su distribución es considerada como  $\psi^e_{\text{campo}}$  (ver Figura 2.b);



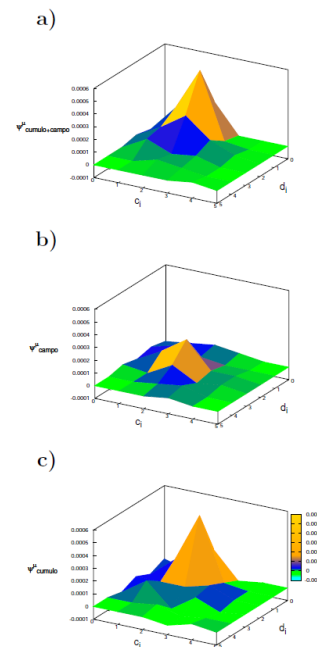
3. Una vez elegida  $\psi^{e_{\text{campo}}}$ , se efectúa la resta  $\psi^{e_{\text{cúmulo+campo}}} - \psi^{e_{\text{campo}}}$  nodo a nodo en cada subregión; se espera encontrar valores negativos de la función en algunas celdas (ver Figura 2.c);

Figura 2

4. Para cada una de las subregiones se determina el valor de corte  $\gamma^e$ , siendo éste el módulo del valor más negativo obtenido de las restas nodo a nodo en cada subregión;

5. A partir de estos valores de corte se le asigna a cada estrella un código binario (CB) de manera tal que:

- Todas las estrellas que se encuentran en una celda cuyo valor  $\psi^{e_{\text{cúmulo}}}$  es mayor que el valor de corte  $\gamma^e$  correspondiente a la subregión en cuestión, se les asigna el valor  $CB^e_i=1$
- Todas las estrellas que se encuentren en una celda cuyo valor  $\psi^{e_{\text{cúmulo}}}$  es menor o igual que el valor de corte  $\gamma^e$  correspondiente a la subregión en cuestión, se les asigna el valor  $CB^e_i=0$ .



b) Análisis de la distribución de las componentes de movimiento propio :



1. Para cada una de las subregiones se calculan los valores de la función empírica de densidad de probabilidad  $\psi^{\mu}_{\text{cúmulo+campo}}$  (el supraíndice ' $\mu$ ' denota distribución de movimiento propio) (ver Figura 3.a);
  2. Se estima la contaminación de movimientos propios de las estrellas de campo  $\psi^{\mu}_{\text{campo}}$  a partir de los valores de la función empírica para cada una de las subregiones. La subregión elegida como representativa del campo es aquella para la cual la función  $\psi^{\mu}_{\text{cúmulo+campo}}$  sea prácticamente uniforme (ver Figura 3.b);
  3. Se efectúa la resta  $\psi^{\mu}_{\text{cúmulo+campo}} - \psi^{\mu}_{\text{campo}}$  celda a celda en cada subregión; se espera encontrar valores negativos de la función en algunas celdas, similar al caso de la distribución espacial (ver Figura 3.c);
- Figura 3
4. Se determinan los valores de corte  $\gamma^{\mu}$  para cada una de las subregiones. Este valor es el módulo del valor más negativo obtenido de las restas celda a celda en cada subregión;
  5. A partir del valor de corte y aplicando, al igual que para la distribución espacial, el código binario (CB), se tiene que:
    - Todas las estrellas que se encuentran en una celda cuyo valor  $\psi^{\mu}_{\text{cúmulo}}$  es mayor que el valor de corte  $\gamma^{\mu}$  correspondiente a la subregión en cuestión, se les asigna el valor  $CB^{\mu}_i=1$ ;
    - Todas las estrellas que se encuentren en una celda cuyo valor de  $\psi^{\mu}_{\text{cúmulo}}$  es menor o igual que el valor de corte  $\gamma^{\mu}$  correspondiente a la subregión en cuestión se les asigna valor  $CB^{\mu}_i=0$ .

c) Se establece un código que permita detectar la presencia o ausencia de un cúmulo abierto y que incluya ambos criterios.

Se define el parámetro de selección  $CB_i=CB^e_i \times CB^{\mu}_i$ , el cual toma los valores 0 ó 1 de modo que:

- Aquella estrella con valores  $CB^e_i=1$  y  $CB^{\mu}_i=1$  tiene  $CB_i=1$ , es decir, pertenece simultáneamente a una sobredensidad espacial y a una sobredensidad en el diagrama VPD, lo cual indica que la misma pertenecería a un cúmulo abierto;



- Aquella estrella con valores  $CB^e_i=1$  y  $CB^m_i=0$ , o con  $CB^e_i=0$  y  $CB^m_i=1$ , o bien  $CB^e_i=0$  y  $CB^m_i=0$ , tiene  $CB_i=0$ , lo cual indica que la misma no se encuentra en una región de sobredensidad espacial, o de movimiento propio o en ambas simultáneamente.

## Resultados y Discusión

La región seleccionada para probar el método contiene los cúmulos abiertos Cr132 y Cr140, con una extensión de  $20^\circ$  cuadrados abarcando una posición en el cielo de  $5^\circ$  en ascensión recta y  $4^\circ$  en declinación. Se divide la región en 20 subregiones de  $1^\circ \times 1^\circ$  (ver Figura 4), donde los círculos indican la posición y el diámetro de los cúmulos (Dias, 2002-2012).

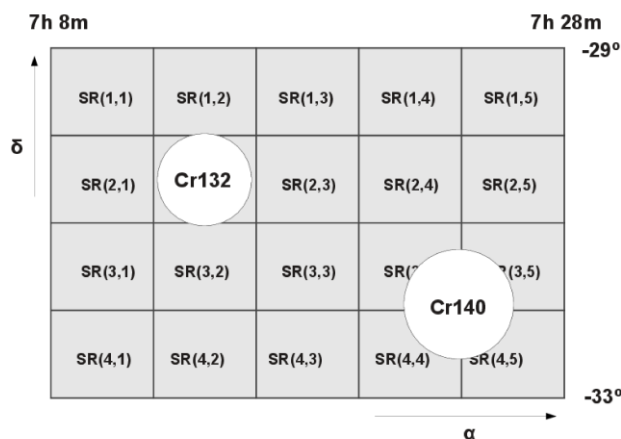


Figura 4.

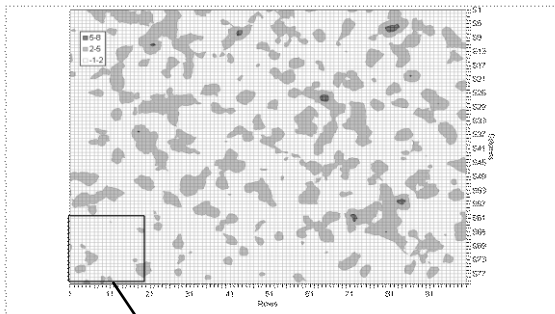
Las posiciones y movimientos propios de las estrellas de la región se obtienen del catálogo UCAC4 (Zacharias et al., 2013), que posee estrellas brillantes hasta cerca de  $R=16$ .

Se determina para cada estrella los códigos  $CB^e$  y  $CB^m$  representativos de las sobredensidades en posición y movimiento propio, respectivamente.

Para el análisis de la sobredensidad en posición, cada  $j$ -ésima subregión de  $1^\circ \times 1^\circ$  se divide en 400 celdas de  $3' \times 3'$ . Se calcula  $\psi_{j,i}^e$  cúmulo+campo de cada celda  $i$  como la suma de las posiciones pesadas de las estrellas de la celda (Stock & Abad, 1998) para determinar el  $\psi_j^e$  cúmulo+campo (ver Figura 5).



Se calcula  $\psi_{e_j}^{\text{cúmulo}} = \psi_{e_j}^{\text{cúmulo} + \text{campo}} - \psi_{e_j}^{\text{campo}}$  en cada subregión  $j$ . Los valores negativos de  $\psi_{e_j}^{\text{cúmulo}}$  son debidos al error cometido en la elección de la subregión representativa del campo. El módulo del valor más negativo es considerado como valor de corte  $\gamma^e$ . Se le asigna el código binario  $CB_{e_j,i} = 1$  a todas las estrellas con  $\psi_{e_j,i} \geq \gamma^e$  y  $CB_{e_j,i} = 0$  para estrellas con  $\psi_{e_j,i} < \gamma^e$  (ver Figura 6).



Subregión elegida como representativa de la distribución de las estrellas de campo  $\psi_{e_j}^{\text{campo}}$

Figura 5

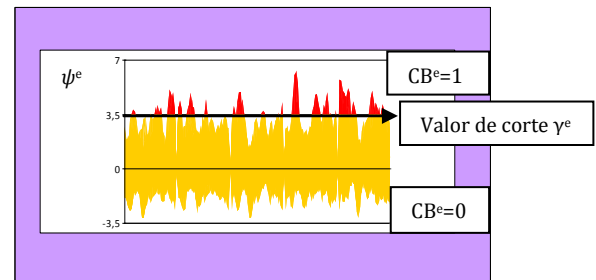
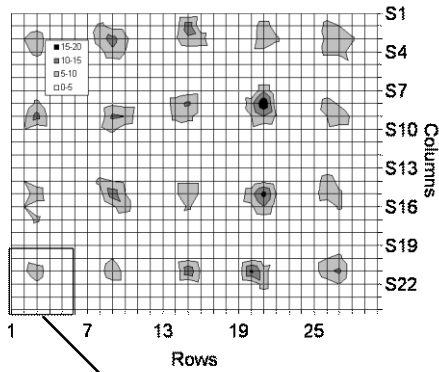


Figura 6

Para el análisis de la sobredensidad en movimientos propios, el diagrama de movimientos propios de cada  $j$ -ésima subregión se divide en 36 celdas de  $0.005''/\text{año} \times 0.005''/\text{año}$ . Se calcula  $\psi_{\mu_j,i}^{\text{cúmulo} + \text{campo}}$  de cada celda  $i$  directamente por conteo del número de estrellas con movimientos propios entre  $-0.015$  y  $+0.015''/\text{año}$  para determinar  $\psi_{\mu_j}^{\text{cúmulo} + \text{campo}}$  (ver Figura 7).

Se calcula  $\psi_{\mu_j}^{\text{cúmulo}} = \psi_{\mu_j}^{\text{cúmulo} + \text{campo}} - \psi_{\mu_j}^{\text{campo}}$  en cada subregión  $j$ . Los valores negativos de  $\psi_{\mu_j}^{\text{cúmulo}}$  son debidos al error cometido en la elección de la subregión representativa del campo. El módulo del valor más negativo es considerado como valor de corte  $\gamma^\mu$ . Se le asigna el código binario  $Cb_{\mu_j,i} = 1$  para estrellas con  $\psi_{\mu_j,i} \geq \gamma^\mu$  y  $Cb_{\mu_j,i} = 0$  para estrellas con  $\psi_{\mu_j,i} < \gamma^\mu$  (ver Figura 8).



Subregión elegida como representativa de la distribución de las estrellas de campo  $\psi^{\mu}_{\text{campo}}$

Figura 7

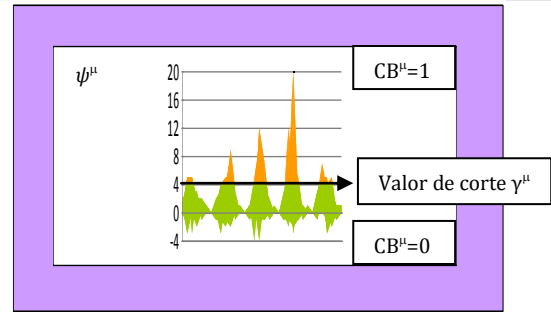


Figura 8

Como se definió en el punto c) del apartado anterior, todas las estrellas que pertenecerían a un cúmulo deben cumplir con la doble condición de  $CB^e=1$  y  $CB^{\mu}=1$ . Se obtienen setenta y nueve (79) estrellas agrupadas en seis (6) grupos estelares ubicados en las subregiones SR(1,2); SR(1,5); SR(2,3) y SR(2,4); SR(2,5); SR(3,2); SR(3,4), SR(3,5), SR(4,4) y SR(4,5) (ver Figura.9).

En cada grupo, un nuevo análisis simultáneo de las sobredensidades espacial y del VPD sumado a la condición de un número mínimo de cuatro (4) miembros para la existencia de un cúmulo muestra que se detectaron solo tres (3) posibles cúmulos, uno de ellos en la zona de Collinder 140 —grupo en grupo en SR(2,3) y SR(2,4); grupo en SR(1,5); grupo en SR(3,4), SR(3,5), SR(4,4) y SR(4,5)—.

Para cada uno de estos grupos se calculan coordenadas promedio del centro ( $\alpha, \delta$ ), componentes promedio del movimiento propio ( $\mu_{\alpha} \cos \delta, \mu_{\delta}$ ) y sus dispersiones ( $\sigma_{\mu_{\alpha} \cos \delta}, \sigma_{\mu_{\delta}}$ ) en mas/año y radio R en minutos de arco.

Para Collinder 140, las coordenadas medias, el radio y el movimiento propio medio obtenidos muestran buen acuerdo con los resultados de Kharchenko et al. (2005): ( $\alpha, \delta$ ) = (110°.82, -32°.06), R = 12'(core) y 30'(cluster), ( $\mu_{\alpha} \cos \delta, \mu_{\delta}$ ) = (-0.0085, 0.00367)"/año, ( $\sigma_{\mu_{\alpha} \cos \delta}, \sigma_{\mu_{\delta}}$ ) = (0.00031, 0.0004)"/año.

En referencia a Collinder 132, se trata de un cúmulo abierto con coordenadas del centro son =108.35°, =-31.01° y un radio de 10' (Orellana et al. 2010). A la magnitud límite utilizada en este análisis, el catálogo UCAC4 posee una baja densidad estelar en la zona comprendida entre las subregiones SR(2,2) y SR(3,2), lo cual no permite encontrar una sobredensidad espacial, haciendo que a la totalidad de las estrellas de la SR(2,2) y gran parte de las de la zona SR(3,2) se les asignara código binario espacial nulo. La bibliografía consultada (Kharchenko, Piskunov, Röser, Schilbach &



Scholz , 2005; Orellana, De Biasi, Bustos Fierro & Calderón, 2010) muestra que la detección del cúmulo y la determinación de sus miembros se logra trabajando en el rango de magnitudes más débiles entre 12 y 14mag, lo cual confirma nuestros resultados.

Los otros dos posibles cúmulos, con estrellas en su mayor parte de magnitud más débil que 10.0, no se encuentran en la literatura.

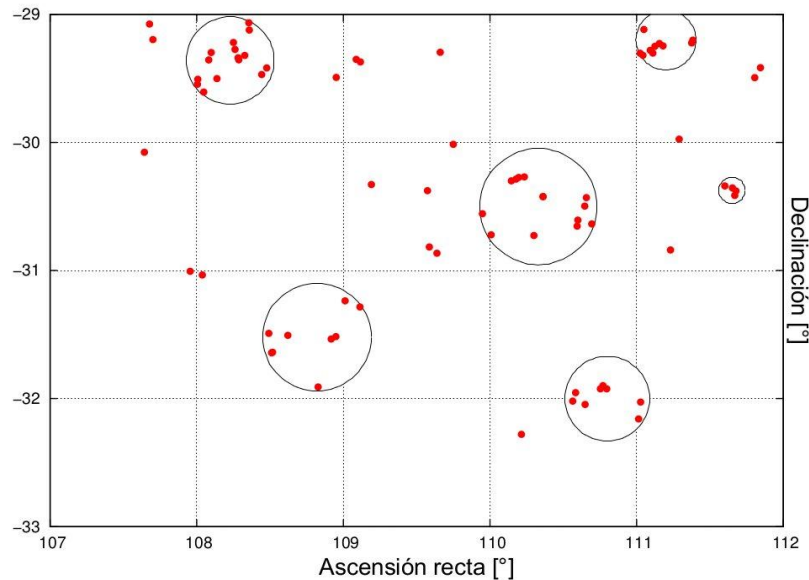


Figura 9

### Conclusiones

Se desarrolla un método no paramétrico que detecta cúmulos abiertos en regiones extensas del cielo utilizando la posición y movimientos propios estelares.

Se establecen dos códigos binarios a partir del análisis de las funciones empíricas de densidad de probabilidad en posición y en movimientos propios luego de eliminar la contaminación de las estrellas de campo de la región. Estos códigos definen para cada estrella su pertenencia a una zona de sobredensidad espacial y sobredensidad en movimiento propio.

Se prueba la validez del método en una zona de Can Mayor que contiene a Cr140 y Cr132 utilizando los datos de 1300 estrellas hasta  $R = 11$  del UCAC4.

Se detectan seis concentraciones de estrellas, un nuevo análisis de las sobredensidades espaciales y de los VPD junto con la condición de un número mínimo de miembros muestra que tres serían posibles cúmulos abiertos. Uno de ellos es Cr140, para el cual las coordenadas medias, el radio y el movimiento propio medio muestran buen acuerdo con la literatura. El rango de magnitudes utilizado no permitió detectar Cr132 debido a la baja densidad en la zona.



## Bibliografía

- Blaauw, A. (1946). *A study of the Scorpio-Centaurus cluster*. PhD. Thesis. Groningen University, The Netherlands.
- Cabrera-Caño, J. y Alfaro, E. J. (1990). A non-parametric approach to the membership problema in open clusters. *Astronomy and Astrophysics*, 235, pp. 94-102.
- De Biasi, M. S. y Orellana, R. B. (2008). Análisis y determinación de movimientos propios de cúmulos abiertos entre 200 y 500 pc basados en el catálogo astrométrico UCAC2. *Boletín de la Asociación Argentina de Astronomía*, 51, pp. 93-96.
- de Bruijne, J. H. J. (1999). A refurbished convergent-point method for finding moving groups in the HIPPARCOS Catalogue. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 306, pp. 381-393. doi: 10.1046/j.1365-8711.1999.02643.x
- Dias, W. S., Alessi B. S., Moitinho A. y Lépine, J. R. D. (2002). New catalogue of optically visible open clusters and candidates. *Astronomy and Astrophysics*, 389, pp. 871-873. doi: 10.1051/0004-6361:20020668
- Fresneau, A. (1980). Membership of the Alpha Per cluster as determined by proper motion. *The Astronomical journal*, 85, pp. 66-70. doi: 10.1086/112639
- Galadí-Enríquez, D., Jordi, C. y Trullols, E. (1998). The overlapping open clusters NGC 1750 and NGC 1758. III. Cluster-field segregation and clusters physical parameters. *Astronomy and Astrophysics*, 337, pp. 125-140.
- Hoogerwerf, R. y Aguilar, L. A. (1999). Identification of moving groups and member selection using HIPPARCOS data. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 306, pp. 394-406. doi: 10.1046/j.1365-8711.1999.02644.x
- Jones, B. F. y Walker, M. F. (1988). Proper motions and variabilities of stars near the Orion Nebula. *The Astronomical Journal*, 95, pp. 1755-1782. doi: 10.1086/114773
- Kharchenko, N.V., Piskunov, A.E., Röser S. Schilbach, E. y Scholz, R. D. (2005). Astrophysical parameters of Galactic open clusters. *Astronomy and Astrophysics*, 438, pp. 1163-1173. doi: 10.1051/0004-6361:20042523
- Orellana, R. B., De Biasi, M. S., Bustos Fierro, I. H. y Calderón, J. H. (2010). A revisit to the region of Collinder 132 using Carte du Ciel and Astrographic Catalogue plates. *Astronomy and Astrophysics*, 521, A39 (9pp.). doi: 10.1051/0004-6361/200913741
- Sanders, W. L. (1971). An improved method for computing membership probabilities in open clusters. *Astronomy and Astrophysics*, 14, pp. 226-232.



Stock, J. y Abad, C. (1988). The Unification of Astrometric Catalogues. *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica*, 16, pp. 63-68.

van Bueren, H. G. (1952). On the structure of the Hyades cluster. *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands*, 11, pp. 385-402.

Vasilevskis, S., Klemola, A. y Preston, G. (1958). Relative proper motions of stars in the region of the open cluster NGC 6633. *The Astronomical Journal*, 63, pp. 387-395. doi: 10.1086/107787

Zacharias, N., Finch, C.T., Girard, T.M. Henden, A., Bartlett, J. L., Monet, D. G. y Zacharias, M. I. (2013). The fourth US Naval Observatory CCD Astrograph Catalog (UCAC4). *The Astronomical Journal*, 145, 44 (14pp). doi: 10.1088/0004-6256/145/2/44

### **Financiamiento**

“Estudios de sistemas planetarios y estelares”, Programa de Incentivos, Ministerio de Cultura y Educación, enero 2016-diciembre 2019. 11G144.

“Estudios de sistemas planetarios y estelares”, Programa de Incentivos, Ministerio de Cultura y Educación, enero 2012-diciembre 2015. 11G114.