

# RESOLUCIÓN SIMULTÁNEA DE REDES TÉRMICA Y DE MASA PARA PREDECIR LOS CAMBIOS DE TEMPERATURA Y CONTENIDO DE AGUA EN UN SUELO NO HOMOGÉNEO

M. Condori<sup>1</sup>, y L. Saravia<sup>2</sup>,  
INENCO<sup>3</sup>-Universidad Nacional de Salta  
Buenos Aires 177, 4400, Salta, Argentina  
FAX: 54-87-255489, E-mail: Condori@ciunsa.edu.ar

## RESUMEN

En el presente trabajo se presenta una modelización para determinar los campos de temperatura y de contenido de agua de un suelo no homogéneo. El modelo se plantea a través del método del símil eléctrico, realizando la confección de redes térmicas y una malla análoga para describir el balance de masa de agua en el interior del suelo. La resolución simultánea de ambos circuitos se realiza a través de un programa de resolución de circuitos eléctricos con entrada de fuentes alternas. En el modelo se plantea la dependencia de las propiedades del suelo, tales como la conductividad térmica, el calor específico, la conductividad hidráulica y la difusión del agua con el contenido de agua, lo cual permite su aplicación a sistemas no lineales.

*Palabra clave: suelo, simulación, conductividad térmica, conductividad hidráulica*

## INTRODUCCIÓN

La transferencia de calor en suelos es un proceso complejo que en su forma general requiere la solución de la ecuación de conducción de calor tridimensional, para la temperatura  $T(x, y, z, t)$ :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

Donde  $k$  es la conductividad térmica,  $\rho$  la densidad y  $C_p$  el calor específico del suelo. Cuando se agregan las condiciones de contorno adecuadas, esta ecuación es tan compleja que la mayoría de los investigadores la han simplificado por asumir que el suelo es isotrópico, homogéneo y que sus propiedades no varían con el tiempo.

Los suelos son generalmente no homogéneos aun si su estructura y composición no varía con la profundidad. En un período de clima seco las capas superiores están más secas que el subsuelo. La situación inversa ocurre en un período de lluvia. Consecuentemente, las propiedades térmicas del suelo no son uniformes con la profundidad. De hecho, es bien conocido que dependen del contenido de humedad, la porosidad, la composición química y aún sobre la temperatura del suelo. También existe un flujo de humedad que está influenciado por los gradientes térmicos en el interior del suelo. Por lo tanto, el problema completo es uno acoplado, altamente complejo, que involucra tanto los flujos de calor y humedad.

En este trabajo se presenta un modelo unidimensional para determinar el campo de temperatura en el suelo, donde se resuelve simultáneamente la transferencia de calor y masa en la superficie y el interior, y en donde se considera la variación de las propiedades del suelo con el contenido de agua. El modelo se desarrolla utilizando el método de redes térmicas y uno análogo aplicado a la transferencia de masa. Finalmente las redes se resuelven utilizando un programa de resolución de circuitos eléctricos no lineales.

## BALANCES DE ENERGÍA

Se analizará primeramente la capa superior del suelo correspondiente a la superficie. El calor neto depende sobre la energía solar absorbida por el suelo  $Q_S$ , la energía involucrada con la evaporación de agua  $Q_E$ , el intercambio de energía convectivo con el aire  $Q_C$  y la radiación infrarroja emitida desde la superficie de suelo  $Q_R$ . Además, existe transferencia de calor por conducción hacia las partes más profundas del suelo y acumulación de calor  $Q_A$ , si se considera un pequeño

---

<sup>1</sup> Becario del CONICET

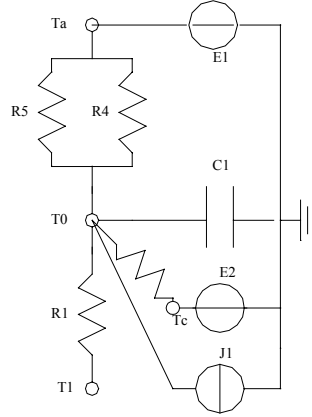
<sup>2</sup> Investigador del CONICET

<sup>3</sup> Instituto UNSa-CONICET

volumen en el cual se realiza el balance de energía. Por lo tanto, la ecuación de balance de energía en la superficie del suelo puede ser escrita de la siguiente forma:

$$Q_k = Q_S - Q_C - Q_R - Q_E + Q_A \quad (2)$$

A la ecuación de balance (2) se le puede asociar un circuito eléctrico, el cual se muestra en la figura 1, donde  $T_0$  corresponde al nodo de temperatura en la superficie del suelo.



**Figura 1:** Circuito eléctrico correspondiente a la temperatura de suelo

### **Energía convectiva**

El intercambio de energía convectiva entre el aire y el suelo puede ser calculado de la expresión:

$$Q_C = A_s h_s (T_0 - T_a) \quad (3)$$

donde  $T_0$  es la temperatura de la superficie del suelo,  $T_a$  la temperatura del aire arriba de la superficie de suelo,  $A_s$  el área de suelo y  $h_s$  es el coeficiente de transferencia de calor por convección en la superficie de suelo. En el circuito de la figura 1 este término está relacionado con la resistencia  $R_4$ , que tiene la forma:

$$R_4 = \frac{1}{A_s h_s} \quad (4)$$

### **Temperatura Ambiente**

El nodo de temperatura del aire está conectado a una fuente de tensión alterna que puede calcularse como la siguiente función armónica del tiempo:

$$E_1 = T_a(t) = T_m + T_{amp} \cos(i\omega t) \quad (5)$$

donde  $T_m$  y  $T_{amp}$  son el promedio y la amplitud de la temperatura del aire durante el período  $2\pi/\omega$ .

### **Radiación Solar**

La energía  $Q_S$  puede ser estimado de la radiación solar incidente sobre superficie horizontal  $I$  y del coeficiente de absorción  $\alpha$  que dependerá del albedo del suelo:

$$Q_S = \alpha I \quad (6)$$

En el simul eléctrico, esta ganancia de calor por radiación solar está representado por la fuente de corriente  $J_1$ , la cual se aplica directamente al nodo  $T_0$ , y que puede ser aproximada por una función sinusoidal del tiempo

$$J_1 = S(t) = \alpha(I_m + I_{amp} \cos(i\omega t + \varphi)) \quad (7)$$

donde  $I_m$  y  $I_{amp}$  son el promedio y la amplitud de la radiación solar incidente y  $\varphi$  es el ángulo de fase entre la radiación y la temperatura del aire.

### **Radiación Infrarroja**

El término  $Q_R$  representa la diferencia de energía entre la radiación de onda larga incidente sobre el suelo que proviene del cielo y el medio ambiente y la radiación emitida desde la superficie de suelo

$$Q_R = A_s \varepsilon \sigma (T_0^4 - T_c^4) \quad (8)$$

donde  $\varepsilon$  es la emitancia de la superficie,  $\sigma$  la constante de Stefan-Boltzmann y  $T_c$  el nodo correspondiente a la temperatura de cielo. La resistencia térmica  $R_3$  se obtiene de linealizar la ecuación (8)

$$R_3 = \frac{1}{A_s \varepsilon \sigma (T_0^3 + T_0^2 T_c + T_0 T_c^2 + T_c^3)} \quad (9)$$

En el circuito, el nodo de la temperatura de cielo se encuentra unida a una fuente de tensión constante  $E_2$ .

### **Energía de Evaporación**

El flujo de calor debido a la evaporación  $Q_E$  puede ser evaluada de la ecuación de Penman

$$Q_E = F(h_s)(P_0^s - P_a) \quad (10)$$

Para un pequeño rango de temperatura, la presión de vapor saturado  $P^s$  puede ser estimado de la temperatura T por la ecuación lineal

$$P^s = aT + b \quad (11)$$

con la cual, la ecuación (10) queda finalmente

$$Q_E = A_s 0,0168 f h_s [(aT_0 + b) - r_a (aT_a + b)] \quad (12)$$

donde  $r_a$  es la humedad relativa del aire arriba del suelo y la fracción  $f$  depende principalmente de la cobertura del suelo y del nivel de humedad del mismo. Para suelos cubiertos con pasto esta fracción debe ser multiplicada por 0,70.

$$f = \begin{cases} 1 & \text{suelo saturado} \\ 0,6 - 0,8 & \text{suelo húmedo} \\ 0,4 - 0,5 & \text{suelo seco} \\ 0,1 - 0,2 & \text{suelo árido} \end{cases} \quad (13)$$

Linealizando la ecuación (12) se obtiene la resistencia térmica asociada

$$R_5 = \frac{(T_0 - T_a)}{A_s 0,0168 f h_s [(aT_0 + b) - r_a (aT_a + b)]} \quad (14)$$

### **La conducción de calor**

Parte de la energía recibida por este nodo se transfiere por conducción hacia las capas inferiores de acuerdo a la ley de Fourier

$$Q_k = -A_s k(\theta) \frac{\partial T_s}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad (15)$$

La resistencia térmica asociada con la transferencia de calor por conducción es

$$R_1 = \frac{\Delta z}{A_s k(\theta)} \quad (16)$$

donde  $\Delta z$  es el espesor de suelo en donde se realiza el balance. Para la conductividad térmica se considera únicamente la dependencia con el contenido volumétrico de agua del suelo  $\theta$ , la cual se obtiene de realizar el ajuste de datos medidos (Ghildyal y Tripathi, 1987).

$$k(\theta) = 0,35(-0,0163\theta^2 + 0,6723\theta + 0,7027) \quad (17)$$

### La acumulación de calor

El término de acumulación de calor también depende del contenido volumétrico de agua a través de su relación con el calor específico

$$Q_A = MC_p(\theta) \frac{(T_0 - T_{ref})}{\Delta t} \quad (18)$$

En el circuito eléctrico este término está representado por un condensador de valor

$$C_1 = \frac{\rho V C_p(\theta)}{\Delta t} \quad (19)$$

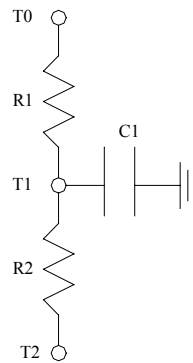
donde la relación del calor específico respecto del contenido volumétrico de humedad del suelo se obtiene en forma análoga a la relación (17)

$$C_p(\theta) = 840(1 + 0,05\theta) \quad (20)$$

A continuación, se analiza el nodo de temperatura que sigue al de la superficie, el cual es representativo del comportamiento para el interior del suelo. El balance de energía sólo incluye los términos de acumulación de calor y la conducción de calor neta

$$Q_a = Q_{ke} - Q_{ks} \quad (21)$$

El circuito eléctrico asociado a la ecuación (21) se muestra en la figura 2, y las forma de sus elementos ya fueron definidas anteriormente.



**figura 2:** Circuito eléctrico correspondiente a la zona profunda del suelo

Se tendrá un circuito similar al de la figura por cada nodo de temperatura que contenga la red térmica. Para el último nodo, se conecta una fuente de tensión constante que suministra una temperatura igual a la temperatura media del suelo  $T_m$ .

### BALANCES DE MASA

En un suelo no saturado, el agua fluye como resultado de la diferencia en valores del contenido de agua del suelo. La fuerza motriz neta que actúa en un suelo húmedo es el gradiente hidráulico. El volumen de agua que pasa por unidad de área transversal en la unidad de tiempo se expresa en forma análoga a la ley de Fick de la difusión

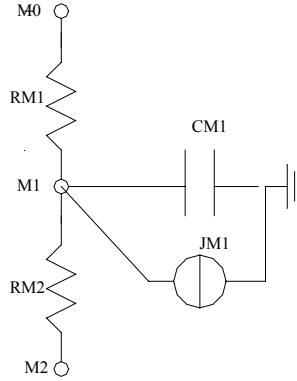
$$q = -K(\theta) - D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (22)$$

donde  $D(\theta)$  es la difusividad del agua en el suelo y  $K(\theta)$  es la conductividad hidráulica, que mide la habilidad del suelo para conducir agua. Suelos con textura de arena gruesa que tienen una porosidad alta tienen conductividad hidráulica alta, mientras que las arcillas pesadas que tienen poros más finos tienen conductividad hidráulica más bajas.

Introduciendo el principio de conservación de masas se obtiene la ecuación de continuidad para el contenido de agua, que tiene una forma análoga a la ecuación de conducción del calor en el interior del suelo

$$V \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} q A_s dz = A_s \partial \left( K(\theta) + D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \quad (23)$$

Considerando a  $\partial K(\theta)$  como una fuente volumétrica de flujo, la ecuación (23) se corresponde con el circuito eléctrico de la figura 3



**Figura 3:** Circuito eléctrico correspondiente a la transferencia de masa en el interior del suelo

Las resistencias están asociadas a la difusión del agua

$$RM1 = \frac{\Delta z}{A_s D(\theta)} \quad (24)$$

donde se considera que la difusividad del agua varía con el contenido de agua

$$D(\theta) = 6 \times 10^{-6} \theta^3 \quad (25)$$

El condensador está asociado a un término de retención de agua

$$CM1 = \frac{A_s \Delta z}{\Delta t} \quad (26)$$

Como se dijo anteriormente, el término de la conductividad hidráulica se trata como una fuente de corriente

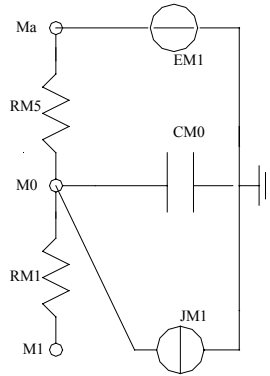
$$JM1 = A_s \Delta K(\theta) = A_s \beta K(\theta) \quad (27)$$

donde  $\beta$  representa la absorción del nodo y donde se considera que la conductividad hidráulica varía con el contenido de agua de acuerdo al comportamiento de un suelo arenoso. Tanto para la ecuación (25) como para la que sigue, la variación se obtiene realizando ajustes sobre datos medidos proporcionados por la referencia (Ghildyal y Tripathi, 1987).

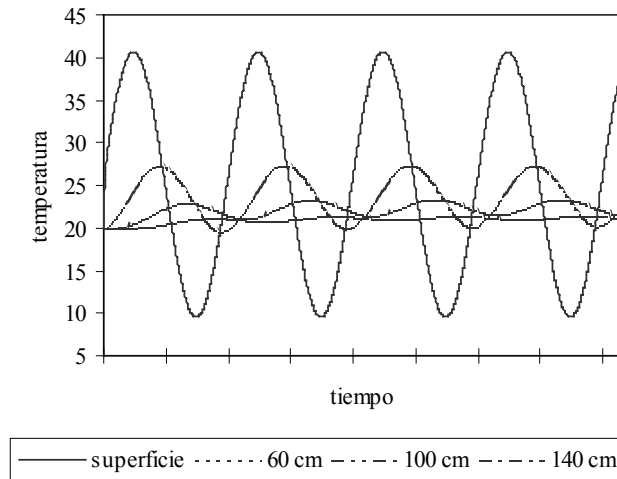
$$K(\theta) = 0.0009 \theta^7 \quad (28)$$

Para el nodo correspondiente a la superficie se considera un contenido de humedad constante, lo cual supone tener un sistema de irrigación que suministra la cantidad de agua que se pierde por evaporación. En el símil eléctrico, circuito de la figura 4, de la red de masa, éste nodo tiene una fuente de tensión EM1. Para el último nodo también se consideró una fuente de tensión constante pero proporcionando un menor contenido de humedad con respecto al de la superficie.

Para la solución de las redes, discretizadas para diez nodos, se utilizó el programa de resolución de circuitos eléctricos no lineales SCEPTRE. Los resultados se muestran en la figura 5, en donde se muestra la variación de la temperatura con la profundidad.



**Figura 4.:** Circuito eléctrico equivalente al balance de transferencia de masa en la superficie



**Figura 5:** Resultados de la simulación utilizando el programa SCEPTRE.

**CONCLUSIONES**

Se ha aplicado el método del símil eléctrico para determinar la variación unidimensional de la temperatura del suelo con la profundidad, considerando el cambio de las propiedades del suelo con el contenido de agua. El perfil de humedad del suelo se determinó también a partir del planteo de un símil eléctrico análogo al térmico. La resolución simultánea de las dos redes permite tener un método sencillo de solución para los problemas en donde las ecuaciones de transferencia de calor y masa están acopladas en forma no lineal a través de los parámetros físicos.

Este tipo de problemas es común a todos los casos en donde ocurren procesos de transferencia y masa en forma simultánea, por lo que la aplicación del método aquí descrito puede ser generalizados a otros tipos de medios, incluso el aire. La validación de la simulación requerirá de medias del perfil de temperatura del suelo en periodos diarios y anuales, las cuales se espera presentar en reuniones futuras.

**REFERENCIAS**

1. David E. Claridge, *Design Methods for Earth-Contact Heat Transfer*. Advances in Solar Energy, Volume 4, chapter 4, Editor: Karl W. Böer, Plenum Press, New York, (1988).
2. M. Krarti, C. Lopez Alonzo, D.E. Claridge and J.F. Kreider. *Analytical Model to Predict Annual Soil Surface Temperature Variation*. Transactions of the ASME, Vol. 117, May 1995, pp. 91-99.
3. B.P. Ghildyal and R.P. Tripathi, *Soil Physics*. John Wiley & sons. New Delhi, India, (1987).

**ABSTRACT**

In this paper, a simulation to determine the temperature and water content gradients for a non homogeneous soil is presented. The model uses the electrical similitude method, making the corresponding thermal and mass nets, to describe the heat and mass balances in the soil. The simultaneous resolutions of both circuits is performed using an electrical circuit software with AC input. In the model, the dependence of the soil properties, such as the thermal conductivity, specific heat, hydraulic conductivity and the soil water diffusion on the soil water content is considered, producing a coupled and non linear problem.