

CONVECCIÓN NATURAL A ELEVADO NÚMERO DE RAYLEIGH EN RECINTOS TRIANGULARES RECTANGULARES ENFRIADOS POR ARRIBA. PARTE I: FLUJO DE CALOR

Aramayo A¹., Esteban S., Cardon L.

INENCO – Instituto de Energía No Convencional
Av. Bolivia 5150 - 4400 Salta
Tel: 0387-1255424 - fax 0387 - 4255888
e-mail: cardon@unsa.edu.ar

RESUMEN : En este trabajo se realiza una simulación numérica del problema de convección natural en un recinto triangular rectangular. Se obtiene soluciones para el flujo en el rango $10^5 < Ra < 10^{10}$, $Pr = 0.7$ y para las razones de aspecto A igual a 0.1, 0.5 y 1. El rango de Rayleigh se extiende mucho más allá del reportado turbulento en la literatura. En esta primera parte se informa de los resultados concernientes al flujo de calor. Se estudia el flujo de calor local y global en la superficie inclinada y en la base a través del análisis del número de Nusselt. El flujo de calor local presenta valles picos correspondientes a las celdas convectivas. El número de Nusselt se correlaciona bien con la fórmula que surge del análisis teórico (Bejan, 1984) resultando, para $A = 0,1$ proporcional a $Ra^{0.28}$, confirmando que la transferencia está gobernada por convección multicelular de tipo Bénard, con un coeficiente de correlación $C_1=0.256$.

Palabras Claves: recinto triangular, convección natural, Rayleigh, Nusselt.

INTRODUCCIÓN

El trabajo es parte de un estudio a más largo plazo tendiente a entender la física de los desalinizadores de varios tipos. En ellos el flujo está acoplado con la transferencia de masa y es turbulento. Antes de encarar la simulación numérica de estos problemas mucho más complejos, se ha encontrado conveniente estudiar a fondo el régimen laminar.

El presente trabajo consta de cuatro partes. Una revisión bibliográfica que todavía no es exhaustiva, una descripción del problema y la metodología numérica. Por último dos secciones con el análisis de la transferencia de calor local y global. Se presentan aquí los aspectos relacionados al flujo de calor. En una segunda parte, presentada conjuntamente en esta Reunión, se presentan los aspectos cualitativos del flujo.

REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

La convección en cavidades es un tema que ha atraído la atención de muchos investigadores desde larga data, y tiene muchas aplicaciones. Las cavidades triangulares aparecen con frecuencia en áticos, cocinas, calefones y desalinizadores solares. Comparativamente han sido mucho menos investigadas. Este trabajo es la primera parte de un estudio numérico sobre cavidades triangulares rectangulares. El estudio de la transferencia de calor en régimen de convección natural en cavidades triangulares comienza con los trabajos de Flack et al (1979) y Flack (1980). Con anterioridad a estos estudios se usan datos correspondientes a placas planas inclinadas y cavidades rectangulares inclinadas.

Flack et al (1979) estudiaron experimentalmente una cavidad isósceles con calentamiento o enfriamiento sobre las caras superiores inclinadas, mientras que la base se mantiene adiabática. Este estudio se ha realizado en el rango $0,29 < A < 0,87$ y $2,9 \cdot 10^6 < Gr < 9 \times 10^6$. Flack (1980) estudia experimentalmente la transferencia de calor convectiva, para el caso de un recinto triangular donde el calentamiento o enfriamiento se realiza por la base. Más recientemente Holtzman et al (2000) resolvieron con elementos finitos el caso de la cavidad isósceles calentada por la base y enfriada por arriba en el rango $10^3 < GR < 10^5$ y $0,2 < A < 1$. En todos los casos analizados se observa una celda convectiva central y celdas adyacentes con circulación en sentido contrario a esta, se obtuvieron hasta nueve rollos o celdas.

En un primer análisis se puede pensar que los resultados de las cavidades estudiadas por Flack y TANTO, son válidos para el presente caso tomando sólo la mitad de la cavidad bajo la suposición de que los flujos son simétricos. Holtzman et al. demuestra que esta suposición no es válida y que las diferencias en el Nusselt local para uno y otro caso puede alcanzar hasta el 500 %.

Poulikakos y Beján (1982) publicaron un estudio fundamental aplicable al régimen conductivo y al régimen convectivo. En la parte numérica de este estudio se llega hasta $Ra = 10^5$. En este estudio teórico y numérico del problema transitorio señalan

¹ Departamento de Matemática. Facultad de Ciencias Exactas. UNSa.

la posible aparición de un régimen convectivo de tipo Benard, es decir dominado por una serie de rollos o vórtices en vez de una única recirculación. Este aspecto fue confirmado por el trabajo de Holtzman (2000) para el caso de cavidades triangulares isósceles.

Del Campo et al. (1988) analiza una cavidad isósceles cubriendo todas las combinaciones (siete) de condiciones bordes posibles: adiabáticos, fríos y calientes. El estudio llega hasta $Gr=10^6$.

Asan (2000) estudio la misma cavidad que Del Campo, hasta $Ra=10^8$, al parecer desconociendo los resultados de Del Campo y de los otros autores aquí mencionados. Este estudio presenta en cambio un más amplio espectro de relaciones de aspecto (0.25, 0.4, 0.6, 0.8). La literatura reporta también los trabajos de Akinsete y Coleman (1982) y los de Kushwaha y Kakodkar (1982) que no ha sido revidada.

Pocos autores han estudiado el régimen turbulento. Flack et al. (1979) lo reporta valores de Gr para la transición a la turbulencia. Para $A = 0.29 - 0.87$, da una $Ra = 4,2 \cdot 10^5$. Para este valor de Rayleigh la solución presenta, según el mismo autor, cuatro celdas convectivas. Holtzmann (2000) menciona este resultado poniendo entre comillas la palabra turbulento, y calcula para valores de Rayleigh más altos. En este trabajo no se ha tenido inconvenientes en calcular una solución estable para números de Rayleigh tan altos como 10^{10} . Consideramos que la diferencia encontrada amerita un mayor estudio del problema, tanto de las posibilidades de problemas numéricos, como experimentales.

Por último conviene mencionar un trabajo que aunque apunta a una cavidad trapezoidal, se da en el contexto de interés del presente problema. Palacio y Fernandez (1993) estudiaron el caso de una cavidad trapezoidal correspondiente a un desalinizador de tipo invernadero. Calculan con un modelo turbulento con el programa PHOENIX, aunque no se especifica el régimen de flujo.

El caso que nos ocupa, la cavidad enfriada superiormente y calentada por abajo, sobre su lado horizontal, corresponde a la configuración designada por Poulidakos y Bejan (1982) de tipo "ático", por el cual se designa cualquier cavidad trapezoidal de lados rectos verticales, base horizontal y techo inclinado a una o dos aguas. Esta configuración es típica de áticos con colección solar en el techo y de varios modelos de colectores solares. La configuración geométrica es típica también de varios modelos de desalinizadores solares, no obstante en ellos el régimen de flujo es turbulento y probablemente dominado por la transferencia de masa.

En este trabajo se estudia en forma numérica la convección natural en una cavidad triangular rectangular, calentada por su base horizontal, enfriada por su hipotenusa, y adiabática en su cateto vertical para varias razones de aspecto $A = 0.1, 0.5, 1$. El régimen de flujo estudiado es caracterizado por los números Prandtl ($Pr = 0,71$) y Rayleigh ($10^5 < Ra < 10^{10}$). El rango presentado no ha sido estudiado numéricamente hasta el presente.

MÉTODO NUMÉRICO

Se ha resuelto las ecuaciones adimensionales de energía y de Navier Stokes bidimensional para un recinto triangular como se muestra en la figura 1, asumiendo la aproximación de Boussinesq. La figura 1 muestra un esquema de la configuración estudiada y las condiciones de borde.

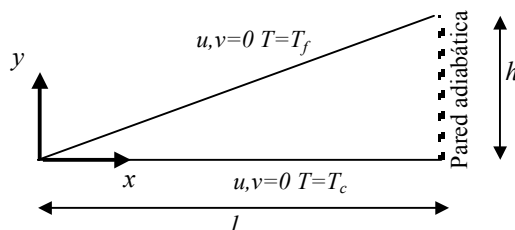


Figura 1: Dominio físico y condiciones de borde

Se utiliza una red no uniforme, de 150×150 nodos, cuyos volúmenes de control son rectangulares. La figura 2 muestra una red típica. No se hace un análisis de independencia de resultados con la red, no obstante, los cálculos realizado por Holtzman (1982) muestran que para discretizaciones menos densas (80, 100, 130 segmentos en la base) se obtienen resultados coincidentes.

La no uniformidad de la red permite suponer que el cálculo de los gradientes, y en consecuencia del Nu , tendrá mayor exactitud en la base que en la superficie inclinada.

La resolución del problema se realiza con un programa general desarrollado por Patankar para estado estacionario y dominios rectangulares, basado en volúmenes de control y el algoritmo SIMPLER. Se usa un parámetro de relajación de 0.8 y se itera hasta obtener un residuo del orden de 10^{-8} , que se alcanza con 100-150 iteraciones. No se tiene problemas de convergencia en el rango de Rayleigh estudiado. A los efectos de reducir el dominio de cálculo a la cavidad triangular, se bloquearon los nodos del triángulo superior derecho de un dominio rectangular asignando a los mismos, viscosidad y difusividad térmica 10^{+30} . La viscosidad alta inmoviliza el fluido mientras que la difusividad alta los hace conductivo de

manera que las condiciones de temperatura que se imponen en los bordes superior y lateral derecho se transmiten al lado inclinado.

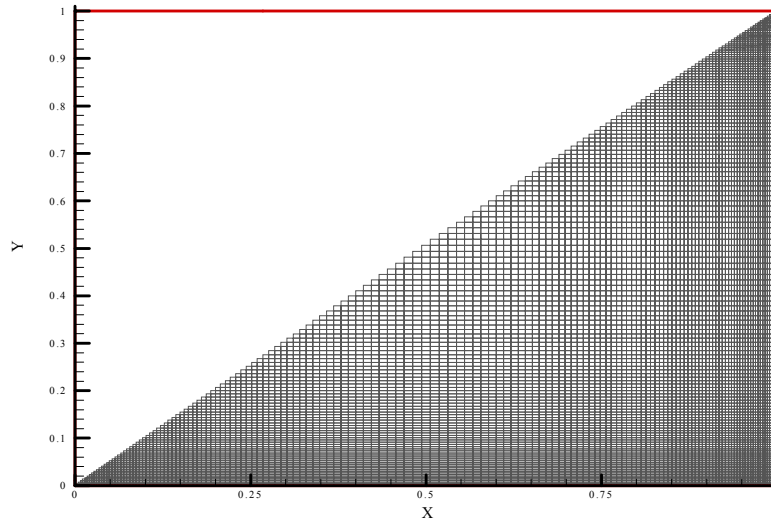


Figura 2: Red no uniforme

TRANSFERENCIA DE CALOR. NÚMERO DE NUSSELT LOCAL

Los datos sobre transferencia de calor sobre las superficies fría y caliente se interpretan mediante el coeficiente convectivo h o su forma adimensional el número de Nusselt. Se utiliza aquí la forma complejiva (entre las placas fría y caliente) definida por:

$$h(T_c - T_f) = k \frac{\partial T}{\partial y} \quad (1)$$

donde T_c y T_f son las temperaturas de la placa fría y caliente, respectivamente y k es la conductividad térmica del fluido. El número de Nusselt resulta entonces el gradiente de temperatura adimensional:

$$Nu = \frac{hk}{H} = \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \quad (2)$$

con

$$y^* = \frac{y}{H} \quad \text{y} \quad T^* = \frac{T - T_m}{T_c - T_f}$$

donde T_m es la temperatura media entre las temperaturas fría y caliente. El coeficiente de transferencia de calor también se define como la inversa de la resistencia térmica que ofrece la capa límite, para este caso la diferencia de temperatura a considerar es $T_c - T_s$. Podemos pasar de una a otra con

$$\tilde{h} = h \frac{T_c - T_f}{T_c - T_s}$$

para lo cual debemos definir como calcular T_s , la temperatura al borde de la capa límite.

Los números de Nusselt local para la base y la hipotenusa se ha calculado según las ecuaciones (3) y (4), respectivamente:

$$Nu_{base}(x) = \left(\frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right)_{y^*=0} \quad (3) \quad Nu_{hipotenusa}(s) = \left(\frac{\partial T^*}{\partial \bar{n}} \right)_{y=Ax} \quad (4)$$

Por la discretización empleada no se puede calcular en forma directa el gradiente de temperatura adimensional normal a la pared inclinada, de manera que se ha utilizado una combinación lineal vectorial de los gradientes en x e y , respectivamente. Debido a la disposición de la red y a la dirección del flujo, (el flujo fluye en la dirección diagonal a la de los volúmenes de control) puede haber un efecto numérico de falsa difusión en la adyacencia de la cara inclinada cuyo efecto que no se ha evaluado todavía.

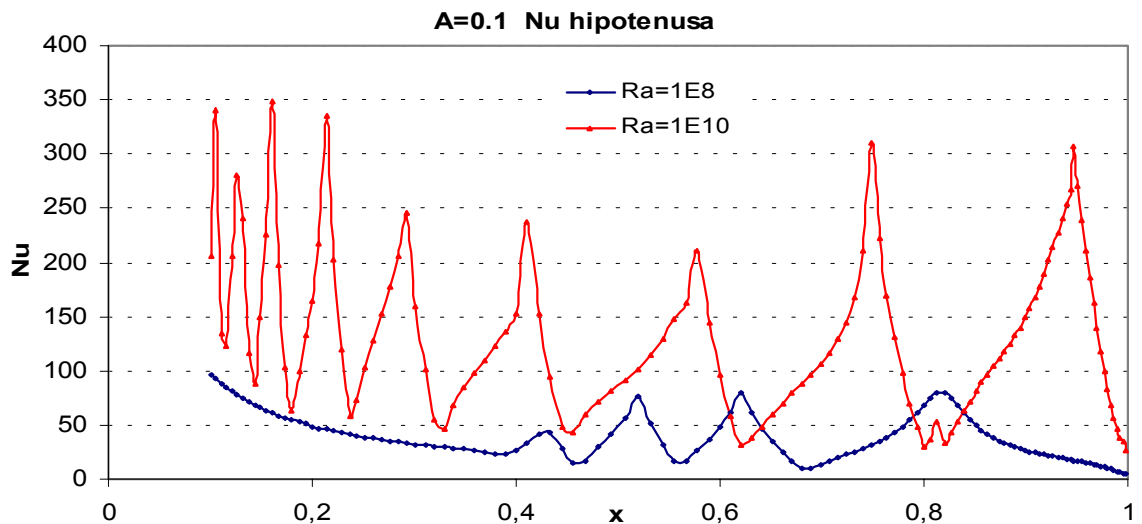


Figura 3: Nu local sobre la pared inclinada.

La figura 3 muestra el número de Nusselt local sobre la pared inclinada (hipotenusa) para $Ra = 10^8$ y $Ra = 10^{10}$. Se observa una curva con valles y picos que responden a la estructura multicelular del flujo. A menor número de Rayleigh tenemos menos celdas y en consecuencia menos picos. Los valles corresponden aproximadamente al lugar donde la pluma convectiva formada por dos de las celdas choca con el sólido formando una zona de estancamiento. En esta zona el espesor de la capa límite es mayor.

En la figura 4 se muestran los mismos resultados para la base del triángulo.

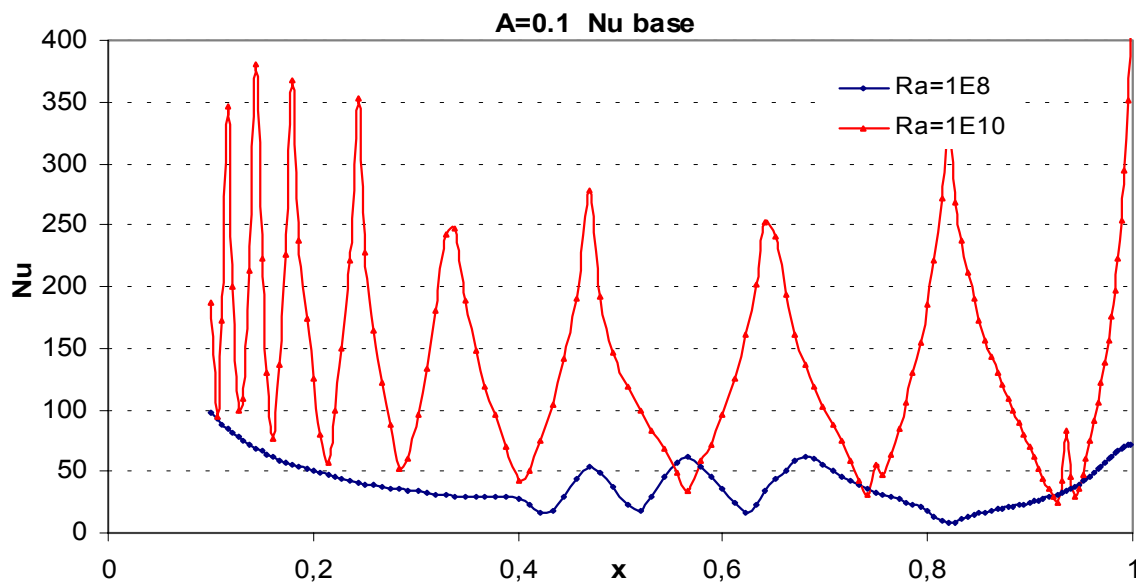


Figura 4: Nu local en la base.

TRANSFERENCIA DE CALOR. NUMERO DE NUSSLETT GLOBAL

La forma de calcular el número de Nusselt global ha originado una extensa discusión entre los varios autores que han encarado su cálculo. El origen del problema está en la singularidad que se produce en la punta aguda del triángulo. Allí debido al contacto entre la placa caliente y fría el flujo de calor es de tipo conductivo. A medida que se acerca a la punta, la distancia que separa ambas placas tiende a cero, de manera que la transferencia de calor propiamente dicha es matemáticamente infinita. Cuando estos valores se incluyen en el Nusselt promedio, se obtienen valores altos que no representan el problema físico y que además son dependientes del tamaño de la red de discretización.

Del Campo(1988) y Poulikakos y Bejan (1982) han señalado una indeterminación del flujo de calor a medida que nos acercamos a la punta del triángulo. Como la distancia entre ambas caras es cada vez menor, a medida que x tiende a cero Nu

tiende a infinito. Del Campo propone una forma elegante de salvar este problema. Aquí se ha tomado una solución momentánea, y no consideraremos los valores del Nu cerca de la punta obtusa de la cavidad.

El Nusselt promedio se ha calculado según (5) y (6):

$$Nu_{base} = \frac{1}{L} \int_{\delta}^L Nu_{base}(x) dx \quad (5)$$

$$Nu_{hip} = \frac{1}{D} \int_{\delta}^D Nu_{hip}(s) ds \quad (6)$$

Siendo $D = \sqrt{L^2 + H^2}$ y δ es el ancho de la región eliminada en el cálculo del Nusselt promedio

Los resultados se muestran en la figura 5. En ella se ha graficado el Nusselt medio en función del número de Rayleigh sobre un gráfico doble logarítmico, parametrizado en la razón de aspecto. Los valores muestran una dependencia del $Nu = C_1 Ra^{C_2}$ que fuera justificada teóricamente por Bejan (1984) con un coeficiente $C_2=1/3$, y comprobada experimentalmente por Flack (1980). La figura 5 muestra que la pendiente de la gráfica, que justamente da el valor para C_2 , tiene un valor muy cercano a $1/3$.

Comparando los datos con los de Flack (1980), sorprende el hecho de que los tres conjuntos de datos, para las tres razones de aspecto, caen sobre la misma recta. Si bien el rango de Ra y de A de estos resultados y los de Flack son diferentes, los resultados son muy parecidos.

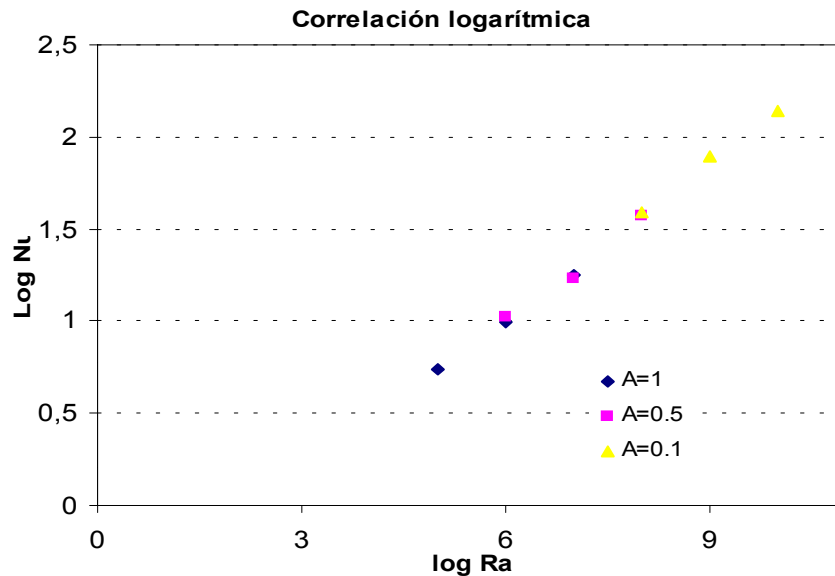


Figura 5: Nu promedio en la base en función del Ra

Los valores exactos para C_1 y C_2 se dan en la Tabla 1.

	C_2	C_1
A = 1	0.259	0.278
A = 0.5	0.278	0.213
A = 0.1	0.274	0.256

Tabla 1: Constantes correspondiente a la figura 5

La tabla 2 da los valores numéricos de Nu para los valores de Ra y A estudiados.

Ra	A = 1	A = 0.5	A = 0.1
1.00E+05	5,437		
1.00E+06	9,953	10,428	
1.00E+07	17,894	17,175	
1.00E+08		37,535	38,862
1.00E+09			77,911
1.00E+10			137,185

Tabla 2: Nusselt promedio a distintos Ra y A

CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN

Se ha calculado numéricamente soluciones de estado estable para una cavidad triangular rectangular a elevado número de Rayleigh. Se ha presentado la distribución del número de Nusselt local sobre las placas caliente y fría de la cavidad, distribución que corresponde bien al tipo de flujo encontrado, este del multicelular. También se evaluó el número de Nusselt promedio sobre toda la placa inferior. Se obtuvieron resultados compatibles y muy parecidos con los reportados en la literatura experimental y numérica. El Nusselt promedio se ajusta a la expresión teórica $Nu = Ra^{1/3}$ lo que confirma que el tipo de convección es multicelular. Esto último se muestra también por la forma del patrón de flujo que se analiza en la segunda parte.

Se ha obtenido resultados numéricos estables y bien convergidos para Rayleigh mucho más alto de lo que las observaciones experimentales de Flack indican como pertenecientes al régimen turbulento. Cabe la posibilidad de que nuestros resultados numéricos no tengan entidad física. En cualquier caso, el problema debe dilucidarse.

En nuestra experiencia previa, (con redes mucho menos densas) un número de Rayleigh alto fue una barrera difícil de superar, y normalmente, superado un cierto límite, la solución se vuelve inestable y finalmente diverge.

Una causa que podría estabilizar la solución es la difusión numérica ocasionada por las redes tan finas utilizadas aquí, aún más densa que alguna de las redes usadas para hacer simulación numérica directa al principio de la década del 90 (Paolucci, 1990). El presente programa no está adaptado este último tipo de cálculo, por lo que no podemos pretender que el presente sea un ejemplo de simulación directa. En primer lugar hemos buscado el cálculo de estado estable.

Podemos considerar que los resultados expuestos son preliminares y que las dudas que se han planteado deben resolverse, aún más en miras a utilizar los mismos programas para resolver problemas en el régimen turbulento. En el futuro se prevee la utilización de programas que permitan el cálculo del régimen transitorio, el uso de redes no ortogonales de manera de disminuir el problema de falsa difusión y se encarará un pequeño programa experimental de manera de confirmar las observaciones de Flack.

REFERENCIAS

- Poulikakos D., Bejan A. (1982); "The fluid dynamics of an attic space". *Journal Fluid Mechanics*. Vol. 131, pp: 251-269.
- Del Campo E., Sen M., Ramos E. (1988); "Analysis of laminar natural convection in a triangular enclosure". *Numerical Heat Transfer*, vol. 13, pp. 353-372.
- Asan H., Namli L. (2000); "Laminar natural convection in a pitched roof of triangular cross-section: summer day boundary conditions". *Energy and Buildings*, vol. 33, pp. 69-73.
- Palacio A., Fernandez J. (1993); "Numerical analysis of greenhouse-type solar stills with high inclination". *Solar Energy*, vol. 50, N° 6, pp. 469-476.
- Holtzman G., Hill R., Ball K. (2000); "Laminar natural convection in isosceles triangular enclosures heated from below and symmetrically cooled from above". *Journal of Heat Transfer*, vol. 112, pp. 485-491.
- Akinsete y Coleman VER en DelCampo
- Kushwaha y Kakodkar VER en DelCampo
- Paolucci S. Direct numerical simulation of two-dimensional turbulent natural convection in an enclosed cavity. *J of Fluid Mechanics*, vol 215, pp. 229-262.

HIGH RAYLEIGH NATURAL CONVECTION IN A RECTANGULAR TRIANGULAR CAVITY COOLED FROM ABOVE. PART I: HEAT FLOW.

ABSTRACT

This work deals with the numerical simulation of High Rayleigh Natural Convection in a rectangular triangular cavity cooled from above. Laminar flow solution where obtained in the range , rango $10^5 < Ra < 10^{10}$, $Pr=0.7$ and aspect ratios A equal to 0.1, 0.5 and 1. Raleigh number range extends far beyonds the reported turbulent range. In this first part the heat flow results are reported. Local and global heat flow over the incline and base surfaces were studied through the analysis of Nusselt number. The heat flow presents valleys and pics corresponding with convective cells. The Nuslet Number correlates well with the theoretical analysis formula (Bejan, 1984) yielding that for $A=1$, a proportionality with $Ra^{0.28}$. This confirms that the transfer is governed by Benard type multicelullar convection. The coorelation coefficient is $C_1 = 0.256$.