

APLICACIÓN Y EVALUACIÓN EXPERIMENTAL DE LA ECUACIÓN DE SUEHRCKE PARA CALCULAR LA FRACCIÓN DE DÍAS CLAROS ATRAVÉS DEL ÍNDICE DE CLARIDAD

María Torres Deluigi^{1,2} y Amílcar Fasulo¹

1: Dpto. de Física, Fac. de Cs. Físico Matemáticas y Naturales, Universidad Nacional de San Luis, Chacabuco y Pedernera. C.P.: 5700. San Luis. Argentina. 2: CONICET
e-mail: charo@unsl.edu.ar

RESUMEN

En este trabajo se chequeó la relación entre el índice de claridad medio mensual (\bar{K}) y la fracción de tiempo de días claros (f_{clear}) propuesta recientemente por Suehrcke. Se aplicó esta relación para calcular la radiación solar media mensual (\bar{H}) para San Luis. Luego se compararon estos resultados con los que se obtienen al aplicar los modelos de Ångström-Prescott, Reitvel y Glover-McCulloch. Finalmente se analizaron las diferencias entre los datos registrados experimentalmente durante los años 2000 y 2001 y, los que resultaron de la aplicación de los cuatro modelos. Se trataron estadísticamente las diferencias encontradas a través de los errores MBE y RMSE. Se encontró que los modelos de Ångström-Prescott y el de Suehrcke son los que mejor estiman los valores \bar{H} para San Luis, ya que presentan los menores valores de RMSE (5%).

Palabras clave: radiación solar, índice de claridad, fracción de días claros.

INTRODUCCIÓN

El conocimiento preliminar de la cantidad de radiación solar que incide sobre una superficie horizontal en una determinada localidad es un dato esencial para el diseño de dispositivos solares. Resulta entonces bastante útil poder calcular la radiación diaria promedio a partir de otras variables meteorológicas. La variable más usada para este propósito es el número de horas de brillo solar por mes.

Existe una relación directa entre el brillo solar y la insolación, a mayor número de horas de brillo solar diario le corresponde mayor insolación. Por lo tanto la media mensual de la radiación global diaria sobre superficie horizontal puede ser estimada a partir del número de horas de brillo solar. La ecuación más ampliamente usada para relacionar la radiación solar y el brillo solar es la de Ångström-Prescott (Black et al., 1954):

$$\frac{\bar{H}}{\bar{H}_o} = A + B \frac{n}{N} \quad (1)$$

donde \bar{H} es el promedio mensual de la radiación diaria sobre una superficie horizontal; \bar{H}_o es la media mensual de la radiación extraterrestre diaria horizontal; n es el número de horas mensuales de brillo solar; N es el número total de horas de luz en el mes. A y B son dos constantes que se determinan empíricamente.

Las constantes A y B deben calcularse para cada localidad considerada, esto limita la aplicación de ecuación de Ångström-Prescott. Muchos investigadores han presentado valores de los coeficientes A y B , para varias localidades del mundo. Tales coeficientes se usan para computar \bar{H} para localidades cercanas con condiciones climáticas similares. Generalmente estos coeficientes se presentan como promedios anuales. Sin embargo, para algunas regiones del globo que presentan mayores cambios climatológicos, es necesario desarrollar valores estacionales, como por ejemplo para el periodo monzónico en el sur y sudeste de Asia (Iqbal, 1983).

Reitvel (1978) analizó varios valores publicados de A y B y, notó que A está linealmente relacionado con n/N , mientras que para B esta relación es hiperbólica. De tal modo que la radiación solar y el brillo solar, para Reitvel, están relacionadas por

$$\frac{\bar{H}}{\bar{H}_o} = 0.18 + 0.62 \frac{n}{N} \quad (2)$$

Intentando mejorar la correlación insolación-brillo solar, algunos autores incluyeron factores geográficos tales como la latitud ϕ . Glover y McCulloch (1958) incluyeron los efectos de la latitud y presentaron la siguiente correlación:

$$\frac{\bar{H}}{\bar{H}_o} = 0.29 \cos \phi + 0.52 \frac{n}{N}, \quad \phi < 60^\circ \quad (3)$$

Una nueva aproximación entre el promedio mensual de la radiación solar diaria y el brillo solar (o fracción de días claros) fue recientemente establecida por Suehrcke (2000). En esa publicación la fracción de cielo claro n/N se define como f_{clear} a través de la siguiente expresión

$$f_{clear} = \frac{\bar{H}_b}{\bar{H}_{b,clear}} \quad (4)$$

donde \bar{H}_b es el promedio mensual de la radiación directa diaria horizontal y $\bar{H}_{b,clear}$ es el promedio mensual de la radiación directa horizontal de días claros. Se entiende por días claros aquellos en los cuales el cielo se encuentra libre de nubes.

Para relacionar \bar{H}_b con la media mensual de la radiación diaria sobre superficie horizontal \bar{H} , Suehrcke usa la expresión de fracción difusa (Page, 1961) y demuestra que

$$f_{clear} = \left(\frac{\bar{K}}{\bar{K}_{clear}} \right)^2 \quad (5)$$

donde \bar{K} es la media mensual del índice de claridad diario, y \bar{K}_{clear} es la media mensual del índice de claridad para días de cielo limpio. Estos índices están definidos por las siguientes relaciones

$$\bar{K} = \frac{\bar{H}}{\bar{H}_o} \quad \bar{K}_{clear} = \frac{\bar{H}_{clear}}{\bar{H}_o} \quad (6)$$

La relación (6) (conocida como ecuación de Suehrcke) es particularmente elegante, no solo porque su derivación es simple, sino también porque la única constante semiempírica que se requiere es \bar{K}_{clear} . \bar{K}_{clear} es una cantidad mensurable que depende de las condiciones atmosféricas locales, y típicamente está comprendida entre 0.65 y 0.75 (Suehrcke, 2000).

VERIFICACIÓN EXPERIMENTAL

Se procedió a la verificación de la ecuación de Suehrcke a partir de las medidas diarias de las radiaciones global horizontal (H) y de la directa (H_b), registrados en los años 2000 y 2001 en la ciudad de San Luis (33.27° S, 66.35° W, 730 msnm). Los instrumentos utilizados para medir estas radiaciones fueron un piranómetro Eppley Precision Spectral Pyranometer (PSP) y un pirheliómetro Eppley normal-incidence pyrheliometer (NIP). Los valores de \bar{H}_o fueron calculados usando las expresiones de la radiación extraterrestre diaria de Duffie y Beckman (1991). El valor de la constante solar utilizado fué 1367 W / m². Luego se calcularon los promedios mensuales \bar{H} , \bar{H}_b , $\bar{H}_{b,clear}$, \bar{K} , \bar{K}_{clear} . Los valores medios mensuales de f_{clear} se encontraron a partir de la ecuación (4) utilizando los valores de \bar{H}_b y $\bar{H}_{b,clear}$.

Una vez calculados los valores que se mencionan en el párrafo anterior, examinamos la relación entre \bar{K} y f_{clear} . Luego usando la fórmula de Suehrcke calculamos \bar{H} y la comparamos con los valores registrados experimentalmente. También se compararon estos valores de la radiación global horizontal con los que resultaron de aplicar los modelos de Ångström-PreScott, Reitelv y

Glover y McCulloch. Para los dos años analizados el valor de \bar{K}_{clear} resultó ser 0.70 y el error sd = 0.01. Este valor de \bar{K}_{clear} es el que se usa en el resto de este trabajo.

La Fig. 1 muestra la relación entre f_{clear} y $\bar{K} / \bar{K}_{clear}$ propuesta por Suehrcke (ecuación (5)) y la distribución de los datos medidos. Se puede observar un buen ajuste entre la curva de la ecuación (5) y los datos experimentales.

En la Fig. 2 se muestran los comportamientos extremos máximo y mínimo que exhibe la ecuación de Suehrcke para $\bar{K}_{clear} = 0.75$ y 0.65. En esta figura se pone de manifiesto que el mejor ajuste de las medidas de San Luis se logra para el valor experimental correspondiente, $\bar{K}_{clear} = 0.70$.

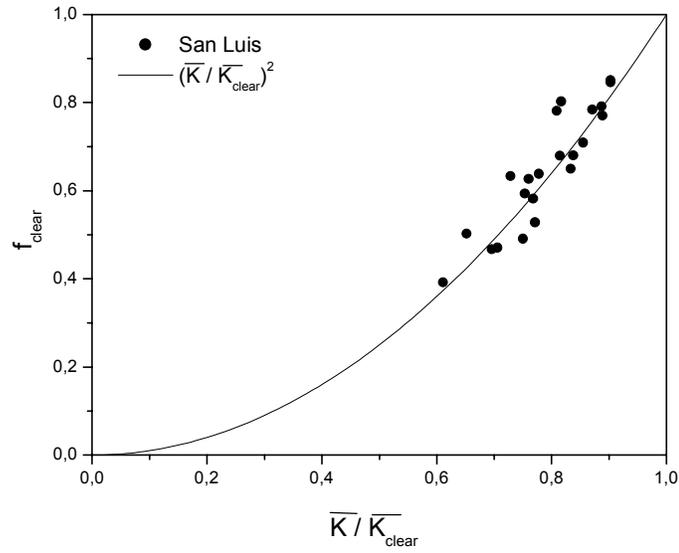


Fig. 1: La ecuación de Suehrcke, ecuación (5), y datos experimentales para San Luis, Argentina.

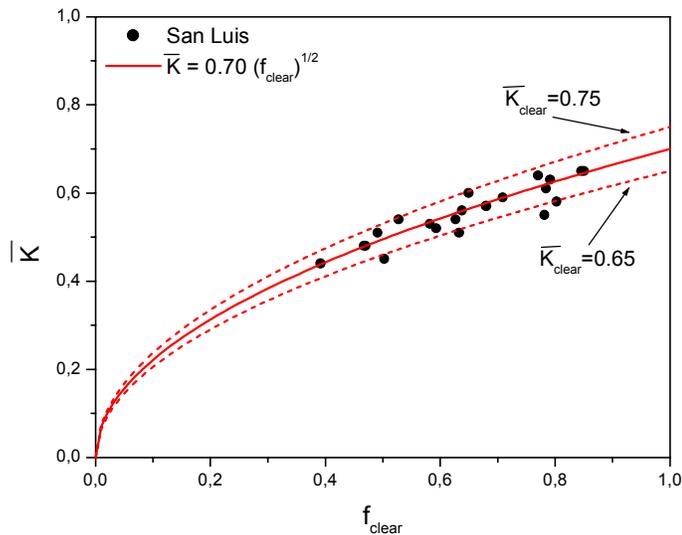


Fig. 2: Datos experimentales para San Luis y la relación entre \bar{K} versus f_{clear} que resulta de la ecuación de Suehrcke en donde se utilizó el promedio anual de $\bar{K}_{clear} = 0.70$. También se muestran en línea punteada las curvas para $\bar{K}_{clear} = 0.75$ y $\bar{K}_{clear} = 0.65$.

En la Fig. 3 se comparan los resultados de la ecuación propuesta por Suehrcke y la que resulta de aplicar Ångström-Prescott (ecuación (1)). Los coeficientes A y B se encontraron ajustando los datos medidos para San Luis y, resultaron $A=0.28$ y $B=0.42$. Se puede observar que la relación de Ångström-Prescott también brinda un excelente acuerdo para San Luis, ya que para esta localidad f_{clear} está comprendida entre 0.4 y 0.9. Sin embargo, como se muestra en la Fig. 5 del artículo de Suehrcke (2000), para localidades que presentan valores de f_{clear} menores a 0.4 la relación (5) brinda un mejor ajuste. Precisamente las dos relaciones presentan comportamientos muy diferentes para valores de $f_{clear} < 0.4$, mientras que para $f_{clear} > 0.4$ el comportamiento puede aproximarse por la relación lineal (1).

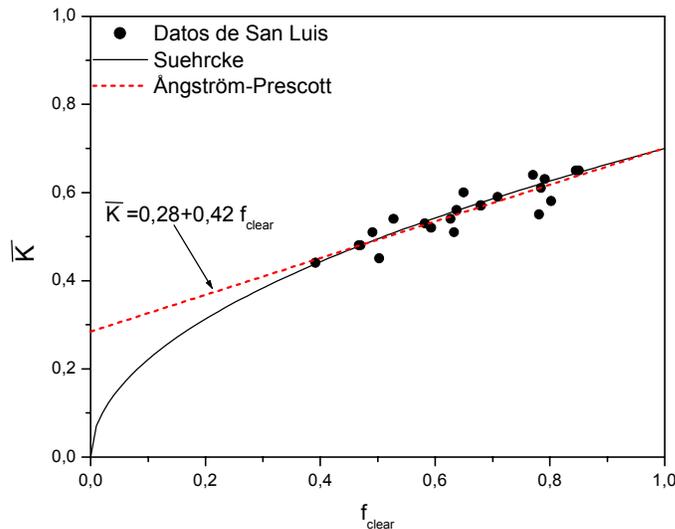


Fig.3: Comparación entre la relación de Suehrcke (línea sólida) y la de Ångström-Prescott (línea punteada) con los coeficientes A y B ajustados para San Luis.

Teniendo en cuenta que una de las aplicaciones más utilizadas de las relaciones que vinculan \bar{K} con f_{clear} es el cálculo del promedio mensual de la radiación global sobre superficie horizontal, decidimos analizar comparativamente los resultados de los modelos presentados con los medidos en San Luis en el año 2001. Los resultados aparecen en la Tabla 1.

Mes	\bar{H}_o (MJ m ⁻² día ⁻¹)	$f_{clear} = \frac{\bar{H}_b}{\bar{H}_{b,clear}}$	Ångström (ec.(1))	Reitvel (ec. (2))	Glover (ec. (3))	Suehrcke (ec. (5))	\bar{H}_{medido} (MJ m ⁻² día ⁻¹)
1	43,50	0,7844	26,51	28,98	28,29	26,97	26,39
2	39,70	0,7915	24,31	26,63	25,96	24,72	24,60
3	32,90	0,6330	17,96	18,83	18,81	18,32	16,85
4	25,62	0,5029	12,58	12,60	12,91	12,72	11,48
5	19,53	0,4672	9,30	9,17	9,48	9,34	9,30
6	16,80	0,5279	8,43	8,52	8,68	8,54	9,02
7	18,01	0,5820	9,44	9,74	9,82	9,62	9,47
8	23,91	0,6270	12,99	13,60	13,59	13,25	12,44
9	29,54	0,3918	13,13	12,49	13,18	12,94	13,10
10	36,45	0,6499	20,15	21,25	21,15	20,57	21,94
11	41,73	0,7705	25,19	27,45	26,84	25,64	26,71
12	44,14	0,8458	28,04	31,09	30,11	28,42	28,77

Tabla 1: Valores que predicen los modelos para los promedios mensuales de la radiación global horizontal en San Luis (las unidades de las columnas 4ª a la 7ª son MJ m⁻² día⁻¹).

En la Fig. 4 se han graficado los valores de \bar{H} predichos por los modelos y los medidos en San Luis durante el año 2001. Resulta llamativo el comportamiento de \bar{H} para el mes de septiembre en el cual la radiación global es ligeramente inferior a la del mes anterior. Este valor encuentra su explicación en el hecho de que durante ese mes se produjeron muchos días nublados ($f_{clear} = 0.39$) y un alto porcentaje de precipitaciones.

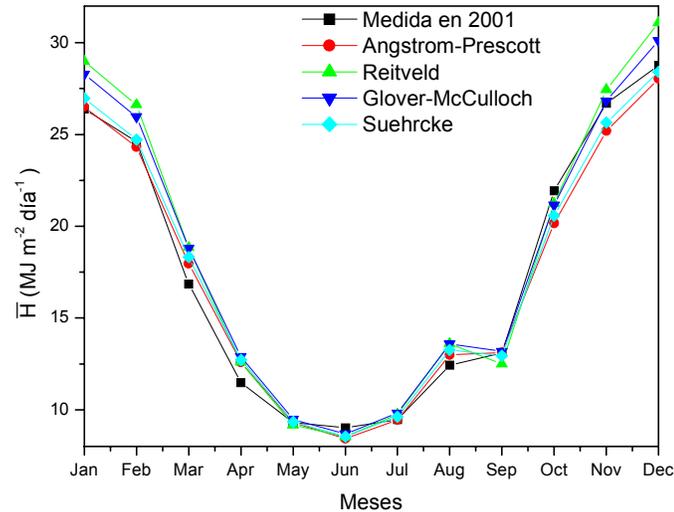


Fig. 4: Comparación entre el promedio mensual de la radiación global diaria medida y la que predicen los diferentes modelos para San Luis.

Desde la simple comparación visual de los valores que predicen los modelos (Fig. 4) no se puede juzgar la mejor aproximación de un modelo sobre otro. Tampoco resulta suficiente con analizar las diferencias relativas porcentuales. Es necesario calcular los errores RMSE (root-mean-square-error) y el MBE (mean bias error) definidos a continuación por las ecuaciones (7). En la Tabla 2 se muestran los resultados.

$$MBE = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p (\bar{H}_{calc,i} - \bar{H}_{medido,i}); \quad RMSE = \left[\frac{1}{p} \sum_{i=1}^p (\bar{H}_{calc,i} - \bar{H}_{medido,i})^2 \right]^{1/2} \quad (7)$$

Mes	Dif. Rel. % Ångström	Dif. Rel. % Reitvel	Dif. Rel. % Glover	Dif. Rel. % Suehrcke
1	0,46	9,83	7,20	2,19
2	-1,16	8,24	5,55	0,50
3	6,58	11,77	11,61	8,74
4	9,62	9,75	12,46	10,78
5	0,004	-1,37	1,93	0,47
6	-6,55	-5,51	-3,71	-5,27
7	-0,26	2,85	3,66	1,56
8	4,43	9,32	9,27	6,54
9	0,25	-4,63	0,62	-1,19
10	-8,13	-3,15	-3,58	-6,25
11	-5,69	2,76	0,48	-4,00
12	-2,54	8,07	4,67	-1,23
MBE %	-0,25	3,99	4,18	1,07
RMSE %	5,04	7,24	6,61	5,23

Tabla 2: Diferencias relativas porcentuales entre los valores predichos por los cuatro modelos analizados y los valores medidos de \bar{H} . En las últimas dos filas se presentan los valores de los errores porcentuales MBE y RMSE.

Analizando la Tabla 2 encontramos que en general los cuatro modelos sobreestiman la radiación global mensual durante los cuatro primeros meses del año. En cambio para los meses de mayo, junio y julio se producen las diferencias relativas porcentuales mas pequeñas. Para los meses de septiembre, octubre y noviembre en general podemos decir que los modelos subestiman a la radiación medida. Estos resultados están en completo acuerdo con los graficados en la Fig. 4.

Respecto al tratamiento estadístico de las diferencias relativas porcentuales entre los valores estimados y los medidos, los modelos de Ångström-Prescott y el propuesto por Suehrcke son los que presentan menores valores de MSE y de RMSE, con una ligera (pero no significativa) ventaja para el de Ångström-Prescott. El RMSE es del 5% para ambos modelos, parte de él se puede atribuir a los errores en las mediciones de las radiaciones global y directa registradas. Sin embargo esto significa que una aplicación del modelo de Suehrcke, sin conocer información adicional sobre \bar{K}_{clear} y ninguna estimación de los parámetros A y B, resultará en una predicción de la radiación solar media para San Luis con una precisión del orden del 5%.

CONCLUSIONES

- A partir de los datos de radiación registrados en San Luis, se encontró que el valor de \bar{K}_{clear} es 0.70 con error $sd=0.01$. Este valor coincide exactamente con el valor medio sugerido por Suehrcke como universal y aplicable a cualquier localidad cuando no se conoce una estimación previa del mismo.
- Se encontraron los parámetros A y B de la ecuación de Ångström-Prescott que mejor ajustan los datos experimentales de San Luis, son $A=0.28$ y $B=0.42$.
- Se verificó que el comportamiento de \bar{K} versus f_{clear} establecido en la ecuación de Suehrcke ajusta satisfactoriamente los datos experimentales.
- Se compararon los valores medidos de la radiación global horizontal \bar{H} con los que resultaron de aplicar los modelos de Ångström-Prescott, Reitvel, Glover-McCulloch y Suehrcke.
- Se encontró que los modelos de Ångström-Prescott y el de Suehrcke son los que presentan menores valores de RMSE (5%).

REFERENCIAS

- Black J. N., Bonython C. W. and Prescott J. A. (1954) Solar radiation and the duration of sunshine. Q. J. R. Met. Soc. **80**, 231-235.
- Duffie J. A. and Beckman W. A. (1991). 2° Edición., Solar Engineering of Thermal Processes, Wiley-Interscience, New York..
- Glover J. and McCulloch J. S. G. (1958) The empirical relation between solar radiation and hours of sunshine. Q. J. R. Meteorol. Soc. **84**, 172-175.
- Iqbal M. (1983). An Introduction to Solar Radiation, Academic Press, New York.
- Page J. K. (1961) The estimation of monthly mean values of daily total short wave radiation on vertical and inclined surfaces from sunshine records for latitudes 40°N-40°S. In Proceedings of United Nations Conference on New Sources of Energy, Paper S/98, Vol. 4, pp. 378-390, Rome.
- Reitvel M. R. (1978) A new method for estimating the regression coefficients in the formula relating solar radiation to sunshine. Agr. Meteorol. **19**, 243-252.
- Suehrcke H. (2000) On the relationship between duration of sunshine and solar radiation on the earth's surface: Ångström's equation revisited. Solar Energy **68**(5), 417-425.

ABSTRACT

In this paper the relationship between the monthly average daily clearness index (\bar{K}) and the time fraction of clear sky (f_{clear}) which was proposed recently by Suehrcke was investigated. This relationship was applied for to compute the monthly average daily global solar radiation (\bar{H}) for San Luis. Then these results were compared with those that are obtained when applying the models of Ångström-Prescott, Reitvel and Glover-McCulloch. Finally the differences between the data experimentally registered during the years 2000 and 2001 and, those that resulted of the application of the four models were analyzed. These differences were statistically treated through the errors MBE and RMSE. It was found that the better estimates of the values of \bar{H} for San Luis are models of Ångström-Prescott and of Suehrcke, since they present the smallest values of RMSE (5%).