

## **EVOLUCION DE LAS FRONTERAS LIBRES EN UN SOLIDO SEMI INFINITO DEBIDO A UNA TEMPERATURA EXTERNA EN FORMA DE ONDA CUADRADA**

Boucíguez, A.<sup>1</sup> Cardón, L.<sup>1</sup> y Lara, M. A.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Nacional de Salta.

<sup>2</sup> Instituto de Física Rosario (CONICET) Facultad de Ciencias Agrarias. (UNR)

Av. Bolivia 5150 – Tel (0387) 4255424 – Salta

e-mail: [bouciga@unsa.edu.ar](mailto:bouciga@unsa.edu.ar); [cardon@unsa.edu.ar](mailto:cardon@unsa.edu.ar); [malara@fceia.unr.edu.ar](mailto:malara@fceia.unr.edu.ar)

**RESUMEN:** En este trabajo se estudia la evolución de las posiciones de las interfases en un sólido unidimensional semiinfinito sometido a una temperatura externa (condición de Dirichlet) que oscila con la forma de una onda cuadrada. Se ha tomado que tal oscilación es de 10 C por encima y por debajo de la temperatura de fusión con periodos de 8 y 12 horas, lo que da lugar a la aparición de distintas interfases. Se ha realizado un modelo de simulación numérica del comportamiento utilizando la formulación entálpica, que permite evaluar las posiciones de las distintas interfases y la distribución de temperaturas en el interior del material de cambio de fase. Se observa que una vez que una interfase se hace presente continua avanzando hasta que es alcanzada por la interfase siguiente. Se observa también una periodicidad en las posiciones de las interfases y en la distribución de temperatura en la sustancia.

**Palabras claves:** frontera libre, interfase, pulso periódico, posición de la frontera

### **INTRODUCCIÓN**

En el caso que un material de cambio de fase se encuentra a la temperatura de fusión y se lo someta a una excitación externa de temperatura aparecen una o más interfases, de acuerdo a como se produzca tal excitación. En el caso de un pulso con forma de onda cuadrada donde la temperatura se encuentre en un intervalo de tiempo por encima y en otro por debajo de la de fusión, la presencia de distintas interfases está asegurada, como consecuencia de la oscilación en la temperatura externa.

La aparición de varias interfases ya ha sido analizada por distintos autores, como consecuencia de aumento continuo y monótono en la temperatura externa. (Aceves, 1998; Sanziel, 1993) La posibilidad de tener distintas interfases por oscilación de temperatura externa, ha sido analizada recientemente (Boucíguez, 2004)

Resulta particularmente interesante esta última situación pues se presenta en diversas aplicaciones, tales como el acondicionamiento térmico de edificios, invernaderos, recintos para almacenamiento de alimentos, transporte de sustancias químicas, medicinales, etc.

El análisis de tal situación, implica el estudio de la conducción de calor en las fases presentes, así como la determinación de la posición de las distintas interfases, las que constituyen también las incógnitas del problema y por lo tanto deben ser determinadas conjuntamente con la distribución de temperaturas en el material. Por tanto, además de la condición en el borde fijo, deberá tenerse en cuenta las condiciones en las interfases: continuidad de temperatura y balance de energía.

En particular, se ha estudiado la respuesta de un material de cambio de fase frente a cambios en la temperatura externa por aplicación de una función periódica en forma de onda cuadrada en el borde fijo. Esta oscilación se ha tomado en 10 C por encima y por debajo de la temperatura de fusión con períodos de 8 y 12 horas. La condición inicial es sustancia sólida a la temperatura de fusión. A continuación se incrementa la temperatura en 10 C por encima de la de fusión durante un tiempo igual a la mitad del período y a continuación se la baja a 10 C por debajo de la de fusión; el proceso se repite, observándose el comportamiento de la sustancia y la aparición de varias interfases. Un esquema del acumulador y la excitación periódica muestra en la figura 1.

### **PLANTEO DEL PROBLEMA**

El estudio de la posición de la frontera libre en el caso de presentarse más de una interfase se torna dificultoso si se pretende analizarlo a través de las ecuaciones de difusión en cada fase; el método más sencillo de resolución del problema es la formulación entálpica, (Alexiades, 1993) que se basa en división del dominio en un número finito de volúmenes de control y la conservación de la energía, para obtener un balance discreto de transferencia de calor en cada uno de ellos. Este esquema fue utilizado con anterioridad en otros trabajos para la obtención de la distribución de temperaturas en el material y la posición de la/s interfase/s. (Boucíguez, 2001; 2003; 2004)

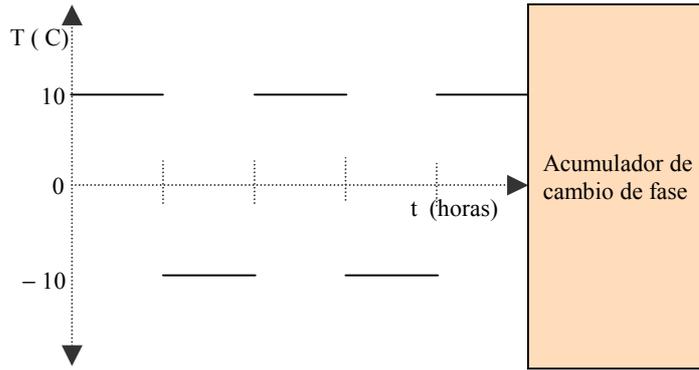


Figura 1: Esquema del acumulador de cambio de fase y la excitación periódica que recibe.

En esta formulación, la entalpía se expresa como suma de calor sensible y latente en el líquido, al mismo tiempo que se evalúa en cada volumen de control la fracción de líquido presente, lo que permite luego determinar la posición de la interfase.

En este caso particular, se ha considerado material semiinfinito con una excitación en el borde fijo en forma de onda cuadrada. Si  $\rho$  es la densidad del material,  $c$  su capacidad calorífica y  $L$  su calor latente de fusión,  $x$  la posición medida a partir del borde fijo y  $t$  el tiempo, la entalpía  $h(x,t)$  y la temperatura  $T(x,t)$  se obtienen resolviendo las ecuaciones (1) a (4); donde  $P$  es el período de la onda cuadrada,  $T_f$  la temperatura de fusión y  $f(x,t)$  es la fracción de líquido presente

$$T(x,t) = \begin{cases} T_f + \frac{h(x,t)}{\rho c} & h(x,t) \leq 0 \quad \text{sólido} \\ T_f & 0 < h(x,t) < \rho L \quad \text{interfase} \\ T_f + \frac{h(x,t) - \rho L}{\rho c} & h(x,t) \geq \rho L \quad \text{líquido} \end{cases} \quad (1)$$

$$T(x,0) = T_f \quad (2)$$

$$T(0,t) = \begin{cases} 10 + T_f & 0 \leq t < nP/2 \\ -10 + T_f & nP/2 \leq t < nP \end{cases} \quad \text{con } n \text{ entero} \quad (3)$$

$$f(x,t) = \begin{cases} 0 & u(x,t) \leq 0 \quad \text{sólido} \\ \frac{h(x,t)}{\rho L} & 0 < h(x,t) < \rho L \quad \text{interfase} \\ 1 & h(x,t) \geq \rho L \quad \text{líquido} \end{cases} \quad (4)$$

El modelo de simulación numérica del problema fue realizado en Qb, utilizando diferencias finitas explícitas, con un intervalo espacial de 0.0075 m y un intervalo temporal de 20 seg. El tiempo total del cálculo se ha considerado igual a 2.5 veces el período de la onda, a fin de evaluar su influencia tanto en el borde como en el interior del material de cambio de fase.

## RESULTADOS OBTENIDOS

Para realizar los cálculos se utilizaron los parámetros térmicos correspondientes a grasas orgánicas, (Swet, 1981; Farid, 2004) estos son:  $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ ;  $c = 1600 \text{ W/kg C}$ ;  $k = 0.2 \text{ W/m C}$ ;  $L = 120000 \text{ J/kg}$ .

Los resultados obtenidos para ambas situaciones planteadas se muestran en las figuras 2 a 5. En las figuras 2 y 4 se muestran, respectivamente, las temperaturas en el interior de la muestra a intervalos de 5 mm a partir del borde fijo, para los dos períodos considerados. En las figuras 3 y 5 se muestran, respectivamente, las posiciones de las distintas interfaces en función del tiempo, para los dos períodos considerados.

En la figuras 2 y 4 se observa que la temperatura en el interior de la sustancia sigue la periodicidad de la excitación en el borde fijo. Se observa también que dichas temperaturas se repiten en cada período, es decir presentan la misma oscilación que la temperatura en el borde. La figura 2 corresponde al caso en que la onda cuadrada tiene un período de 8 horas y la figura 4 al caso en que el periodo es de 12 horas.

En las figuras 3 y 5 se muestran las posiciones de la frontera para los dos períodos considerados. En ellas, con  $s_1$ ,  $s_2$  y  $s_3$  se han designado a las tres interfaces que aparecen. La  $s_3$  corresponde a la primera interfase que aparece y que es la que limita el estado líquido del sólido a la temperatura de fusión. La  $s_2$  corresponde a la segunda interfase que aparece, representa la separación entre sólido y líquido, mientras que la  $s_1$  corresponde a la tercera interfase que aparece, representa la separación entre estado líquido y sólido. Así entre el borde fijo  $x=0$  y la posición  $x=s_1(t)$  hay sustancia líquida, entre  $x=s_1(t)$  y  $x=s_2(t)$  hay sustancia sólida y entre  $x=s_2(t)$  y  $x=s_3(t)$  hay sustancia líquida, a partir de  $x=s_3(t)$  hay sustancia sólida a la temperatura de fusión. Es conveniente notar que la frontera  $s_2(t)$  aparece al cabo de un tiempo  $t=P/2$ , mientras que la frontera  $s_1(t)$  aparece cuando ha transcurrido un tiempo  $t=P$ .

En las figuras 3 y 5 se observa también que, las posiciones de las distintas interfaces se repiten a partir de la aparición de la segunda interfase, esto es  $s_2(t)$ , entonces la periodicidad de las interfaces se manifiesta a partir de  $P/2$  ( $P$  es el período de la función responsable de la excitación externa), pero se repite con un periodo  $P$ . Esta misma situación fue observada con anterioridad para el caso de una excitación senoidal. (Boucíguez, 2004)

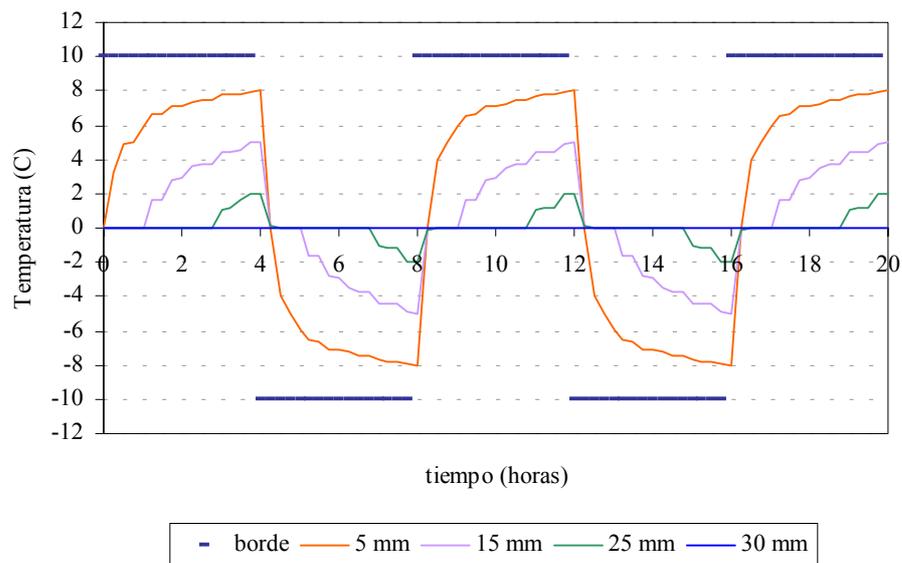


Figura 2: Temperaturas en el interior de la sustancia de cambio de fase, cuando la onda cuadrada tiene un período de 8 horas.

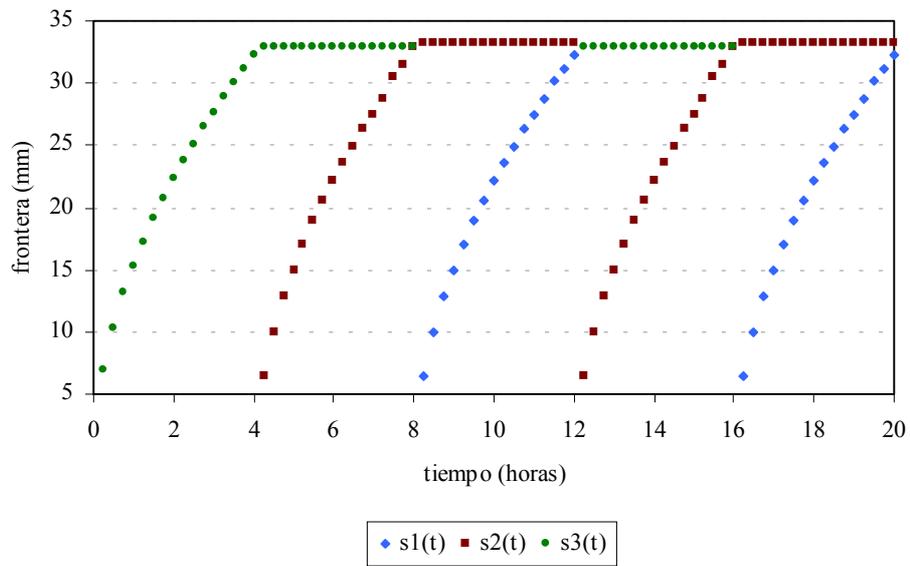


Figura 3: Posiciones de las distintas interfases para el caso en que el periodo de la onda cuadrada es de 8 horas.

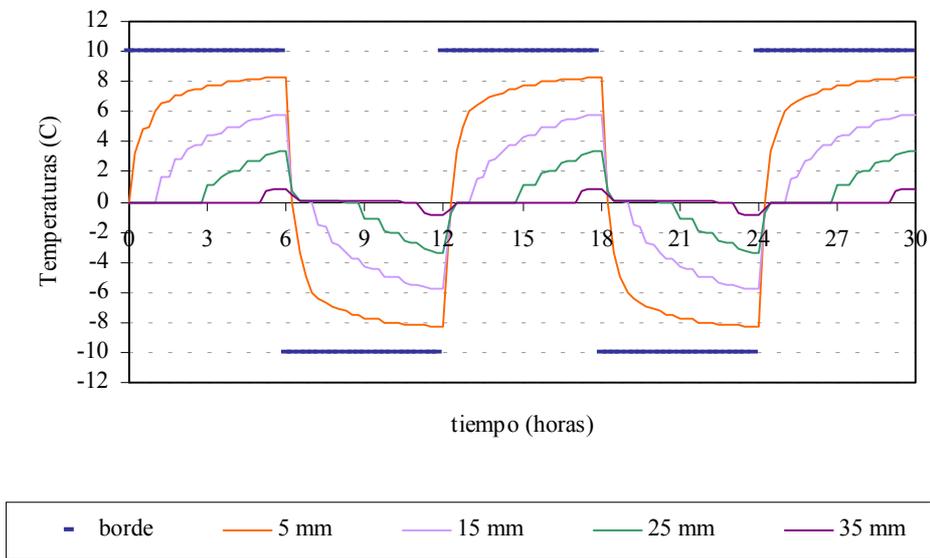


Figura 4: Temperaturas en el interior de la sustancia cuando el periodo de la onda cuadrada es de 12 horas.

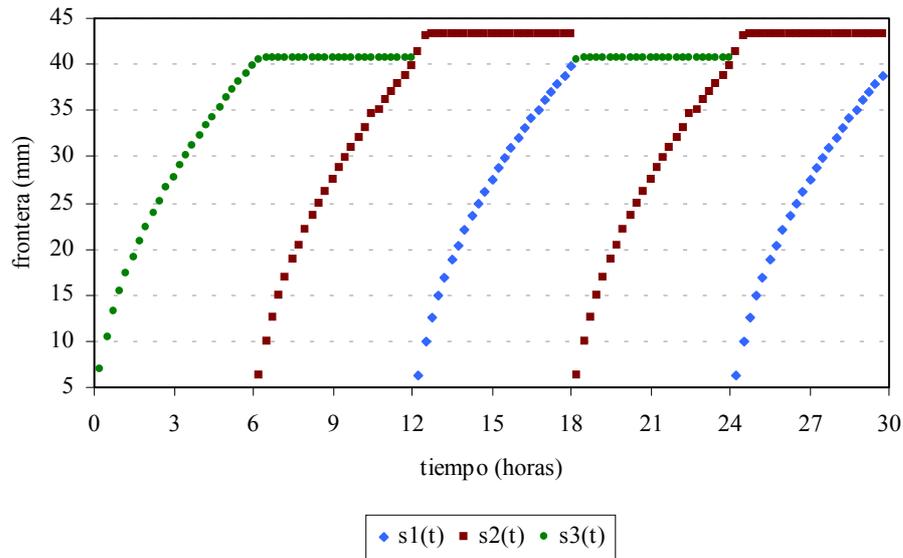


Figura 5: Posiciones de las distintas interfases para el caso en que el periodo de la onda cuadrada es de 12 horas.

## CONCLUSIONES

El estudio de problemas de frontera libre donde puedan aparecer más de una interfase, resulta interesante, pues esta situación se presenta en diversos problemas de acondicionamiento térmico al variar las condiciones de temperatura externa a la que esta sometido el material de cambio de fase, por ejemplo en un muro colector - acumulador, en un regulador - controlador de temperatura, etc.

La periodicidad de la función excitación externa se traslada a la aparición de las distintas interfases, manteniendo tal periodicidad pero sufriendo un desfase de la mitad del periodo. Este hecho resulta interesante pues resolviendo el problema para un tiempo igual a un periodo y medio se tiene el informe completo de lo que le ocurrirá a la sustancia de cambio de fase a cualquier tiempo posterior.

También se observa que la temperatura en el interior de la sustancia mantiene la periodicidad de la función en el borde, sin el desfase que sufre la posición de la frontera.

Se ha observado también, que una vez que una interfase aparece, ésta permanece como tal, aunque su avance sea muy lento, hasta que prácticamente es absorbida por la próxima interfase que viene avanzando hacia ella. Este hecho se debe a la inercia térmica de la sustancia de cambio de fase utilizada para el cálculo. Este tipo de sustancias son las empleadas en colectores acumuladores o en casos en que se utilicen como moderadoras de temperatura.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se ha desarrollado en el marco del Proyecto de Investigación 1264 del Consejo de Investigaciones de la Universidad Nacional de Salta.

## REFERENCIAS

- Aceves, S; Nakamura, H; Reistad, G; Martínez Frías, J. *Optimization of a Class of Latent Thermal Energy Storage Systems with Multiple Phase Change Materials*. Transactions of the ASME, Vol.120, 14 – 19, 1998.
- Alexiades, V.; Solomon, A. *Mathematical Modeling of Melting or Freezing Processes*. Hemisphere Publishing Corporation, A Member of the Taylor & Francis Group, 1993.
- Boucíguez, A. *Modelización del Comportamiento del Estearato de Metilo Utilizando el Método de la Entalpía*. Actas del 8º Congreso Latinoamericano de Transferencia de Calor y Materia (LATCYM 2001). Veracruz, México, 2001, pág. 288 - 291

- Boucíguez, A. Cardón, L y Lara, M. *Comparación del Comportamiento de Muros Construidos con Elementos Tradicionales Frente a Otros que Contienen un Material de Cambio de Fase*. Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente. Revista de la Asociación Argentina de Energía Solar. 2003, Vol. 7, pág. 08.43 - 08.48
- Boucíguez, A. Cardón, L y Lara, M. *Posición de la Frontera Libre y Distribución de Temperatura en una Sustancia de Cambio de Fase Sometida a una Variación Senoidal de la Temperatura Externa*. Energías Renovables y Medio Ambiente. Revista de la Asociación Argentina de Energía Solar. 2004, Vol. 14, en prensa
- Farid, M; Khurdhair, A; Razack, S; Al-Hallaj, S. *A Review on Phase Change Energy storage Materials and Applications*. Energy Conversion and Management, 45, pp. 1597 – 1615, 2004
- Sanzuel, M. *Problemas con Multifases*. Cuadern. Inst. Mat. Beppo Levi, 23, pp 39 – 51, 1993.
- Swern, D. *Physical Properties of Fats and Fatty Acids*. Cap. 3 Bailey's Industrial Oil and Fat Products, 1964.

## **PHASE CHANGE INTERFACES EVOLUTION IN A SEMI-INFINITE SOLID SUBMITTED TO A PERIODIC SQUARE WAVE TEMPERATURE OSCILLATION.**

The evolution of a phase change interfaces in a one dimensional semi-infinite solid heat transfer problem submitted to a periodic square wave Dirichlet boundary condition is analyzed. Numerical calculations were performed for a boundary wave with amplitude of 10C referred to the fusion temperature of the material. Periods of 8 and 12 hours were studied. Enthalpy formulation and finite difference discretization were used. It is found that the heating part of the temperature perturbation gives rise to an advancing melting front that stagnates during the cooling half period of the perturbation. Simultaneously, during the cooling part of the boundary perturbation, a solidifying front advances in the previously liquefied material until all the material is solid again. During the cooling half of the boundary cycle, two fronts, a melting and a solidifying front are present leaving a layer of fluid surrounded by solid. After the first solidifying front is formed the solution is periodic.

**Key words:** free boundary, interface, periodic oscillation, interface position.