

ANÁLISIS DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR Y MASA EN RECINTOS TRAPEZOIDALES

Sonia Esteban, Ana María Aramayo, Luis Cardón
 INENCO, Facultad de Ciencias Exactas, UNSA
 Buenos Aires 177, 4400 Salta, Argentina (estebans@unsa.edu.ar)

RESUMEN: En este trabajo se estudia el problema transitorio de la transferencia de calor y masa, de un sistema binario aire-vapor de agua, dentro de una cavidad con área transversal trapezoidal, que se describe matemáticamente por la ecuación de continuidad, de Navier Stokes, de energía y de difusión para el vapor de agua. Para la mezcla se imponen condiciones de borde de velocidad nula, es decir, no se considera el soplado producido por la evaporación del agua. Para la ecuación de energía se imponen condiciones adiabáticas en los laterales, temperatura fría en la parte superior, temperatura caliente en la parte inferior. Para la ecuación de difusión se supone impenetrabilidad en las caras laterales y equilibrio en las superficies superior e inferior.

Recientemente nuestro grupo realizó una simulación del problema transitorio dentro de un recinto triangular, para un único componente (aire). En este artículo, se modifica la geometría del recinto, se realiza una comparación de la transferencia de calor para un sistema simple y otro binario. En este último caso, se plantea la situación en que tanto el gradiente térmico como el másico actúan en igual y distintos sentidos; se presentan los patrones de flujo y de temperatura; y se analiza la transferencia de calor y masa mediante los números de Nusselt y Sherwood locales y globales.

INTRODUCCIÓN:

Existen numerosos procesos físicos en los que las fuerzas de flotación térmica y másica actúan simultáneamente y que deben ser consideradas cuando se estudia la transferencia de calor y masa. La convección termo-solutal o doble-difusiva, como también se la conoce, está presente en procesos tales como crecimiento de cristales, diseño de intercambiadores, procesos de destilación, sistemas de protección térmico, etc.

Las primeras simulaciones de convección natural doble-difusiva, se remontan a los años setenta, para superficies verticales. En 1985, Bejan realizó un análisis de escala para el transporte de calor y masa dentro de cavidades rectangulares. En 1991, Béghein et. al. realizó un análisis de la convección termosolutal, estacionaria en una cavidad cuadrada e investigó la influencia de la transferencia de masa, en la transmisión de calor; para ello mantiene constante el número de Rayleigh térmico y varía el Rayleigh másico.

En este trabajo se estudia la convección natural doble-difusiva que ocurre en desalinizadores de tipo batea y de tipo regenerativo. En estos equipos se evapora agua en el fondo de un recipiente o batea que luego se recupera como condensado en su cubierta superior. La sección transversal de la batea es trapezoidal. La batea o recipiente es un recinto cerrado que se calienta por debajo y se enfría por arriba, proporcionando así la fuerza conductora para la transferencia de calor y vapor. Se modeliza una sección transversal de la batea. Dado que estamos interesados en analizar cómo influyen los gradientes de temperatura impuestos en la transferencia de masa, en este trabajo, se ha mantenido constante el Rayleigh másico al valor correspondiente a una mezcla de aire-vapor de agua y se ha variado el Rayleigh térmico desde 10^2 a 10^6 . Esta variación va más allá de los valores de salto de temperatura (ΔT) que se puede dar en un equipo real.

Se realiza una comparación de la transferencia de calor con y sin gradiente másico, y en el primer caso, se plantea la situación en que ambos gradientes actúan en igual y distintos sentidos. Se muestran los patrones de flujo y de temperatura, así también las curvas correspondientes a los números de Nusselt y Sherwood locales y globales, de los tres casos estudiados. Cabe destacar que la situación que se plantea en el destilador corresponde al caso en que tanto el gradiente térmico como másico actúan en el mismo sentido.

PLANTEO DEL PROBLEMA A RESOLVER

Las ecuaciones adimensionales que rigen el problema de convección natural transitoria doble difusiva son:

$$\text{div}(\hat{\mathbf{u}}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \hat{u}}{\partial t} + \hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{y}} = -\frac{\partial \hat{P}}{\partial \hat{x}} + \frac{\text{Pr}}{\text{Ra}_r^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{y}^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \hat{v}}{\partial t} + \hat{u} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{y}} = -\frac{\partial \hat{P}}{\partial \hat{y}} + \frac{\text{Pr}}{\text{Ra}_r^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{y}^2} \right) + \text{Pr} \hat{T} + \text{Pr} \frac{\text{Ra}_C}{\text{Ra}_r} \hat{C} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \hat{T}}{\partial t} + \hat{u} \frac{\partial \hat{T}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{T}}{\partial \hat{y}} = \frac{1}{\text{Ra}_r^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial \hat{y}^2} \right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \hat{C}}{\partial t} + \hat{u} \frac{\partial \hat{C}}{\partial \hat{x}} + \hat{v} \frac{\partial \hat{C}}{\partial \hat{y}} = \frac{\text{Pr}}{\text{Ra}_r^{0.5} \text{Sc}} \left(\frac{\partial^2 \hat{C}}{\partial \hat{x}^2} + \frac{\partial^2 \hat{C}}{\partial \hat{y}^2} \right) \quad (5)$$

donde $\hat{u}, \hat{v}, \hat{P}, \hat{T}, \hat{C}$ son los campos de velocidad, presión, temperatura y concentración, adimensionales; Ra_C, Ra_T son el número de Rayleigh másico y térmico, respectivamente; definidos por: $Ra_T = \frac{g\beta_T\Delta T (H/2)^3}{\alpha\nu}$ $Ra_C = \frac{g\beta_C\Delta C (H/2)^3}{D\nu}$

y relacionados mediante la siguiente igualdad:

$$Ra_C = \frac{\beta_C}{\beta_T} \frac{\Delta C}{\Delta T} Ra_T Le \quad (6)$$

donde ν, α y D son la viscosidad, la difusividad térmica y la difusividad másica de la mezcla, respectivamente; β_T y β_C son los coeficientes de expansión volumétrico térmico y másico; $Sc = \frac{\nu}{D}$ es el número de Schmidt, $Le = \frac{\alpha}{D}$ es el número de Lewis para la mezcla, $\Delta T = T_c - T_f$, el salto de temperatura entre la superficie caliente (T_c) y fría (T_f) y $\Delta C = C_{\max} - C_{\min}$, la máxima diferencia de concentración en el recinto.

Se han adimensionalizado las variables del problema con las siguientes escalas:

- Las longitudes en ambas direcciones, con la altura máxima del recinto del recinto H ;
- Las velocidades u y v , con la velocidad característica en la capa límite en la dirección y : $v_0 = \frac{g\beta_T\alpha H(T_c - T_f)}{\nu}$;
- El campo de temperatura T , de la siguiente manera: $\hat{T} = \frac{T - T_m}{\Delta T}$ donde T_m es la temperatura promedio de la pared fría y caliente;
- El campo de concentración C , de la siguiente manera: $\hat{C} = \frac{C - C_{\min}}{\Delta C}$; y
- El tiempo, del siguiente modo: $\hat{t} = \frac{v_0 t}{H}$.

Considerando que con esta adimensionalización se consigue una normalización de la variable \hat{T} , ésta debe tomar valores entre -0.5 a 0.5 , sea cualquiera la variación de la temperatura dimensional considerada. Del mismo modo, \hat{C} debe variar entre 0 y 1 .

Se utiliza una red uniforme de 95×200 nodos, cuyos volúmenes de control son rectangulares. A los efectos de reducir el dominio de cálculo a la cavidad correspondiente a una etapa del destilador, se bloquea la región triangular superior e inferior de un dominio cuadrado de 1×1 , de la misma manera que la planteada en Aramayo et. al.(2002) y Esteban et. al. (2002). La figura 1 muestra un esquema de la configuración estudiada y las condiciones de borde utilizadas, en la simulación.

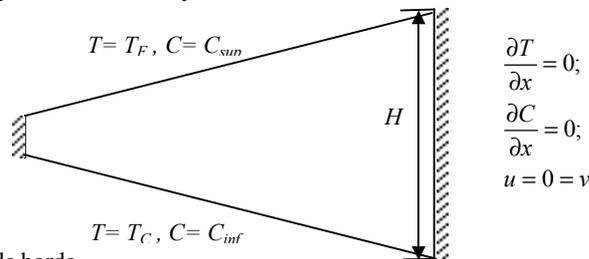


Figura 1: Dominio físico y condiciones de borde

Parámetros físicos utilizados: En el equipo experimental de destilación, la temperatura es una de las variables que se puede manejar fácilmente; el salto total de temperatura $T_{inf} - T_{sup}$ es aproximadamente de $50 \text{ }^\circ\text{C}$ y como estamos simulando solamente una etapa esta diferencia se reduce a $10 \text{ }^\circ\text{C}$. La temperatura media utilizada es de $80 \text{ }^\circ\text{C}$, teniendo en cuenta estos valores, se evaluaron las distintas constantes que determinan el rango de trabajo. La tabla 1 muestra los valores obtenidos para la mezcla de vapor de agua-aire, los cuales están expresados en el sistema internacional de unidades.

$Ra_T = 3.1 \times 10^4$	$\beta_T = 2.8317 \times 10^{-3}$	$\alpha = 2.7977 \times 10^{-5}$	$\rho = 0.77515$	$H=1, L=1$
$Ra_C = 5.1 \times 10^4$	$\beta_C = 0.48838$	$D = 3.9884 \times 10^{-5}$	$Pr = 0.9$	$Sc = 0.6$

Tabla 1. Valores de los parámetros utilizados en el cálculo.

En este trabajo se ha considerado $Ra_C = cte$ lo que implica un salto de concentración fijo y se ha modificado la diferencia de temperatura mediante variación del número de Ra_T . El rango de Ra_T utilizado en los cálculos abarca desde 10^2 hasta 10^6 y corresponde a una variación de ΔT de 0.04 a $400 \text{ }^\circ\text{C}$, si se mantienen los demás parámetros físicos y geométricos constantes. Si bien este salto de temperatura va más allá de lo que se puede alcanzar experimentalmente, en un equipo de destilación, su inclusión permite estudiar la dependencia del Nu y Sh con Ra_T , la cual no se presenta en este trabajo, por un problema de espacio.

PATRONES DE FLUJO

Se ha estudiado tres casos a fin de comparar el comportamiento térmico y de flujo dentro de la configuración presentada:

CASO A: Problema puramente térmico, en el que no hay transferencia de masa. La figura 2 muestra los patrones de flujo correspondiente a $1.25 \times 10^4 \leq Ra_T \leq 1.25 \times 10^5$, podemos observar que para $Ra_T = 1.25 \times 10^4$ el régimen es del tipo conductivo, con dos celdas verticales; el mismo comportamiento se obtuvo para Ra_T inferiores. Para $Ra_T = 3.1 \times 10^4$, correspondiente al valor real del destilador, se observa que la celda inferior comienza a subdividirse mientras que para $Ra_T \geq 1.25 \times 10^5$ el flujo cambia a convectivo multicelular.

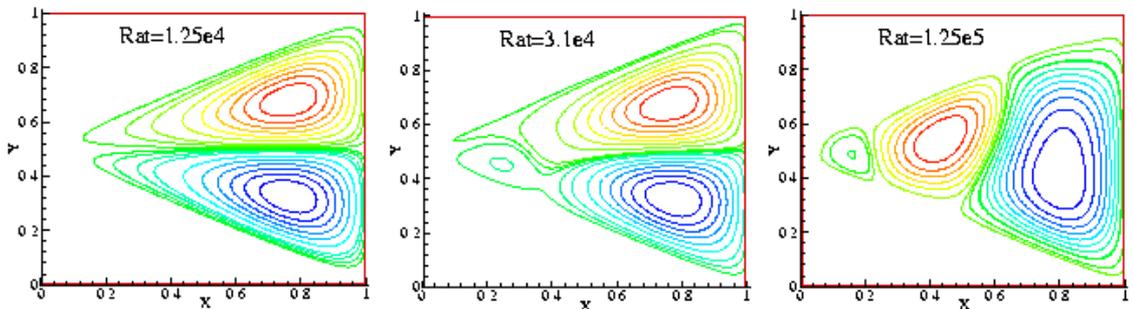


Figura 2. Patrones de flujo correspondiente al caso puramente térmico.

CASO B: Problema en el cual tanto el gradiente de concentración como el de temperatura contribuyen en el mismo sentido al movimiento del fluido ($T_{inf} > T_{sup}$ y $C_{inf} > C_{sup}$). La figura 3 muestra los patrones de flujo para $3.12 \times 10^4 \leq Ra_T \leq 1.25 \times 10^6$ con $C_{inf} = 1$, $C_{sup} = 0$. Los patrones obtenidos para $Ra_T < 3.12 \times 10^4$, que no se muestran en la figura, presentan perfiles similares a $Ra_T = 3.12 \times 10^4$, a diferencia que el caso A, el régimen es convectivo multicelular aún para Ra_T tan bajos como 10^2 , este comportamiento se observa para todos los Ra_T simulados.

A medida que aumenta el valor de Ra_T se puede observar que el rollo central aumenta de tamaño, como se verá cuando se analice el Nusselt global; manteniéndose el número de celdas.

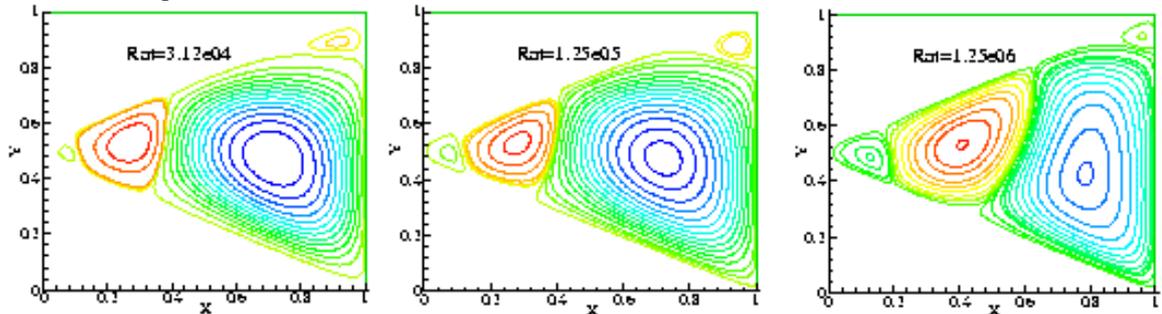


Figura 3. Patrones de flujo correspondiente al caso gradientes coincidentes.

La figura 4 muestra el campo vectorial de velocidades y las isothermas correspondientes $Ra_C = 1.25 \times 10^3$ y $Ra_T = 1.25 \times 10^5$. El campo de velocidades nos indica el sentido de giro de las celdas convectivas, mientras que en el mapa de las isothermas se observan las plumas ascendentes y descendentes, originadas por el movimiento convectivo multicelular. Como es de esperarse, en este caso, se obtuvo que el gráfico de isolíneas de concentración presentan patrones similares a las isothermas.

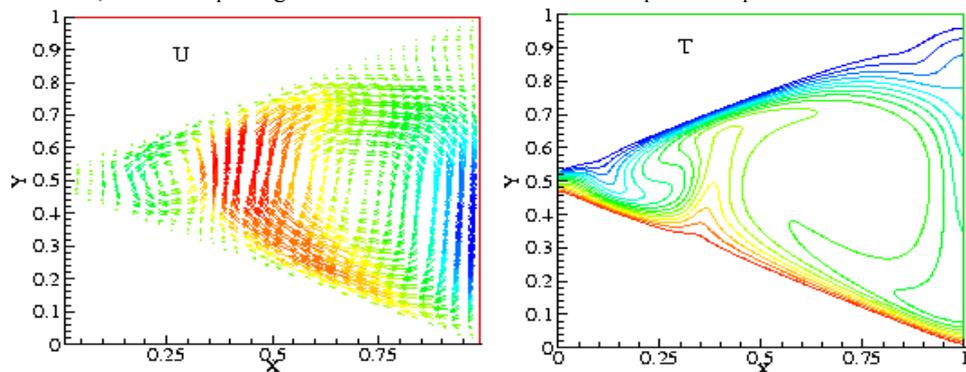


Figura 4. Campo de velocidad e isothermas para $Ra_C = 1.25 \times 10^3$ y $Ra_T = 1.25 \times 10^5$.

CASO C: Problema en el que los gradientes de concentración y temperatura se oponen ($T_{inf} > T_{sup}$ y $C_{inf} < C_{sup}$).

La figura 5 muestra los patrones de flujo para $1.25 \times 10^4 \leq Ra_T \leq 9.37 \times 10^4$ con $C_{inf} = 0$ y $C_{sup} = 1$, es decir que los gradientes de concentración y temperatura tienen distintos sentidos. A diferencia que en el caso anterior (CASO B), el régimen es conductivo para $Ra_T = 1.25 \times 10^4$, comportamiento similar al obtenido en el caso puramente térmico, al mismo valor de Ra_T .

A medida que aumenta el valor de Ra_T se puede observar que el régimen cambia a multicelular convectivo. Es de notar que para los valores de Ra_T y Ra_C correspondiente al destilador el tipo de flujo encontrado es aún conductivo. Se ha considerado valores intermedios de Ra_T entre 1.25×10^4 y 10^5 , a fin de determinar el valor de Ra_T al cual ocurre el cambio de régimen, $Ra_T = 5.6 \times 10^4$.

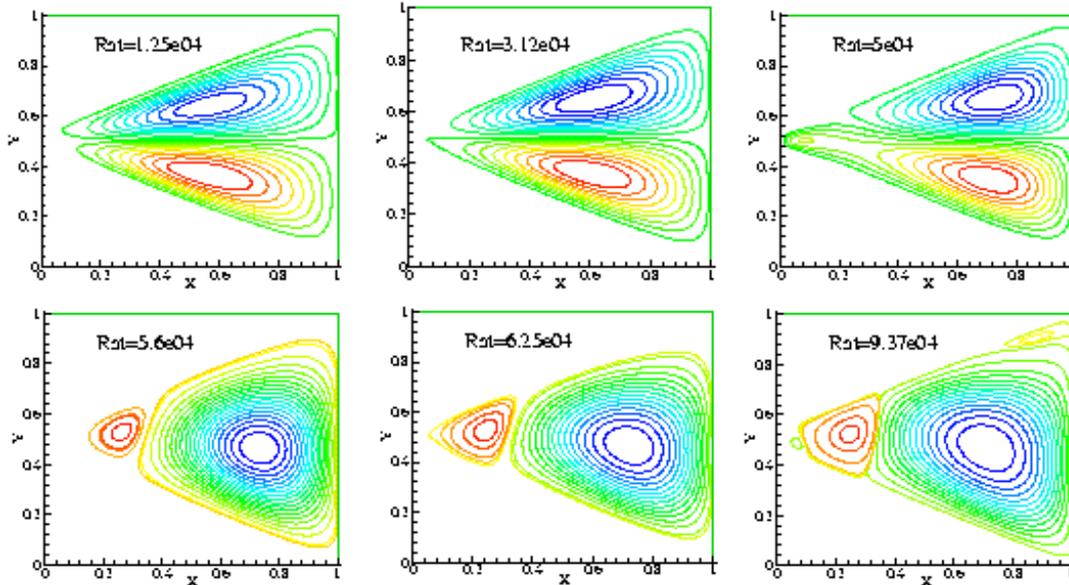


Figura 5. Patrones de flujo correspondiente al caso de gradientes opuestos.

TRANSFERENCIA DE CALOR Y MASA: NÚMERO DE NUSELT Y DE SHERWOOD.

El número de Nusselt y de Sherwood se definen como el gradiente de temperatura y de concentración adimensional, respectivamente de la siguiente manera:

$$Nu(s) = \frac{\partial \hat{T}}{\partial n} \quad Sh(s) = \frac{\partial \hat{C}}{\partial n} \quad (7)$$

con \vec{n} dirección normal a cada superficie. Los mismos se han calculado para la superficie inferior y superior, Nu_{inf} , Nu_{sup} , Sh_{inf} y Sh_{sup} . El Nusselt y Sherwood promedio para la superficie inferior y superior, se ha calculado de la siguiente manera:

$$\overline{Nu}_{inf} = \frac{1}{P} \int_0^P Nu_{inf}(s) ds \quad \overline{Nu}_{sup} = \frac{1}{P} \int_0^P Nu_{sup}(s) ds \quad (8)$$

$$\overline{Sh}_{inf} = \frac{1}{P} \int_0^P Sh_{inf}(s) ds \quad \overline{Sh}_{sup} = \frac{1}{P} \int_0^P Sh_{sup}(s) ds \quad (9)$$

donde P es la longitud de la superficie inferior o superior, según corresponda.

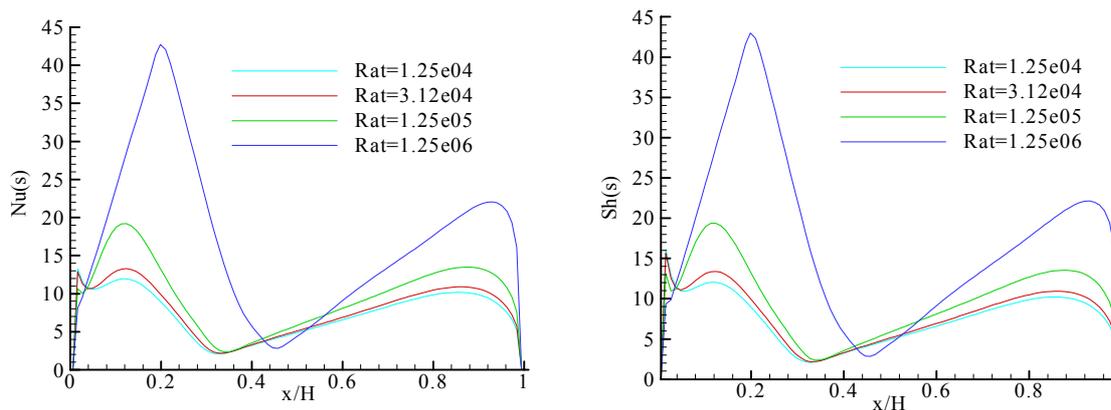


Figura 6. Nusselt y Sherwood locales a distintos valores de Ra_T en la superficie inferior, correspondiente al CASO B.

La figura 6 muestra, a la izquierda, el Nu local y a la derecha el Sherwood local; para la superficie inferior a distintos Ra_T (CASO B); una vez que se ha alcanzado el estado estacionario. Se observa que a medida que aumenta el Ra_T la cantidad de picos y valles se mantiene, incrementando solamente sus valores máximos, lo cual es típico del régimen convectivo multicelular. Es de destacar la gran similitud de los perfiles Nu y Sh calculados, lo que indica que la distribución de temperatura y concentración tienen igual comportamiento, lo concuerda con los resultados obtenidos por Boussaid et al. (1999).

La figura 7 muestra los Nu promedios para la superficie inferior a distintos Ra_T , (CASO B y C) en función del tiempo adimensional. Se observa al principio del proceso iterativo una fuerte variación de estos valores promedios, lo cual indica la creación y destrucción de celdas. Por otro lado se puede observar, para ambos casos, que los valores correspondientes al estado estacionario aumentan con el incremento de Ra_T .

Para el caso B, existe un aumento significativo del Nusselt global entre $Ra_T = 1.25 \times 10^4$ y $Ra_T = 1.25 \times 10^5$ de prácticamente el 32%; mientras que para el caso C este variación es de prácticamente el 180%; esto puede explicarse analizando la figura 4, notando que en este rango de Ra_T ocurre el cambio de régimen conductivo a convectivo.

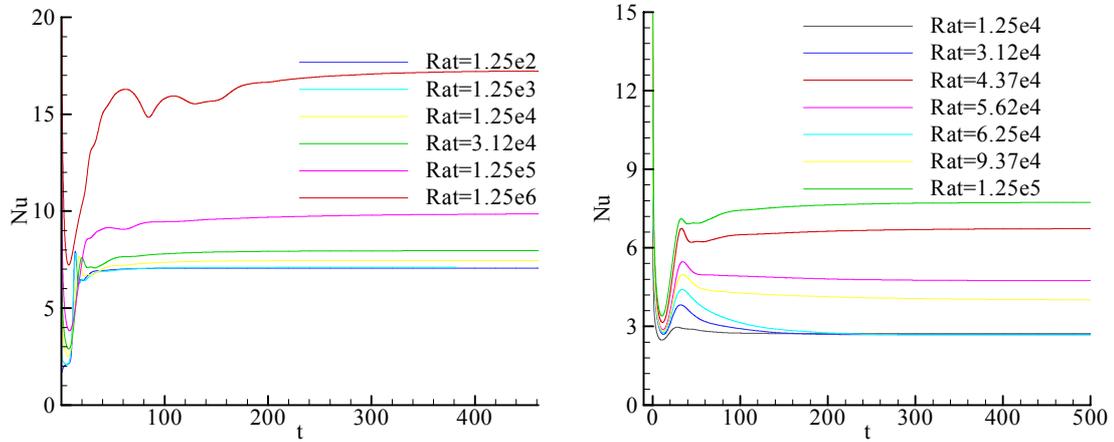


Figura 7. Variación del Nusselt global en la superficie inferior para distintos Ra_T , en función del tiempo; correspondiente al CASO B y C.

La figura 8 muestra la variación temporal de Sherwood global para la superficie inferior, a distintos valores de Ra_T . La gráfica de la izquierda corresponde al caso contributivo y la de la derecha al caso opuesto. Un análisis similar al anterior es válido aquí. Por otro lado a pesar de que la figura 6 muestre patrones similares para los Nusselt y Sherwood locales, las figuras 7 y 8 muestran que estos se diferencian al inicio de la simulación.

Al inicio del proceso temporal, los valores de Nusselt son matemáticamente infinitos, producido por la imposición de temperaturas en las paredes inferior y superior; mientras que para el CASO C, los valores de Sherwood globales son prácticamente nulos.

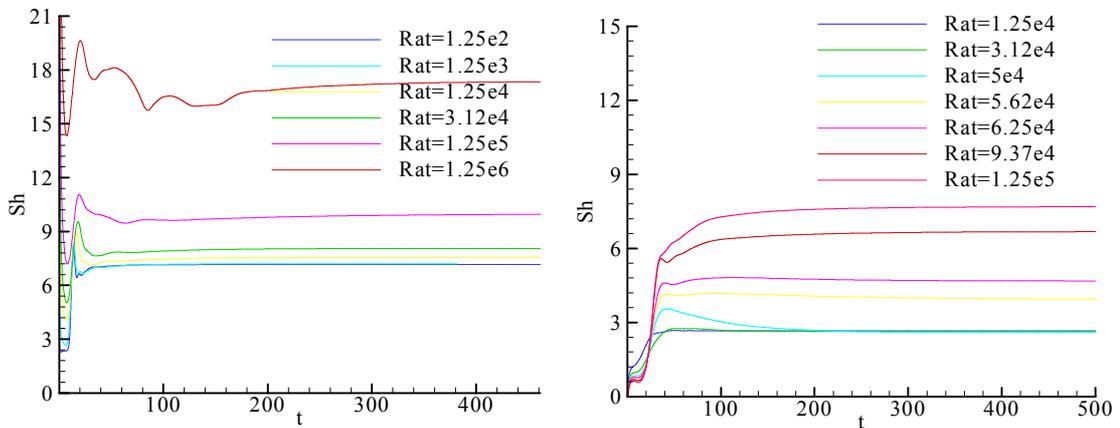


Figura 8. Variación Sherwood global en la superficie inferior para distintos Ra_T , en función del tiempo; correspondiente al CASO B y C.

En la figura 9 se grafican los Nusselt y Sherwood globales para el caso B y C, con los parámetros correspondientes al destilador, es decir $Ra_T = 3.12 \times 10^4$ y $Ra_C = 5.12 \times 10^4$. Se puede observar que para el caso B tanto la transferencia de calor como de masa es considerablemente mayor que el caso C.

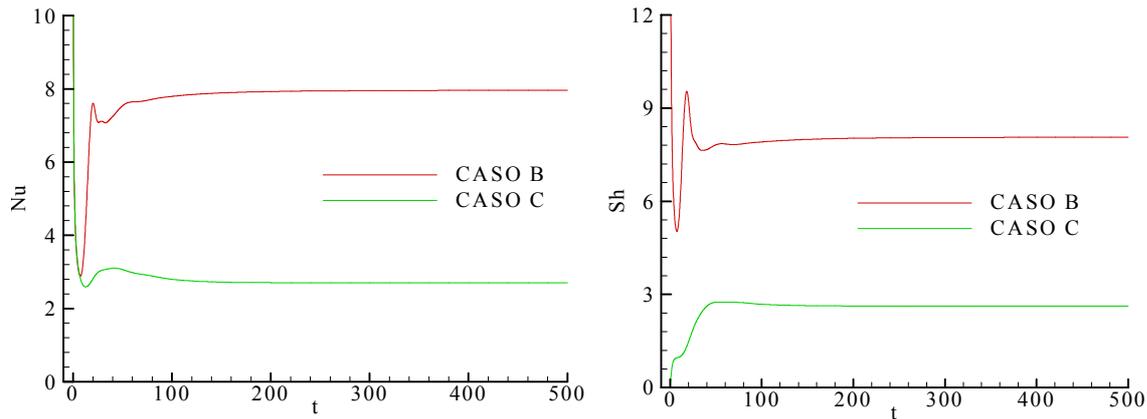


Figura 9. Nusset y Sherwood globales para los CASOS B y C

CONCLUSIONES

De los resultados obtenidos, en los tres casos estudiados, se puede concluir que la imposición de un gradiente másico favorece la transmisión de calor, a pesar que el primero se oponga al térmico, esto se evidencia en el valor de Nusselt global alcanzado, por ejemplo a $Ra_T = 1.25 \times 10^4$ se obtuvieron los siguientes valores:

	CASO A	CASO B	CASO C
Nusselt global	1.3709692	7.455080	2.725681

Para el caso B el valor de Ra_C , utilizado en este artículo, determina que el tipo de flujo sea convectivo multicelular. Esto se explica, notando que la variación del Ra_T no modifica esta estructura; aún para valores tan pequeños como $Ra_T = 1.25 \times 10^2$, que para el caso puramente térmico (CASO A) presenta características de flujo conductivo (ver fig. 2). Para el caso C, por otro lado, con los valores de Ra_T y Ra_C correspondientes al destilador el tipo de flujo encontrado es del conductivo. Es también importante subrayar que en la práctica no es factible la variación independiente de los Ra_T y Ra_C , ya que están relacionadas por (6).

Si bien el tipo de configuración que se utiliza en los destiladores corresponde al caso B, estudiado en este trabajo; los dos casos restantes pueden ser de interés en otras aplicaciones.

REFERENCIAS

Bejan A. (1985) "Mass and Heat transfers by natural convection in a vertical cavity". International Journal Heat Fluid Flow, vol. 06, pp. 149-159.

Kamotani Y., Wang L., Ostrach S., Jiang D (1985); "Experimental study of natural convection in shallow enclosures with horizontal temperature and concentration gradients". International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 28, pp. 165-173.

Béghein C., Haghghat F., Allard F. (1992) "Numerical study of double -diffusive natural convection in a square cavity". International Journal of Heat Mass Transfer, vol. 35, Nro. 4, pp. 833-846.

Boussaid M., Mezener A., Bouhaded M. (1999) "Convection naturelle de chaleur et de masse dans une cavité trapézoïdale". International Journal Thermal Science, vol. 38, pp. 363-371.

Yan W., Lin D. (2001); "Natural convection heat and mass transfer in vertical annuli with film evaporation and condensation". International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 44, pp. 1143-1151.

Aramayo, A.; Esteban, S.; Cardón, L. (2003), "Convección natural transitoria a elevado número de Rayleigh en recintos triangulares rectangulares enfriados por arriba. Parte I: flujo de calor". Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente, vol:6, N 2, pgs:08.43-08.48.

Esteban, S.; Aramayo, A.; Cardón, L. (2003), "Convección natural transitoria a elevado número de Rayleigh en recintos triangulares rectangulares enfriados por arriba. Parte II: patrones de flujo del fluido". Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente, vol: 6, N 2, pgs:08.49-08.53.

ANALYSIS OF HEAT TRANSFERS IN PRESENCE DE VAPORS IN TRAPEZOIDAL ENCLOSURES

ABSTRACT: The heat and mass transfer problem in trapezoidal cavities is studied in this work. The problem is governed by the continuity equation, the Boussinesq approximation and the energy and vapor convection-diffusion equations. Non slip and non-penetrability boundary conditions are imposed for the fluid, that is, the blowing produced by water evaporation is not considered. Adiabatic laterals, cold upper boundary and hot inferior boundary are imposed for the energy equation. The vapor convection-diffusion equation is solved with non-total flow laterals and fixed concentration condition for the upper and lower boundaries.

Recently, our research group published simulation results of the transient in a triangular cavity with only component (air). In this article we change the geometry of cavity, flow, temperature and vapor patterns are presented. The local and global heat (Nusselt number) and mass transfer (Sherwood number) is studied.