

TRANSFERENCIA DE CALOR EN RECINTOS CERRADOS CON IMPOSICIÓN DE FLUJO DE CALOR CONSTANTE

Ana María Aramayo, Sonia Esteban, Luis Cardón
Departamento de Matemática y Departamento de Física
INENCO, Facultad de Ciencias Exactas, UNSa
Buenos Aires 177, 4400 Salta, Argentina (aaramayo@unsa.edu.ar)

RESUMEN: En este trabajo se estudia el problema transitorio de la transferencia de calor, dentro de una cavidad con área transversal rectangular y trapezoidal, que se describe matemáticamente por la ecuación de continuidad, de Navier Stokes y de energía. Para la ecuación de energía se imponen condiciones adiabáticas en las paredes laterales, temperatura fría en la superficie superior y flujo de calor constante en la inferior.

Recientemente nuestro grupo realizó una simulación del problema transitorio dentro de un recinto trapezoidal y triangular, con condiciones de borde, tipo Dirichlet para la ecuación de energía; en este trabajo se analiza el efecto de la imposición de una fuente de calor constante. En este artículo, se presentan los patrones de flujo, de temperatura; para distintas potencias; y se analiza la transferencia de calor mediante los números de Nusselt globales.

INTRODUCCIÓN:

En diversas aplicaciones ingenieriles se presenta el problema de convección natural en recintos cerrados los cuales se calientan por debajo y se enfrían por arriba, proporcionando así la fuerza conductora para la transferencia de calor, por ejemplo enfriamiento nocturno de una habitación, destiladores, acondicionamiento de equipos electrónicos, etc.

En la mayoría de los trabajos numéricos, realizados hasta el momento, este estudio se reduce al análisis del problema de Bénard, con imposición de temperaturas inferior y superior; varios autores además sugieren que este problema es equivalente a imponer un flujo de calor constante ($q''=cte$). Una revisión de la literatura disponible, nos lleva entonces a plantear, el problema a $q''=cte$ a fin de verificar estas afirmaciones; puesto que no se encuentran resultados numéricos de este caso.

Uno de los trabajos revisados en el que se considera el problema de convección de Bénard, con flujo impuesto es el realizado por Biswal, et. al. (2001), quienes estudian la convección Bénard-Marangoni para un recinto con paredes laterales aisladas térmicamente, flujo de calor impuesto en la parte inferior y temperatura dependiente de la tensión superficial en la superficie superior. Los autores analizan los valores críticos de los parámetros, apuntando principalmente a la determinación del valor del número de Rayleigh (Ra) al cual comienza la convección; concluyendo que para el caso de flujo de calor impuesto este valor es mayor que en el caso de temperatura impuesta. Sin embargo, no se presentan resultados en cuanto a la estructura de flujo, ni valores de número de Nusselt, para el problema de convección de Bénard puro.

Como es sabido la imposición de condiciones iniciales alteran significativamente la estructura de flujo alcanzada en el estado estacionario, en tal sentido se ha revisado el trabajo presentado por Soong, et. al. (1995), quienes analizan como las distintas condiciones iniciales y de borde afectan la convección de Bénard en recintos bidimensionales inclinados. Los autores obtienen distintos patrones de flujo de acuerdo a las condiciones iniciales impuestas, por ejemplo; para el caso en que la temperatura inicial del recinto sea la temperatura fría, a $Ra=10^3$, se observan dos celdas convectivas con una pluma central ascendente; si la temperatura inicial es la temperatura media, existen tres celdas convectivas; mientras que si la temperatura inicial es la temperatura caliente se observa nuevamente dos celdas convectivas con una pluma central, que a diferencia del primer caso es descendente.

En este trabajo se estudia la convección natural que ocurre en recintos de distintas geometrías, con calentamiento inferior, a través de la imposición de un flujo de calor constante. Se modeliza la sección transversal de un recinto rectangular y trapezoidal. Lo que se pretende, a futuro, es aplicar los resultados obtenidos al estudio del comportamiento térmico de un desalinizador, es por ello que estamos particularmente interesados en la temperatura alcanzada por la superficie inferior. Para ello se ha modificado la potencia a fin de determinar qué valor de la misma es necesario imponer para alcanzar temperaturas (placa inferior) en el rango 90–95 °C, ya que a estas temperaturas el funcionamiento de un destilador es el óptimo.

Se realiza una comparación de la transferencia de calor en distintas geometrías, para los problemas con condiciones a $T=cte$ y $q''=cte$, a través del análisis de los números de Rayleigh correspondientes (Ra_T y Ra_D). Se muestran los patrones de flujo, de temperatura y de velocidad, como así también las curvas correspondientes a los números de Nusselt globales, de los casos estudiados.

PLANTEO DEL PROBLEMA A RESOLVER

Las ecuaciones dimensionales que rigen el problema de convección natural transitoria son:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - g[1 - \beta(T - T_{ref})] \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

donde u, v, P, T son los campos de velocidad, presión y temperatura; ν, α son la viscosidad cinemática y la difusividad térmica, respectivamente; β es el coeficiente de expansión volumétrico térmico, ρ es la densidad del fluido, g es la aceleración de la gravedad y T_{ref} es una temperatura de referencia.

Se utiliza una red uniforme de 100 x 100 nodos, para la geometría rectangular, y de 100 x 149 nodos para la trapezoidal; en ambos casos los volúmenes de control son rectangulares. A los efectos de reducir el dominio de cálculo a la cavidad trapezoidal, se bloquea la región triangular superior e inferior de un dominio rectangular de 1 x 0.3, de manera similar a la planteada en Aramayo et. al.(2002) y Esteban et. al. (2002). La figura 1 muestra un esquema de las configuraciones estudiadas y las condiciones de borde utilizadas, en la simulación.

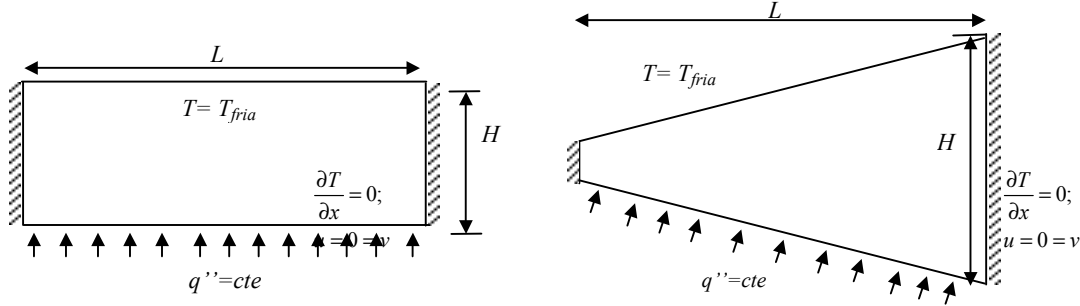


Figura 1: Dominio físico y condiciones de borde para las geometrías estudiadas.

En cuanto a la imposición de las condiciones iniciales para el campo de temperatura, en nuestro caso se ha tomado como condición inicial para la temperatura del recinto, la temperatura fría impuesta en la superficie superior, ya que inicialmente no se conocen ni la temperatura media, ni la caliente.

Analíticamente las condiciones de borde son:

$$\begin{aligned} T(x_{sup}, y_{sup}) &= T_{fria} \\ -k \frac{\partial T}{\partial n}(x_{inf}, y_{inf}) &= q'' = cte \\ \frac{\partial T}{\partial x}(0, y) &= 0, \quad y_{inf} \leq y \leq y_{sup} \\ \frac{\partial T}{\partial x}(L, y) &= 0, \quad y_{inf} \leq y \leq y_{sup} \\ u(0, y) = v(0, y) &= 0 \\ u(L, y) = v(L, y) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

q'' es el calor por unidad de área.

Para la geometría rectangular: x_{sup} , x_{inf} varían entre 0 y L, mientras que y_{sup} e y_{inf} permanecen cte igual a H y 0, respectivamente.

Para la geometría trapezoidal la superficie superior (y_{sup}) e inferior (y_{inf}) obedecen las siguientes ecuaciones:

$$y_{sup}(x) = H + \frac{19}{40} \frac{H}{L}(x-L) \quad y_{inf}(x) = -\frac{19}{40} \frac{H}{L}(x-L) \quad (6)$$

A fin de simplificar el problema de la imposición de flujo normal en la superficie inferior para el recinto trapezoidal, sólo se ha considerado la componente vertical de la misma; ya que ésta es la componente de mayor peso que determina la magnitud y la dirección del flujo entrante; esto se debe a la pequeña razón de aspecto ($A = H/L = 0.3$) considerada.

Parámetros físicos utilizados: La temperatura de la superficie superior se mantiene constante en 60 °C. La tabla 1 muestra los valores de las constantes utilizadas en las simulaciones, las cuales están expresadas en el sistema internacional de

unidades, donde el número de Rayleigh basado en el flujo de calor (Ra_Q) está dado por: $Ra_Q = \frac{g\beta q'' H^4}{\alpha \nu k}$

$3.5 \times 10^7 \leq Ra_Q \leq 2.34 \times 10^8$	$\beta = 2.8317 \times 10^{-3}$	$\alpha = 2.4547 \times 10^{-5}$	$H = 0.3$
$30 \leq q'' \leq 200$	$\nu = 1.89 \times 10^{-5}$	$\rho = 1.06$	$L = 1$

Tabla 1. Valores de los parámetros utilizados en el cálculo.

En este trabajo se ha modificado el valor de Ra_Q de 10^7 hasta 10^8 y corresponde a una variación de q'' de 30 a 200 W/m², si se mantienen los demás parámetros físicos y geométricos constantes. Esta variación en Ra_Q permite alcanzar temperaturas en la superficie inferior superiores a los 100 °C, que es uno de los objetivos de este trabajo.

PATRONES DE FLUJO

La figura 2 muestra los patrones de flujo e isotermas para distintos valores de potencia entregada al sistema ($q''_1=60 \text{ W/m}^2$, $q''_2=100 \text{ W/m}^2$, $q''_3=150 \text{ W/m}^2$); para una geometría rectangular. En todos los casos simulados se encuentra que el flujo corresponden al régimen multicelular convectivo.

Comparando los patrones de flujo, para q''_1 se observa seis celdas convectivas, a q''_2 , este número se reduce a cuatro mientras que para q''_3 es dos. En cuanto a los patrones de temperaturas, lo anterior trae aparejado que la cantidad de plumas convectivas ascendentes (zona de estancamiento) y descendentes, disminuyan a medida que se incrementa el flujo de calor entrante.

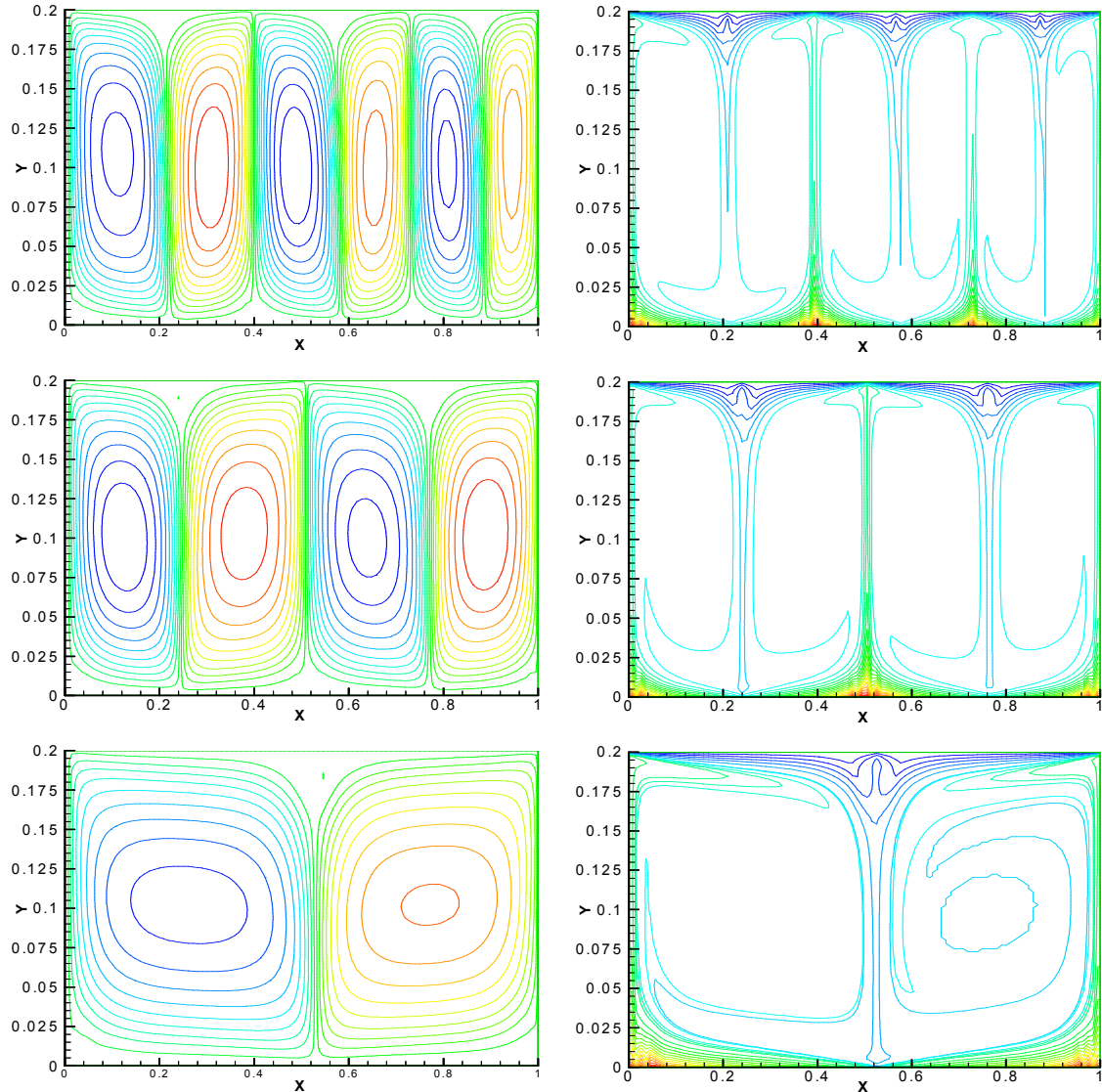


Figura 2. Patrones de flujo correspondiente $q''=60, 100$ y 150 .

La figura 3 muestra los patrones de flujo e isotermas para distintos valores de potencia entregada al sistema ($q''_1=60 \text{ W/m}^2$, $q''_2=100 \text{ W/m}^2$, $q''_3=150 \text{ W/m}^2$), para una geometría trapezoidal; los cálculos realizados para potencias menores a q''_1 presenta características similares a ésta. Comparando los patrones de temperaturas, se observa que la pluma convectiva ascendente se mueve hacia el extremo izquierdo del recinto donde las superficies caliente y la fría, están más próximas; a medida que se incrementa el flujo de calor entrante. Con respecto a los patrones de flujo, hasta q''_2 se observan tres celdas convectivas: una central de mayor tamaño, una en el extremo superior derecho y otra en las adyacencia del vértice, donde se aproximan las paredes frías y calientes. Es de notar también que el aumento de la potencia produce la disminución del tamaño de esta última celda hasta su desaparición a $q'' \geq q''_3$, donde se advierte la presencia de una celda convectiva dominante que ocupa casi la totalidad del recinto.

La figura 4 muestra el campo vectorial de velocidades para $q''=30 \text{ W/m}^2$ y $q''=200 \text{ W/m}^2$. El campo de velocidades nos indica el sentido de giro de las celdas convectivas, originadas por el movimiento convectivo multicelular.

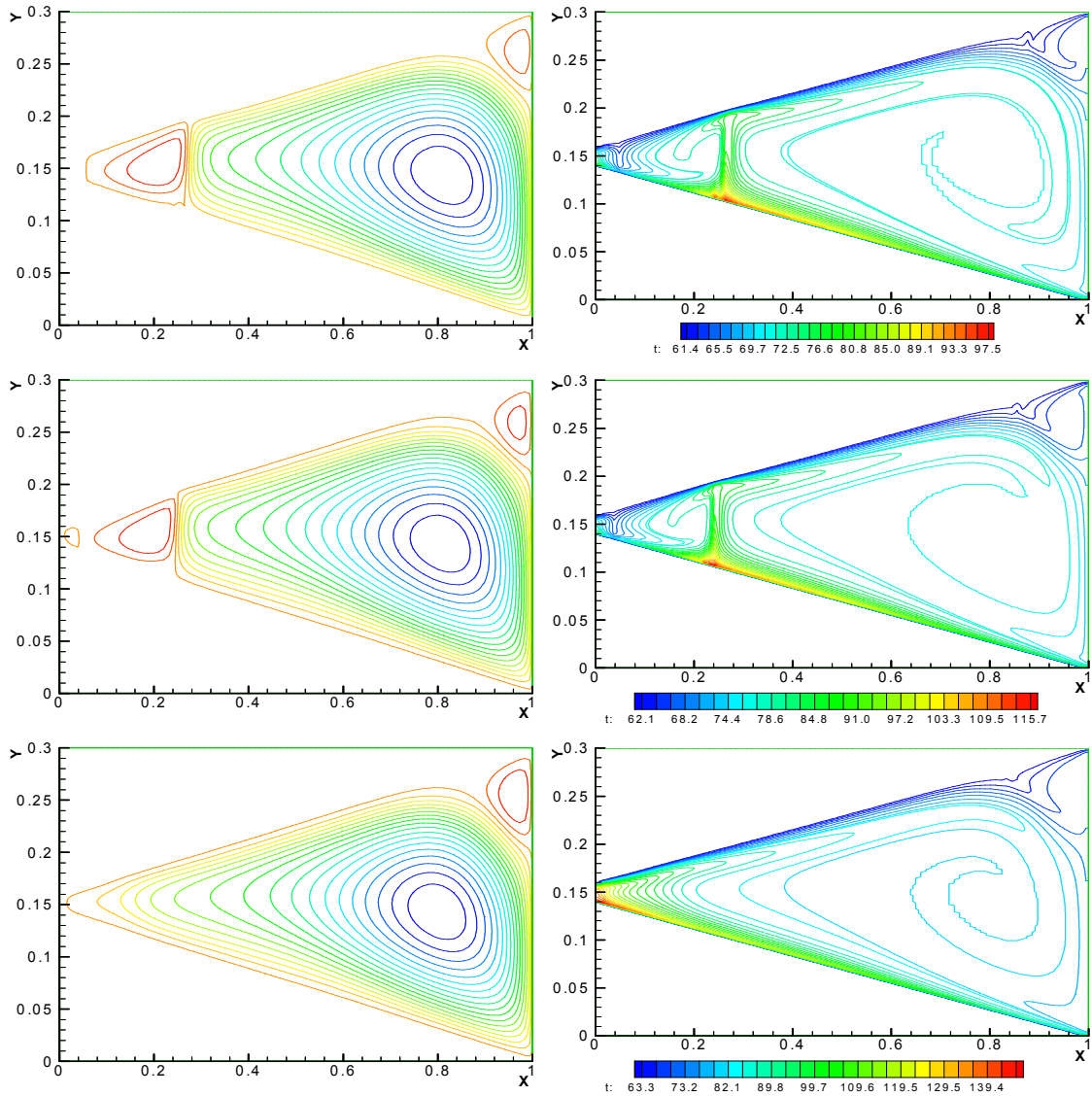


Figura 3. Patrones de flujo correspondiente $q''_1=60, q''_2=100, q''_3=150$.

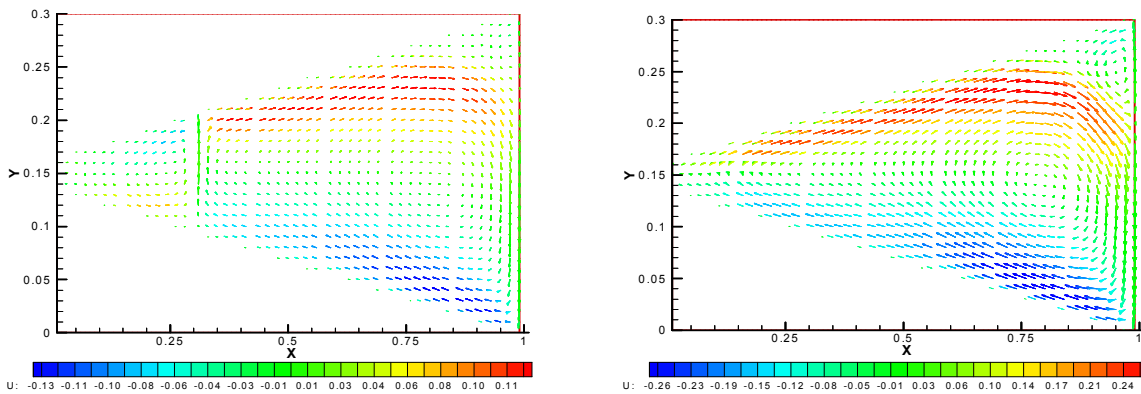


Figura 4. Campo de velocidad para el caso $q''=30$ y $q''=200$.

TRANSFERENCIA DE CALOR: NÚMERO DE NUSSELT.

El número de Nusselt, que se define como el calor adimensional, se puede calcular en las superficies inferior (\overline{Nu}_{inf}) y superior (\overline{Nu}_{sup}), de la siguiente manera, Bejan (1984):

$$\overline{Nu}_{inf} = \frac{Q_{inf}}{Q_{conduccion}} \quad \overline{Nu}_{sup} = \frac{Q_{sup}}{Q_{conduccion}} \quad (7)$$

donde $Q_{inf} = \frac{k}{P} \int_0^P \frac{\partial T}{\partial n}(x_{inf}, y_{inf}) ds$, $Q_{sup} = \frac{k}{P} \int_0^P \frac{\partial T}{\partial n}(x_{sup}, y_{sup}) ds$ y $Q_{conduccion} = \frac{k\Delta T}{H^*}$, es el calor para el caso del puramente conductivo para el recinto considerado; ΔT es el salto de temperatura que se establece entre las superficies inferior y superior, H^* es la altura promedio del recinto y P es la longitud de cada superficie. Con lo cual el número de Nusselt, para la superficie inferior queda:

$$\overline{Nu}_{inf} = \frac{\frac{1}{P} \int_0^P \frac{\partial T}{\partial n}(x_{inf}, y_{inf}) ds}{\frac{\Delta T}{H^*}} = \frac{H^*}{P\Delta T} \int_0^P \frac{\partial T}{\partial n}(x_{inf}, y_{inf}) ds \quad (8)$$

Algunos autores sugieren el cálculo de Nu de la siguiente manera:

$$Nu = \frac{q''}{Q_{conduccion}} \quad (9)$$

En este trabajo se ha calculado Nu mediante la ecuación 9, ya que entendemos que la misma nos proporciona mayor información sobre los procesos conductivos y convectivos que ocurren en la cercanía de la superficie inferior y superior.

En la figura 5 se presenta la evolución de la temperatura promedio en las paredes inferior y superior; calculadas ambas en los nodos adyacentes a las mismas. Al principio del proceso se observan oscilaciones las cuales van decreciendo hasta llegar al estado estacionario. Como era de esperarse, a medida que aumenta el flujo de calor entregado, la temperatura promedio en la superficie inferior aumenta. También se observa un aumento en la temperatura promedio de la parte superior del recinto, aunque el mismo es mucho menor que en la parte inferior. Por ejemplo, de $q'' = 30$ a 60 en la parte inferior tenemos un incremento de 10°C mientras que en la parte superior esta diferencia es de tan solo 0.6°C .

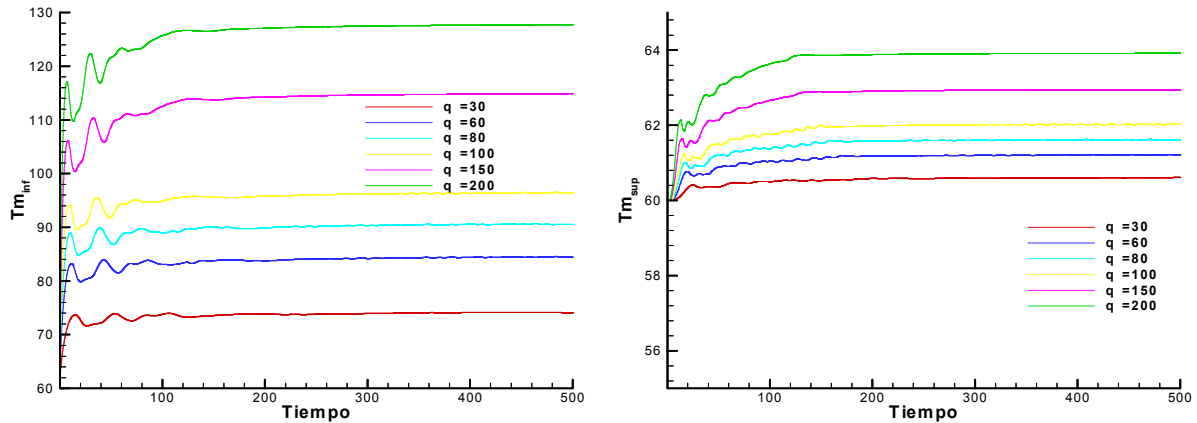


Figura 5. Temperatura promedio de las superficies inferior y superior, en función del tiempo; a distintos q'' .

La figura 6 muestra la evolución temporal del Nusselt global en las proximidades de las paredes inferior y superior. Para $q'' \leq 100$ el Nu presenta oscilaciones de alta frecuencia, debido a la aparición de celdas y al acomodamiento de las mismas; mientras que a valores alto de q'' , estas solo se observan al inicio del proceso temporal. Esto puede explicarse por que en estos casos una celda central es la que determina el movimiento del fluido dentro del recinto. Para un aumento de potencia del 500 %, el aumento en Nu es de 25 %, para la parte inferior; mientras que para la superior este aumento es de aproximadamente 33%. Debemos tener en cuenta que estos porcentajes no muestran directamente la relación entre el calor q'' entrante y el número de Nusselt, ya que este último es una relación adimensional de calores (convectivo y conductivo) y los mismos aumentan simultáneamente a medida que aumenta q'' . La dependencia de Nu con q'' está dada a través de la correlación con el número de Rayleigh basado en el flujo de calor, mostrada en la figura 7.

Realizando un análisis de escala, para el problema de una pared vertical calentada de lado a flujo constante, Bejan (1984) propone la siguiente correlación, entre el número de Nusselt y el número de Ra_Q :

$$Nu = 0.55Ra_Q^{1/5} \quad (10)$$

La tabla 1 muestra los valores correspondiente a la correlación propuesta por Bejan, ecuación 10 y los valores encontrados en este trabajo, para las superficies inferior y superior.

Ra_Q	Nu_{inf}	Nu_{sup}	Bejan
3,55E+07	8,3199	8,1298	17,7964
7,01E+07	9,2667	9,1618	20,3915
9,40E+07	9,6808	9,4990	21,6268
1,17E+08	10,0151	9,7882	22,6095
1,69E+08	9,4999	9,7384	24,3112
2,33E+08	9,9684	10,2121	25,9339

Tabla 1. Comparación de los valores de Nu globales para distintos Ra_Q con los obtenidos por Bejan.

En la figura 7 se grafica, en escala doble logarítmica, los datos mostrados en la tabla 1. Con los resultados encontrados en este trabajo se obtiene la siguiente correlación: $Nu = 1,139Ra_Q^{0,1145}$. Se puede observar que el exponente de esta correlación

es menor al propuesto por Bejan, del mismo modo que para el caso del problema de Dirichlet (temperaturas impuestas), en el que el exponente obtenido para la correlación del problema de calentamiento lateral es de 0,33 mientras que para el problema de calentamiento inferior, dicho exponente disminuye a 0,25.

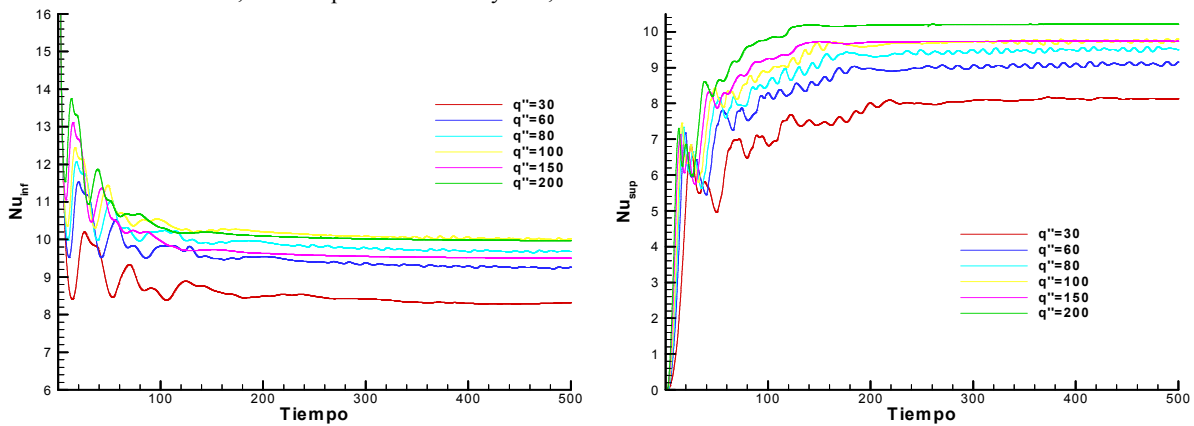


Figura 6. Variación del Nusselt global en las superficies inferior y superior, en función del tiempo; a distintos q'' .

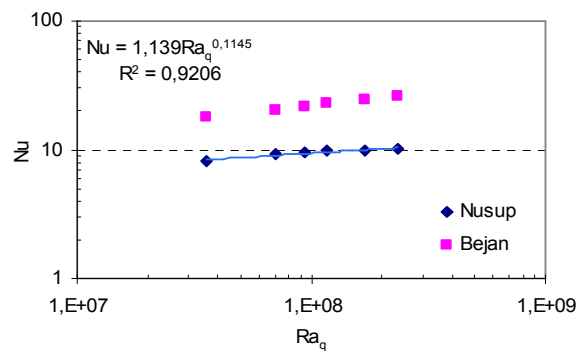


Figura 7. Variación del Nusselt global vs. Ra_Q .

DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Para el problema de Bernard, en el que las temperaturas de las superficies inferior y superior están impuestas, a medida que aumenta el salto de temperatura, se multiplican las celdas convectivas (Aramayo 2003). Este comportamiento no se ha observado en las simulaciones presentadas en este trabajo, lo cual no nos permite confirmar la afirmación de que el problema de flujo constante se puede simplificar a uno de temperatura impuesta.

Por otro lado, como muestra la figura 5, para obtener temperaturas superiores a los 90°C, en la superficie inferior, es necesario trabajar con potencias mayores de 100 W/m².

En la literatura actual no existen resultados numéricos que nos permitan realizar un análisis acabado de este problema, salvo el caso del problema de calentamiento lateral para el que se cuenta con la correlación dada por Bejan, ecuación 10. Sin embargo, se considera que este tema es de interés y requiere mayor estudio teórico y numérico.

REFERENCIAS

- Bejan A. (1984) "Convection Heat transfer". John Wiley & Sons.
- Aramayo, A.; Esteban, S.; Cardón, L. (2003), "Convección natural transitoria a elevado número de Rayleigh en recintos triangulares rectangulares enfriados por arriba. Parte I: flujo de calor". Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente, vol:6, N 2, pgs: 08.43–08.48.
- Esteban, S.; Aramayo, A.; Cardón, L. (2003), "Convección natural transitoria a elevado número de Rayleigh en recintos triangulares rectangulares enfriados por arriba. Parte II: patrones de flujo del fluido". Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente, vol: 6, N 2, pgs: 08.49–08.53.
- Biswal, P.; Rao, A. (2001), "Thermal instability in a three-dimensional rigid container with prescribed heat flux at lower boundary". International Journal of Engineering Science, vol 39, pgs: 1315-1325.
- Soong, C., Tzeng, P., Sheu, T. (1995) "Influences of initial and boundary conditions on numerical solutions of laminar natural convection in enclosures", Numerical methods in laminar and turbulent flow, vol. : IX, pgs.: 656-665

HEAT TRANSFER IN CAVITIES WITH CONSTANT FLUX IMPOSED

ABSTRACT: The heat transfer transient problem in rectangular and trapezoidal cavities is studied in this work. The problem is governed by continuity, Navier Stokes and energy equations. Adiabatic laterals, cold upper boundary and constant flux in lower boundary are imposed for the energy equation.

Recently, our research group published simulation results of the transient in a trapezoidal and triangular cavity with Dirichlet conditions; in this article the effect of imposed constant flux is analyzed. Furthermore flow, temperature and velocities patterns are presented and global the heat (Nusselt number) is studied.