



Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

Tesis para obtener el grado académico de Doctor en Astronomía
MODELOS COSMOLÓGICOS ALTERNATIVOS AL MODELO
COSMOLÓGICO ESTÁNDAR: TEST LOCALES Y
COSMOLÓGICOS

Carolina Soledad Negrelli

Directora: Dra. Susana J. Landau
Co-Directora: Dra. Lucila Kraiselburd

LA PLATA, ARGENTINA
- OCTUBRE DE 2019 -

Yo no caí en la Universidad Pública.
Ella me levantó, me abrazó,
me enseñó sueños colectivos,
y me cambió para siempre.

Prefacio

Esta Tesis es presentada como parte de los requisitos para obtener el grado académico de Doctor en Astronomía de la Universidad Nacional de La Plata. La misma contiene los resultados de las investigaciones desarrolladas bajo la dirección de las Drs. Susana Landau y Lucila Kraiselburd entre los años 2015 y 2019; parte de ellas realizadas en colaboración con colegas internacionales.

Carolina Soledad Negrelli.
e-mail: cnegrelli@fcaglp.unlp.edu.ar
La Plata, Octubre de 2018.

Resumen

En esta tesis doctoral se analizaron varios aspectos de teorías alternativas a la Relatividad General (RG). El descubrimiento de la expansión acelerada del Universo a partir de las luminosidades de las supernovas tipo Ia en 1998 dio lugar a una modificación en el Modelo Cosmológico Estándar. La modificación más simple y que permite actualmente explicar todos los datos observacionales actuales consiste en incluir el término de la constante cosmológica propuesto por Einstein (técnicamente se denomina a tales cosmologías Λ CDM y constituye el Modelo Cosmológico Estándar actual que se basa en la Teoría de la Relatividad General). Sin embargo, el valor inferido observacionalmente para dicha constante no puede ser explicado utilizando las teorías físicas actuales. Por este motivo, se han propuesto teorías alternativas al Modelo Cosmológico Estándar que pueden dividirse en dos familias: i) campos escalares con acoplamiento mínimo a la gravedad y a la materia, y ii) teorías de gravitación alternativas a la Relatividad General. En el primer caso, la aceleración del Universo se puede explicar a partir de una componente adicional en el tensor de energía-momento que tiene la particularidad de tener presión negativa, a esa componente se la denomina *energía oscura*. En el segundo, una modificación a la teoría de gravedad de Einstein sería la responsable de la expansión acelerada del Universo. Esta tesis se enfocó en el estudio de dos familias de este último tipo de teorías:

1. Teorías $f(R)$: en este tipo de teorías se reemplaza el escalar de Ricci R por una función del mismo. Existe tanta cantidad de teorías como funciones $f(R)$ puedan proponerse, sin embargo, se ha demostrado que solo algunas satisfacen las cotas experimentales en el Sistema Solar recurriendo para ello a la versión escalar-tensorial de las mismas. Dicha transformación no está siempre bien definida. Por lo tanto, el cálculo de las predicciones para el parámetro post-newtoniano en el Sistema Solar sin recurrir a esa identificación era una asignatura pendiente a la hora de validar las teorías $f(R)$. En esta tesis, se trabajó de forma analítica en el marco teórico original de la teoría (marco de Jordan) para resolver el problema de un cuerpo para el sistema Sol - corona solar - medio interestelar. Se obtuvo la predicción teórica para el parámetro post-newtoniano (PPN) γ cuyo valor se encuentra limitado experimentalmente por la sonda Cassini (que mide el efecto Shapiro) y los experimentos que ponen límites a partir de la deflexión de la luz causada por el Sol. Se han analizado cuatro familias de teorías $f(R)$ y se encontró que en algunos casos (y para algunos parámetros de dichas teorías) la predicción teórica satisface los límites observacionales.
2. Teoría MOdified Gravity (MOG): esta teoría covariante fue propuesta por J. Moffat en el 2006 y es una modificación de la Relatividad General en la cual se introducen tres campos escalares adicionales y un campo vectorial. La particularidad de esta teoría radica en que no solo se la presenta como una explicación alternativa a la *energía oscura* sino que también busca reemplazar a la *materia oscura*. En esta tesis se ha estudiado la teoría en dos en dos escenarios muy diferentes (que implican escalas distintas): la curva

de rotación de la Vía Láctea y la cosmología.

- En el primer caso se obtuvieron las predicciones teóricas para la curva de rotación de la Vía Láctea. Para ello, se realizó un cálculo numérico considerando diferentes y complejas morfologías bariónicas. Luego, estas predicciones fueron comparadas con dos conjuntos de observaciones de características diferentes utilizando el estimador estadístico χ^2 . A partir de este análisis se concluye que la teoría, tal como se encuentra actualmente en la literatura, no puede describir la curva de rotación que se obtiene de las observaciones. Sin embargo, al considerar un rango más amplio para los parámetros de la teoría es posible encontrar una predicción estadísticamente consistente con las observaciones.
- En el segundo caso, se resolvieron numéricamente las ecuaciones de la métrica para un Universo isótropo y homogéneo, junto con las ecuaciones de movimiento de los campos, las cuales se encuentran acopladas. Se obtuvo la predicción teórica para la evolución de $H(z)$ y se realizó un análisis estadístico utilizando datos recientes. Los datos utilizados provienen de las observaciones de supernovas tipo Ia de la última compilación que se encuentra en la literatura (Pantheon) y estimaciones de $H(z)$ obtenidas con el método de los cronómetros cósmicos. Este método se basa en una técnica novedosa en la que se utiliza el cálculo de la edad diferencial de galaxias para obtener la variación del tiempo cósmico con el corrimiento al rojo. Para ambos conjuntos de datos se encontró que las predicciones de la teoría son consistentes con las observaciones al utilizar el valor dado por Moffat para el potencial de auto-interacción del campo escalar G .

Originalidad

Las ideas, desarrollos y resultados obtenidos son originales del autor, de los directores de la Tesis y los colegas colaboradores. La mayor parte de los resultados fueron presentados previamente en congresos y publicaciones en revistas con referato.

Agradecimientos

Esta tesis es el cierre de los últimos cinco años de trabajo en los que conté con la guía, apoyo y contención de muchas personas sin las cuales este Doctorado no hubiera sido posible.

En primer lugar quiero agradecerle a la Universidad Nacional de La Plata, y en particular a la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, por ser mi segundo hogar por doce maravillosos años. Es la Universidad Pública y Gratuita la que me permitió recorrer este camino de crecimiento académico y personal. Es por ello que le agradezco a quienes la defienden día a día. También le agradezco al CONICET por estos cinco años de beca que me permitieron dedicarme por completo a este Doctorado. Deseo enormemente que cada vez más personas tengan esta oportunidad y que los becarios podamos acceder a los derechos laborales que nos son negados. Enormes gracias a los que luchan por estas causas.

Un gracias gigante para Susana y Lucila, por guiarme en mis primeros pasos en la investigación, por darme el espacio necesario para crecer pero estando cerca siempre. Pero por sobre todas las cosas por generar un clima de trabajo excelente del que da gusto formar parte. También a los demás integrantes del grupo de Cosmología por las miles de charlas compartidas. A Fabio y a Marcelo que colaboraron enormemente en este proceso. A María, por abrirme las puertas a trabajar con un par y hacerlo de la forma más divertida posible. A mis compañeros docentes de la Facultad de Ingeniería, que me ayudaron a crecer en el arte de instruir a las próximas generaciones.

A las amigas y amigos increíbles que me dio esta carrera, tanto los que están desde el principio como los que se fueron sumando con los años. Infinitas gracias por hacer absolutamente todos los momentos más felices. Por el aguante, por el empuje, por las risas, por la indignación compartida, por la solidaridad, por enseñarme a luchar por un mundo mejor, por acompañarme en este camino tormentoso y ciclotímico. Un gracias especial a los habitantes de Siberia que me adoptaron en este último tiempo y me contuvieron en el proceso de escribir esta tesis.

También le agradezco a mi familia y a mis amigas de la vida que me brindaron la contención que necesitaba para dedicarme a esto. Que siempre entendieron los tiempos de esta profesión y me apoyaron en todo el trayecto. En particular a mi hermana por escucharme y alentarme; y muy especialmente a mi mamá que me dio las herramientas necesarias para transitar mi camino, sin ella no hubiera podido llegar hasta acá.

Por último a él, a Fede, mi compañero incondicional. Gracias por haber convertido estos últimos cinco años en una aventura. Por escucharme en los malos y en los buenos momentos. Por estar siempre dispuesto a responder mis dudas, a sentarte conmigo a pensar cuando estoy trabada, por festejar mis aciertos y acompañarme en las quejas. Gracias amor.

Escribo estas palabras en un contexto de crisis en la Argentina, en el que la Ciencia se ha visto enormemente afectada por las políticas públicas. Es necesario revertir esta situación. Sin Ciencia no hay Futuro.

Índice general

Prefacio	v
Resumen	vii
Originalidad	ix
Agradecimientos	xi
1. Introducción	1
1.1. Relatividad General y el Modelo Cosmológico Estándar Λ CDM	2
1.1.1. Materia oscura	4
1.1.2. Energía oscura	8
1.2. Teorías de gravitación alternativas	9
1.2.1. Enfoque alternativo a la materia oscura	11
1.2.2. ¿Teorías de gravedad modificada o energía oscura?	13
2. Marco teórico	17
2.1. Teoría Modified Gravity (MOG)	17
2.1.1. Ecuaciones de campo de la teoría	17
2.1.2. Ecuaciones de Friedmann modificadas	19
2.1.3. Aproximación de campo débil	20
2.2. Teorías $f(R)$	23
2.2.1. Ecuaciones de campo de la teoría en el marco de Jordan	24
2.2.2. La parametrización post-newtoniana	25
2.2.3. Equivalencia con las teorías Brans-Dicke	26
2.2.4. El marco de Einstein, el modelo camaleón y las teorías $f(R)$	27
2.2.5. Espacio-tiempo estático y esféricamente simétrico	30
2.2.6. Modelos de $f(R)$	30
3. Datos	33
3.1. Cronómetros cósmicos	33
3.2. Supernovas tipo Ia	34
3.2.1. Características	34
3.2.2. Compilación Pantheon	38
3.3. Curva de rotación de la Vía Láctea	39
3.3.1. Compilación <i>galkin</i>	40
3.3.2. Compilación Huang et al.	50
3.3.3. Compatibilidad entre las compilaciones	51
3.4. Parámetro post-newtoniano γ	52
3.4.1. Deflexión de la Luz	52

3.4.2. Efecto Shapiro	53
4. Resultados	55
4.1. Predicciones de la teoría MOG en el contexto cosmológico	55
4.1.1. Resolución numérica de las ecuaciones cosmológicas	55
4.1.2. Comparación con datos provenientes del método de los cronómetros cósmicos	57
4.1.3. Comparación con datos provenientes de SnIa	57
4.2. Predicciones de la teoría MOG para la curva de rotación de la Vía Láctea . .	61
4.2.1. Contenido bariónico de la Vía Láctea	61
4.2.2. Parámetros α y μ	61
4.2.3. Procedimiento y Resultados	62
4.3. Predicciones para el parámetro post-newtoniano γ en las teorías $f(R)$	66
4.3.1. Modelo del Sistema Solar	68
4.3.2. Resolución de las ecuaciones para el Sistema Solar	69
4.3.3. Resultados para diferentes modelos de $f(R)$	77
4.3.4. Comparación con otros resultados	82
5. Conclusiones	85
A. Estructura de la Vía Láctea	87
A.1. Bulbo	87
A.1.1. Morfologías	88
A.2. Disco	91
A.2.1. Morfologías	91
A.3. Gas	94
A.3.1. Modelo global del medio interestelar en la Vía Láctea	94
A.3.2. El gas en la zona interna de la Vía Láctea	96
A.4. Normalización de las componentes	98
B. Aproximación de $R(r)$ dentro del Sol	101

Capítulo 1

Introducción

El modelo preferido por la cosmología, el modelo Λ CDM, provee un ajuste excelente a los datos observacionales cosmológicos actuales tales como el Fondo Cósmico de Radiación (FCR), los cartografiados de galaxias y las explosiones de supernovas tipo Ia (SnIa). Las características fundamentales de este modelo son: i) las interacciones gravitatorias están descritas por la teoría de la Relatividad General para un Universo en expansión, ii) las perturbaciones iniciales de la materia se originan durante la etapa de inflación en los primeros instantes del Universo, iii) aproximadamente el 25 % del Universo está compuesto de materia que no interactúa con el campo electromagnético, pero sí con el gravitatorio, y por ende denominada materia oscura, iv) aproximadamente el 70 % de la energía del Universo se encuentra compuesta por la llamada energía oscura, que tiene la propiedad de tener presión negativa. Es importante mencionar que si bien hay gran cantidad de observaciones cosmológicas y astrofísicas que sustentan la existencia de la materia oscura, aún no ha podido ser detectada. A su vez, la energía oscura se ha postulado para explicar la expansión acelerada actual del Universo y su evidencia está restringida a las observaciones cosmológicas. Por otra parte, la energía oscura puede ser descrita mediante la introducción de la constante cosmológica, pero el valor de ésta no puede ser explicado por la física actual.

Otra perspectiva para explicar las observaciones lleva al planteo de los siguientes interrogantes: la gravedad es sin dudas la interacción dominante a escalas cosmológicas y por lo tanto es la fuerza que gobierna la evolución del Universo. ¿Podría ser que la descripción actual de la misma a estas escalas no sea lo suficientemente adecuada y sea la raíz de todos, o al menos algunos, de los problemas presentados por las observaciones? ¿Se debería considerar modificar la teoría de gravitación y de hacerlo, se podrían explicar todas las observaciones astrofísicas y cosmológicas sin la necesidad de postular la existencia de la materia oscura y la energía oscura?

No tiene sentido discutir cuál de estas perspectivas es mejor sobre la otra. Es una forma diferente de enfrentar los mismos problemas y mientras estos no encuentren una respuesta aceptable es válido desarrollar todas las alternativas. Adicionalmente, cuestionar la teoría gravitacional tiene sus recompensas: ayuda a tener un entendimiento más profundo de las cuestiones relevantes abriendo el camino hacia una nueva física. Esto ya ha sucedido en el pasado, basta con pensar con la precesión de la órbita de Mercurio que un principio había sido atribuida a un planeta no observado o *oscuro* orbitando por dentro de su órbita, pero en realidad fue necesario el salto de la teoría newtoniana a la Relatividad General para explicarlo.

Para las teorías gravitacionales diseñadas para desafiar al modelo Λ CDM la vara se encuentra muy alta. Dichas teorías deben explicar exitosamente efectos tales como la deflexión de la luz y Shapiro en el Sistema Solar, velocidades de dispersión, curvas de rotación, el efecto de lente gravitatorio, la dinámica del cúmulo Bala, observaciones cosmológicas como el Fondo

Cósmico de Radiación, el espectro de potencias de la materia y la distancia de luminosidad de supernovas tipo Ia, entre otras cosas.

El objetivo de esta tesis es analizar dos teorías alternativas de gravitación: las llamadas teorías $f(R)$ y la Modified Gravity (MOG) en escenarios diferentes sin recurrir a la energía oscura y/o materia oscura. En el primer caso, se analiza si los modelos de $f(R)$ que actualmente permiten explicar la expansión acelerada del Universo pueden a su vez satisfacer las restricciones dadas por las observaciones de la deflexión de la luz y el efecto Shapiro en el Sistema Solar. En el segundo, se analiza si la teoría puede explicar la curva de rotación de la Vía Láctea y además si es capaz de reproducir las distancias de luminosidad de SnIa y los valores de $H(z)$ establecidos a partir del método de los cronómetros cósmicos.

En este primer capítulo se plantea el contexto actual de las teorías de gravitación y de la cosmología, junto con un poco de historia, para entender cuáles son las motivaciones para estudiar teorías alternativas. En el capítulo 2 se explica detalladamente el marco teórico de las dos teorías analizadas. En el capítulo 3 se describen con gran detalle las observaciones utilizadas en esta tesis: los datos de la curva de rotación de la Vía Láctea en los que se incluyen trazadores tales como emisiones de HI, regiones HII, nubes moleculares, cúmulos abiertos, cefeidas, etc; las distancias de luminosidad de SnIa de la compilación Pantheon; las mediciones de $H(z)$ obtenidas con el método de los cronómetros cósmicos por diversos autores; y las restricciones al parámetro post-newtoniano γ obtenido de los efectos de deflexión de la luz y Shapiro en el Sistema Solar. En el capítulo 4 se detallan los procedimientos realizados y los resultados obtenidos en cada caso. Por último, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones de esta tesis.

1.1. Relatividad General y el Modelo Cosmológico Estándar Λ CDM

La teoría de la Relatividad General (RG) de Albert Einstein provee una comprensiva y coherente descripción del espacio, tiempo, gravedad y materia a nivel macroscópico. Está formulada de forma tal que el espacio y el tiempo no son las magnitudes absolutas de la mecánica clásica sino que se las entiende como cantidades dinámicas que son determinadas junto con la distribución y movimiento de la materia y energía. La RG y la teoría cuántica de campos son actualmente los dos pilares de la física moderna. La teoría se desarrolla en el lenguaje de la geometría diferencial y fue pionera en el uso de la matemática moderna, abriendo el camino para las teorías que siguieron. No es exagerado decir que la RG estableció un nuevo panorama de lo que una teoría de la física puede ser y realmente revolucionó nuestro entendimiento del Universo.

Uno de los hechos más notables sobre la RG es que, a pesar de los 100 años pasados desde su formulación, se mantuvo sin modificaciones. Las ecuaciones de campo que Einstein le comunicó a la Academia Prusiana de Ciencias en noviembre de 1915 son todavía la mejor descripción que tenemos del comportamiento del espacio-tiempo en escalas macroscópicas

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (1.1)$$

donde $G_{\mu\nu}$ es el tensor de Einstein, $T_{\mu\nu}$ el tensor de energía-momento, G la constante de gravitación newtoniana y c la velocidad de la luz. Éstas son las ecuaciones que se utilizan en la actualidad para explicar la expansión del Universo, el comportamiento de los agujeros negros, la propagación de las ondas gravitacionales y la formación de todas las estructuras del Universo. Es solo en el microscópico mundo de las partículas y altas energías que se considera a la RG inadecuada. En todas las demás escalas sigue siendo el estandarte.

La predicción de la deflexión de la luz al pasar cerca del Sol fue uno de los grandes éxitos de la Relatividad General. Este hecho fue confirmado por Eddington durante un eclipse solar en mayo de 1919. La precisión del experimento era baja y no mejoró significativamente en los experimentos que le siguieron (Crelinsten, 2006). Sin embargo, en la actualidad el desarrollo de la radio-interferometría permitió obtener mediciones mucho más precisas. Las técnicas modernas permiten medir separaciones angulares y variaciones con la precisión de 100 microsegundos de arco.

Han pasado 100 años desde que Einstein publicó su teoría de Relatividad General (Einstein, 1916). Desde ese momento, la teoría ha sido notablemente exitosa tanto en el régimen de campo débil como en el fuerte. Ha predicho y explicado todos los fenómenos conocidos en el Sistema Solar: la precesión del perihelio de Mercurio, la deflexión de la luz debida a la presencia del Sol, el corrimiento al rojo gravitacional y el efecto Shapiro (Shapiro, 1964). En cuanto al régimen de campo fuerte, en 2015 los observatorios LIGO y VIRGO detectaron por primera vez (en forma directa) las ondas gravitacionales generadas por la fusión de un sistema de dos agujeros negros (Abbott et al., 2016) confirmando con gran precisión las predicciones de la Relatividad General. Además, en 2019 la colaboración Event Horizon Telescope pudo resolver por primera vez la sombra del agujero supermasivo que se encuentra en el centro de la galaxia M87; las imágenes obtenidas resultaron estar en completo acuerdo con las predicciones de RG (Event Horizon Telescope Collaboration et al., 2019). Tal es el acuerdo entre las predicciones de la Relatividad General y las observaciones en Sistema Solar que los experimentos modernos restringen a cualquier otra teoría a ser indistinguible de RG en escalas locales. Pero, ¿es la estructura de la gravedad la misma a lo largo de todas las escalas?

El problema de la *falta de masa* planteado en 1933 para los cúmulos de galaxias (Zwicky, 1937) y en 1959 para galaxias individuales (Kahn & Woltjer, 1959) fue uno de los interrogantes que llevó a la comunidad científica a plantear la existencia de la materia oscura. El término materia oscura hace referencia a una forma desconocida de materia no bariónica que no emite ni absorbe radiación electromagnética y que tiene la propiedad de aglomerarse como la materia ordinaria pero no ha sido detectada aún.

En 1998 el diagrama de Hubble de SnIa medido tanto por el Supernovae Cosmology Project (Knop et al., 2003; Perlmutter et al., 1999a) como por el High-z Team (Riess et al., 1998a; Tonry et al., 2003) fue la primer evidencia de que el Universo se encuentra actualmente atravesando una fase de expansión acelerada. Luego, los experimentos de globo BOOMERANG (de Bernardis et al., 2000) y MAXIMA (Stompor et al., 2001) pudieron determinar la ubicación de los primeros dos picos del espectro de anisotropías del FCR que sugiere fuertemente un Universo espacialmente plano. Al combinar estos datos con el parámetro de densidad de materia Ω_M que se obtiene de los cúmulos de galaxias, en el marco de la teoría de la RG se obtiene que el Universo está dominado por un fluido que no forma estructuras y que tiene presión negativa al que comunmente se le denomina energía oscura y que es el responsable de la expansión acelerada. Esta idea siguió tomando fuerza con las mediciones más precisas del FCR realizadas por la colaboración WMAP (Hinshaw et al., 2003; Spergel et al., 2007, 2003) y el satélite Planck (Planck Collaboration et al., 2016) y por la extensión del diagrama de Hubble de las SnIa a corrimientos al rojo (redshift) mayores (Riess et al., 2004). Si bien cada observación particular podría estar sujeta a otras interpretaciones, y a diferentes efectos sistemáticos, el acuerdo entre todas ellas es remarcable.

La explicación más sencilla para la expansión acelerada del Universo parece ser la conocida constante cosmológica Λ (Sahni & Starobinsky, 2000). Pero a pesar de que provee buenas estimaciones para los datos disponibles (Spergel et al., 2003) su valor aún no puede ser descrito por la física actual: la explicación usual es que la constante se corresponde con la

1. Introducción

densidad de energía de vacío que se predice de la física de partículas pero esta estimación teórica difiere en más de 60 órdenes de magnitud con el que se infiere de las observaciones.

El modelo Λ CDM junto con algún escenario de inflación (usualmente basado en un campo escalar llamado inflatón) es actualmente el que mejor explica los variados observables cosmológicos obtenidos por el satélite Planck (Planck Collaboration et al., 2016). Describe un Universo espacialmente plano compuesto por bariones, materia oscura fría, radiación y constante cosmológica.

1.1.1. Materia oscura

Lord Kelvin fue uno de los primeros en intentar estimar de forma dinámica la cantidad de materia oscura presente en la Vía Láctea (VL). Su argumento era simple pero contundente: si las estrellas de la galaxia pueden ser descritas como un gas de partículas actuando bajo la influencia de la gravedad entonces uno debería poder establecer una relación entre el tamaño del sistema y la velocidad de dispersión de las estrellas. Concluyó que muchas de las estrellas podrían ser cuerpos negros o *oscuros* (Thomson, 2010). En 1932, Jan Oort publicó un análisis de la cinemática vertical de las estrellas en la vecindad solar (Oort, 1932). Derivó la densidad total de materia cerca del Sol utilizando técnicas mejoradas respecto a las de sus predecesores y estimó la cantidad de materia oscura local. Sus resultados estaban en acuerdo con estimaciones previas realizadas por Jeans (Jeans, 1922) y Lindblad (Lindblad, 1927).

Zwicky fue probablemente el pionero más famoso en el campo de la materia oscura. En 1933 aplicó el teorema del virial al cúmulo Coma para estimar su masa y propuso para explicar las velocidades orbitales observadas, la existencia de cantidades de materia oscura mucho mayores que la de materia luminosa. Posteriormente, extendió dicho análisis (Zwicky, 1937). Durante varias décadas la comunidad discutió sobre si era necesaria o no la presencia de materia oscura para explicar la dinámica de los cúmulos de galaxias y mientras tanto, algunos astrónomos empezaban a contemplar opciones para la naturaleza de dicha materia. El gas fue descartado como explicación de las discrepancias y se empezaron a plantear posibilidades más exóticas como objetos compactos (Van den Bergh, 1969) o estrellas enanas (Tarter & Silk, 1974). Estas posibilidades fueron descartadas por las mediciones de las abundancias de los elementos primordiales que inclinaron la balanza a favor de una naturaleza no-bariónica para la materia oscura.

Los pilares de la materia oscura

La curva de rotación de las galaxias¹ jugó un rol clave en la postulación de la existencia de la materia oscura. Bajo ciertas simplificaciones racionales es posible inferir la distribución de masa de las galaxias desde las curvas de rotación. Históricamente fue la observación de curvas de rotación aproximadamente planas lo que convenció a la comunidad científica de que grandes cantidades de materia oscura se encuentran presentes en la parte externa de la galaxia.

En 1972, Rogstad y Shostak analizaron las curvas de rotación de 5 galaxias y observaron que se mantenían planas hasta el mayor radio observado. En su publicación concluyeron que era necesario que las galaxias posean material de muy baja luminosidad en las regiones exteriores (Rogstad & Shostak, 1972) (ver Fig.1.1).

Tiempo después, Sandra Faber y John Gallagher publicaron una reseña sobre masas y luminosidades de galaxias con el que convencieron a gran parte de la comunidad de que la materia oscura es abundante en el Universo (Faber & Gallagher, 1979). Esta idea tuvo gran

¹Perfil de velocidad de las estrellas y el gas de la galaxia en función de la distancia al centro galáctico.

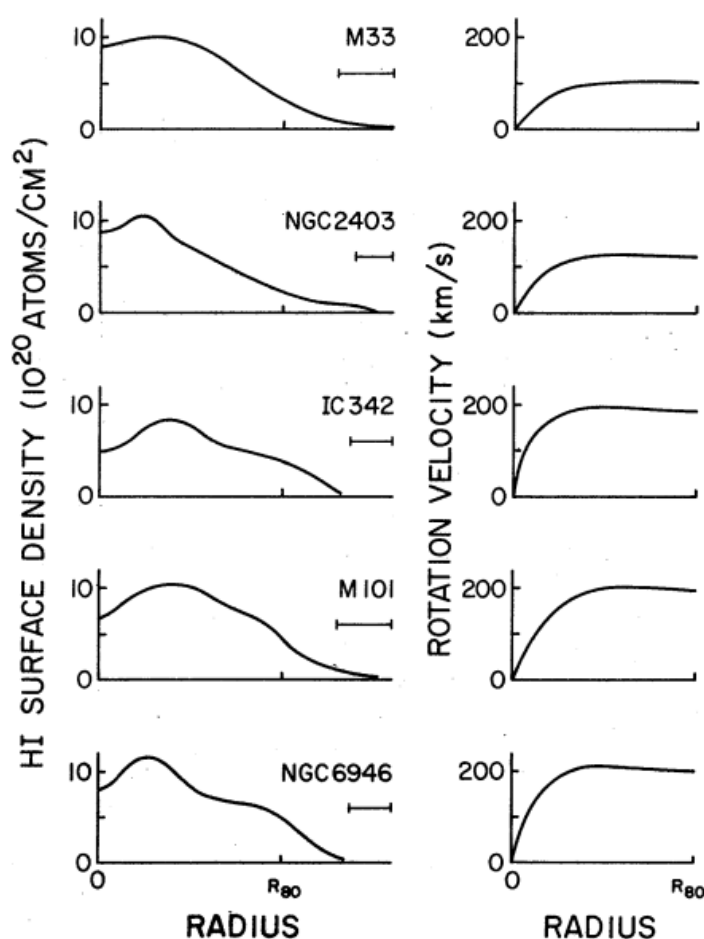


Figura 1.1. A la izquierda se muestra el perfil de densidad superficial del hidrógeno y a la derecha las curvas de rotación de las 5 galaxias estudiadas por Rogstad & Shostak (1972). La barra bajo el nombre de cada galaxia indica la resolución espacial en cada caso y R_{80} hace referencia al radio galáctico que contiene el 80% del hidrógeno observado.

implicancia en los avances sobre formación de estructuras y la evolución del Universo (Gott et al., 1974).

Por otra parte, en 1982, Milgrom presentó un enfoque alternativo al de la materia oscura. Su propuesta se basa en la sencilla idea de modificar la fuerza gravitatoria para que pueda explicar la curva de rotación de las galaxias sin necesidad de recurrir a una materia que no puede ser observada. A partir de esta propuesta, se desarrollaron varias de estas teorías alternativas para explicar las discrepancias observadas en las galaxias (ver Sec. 1.2.1 para mayor detalle y referencias).

En 2006, un grupo de astrónomos transformó el debate entre la materia oscura y sus alternativas al describir las observaciones de dos galaxias en colisión que se conocen con el nombre de cúmulo Bala (Clowe et al., 2006; Lee & Komatsu, 2010). Como resultado de esta reciente colisión la distribución de estrellas está separada espacialmente del gas caliente que emite en rayos X y constituye la mayor parte de materia bariónica. Al comparar los mapas generados por el efecto de lente gravitatorio y los de rayos X se revela que la masa del sistema no es trazada por la distribución de los bariones (ver Fig. 1.2). Las observaciones del cúmulo Bala son actualmente uno de los pilares de la materia oscura.

Por otro lado, Jim Peebles indicó que la ausencia de fluctuaciones en el FCR al nivel de

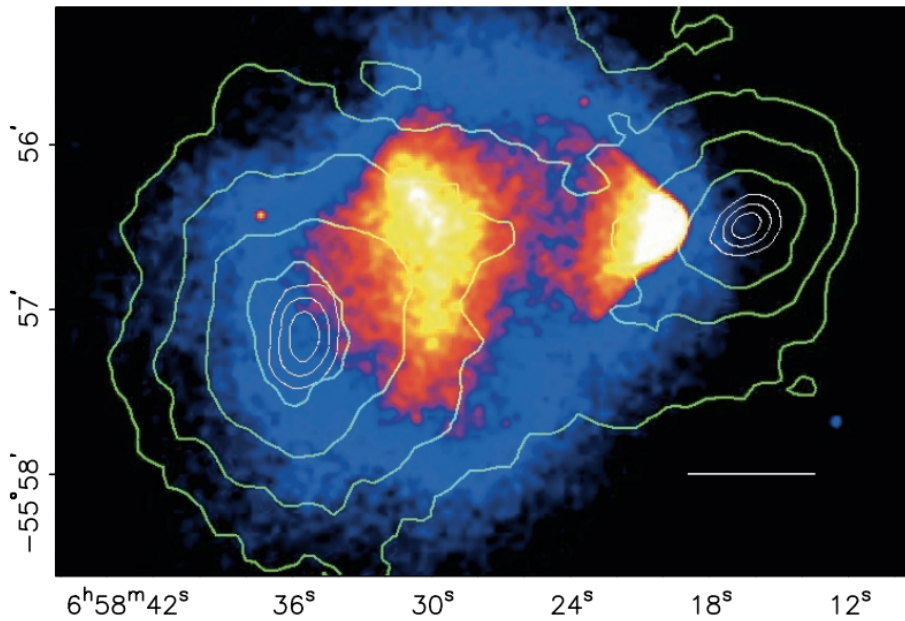


Figura 1.2. El cúmulo Bala. El mapa colorado representa la imagen en rayos X obtenida por Chandra. Los contornos verdes indican donde se encuentra la masa del sistema y se obtienen usando el efecto de lente gravitatorio. La barra blanca representa 200 kpc. Crédito: Clowe et al. (2006)

10^{-4} es incompatible con un Universo compuesto solo de bariones. Este problema se solucionaría si el Universo estuviera dominado por partículas masivas que interactúan débilmente cuyas fluctuaciones de densidad podrían haber empezado a crecer antes del desacople (Peebles, 1982).

La mayor parte del entendimiento actual de la estructura y evolución de los halos de materia oscura está basado en el resultado de simulaciones de la evolución de galaxias en contexto cosmológico. Si bien éste no depende explícitamente de la naturaleza de la materia oscura, sí lo hace de la distribución de velocidades iniciales de las partículas de materia oscura consideradas (Bond et al., 1980; Bond & Szalay, 1983; Doroshkevich et al., 1980). Debido a esto se han podido descartar ciertos candidatos y se ha llegado a que la comunidad acepte que la materia oscura no puede ser caliente.

Todos estos motivos fueron los fundamentales para establecer a la materia oscura fría como el paradigma líder para describir la estructura y evolución del Universo en todas las escalas.

Problemas en el paradigma de la materia oscura

El modelo Λ CDM postula la existencia de materia oscura fría (no relativista) y no interactuante. Ha tenido gran éxito describiendo los fenómenos a gran escala como las fluctuaciones del FCR, la formación de estructuras y las abundancias de los elementos primordiales (Scott, 2018) pero tiene algunas fallas en escalas galácticas de acuerdo a lo que sugieren las simulaciones de N-cuerpos destinadas a estudiar la evolución de las galaxias. A continuación se hace referencia a algunos de estos problemas, para una lista exhaustiva referirse a Del Popolo & Le Delliou (2017) y las referencias allí listadas.

- **El problema *cusp-core***

En galaxias espirales enanas y de bajo brillo superficial se ha encontrado que la materia

oscura necesaria para explicar las curvas de rotación en la región interna de la galaxia es menor que la necesaria para ajustar la parte externa de la misma (de Blok, 2010). Las simulaciones predicen un perfil de densidad $\rho \sim 1/r$ (cusp) en las regiones centrales de las galaxias (Navarro et al., 1995) pero Flores & Primack (1994) mostraron que las curvas de rotación de las galaxias enanas del catálogo DDO son bien aproximadas por un perfil isoterma (core). Es posible que esta discrepancia se reduzca al introducir mejoras en la descripción de la física de los bariones en las simulaciones (Oman et al., 2017). Por otro lado, algunos autores indican que este no es un problema generalizado: hay una gran diversidad de perfiles de densidad en las galaxias observadas mientras que en las simulaciones se utiliza solo un perfil de materia oscura (Oman et al., 2015).

- **Falta de satélites**

Las simulaciones cosmológicas predicen que la Vía Láctea debería tener una sub-estructura muy rica con unos 500 subhalos a su alrededor capaces de hospedar galaxias enanas (Moore et al., 1999). Sin embargo hasta el momento solo se han encontrado unos 50 (Bullock, 2010; Mateo, 1998). Una posible solución para este problema es que la mayoría de las galaxias que se predicen sean *galaxias oscuras*, es decir, que no tengan estrellas y esten dominadas exclusivamente por materia oscura (Del Popolo & Le Delliou, 2017; Simon & Geha, 2007).

- ***Too big to fail***

Las simulaciones también predicen una población de subhalos demasiados masivos y densos como para hospedar a las galaxias satélites observadas más brillantes (Boylan-Kolchin et al., 2011).

Sin embargo, el mayor problema al que se enfrenta en la actualidad el paradigma de la materia oscura es el hecho de que no se la ha detectado en la Tierra. Existen múltiples experimentos cuyo objetivo es detectar las partículas de materia oscura por su interacción o dispersión con los núcleos atómicos que se encuentran dentro del detector que a su vez se encuentra enterrado a gran profundidad en la Tierra. Esto se hace para asegurar que neutrones y otras partículas del fondo no interfieran con el experimento. En la mayoría de los modelos de materia oscura propuestos por la física de partículas, no se asumen interacciones entre la materia oscura y las partículas de Model Estándar. Por lo tanto, en estos contextos, la materia oscura puede atravesar la Tierra y alcanzar el detector. Estudiando el cambio en la energía del material del detector en un evento de dispersión se puede calcular la masa y la energía de la partícula de materia oscura y poner restricciones en su modelado (Liu et al., 2017; Undagoitia & Rauch, 2015). Pese a los numerosos esfuerzos aún no se ha dado un evento de detección pero sí se han podido poner límites en las secciones eficaces involucradas. Las restricciones más estrictas vienen de los experimentos Large Underground Xenon (LUX) (Akerib et al., 2014) y Super Cryogenic Dark Matter Search (CDMS) (Agnese et al., 2018) pero también hay diversas restricciones provenientes de XENON100 (Aprile et al., 2016), DarkSide Collaboration (The DarkSide Collaboration et al., 2018), CDEX (Kang et al., 2013), CoGENT (Aalseth et al., 2013), CRESST (CRESST collaboration et al., 2017), PICO (Amole et al., 2017), DM-Ice (Pettus, 2015), entre otros. El detector más sensible en la actualidad es el XENON1T que se encuentra en el laboratorio Gran Sasso en Italia y está funcionando desde 2017 (Aprile et al., 2017).

Hay otro tipo de experimentos, también de detección directa², como DAMA/LIBRA que se basan en detectar una variación anual en el número de eventos de detección. Se espera

²Existen también los llamados experimentos de detección indirecta que no serán descriptos en esta tesis (ver Conrad (2014) y referencias allí).

encontrar una señal característica con una modulación de un año. Esto se debe al movimiento del Sol en la galaxia: el halo de materia oscura sería como una especie de viento para el Sistema Solar en la dirección contraria al movimiento del Sol. Debido a la traslación de la Tierra, esta señal cambiaría durante el año (Zhitnitsky, 2019). En 2008 DAMA/LIBRA informó una detección usando este método (Bernabei et al., 2008) pero ningún experimento de detección directa pudo confirmarlo (Savage et al., 2009). De hecho, otro experimento llamado ANAIS (Amaré et al., 2016) está intentando reproducir este resultado utilizando la misma técnica.

Actualmente se encuentran en diferentes fases múltiples experimentos futuros, entre ellos el LUX-ZEPLIN (Akerib et al., 2018), ANDES (Bertou, 2013), XENONnt (Aprile & Xenon Collaboration, 2017), SABRE (Antonello et al., 2019), PandaX-xt (Zhang et al., 2019), CRESST-III fase 2 (CRESST Collaboration et al., 2019) y MIMAC (Tao et al., 2019). Si la búsqueda experimental de materia oscura continúa siendo elusiva, las teorías de gravedad modificada que no requieran de esta componente deberán ser seriamente consideradas.

1.1.2. Energía oscura

El descubrimiento en 1998 de la expansión acelerada del Universo ha llevado a los cosmólogos a buscar una explicación para este hecho. Para poder hacerlo en el contexto de la RG es necesario introducir la llamada *energía oscura*, un exótico fluido de naturaleza desconocida que tiene presión negativa y comprende aproximadamente el 75 % del contenido de energía del Universo y que no ha sido detectada en el laboratorio.

Se ha trabajado mucho en la construcción de modelos de energía oscura (Frieman et al., 2008b). El candidato más simple es la constante cosmológica Λ , que es caracterizada por una ecuación de estado $p_\Lambda = -\rho_\Lambda$ y puede explicar muy bien las observaciones cosmológicas (Binétruy, 2000; Carroll, 2001; Sahni, 2002; Sahni & Starobinsky, 2000). El modelo Λ CDM es capaz de explicar el período actual de expansión acelerada y provee predicciones que son consistentes con datos completamente diferentes como las distancias de luminosidad SnIa, el espectro de anisotropías del FCR y la estructura a gran escala (Rebolo et al., 2004; Spergel et al., 2003; Tegmark et al., 2004).

Sin embargo, presenta el llamado *problema de la constante cosmológica* (Weinberg, 1989): la explicación más sencilla es proponer que la constante cosmológica sea el valor de expectación de la densidad de energía en el vacío, pero su estimación observacional es al menos 60 órdenes de magnitud menor que el valor predicho por la mecánica cuántica. Las observaciones cosmológicas actuales son consistentes con el modelo cosmológico Λ CDM (Bahcall et al., 1999; Ostriker & Steinhardt, 1995) con un valor de constante cosmológica $\Lambda_{obs} \sim (10^{-3}\text{eV})^4 \sim 10^{-120}\text{Mpl}^4$. La contribución esperada de las partículas del Modelo Estándar (ME) de Partículas al valor de la constante es mucho mayor. Se espera un efecto que puede ser calculado (Weinberg, 1989) modelando los campos del ME como una colección de osciladores armónicos independientes en cada punto del espacio. Realizando este cálculo se encuentra que $\Lambda_{teo} \sim 10^{-60}\text{Mpl}^4$. La discrepancia de 60 órdenes de magnitud es desconcertante. La búsqueda de una solución a este problema ha llevado a tener en consideración interesantes extensiones del modelo Λ CDM. Esta discrepancia podría explicarse si la constante cosmológica se cancelara casi exactamente por un mecanismo desconocido dejando solo un residuo extremadamente pequeño que es el necesario para explicar la expansión acelerada del Universo, la precisión que esto requiere es lo que se conoce como un problema de *fine-tuning*. Gran parte de la comunidad se inclina a pensar que la constante cosmológica es exactamente cancelada por algún mecanismo y que la aceleración del Universo tiene otra explicación.

Otro problema que presenta la idea de la constante cosmológica se debe al hecho de que la energía oscura comienza a dominar la dinámica cósmica a $z \sim 1$, luego de las épocas dominadas por radiación y materia respectivamente. La energía oscura debía ser subdominante

en el momento de la nucleosíntesis primordial o se verían afectadas las abundancias de los elementos. Además debía ser despreciable en la etapa dominada por materia para permitir el crecimiento de las perturbaciones en la densidad. Entonces, si la densidad de materia y de energía oscura eran tan diferentes en el pasado y considerando que estas cantidades escalan con el tamaño del Universo de forma muy distinta, ¿por qué justo en la actualidad son del mismo orden? Esto es lo que se conoce como el *problema de la coincidencia cósmica*. Para una reseña sobre los problemas de la constante cosmológica ver Martin (2012).

Como una solución tentativa, muchos autores han reemplazado la constante cosmológica por un campo escalar ϕ con un potencial adecuado $V(\phi)$ en lo que se conoce como modelos de *quintessence* (Copeland et al., 2006; Padmanabhan, 2003) o QCDM en donde la ecuación de estado tiene un parámetro $w = p/\rho$ que se vuelve negativo en cierto momento y cuando $w = -1$ se correspondería con la constante cosmológica. Uno de los objetivos de la cosmología observacional actual es comprobar si w se desvía o no de -1 . Las restricciones obtenidas a partir de las observaciones del satélite Planck para w varían de acuerdo al modelo asumido (Planck Collaboration et al., 2016) pero hay una gran región alrededor de $w = -1$ que no se encuentra excluida. Si bien el problema de la constante cosmológica se resolvería aún faltaría encontrar una explicación al problema de la coincidencia. Otra alternativa, en la misma línea de los modelos de quintessence, propone agregar un término cinético no canónico en el Lagrangiano. A estos modelos se los conoce como *k-essence* (Armendáriz-Picón et al., 1999; Armendariz-Picon et al., 2001).

Por otro lado, si bien la expansión acelerada actual requiere de una componente con presión negativa que comienza a dominar la dinámica del Universo en los últimos momentos de la era dominada por materia, no hay un requerimiento acerca de la naturaleza y el número de componentes del Universo. Debido a esto, se han sugerido modelos con un fluido caracterizado por una ecuación de estado tal que actúa como materia oscura en zonas de gran densidad pero como energía oscura en zonas de baja densidad. Se los llama modelos de energía o materia oscura unificadas (UDE o UDM) y resultan atractivos porque el problema de la coincidencia se resuelve de forma natural (Bassett et al., 2003; Kamenshchik et al., 2001; Padmanabhan, 2002). Estos modelos forman parte una clase más general: los llamados modelos de interacción del sector oscuro (Del Campo et al., 2008; del Campo et al., 2009; Tocchini-Valentini & Amendola, 2002).

La energía oscura parecería ser una solución *ad hoc* para el problema de la aceleración del Universo y su exótica y elusiva naturaleza ha llevado a muchos autores a buscar diferentes explicaciones para la expansión acelerada. De forma simplificada, los modelos de energía oscura pueden dividirse en las siguientes categorías: a) *quintessence*, b) *k-essence*, c) interacción del sector oscuro (incluye modelos UDE o UDM).

1.2. Teorías de gravitación alternativas

El gran éxito de la Relatividad General a principios del siglo pasado no impidió que se postularan teorías alternativas para la gravitación. Incluso durante los primeros años de la publicación de Einstein hubo varias propuestas sobre como extenderla o incorporarla a otra teoría. Notables ejemplos de esto son la teoría de las conexiones de Eddington, la teoría independiente de escala de Weyl o las teorías de mayores dimensiones de Kaluza y Klein.

A principios de los años 70, luego de la *época de oro* de la Relatividad General, había una gran variedad de teorías de gravedad que rivalizaban con la de Einstein. Se necesitaba de un formalismo para lidiar con todas esas posibilidades y este fue formulado por Nordtvedt, Thorne y Will y se lo conoce como el formalismo de parámetros post-newtonianos (PPN). Fue construido en base a los trabajos previos de Eddington y Dicke y permite, hasta la actualidad,

comparar las predicciones de cualquier teoría de gravedad con observaciones de ciertos efectos gravitatorios en el Sistema Solar.

Las teorías alternativas volvieron al foco con el surgimiento del escenario del *Universo oscuro*. Por muchos años se recopiló evidencia de que si la gravedad se encuentra gobernada por las ecuaciones de campo de Einstein, debería haber una cantidad sustancial de materia oscura en galaxias y cúmulos. Más recientemente, la energía oscura hizo su aparición para explicar la aparente aceleración del Universo. Desde la cosmología y las observaciones astrofísicas se ha vuelto claro que se debe dudar de las ecuaciones de Einstein a menos que se este dispuesto a aceptar la existencia de componentes exóticas en el Universo como la materia y energía oscuras. Como se explica en Lue et al. (2004) es posible que la aceleración cósmica no sea la manifestación de otro ingrediente del Universo sino una señal del quiebre de las leyes de la gravitación en el límite infrarrojo.

A su vez, la búsqueda de una teoría cuántica de gravedad ha impulsado la idea de las teorías alternativas. La RG es una teoría clásica que no funciona como una teoría fundamental cuando se requiere de una descripción cuántica del espacio-tiempo y de la gravedad.

Las teorías que se postulan como alternativa responden a una idea muy simple, en lugar de introducir nuevas componentes en el tensor de energía impulso se realiza una modificación en el sector geométrico/gravitacional de las ecuaciones de campo de la RG. La mayoría de ellas son lo que se conoce como Teorías de Gravedad Extendidas (ETGs) que se plantean como correcciones o ampliaciones de la RG. El paradigma consiste, esencialmente, en agregar invariantes de curvatura de mayor orden o campos acoplados mínimamente (o no)³ (Buchbinder et al., 1992). Desde el punto de vista conceptual, no hay una razón *a priori* para restringir al Lagrangiano a ser una función lineal del escalar de Ricci R . Por lo tanto tiene sentido darle a estas teorías alternativas seria consideración.

En las ETGs, las ecuaciones de campo de Einstein se ven modificadas en dos posibles formas: a) la geometría puede acoplarse no mínimamente a uno o más campos, b) aparecen derivadas de la métrica de orden mayor a dos. El primer caso se tienen teorías escalares-tensoriales o escalares-vectoriales-tensoriales, en el segundo se habla de teorías de orden elevado⁴. También se pueden encontrar en la literatura combinaciones de éstas. Desde el punto de vista matemático, las teorías de orden elevado pueden escribirse como RG junto con uno o más campos escalares. Esta equivalencia matemática ha dado lugar a un debate sobre la equivalencia física entre estas dos representaciones de las teorías denominadas marco de Jordan y marco de Einstein respectivamente (Capozziello et al., 1997; Capozziello & Faraoni, 2011; Capozziello et al., 2010; Dicke, 1962; Faraoni & Nadeau, 2007).

Las ETGs son de gran interés en la cosmología debido a que presentan un comportamiento inflacionario capaz de salvar las deficiencias que se presentan en el Modelo Cosmológico Estándar. Estos escenarios pueden ser realistas y explicar las observaciones del Fondo Cósmico de Radiación (Duruiseau et al., 1983; La & Steinhardt, 1989; Starobinsky, 1980). Si bien el Modelo Cosmológico Estándar es la mejor explicación para las observaciones del satélite Planck, inherente en este análisis está la hipótesis de que las perturbaciones de densidad evolucionan de acuerdo a RG. Si se permite que la teoría de gravedad varíe, las observaciones cosmológicas actuales establecen límites menos estrictos que los llamados test del Sistema Solar (Bean & Tangmatitham, 2010). Lo interesante de las teorías alternativas es que cada época inflacionaria puede ser explicada recurriendo a la dinámica del campo adicional.

Una teoría relativista de la gravedad debe satisfacer mínimamente ciertos requerimientos

³El escenario más simple consiste en añadir un campo escalar extra, pero también se puede considerar campos vectoriales, tensoriales o de rango mayores.

⁴En algunos casos, es posible desarrollar estas teorías en algún formalismo en el que se recuperen derivadas de la métrica de orden dos. Por ejemplo, el formalismo de Palatini para el caso de las teorías $f(R)$.

desde el punto de vista fenomenológico. Primero debe explicar observaciones astronómicas como las órbitas de los planetas y debe permitir la formación de estructuras auto gravitantes como galaxias y cúmulos. Esto significa que la teoría debe reproducir la dinámica newtoniana en su límite de campo débil y bajas aceleraciones. Además, en el nivel post-newtoniano, debe pasar los test del Sistema Solar (Will, 2014) que se plantean en el formalismo de los parámetros post-newtonianos (PPN). Segundo, la teoría debe reproducir correctamente la dinámica galáctica observada al considerar todas las componentes bariónicas. Tercero, debe explicar la formación de grandes estructuras como los supercúmulos de galaxias y los filamentos. Por último, la cosmología debe poder ser reproducida, esto significa poder predecir parámetros tales como el de Hubble H_0 , el de desaceleración q_0 y los parámetros de densidad, entre otros (Clifton et al., 2012). Las observaciones astronómicas pueden probar de forma indirecta el comportamiento de la gravedad en todas las escalas.

Uno podría preguntarse cómo desviaciones tan drásticas de RG como las necesarias para explicar las observaciones cosmológicas sin recurrir a componentes oscuras son compatibles con los test del Sistema Solar. De hecho, Relatividad General (con constante cosmológica) es la única teoría invariante de Lorentz con una partícula de spin 2 sin masa (Weinberg, 1965) y cualquier modificación introduce nuevos grados de libertad. Es esperable que estos nuevos grados de libertad se acoplen a la materia dando lugar a nuevas fuerzas. En general, éstas se presentan tanto en el nivel newtoniano como en el post-newtoniano y deben ser ajustadas para que resulten despreciables y pasar así los test del Sistema Solar. Muchas teorías de gravedad son descartadas debido a estas restricciones pero en los últimos años se han formulado varias teorías que involucran mecanismos de apantallamiento. Éstos permiten inhibir las desviaciones de la teoría en pequeñas escalas permitiendo pasar los test del Sistema Solar pero dejando las modificaciones significativas a grandes escalas (galácticas o cosmológicas). Estas son las teorías de interés en la actualidad.

En los próximos años, colaboraciones dedicadas a la observación del FCR y de las grandes estructuras (AdvACT, eBOSS, DES, DESI, Euclid, HSC/PFS, LSST, POLARBEAR, SPT-3G, WFIRST, entre otros) tendrán el potencial para poner cotas a las desviaciones de RG con mucha precisión. Esto va a permitir descartar modelos de energía oscura y teorías de gravedad modificada o traerá un quiebre en la cosmología si se detectaran desviaciones del Modelo Cosmológico Estándar. La cosmología nos traerá interesantes resultados en el futuro cercano.

Al introducir nuevos grados de libertad y acoplamientos, la fenomenología se vuelve más rica y compleja. Muchas de las teorías cumplen con las características deseadas pero aún deben ser testeadas en muchos y diversos escenarios. Es interesante entenderlas desde un punto de vista fenomenológico, la prueba de que es posible modificar la gravedad para evitar introducir componentes como la materia o energía oscura y evitar los problemas que estas componentes *ad hoc* presentan y no tanto como teorías definitivas de la gravedad.

1.2.1. Enfoque alternativo a la materia oscura

Un enfoque alternativo para explicar la deficiencia de masa en las observaciones es, en lugar de invocar la existencia de materia oscura, postular una teoría de gravedad modificada como la MODified Newtonian Dynamics (MOND) propuesta por Milgrom en 1983. A cortas escalas, como la galáctica o la del Sistema Solar, las teorías de gravedad extendidas presentan potenciales gravitacionales con correcciones no newtonianas. Este hecho fue descubierto hace mucho tiempo (Stelle, 1978) y el interés recae en en la posibilidad de explicar las curvas de rotación de las galaxias espirales sin necesidad de considerar la materia oscura.

Teoría MOND

En febrero de 1982, Milgrom envió un trio de artículos a la revista *Astrophysical Journal* (Milgrom, 1983a,b,c) en los que planteó las bases de lo que se iba a convertir en la teoría líder alternativa a la materia oscura. Esta propuesta, llamada M^Odified Newtonian Dynamics (MOND) fue sencilla pero con importantes consecuencias. El corazón de la MOND reside en reconocer que en lugar de obedecer la segunda ley de Newton $F = ma$, la fuerza debida a la gravedad se comporta como ma^2/a_0 en el límite de bajas aceleraciones $a \ll a_0 = 1.2 \times 10^{-10} \text{m/s}^2$. Por lo tanto, sería posible explicar el movimiento de las estrellas y del gas sin postular la presencia de materia oscura. Desde su punto de vista, la evidencia que tenían los astrónomos para postular la materia oscura en realidad daba cuenta de un nuevo marco para la gravedad y la dinámica más allá de la que describe la física newtoniana o la RG.

La propuesta inicial de Milgrom no fue presentada como una teoría completa sino como el límite de aproximación de campo débil de una teoría por formular. Un primer intento en esta dirección fue hecho en 1984 por una colaboración entre Milgrom y Bekenstein. Propusieron la teoría AQUAL (Bekenstein & Milgrom, 1984) en la cual postula una modificación del lagrangiano de la teoría newtoniana. Debido a esto, la teoría automáticamente asegura la conservación del momento, del momento angular, de la energía y además respeta el principio de equivalencia débil. Las predicciones de ambas teorías son iguales solo en casos muy particulares de alta simetría pero la diferencia en las predicciones son muy modestas (Milgrom, 1986). A pesar de las claras ventajas frente a la MOND, AQUAL seguía siendo una modificación de la teoría newtoniana y no compatible con RG. Para que cualquier variación de la MOND fuera tenida en cuenta seriamente por la comunidad debía explicar una gran cantidad de fenómenos que han sido observados incluidos el efecto de lente gravitacional y la expansión cosmológica. Lo primeros intentos de convertir a la MOND en una teoría relativista involucraron teorías con más de una métrica. Por ejemplo, en la AQUAL relativista, llamada RAQUAL (Bekenstein & Milgrom, 1984), la dinámica de la materia y la radiación estaba dictada por una métrica que es diferente de aquella que aplica al campo gravitacional. La diferencia entre estas dos métricas es el resultado de la presencia de un campo escalar adicional que contribuye, al igual que la materia, al potencial gravitatorio. Debido a esto, RAQUAL comparte algunas de las características de las teorías escalares tensoriales publicadas con anterioridad (Brans & Dicke, 1961). Para evitar problemas de causalidad, la teoría debió ser modificada (Bekenstein, 1988) y esto arruinó la consistencia de la teoría con los experimentos del Sistema Solar. Además, no podía explicar el efecto de lente gravitacional considerando solo materia bariónica. Por lo tanto, RAQUAL falla en la escala de los cúmulos de galaxias (Bekenstein, 2004a).

A pesar de que hubo varios intentos para resolver este problema (Bekenstein & Sanders, 1994; Sanders, 1997), no fue hasta 2004 que Bekenstein propuso la primer solución realista al problema del efecto de lente gravitacional en teorías tipo MOND (Bekenstein, 2004b). La teoría TeVes contiene dos campos adicionales a la RG, tres parámetros y una función libre. Estas libertades le dan a la teoría un mayor grado de predicción. Sin embargo, esta teoría no puede explicar las observaciones del cúmulo Bala; ni el efecto de lente gravitatoria y las curvas de rotación de galaxias en simultáneo. Por otro lado, Moffat propone una teoría escalar-tensorial-vectorial conocida como STVG o MOG (Moffat, 2006).

Teoría MOG

La teoría MOG es una teoría relativista de la gravitación que es derivada de una acción que involucra campos escalares, vectoriales y tensoriales (Moffat, 2006). Esta teoría de gravedad postula la existencia de un campo vectorial masivo ϕ_μ que produce una modificación

repulsiva en la ley de gravitación a escalas cortas. Como este campo vectorial está acoplado universalmente a la materia, la teoría tiene tres constantes: además de la de gravitación G se considera la constante de acoplamiento del campo vectorial ω , y la constante μ que controla el rango de acción del campo vectorial. Para tener una teoría más general, estas constantes son promovidas a campos escalares.

Las ecuaciones de movimiento son diferentes a las de la RG y podrían explicar las curvas de rotación de galaxias espirales (Moffat & Rahvar, 2013) y enanas (Zhooldideh-Haghighi & Rahvar, 2017), el movimiento de cúmulos de galaxias (Moffat & Rahvar, 2014; Moffat & Zhooldideh Haghighi, 2017) y cúmulos globulares (Moffat & Toth, 2008), sin la introducción de materia oscura.

Esta teoría es actualmente muy controversial. Algunos autores indican que la teoría tiene ciertas dificultades para explicar los datos del cúmulo Bala (Clowe et al., 2006) o el cúmulo Abell 520 (Nieuwenhuizen et al., 2018) mientras que otros afirman que ambos pueden ser explicados (Brownstein & Moffat, 2007; Israel & Moffat, 2018). También se ha indicado que las teorías tipo MOND son descartadas por la detección de una fusión de estrellas de neutrones realizada por el experimento LIGO y su contrapartida electromagnética (Boran et al., 2018). Pero un análisis más reciente mostró que esto ocurre en teorías bi-métricas como la MOND o TeVes pero no en la MOG debido a que en esta teoría tanto las ondas gravitacionales como las electromagnéticas siguen geodésicas nulas (Green et al., 2018).

De acuerdo con Moffat & Toth (2011) la teoría podría ser consistente con las observaciones de lente gravitatorio y explicar algunas observaciones cosmológicas sin la introducción de materia o energía oscuras. Sin embargo, las oscilaciones en el espectro de potencias no se suprimen y todavía falta contrastar la teoría de forma consistente con observaciones de la estructura a gran escala y del FCR. Algunos otros aspectos como la secuencia de épocas cosmológicas y las perturbaciones lineales han sido estudiados por Jamali et al. (2018a,b). Por otro lado, la teoría también ha sido analizada en el régimen de campo fuerte (Izmailov et al., 2019; Lopez Armengol & Romero, 2017a,b; Pérez et al., 2017).

Debido a que todavía hay muchas controversias por resolver, no está claro si la fenomenología de la teoría puede ofrecer una explicación de las observaciones a todas las escalas. Uno de los objetivos de esta tesis es mostrar si la teoría puede explicar la curva de rotación de la Vía Láctea sin recurrir a la materia oscura. Para ello se utilizan dos compilaciones diferentes de trazadores de la curva de rotación y una gran variedad de morfologías bariónicas para modelar la galaxia. También se tienen en consideración diferentes valores de los parámetros de la teoría que surgen al trabajar en el límite de campo débil. Por otro lado, se busca mostrar si la teoría puede explicar ciertas observaciones cosmológicas sin la necesidad de introducir ninguna de las componentes oscuras. En particular se utilizan la distancia de luminosidad de supernovas tipo Ia de la compilación Pantheon y los valores de $H(z)$ obtenidos con el método de los cronómetros cósmicos por diversos autores.

1.2.2. ¿Teorías de gravedad modificada o energía oscura?

Como se mencionó anteriormente, en el campo de la cosmología se separan los diferentes escenarios de aceleración en dos categorías: energía oscura y gravedad modificada. Esencialmente los modelos de energía oscura modifican el contenido de energía del Universo agregando una componente con ecuación de estado con presión negativa. Es decir, modifican el lado derecho de las ecuaciones de campo de Einstein. La categoría gravedad modificada corresponde a modificar el lado izquierdo de las ecuaciones, es decir, introducir modificaciones en la acción de Einstein-Hilbert. El problema con esta categorización está en que hay modelos ambiguos que podrían pertenecer a ambas categorías y se tiene un continuo de modelos entre aquellos que se pueden considerar pura energía oscura o pura gravedad modificada. Joyce et al. (2016)

postulan una distinción más objetiva entre las dos categorías. Esta se basa en cómo es el movimiento de los cuerpos en la teoría. Para ello hay que utilizar el Principio de Equivalencia Fuerte (SEP) que extiende la universalidad de la caída libre pidiendo que sea completamente independiente de la composición del cuerpo incluyendo la energía de cohesión gravitacional de forma tal que los centros de masa de objetos compactos como los agujeros negros sigan las geodésicas de la teoría (Will, 1993). A partir de esta idea, las teorías que obedecen el SEP se categorizan como energía oscura mientras que las que no se consideran gravedad modificada. De esta forma se diferencian los modelos donde la fuerza entre dos cuerpos es solo la de RG (y otras fuerzas del modelo estandar) de aquellos donde los cuerpos pueden poseer cargas adicionales como la del campo escalar causando que experimenten una fuerza adicional. Esta distinción tiene su motivación teórica en que la RG es la única teoría métrica que obedece el SEP aunque este hecho no ha sido demostrado (Will, 1993, 2014). Como ejemplo para esta distinción se puede pensar en una teoría escalar-tensorial: la fuerza mediada por el campo escalar ϕ no afecta a todos los cuerpos de forma universal; debido al teorema del no-pelo (Bekenstein, 1995) un agujero negro no puede tener carga escalar y por lo tanto no percibe la fuerza debida a ϕ mientras que cualquier objeto más difuso (como una estrella o planeta) si lo hará. Esto constituye una clara violación al SEP y la categorización de las teorías escalares-tensoriales como gravedad modificada⁵. Si bien esta distinción es teóricamente limpia, en la práctica no es muy útil y se recurre a una distinción más pragmática: se llama gravedad modificada a cualquier teoría que involucre una *quinta fuerza*.

Teorías $f(R)$

En estas teorías el escalar de Ricci en la acción de Einstein-Hilbert es reemplazado por una función arbitraria de dicho escalar. Modelos involucrando escalares de curvatura a un orden mayor han generado interés desde el punto de vista teórico desde las investigaciones de Stelle (Stelle, 1977, 1978). En el contexto de la inflación, Starobinsky consideró un lagrangiano cuadrático en R que era capaz de producir aceleración cósmica en el Universo temprano (Starobinsky, 1980). Esta idea fue adaptada por varios autores para explicar la aceleración cósmica actual sin invocar un campo escalar (Capozziello et al., 2003; Capozziello & Fang, 2002; Carroll et al., 2004). Las teorías $f(R)$ pueden producir de forma natural una expansión acelerada del Universo al generar una constante cosmológica efectiva. Debido a esta deseable característica, a lo largo de todos estos años se han realizado numerosas investigaciones en este tipo de modelos.

En RG el único campo dinámico es la métrica y su forma está completamente caracterizada por la distribución de materia a través de las ecuaciones de Einstein. A su vez, el escalar de curvatura también se encuentra completamente determinado por la distribución de materia a través de una ecuación algebraica. En las teorías $f(R)$ métricas la idea es básicamente que ahora el escalar de curvatura es una entidad dinámica que está determinada por una ecuación diferencial y además juega un rol fundamental en la determinación de la métrica misma. Estas teorías se ven caracterizadas por el hecho de que sus ecuaciones de campo son de cuarto orden y por lo tanto admiten una mayor variedad de soluciones que la RG. En cambio, cuando las teorías $f(R)$ son tratadas en el formalismo de Palatini donde la métrica y las conexiones son completamente independientes, las ecuaciones de campo son del mismo orden que en RG (para una reseña del formalismo de Palatini ver Olmo (2011)). En esta tesis se trabaja sólo con teorías $f(R)$ métricas.

⁵Ejemplos de teorías escalares-tensoriales incluyen a: el campo camaleón (Khouri & Weltman, 2004), el dilatón (Damour & Polyakov, 1994), *symmetron* (Hinterbichler et al., 2011) y las teorías *beyond Horndeski* (Gleyzes et al., 2015).

La modificación en la acción también puede interpretarse en el llamado marco de Einstein como un nuevo grado de libertad escalar. La función $f(R)$ debe satisfacer condiciones teóricas (DeFelice et al., 2006; Dolgov & Kawasaki, 2003; Sawicki & Hu, 2007; Soussa & Woodard, 2004), cosmológicas (Amarzguioui et al., 2006; Amendola et al., 2007a,b) y del Sistema Solar (Chiba et al., 2007; Erickcek et al., 2006; Flanagan, 2004; Jin et al., 2006; Multamäki & Vilja, 2006; Olmo, 2005). Los primeros modelos que se han propuesto fueron descartados, en especial por las restricciones impuestas por las observaciones locales. Sin embargo, estudios posteriores mostraron que las teorías $f(R)$ pueden evadir los límites estrictos dados por los experimentos del Sistema Solar en el caso en el que puedan ser reformuladas como una teoría escalar-tensorial con un mecanismo camaleón (Brax et al., 2008; Capozziello & Tsujikawa, 2008; Faulkner et al., 2007; Hu & Sawicki, 2007a; Navarro & Van Acoleyen, 2007; Starobinsky, 2007; Tsujikawa, 2008). Este mecanismo sería el responsable de apantallar los efectos del grado de libertad adicional de la teoría en las escalas locales ya que en su formulación, el campo escalar se comporta diferente en cada ambiente, dependiendo de la densidad. Esta característica hace posible que haya desviaciones significativas de GR en escalas cosmológicas mientras que las desviaciones en el Sistema Solar y en el Universo temprano sean indetectables por las observaciones actuales.

La cosmología de varios modelos ha sido estudiada por diversos autores (Allemandi et al., 2004; Capozziello & Francaviglia, 2008; Capozziello et al., 2006; Carloni et al., 2005; de La Cruz-Dombriz & Dobado, 2006; Motohashi et al., 2011, 2013; Nojiri & Odintsov, 2006; Vollick, 2003), como así también el comportamiento de las perturbaciones y la estructura a gran escala (Carloni et al., 2008; Hu & Sawicki, 2007b; Koivisto, 2006b; Koyama et al., 2009; Li et al., 2012; Li & Hu, 2011; Pogosian & Silvestri, 2008; Song et al., 2007a,b; Zhang, 2006). A su vez se ha considerado la posibilidad de que las teorías $f(R)$ puedan explicar la inflación cósmica y la aceleración actual de forma unificada (Bamba et al., 2008; Cognola et al., 2008a; Nojiri & Odintsov, 2003, 2004, 2007, 2008a,b,c,d).

Uno de los objetivos de esta tesis es entender si, trabajando en el marco de Jordan, las teorías $f(R)$ presentan un apantallamiento en la escala del Sistema Solar que les permita pasar los test locales. Para analizar las pequeñas desviaciones de RG en el Sistema Solar, es útil emplear el marco de parametrización post-newtoniano. Este permite escribir a cualquier teoría métrica como una desviación de un fondo de Minkowski y usar mediciones locales para ponerle límites a los coeficientes que aparecen. En particular, se realizará el cálculo del coeficiente γ que se relaciona con los efectos de Shapiro y de deflexión de la luz y que cuenta con límites experimentales estrictos.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. Teoría Modified Gravity (MOG)

Presentada como una alternativa a los modelos de materia oscura, la teoría Modified Gravity (MOG) es una modificación covariante de la Relatividad General. Representa una gravedad escalar-tensorial-vectorial ya que introduce dos campos escalares μ y ω y un campo vectorial masivo ϕ_μ . También se considera a la constante de gravitación G como un campo escalar. El objetivo de esta teoría es explicar la dinámica de los sistemas astronómicos en todas las escalas utilizando solo materia bariónica sin recurrir a la materia oscura y la energía oscura.

2.1.1. Ecuaciones de campo de la teoría

La forma general de la acción de la teoría MOG (Moffat & Toth, 2009) está compuesta por la suma de la acción de Einstein considerando a G como un campo escalar

$$S_G = -\frac{1}{16\pi} \int \frac{1}{G} (R + 2\Lambda) \sqrt{-g} d^4x, \quad (2.1)$$

la acción del campo vectorial masivo ϕ_μ

$$S_\phi = -\frac{1}{4\pi} \int \omega \left[\frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \mu^2 \phi_\mu \phi^\mu + V_\phi(\phi_\mu \phi^\mu) \right] \sqrt{-g} d^4x, \quad (2.2)$$

y la acción para los campos escalares G , μ y ω

$$S_s = - \int \frac{1}{G} \left[\frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \left(\frac{\nabla_\alpha G \nabla_\beta G}{G^2} + \frac{\nabla_\alpha \mu \nabla_\beta \mu}{\mu^2} - \nabla_\alpha \omega \nabla_\beta \omega \right) + \frac{V_G(G)}{G^2} + \frac{V_\mu(\mu)}{\mu^2} + V_\omega(\omega) \right] \sqrt{-g} d^4x; \quad (2.3)$$

sumada a la acción de los campos de materia S_M . La signatura utilizada para la métrica es $(+, -, -, -)$, ∇_ν es la derivada covariante respecto de la métrica $g_{\mu\nu}$ y el tensor de Faraday del campo vectorial está definido por $B_{\mu\nu} = \partial_\mu \phi_\nu - \partial_\nu \phi_\mu$. G es el campo escalar que representa el acoplamiento gravitatorio mientras que μ y ω representan los campos escalares que se corresponden con la masa y el acoplamiento del campo vectorial respectivamente. $V_\phi(\phi_\mu \phi^\mu)$, $V_G(G)$, $V_\mu(\mu)$ y $V_\omega(\omega)$ son los auto-potenciales de los respectivos campos.

De acuerdo con Moffat (2006) al variar la acción $S = S_G + S_\phi + S_s + S_M$ respecto a la métrica $g_{\mu\nu}$ se obtienen las ecuaciones de campo análogas a las ecuaciones de Einstein

$$G_{\mu\nu} - g_{\mu\nu} \Lambda + Q_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}, \quad (2.4)$$

2. Marco teórico

donde $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$ es el tensor de Einstein, y el tensor $Q_{\mu\nu}$

$$Q_{\mu\nu} = G(\nabla^\alpha \nabla_\alpha \Theta g_{\mu\nu} - \nabla_\mu \nabla_\nu \Theta), \quad (2.5)$$

con $\Theta(x) = 1/G(x)$. El tensor de energía - impulso $T_{\mu\nu}$ está compuesto por tres componentes $T_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^M + T_{\mu\nu}^\phi + T_{\mu\nu}^S$ tales que $T_{\mu\nu}^M$ es el tensor de energía-impulso de la materia, $T_{\mu\nu}^\phi$ el correspondiente al campo vectorial, y $T_{\mu\nu}^S$ el asociado a los campos escalares

$$T_{\mu\nu}^M = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_M}{\delta g^{\mu\nu}}, \quad T_{\mu\nu}^\phi = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_\phi}{\delta g^{\mu\nu}}, \quad T_{\mu\nu}^S = -\frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_S}{\delta g^{\mu\nu}}. \quad (2.6)$$

Para obtener la ecuación de movimiento del campo vectorial ϕ_μ se varía la acción respecto de dicho campo

$$\nabla_\nu B^{\mu\nu} + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi_\mu} = \frac{1}{\omega} J^\mu, \quad (2.7)$$

donde se define a la corriente de materia como

$$J^\mu = -\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S_M}{\delta \phi_\mu}, \quad (2.8)$$

y $V(\phi) = -\frac{1}{2}\mu^2 \phi^\mu \phi_\mu$.

Por otro lado, al variar la acción total respecto al campo escalar G se obtiene la ecuación

$$\nabla_\alpha \nabla^\alpha G + V'(G) + N = \frac{1}{2}G^2 \left(T + \frac{\Lambda}{4\pi G} \right), \quad (2.9)$$

con

$$N = \frac{3}{G} \left(\frac{1}{2} \nabla_\alpha G \nabla^\alpha G - V(G) \right) - 3\Theta \nabla_\alpha G \nabla^\alpha G + \frac{G}{2} \left(\frac{\nabla_\alpha \mu \nabla^\alpha \mu}{\mu^2} - \nabla_\alpha \omega \nabla^\alpha \omega \right) \quad (2.10)$$

$$+ G \left(\frac{V_\mu(\mu)}{\mu^2} + V_\omega(\omega) \right) + \frac{3G^2}{16\pi} \nabla_\alpha \nabla^\alpha \Theta, \quad (2.11)$$

y $T = g^{\mu\nu} T_{\mu\nu}$. Análogamente, el campo escalar μ cumple la ecuación

$$\nabla_\alpha \nabla^\alpha \mu + V'(\mu) + P = 0, \quad (2.12)$$

con

$$P = - \left[\Theta \nabla^\alpha G \nabla_\alpha \mu + \frac{2}{\mu} \nabla^\alpha \mu \nabla_\alpha \mu + \omega \mu^2 G \frac{\partial V(\phi)}{\partial \mu} \right]. \quad (2.13)$$

El campo escalar ω satisface la ecuación

$$\nabla_\alpha \nabla^\alpha \omega + V'(\omega) + F = 0, \quad (2.14)$$

donde

$$F = -\Theta \nabla_\alpha G \nabla^\alpha \omega + G \left(\frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} + V(\phi) \right). \quad (2.15)$$

Por último, la acción para una partícula de prueba de masa m está dada por

$$S = -m \int d\tau - \lambda \int d\tau \omega \phi_\mu \frac{dx^\mu}{d\tau}, \quad (2.16)$$

donde τ es el tiempo propio sobre la línea de mundo de la partícula, m la masa de la partícula de prueba y λ es una constante de acoplamiento. Variando esta acción respecto a las coordenadas, resulta la ecuación de movimiento para una partícula de prueba

$$m \left(\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} \right) = f^\mu, \quad (2.17)$$

con

$$f^\mu = \lambda \omega B^\mu{}_\nu \frac{dx^\nu}{d\tau}. \quad (2.18)$$

f^μ representa la nueva componente repulsiva de la interacción gravitatoria y por lo tanto, donde esta fuerza sea significativa la trayectoria de las partículas estará desviada respecto de las geodésicas. Para estar en acuerdo con el Principio de Equivalencia Débil, la constante de acoplamiento λ debe ser proporcional a la masa m de la partícula. De esta forma, la ecuación de movimiento será independiente de la masa de la partícula.

2.1.2. Ecuaciones de Friedmann modificadas

Para describir un Universo isótropo y homogéneo se adopta una métrica de fondo de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW)

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right], \quad (2.19)$$

donde $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2$ y $k = 0, -1, +1$ para un Universo espacialmente plano, abierto o cerrado, respectivamente. Dada la simetría del espacio tiempo FLRW se debe considerar $\phi_i = 0$ para $i = 1, 2, 3$ y $B_{\mu\nu} = 0$.

Se obtienen entonces las ecuaciones de Friedmann para la teoría MOG (Moffat & Toth, 2010)

$$\begin{aligned} H^2 + \frac{k}{a^2} &= \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{4\pi}{3} \left(\frac{\dot{G}^2}{G^2} + \frac{\dot{\mu}^2}{\mu^2} - \dot{\omega}^2 - G\omega\mu^2\phi_0^2 \right) \\ &+ \frac{8\pi}{3} \left(\omega G V_\phi + \frac{V_G}{G^2} + \frac{V_\mu}{\mu^2} + V_\omega \right) + \frac{\Lambda}{3} + H \frac{\dot{G}}{G}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{a}}{a} &= -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{8\pi}{3} \left(\frac{\dot{G}^2}{G^2} + \frac{\dot{\mu}^2}{\mu^2} - \dot{\omega}^2 - G\omega\mu^2\phi_0^2 \right) \\ &+ \frac{8\pi}{3} \left(\omega G V_\phi + \frac{V_G}{G^2} + \frac{V_\mu}{\mu^2} + V_\omega \right) + \frac{\Lambda}{3} + H \frac{\dot{G}}{2G} + \frac{\ddot{G}}{2G} - \frac{\dot{G}^2}{G^2}, \end{aligned} \quad (2.21)$$

donde ϕ_0 representa la componente temporal del campo vectorial, $H = \dot{a}/a$ y el punto denota la derivada respecto del tiempo t . Estas ecuaciones se complementan con las correspondientes a los campos escalares

$$\begin{aligned} \ddot{G} + 3H\dot{G} - \frac{3}{2}\frac{\dot{G}^2}{G} + \frac{G}{2} \left(\frac{\dot{\mu}^2}{\mu^2} - \dot{\omega}^2 \right) - \frac{3}{G}V_G - V'_G \\ + G \left[\frac{V_\mu}{\mu^2} + V_\omega \right] + \frac{G}{8\pi}\Lambda - \frac{3G}{8\pi} \left(\frac{\ddot{a}}{a} + H^2 \right) = 0, \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\ddot{\mu} + 3H\dot{\mu} - \frac{\dot{\mu}^2}{\mu} - \frac{\dot{G}}{G}\dot{\mu} + G\omega\mu^3\phi_0^2 + \frac{2}{\mu}V_\mu - V'_\mu = 0, \quad (2.23)$$

$$\ddot{\omega} + 3H\dot{\omega} - \frac{\dot{G}}{G}\dot{\omega} - \frac{1}{2}G\mu^2\phi_0^2 + GV_\phi + V'_\omega = 0, \quad (2.24)$$

con $V'_i = dV_i/dr$. En el miembro derecho de las ecuaciones de Friedmann, además de los términos que describen a la materia y energía ordinaria, se encuentran términos adicionales

que pueden ser representados por diferentes ecuaciones de estado. Entonces, las ecuaciones 2.20 y 2.21 pueden ser reescritas como

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} [\rho + \rho_k + \rho_V + \rho_\Lambda + \rho_G], \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{a}}{a} = & -\frac{4\pi G}{3} [\rho(1+3w) + \rho_k(1+3w_k) + \rho_V(1+3w_V) \\ & + \rho_\Lambda(1+3w_\Lambda) + \rho_G(1+3w_G)] + \frac{\ddot{G}}{2G} - \frac{\dot{G}^2}{G^2}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

donde

$$\rho_k = -\frac{1}{2G} \left(\frac{\dot{G}^2}{G^2} + \frac{\dot{\mu}^2}{\mu^2} - \dot{\omega} - G\omega\mu^2\phi_0^2 \right), \quad (2.27)$$

$$\rho_V = \frac{1}{G} \left(\omega G V_\phi + \frac{V_G}{G^2} + \frac{V_\mu}{\mu^2} + V_\omega \right), \quad (2.28)$$

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G}, \quad (2.29)$$

$$\rho_G = \frac{3H\dot{G}}{8\pi G^2}. \quad (2.30)$$

Las ecuaciones de estado asociadas a cada uno de estos términos son

$$w_k = 1, \quad (2.31)$$

$$w_V = -1, \quad (2.32)$$

$$w_\Lambda = -1, \quad (2.33)$$

$$w_G = -\frac{2}{3}. \quad (2.34)$$

Debido a que la ecuación de estado asociada al término de los auto-potenciales es igual a la asociada a la constante cosmológica Λ , éstos términos podrían ser el equivalente al término dado por Λ en el modelo cosmológico estándar aún eligiendo $\Lambda = 0$.

Para estimar las predicciones de esta teoría a escalas cosmológicas se requiere integrar numéricamente las Ecs. 2.20-2.24. En la Sec. 4.1 se muestran los resultados de este proceso y la comparación con las observaciones provenientes de las supernovas tipo Ia y los cronómetros cósmicos.

2.1.3. Aproximación de campo débil

La ventaja de la aproximación de campo débil, en contraste con la solución para partícula puntual con simetría esférica, es que se puede utilizar para describir objetos extendidos como las galaxias. En particular, en la Sec. 4.2 se utiliza esta aproximación para calcular las predicciones de la teoría sobre la curva de rotación de la Vía Láctea. La forma natural de estudiar el comportamiento de una teoría de gravedad a escalas astrofísicas es derivar la aproximación de campo débil para la dinámica de los campos.

La aproximación de campo débil de la teoría se obtiene perturbando la métrica y los campos alrededor del espacio-tiempo de Minkowski. De esta manera, se genera un potencial gravitatorio efectivo que combina una fuerza atractiva de tipo newtoniana con una constante gravitacional mayor a G_N junto con una fuerza tipo Yukawa repulsiva con una escala μ^{-1} asociada con el campo vectorial masivo.

A continuación se presenta dicha aproximación para una distribución de materia no relativista. Para ello, se desarrollan los campos perturbativamente alrededor de la métrica de Minkowski $\eta_{\mu\nu}$ ¹. Siguiendo a Moffat & Rahvar (2013)

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}. \quad (2.35)$$

Para el campo vectorial se propone

$$\phi_\mu = \phi_{\mu(0)} + \phi_{\mu(1)}, \quad (2.36)$$

donde $\phi_{\mu(0)}$ y $\phi_{\mu(1)}$ son las perturbaciones a orden cero y uno respectivamente. En Minkowski se considera $\phi_{\mu(0)} = 0$ dado que ausencia de materia no hay una fuente de gravedad para el campo vectorial ϕ_μ . A fin de simplificar la notación, a partir de este momento $\phi_\mu = \phi_{\mu(1)}$. Para el campo escalar G se tiene que

$$G = G_{(0)} + G_{(1)}, \quad (2.37)$$

y $G_{(0)} = G_0$ es una constante en Minkowski. De forma análoga, para el campo escalar μ

$$\mu = \mu_{(0)} + \mu_{(1)}, \quad (2.38)$$

donde $\mu_{(0)}$ es una constante que por simplicidad se llamará μ debido a que $\mu_{(1)}$ se considera despreciable. Por lo tanto, en la aproximación de campo débil el campo escalar μ es considerado una constante que representa la masa del campo vectorial². Por último se realiza un desarrollo perturbativo del tensor de energía-momento alrededor del fondo de Minkowski

$$T_{\mu\nu} = T_{\mu\nu(0)} + T_{\mu\nu(1)}. \quad (2.39)$$

Se varía la acción con respecto a tres campos $g_{\mu\nu}$, G y ϕ_μ considerando las perturbaciones alrededor del fondo plano. Al variar la acción con respecto a G se obtiene que

$$\square G_{(1)} = -\frac{G_0}{16\pi} R_{(1)}, \quad (2.40)$$

con $R_{(1)}$ la perturbación de primer orden del escalar de Ricci. Variando la acción con respecto a la métrica y despreciando perturbaciones a segundo orden se obtiene que

$$R_{\mu\nu(1)} - \frac{1}{2}R_{(1)}\eta_{\mu\nu} = -8\pi G_0 T_{\mu\nu(1)}^M - 8\pi G_0 T_{\mu\nu(1)}^\phi, \quad (2.41)$$

donde $T_{\mu\nu(1)}^M$ representa el tensor de energía-impulso de la materia y $T_{\mu\nu(1)}^M$ el tensor de energía-impulso del campo vectorial dado por

$$T_{\mu\nu}^\phi = \frac{\omega}{4\pi} \left(B_\mu^\alpha B_{\nu\alpha} - \frac{1}{4}g_{\mu\nu} B^{\alpha\beta} B_{\alpha\beta} \right) - \frac{\mu^2\omega}{4\pi} \left(\phi_\mu\phi_\nu - \frac{1}{2}\phi_\alpha\phi^\alpha g_{\mu\nu} \right). \quad (2.42)$$

Despreciando este último frente al de la materia y tomando la traza de la Ec. 2.41 resulta

$$R_{(1)} = 8\pi G_0 T_{(1)}^M, \quad (2.43)$$

donde $T_{(1)}^M = \rho$ al considerar solo polvo. Sustituyendo esto en la Ec. 2.40, para el caso estático se obtiene

$$\nabla^2 \left(\frac{G_{(1)}}{G_0} \right) = \frac{1}{2}G_0\rho. \quad (2.44)$$

¹Por simplicidad se consideran todos los auto-potenciales nulos dentro de la aproximación de campo débil.

²De forma análoga, el campo escalar ω es considerado como una constante de acoplamiento.

2. Marco teórico

De la solución de esta ecuación, se sabe que $G_{(1)}/G_0$ es del orden del potencial gravitacional $\sim (v/c)^2$ donde v es la velocidad del sistema. Es por esto que para sistemas como galaxias o cúmulos de galaxias, la variación de G con respecto a G_0 es muy pequeña y puede ser despreciada.

Además, combinando las Ecs. 2.41-2.43, para la componente (0,0)

$$R_{00(1)} = -4\pi G_0 \rho; \quad (2.45)$$

y por lo tanto

$$\frac{1}{2}\nabla^2 h_{00} = -4\pi G_0 \rho. \quad (2.46)$$

La ecuación de movimiento para el campo vectorial ϕ^ν está dada por la Ec. 2.7 donde J^ν es el vector corriente de materia que se asume que se conserva ($\nabla_\nu J^\nu = 0$) permitiendo imponer la condición de gauge $\phi^\nu_{,\nu} = 0$. Para el caso estático se obtiene como solución

$$\phi^0(x) = \frac{1}{\omega} \int \frac{e^{-\mu|x-x'|}}{|x-x'|} J^0(x') d^3 x'. \quad (2.47)$$

Por otro lado, al tomar la divergencia de la componente espacial

$$\nabla \vec{a} - \frac{1}{2}\nabla^2 h_{00} = -\omega \kappa \nabla^2 \phi^0, \quad (2.48)$$

donde \vec{a} representa la aceleración de la partícula. Reemplazando la Ec. 2.46 en esta última ecuación, quedan relacionadas la aceleración de una partícula de prueba con la distribución de la materia. Definiendo el potencial efectivo como $\vec{a} = -\nabla \Phi_{\text{eff}}$,

$$\nabla(\nabla \Phi_{\text{eff}} - \kappa \omega G_0 \rho) = 4\pi G_0 \rho. \quad (2.49)$$

Estableciendo Φ_N como la solución a la ec. de Poisson

$$\Phi_N = \Phi_{\text{eff}} - \kappa \omega \phi^0, \quad (2.50)$$

reemplazando la Ec. 2.47 y $J^0 = \kappa \omega \rho$, es posible despejar el potencial efectivo de la teoría

$$\Phi_{\text{eff}}(x) = - \int \frac{G_0 \rho(x')}{|x-x'|} d^3 x' + \kappa^2 \int \frac{e^{-\mu|x-x'|}}{|x-x'|} \rho(x') d^3 x'. \quad (2.51)$$

Luego, considerando la solución para un partícula puntual se llega a que

$$G_0 - \kappa^2 = G_N, \quad (2.52)$$

donde G_0 se corresponde con la constante de gravitación efectiva en el infinito. Finalmente, definiendo $\alpha = (G_0 - G_N)/G_N$ se obtiene

$$\Phi_{\text{eff}}(x) = -G_N \int \frac{\rho(x')}{|x-x'|} \left(1 + \alpha - \alpha e^{-\mu|x-x'|}\right) d^3 x'. \quad (2.53)$$

y consecuentemente

$$\vec{a}(x) = -G_N \int \frac{\rho(x')(x-x')}{|x-x'|^3} \left[1 + \alpha - \alpha e^{-\mu|x-x'|}(1 + \mu|x-x'|)\right] d^3 x'. \quad (2.54)$$

Para escalas menores que μ^{-1} cuando el exponente de Yukawa es de orden uno, la fuerza repulsiva se cancela con el 'exceso' de fuerza atractiva y se recupera la gravedad newtoniana. Por el contrario, a escalas mayores la fuerza de Yukawa se vuelve débil y se obtiene un potencial newtoniano con una constante de gravitación mayor. En la aproximación de campo débil, α y μ son tratados como parámetros constantes que controlan la intensidad y el rango de acción de la 'quinta fuerza' respectivamente.

Los parámetros α y μ

A partir de la ecuación de movimiento 2.17 para una partícula de prueba considerando $\lambda = \kappa\alpha m$ y utilizando una métrica de Schwarzschild esféricamente simétrica, bajo la aproximación de velocidades no relativistas ($ds \simeq dt$) se encuentra que

$$\ddot{r} - \frac{J_N^2}{r^3} + \frac{GM}{r^2} = \alpha\kappa\omega\phi'_0, \quad (2.55)$$

con J_N el momento angular newtoniano por unidad de masa. El segundo término del lado izquierdo de la ecuación puede despreciarse para r grandes. La componente temporal ϕ_0 del campo vectorial se reemplaza por un potencial tipo Yukawa

$$\phi_0 = -M\kappa \frac{e^{-\mu r}}{r}, \quad (2.56)$$

que es solución de las ecuaciones de campo para una métrica esféricamente simétrica (para mayor detalle ver Moffat & Toth (2009)) y se encuentra que

$$\ddot{r} = -\frac{GM}{r^2} \left[1 - \frac{\alpha\kappa^2\omega}{G}(1\mu r)e^{-\mu r} \right]. \quad (2.57)$$

Para que haya compatibilidad con la ecuación de movimiento newtoniana, se requiere que cuando $r \ll \mu^{-1}$ se obtenga $\ddot{r} \simeq -G_N M/r^2$, con lo cual

$$G \left(1 - \frac{\alpha\kappa^2\omega}{G} \right) = G_N. \quad (2.58)$$

Si se elige α de forma tal que $G = (1 + \alpha)G_N$ se obtiene que $\kappa = \sqrt{G_N/\omega}$. Reemplazando esto en los parámetros de la métrica esféricamente simétrica y reescribiendo las ecuaciones de campo se tiene que

$$\alpha = \frac{M}{(\sqrt{M} + E)^2} \left(\frac{G_\infty}{G_N} - 1 \right), \quad \mu = \frac{D}{\sqrt{M}}, \quad (2.59)$$

donde α adimensional y μ en unidades de kpc^{-1} . $G_\infty \simeq 20 G_N$ representa la constante gravitacional efectiva en el infinito mientras que las constantes $D = 6.25M_\odot^{1/2} \text{pc}^{-1}$ y $E = 25000M_\odot^{1/2}$ son calculadas fenomenológicamente utilizando observaciones de curvas de rotación de galaxias espirales (Moffat & Toth, 2009). Si bien estas expresiones son derivadas bajo simetría esférica y para fuentes centrales, pueden ser consideradas como una primera estimación para el valor de los parámetros en fuentes extendidas que no presenten dicha simetría.

2.2. Teorías $f(R)$

Las teorías $f(R)$ sobreviven como uno de los mecanismos más populares y viables para explicar la aceleración actual del Universo. La propuesta consiste en reemplazar al escalar de Ricci R en la acción de RG por una función del mismo. A priori no hay ninguna razón para elegir una forma particular para la función y se han propuesto muchas a lo largo de los años. En esta tesis se trabaja con aquellas que han logrado pasar las restricciones observacionales impuestas a diferentes escalas.

2.2.1. Ecuaciones de campo de la teoría en el marco de Jordan

Las teorías $f(R)$ son descriptas por una acción de la forma

$$S[g_{ab}, \psi] = \frac{1}{2\kappa} \int f(R) \sqrt{-g} d^4x + S_{\text{matt}}[g_{ab}, \psi], \quad (2.60)$$

donde el escalar de Ricci R es reemplazado por una función $f(R)$; siendo $\kappa \equiv 8\pi G_N$ ($c = 1$) y ψ representa a los campos de materia. El escalar de Ricci se define como $R = g^{ab}R_{ab}$ donde el tensor de Ricci R_{ab} está dado por

$$R_{ab} = R_{acb}^c = \partial_d \Gamma_{ab}^d - \partial_a \Gamma_{db}^d + \Gamma_{ab}^d \Gamma_{ed}^e - \Gamma_{be}^d \Gamma_{ad}^e, \quad (2.61)$$

en el caso del formalismo métrico (que es el considerado en esta tesis)³ las conexiones Γ_{ad}^e son las conexiones métricas usuales definidas en términos del tensor métrico g_{ab} .

Al variar la acción respecto de la métrica se obtienen las ecuaciones de campo

$$f_R R_{ab} - \frac{1}{2} f g_{ab} - (\nabla_a \nabla_b - g_{ab} \square) f_R = \kappa T_{ab}, \quad (2.62)$$

donde $f_R = \partial_R f$, $\square = g^{ab} \nabla_a \nabla_b$ es el operador d'Alambertiano y T_{ab} es el tensor de energía-impulso de la materia. A partir de esta ecuación puede mostrarse que el tensor de energía-impulso se conserva: $\nabla^a T_{ab} = 0$ (Cañate et al., 2016; Koivisto, 2006a).

Al tomar la traza de la Ec. 2.62 se obtiene

$$\square R = \frac{1}{3f_{RR}} \left[\kappa T - 3f_{RRR}(\nabla R)^2 + 2f - Rf_R \right], \quad (2.63)$$

siendo $T := T^a_a$. Utilizando las Ecs. 2.63 en 2.62 se encuentra (Jaime et al., 2011)

$$G_{ab} = \frac{1}{f_R} \left[f_{RR} \nabla_a \nabla_b R + f_{RRR} (\nabla_a R) (\nabla_b R) - \frac{g_{ab}}{6} (Rf_R + f + 2\kappa T) + \kappa T_{ab} \right], \quad (2.64)$$

con $G_{ab} = R_{ab} - g_{ab}R/2$ es el tensor de Einstein y $(\nabla R)^2 := g^{ab}(\nabla_a R)(\nabla_b R)$.

Una de las características más remarcables de las teorías $f(R)$ es que pueden producir de forma natural una expansión acelerada del Universo al generar una constante cosmológica efectiva sin necesidad de introducirla explícitamente. La Ec. 2.63 admite $R = R_0 = \text{const}$ como solución particular cuando se considera vacío $T \equiv 0$. Es decir, R_0 es una raíz algebraica de la función

$$d\mathcal{V}/dR := (2f - Rf_R)/(3f_{RR}). \quad (2.65)$$

Excepto por los casos excepcionales donde tanto el numerador como el denominador se anulan (por ejemplo en el modelo $f(R) = R^n$ (Jaime et al., 2013)), en general, si $f_{RR}(R_0) \neq 0$, R_0 es la raíz de

$$dV/dR := (2f - Rf_R)/3. \quad (2.66)$$

Es útil considerar como potencial a $V(R) = -Rf(R)/3 + \int^R f(x)dx$ con el objetivo de encontrar los puntos críticos del mismo y así hallar las raíces de la ecuación. Las tres posibilidades para R_0 son que sea positivo, negativo o cero, que respectivamente se asocian a Universos de Sitter, anti de Sitter o Ricci plano y que dan lugar a una constante cosmológica efectiva

³Las teorías $f(R)$ pueden desarrollarse también en el formalismo de Palatini. En este caso, se varía la acción respecto de la métrica y de la conexión que son tratadas de forma independiente.

$\Lambda_{\text{eff}} = R_0/4$. Esto se debe a que, en el vacío y con $R = R_0 = \text{const}$, las ecuaciones de campo de la teoría $f(R)$ se reducen a las de Einstein con dicha constante cosmológica efectiva: $G_{ab} = g_{ab} \frac{R_0}{4}$ (Cañate et al., 2016; Capozziello et al., 2008; Habib Mazharimousavi et al., 2012; Larrañaga, 2012; Moon et al., 2011; Sheykhi, 2012). Por lo tanto, las teorías $f(R)$ producen naturalmente, y a tiempos tardíos, la solución de atractor necesaria, $R \rightarrow R_0$, para obtener una expansión acelerada del Universo. La ubicación exacta de los puntos críticos depende de la forma de la función $f(R)$ y del valor específico de los parámetros involucrados.

2.2.2. La parametrización post-newtoniana

Para que un modelo de $f(R)$ sea viable, además de generar una expansión acelerada del Universo no debe violar los límites observacionales locales. El advenimiento de teorías alternativas de la Relatividad General y la proliferación de diversos experimentos diseñados para probar dichas teorías en el contexto del Sistema Solar hicieron necesario el desarrollo de un nuevo marco teórico: la parametrización post-newtoniana. El estudio de esta formulación se remonta a Eddington en 1922 pero fue completamente desarrollado por Nordtvedt y Will entre los años 1968 y 1972. Se basa en la idea de que todas las teorías de gravedad métricas en el régimen de campo débil predicen una métrica espacio temporal con una estructura similar: una expansión de la métrica de Minkowski con diez parámetros cuyo valor cambia de acuerdo a la teoría. En esta tesis solo nos ocuparemos del parámetro γ que representa la cantidad de curvatura espacial producida por una unidad de masa en reposo. Para un desarrollo completo de la parametrización post-newtoniana referirse a Will (1993).

La aproximación post-newtoniana puede entenderse como un método para obtener el movimiento del sistema con una corrección a primer orden en GM/r . En el formalismo PPN la métrica fuera de un cuerpo con simetría esférica se expresa como

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 + \left(1 + \gamma \frac{2GM}{r}\right) dr^2 + r^2 d\Omega^2. \quad (2.67)$$

Por lo tanto, si en la aproximación de campo débil se tiene una métrica esféricamente simétrica dada por

$$ds^2 = -[1 - 2A(r)]dt^2 + [1 + 2B(r)]dr^2 + r^2 d\Omega^2, \quad (2.68)$$

entonces el parámetro post-newtoniano γ es⁴

$$\gamma(r) = \frac{B(r)}{A(r)}. \quad (2.69)$$

En particular, hay dos efectos en el Sistema Solar que pueden ser expresados en términos de γ (Will, 2014)

- Deflexión de la luz:

Un pulso de luz va a ser deflectado por el Sol al pasar cerca de este. Dada d la distancia más cercana entre el pulso de luz y el centro del Sol, el ángulo de deflexión está dado por

$$\delta\theta = \frac{1 + \gamma}{2} \frac{4M_{\odot}}{d} (1 + \cos \Phi), \quad (2.70)$$

donde M_{\odot} es la masa del Sol y Φ el ángulo de elongación solar (ver Fig. 2.1). Existe una expresión más útil que da la variación en la separación angular entre dos fuentes, la que

⁴ γ es llamado parámetro debido a que en Relatividad General es equivalente a 1, sin embargo, en este caso γ es una función que depende de la coordenada r .

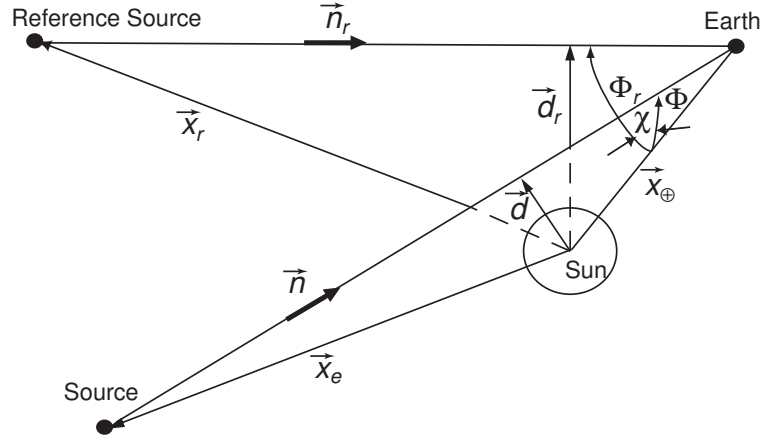


Figura 2.1. Geometría del efecto de deflexión de la luz al considerar el sistema Fuente (Source), Fuente de referencia (Reference Source), Sol (Sun) y Tierra (Earth). Crédito Will (2014).

se está observando y una conocida de referencia. Sea d y d_r la distancia más cercana entre el Sol y la fuente observada y la de referencia respectivamente, Φ_r el ángulo de separación entre el Sol y la referencia, χ el ángulo que se muestra en la Fig. 2.1 junto a los demás elementos; se tiene

$$\delta\theta = \frac{1 + \gamma}{2} \left[-\frac{4M_\odot \cos \chi}{d} + \frac{4M_\odot}{d_r} \left(\frac{1 + \cos \Phi_r}{2} \right) \right]. \quad (2.71)$$

▪ Efecto Shapiro:

Una señal que es enviada hacia un satélite pasa cerca del Sol y regresa a la Tierra sufre un retraso no newtoniano en el tiempo de viaje dado por

$$\delta t = \frac{1 + \gamma}{2} \frac{4GM}{c^3} \ln \left[\frac{(r_T + x_T n)(r_e - x_e n)}{d^2} \right], \quad (2.72)$$

donde x_e y x_T son los vectores posición y r_e y r_T las distancias entre el Sol y la fuente o la Tierra respectivamente.

Como en Relatividad General $\gamma = 1$ puede decirse que la parametrización post-newtoniana cuantifica desviaciones respecto a Relatividad General.

2.2.3. Equivalencia con las teorías Brans-Dicke

La teorías $f(R)$ en el formalismo métrico pueden ser reescritas en la forma de las teorías Brans-Dicke (BD) con un potencial no nulo para el grado de libertad escalar de la teoría. Se considera la siguiente acción para un campo χ

$$S = \frac{1}{2k^2} \int d^4x \sqrt{-g} [f(\chi) + f_{,\chi}(\chi)(R - \chi)] + S_{\text{matt}}[g_{ab}, \psi]. \quad (2.73)$$

Al variar la acción con respecto a χ , se obtiene

$$f_{,\chi\chi}(\chi)(R - \chi) = 0. \quad (2.74)$$

Si $f_{,\chi\chi} \neq 0$ se tiene que $\chi = R$. Por lo tanto se recupera la acción 2.60. Al definir

$$\phi = f_{,\chi}(\chi), \quad (2.75)$$

la acción 2.73 se expresa como

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2k^2} \phi R - U(\phi) \right] + S_{\text{matt}}[g_{ab}, \psi], \quad (2.76)$$

donde $U(\phi)$ es el potencial del campo y está dado por

$$U(\phi) = \frac{\chi(\phi)\phi - f(\chi(\phi))}{2k^2}. \quad (2.77)$$

Por otro lado, la acción de BD está dada por

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} \phi R - \frac{\omega_{\text{BD}}}{2\phi} (\Delta\phi)^2 - U(\phi) \right] + S_{\text{matt}}[g_{ab}, \psi], \quad (2.78)$$

donde ω_{BD} es el parámetro de BD y $(\Delta\phi)^2 = g^{ab} \partial_a \phi \partial_b \phi$. Comparando las ecuaciones 2.78 con 2.76 se deduce que las teorías $f(R)$ en el formalismo métrico son equivalentes a una teoría de BD con parámetro $\omega_{\text{BD}} = 0$ (Chiba, 2003). Este hecho llevó a la comunidad a la conclusión de que las teorías $f(R)$ debían ser descartadas debido a que el parámetro de las teorías BD se encuentra acotado por los test del Sistema Solar: $\omega_{\text{BD}} \gtrsim 4 \times 10^4$. De hecho, para $\omega_{\text{BD}} = 0$ se tiene que $\gamma = 1/2$ y las cotas observacionales se violan por varios órdenes de magnitud. Sin embargo, esta confusión se clarificó luego al reconocer que dicha conclusión es válida solo si el potencial asociado al campo escalar es nulo, lo cual no sucede al escribir las teorías $f(R)$ como teorías BD (ver Ec. 2.77) (Capone & Ruggiero, 2010; Faulkner et al., 2007).

2.2.4. El marco de Einstein, el modelo camaleón y las teorías $f(R)$

Es posible derivar la acción para las teorías $f(R)$ en el marco de Einstein al realizar la transformación conforme

$$\tilde{g}_{ab} = \Omega^2 g_{ab}, \quad (2.79)$$

donde Ω^2 es el factor conforme y $\tilde{\cdot}$ denota las cantidades en el marco de Einstein. Los escalares de Ricci en los dos marcos están relacionados como

$$R = \Omega^2 (\tilde{R} + 6\tilde{\square}\omega - 6\tilde{g}^{ab} \partial_a \omega \partial_b \omega), \quad (2.80)$$

siendo

$$\omega = \ln \Omega, \quad \partial_a \omega = \frac{\partial \omega}{\partial \tilde{x}^a}, \quad \tilde{\square}\omega = \frac{1}{\sqrt{-\tilde{g}}} \partial_a (\sqrt{-\tilde{g}} \tilde{g}^{ab} \partial_b \omega). \quad (2.81)$$

Se reescribe la acción de la teoría $f(R)$ en el marco de Jordan (Ec. 2.60)

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2k^2} FR - U \right] + S_{\text{matt}}[g_{ab}, \psi], \quad (2.82)$$

llamando $F = df/dR$ y $U = (FR - f)/(2k^2)$.

Utilizando la Ec. 2.80 y la relación $\sqrt{-g} = \Omega^{-4} \sqrt{-\tilde{g}}$ la acción se puede expresar como

$$S = \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \left[\frac{1}{2k^2} F \Omega^{-2} (\tilde{R} + 6\tilde{\square}\omega - 6\tilde{g}^{ab} \partial_a \omega \partial_b \omega) - \Omega^{-4} U \right] + S_{\text{matt}}[\Omega^{-2} \tilde{g}_{ab}, \psi]. \quad (2.83)$$

De esta forma se obtiene la acción de Einstein de la teoría (lineal en \tilde{R}) para la elección $\Omega^2 = F$ siempre que $F > 0$. Se introduce el campo escalar Φ definido por

$$k\Phi = \sqrt{3/2} \ln F \quad (2.84)$$

2. Marco teórico

y por lo tanto $\omega = k\Phi/\sqrt{6}$. La acción de la teoría en el marco de Einstein queda entonces escrita como

$$S_E = \int d^4x \sqrt{-\tilde{g}} \left[\frac{1}{2k^2} \tilde{R} - \frac{1}{2} \tilde{g}^{ab} \partial_a \Phi \partial_b \Phi - V(\Phi) \right] + S_{\text{matt}}[F^{-1}(\Phi) \tilde{g}_{ab}, \psi], \quad (2.85)$$

donde

$$V(\Phi) = \frac{U}{F^2} = \frac{FR - f}{2k^2 F^2}. \quad (2.86)$$

Como puede verse, el campo escalar Φ está directamente acoplado a la materia en el marco de Einstein. La acción dada por la ecuación 2.85 es la de un campo escalar con acoplamiento universal a todos los campos, esto se condice con la acción de un campo camaleón φ (Khoury & Weltman, 2004). La diferencia entre las teorías camelónicas y las $f(R)$ reside en la forma del potencial V .

La ecuación de movimiento para el campo camaleónico que se obtiene al variar la acción resulta

$$\square \varphi = \frac{dV_{\text{eff}}}{d\varphi}, \quad (2.87)$$

donde

$$V_{\text{eff}} = V(\varphi) - T^m \frac{\beta \varphi}{M_{\text{pl}}}, \quad (2.88)$$

con $T^m = -\rho$ al considerar un fluido perfecto tipo polvo, $M_{\text{pl}} = 1/\sqrt{\kappa}$ y β un parámetro libre de la teoría (de las ecuaciones 2.83-2.85 se desprende que para una teoría $f(R)$ equivalente se tiene $\beta = 1/\sqrt{6}$). Para poder resolver esta ecuación de forma analítica para el problema de un cuerpo con simetría esférica se utiliza una aproximación donde se desarrolla el potencial efectivo alrededor del mínimo del campo considerando dos regiones de diferente densidad; un cuerpo y el medio que lo rodea (este último de menor densidad). Para cada una de las regiones se tiene

$$V_{\text{eff}}(\varphi) \simeq V_{\text{eff}}(\varphi_{\text{min}}) + \frac{1}{2} V_{\text{eff}}''(\varphi_{\text{min}}) (\varphi - (\varphi_{\text{min}}))^2. \quad (2.89)$$

Luego, definiendo a la *masa efectiva* como

$$m_{\text{eff}}^2 = V_{\text{eff}}''(\varphi_{\text{min}}), \quad (2.90)$$

se encuentra que

$$\varphi(r)_{\text{medio}} = \frac{-\beta}{4\pi M_{\text{pl}}} \left(3 \frac{\Delta R}{R} \right) M_c \frac{e^{-m_{\text{eff}}^{\text{medio}} r}}{r} + \varphi_{\text{min}}^{\text{medio}}, \quad r > \mathcal{R}_{\text{cuerpo}}, \quad (2.91)$$

con $\mathcal{R}_{\text{cuerpo}}$ el radio del cuerpo y

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{|\varphi_{\text{min}}^{\text{medio}} - \varphi_{\text{min}}^{\text{cuerpo}}|}{6\beta M_{\text{pl}} \Phi_N}, \quad \Phi_N = \frac{M_c}{8\pi M_{\text{pl}}^2 \mathcal{R}_{\text{cuerpo}}}, \quad (2.92)$$

donde $\frac{\Delta R}{R}$ es el llamado parámetro de *thin-shell* o *capa fina*, Φ_N es el potencial newtoniano y M_c la masa del cuerpo. La masa efectiva del campo escalar depende de la densidad del ambiente donde se encuentra. Si esta densidad es suficientemente grande la masa efectiva también lo es, generando que el rango de acción del campo sea muy pequeño. Por el contrario, en ambientes de baja densidad como los relevantes para la energía oscura, el campo se propaga libremente. El perfil del campo escalar está dominado por el comportamiento del parámetro de *thin-shell*. En los casos donde este parámetro es mucho menor a uno, φ alcanza el mínimo en ambas regiones consideradas excepto en una zona muy delgada muy cercana a la superficie

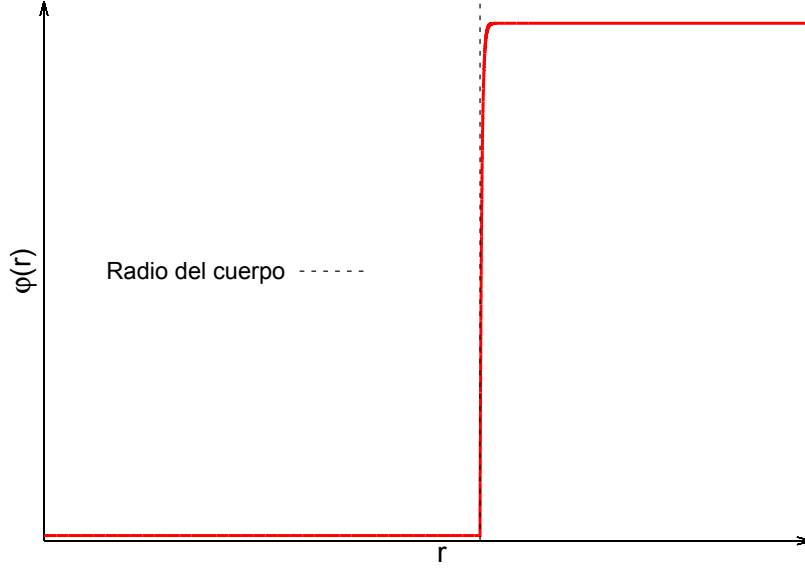


Figura 2.2. Solución para el grado de libertad escalar del modelo camaleónico en el contexto del problema de un cuerpo con simetría esférica.

del cuerpo (ver Fig. 2.2). Cuando el parámetro de *thin-shell* es aproximadamente uno o mayor, el desarrollo dado por la Ec. 2.89 ya no es una buena aproximación para el potencial efectivo y el régimen que describe el comportamiento en este caso es el llamado régimen de *thick-shell* o *capa gruesa* (Khoury & Weltman, 2004; Kraiselburd et al., 2019, 2018).

De esta manera, se puede ver que aquellas teorías con un grado de libertad escalar que se acopla no mínimamente a la materia o a la curvatura (dependiendo si se trabaja en el marco de Einstein o Jordan respectivamente) podrían presentar un comportamiento de tipo camaleónico y producir efectos de apantallamiento que supriman al campo escalar permitiendo satisfacer ciertas cotas como las impuestas por los test del Sistema Solar. Por lo tanto, para que las teorías $f(R)$ sean consistentes con observaciones locales y cosmológicas, la teoría escalar-tensorial a la que son equivalentes debe comportarse como un modelo camaleónico. Es posible obtener la analogía entre el modelo camaleónico y las teorías $f(R)$ proponiendo que $f_R = \frac{df}{dR} = e^{-2\beta\varphi/M_{\text{pl}}}$. A partir de esta relación, siguiendo a Faulkner et al. (2007) se tiene que el parámetro γ (Ec. 2.69) está dado por

$$\gamma = \frac{3 - 3\frac{\Delta R}{R}}{3 + \frac{\Delta R}{R}}; \quad (2.93)$$

y por lo tanto cuando $\frac{\Delta R}{R} \ll 1$ se recupera $\gamma = 1$ y se satisfacen los límites experimentales del Sistema Solar. Es importante remarcar que, para poder llegar a esta conclusión es necesario plantear la equivalencia entre las teorías $f(R)$ y el modelo camaleónico lo cual implica pasar de trabajar en el marco de Jordan al marco de Einstein. Por conveniencia matemática, en la literatura se trabaja en el marco de Einstein pero las predicciones teóricas en el marco de Jordan son las comparables con las observaciones y los experimentos (De Felice & Tsujikawa, 2010). Es crucial tener en cuenta que al ir de un marco al otro se realizan transformaciones que en la mayoría de los casos no están bien definidas debido a que los potenciales no son invertibles. Esto ha sido mostrado en detalle por (Cañate et al., 2016) para los modelos de

$f(R)$ considerados en esta tesis. En este trabajo, se pretende mostrar cómo un mecanismo de tipo “camaleónico” (apantallamiento) se manifiesta en las teorías $f(R)$ aún trabajando en el marco de Jordan. Se trata de un efecto no lineal que depende exclusivamente de la forma de la $f(R)$ y por ello se deben plantear aproximaciones adecuadas para poder resolver las ecuaciones planteadas.

2.2.5. Espacio-tiempo estático y esféricamente simétrico

Ha sido probado que utilizar un espacio-tiempo estático y esféricamente simétrico constituye una buena aproximación cuando se realizan test en el Sistema Solar. Por lo tanto, se asume una métrica de la forma

$$ds^2 = -n(r)dt^2 + m(r)dr^2 + r^2 d\Omega_{\text{solido}}^2. \quad (2.94)$$

Utilizando las Ecs. 2.63 y 2.64 se encuentran las ecuaciones para las componentes de la métrica $n(r)$ y $m(r)$, y para el escalar de Ricci (Jaime et al., 2011; Jaime & Salgado, 2018)

$$\begin{aligned} m' = & \frac{m}{r(2f_R + rR'f_{RR})} \left\{ 2f_R(1 - m) - 2mr^2\kappa T_t^t \right. \\ & + \frac{mr^2}{3}(Rf_R + f + 2\kappa T) + \frac{rR'f_{RR}}{f_R} \left[\frac{mr^2}{3}(2Rf_R - f + \kappa T) \right. \\ & \left. \left. - \kappa mr^2(T_t^t + T_r^r) + 2(1 - m)f_R + 2rR'f_{RR} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.95)$$

$$\begin{aligned} n' = & \frac{n}{r(2f_R + rR'f_{RR})} \left[mr^2(f - Rf_R + 2\kappa T_r^r) \right. \\ & \left. + 2f_R(m - 1) - 4rR'f_{RR} \right], \end{aligned} \quad (2.96)$$

$$\begin{aligned} R'' = & \frac{1}{3f_{RR}} \left[m(\kappa T + 2f - Rf_R) - 3f_{RRR}R'^2 \right] \\ & + \left(\frac{m'}{2m} - \frac{n'}{2n} - \frac{2}{r} \right) R'. \end{aligned} \quad (2.97)$$

Estas ecuaciones se reducen a las correspondientes en Relatividad General al considerar $f(R) = f_{\text{RG}}(R) = R - 2\Lambda$. En cuanto a la materia se considera el tensor de energía-impulso de un fluido perfecto

$$T_{ab} = (\rho + p)u_a u_b + g_{ab}p, \quad (2.98)$$

donde tanto la presión $p(r)$ como la densidad $\rho(r)$, son funciones de la coordenada r únicamente.

El equilibrio hidrostático de este fluido está descrito por una ecuación de Tolman-Oppenheimer-Volkoff modificada que se deriva de la ecuación de conservación $\nabla^a T_{ab} = 0$

$$p' = -(\rho + p)n'/2n. \quad (2.99)$$

2.2.6. Modelos de $f(R)$

Desde la primer propuesta de una teoría $f(R)$ hasta la actualidad, se han planteado diversos modelos funcionales de $f(R)$ que han ido superando los diferentes problemas a los que se han enfrentado estas teorías. Condiciones generales tanto físicas como matemáticas

son requeridas para evitar ciertas patologías en los modelos. Llamando $f(R) = R + g(R)$, los requerimientos usuales incluyen

$$\lim_{R \rightarrow 0} g(R) = 0 \quad (2.100)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} g(R) = \text{const} \quad (2.101)$$

$$g_R(R) \Big|_{R \gg m^2} > 0 \quad (2.102)$$

$$g_{RR}(R) \Big|_{R \gg m^2} > 0, \quad (2.103)$$

donde m^2 es una escala de curvatura típica. Estas condiciones tienen como objetivo generar una teoría gravitatoria estable que no tenga una constante cosmológica pero se comporte como una constante cosmológica efectiva positiva en régimen de alta curvatura. Sin embargo, aún no está claro en la comunidad que todas estas condiciones sean necesarias y en algunos trabajos no son impuestas. En la práctica, no existen reglas claras para construir un modelo de $f(R)$ y aquellos que son propuestos nacen con el objetivo de explicar cierta fenomenología. Luego, el modelo debe demostrar que puede brindar no solo una cosmología deseada sino que un comportamiento adecuado en todas las escalas gravitatorias. En esta sección se presentan los modelos de $f(R)$ que aún son considerados en la literatura por producir una cosmología adecuada y evadir problemas a diferentes escalas.

El modelo de Starobinsky

La función $f(R)$ en este modelo es (Starobinsky, 2007)

$$f(R) = R + \lambda R_s \left[\left(1 + \frac{R^2}{R_s^2} \right)^{-q} - 1 \right], \quad (2.104)$$

donde $R_s > 0$, $q > 0$ y $\lambda > 0$ son los parámetros del modelo. De acuerdo con Starobinsky (2007) para que el modelo tenga un comportamiento adecuado a todas las escalas, el parámetro q debe ser lo suficientemente grande y propone $q \geq 2$ como condición suficiente. Este modelo tiene como solución de vacío a $R = 0$ al igual que Relatividad General. Por otro lado, en el régimen de alta curvatura ($|R| \gg R_s$) la función se comporta como $f(R) \approx R - \lambda R_s$ y por lo tanto adquiere una constante cosmológica efectiva $\Lambda = \lambda R_s/2$. El modelo también puede reproducir una época dominada por materia previa a la época de expansión acelerada y logra explicar múltiples observaciones cosmológicas. Si bien f_R y f_{RR} no son definidas positivas, si lo son durante la evolución cósmica.

El modelo de Hu-Sawicki

Este modelo está definido por la función (Hu & Sawicki, 2007a)

$$f(R) = R - m^2 \frac{c_1 (R/m^2)^n}{c_2 (R/m^2)^n + 1}, \quad (2.105)$$

donde m , c_1 , c_2 y $n > 0$ son los parámetros del modelo. De acuerdo con Hu & Sawicki (2007a), m^2 se fija a partir de la escala del Universo

$$m^2 \sim \frac{k^2 \rho_0}{3}, \quad (2.106)$$

con ρ_0 la densidad del Universo actual. En el régimen $R \gg m^2$ la función toma la forma $f(R) \approx R - c_1 m^2 / c_2$ con lo cual se tiene una constante cosmológica efectiva $\Lambda = c_1 m^2 / (2c_2)$.

Las propiedades de este modelo son análogas a las del modelo de Starobinsky y de hecho, el modelo de Hu-Sawicki con $n = 2$ es esencialmente el mismo que Starobinsky con $q = 1$.

El modelo exponencial

En este caso, la función está dada por (Bamba et al., 2010; Cognola et al., 2008b; Elizalde et al., 2011, 2012; Kerner, 1982; Linder, 2009; Yang et al., 2010)

$$f(R) = R - \beta R_* (1 - e^{-R/R_*}), \quad (2.107)$$

con $R_* > 0$ y $\beta > 0$ los parámetros del modelo. Para este caso también se tiene como solución de vacío a $R = 0$ y en el régimen de alta curvatura se encuentra que $f(R) \approx R - \beta R_*$ con lo cual se tiene una constante cosmológica efectiva. El modelo logra reconstruir una cosmología con una época estable dominada por materia seguida por una expansión acelerada del Universo.

MJWQ

Por último, en este modelo la función es logarítmica (Miranda et al., 2009)

$$f(R) = R - \alpha R_m \ln \left(1 + \frac{R}{R_m} \right), \quad (2.108)$$

con R_m y α los parámetros del modelo. Miranda et al. (2009) muestran que el modelo es consistente con una cosmología FRW. Específicamente muestran que pueden reproducir la era dominada por materia así como también la fase de expansión acelerada con lo cual logran explicar múltiples observaciones. Este modelo también tiene la propiedad de admitir como solución de vacío a $R = 0$ al igual que Relatividad General.

Capítulo 3

Datos

En este capítulo se describen los conjuntos de datos utilizados en esta tesis para contrastar las predicciones de las teorías alternativas de gravitación. Se discuten las incertezas asociadas a los datos en cada caso y el tratamiento que se le da a los mismos en esta tesis.

3.1. Cronómetros cósmicos

La idea de utilizar la edad relativa de las galaxias para estimar parámetros cosmológicos fue propuesta por Jimenez & Loeb (2002). Parte de la premisa de que la tasa de expansión del Universo puede ser expresada en función de la variación del redshift con el tiempo cósmico

$$H(z) = \dot{a}/a = -1/(1+z)dz/dt. \quad (3.1)$$

Como dz es obtenida con gran precisión a partir del análisis espectroscópico, la única cantidad que queda por determinar es la evolución diferencial de la edad dt para un dado dz .

Actualmente, se considera que los mejores cronómetros cósmicos son aquellas galaxias que han evolucionado pasivamente¹ durante una escala temporal mucho mayor que la diferencia de edad entre ellas. En base a estudios observacionales, hay un acuerdo general acerca de que estas galaxias son masivas ($M_{\text{estrellas}} > 10^{11}M_{\odot}$), de tipo temprano y que formaron la mayor parte (> 90%) de su masa estelar rápidamente (0.1 – 0.3 Gyr) temprano en el Universo ($z > 2 - 3$) y que, principalmente, no han experimentado ningún gran episodio de formación estelar desde entonces. Debido a estas características, al observarlas a tiempos cósmicos considerablemente posteriores a su etapa de formación, la evolución de sus estrellas sirve como un reloj que está sincronizado con la evolución del tiempo cósmico. Es importante enfatizar (Jimenez & Loeb, 2002; Moresco et al., 2012, 2011, 2016) que la principal virtud de este método reside en el enfoque diferencial, es decir, lo importante son las edades relativas dt y la ventaja radica en que se eliminan los efectos sistemáticos inherentes a la determinación de edades absolutas. Por otro lado, como se utilizan pequeñas variaciones en el redshift, $\Delta z = 0.1$, se eliminan ciertas parcialidades observacionales que pueden cambiar la relación edad - redshift. Lo que es aún más importante tener en cuenta, es que el fechado diferencial de galaxias que evolucionan pasivamente solo depende de la física atómica y no incluye ninguna distancia integrada a lo largo del redshift resultando en una medición que es independiente del modelo cosmológico o de cualquier suposición sobre la métrica.

En esta tesis se utilizan las mediciones de $H(z)$ obtenidas por Moresco et al. (2016) a partir del análisis del catálogo BOSS (Dawson et al., 2013; Eisenstein et al., 2011a; Schlegel et al., 2009) que constituye la mayor muestra de espectros de galaxias masivas con $0.2 < z < 0.8$

¹sin procesos de formación estelar ni interacción con otras galaxias

que se tiene en la actualidad. Moresco et al. (2016) utilizaron una técnica propuesta por Moresco et al. (2012, 2011) para minimizar la dependencia del método con los modelos de síntesis de la población estelar (EPS). Este enfoque consiste en utilizar un observable directo del espectro de las galaxias llamado $D4000$ que representa un corte en el espectro y que tiene una relación lineal con la edad de la galaxia. Moresco et al. (2016) obtuvieron 5 nuevos valores para $H(z)$ y los presentaron junto con mediciones previas de otros autores: Zhang et al. (2014) obtuvieron sus resultados utilizando 17832 galaxias rojas luminosas del Catálogo SDSS DR7 (Sloan Digital Sky Survey Data Release Seven (Abazajian et al., 2009)); Moresco (2015) utilizaron 29 galaxias de alto redshift ($z > 1.4$) cuyo análisis espectroscópico se encuentra en la literatura (Gobat et al., 2013; Kriek et al., 2009; Krogager et al., 2014; Onodera et al., 2012; Saracco et al., 2005); Moresco et al. (2012) extrajeron una muestra de unas 11000 galaxias masivas y rojas de varios catálogos espectroscópicos (Cimatti et al., 2002; Demarco et al., 2010; Eisenstein et al., 2001; Le Borgne et al., 2006; Lilly et al., 2009; Onodera et al., 2010; Rosati et al., 2009; Stern et al., 2010; Strauss et al., 2002; Vanzella et al., 2008); Stern et al. (2010) obtuvieron espectros de gran calidad de galaxias rojas en 24 clusters de galaxias utilizando el espectrógrafo Keck-LRIS y los complementaron con espectros disponibles en la bibliografía de los catálogos SPICES (Stern et al., 2001) y VVDS (Le Fèvre et al., 2005); Simon et al. (2005) utilizaron el catálogo GDDS (Abraham et al., 2004) y lo complementaron con galaxias cuyos análisis espectroscópicos se encuentran en la literatura (Dunlop et al., 1996; Nolan et al., 2003; Spinrad et al., 1997; Treu et al., 1999, 2002, 2001). Todas las mediciones de $H(z)$ obtenidas por estos autores se presentan en la Tabla 3.1. Estos datos serán utilizados en la Sec. 4.1 para testear la teoría MOG en el contexto cosmológico.

3.2. Supernovas tipo Ia

Una supernova es una explosión estelar extremadamente luminosa cuya clasificación se basa en el análisis de las líneas de absorción del espectro electromagnético, diferenciándolas entre tipo Ia, Ib, Ic y II. Las supernovas tipo Ia (SnIa) son aquellas que carecen de líneas de hidrógeno y helio en sus espectros ópticos y presentan, en cambio, una línea de absorción de silicio (Wheeler & Harkness, 1990). Éstas son el tipo más luminoso: llegan a ser más brillantes que las galaxias en las que se encuentran. Tanto las propiedades espectrales como las magnitudes absolutas y la forma de las curvas de luz de las SnIa son increíblemente homogéneas. Debido a estas características, las SnIa han sido utilizadas como *candelas estándar*² para determinar distancias y poder así, entre otras cosas, restringir parámetros cosmológicos (Perlmutter et al., 1999b; Riess et al., 1998b).

3.2.1. Características

Las SnIa tienen una curva de luz característica cuya forma puede ser entendida en términos de la captura y termalización de los productos de la desintegración radiactiva del ^{56}Ni y el ^{56}Co : los rayos gamma y los positrones liberados durante el decaimiento radiactivo hacen brillar la materia eyectada por la explosión de la estrella progenitora permitiendo observarla en el óptico. En el máximo de emisión se concentra la luz emitida por el ^{56}Ni . Éste va decayendo por radioactividad a ^{56}Co , también radiactivo. La emisión de luz pasa a ser dominada por el cobalto, cuyos fotones de alta energía suavizan la curva de decrecimiento de la luminosidad (Fig. 3.1). La curva termina con la conversión de todo el cobalto a ^{56}Fe .

²Se llama candela estándar a cualquier tipo de objeto astronómico cuyo brillo intrínseco es conocido y puede ser identificado a grandes distancias.

z	$H(z)$ (km s ⁻¹ Mpc ⁻¹)	Referencia
0.09	69 ± 12	Simon et al. (2005)
0.17	83 ± 8	
0.27	77 ± 14	
0.4	95 ± 17	
0.9	117 ± 23	
1.3	168 ± 17	
1.43	177 ± 18	
1.53	140 ± 14	
1.75	202 ± 40	
0.48	97 ± 62	Stern et al. (2010)
0.88	90 ± 40	
0.1791	75 ± 4	Moresco et al. (2012)
0.1993	75 ± 5	
0.3519	83 ± 14	
0.5929	104 ± 13	
0.6797	92 ± 8	
0.7812	105 ± 12	
0.8754	125 ± 17	
1.037	154 ± 20	
0.07	69 ± 19.6	
0.12	68.6 ± 26.2	
0.2	72.9 ± 29.6	
0.28	88.8 ± 36.6	
1.363	160 ± 33.6	Moresco (2015)
1.965	186.5 ± 50.4	
0.3802	83 ± 13.5	Moresco et al. (2016)
0.4004	77 ± 10.2	
0.4247	87.1 ± 11.2	
0.4497	92.8 ± 12.9	
0.4783	80.9 ± 9	

Tabla 3.1. Estimaciones de $H(z)$ obtenidas a través del método de los cronómetros cósmicos (Moresco et al., 2016).

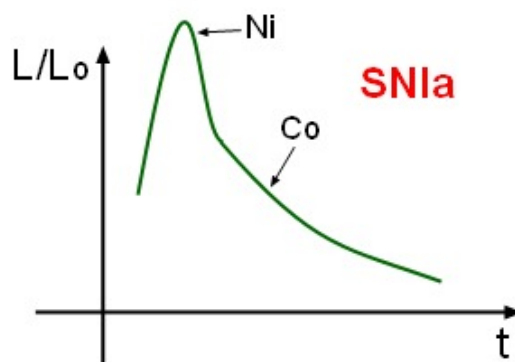


Figura 3.1. Curva de luz esquemática de una supernova tipo Ia. En la figura se muestra a que elemento corresponde la luminosidad observada. Crédito: <https://es.wikipedia.org/wiki/Supernova>.

Se puede inferir que el brillo máximo de las SNIa es bastante uniforme. Además, se ha encontrado que existe una relación entre el pico máximo de luminosidad de la SNIa y la tasa de decrecimiento de la luminosidad luego de ese máximo (Fig. 3.2). Debido a esta relación, puede usarse un parámetro de ajuste que permite tener una muestra aún más homogénea.

Al contrario que otras supernovas, las SNIa se encuentran en todo tipo de galaxias y no muestran una preferencia obvia por regiones de formación estelar. Esto, sumado a las uniformidades en sus curvas de luz y espectros, sugieren que todas las SNIa deben tener el mismo mecanismo de explosión.

Un escenario posible, que trata de explicar las causas de las similitudes de las SNIa, es que éstas sean el resultado de la detonación termonuclear de una enana blanca de carbono-oxígeno (Hoyle & Fowler, 1960) que ha acreetado suficiente materia de una estrella compañera, generalmente una gigante roja, hasta acercarse a la masa de Chandrasekhar (Wheeler & Harkness, 1990; Woosley & Weaver, 1986). Esto puede suceder en sistemas estelares binarios muy cercanos. Los modelos suponen que ambas estrellas deben tener la misma edad y una masa semejante. Aquella que sea ligeramente más masiva, evoluciona primero alcanzando el estadio de enana blanca mientras que la otra se encuentra en la etapa de gigante roja con sus capas exteriores muy expandidas. Esta envoltura, básicamente de hidrógeno y helio, que está poco cohesionada gravitatoriamente, puede invadir el lóbulo de Roche de la enana blanca y ser atraída por ésta depositándose en su superficie. El material debe depositarse con suficiente rapidez como para que no se encienda la capa superficial de hidrógeno³. Si el ritmo de acreción es el adecuado, material rico en hidrógeno y helio es acumulado en la superficie de la enana blanca y es quemado en carbono y oxígeno en condiciones de equilibrio hidrostático, aumentando la masa de la estrella. Cerca del límite de Chandrasekhar, la densidad central alcanza valores sobre los 10^9 g/cm^3 y la fusión de carbono comienza. La estrella atraviesa un período de siglos en el que quema carbono de forma estable en el núcleo convectivo. La quema se mantiene no explosiva, debido a que el transporte convectivo lleva la energía liberada en las reacciones nucleares hacia las capas exteriores de la enana blanca. Debido al gradual aumento de la temperatura en la estrella como resultado de la quema nuclear, se producen pequeñas fluctuaciones en la temperatura cerca del núcleo que llevan a las condiciones necesarias para comenzar una reacción termonuclear inestable, un frente de quema. Una vez iniciado, el frente de quema se propaga desde el centro de la enana blanca convirtiendo el C+O en elementos más pesados. A su vez, el poco hidrógeno de la superficie se ioniza rápidamente, volviéndose transparente e indetectable en los espectros electromagnéticos.

³Si esto ocurre, el fenómeno se conoce como nova.

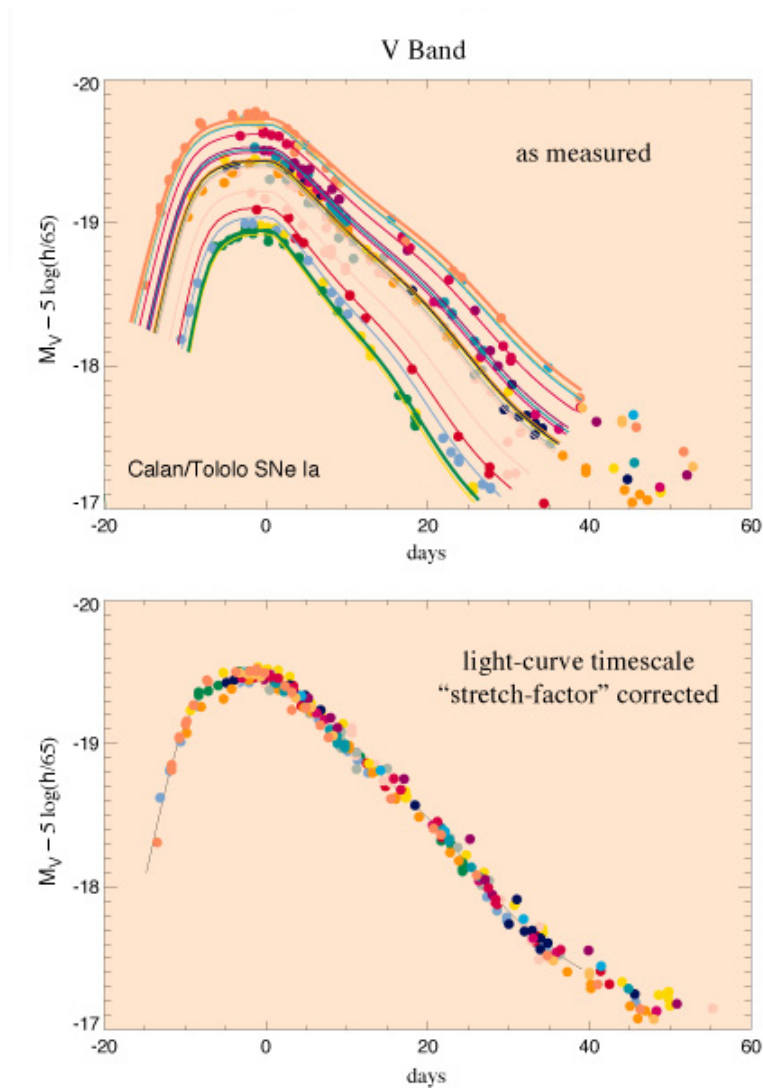


Figura 3.2. Curvas de luz de supernovas tipo Ia. En el panel superior están graficados los datos de luminosidad de las supernovas tal como se observan, mientras que en el panel inferior se ve un ajuste de acuerdo a la evolución del brillo después del máximo. El brillo de las supernovas que alcanzan una luminosidad máxima mayor, decae más lento luego del máximo (Perlmutter et al., 1997); <http://supernova.lbl.gov/>.

Durante la explosión de la enana blanca se quema, en cuestión de segundos, una cantidad de carbono que a una estrella normal le llevaría siglos quemar. Esta enorme cantidad de energía liberada destruye a la estrella, expulsando toda su masa a velocidades de alrededor de los 10.000 km/s. La energía liberada en la explosión también causa un aumento extremo en la luminosidad, emitiendo alrededor de 10^{51} erg.

Las curvas de luz observadas de las SnIa pueden ser obtenidas asumiendo básicamente que unos pocos décimos de masas solares de ^{56}Ni son producidos durante la explosión. La homogeneidad del pico de luminosidad es debido a que la masa de níquel producida es casi siempre la misma.

Muestra	Número de SnIa	z (media)
CSP	26	0.024
CfA3	78	0.031
CfA4	41	0.030
CfA1	9	0.024
CfA2	18	0.021
SDSS	335	0.202
PS1	279	0.292
SNLS	236	0.640
SCP	3	1.092
GOODS	15	1.120
CANDELS	6	1.732
CLASH	2	1.555

Tabla 3.2. Cantidad de supernovas tipo Ia de la compilación Pantheon provenientes de cada muestra y la media de su rango de redshift (Scolnic et al., 2018).

3.2.2. Compilación Pantheon

La compilación Pantheon (Scolnic et al., 2018) presenta la muestra más reciente y grande de supernovas tipo Ia. Consiste en un total de 1048 SnIa confirmadas espectroscópicamente con un amplio rango de redshift $0.01 < z < 2.3$. Es una combinación de 279 SnIa descubiertas por el Pan-STARRS1 (PS1) Medium Deep Survey (Rest et al., 2014; Scolnic et al., 2014) junto con SnIa de los catálogos Sloan Digital Sky Survey (SDSS) (Frieman et al., 2008a; Kessler et al., 2009a; Sako et al., 2018), SNLS (Conley et al., 2011; Sullivan et al., 2011), catálogos de SnIa a bajos redshift $0.01 < z < 0.1$ como el CSP (Contreras et al., 2010; Folatelli et al., 2010; Stritzinger et al., 2011) y el CfA1-4 (Hicken et al., 2009a, 2012, 2009b; Jha et al., 2006; Riess et al., 1999), y catálogos a altos redshift $z > 1.0$ como el SCP (Suzuki et al., 2012), GOODS (Riess et al., 2007) y CANDELS/CLASH (Graur et al., 2014; Riess et al., 2018b; Rodney et al., 2014). La cantidad de SnIa tomadas de cada muestra se presentan en la Tabla 3.2. Si bien en la literatura se encuentran casos donde se han combinado diferentes muestras de supernovas, en este caso la muestra final de supernovas ha sido recalibrada combinando los diferentes catálogos con el objetivo de reducir errores sistemáticos. Por ejemplo, Betoule et al. (2014) realizan una recalibración al combinar los catálogos SDSS y SNLS pero no lo hace con las demás muestras que considera. Este es un punto muy importante debido a que la calibración de las curvas de luz ha dominado las incertezas sistemáticas en todos los análisis cosmológicos recientes realizados utilizando SnIa.

A partir del ajuste de la curva de luz se obtienen los tres valores necesarios para calcular la distancia a cada supernova: el color c , la forma de la curva x_1 y el logaritmo de la normalización del flujo m_B . En este catálogo se utiliza SALT2⁴ (Guy et al., 2010) en su versión más actual presentada en Betoule et al. (2014) e implementada en SNANA (Kessler et al., 2009b) junto con dos posibles modelos (C11:Chotard et al. (2011), G10:Guy et al. (2010)) para la dispersión intrínseca de las SnIa. A partir de los valores obtenidos del ajuste, se calcula el módulo de distancia μ utilizando una versión modificada de la fórmula de Tripp (Tripp, 1998)

$$\mu = m_B - M + \alpha x_1 - \beta c + \Delta_M + \Delta_B, \quad (3.2)$$

⁴Código que ajusta la curva de luz de las supernovas tipo Ia. Su objetivo principal es proporcionar una estimación de la distancia así como también del redshift fotométrico y realizar la identificación espectroscópica-fotométrica

con Δ_M una corrección debida a la masa de la galaxia en la que se encuentra la supernova y Δ_B una corrección basada en sesgos predichos por las simulaciones. α y β son parámetros *nuisance* que representan la relación entre la luminosidad de la SnIa y la forma de la curva, y la relación entre la luminosidad y el color, respectivamente. Por último M es la magnitud absoluta de una SnIa de referencia con $x_1 = 0$ y $c = 0$.

Scolnic & Kessler (2016) y Kessler & Scolnic (2017) mostraron que la fórmula de Tripp no tenía en cuenta sesgos en la estimación de la distancia debido a la dispersión intrínseca y a efectos de selección e introducen la corrección Δ_B que se calcula utilizando el método BBC. Se realizan simulaciones para calcular esta corrección que es, en realidad, una función de α , β , Δ_{m_B} , Δ_c y Δ_{x_1} . Este método requiere que las propiedades de cada SnIa en la muestra esté bien representada en una simulación de 500000 SnIa.

En cuanto a la corrección Δ_M múltiples análisis de SnIa han mostrado una correlación entre la luminosidad de la supernova y la masa de la galaxia en la que se encuentra (Kelly et al., 2010; Lampeitl et al., 2010; Sullivan et al., 2010), así como también con la edad, metalicidad y tasa de formación estelar (Hayden et al. (2013); Roman et al. (2018), entre otros). Hasta el momento, la correlación con la masa parece ser la más importante y es la única que se tiene en cuenta en esta compilación. Esta corrección se comporta como una función escalón

$$\Delta_M = \begin{cases} \gamma & M_{\text{gal}} \geq M_0 \\ 0 & M_{\text{gal}} < M_0, \end{cases} \quad (3.3)$$

donde M_{gal} es el logaritmo en base 10 de la masa de la galaxia en la que se encuentra la SnIa, $M_0 = 10.13$ está dado por la compilación y γ es un parámetro *nuisance*. El error total en la estimación de la distancia para cada SnIa está dado por

$$\sigma^2 = \sigma_N^2 + \sigma_{\text{Mass}}^2 + \sigma_{\mu-z}^2 + \sigma_{\text{lens}}^2 + \sigma_{\text{int}}^2 + \sigma_{\text{Bias}}^2, \quad (3.4)$$

donde σ_N^2 es la contribución al error que proviene de la fotometría, σ_{Mass}^2 y σ_{Bias}^2 son las incertezas en las correcciones Δ_M y Δ_B respectivamente, $\sigma_{\mu-z}^2$ proviene de las incertezas en la velocidad peculiar y en la medición del redshift en cuadratura, σ_{lens}^2 es la incerteza debida a las lentes gravitacionales estocásticas ⁵ y σ_{int}^2 es la dispersión intrínseca.

En concreto, las distancias a cada supernova son determinadas ajustando las curvas de luz con SALT2 para alguno de los modelos de dispersión elegidos y aplicando el método BBC para determinar los parámetros *nuisance* sumando la corrección Δ_B . De acuerdo con Conley et al. (2011) las incertezas en el módulo de distancia μ están dadas por la matriz C que es la suma de la matriz de incertezas estadísticas que tiene solamente una componente diagonal dada por las incertezas definidas en la Ec. 3.4 y de la matriz de covarianza de las incertezas sistemáticas. Estos datos se utilizarán en la Sec. 4.1 para estudiar la teoría MOG en el contexto cosmológico.

3.3. Curva de rotación de la Vía Láctea

La curva de rotación (CR) de la Vía Láctea (VL) es más difícil de estudiar que la de las otras galaxias debido a que la posición de la Tierra dentro del disco genera una perspectiva altamente desfavorable. Para poder medirla es necesario tener la velocidad circular de un conjunto de varios objetos que ocupen un gran rango de radios galactocéntricos. Debido a la extinción interestelar, la mejor forma de derivar la CR de la VL es utilizar observaciones en radio y longitudes de onda milimétricas. Los candidatos deben ser lo suficientemente brillantes para ser vistos a largas distancias, poseer un buen indicador de distancia y tener

⁵El efecto de lente gravitacional es considerando utilizando una distribución estocástica de materia.

velocidades en la línea de la visual (velocidad radial) bien determinadas. La primer curva de rotación fue derivada por Kwee et al. (1954) para radios galactocéntricos menores a los del Sol (curva de rotación interior al círculo solar) utilizando observaciones de HI. Se utilizó el método del punto tangente que permite, haciendo uso de geometría básica, evitar el cálculo de la distancia al objeto. Sin embargo, este método no puede aplicarse a la curva de rotación exterior (radios galactocéntricos mayores al radio solar) y fue necesario incorporar nuevos trazadores y perfeccionar las técnicas de cálculo de la curva de rotación.

En esta tesis se utilizan dos compilaciones recientes de la curva de rotación de la Vía Láctea que hacen uso de diferentes trazadores y diferentes metodologías.

3.3.1. Compilación galkin

La compilación de Pato & Iocco (2017) se concentra en radios galactocéntricos que van desde los 3 a los 25 kpc aproximadamente y sus trazadores se mueven en el disco galáctico. Cuenta con un total de 2780 mediciones que han sido recolectadas de la literatura y ajustadas para poder darles un uso unificado. Han quedado excluidos los trazadores cuya distancia está determinada solo por la cinemática y aquellos que tienen movimientos propios grandes o con una importante deriva asimétrica⁶.

Los trazadores de esta compilación pueden dividirse en tres categorías:

- cinemática del gas, que incluye:
 - cálculo de las velocidades terminales del HI y CO a partir de las líneas de emisión
 - mediciones del ancho de la línea de HI
 - regiones HII
 - nubes moleculares gigantes
- cinemática de las estrellas, que incluye:
 - cúmulos abiertos
 - nebulosas planetarias
 - cefeidas clásicas
 - estrellas de carbono
- masers

El detalle de las características de los trazadores considerados está indicado en la Tabla 3.3. Para cada referencia de la literatura se indica a qué tipo de trazadores corresponde, cuántos han sido considerados sobre el total original presentado en cada artículo y en qué rango de radios galactocéntricos y cuadrantes galácticos se encuentran.

Para cada tipo de trazador se emplea un método diferente para medir la distancia del objeto y su velocidad en la línea de la visual.

⁶La deriva asimétrica de una población estelar se define como la diferencia entre la velocidad media del trazador alrededor del centro galáctico y la velocidad del grupo local.

	tipo de trazador	R[kpc]	cuadrante	trazadores
gas	velocidades terminales del HI			
	Fich et al. (1989)	2.1 – 8.0	1,4	149/149
	Malhotra (1995)	2.1 – 7.5	1,4	110/110
	McClure-Griffiths & Dickey (2007)	2.8 – 7.6	4	701/761
	ancho de la línea de HI			
	Honma & Sofue (1997)	6.8 – 20.2	–	13/13
	velocidades terminales del CO			
	Burton & Gordon (1978)	1.4 – 7.9	1	284/284
	Clemens (1985)	1.9 – 8.0	1	143/143
	Knapp et al. (1985)	0.6 – 7.8	1	37/37
	Luna et al. (2006)	2.0 – 8.0	4	272/457
	regiones HII			
	Blitz (1979)	8.7 – 11.0	2,3	3/3
	Fich et al. (1989)	9.4 – 12.5	3	5/104
	Turbide & Moffat (1993)	11.8 – 14.7	3	5/8
	Brand & Blitz (1993)	5.2 – 16.5	1,2,3,4	148/206
Hou et al. (2009)	3.5 – 15.5	1,2,3,4	274/815	
nubes moleculares gigantes				
Hou et al. (2009)	6.0 – 13.7	1,2,3,4	30/963	
estrellas	cúmulos abiertos			
	Frinchaboy & Majewski (2008)	4.6 – 10.7	1,2,3,4	60/71
	nebulosas planetarias			
	Durand et al. (1998)	3.6 – 12.6	1,2,3,4	79/867
	cefeidas clásicas			
	Pont et al. (1994)	5.1 – 14.4	1,2,3,4	245/278
	Pont et al. (1997)	10.2 – 18.5	2,3,4	32/48
estrellas de carbono				
Demers & Battinelli (2007)	9.3 – 22.2	1,2,3	55/103	
Battinelli et al. (2013)	12.1 – 24.8	1,2	35/36	
masers	masers			
	Reid et al. (2014)	4.0 – 15.6	1,2,3,4	80/103
	Honma et al. (2012)	7.7 – 9.9	1,2,3,4	11/52
	Stepanishchev & Bobylev (2011)	8.3	3	1/1
	Xu et al. (2013)	7.9	4	1/30
Bobylev & Bajkova (2013)	4.7 – 9.4	1,2,4	7/31	

Tabla 3.3. Lista de todos los trazadores incluidos en la compilación `galkin`. Para cada una de las referencias se indica el rango de radios galactocéntricos (asumiendo $R_0 = 8$ kpc), los cuadrantes galácticos y el número de trazadores tomados del total original. Tabla reproducida de Pato & Iocco (2017).

Cálculo de la curva de rotación

Cada uno de los objetos de la compilación está descrito por sus coordenadas galácticas (l, b) , su distancia heliocéntrica d y su velocidad en la línea de la visual v_h^{los} (también llamada velocidad radial). Las incertidumbres en las posiciones son despreciables, mientras que las de d y v_h^{los} son consideradas y se toman de las referencias originales. La v_h^{los} es combinada con el movimiento peculiar del Sol $(U, V, W)_\odot$ para obtener la velocidad en la línea de la visual en el Sistema de Reposo Local v_{lsr}^{los} .

Usando geometría se puede calcular el radio galactocéntrico R

$$R = (d^2 \cos^2 b + R_0^2 - 2R_0 d \cos b \cos l)^{1/2}, \quad (3.5)$$

donde R_0 es el radio galactocéntrico del Sol. Asumiendo órbitas circulares se puede encontrar la velocidad angular ω_c del objeto invirtiendo la relación

$$v_{lsr}^{los} = (R_0 \omega_c - v_0) \cos b \sin l, \quad (3.6)$$

donde v_0 es la velocidad circular del Sol alrededor del centro galáctico. Las incertidumbres en d y v_{lsr}^{los} se propagan a R y ω_c . Como la ecuación 3.6 no depende de R , el ajuste de ω_c vs R involucra dos cantidades observacionalmente independientes. Por esta razón, las incertezas en R y ω_c son independientes, mientras que si en lugar de considerar ω_c se considera $v_c = R\omega_c$ esto no sucede.

Luego de fijar los valores de R_0 , v_0 y $(U, V, W)_\odot$, se utilizan las ecuaciones 3.5 y 3.6 para obtener (R, ω_c) para cada trazador. Por lo tanto, la curva de rotación depende de la posición y movimiento del Sol en la galaxia. Estas cantidades son afectadas por incertezas (Ando et al., 2011; Bovy et al., 2012, 2009; Dehnen & Binney, 1998; Gillessen et al., 2009; Malkin, 2012; McMillan & Binney, 2010; Reid & Brunthaler, 2004; Reid et al., 2014, 2009; Schönrich et al., 2010) y dentro de las opciones razonables, se consideran $(R_0, v_0) = (8.34\text{kpc}, 239.89\text{km/seg})$ y $(U, V, W)_\odot = (7.01, 10.13, 4.95)\text{km/s}$ para que las mediciones sean coherentes con las de la otra compilación considerada en esta tesis. Los valores resultantes de R y v_c para cada uno de los objetos de la compilación pueden verse en la Fig. 3.3.

Trazadores

■ Velocidades terminales del HI (hidrógeno neutro)

La línea del hidrógeno neutro (HI) o línea de 21cm ha sido utilizada desde 1951 como prueba de la cinemática del medio interestelar de la Vía Láctea (VL) y de su rotación. Debido a su ubicuidad y fácil observación el HI es el trazador por excelencia de la curva de rotación interior (dentro del círculo solar) de la galaxia. Cualquiera sea la línea de la visual que uno considere, se observará la línea de 21cm. La única diferencia entre ellas será el corrimiento por efecto Doppler que se traduce en la velocidad del material y en consecuencia en el posterior cálculo de la curva de rotación de la galaxia.

Los catálogos de HI cubren una gran parte de la Vía Láctea y presentan las líneas de 21cm para cada par de coordenadas galácticas (l, b) . El espectro de la línea se presenta en gráficos de intensidad (o temperatura de brillo⁷) como función de la velocidad respecto del Sistema de Reposo Local (LSR por sus siglas en inglés).

⁷La temperatura de brillo es la temperatura del cuerpo negro que emite con una intensidad equivalente a la de la línea de emisión analizada. Es esencialmente la intensidad pero medida en escala de temperatura.

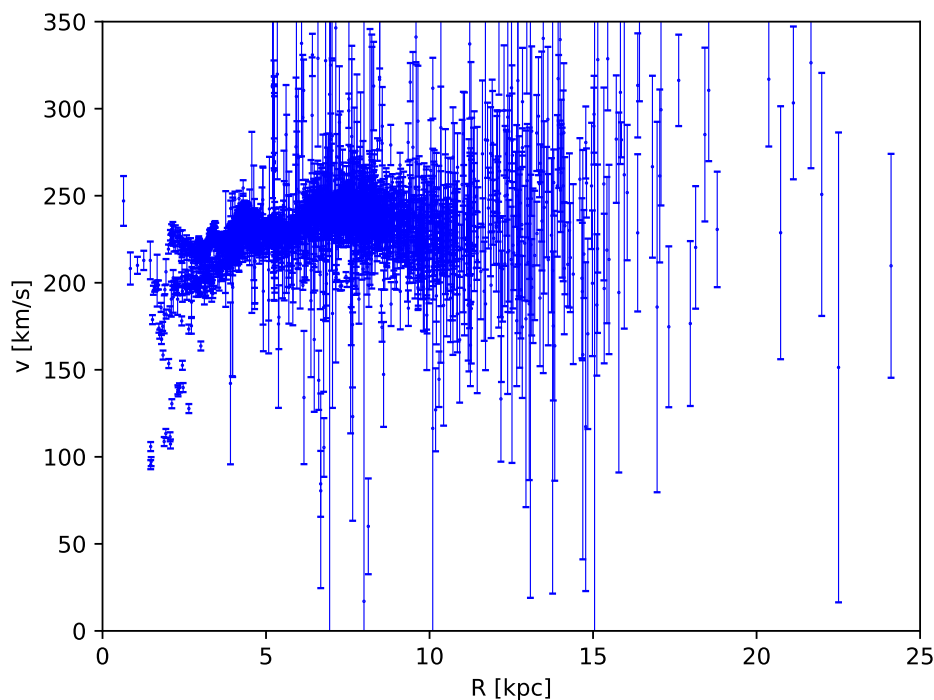


Figura 3.3. Curva de rotación para la Vía Láctea dada por la compilación galkin

Para calcular la curva de rotación se aplica la técnica del punto tangente. En el interior del círculo solar, todas las líneas de la visual en el plano galáctico pasan por un punto (llamado punto tangente o subcentral) donde tiene la máxima cercanía con el centro galáctico. En ese punto, la línea es tangente a una órbita circular alrededor del centro de la galaxia (ver Fig.3.4) y la velocidad radial medida (es decir, la velocidad a lo largo de la línea de la visual respecto del LSR) alcanza su valor más extremo y se la llama velocidad terminal. En el primer cuadrante galáctico, la velocidad terminal es la velocidad más positiva presente en el espectro del HI mientras que en el cuarto cuadrante es la más negativa. Se han empleado una gran variedad de métodos (y combinaciones de los mismos) para definir este punto en el perfil de velocidad de la línea. A partir de esta velocidad terminal (velocidad radial) y de las coordenadas galácticas es posible obtener la velocidad angular utilizando el procedimiento descrito anteriormente. En este caso, dada la geometría del punto tangente se obtiene el radio galactocéntrico como $R = R_0 \sin(l)$.

A continuación se describe con detalle las particularidades de los conjuntos de datos obtenidos mediante velocidades terminales del HI.

Fich et al. (1989): Se determina la curva de rotación de la VL para distancias galactocéntricas $3 \leq R \leq 17$ kpc empleando datos de la galaxia interior y exterior. En la parte interior se utiliza el método de las velocidades terminales del HI y los datos provienen de Burton & Gordon (1978); mientras que en la parte externa, se utilizan regiones HII (ver más adelante).

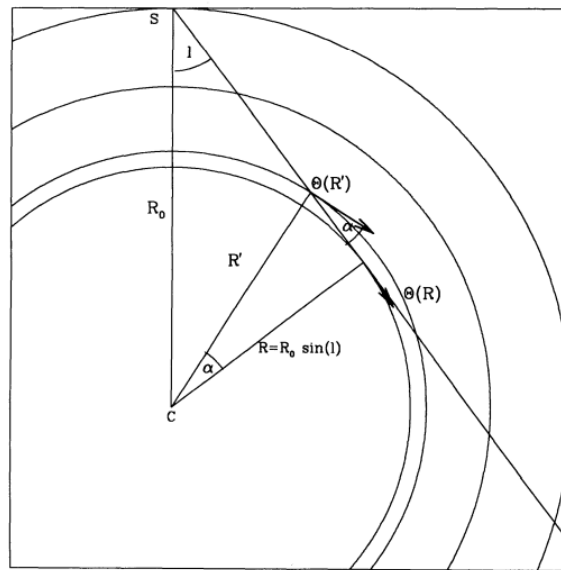


Figura 3.4. Geometría de la emisión del punto tangente - método de la velocidad terminal. Crédito: Malhotra (1995)

Malhotra (1995): Se calcula la curva de rotación de la VL para distancias galactocéntricas $3 \leq R \leq 8$ kpc. Se realiza un modelado completo en la emisión del punto tangente para derivar también la dispersión de velocidades. La descripción del punto tangencial está dada en dos dimensiones: latitud y velocidad. El modelo tiene como parámetros a la velocidad de rotación, la dispersión de velocidades y la escala de altura de la capa del gas. Se distribuyen los datos espaciados a un grado de longitud y a partir de ello se deriva la curva de rotación para el 1er y 4to cuadrante de la galaxia. Se utilizan espectros del HI provenientes de tres catálogos (Bania & Lockman, 1984; Kerr et al., 1986; Weaver & Williams, 1973).

McClure-Griffiths & Dickey (2007): Se utilizan datos del HI del catálogo Southern Galactic Plane Survey (McClure-Griffiths et al., 2005) para estudiar la cinemática del cuarto cuadrante de la VL. Se miden las velocidades terminales (aplicando una combinación de técnicas) como función de la longitud para derivar la curva de rotación interior ($3 \leq R \leq 8$ kpc).

■ Velocidades terminales del CO

Las observaciones de la línea $\lambda = 2.6$ mm (CO) revelan la distribución y cinemática del material frío y comprimido de la galaxia. Desde la realización del primer catálogo de líneas de emisión de CO ha sido claro que una fracción significativa de la masa del gas interestelar se encuentra en nubes moleculares densas y frías. De hecho, en las partes internas del disco galáctico, la mayor parte del gas se encuentra en forma molecular. El advenimiento del CO como trazador, ha permitido demostrar que el gas de HI y las nubes de CO exhiben la misma cinemática en la galaxia, es decir, que ambos trazadores están gobernados por la misma dinámica.

Es posible calcular la curva de rotación interna de la Vía Láctea utilizando, al igual que con el HI, la técnica de las velocidades terminales. A partir del espectro de la línea

de emisión es posible derivar la velocidad extrema en la línea de la visual con respecto al LSR y obtener el punto tangente utilizando geometría simple. Ha sido ampliamente constatado que la curva de rotación obtenida a partir de los espectros de emisión del CO es consistente con la derivada de las líneas de HI utilizando la misma técnica.

A continuación se describe el detalle de cada conjunto de datos obtenido con este método.

Burton & Gordon (1978): Las observaciones reportadas fueron realizadas entre 1975 y 1976 utilizando el espectrómetro del National Radio Astronomy Observatory. Se exploran longitudes $10^\circ \leq l \leq 82^\circ$ y se utiliza el método del rectángulo equivalente (Shane & Bieger-Smith, 1966) para determinar la velocidad terminal a partir del espectro de la línea de CO.

Clemens (1985): Se presenta la curva de rotación de la VL calculada a partir de los datos del catálogo Massachusetts-Stony Brook Galactic Plane CO Survey. A cada una de las líneas se le asocia la velocidad más alta detectada en el espectro que debe ser corregida por el ancho de la línea para calcular la velocidad de la nube.

Knapp et al. (1985): Se presenta un catálogo de emisiones de CO en longitudes $4^\circ \leq l \leq 90^\circ$. Para obtener la velocidad terminal se ajusta una gaussiana en el pico con mayor velocidad del espectro. Los resultados son comparados con las velocidades terminales obtenidas a partir de la línea de HI (Gunn et al., 1979) y se encuentra un gran acuerdo.

Luna et al. (2006): Se deriva la curva de rotación interior de la VL para el cuarto cuadrante galáctico utilizando el catálogo de CO creado por la Universidad de Columbia en conjunto con la Universidad de Chile. Mediante un código se analiza los 15000 espectros disponibles. Como las velocidades del cuarto cuadrante están corridas al azul, se busca la velocidad más negativa. Para definir la velocidad terminal se utiliza la técnica de Alvarez et al. (1990) en la que se considera el punto de la mitad de emisión del pico con la velocidad más extrema.

- **Espesor del disco de HI**

Para calcular la curva de rotación externa (al círculo solar) no se puede utilizar el método del punto tangencial pues dicho punto no existe. Hay que medir de forma independiente la distancia y velocidad radial de múltiples objetos. Las incertezas en la curva exterior son mucho mayores que en la interior debido a aquellas que surgen de la estimación de las distancias y a la limitación de la muestra de trazadores.

Una de las formas de la calcular la curva de rotación exterior es el método del espesor del HI. Al medir en todo el cielo la línea de 21cm se obtiene un cubo de datos de la temperatura de brillo como función de las coordenadas galácticas y la velocidad radial. Cualquier rebanada de ese cubo con velocidad angular $W = v_r / (\sin(l) \cos(b))$ constante, es la proyección en el plano del cielo de la emisión de la línea de 21cm proveniente de un anillo de HI a radio galáctico constante. Infiriendo el radio galactocéntrico del

anillo se puede calcular la velocidad circular del mismo.

El espesor de la capa de HI de la Vía Láctea en cualquier punto de la galaxia está dado por el equilibrio hidrostático local entre la fuerza gravitacional y las fuerzas de restauración debidas a la presión térmica, el movimiento turbulento del gas, los rayos cósmicos y la presión magnética. Como ninguna de estas fuerzas depende del ángulo azimutal, puede suponerse que el espesor de la capa de HI será el mismo a lo largo de cualquier anillo de radio galactocéntrico constante. El espesor de la capa se relaciona con el tamaño angular para una dada longitud galáctica y radio galactocéntrico. Con lo cual, midiendo el tamaño angular de la capa considerada es posible obtener el radio galactocéntrico del anillo. El tamaño angular se calcula a partir de la distribución de densidad del HI en latitud, para ellos se considera que la misma es proporcional a la temperatura de brillo cuando la profundidad óptica es pequeña.

Honma & Sofue (1997): Se deriva la curva de rotación externa y se combina con la de la parte interna obtenida con el método de las velocidades terminales del HI. La curva final cubre radios galactocéntricos $0.3R_0 \leq R \leq 2.5R_0$. Se analizan los datos del catálogo de HI de Weaver & Williams (1973) para el hemisferio norte, y los de Kerr et al. (1986) para el sur y utilizan la técnica presentada por Merrifield (1992).

■ Regiones HII y nubes moleculares gigantes

La estimación de la curva de rotación por fuera del Sistema Solar requiere la determinación independiente de la distancia y la velocidad radial de algún grupo en particular de objetos. Las nubes moleculares gigantes⁸ (GMCs por sus siglas en inglés) son buenas candidatas pues la línea de emisión del CO en estos complejos es fuerte y estrecha lo cual permite una buena estimación de sus velocidades radiales. Como el medio interstelar es ópticamente delgado a las emisiones de CO, éstas pueden ser detectadas a grandes distancias. Además, en general están acompañadas por asociaciones estelares OB cuya distancia puede ser determinada utilizando la espectroscopía (por ejemplo ajustando la línea de secuencia principal de edad cero o ZAMS por sus siglas en inglés, o utilizando el tipo espectral para inferir la magnitud absoluta y calcular el módulo de distancia). Estas asociaciones casi invariablemente generan regiones HII (nubes de hidrógeno atómico ionizado), las cuales se emplean como trazadores de las GMCs. La emisión en radio de las regiones HII no es atenuada por la extinción ocasionada por el polvo y por lo tanto pueden ser detectadas a grandes distancias. La relación entre las regiones HII y las GMCs ha sido ampliamente estudiada localmente (Blair et al., 1975; Gordon & Burton, 1976; Lada & Elmegreen, 1979).

A continuación se describen las particularidades de cada conjunto de datos obtenido con este método.

Blitz (1979): Se describen las emisiones de CO asociadas a regiones HII Sharpless (Sharpless, 1959) observadas en el observatorio Millimeter Wave Observatory en Texas. La curva de rotación para la VL es calculada hasta $R = 16$ kpc en el segundo y tercer cuadrante. Las regiones HII utilizadas son divididas en dos grupos: a) aquellas con distancia al Sol mayor a 2 kpc que han sido calculadas ajustando la línea las ZAMS o a

⁸Gran extensión de gas molecular con masas de aproximadamente $10^4 - 10^6 M_\odot$ y tamaño de decenas de pc.

partir del módulo de distancia de las estrellas responsables de la ionización (Crampton et al., 1978; Georgelin et al., 1973; Moffat et al., 1979). b) son las más cercanas al Sol y están acompañadas por asociaciones estelares bien conocidas cuya distancia se calcula ajustando la línea de las ZAMS.

Fich et al. (1989): Se utiliza el catálogo de velocidades obtenidas a partir de la línea de emisión de CO de regiones HII dado por Blitz et al. (1982a). El catálogo contiene regiones HII ópticas del hemisferio norte y cuyas distancias están determinadas por diferentes autores utilizando la espectroscopía óptica.

Turbide & Moffat (1993): Se recurre a la fotometría 2-dimensional con CCD para obtener las magnitudes estelares UBV de estrellas miembro de distantes regiones HII en el tercer cuadrante galáctico⁹. La comparación de las observaciones con isocronas teóricas permite obtener las edades y distancias de los grupos estelares con una buena precisión en comparación con métodos anteriores. Se plantean dos opciones para la metalicidad que llevan a diferentes estimaciones en la distancia. Cada uno de los objetos estudiados tiene al menos tres estrellas miembro luminosas y la distancia a la región se calcula como el promedio de las distancias a cada estrella. En cuanto a la velocidad radial, en los casos en los que es posible, se utilizan las velocidades de la línea de emisión del CO, y sino se utilizan velocidades estelares.

Brand & Blitz (1993): Se presenta la CR para longitudes galácticas $90^\circ \leq l \leq 270^\circ$ y radios galactocéntricos hasta 17 kpc. Los datos consisten en una muestra de regiones HII para las cuales se tienen las distancias y las velocidades radiales asociadas a las GMCs (Blitz et al., 1982b; Brand, 1986; Brand et al., 1987). Se encuentra que la CR del hemisferio norte difiere muy poco de la del sur lo que implica que, a primer orden, el campo de velocidades galáctico tiene simetría axial.

Hou et al. (2009): Se recolectan de la literatura datos publicados de regiones HII y GMCs que incluyen posiciones, velocidades, flujos, etc. Se utilizan distancias estelares.

■ Cúmulos abiertos

El valor de los cúmulos abiertos como trazadores de la curva de rotación de la Vía Láctea ha sido ampliamente reconocido (Glushkova et al., 1998; Hron, 1987; Loktin & Beshe-
nov, 2003; Scott et al., 1995). En comparación con otros trazadores, los cúmulos abiertos son más amenos para la determinación de edades, metalicidades, distancias y velocidades. Para establecer las primeras tres alcanza con tener un diagrama color-magnitud (CMD) adecuado. En particular, para calcular la distancia al cúmulo se realiza un ajuste de la línea de las ZAMS. En el caso de los cúmulos más cercanos, es posible estimar con aún mejor precisión la distancia utilizando el método de paralaje con satélites de alta precisión como Hipparcos. En cuanto a la determinación de la velocidad, los cúmulos abiertos son superiores a otros trazadores debido a que se puede promediar la velocidad sobre varias estrellas del cúmulo y obtener con buena precisión el movimiento del mismo.

⁹La experiencia ha mostrado que las regiones HII visibles más distantes se encuentran en el tercer cuadrante debido a la baja extinción estelar (Moffat et al., 1979).

A continuación se describen las particularidades del conjunto de datos obtenido con este método.

Frinchaboy & Majewski (2008): Presentan análisis espectroscópicos de estrellas de cúmulos abiertos obtenidos con el espectrógrafo Hydra del Cerro Tololo Inter-American Observatory. Utilizan los espectros para determinar la velocidad radial de 3436 estrellas en el campo de cúmulos abiertos. Analizan cuidadosamente la pertenencia de las estrellas analizadas a cada uno de los cúmulos con el fin de reducir errores en la determinación de la velocidad del cúmulo. Las velocidades radiales fueron derivadas utilizando el paquete *fxcor* de IRAF y comparando con estrellas estándar para evitar errores sistemáticos. Las estrellas consideradas tienen un rango espectral muy amplio, desde estrellas muy caliente O y Be hasta estrellas de carbono muy frías. La distancia heliocéntrica y las coordenadas galácticas son tomadas del sitio web WEBDA que presenta de forma online el catálogo BDA de cúmulos abiertos.

■ Nebulosas planetarias

Las nebulosas planetarias se originan a partir de estrellas de masa inicial baja o intermedia y por lo tanto constituyen una población relativamente vieja. El espectro óptico de las nebulosas planetarias está dominado por brillantes líneas de emisión permitiendo una determinación muy precisa de la velocidad radial. En cuanto a la determinación de la distancia, es posible obtenerla de forma individual y precisa para un número muy pequeño de nebulosas planetarias y es por ello que se deben utilizar métodos estadísticos cuya precisión no es tan buena para el resto de los objetos. Zhang (1995) propone utilizar un promedio de dos distancias obtenidas en base a métodos estadísticos similares pero diferentes: a) el primer método se basa en la correlación ampliamente comprobada entre la masa ionizada de la nebulosa planetaria y el radio de la misma. A partir de esta relación empírica es posible calcular la distancia a la nebulosa utilizando como datos el radio angular de la misma y la densidad de flujo; b) el segundo método está basado en la correlación entre el radio de la nebulosa y la temperatura de brillo superficial (T_b). Usando esta relación la distancia queda determinada conociendo (T_b) y el radio angular de la nebulosa.

Durand et al. (1998): Se presenta una compilación de 867 nebulosas planetarias galácticas con sus velocidades radiales junto con otros datos cinemáticos. Algunas de las velocidades radiales incluidas fueron calculadas por los autores y no habían sido publicadas anteriormente. Las distancias a las nebulosas presentadas en esta publicación pueden encontrarse en Zhang (1993, 1995).

■ Cefeidas clásicas

Las cefeidas clásicas (cefeidas de población I que se ubican en el disco) se encuentran entre los objetos más útiles para estudiar la curva de rotación de la Vía Láctea debido a que son muy luminosas, presentan poca dispersión en la velocidad y su distancia puede ser conocida de forma precisa. Este tipo de estrellas posee una relación período-luminosidad-color bien determinada, que permite calcular el módulo de distancia conociendo el período y algunas de las cantidades que se obtienen a partir de la fotometría (magnitud aparente visual, color y exceso de color). Las velocidades radiales son calculadas a partir de los espectros.

A continuación se describe el detalle de los conjuntos de datos obtenidos con este método.

Pont et al. (1994): Se calculan las velocidades radiales de 107 cefeidas clásicas a partir de los espectros obtenidos por el espectrógrafo CORAVEL. Las distancias se obtienen utilizando la relación período-luminosidad-color.

Pont et al. (1997): Se miden la velocidad radial y distancia de 48 cefeidas clásicas situadas en la parte más externa del disco en longitudes $118^\circ < l < 274^\circ$ incluyendo una corrección por metalicidad en el cálculo de la distancia (a partir de la relación período-luminosidad-color). Utilizando estas cefeidas como trazadores se determina la curva de rotación del disco para radios galactocéntricos entre R_0 y $2R_0$.

- **Estrellas de Carbono** Una estrella de carbono es aquella cuya atmósfera contiene más carbono que oxígeno. Son objetos adecuados para trazar la curva de rotación de la Vía Láctea debido a varias características. En primer lugar, son estrellas de edad intermedia, lo cual implica que han perdido cualquier velocidad sistemática con la que podrían haber nacido, pero aún son lo suficientemente jóvenes como para tener una baja dispersión de velocidades. También son intrínsecamente muy brillantes. Además, el catálogo 2MASS provee la fotometría de estas estrellas y, utilizando estos datos, es posible determinar sus distancias. Esto se debe a que tienen una relación bien establecida entre la magnitud absoluta y el color. Entonces, usando la fotometría en diferentes bandas es posible estimar la distancia.

A continuación se describen las particularidades de los conjuntos de datos obtenidos con este método.

Demers & Battinelli (2007): Analizan los espectros de 70 estrellas de carbono obtenidos en Octubre de 2006 con un espectrógrafo del Plaskett Telescope en el observatorio Dominion Astrophysical Observatory. A partir de los espectros obtienen las velocidades radiales de las estrellas utilizando la tarea de IRAF *fxcor*. Las distancias las obtienen del catálogo 2MASS.

Battinelli et al. (2013): Es una continuación del trabajo anterior, se incorporan 36 estrellas de carbono nuevas y se obtiene una curva de rotación que se extiende hasta un radio galactocéntrico de 25 kpc.

- **Masers**

Un máser astrofísico es una fuente natural de emisión estimulada de líneas espectrales, en general, de microondas. Los másers pueden aparecer en diversos contextos astrofísicos, en particular se asocian a regiones de formación estelar donde la estrella central excita a los másers. El catálogo Bar and Spiral Structure Legacy Survey (BSSLS), un proyecto del interferómetro Very Long Baseline Array (VLBA), tiene la información de las distancias de cientos de másers calculadas utilizando paralaje trigonométrica. Se trata de másers de agua y metanol asociados a estrellas jóvenes masivas que trazan la estructura espiral de la Vía Láctea. Existen otros dos proyectos con el mismo objetivo: uno de la red europea de interferometría de muy larga base (VLBI) y otro de la red

japonesa de interferometría de larga base para la exploración de la radio-astrometría (VERA). Al igual que para los demás trazadores, las velocidades radiales se obtienen midiendo el efecto Doppler de las líneas espectrales.

Bobylev & Bajkova (2013); Honma et al. (2012); Reid et al. (2014); Stepanishchev & Bobylev (2011); Xu et al. (2013): Presentan las propiedades de másers obtenidas de los proyectos VLBA, VERA y VLBI europeo con el objetivo de describir la estructura espiral de la Vía Láctea. El rango de distancias galactocéntricas es de 4 a 16 kpc aproximadamente.

3.3.2. Compilación Huang et al.

Esta compilación (Huang et al., 2016) presenta una curva de rotación para la Vía Láctea que se extiende desde 5 a 100 kpc aproximadamente, la cual se construye utilizando alrededor de 16000 aglomeraciones de estrellas rojas gigantes primarias (PRCGs) del disco exterior seleccionadas de los catálogos LSS-GAC (Liu et al., 2014; Yuan et al., 2015) y SDSS-III/APOGEE (Eisenstein et al., 2011b; Majewski et al., 2017); y unas 5700 estrellas gigantes K (HKGs) seleccionadas del catálogo SDSS/SEGUE (Yanny et al., 2009) que se encuentran en el halo. Las PRCGs son consideradas excelentes candelas estándar debido a que su luminosidad intrínseca no depende de las características de la población (como la edad y la metalicidad (Cannon, 1970; Paczyński & Stanek, 1998)) y por lo tanto su distancia puede ser calculada con gran precisión. Además, al tener una edad intermedia/avanzada han tenido suficiente tiempo para que su dinámica se mezcle con la del disco, y por lo tanto, son menos afectadas por posibles asimetrías. En cuanto a las HKGs sus bondades radican en que son intrínsecamente muy brillantes, permitiendo estimar la curva de rotación hasta 100 kpc y en la gran cantidad que se encuentran en el catálogo SDSS/SEGUE.

Para calcular la curva de rotación en la región del disco externo se utilizan argumentos geométricos similares a los explicados para la compilación `galKin`, con la diferencia de que se divide a las estrellas en la dirección radial en anillos de 0.5 kpc de ancho para $R_0 < R < 12.34$ kpc, 1 kpc de ancho para $12.34 < R < 14.34$ kpc y por último de 2 kpc para $14.34 < R < 16.34$ kpc. El valor para la velocidad circular v_c de cada anillo se obtiene minimizando el estimador χ^2 dentro del mismo.

Para la región externa al disco galáctico es necesario utilizar estrellas del halo para inferir la curva de rotación. Se asume que estos trazadores están isotrópicamente distribuidos y a partir de la dispersión de la velocidad radial σ_r , de la densidad numérica ν y del parámetro de anisotropía β se puede derivar la velocidad circular v_c utilizando la ecuación de Jeans para sistemas esféricos

$$v_c^2(R) = -\sigma_r^2 \left(\frac{d \ln \nu}{d \ln r} + \frac{d \ln \sigma_r^2}{d \ln r} + 2\beta \right). \quad (3.7)$$

El perfil de σ_r es estimado a partir de la dispersión de la velocidad en la línea de la visual σ_{los} y la densidad numérica sigue una ley de potencia doble con un radio de corte r_b alrededor de 20kpc. El parámetro β no es tan simple de estimar y no está bien acotado por fuera de la vecindad solar. Para resolver este problema, se consideraron varios valores de β al resolver la ecuación de Jeans.

En el caso de los trazadores del halo también se los divide en anillos en la dirección radial. En este caso, se requiere que cada anillo contenga al menos 40 estrellas. Debido a este requerimiento, deben tener un ancho no menor a 1 kpc para $R \leq 20$ kpc, 2.5 kpc para $20 < R \leq 50$ kpc y 5 kpc para $r > 50$ kpc.

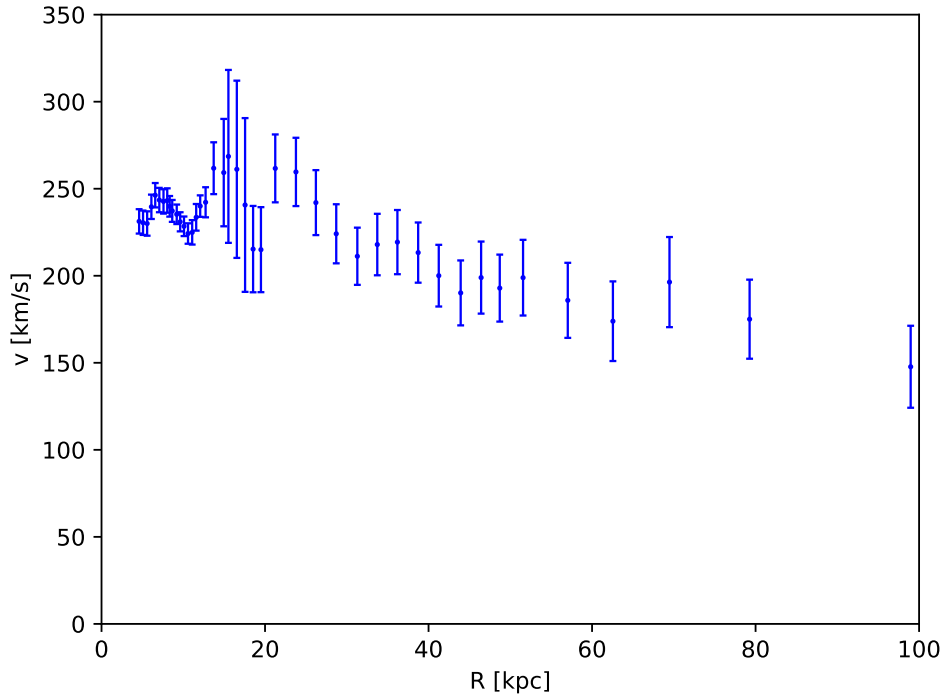


Figura 3.5. Curva de rotación para la Vía Láctea dada por la compilación de Huang et al.

Para construir la curva de rotación final se utilizan ambos trazadores y se agregan mediciones de HI tomadas de Fich et al. (1989) que han sido promediadas en anillos de 0.5 kpc de ancho para $4.5 \text{ kpc} < R < R_0$ ¹⁰. En la región de solapamiento entre PRCGs y HKGs se utilizan los valores obtenidos del análisis de PRCGs debido a su mayor precisión. La curva de rotación resultante cuenta con 42 puntos (R, v_c) y se observa en la Fig. 3.5.

3.3.3. Compatibilidad entre las compilaciones

Las dos compilaciones utilizadas permiten testear regímenes distintos dentro de la Vía Láctea. En el caso de la compilación `galkin` se tiene una descripción detallada de la curva interior de la Vía Láctea, mientras que en el caso de Huang et al. se trata de una curva de rotación que se extiende hasta casi 100 kpc.

Es importante resaltar que ambas compilaciones provienen de trazadores distintos¹¹ y utilizan técnicas diferentes para determinar la curva de rotación total. La compilación `galkin` cuenta con unos 2700 objetos del disco galáctico entre los que se encuentran el gas, estrellas y másers. A cada uno de estos objetos se les asigna un radio galactocéntrico y una velocidad circular en el plano. La compilación de Huang et al. está construida a partir de más 20000 objetos entre los que se encuentran trazadores del disco (PRCGs) y del halo (HKGs). En este caso, se divide el cielo en 42 anillos en la dirección galactocéntrica y se le asigna una

¹⁰Se utilizan solo los datos con $R > 4.5 \text{ kpc}$ debido a que para los radios galactocéntricos menores no se puede considerar órbitas circulares perfectas dada la influencia de la barra presentada por el bulge de nuestra galaxia (Chemin et al., 2015).

¹¹Excepto en la región interior al círculo solar donde ambas compilaciones hacen uso de datos provenientes de las velocidades terminales de HI de Fich et al. (1989), con la diferencia de que en el caso de la compilación de Huang et al. los datos se encuentran promediados.

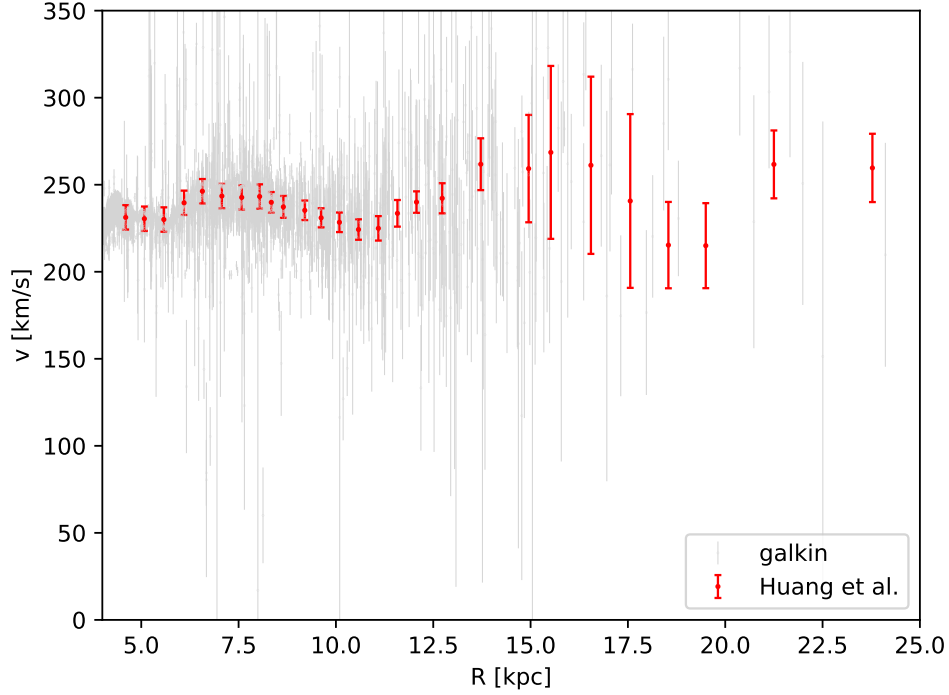


Figura 3.6. Curva de rotación de la compilación galkin (puntos) y la compilación Huang et al. (círculos) en la región donde se solapan.

velocidad circular a cada uno de los anillos. Para poder asignar una velocidad en el plano en el caso de las observaciones del halo es necesario recurrir a la ecuación de Jeans.

A partir de estas diferencias, se infiere que de existir errores sistemáticos en las compilaciones, van a ser distintos entre sí debido a que los tipos de trazadores, las técnicas observacionales y las regiones del cielo, entre otras, son diferentes en ambas compilaciones.

Lo remarcable es que, a pesar de estas diferencias, ambas compilaciones son compatibles a 3σ en los radios galactocéntricos en los cuales se solapan (i.e. $4.6 \leq R \leq 23.78$). Esta compatibilidad puede verse en la Fig. 3.6.

3.4. Parámetro post-newtoniano γ

3.4.1. Deflexión de la Luz

Utilizando el interferómetro VLBI se puede estimar la deflexión de la luz debida al Sol analizando datos de cuasáres y radio galaxias compactas distribuidas en todo el cielo. Para calcular el ángulo de deflexión se siguen las fuentes a lo largo del tiempo mientras la Tierra se mueve en su órbita cambiando la línea de visión de las fuentes. La variación en las distancias y las posiciones relativas se puede establecer al utilizar efemérides precisas con lo cual se obtienen predicciones para el ángulo de deflexión $\delta\theta(\gamma)$ (Ec. 2.71) como función del tiempo. Utilizando el método de mínimos cuadrados se ajusta el coeficiente $(1+\gamma)/2$. Se han utilizado más de 2 millones de observaciones de unas 500 fuentes para obtener un límite observacional de $|\gamma-1| < 4 \times 10^{-4}$ (Lambert & Le Poncin-Lafitte, 2011; Shapiro et al., 2004) (ver Fig. 3.7).

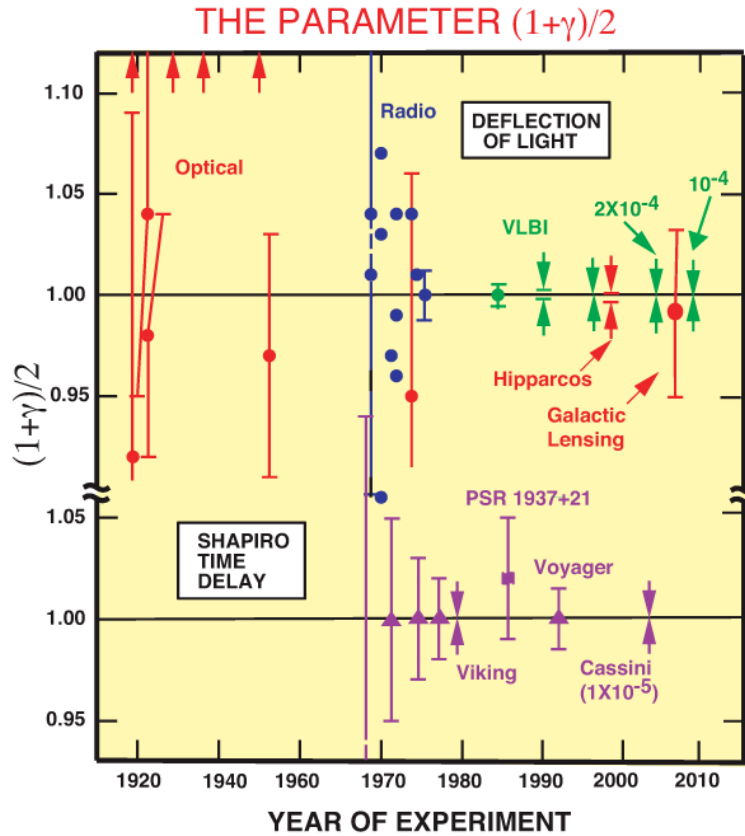


Figura 3.7. Límites observacionales para el valor del parámetro post-newtoniano γ obtenidos por diferentes experimentos a lo largo de los años. En la parte superior de la imagen se muestran los límites obtenidos a partir de la observación del efecto de la deflexión de la luz. En la parte inferior se muestran los correspondientes al efecto Shapiro y se indica en particular el valor más estricto que se tiene en la actualidad. Crédito Will (2014).

3.4.2. Efecto Shapiro

La misión Cassini mide el tiempo de retraso de una señal que viaja desde la Tierra hasta Saturno (donde se encuentra la nave Cassini) y de regreso cuando los dos planetas se encuentran en conjunción (Bertotti et al., 2003). El movimiento de la nave y de la tierra produce un cambio en la distancia más pequeña entre la señal y el centro del Sol (llamada parámetro de impacto) y en δt . Esta variación puede escribirse como

$$y = \frac{d(\delta t)}{dt} = -2(1 + \gamma) \frac{GM}{c^3} \frac{1}{d} \frac{dd}{dt}. \quad (3.8)$$

Como la nave se encuentra muy lejos de la Tierra, la variación dd/dt es prácticamente la velocidad de la Tierra. A su vez, y representa la variación en la frecuencia de la señal $\Delta\nu/\nu$ y su pico se calcula en $y = 6 \times 10^{-10}$. A partir de este análisis se encuentra que $|\gamma - 1| < 2.3 \times 10^{-5}$. Este valor es el límite observacional más preciso que se tiene en la actualidad para el parámetro post-newtoniano γ pero existen varios tal como se puede ver en la Fig. 3.7.

Capítulo 4

Resultados

4.1. Predicciones de la teoría MOG en el contexto cosmológico

En esta sección se describe la predicción teórica de $H(z)$ para la teoría MOG y se analiza su consistencia con datos provenientes de SNIa de la compilación Pantheon y del método de los cronómetros cósmicos. La teoría ya ha sido analizada utilizando datos de las SNIa (Moffat & Toth (2009)) pero con una compilación más antigua que contaba con datos observacionales para SNIa con un rango de redshift $0.01 \lesssim z \lesssim 1.0$. En cambio, es la primera vez que se utilizan los cronómetros cósmicos para testear esta teoría, si bien ya han sido utilizados para contrastar otras teorías de gravedad modificada (Basilakos & Nesseris, 2017; Jaime et al., 2018; Nunes et al., 2017). Los resultados de este análisis se incluirán en una publicación.

4.1.1. Resolución numérica de las ecuaciones cosmológicas

Las ecuaciones de Friedmann junto con aquellas que determinan la evolución de los campos escalares (Ecs. 2.20-2.24) pueden resolverse de forma numérica al utilizar condiciones iniciales adecuadas. En esta tesis se utilizan los valores sugeridos por Moffat & Toth (2009)

$$t_0 = 13.7 \times 10^9 \text{ años}, \quad (4.1)$$

$$a_0 = ct_0, \quad (4.2)$$

$$G_0 = 6 G_N, \quad (4.3)$$

$$\mu_0 = a_0^{-1}, \quad (4.4)$$

$$\omega_0 = 1/\sqrt{12}, \quad (4.5)$$

$$\phi_0 = 0, \quad (4.6)$$

$$\dot{a}_0 = H_0 a_0, \quad (4.7)$$

$$\dot{G}_0 = \dot{\mu}_0 = \dot{\omega}_0 = 0, \quad (4.8)$$

$$V_G^M = 0.07659537 G_0^2 / t_0^2, \quad (4.9)$$

$$V_\mu = V_\omega = V_\phi = 0, \quad (4.10)$$

$$\Lambda = 0, \quad (4.11)$$

$$k = 0. \quad (4.12)$$

La elección de los valores de los campos escalares está motivada por la solución de las ecuaciones de campo de la teoría en el caso esféricamente simétrico. El valor de G_0 se elige por dos razones: a) para obtener el valor de Ω_b del modelo Λ CDM que se predice a partir de los datos del Fondo Cósmico de Radiación y de la Nucleosíntesis Primordial es necesario que G_0 sea 6 veces el valor de la constante newtoniana, b) si se reemplaza $G_0 \approx 6 G_N$ en la solución

4. Resultados

para una partícula puntual, a la distancia de Yukawa $r = \mu^{-1}$ se obtiene un $\alpha \simeq 19$ que implica $G_0 \approx 20 G_N$ en el infinito. De esta manera, la solución obtenida en esta tesis es consistente con una cosmología Einstein-de Sitter sin materia ni energía oscuras. El valor de V_G , indicado como V_G^M , es elegido por el autor de la teoría para poder explicar las observaciones de los módulos de distancia de las SnIa (Toth, 2010). En esta tesis se utiliza este valor como referencia pero también se consideran otras posibilidades.

Utilizando el mismo enfoque que Jaime et al. (2012b) se realiza un cambio de variables del tiempo t al redshift z

$$z = \frac{a_0}{a(t)} - 1. \quad (4.13)$$

Además, se definen las nuevas funciones $\alpha = G'$, $\beta = \mu'$ y $\gamma = \omega'$ para tener un sistema de ecuaciones de primer orden y se elimina la ecuación algebraica para ρ^1 . Finalmente, el sistema de ecuaciones a integrar puede escribirse como

$$3H^2 - 2H\alpha(1+z) - \frac{4\pi}{3}(1+z)^2 H^2 \left[\left(\frac{\alpha}{G}\right)^2 + \left(\frac{\beta}{\mu}\right)^2 - \gamma^2 \right] - 8\pi \frac{V_g}{G^2} \quad (4.14)$$

$$+ (1+z)H^2 \frac{\alpha}{G} - \frac{(1+z)^2 H[H\alpha' + H'\alpha]}{G} + \frac{2[(1+z)H\alpha]^2}{G^2} = 0, \quad (4.15)$$

$$(1+z)H[H\alpha'(1+z) + \alpha H + H'\alpha(1+z)] - 3H^2(1+z)\alpha - \frac{3}{2} \frac{[(1+z)H\alpha]^2}{G} + \quad (4.16)$$

$$\frac{G}{2}(1+z)^2 H^2 \left[\left(\frac{\beta}{\mu}\right)^2 - \gamma^2 \right] + 3\frac{V_g}{G} - \frac{3G}{8\pi} [2H^2 - \alpha H(1+z)] = 0, \quad (4.17)$$

$$(1+z)H[H\beta'(1+z) + \beta H + H'\beta(1+z)] - 3H^2(1+z)\beta - \quad (4.18)$$

$$\frac{[(1+z)H\beta]^2}{\mu} - \frac{(1+z)^2 H^2 \alpha \beta}{G} = 0, \quad (4.19)$$

$$(1+z)H[H\gamma'(1+z) + \gamma H + H'\gamma(1+z)] - 3H^2(1+z)\gamma - \frac{(1+z)^2 H^2 \alpha \gamma}{G} = 0, \quad (4.20)$$

donde $'$ indica derivada respecto del redshift z y con condiciones iniciales para $z = 0$ que se corresponden con las presentadas al inicio de esta sección.

El valor de H_0

En la actualidad no existe un consenso en la comunidad acerca del valor de la tasa de expansión del Universo a $z = 0$, H_0 . Los dos valores estimados más recientes presentan la llamada *tensión de H_0* :

- $H_0 = 73.48 \pm 1.66$ km/(s Mpc): medido directamente por la *escalera de distancias cósmicas*² (Riess et al., 2018a). Esta medición depende exclusivamente del modelado de la astrofísica de estrellas (cefeidas y supernovas) y de la medición precisa de paralajes. Es un método independiente de la cosmología³.

¹Al resolver el sistema de ecuaciones se está considerando un Universo con polvo, es decir, $p = 0$

²Sucesión de diversos métodos para calcular la distancia a objetos cada vez más lejanos hasta alcanzar redshift cosmológicos.

³Solo se asume que el espacio-tiempo local es euclideo.

- $H_0 = 67.37 \pm 0.54$ km/(s Mpc): inferido de las observaciones del Fondo Cósmico de Radiación provistas por la misión Planck (Planck Collaboration et al., 2018). Este valor es derivado asumiendo un modelo específico para la cosmología, típicamente un modelo Λ CDM plano.

Ambos valores se obtienen de forma completamente independiente. La tensión entre los mismos fue cuantificada por primera vez en Verde et al. (2013) y es aún objeto de amplia discusión (Bernal et al., 2016; Efstathiou, 2014; Feeney et al., 2018; Freedman, 2017; Jimenez et al., 2019). En esta tesis se realizan las comparaciones entre predicciones teóricas y observaciones considerando ambos valores para H_0 . En el caso del cálculo de la distancia luminosa para las SnIa es importante tener en cuenta que uno de los valores de H_0 está calculado utilizando estos objetos mientras que el otro es una determinación independiente de los mismos⁴. Para ser estrictamente consistentes en esta tesis se debería considerar el valor de H_0 que se obtenga de un análisis estadístico donde se comparen las predicciones de la teoría MOG para la anisotropía y polarización del FCR con los datos observacionales recientes, pero la complejidad de este cálculo excede el contenido de esta tesis.

4.1.2. Comparación con datos provenientes del método de los cronómetros cósmicos

Resolviendo el sistema de ecuaciones presentado para la cosmología de la teoría MOG se encuentra la predicción teórica de la misma para $H(z)$. Esta puede verse en la Fig. 4.1 junto con los datos provenientes del método de los cronómetros cósmicos (Tabla 3.1) para los diferentes valores de H_0 y V_G considerados. También se muestra la curva correspondiente al modelo estándar Λ CDM con $H_0 = 69.01$ y $\Omega_m = 0.299$ (Scolnic et al., 2018).

Para evaluar si la predicción teórica es consistente con las observaciones se calcula el estimador χ^2 . La Tabla 4.1 muestra el valor del estimador χ^2 reducido ($\tilde{\chi}^2 = \chi^2/\nu$ con ν el número de grados de libertad) para cada valor de H_0 y V_G considerado en el análisis. El equivalente a 5σ es $\tilde{\chi}_{5\sigma}^2 = 2.79$. Para el Modelo Cosmológico Estándar se obtiene $\tilde{\chi}_{\Lambda\text{CDM}}^2 = 0.74$. Como puede observarse de la tabla, al utilizar valores adecuados para V_G (cercanos a V_G^M) las predicciones del modelo son consistentes con los datos provenientes de los cronómetros cósmicos independientemente del valor de H_0 considerado. Pero al alejarse de este valor, se encuentra que la teoría no puede explicar las observaciones. En particular, $V_G = 0$ puede ser descartado a 5σ .

4.1.3. Comparación con datos provenientes de SnIa

Una vez obtenida la estimación teórica de $H(z)$, es posible calcular la distancia luminosa correspondiente a cada z de cada SnIa de la compilación Pantheon

$$d_L(z) = (1+z) \int_0^z \frac{H_0}{H(z)} dz, \quad (4.21)$$

y el correspondiente módulo de distancia teórico

$$\mu = 25 + 5 \log_{10}(d_L(z)). \quad (4.22)$$

Esta predicción teórica puede compararse con el módulo de distancia observado para cada supernova de la compilación calculando el estimador χ^2

$$\chi^2 = \Delta\mu^T C^{-1} \Delta\mu, \quad (4.23)$$

⁴Sin embargo, hay que destacar que las supernovas utilizadas para determinar H_0 no son las mismas que se consideran en esta tesis para contrastar las predicciones de la teoría para la distancia luminosa.

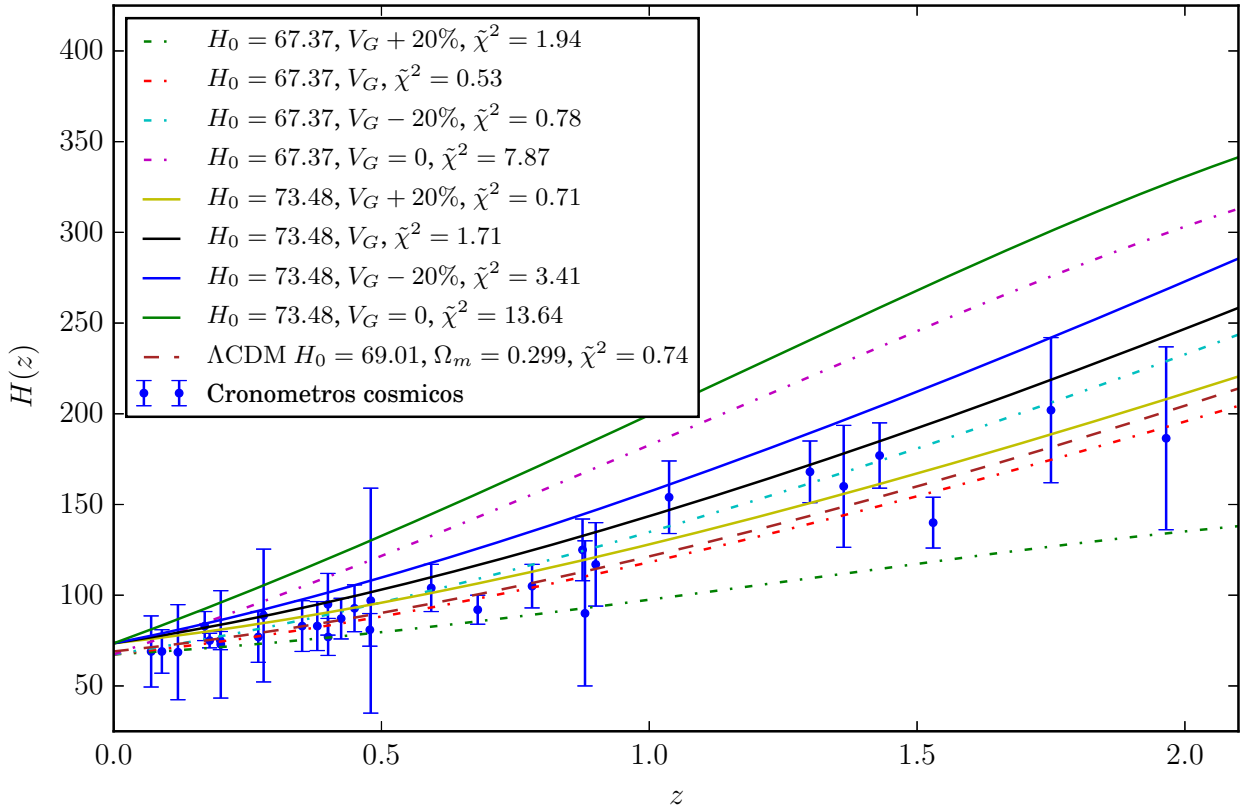


Figura 4.1. Predicción teórica de $H(z)$ para la teoría MOG al considerar diferentes valores de los parámetros H_0 y V_G . También se muestran los datos provistos por el método de los Cronómetros Cósmicos.

H_0	V_G	$\tilde{\chi}^2$
73.48	$V_G^M + 20\%$	0.71
73.48	V_G^M	1.71
73.48	$V_G^M - 20\%$	3.41
73.48	0	13.64
67.37	$V_G^M + 20\%$	1.94
67.37	V_G^M	0.53
67.37	$V_G^M - 20\%$	0.78
67.37	0	7.87

Tabla 4.1. Estimador χ^2 reducido para diferentes valores de H_0 y V_G al utilizar los datos provenientes del método de los cronómetros cósmicos. El equivalente a 5σ es $\tilde{\chi}_{5\sigma}^2 = 2.79$.

H_0	V_G	M	$\tilde{\chi}^2$
73.48	$V_G^M + 20\%$	-19.25 ± 0.0042	0.98
73.48	V_G^M	-19.20 ± 0.0042	1.00
73.48	$V_G^M - 20\%$	-19.16 ± 0.0042	1.05
73.48	0	-19.01 ± 0.0042	1.40
67.37	$V_G^M + 20\%$	-19.49 ± 0.0042	1.03
67.37	V_G^M	-19.43 ± 0.0042	0.98
67.37	$V_G^M - 20\%$	-19.38 ± 0.0042	1.01
67.37	0	-19.20 ± 0.0042	1.40

Tabla 4.2. Estimador χ^2 reducido para diferentes valores de H_0 y V_G al utilizar como dato las distancias de luminosidad de SnIa. En cada caso se indica el valor del parámetro libre M que provee el mejor ajuste. El equivalente a 5σ es $\tilde{\chi}_{5\sigma}^2 = 1.23$.

con $C = D_{\text{est}} + C_{\text{sis}}$ donde D_{est} es la matriz diagonal de las incertezas estadísticas $\sigma_{\mu_i}^2$ y C_{sis} la matriz de covarianza de los errores sistemáticos.

En la Tabla 4.2 se muestra el estimador χ^2 reducido para diferentes valores de H_0 y V_G . En el análisis realizado se considera a la magnitud absoluta M como un parámetro libre del modelo. En cada caso de la tabla se indica el valor de M (junto con la incerteza correspondiente) que da el mejor acuerdo entre la predicción teórica y las observaciones. El equivalente a 5σ es $\tilde{\chi}_{5\sigma}^2 = 1.23$. En la Fig. 4.2 se presenta la predicción teórica para la magnitud aparente como función del redshift al considerar los diferentes valores para H_0 y V_G y teniendo en cuenta en cada caso el valor de M que mejor ajusta las observaciones. También se muestra la curva correspondiente al modelo estándar ΛCDM con $H_0 = 69.01$ y $\Omega_m = 0.299$ (Scolnic et al., 2018) para la cual se obtiene $\tilde{\chi}_{\Lambda\text{CDM}}^2 = 0.98$. Al igual que para las observaciones provenientes de los cronómetros cósmicos, los módulos de distancia de las supernovas pueden ser explicados por la teoría al utilizar valores adecuados para el parámetro V_G . Si bien el intervalo aceptado en este caso es más amplio debido a la posibilidad de ajustar el parámetro libre M , valores alejados de V_G^M como $V_G = 0$ pueden ser descartados a 5σ .

Si se realiza el mismo cálculo dejando como parámetros libres a los parámetros de *nuisance* (ver Sec. 3.2.2) en lugar de tomarlos con los valores dados por la compilación Pantheon los resultados no se ven afectados. Esto puede verse en la Tabla 4.3. En los primeros dos casos se consideran los parámetros *nuisance* dados por la compilación para el modelo de dispersión $G10^5$: $\alpha = 0.154 \pm 0.006$, $\beta = 3.02 \pm 0.06$ y $\gamma = 0.053 \pm 0.09$. Al contrario, en los últimos dos casos se considera a los parámetros *nuisance* como parámetros libres y se presentan los valores que corresponden al mejor ajuste estadístico que son consistentes con los ajustados por la compilación.

⁵La compilación Pantheon presenta sus resultados considerando dos modelos diferentes de dispersión: $G10$ y $C11$.

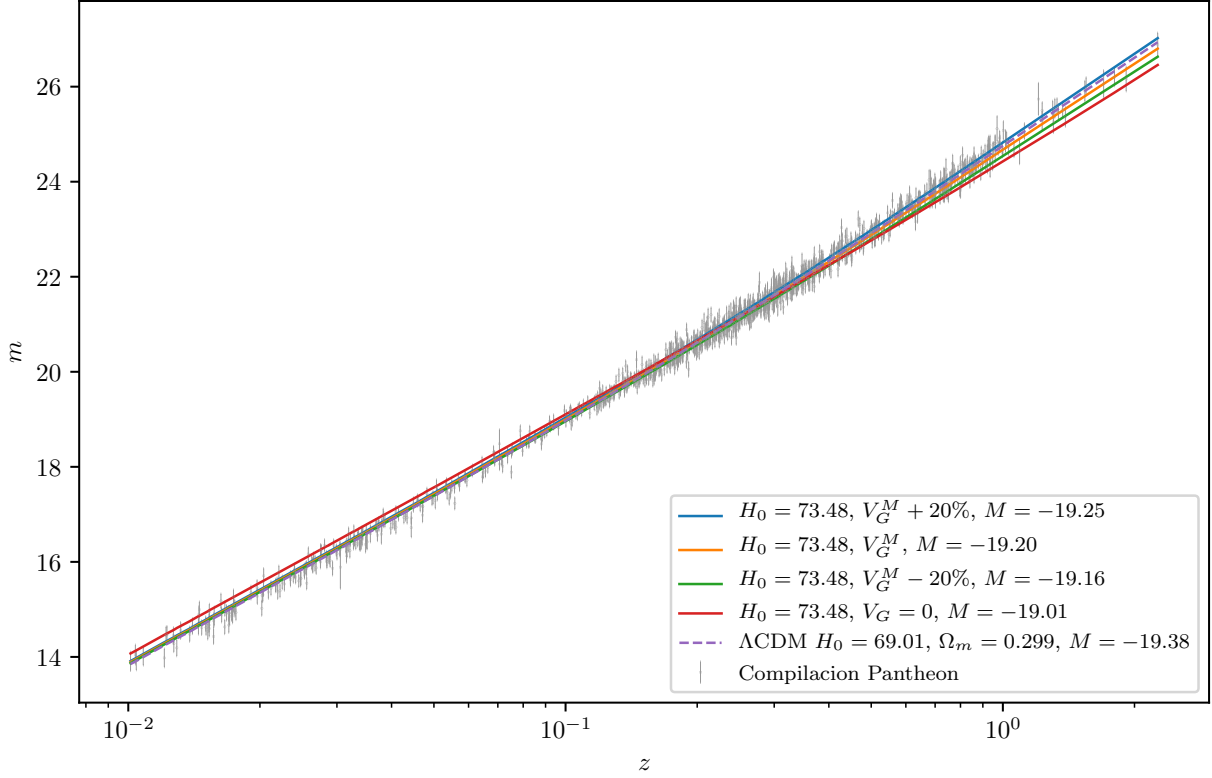


Figura 4.2. Predicción teórica de m_b para la teoría MOG al considerar diferentes valores de los parámetros H_0 y V_G . En cada caso se considera el valor del parámetro libre M que mejor ajusta las observaciones. Se muestran los datos de la compilación Pantheon.

H_0	α	β	γ	M	$\tilde{\chi}^2$
67.37	-	-	-	-19.43 ± 0.004	0.98
73.48	-	-	-	-19.20 ± 0.004	1.00
67.37	0.158 ± 0.005	3.03 ± 0.05	0.051 ± 0.009	-19.43 ± 0.007	0.99
73.48	0.156 ± 0.005	3.00 ± 0.05	0.056 ± 0.009	-19.19 ± 0.007	1.01

Tabla 4.3. Estimador χ^2 reducido para los diferentes valores de H_0 al considerar los parámetros de *nuisance* dados por la compilación Pantheon en las primeras dos entradas y como parámetros libres en las últimas dos. En este último caso se muestran los valores obtenidos para el mejor ajuste. En ambos escenarios, M es considerada un parámetro libre.

4.2. Predicciones de la teoría MOG para la curva de rotación de la Vía Láctea

Moffat comparó las predicciones de la MOG con la curva de rotación de la Vía Láctea mostrando una gran consistencia entre la teoría y los datos observacionales (Moffat & Toth, 2015). Sin embargo, en dicho análisis se consideró a la galaxia como una partícula puntual y solo se utilizaron trazadores de la curva de rotación de la región más externa de la Galaxia. En cambio, en esta tesis se considera un número mucho mayor de trazadores de la curva de rotación de la galaxia a lo largo de toda su extensión y una descripción detallada de la estructura de la Vía Láctea. Este análisis fue realizado en colaboración con el Dr. Fabio Iocco y la Dr. María Benito del ICTP-SAI FR y gran parte de los resultados se encuentran publicados en Negrelli et al. (2018).

4.2.1. Contenido bariónico de la Vía Láctea

Para modelar el contenido bariónico (estrellas y gas) de la galaxia, en esta tesis se adopta un conjunto de morfologías inferidas observacionalmente que separan las tres componentes de la galaxia: el bulbo, el disco y el gas interestelar. En el caso del bulbo se proponen seis modelos diferentes para describir la densidad del mismo llamados *G2* (Dwek et al., 1995), *E2* (Dwek et al., 1995), *Vanho* (Vanhollebeke et al., 2009), *BG* (Bissantz & Gerhard, 2002), *Zhao* (Zhao, 1996) y *RMS* (Robin et al., 2012) mientras que para el disco se utilizan cinco morfologías *HG* (Han & Gould, 2003), *CM* (Calchi Novati & Mancini, 2011), *DJ* (de Jong et al., 2010), *Juric* (Juric et al., 2008) y *BR* (Bovy & Rix, 2013). Para el gas interestelar se utiliza un modelado complejo combinando las propuestas de Ferrière (1998) y Ferrière et al. (2007). Combinando esta descripción para el gas con la elección de un bulbo y un disco se obtiene una morfología total para la Vía Láctea. En total se utilizan 30 morfologías finales que permiten considerar las incertezas sistemáticas en la distribución de la masa bariónica de la galaxia. Esta técnica fue presentada por primera vez por Iocco et al. (2011). Los perfiles de densidad del bulbo y del disco son normalizados utilizando la medida de la profundidad óptica de microlente gravitacional hacia el bulbo galáctico determinada por el proyecto MACHO (Popowski et al., 2005) y la de la densidad superficial de brillo estelar en el radio galactocéntrico solar (Bovy & Rix, 2013) respectivamente. Ambas mediciones están afectadas por incertezas estadísticas que se propagan a la normalización del bulbo y del disco y posteriormente a la velocidad rotacional calculada a través del potencial gravitatorio. Para mayor detalle en la descripción del modelado de la componente bariónica se refiere al lector al Apéndice A.

4.2.2. Parámetros α y μ

La predicción teórica de la curva de rotación de la Galaxia depende de los parámetros α y μ pues

$$\vec{a}(x) = -G_N \int \frac{\rho(x')(x-x')}{|x-x'|^3} \left[1 + \alpha - \alpha e^{-\mu|x-x'|} (1 + \mu|x-x'|) \right] d^3x'. \quad (4.24)$$

En esta tesis se utilizan tres conjuntos de parámetros (α, μ) :

- $(\alpha, \mu)^{\text{SG}} = (8.89, 0.042 \text{ kpc}^{-1})$

Moffat & Rahvar (2013) utilizan el catálogo de galaxias THINGS (de Blok et al., 2008; Walter et al., 2008) para ajustar las curvas de rotación teóricas predichas por la teoría MOG. Este catálogo contiene galaxias espirales tanto de bajo como de alto brillo

superficial (LSB y HSB respectivamente). Realizan el análisis estadístico dejando a los parámetros α , μ y la proporción masa-luminosidad de las galaxias Υ como parámetros libres y encuentran que el mejor ajuste está dado por $\alpha = 8.89 \pm 0.34$ y $\mu = 0.042 \pm 0.004 \text{ kpc}^{-1}$. En un segundo paso utilizan estos dos valores para comparar la predicción teórica con el conjunto de datos de Ursa-Major (Tully et al., 1996; Verheijen, 2001; Verheijen & Sancisi, 2001) encontrando una consistencia entre la predicción teórica y las observaciones. Por lo tanto concluyen que los parámetros calculados son los indicados para trabajar con galaxias espirales (SG por sus siglas en inglés).

- $(\alpha, \mu)^{\text{MW}} = (15.01, 0.0313 \text{ kpc}^{-1})$

Moffat & Toth (2015) calculan el valor de los parámetros α y μ para la Vía Láctea (MW por sus siglas en inglés) utilizando la Ec. 2.59 y considerando una masa para la galaxia $M^{\text{VL}} = 4 \times 10^{10} M_{\odot}$. Encuentran que usando tanto este conjunto de parámetros como el anterior la teoría puede explicar las observaciones de la curva de rotación de la Vía Láctea. Moffat & Toth (2015) utilizan datos de la zona más externa de la Vía Láctea ($20 < R < 100 \text{ kpc}$) y consideran la solución con simetría esférica para una masa puntual. Por el contrario, en esta tesis se considera una mayor cantidad de datos de la curva de rotación de la galaxia concentrados principalmente en la zona interna de la misma y se la caracteriza como un objeto extendido conformado por tres estructuras con simetrías propias.

- $(\alpha, \mu)^{\text{C}}$

Este conjunto de parámetros es calculado a partir de la Ec. 2.59 para cada morfología final de la galaxia (bulbo + disco + gas) y su correspondiente masa. Los valores son presentados en la Tabla 4.4.

Hay que tener en consideración que a partir del ajuste de las curvas de rotación de 29 galaxias Brownstein (2009) presenta incertezas en la estimación de las constantes D y E de la Ec. 2.59 que se utiliza para determinar α y μ

$$D = (6.44 \pm 0.20) M_{\odot}^{1/2} \text{ pc}^{-1} \quad E = (28.4 \pm 7.9) M_{\odot}^{1/2}. \quad (4.25)$$

Estas incertezas se propagan a la estimación de α y μ calculadas a partir de estas constantes.

4.2.3. Procedimiento y Resultados

Se calculó la integral de la función de densidad tridimensional del disco, bulge y gas utilizando la librería Cuba (Hahn, 2006) para obtener la aceleración en cada radio galactocéntrico y derivar la correspondiente velocidad circular en el plano galáctico ($z = 0$ en coordenadas cilíndricas o $\theta = \pi/2$ en coordenadas esféricas). En la integración del disco se consideró simetría axial y se utilizó el ángulo azimutal $\phi = 0$ mientras que en el caso del bulbo la simetría se rompe debido a la presencia de la barra y es necesario promediar sobre el ángulo ϕ . Este procedimiento se realizó para las 30 combinaciones de morfología de bulbo y disco y para los tres conjuntos de parámetros α y μ presentados.

Utilizando el estimador χ^2 se compararon los datos observacionales y la curva de rotación que se obtiene para la teoría MOG para cada morfología final. Este análisis se llevó a cabo para cada una de las compilaciones descritas anteriormente. En el caso de la compilación **Galkin**, se utilizó el estimador χ^2 bidimensional que tiene en cuenta las incertezas tanto en

la velocidad angular como en el radio galactocéntrico (Iocco et al., 2015)

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[\frac{(\omega_i - \omega_{t,i})^2}{\sigma_{\omega,i}^2 + \sigma_{\omega,b,i}^2} + \frac{(R_i - R_{t,i})^2}{\sigma_{R,i}^2} \right], \quad (4.26)$$

donde $\omega_i \pm \sigma_{\omega,i}$ y $R_i \pm \sigma_{R,i}$ son los valores observados y sus incertezas, $\omega_{t,i}$ y $R_{t,i}$ los valores teóricos calculados y $\sigma_{\omega,b,i}$ la incerteza debida a la normalización de las morfologías bariónicas. Se sumó sobre los N objetos de la compilación excluyendo aquellos con $R < 2.5$ kpc debido a que en la región más interna de la galaxia la simetría axial se rompe y algunos de los trazadores pueden presentar órbitas no circulares.

Para presentar los resultados se utiliza el estimador $\tilde{\chi}^2 = \chi^2/\nu$ siendo ν el número de grados de libertad⁶. En la Tabla 4.4 se presenta el valor del $\tilde{\chi}^2$ considerando los tres pares de parámetros (α, μ) para cada morfología final, con la respectiva masa bariónica calculada y el consecuente par de parámetros $(\alpha, \mu)^c$. Se muestran los resultados para ambas compilaciones y por completitud se incluyen los resultados al considerar la predicción de la teoría newtoniana ($\alpha = 0$).

Con el objetivo de describir de forma clara los resultados se seleccionó una morfología a la que se la llama *representativa* compuesta por el disco *CM*, el bulbo *E2* y el gas (número 8 en la Tabla 4.4). El valor de χ^2 reducido es mucho mayor que el equivalente a 5σ ($\tilde{\chi}_{5\sigma}^2 = 2.41$ para la compilación Huang y $\tilde{\chi}_{5\sigma}^2 = 1.14$ para la compilación *galkin.*) para los tres conjuntos de parámetros considerados y para las dos compilaciones de datos; indicando que para esta morfología la teoría MOG no puede explicar los datos observacionales.

Al considerar las incertezas en D y E propuestas por Brownstein (2009) se obtiene en lugar del conjunto $(\alpha, \mu)^c$ un espacio de parámetros siendo $\alpha = 15.4 \pm 1.0$ y $\mu = (2.5 \pm 0.2) \times 10^{-2}$. Al analizar este espacio de parámetros se encuentra que para todos los puntos el estimador $\tilde{\chi}^2$ es mayor que el equivalente a 5σ al utilizar la compilación Huang siendo el menor $\tilde{\chi}_{BF}^2 = 8.60$ para el punto $(\alpha, \mu)_{BF} = (16.4, 2.7 \times 10^{-2})$ concluyendo que la teoría falla al intentar explicar la curva de rotación de la Vía Láctea aún cuando se amplía el espacio de parámetros. Como se puede ver en la Fig. 4.3 (y en los valores de la Tabla 4.4) la teoría MOG pareciera funcionar mejor que la gravedad newtoniana pero falla al intentar describir la forma de la curva de rotación observada.

Estos resultados se extienden al resto de las morfologías estudiadas a excepción de aquellas que comparten el disco *BR* que presentan un $\tilde{\chi}^2$ mucho menor al testearlas con la compilación Huang (aunque los resultados siguen siendo no consistentes con la compilación *galkin.*). Este disco tiene la particularidad de ser más masivo que los demás considerados. Se indica como morfología *BF* a aquella que presenta el mejor $\tilde{\chi}^2$ (número 28 en la Tabla 4.4) y al igual que para la morfología *representativa* se analiza el espacio de parámetros determinado por las incertezas de α y μ en busca del mejor ajuste. En este caso $\alpha = 15.65 \pm 0.95$ y $\mu = (2.33 \pm 0.19) \times 10^{-2}$ y el punto que mejor ajusta es $(\alpha, \mu)_{BF} = (16.6, 2.52 \times 10^{-2} \text{kpc}^{-1})$ con $\tilde{\chi}^2 = 2.78$. Estos resultados son inconsistentes con los datos de la compilación Huang a más de 5σ . En la Fig. 4.4 se presentan las curvas de rotación calculadas para esta morfología *BF* para todos los pares de parámetros considerados incluyendo el $(\alpha, \mu)_{BF}$. Como puede observarse ninguna de estas curvas logra capturar el comportamiento de las observaciones en los 15 kpc centrales (la zona visible de la Vía Láctea) produciendo siempre curvas por debajo de los puntos observados⁷.

Por último, con el objetivo de encontrar si existe algún conjunto de parámetros (α, μ) que den una predicción consistente para la curva de rotación de la Vía Láctea se procede

⁶ $\nu = 2701$ y $\nu = 43$ para las compilaciones *Galkin* y Huang respectivamente.

⁷Estos resultados no se ven modificados si se considera como una cuarta componente bariónica al halo de gas caliente de la Vía Láctea.

4. Resultados

morfología bariónica [disco] [bulbo]	Newton	MW	SG	C	$(\alpha, \mu)^C$	$M_{\text{CL}}^{\text{VL}} [10^{10} M_{\odot}]$
	$\tilde{\chi}^2$ Huang – galkin	$\tilde{\chi}^2$ Huang – galkin	$\tilde{\chi}^2$ Huang – galkin	$\tilde{\chi}^2$ Huang – galkin		
1 HG G2	31.83 – 10.69	4.50 – 4.25	4.68 – 4.25	8.59 – 5.96	$(15.79, 2.43 \times 10^{-2})$	$6.6^{+0.6}_{-0.4}$
2 HG E2	30.80 – 9.89	4.11 – 3.83	4.25 – 3.83	8.00 – 5.39	$(15.80, 2.41 \times 10^{-2})$	$6.7^{+0.7}_{-0.6}$
3 HG Vanho	32.90 – 8.51	3.36 – 3.10	3.43 – 3.10	6.85 – 4.37	$(15.83, 2.39 \times 10^{-2})$	$6.8^{+0.7}_{-0.6}$
4 HG BG	29.85 – 9.45	3.71 – 3.51	3.79 – 3.51	7.47 – 5.03	$(15.83, 2.39 \times 10^{-2})$	$6.8^{+0.7}_{-0.6}$
5 HG Zhao	35.73 – 11.40	4.93 – 4.66	5.16 – 4.66	9.21 – 6.51	$(15.77, 2.44 \times 10^{-2})$	6.6 ± 0.6
6 HG RMS	28.67 – 13.65	6.17 – 6.00	6.48 – 6.00	13.00 – 8.43	$(15.74, 2.47 \times 10^{-2})$	$6.4^{+0.6}_{-0.5}$
7 CM G2	33.84 – 12.69	5.51 – 5.45	5.74 – 5.44	9.86 – 7.37	$(15.79, 2.42 \times 10^{-2})$	$6.6^{+0.6}_{-0.4}$
8 CM E2	32.65 – 11.72	5.02 – 4.90	5.20 – 4.90	9.14 – 6.65	$(15.80, 2.41 \times 10^{-2})$	$6.7^{+0.7}_{-0.6}$
9 CM Vanho	30.19 – 10.04	4.06 – 3.93	4.17 – 3.93	7.72 – 5.23	$(15.84, 2.38 \times 10^{-2})$	$6.9^{+0.7}_{-0.6}$
10 CM BG	31.62 – 11.22	4.54 – 4.50	4.66 – 4.50	8.53 – 6.22	$(15.83, 2.39 \times 10^{-2})$	$6.9^{+0.7}_{-0.6}$
11 CM Zhao	35.10 – 13.56	6.06 – 5.98	6.33 – 5.97	10.64 – 8.10	$(15.77, 2.44 \times 10^{-2})$	6.6 ± 0.6
12 CM RMS	38.46 – 16.32	7.66 – 7.74	8.03 – 7.74	15.79 – 10.60	$(15.73, 2.47 \times 10^{-2})$	$6.4^{+0.6}_{-0.5}$
13 DJ G2	33.70 – 12.39	5.43 – 5.29	5.66 – 5.28	9.80 – 7.17	$(15.79, 2.42 \times 10^{-2})$	$6.7^{+0.6}_{-0.4}$
14 DJ E2	32.54 – 11.45	4.94 – 4.76	5.15 – 4.76	9.09 – 6.47	$(15.81, 2.41 \times 10^{-2})$	$6.7^{+0.7}_{-0.6}$
15 DJ Vanho	30.14 – 9.82	4.02 – 3.83	4.14 – 3.83	7.71 – 5.11	$(15.84, 2.38 \times 10^{-2})$	$6.9^{+0.7}_{-0.6}$
16 DJ BG	31.50 – 10.95	4.46 – 4.37	4.60 – 4.37	8.49 – 6.06	$(15.84, 2.38 \times 10^{-2})$	$6.9^{+0.7}_{-0.6}$
17 DJ Zhao	34.93 – 13.23	5.96 – 5.80	6.24 – 5.79	10.56 – 7.86	$(15.78, 2.44 \times 10^{-2})$	6.6 ± 0.6
18 DJ RMS	38.18 – 15.89	7.5 – 7.48	7.87 – 7.47	15.49 – 10.27	$(15.74, 2.47 \times 10^{-2})$	$6.4^{+0.6}_{-0.5}$
19 Juric G2	32.81 – 11.45	5.22 – 4.91	5.18 – 4.90	8.46 – 5.96	$(15.91, 2.32 \times 10^{-2})$	$7.2^{+0.6}_{-0.5}$
20 Juric E2	31.79 – 10.66	4.79 – 4.48	4.76 – 4.47	7.86 – 5.35	$(15.92, 2.31 \times 10^{-2})$	$7.3^{+0.7}_{-0.6}$
21 Juric Vanho	33.86 – 9.26	3.99 – 3.71	3.99 – 3.70	6.69 – 4.35	$(15.95, 2.29 \times 10^{-2})$	$7.5^{+0.8}_{-0.7}$
22 Juric BG	30.64 – 10.19	4.21 – 4.07	4.20 – 4.06	7.30 – 5.01	$(15.95, 2.29 \times 10^{-2})$	$7.5^{+0.7}_{-0.6}$
23 Juric Zhao	36.51 – 12.17	5.68 – 5.33	5.63 – 5.32	9.11 – 6.45	$(15.89, 2.34 \times 10^{-2})$	$7.2^{+0.7}_{-0.6}$
24 Juric RMS	29.76 – 14.42	6.91 – 6.67	6.83 – 6.66	12.91 – 8.34	$(15.85, 2.37 \times 10^{-2})$	7.0 ± 0.6
25 BR G2	24.48 – 4.87	1.94 – 1.50	1.79 – 1.51	4.50 – 2.07	$(15.94, 2.30 \times 10^{-2})$	$7.4^{+0.7}_{-0.6}$
26 BR E2	24.02 – 4.64	1.84 – 1.42	1.68 – 1.43	4.30 – 1.97	$(15.94, 2.29 \times 10^{-2})$	$7.4^{+0.8}_{-0.7}$
27 BR Vanho	23.23 – 4.15	1.70 – 1.29	1.53 – 1.29	3.97 – 1.72	$(15.95, 2.29 \times 10^{-2})$	$7.5^{+0.8}_{-0.7}$
28 BR BG	22.9 – 4.47	1.58 – 1.26	1.32 – 1.27	3.82 – 1.84	$(15.98, 2.26 \times 10^{-2})$	$7.7^{+0.8}_{-0.7}$
29 BR Zhao	24.93 – 3.89	2.03 – 1.58	1.90 – 1.59	4.76 – 2.20	$(15.93, 2.30 \times 10^{-2})$	7.4 ± 0.7
30 BR RMS	25.78 – 5.88	2.20 – 1.81	2.08 – 1.81	5.40 – 2.62	$(15.92, 2.31 \times 10^{-2})$	$7.3^{+0.7}_{-0.6}$

Tabla 4.4. Estimador $\tilde{\chi}^2$ utilizando los tres conjuntos de parámetros (α, μ) considerados para la teoría MOG para las treinta morfologías finales para la Vía Láctea. En todos los casos, los perfiles de densidad del gas de Ferrière (1998) y Ferrière et al. (2007) se combinan con el bulbo y el disco indicados en la primera columna. Se indica en cada caso la masa bariónica de la Vía Láctea calculada de acuerdo a la morfología utilizada y el correspondiente $(\alpha, \mu)^c$. Los estimadores $\tilde{\chi}^2$ equivalentes a 5σ son $\tilde{\chi}_{5\sigma}^2 = 2.41$ para la compilación Huang y $\tilde{\chi}_{5\sigma}^2 = 1.14$ para la compilación galkin (Negrelli et al., 2018).

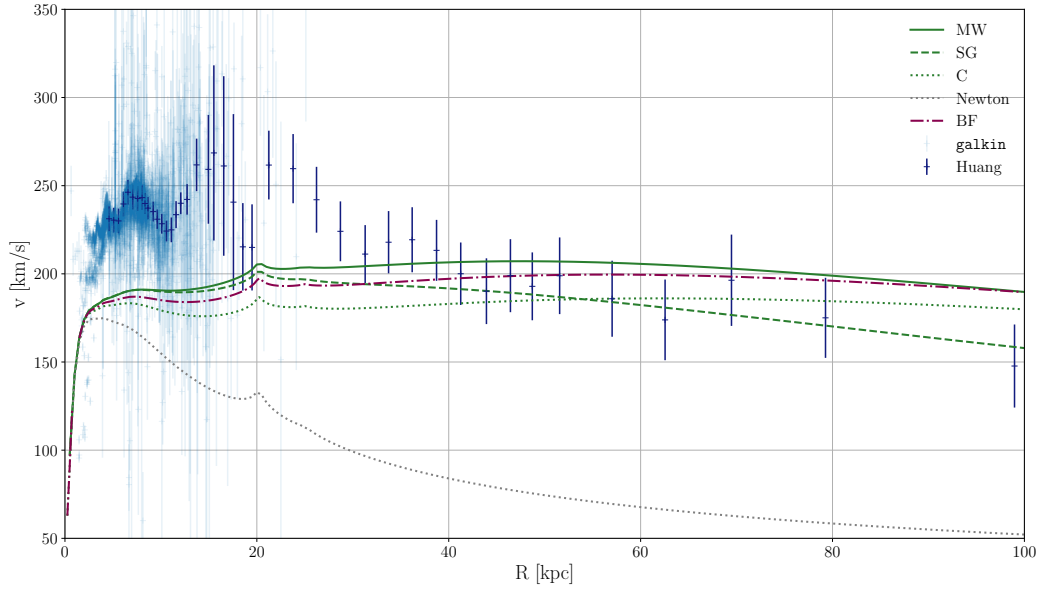


Figura 4.3. Curvas de rotación para la teoría MOG considerando los conjuntos de parámetros (α, μ) descritos en el texto (incluyendo el que da el mejor ajuste, indicado como BF en la figura) para la morfología *representativa* (número 8 de la Tabla 4.4) (Negrelli et al., 2018).

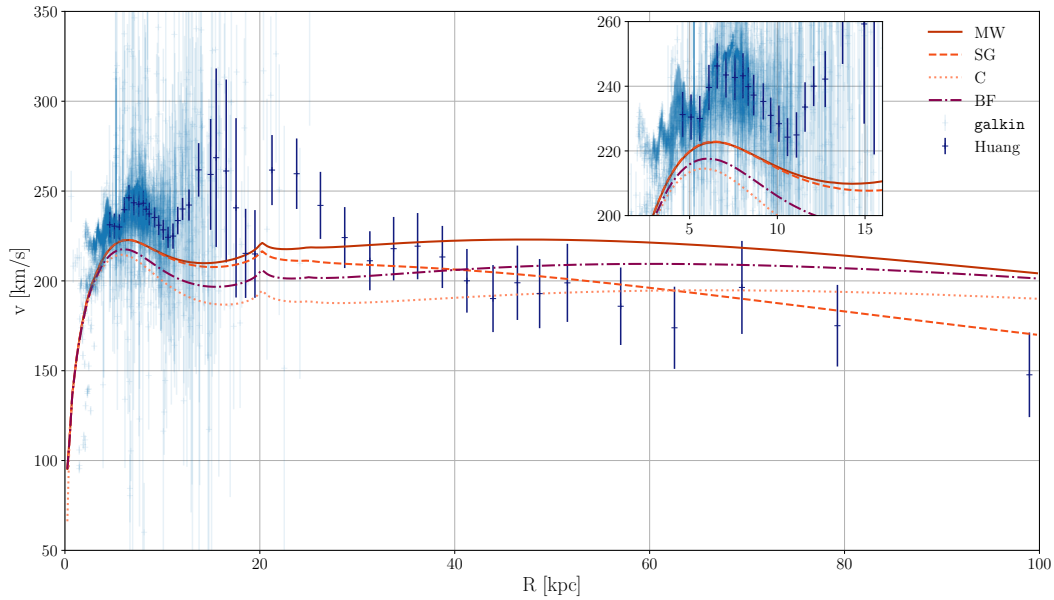


Figura 4.4. Curvas de rotación para la teoría MOG considerando los conjuntos de parámetros (α, μ) descritos en el texto (incluyendo el que da el mejor ajuste, indicado como BF en la figura) para la morfología BF (número 28 de la Tabla 4.4) (Negrelli et al., 2018).

a extender el espacio de parámetros independientemente de los valores aceptados dados por las Ecs. 2.59 de la teoría. Esto se realiza para las dos morfologías destacadas anteriormente: *representativa* y *BF*, utilizando en ambos casos las dos compilaciones utilizadas a lo largo de esta tesis. Los resultados se presentan en la Fig. 4.5 y muestran que para ambas morfologías hay una zona del espacio de parámetros donde la predicción teórica es consistente con ambas compilaciones. Se elige un conjunto de esos parámetros para cada una de las morfologías y se muestra la curva de rotación teórica en la Fig. 4.6. Para el caso de la morfología *representativa* se selecciona $(\alpha, \mu) = (7.0, 0.1 \text{ kpc}^{-1})$ cuyo $\tilde{\chi}^2$ es 0.62 y 0.77 para las compilaciones Huang y *galkin* respectivamente. Para la morfología *BF* se utiliza $(\alpha, \mu) = (7.0, 0.07 \text{ kpc}^{-1})$ con $\tilde{\chi}^2 = 0.42$ y $\tilde{\chi}^2 = 0.59$. Es importante destacar que los conjuntos de parámetros (α, μ) cuyos χ^2 se encuentran dentro de los 5σ no son consistentes con los parámetros propuestos por el autor de la teoría para ajustar la curva de rotación tanto de galaxias espirales en general como de la Vía Láctea. En particular, tampoco son consistentes con los parámetros obtenidos a partir de las ecuaciones 2.59. Además, puede verse en la Fig. 4.6 que si bien el estimador χ^2 es bueno, ninguna de las predicciones teóricas logra describir el comportamiento de la curva observada. En esta figura también se presenta la curva de rotación newtoniana para el caso de la morfología *BF* para los bariones y un perfil generalizado de Navarro, Frenk y White (NFW) para la materia oscura con parámetros $(\gamma, R_s, \rho_0) = (0.35, 8.05, 0.4233)$ (estos valores se tomaron del trabajo de Karukes et al. (2019)).

A partir de estos resultados puede concluirse que la teoría MOG puede describir la curva de rotación de la galaxia con valores del estimador estadístico χ^2 similares al de la teoría newtoniana con materia oscura (utilizando un perfil de densidad NFW) al considerar ciertos valores para los parámetros α y μ . Si bien ambas teorías tienen un grado de ajuste similar se puede ver que ambas fallan en explicar la forma completa de la curva de rotación. En el caso de la teoría newtoniana se puede predecir mejor la zona más interna y externa de la curva mientras que la teoría MOG parecería explicar mejor la zona intermedia. Los parámetros α y μ que permiten este ajuste no coinciden con los predichos por la Ec. 2.59 para la masa de la Vía Láctea indicando que estas predicciones no son válidas en este caso. Esto es esperable debido a que dichas ecuaciones se obtienen bajo la aproximación de simetría esférica que no es la más adecuada en este contexto. Por otro lado, los parámetros α y μ deberían ser similares en sistemas de masa y escala comparables y en esta tesis se encuentra que los parámetros considerados adecuados por el autor de la teoría para describir galaxias espirales similares a la Vía Láctea (que son aquellos a los que ha llamado *universales*) son ampliamente descartados. Sin embargo, para poder descartar definitivamente la teoría primero debería realizarse un análisis detallado de la curva de rotación de dichas galaxias considerando un modelo que contemple la morfología de las mismas con un grado de detalle similar al que se utiliza en esta tesis o al menos utilizando una mayor cantidad de datos de los que se dispone actualmente.

4.3. Predicciones para el parámetro post-newtoniano γ en las teorías $f(R)$

Como ya se ha mencionado en capítulos anteriores, existen varios artículos en la literatura donde se analiza la validez de las teorías $f(R)$ en el contexto del Sistema Solar, pero en ellos se efectúa un cambio de marco de referencia que en la mayoría de los casos no está bien definido. La originalidad de la propuesta en esta tesis consiste en trabajar en el marco de Jordan analizando si el mecanismo de apantallamiento puede surgir naturalmente de acuerdo a la función $f(R)$ considerada. Este análisis se realizó en colaboración con el Dr. Marcelo Salgado del Instituto de Ciencias Nucleares de la UNAM y sus resultados ya fueron enviados a una revista especializada para su publicación.

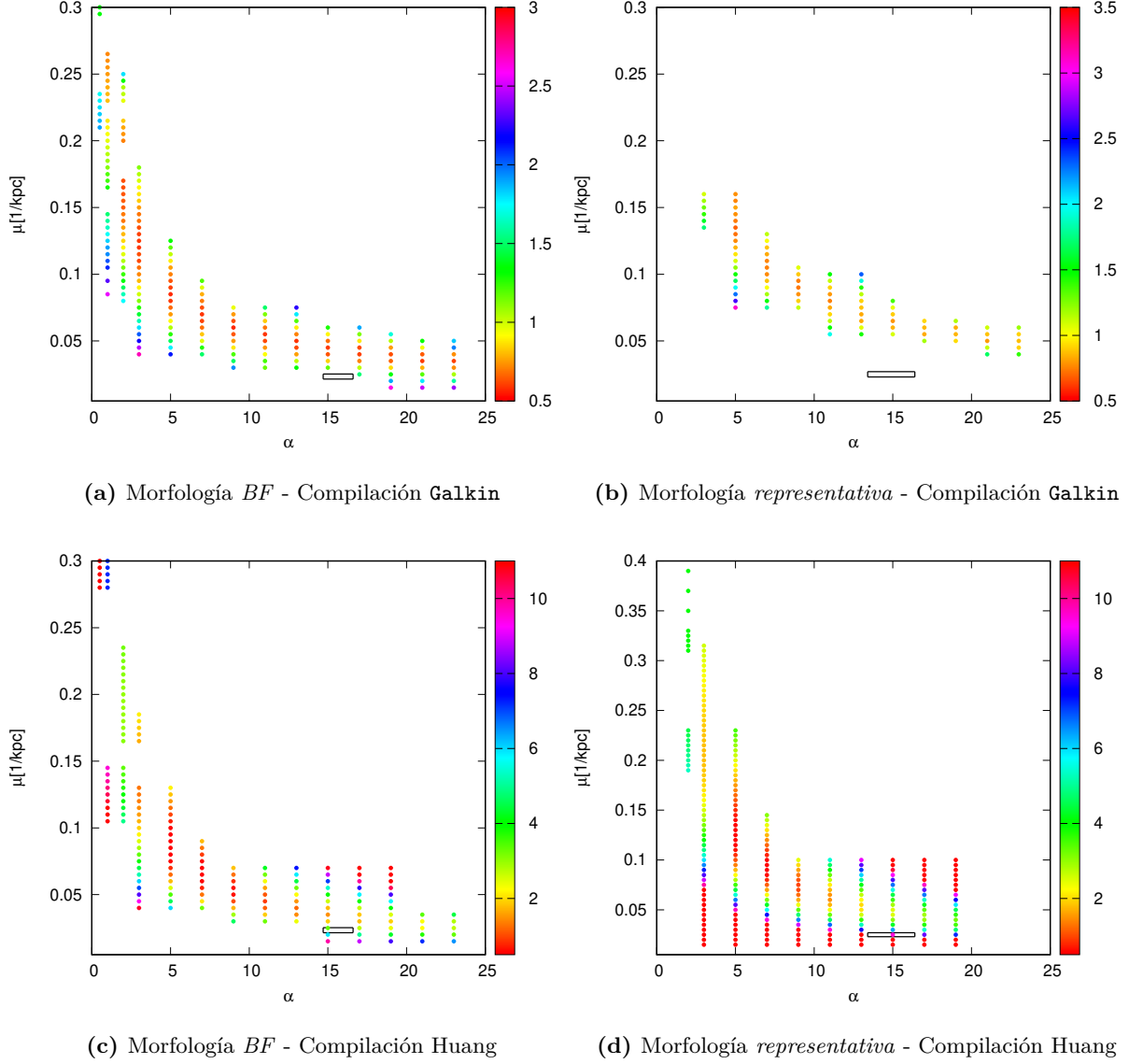


Figura 4.5. Estimador $\tilde{\chi}^2$ para el espacio de parámetros (α, μ) extendido. En cada caso se indica la morfología y la compilación utilizadas. Dado que $\tilde{\chi}_{5\sigma}^2 = 2.41$ para la compilación *Huang* y $\tilde{\chi}_{5\sigma}^2 = 1.14$ para la compilación *Galkin* todos los puntos de color naranja y amarillo se encuentran dentro de los 5σ . El rectángulo negro indica el espacio de parámetros escaneado al utilizar las incertezas en (α, μ) propagadas a partir de las incertezas en D y E dadas por Brownstein (2009).

4. Resultados

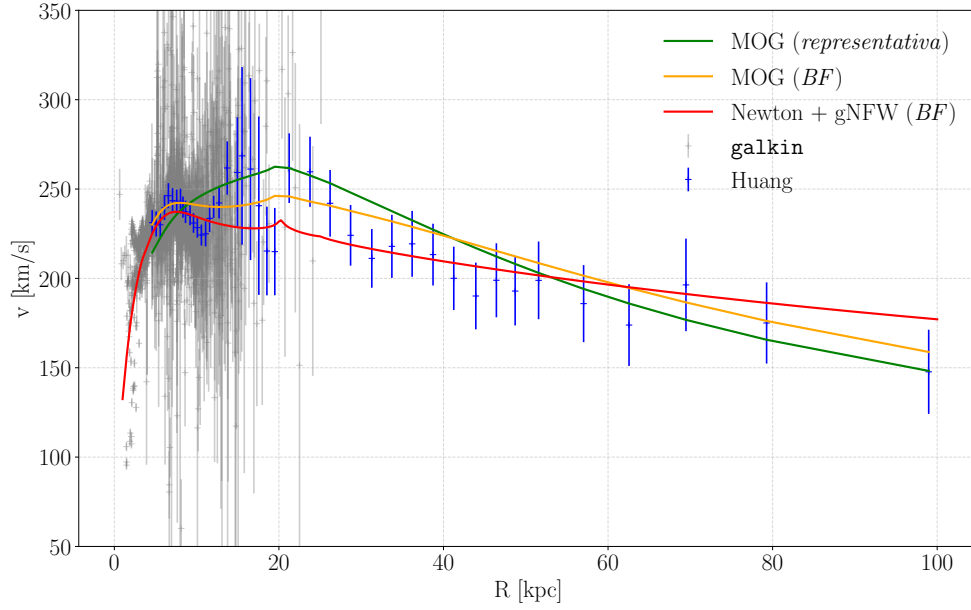


Figura 4.6. Curvas de rotación para la teoría MOG para las morfologías *representativa* y *BF* utilizando en cada caso un conjunto de parámetros (α, μ) que da un buen ajuste al utilizar el estimador χ^2 . Se muestra también la predicción newtoniana al utilizar la morfología *BF* para los bariones y un perfil gNFW para la materia oscura (Karukes et al., 2019)

4.3.1. Modelo del Sistema Solar

Una aproximación sencilla para describir al Sistema Solar consiste en tomar un fluido incompresible (de densidad constante) separado en tres capas. Éstas, dan cuenta de la densidad del interior solar, de la corona solar y del medio interestelar (MI)

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_{\odot} = 1.43 \text{ g cm}^{-3} & (0 \leq r \leq \mathcal{R}_{\odot}) \\ \rho_{\text{cor}} = 10^{-15} \text{ g cm}^{-3} & (\mathcal{R}_{\odot} \leq r \leq \mathcal{R}_{\text{cor}}) \\ \rho_{\text{MI}} = 10^{-24} \text{ g cm}^{-3} & (\mathcal{R}_{\text{cor}} \leq r \leq \mathcal{R}_{\text{MI}}), \end{cases} \quad (4.27)$$

con $\mathcal{R}_{\text{MI}} \sim 150 \text{ A.U.}$ y $\mathcal{R}_{\text{cor}} = 15 \mathcal{R}_{\odot}$.

Dado que los efectos cerca de la superficie solar son importantes debido a que el valor observacional de γ se obtiene cuando la Tierra y Saturno están en conjunción, es necesario considerar el efecto de la corona solar⁸. Esta aproximación es suficiente para realizar los test del Sistema Solar y no es necesario utilizar una ecuación de estado más sofisticada para el Sol como, por ejemplo, la utilizada por Hu & Sawicki (2007a)⁹.

⁸Es importante remarcar que si se considera vacío en lugar de medio interestelar los resultados cambian. Lo mismo sucede si no se considera a la corona solar. Es por esto que en esta tesis se considera una aproximación sencilla pero más realista que esos escenarios.

⁹Al considerar diferentes tamaños para el ancho de la corona manteniendo la densidad constante los resultados de esta tesis no se ven afectados con lo cual se puede inferir que un modelo más preciso para el Sol no supondría un cambio en el mecanismo de apantallamiento.

4.3.2. Resolución de las ecuaciones para el Sistema Solar

Resolver de forma numérica las ecuaciones para la métrica y para el escalar de Ricci (Ecs. 2.95 - 2.97) requiere de una gran precisión para manejar simultáneamente la diferencia de treinta órdenes de magnitud entre la densidad solar y la densidad cosmológica que aparece involucrada en los parámetros de los diferentes modelos de $f(R)$ que son viables a escala cosmológica. Para evitar estas complicaciones numéricas y con la intención de entender no solo cuantitativa sino cualitativamente los resultados, en esta tesis se utiliza un enfoque diferente. El método consiste en realizar linealizaciones y aproximaciones adecuadas de las ecuaciones con el objetivo de obtener expresiones analíticas para los elementos de la métrica $n(r)$ y $m(r)$. A partir de estas, se puede encontrar una expresión para el parámetro post-newtoniano γ que depende explícitamente del escalar de Ricci R . Finalmente, el análisis de R , que representa el grado de libertad escalar asociado a la teoría, permitirá concluir si el modelo de $f(R)$ considerado permite o no pasar los test del Sistema Solar.

Para realizar la linealización de las ecuaciones, hay que considerar que la métrica alrededor del Sol es muy parecida a la métrica de Minkowski dado que la vecindad solar se encuentra en un régimen de campo gravitacional débil. Por lo tanto, se definen

$$n(r) = 1 - 2\phi(r) , \quad (4.28)$$

$$m(r) = 1 + 2\psi(r) , \quad (4.29)$$

asumiendo que $|\phi(r)| \ll 1$, $|\psi(r)| \ll 1$, y $|\kappa T_{ab}/\ell^2| \ll 1$, donde $\ell \sim 150$ U.A. (unidades astronómicas) es la escala del Sistema Solar. Resumidamente, se asume que ϕ y ψ son perturbaciones de la métrica de fondo que es Minkowski.

Hablando estrictamente, el Sol está inmerso en el medio interestelar (MI) que a su vez se encuentra inmerso en el fondo cosmológico. Estas capas de diferente densidad alrededor del Sol (que pueden ser consideradas constantes en promedio), contribuyen a la métrica en la forma de una *constante cosmológica efectiva*. En Relatividad General usualmente se ignoran estas contribuciones pero en teorías de gravedad modificada, en particular aquellas que presentan un efecto de tipo camaleónico para suprimir el efecto del grado de libertad escalar que presentan, la contribución de estas densidades no es despreciable. De hecho, una de las características claves de los modelos camaleónicos es que la masa efectiva del campo camaleón depende de la densidad del ambiente donde se propaga. Por lo tanto, en principio no es posible despreciar las contribuciones de estas densidades.

La clave del método desarrollado en esta tesis está en tratar al escalar de Ricci $R(r)$ en forma perturbativa. El enfoque ingenuo (utilizado por varios autores) consiste en asumir que $R(r) = \tilde{R}(r) + R_0$ es la solución perturbada alrededor del mínimo R_0 que se corresponde con el mínimo que produce la constante cosmológica efectiva $R_0 = \Lambda_{\text{eff}}/4$. Luego se linealiza la Ec. 2.97 para $\tilde{R}(r)$. Al proceder de esta forma, independientemente del modelo de $f(R)$ considerado, se están despreciando todos los efectos de tipo camaleónico, es decir, el mecanismo de apantallamiento. Esta perturbación se propaga a las ecuaciones para $\psi(r)$ y $\phi(r)$ y se obtiene $\gamma \approx 1/2$ que está completamente descartado por las observaciones. Este análisis incorrecto ha sido utilizado en los comienzos de las teorías $f(R)$ para descartarlas (Chiba et al., 2007; Guo, 2014; Oyaizu, 2008; Oyaizu et al., 2008; Schmidt et al., 2009; Sotiriou & Faraoni, 2010).

En el enfoque correcto, se debe considerar que el Sol, la corona y el MI producen diferentes potenciales para el campo escalar R y que cada uno de ellos tiene su mínimo en $R_{\text{min}}^{\text{sol,cor,MI}}$. Por lo tanto, es necesario linealizar la ecuación 2.97 alrededor de cada mínimo. Este método ha sido utilizado en el modelo camaleónico original y ha probado ser válido en ciertos regímenes (Khoury & Weltman, 2004; Waterhouse, 2006). En esta tesis se analiza cómo afecta este efecto

4. Resultados

de tipo camaleón a las perturbaciones de la métrica. Por lo tanto, se propone una solución general para R como función de la coordenada r (distancia desde el centro del Sol)

$$R(r) = \begin{cases} R_{\text{sol}}(r) = R_{\text{min}}^{\text{sol}} + \tilde{R}_{\text{sol}}(r) & (0 \leq r \leq \mathcal{R}_{\odot}) \\ R_{\text{cor}}(r) = R_{\text{min}}^{\text{cor}} + \tilde{R}_{\text{cor}}(r) & (\mathcal{R}_{\odot} \leq r \leq \mathcal{R}_{\text{cor}}) \\ R_{\text{MI}}(r) = R_{\text{min}}^{\text{MI}} + \tilde{R}_{\text{MI}}(r) & (\mathcal{R}_{\text{cor}} \leq r \leq \mathcal{R}_{\text{MI}}), \end{cases} \quad (4.30)$$

con $\mathcal{R}_{\text{cor}} = 15\mathcal{R}_{\odot}$, $\mathcal{R}_{\text{MI}} \sim 150\text{A.U.}$, se asume $\tilde{R}_{\text{sol}}(r) \ll R_{\text{min}}^{\text{sol}}$, $\tilde{R}_{\text{MI}}(r) \ll R_{\text{min}}^{\text{MI}}$, y $\tilde{R}_{\text{cor}}(r) \ll R_{\text{min}}^{\text{cor}}$.

Resolviendo de forma perturbativa para cada caso y utilizando condiciones de continuidad en las zonas de transición $r = \mathcal{R}_{\odot}$ and $r = \mathcal{R}_{\text{cor}}$ se obtiene la solución completa. A fin de obtener una solución para la Ec. 2.97 se adoptan ciertas aproximaciones. Se desprecian las contribuciones del espacio-tiempo curvo (solo en esta ecuación), es decir, se considera $n(r) = m(r) = 1$. Es posible hacer esto debido a que el efecto de apantallamiento proviene del comportamiento de la propia $f(R)$ y no de las perturbaciones de la métrica. La parte importante de la ecuación involucra al potencial efectivo para R en las tres capas que depende exclusivamente de los detalles de la función $f(R)$ considerada y de las densidades involucradas. Este hecho puede observarse en el tratamiento del camaleón original propuesto por Khoury & Weltman (2004) y en investigaciones posteriores (Burrage & Sakstein, 2018). Está aproximación es válida en el régimen de campo débil bajo el cual se analiza al Sistema Solar.

Entonces, para resolver primero se deben reemplazar las ecuaciones 4.28–4.30 en 2.95–2.97 dejando solo los términos lineales en ϕ , ψ , \tilde{R} y T_{ab} . Luego, se asume que $|\tilde{R}_I/R_{\text{min}}^I| \sim |\phi| \sim |\psi| \sim k\rho r^2$ donde I hace referencia al Sol, la corona y el MI. Bajo estas aproximaciones se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de primer orden de la forma $y'(r) = F(y, \rho)$ donde $y(r)$ hace referencia a ϕ , ψ , \tilde{R} y \tilde{R}' .

Linealización de las perturbaciones de la métrica

Reemplazando la Ec. 4.29 en 2.95 y dejando solo los términos lineales en ϕ , ψ , \tilde{R} y T_{ab} se obtiene la ecuación diferencial ordinaria para ψ

$$\begin{aligned} \psi' \approx & \frac{1}{4r f_{R_{\text{min}}}} \left\{ -4\psi f_{R_{\text{min}}} - 2\kappa r^2 T_t^t \right. \\ & + \frac{r^2}{3} \left[(1 + 2\psi)(R_{\text{min}} f_{R_{\text{min}}} + f_{\text{min}}) \right. \\ & \left. + \tilde{R} (R_{\text{min}} f_{RR_{\text{min}}} + 2f_{R_{\text{min}}}) + 2\kappa T \right] \\ & \left. + \frac{r^3 \tilde{R}'}{3} \frac{f_{RR_{\text{min}}}}{f_{R_{\text{min}}}} (2R_{\text{min}} f_{R_{\text{min}}} - f_{\text{min}}) \right\}, \end{aligned} \quad (4.31)$$

donde R_{min} es el mínimo del potencial efectivo $V_{\text{eff}}(R, T)$ dentro y fuera del Sol

$$\frac{dV_{\text{eff}}}{dR} := \frac{\kappa T + 2f - R f_R}{3f_{RR}} \Big|_{R_{\text{min}}} = 0. \quad (4.32)$$

En el mínimo, la masa efectiva asociada a R es $m_{\text{eff}}^2 := d^2 V_{\text{eff}} / dR^2 \Big|_{R_{\text{min}}} > 0$

$$\begin{aligned} m_{\text{eff}}^2 &= (f_R - R f_{RR}) / (3f_{RR}) \Big|_{R_{\text{min}}} \\ &= \frac{1}{3R f_{RR}} (\kappa T + 2f - R^2 f_{RR}) \Big|_{R_{\text{min}}}. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Es importante notar que la masa efectiva asociada a R depende explícitamente de la densidad del medio $\rho \approx -T$. En el mínimo debe satisfacerse que $f_R > 0$ para obtener una constante de gravitación efectiva positiva $G_{\text{eff}} = G_0/f_R$. Además, en el régimen de campo débil, $R \sim \kappa\rho$, y entonces $R \geq 0$. Por lo tanto, para que m_{eff}^2 sea positiva, es necesario que se cumplan dos condiciones: $f_{RR}|_{R_{\text{min}}} > 0$ y $Rf_{RR}|_{R_{\text{min}}} < f_R|_{R_{\text{min}}}$. Los modelos de $f(R)$ que no satisfagan estas condiciones no son físicamente viables.

Uno de los aspectos interesantes de la Ec. 4.31, así como también de su versión no lineal Ec. 2.95, es que está completamente desacoplada de n y por lo tanto, de ϕ . Mientras que sí se encuentra acoplada al grado de libertad escalar extra de la teoría, representado por \tilde{R} , y al término de materia. Como se asume un fluido perfecto, incompresible y no relativista para los tres medios (sol, corona y medio interestelar) se tiene que $T_t^t = -\rho = \text{const}$ y $T = -\rho + 3p \approx -\rho = \text{const}$. Por lo tanto ψ va a ser continua pero no diferenciable en $r = \mathcal{R}_\odot$ y $r = \mathcal{R}_{\text{cor}}$ (donde ρ presenta un salto) al igual que sucede en Relatividad General.

A partir de la Ec. 4.32 se tiene que

$$kT + 2f^{\text{min}} - R_{\text{min}}f_R^{\text{min}} = 0, \quad (4.34)$$

y dado que se satisfacen las condiciones

$$f^{\text{min}} \sim R_{\text{min}}, \quad (4.35)$$

$$f_R^{\text{min}} \sim 1, \quad (4.36)$$

es posible determinar

$$R_{\text{min}} \sim -\kappa T \approx \kappa\rho. \quad (4.37)$$

En consecuencia, tomando el caso particular del Sol, $-\kappa T_\odot r^2 \sim \kappa\rho_\odot r^2 \sim \frac{3\kappa M_\odot}{4\pi\mathcal{R}_\odot} \frac{r^2}{\mathcal{R}_\odot^2} = \frac{6G_0M_\odot}{\mathcal{R}_\odot} \frac{r^2}{\mathcal{R}_\odot^2} \sim \frac{r^2}{\mathcal{R}_\odot^2} \psi_{\text{MI}} \sim \psi_{\text{sol}} \sim R_{\text{min}}^{\text{sol}} r^2$. Es decir, dentro del Sol se satisface que $\psi \sim \kappa\rho_\odot r^2$. La misma aproximación es válida en el exterior utilizando las densidades y los mínimos correspondientes. Entonces, el término $r^2(1+2\psi)(R_{\text{min}}f_R^{\text{min}} + f^{\text{min}}) = r^2(R_{\text{min}}f_R^{\text{min}} + f^{\text{min}}) + 2\psi r^2(R_{\text{min}}f_R^{\text{min}} + f^{\text{min}}) \sim r^2(R_{\text{min}}f_R^{\text{min}} + f^{\text{min}}) + 2r^2\psi R_{\text{min}} \sim r^2(R_{\text{min}}f_R^{\text{min}} + f^{\text{min}}) + 2\mathcal{O}(\psi^2)$ tiene una contribución de orden dos que puede ser despreciada. Reemplazando en la Ec. 4.31

$$\begin{aligned} \psi' \approx & -\frac{\psi}{r} - \frac{\kappa r T_t^t}{2f_R^{\text{min}}} \\ & + \frac{r}{12f_R^{\text{min}}} \left[(R_{\text{min}}f_R^{\text{min}} + f^{\text{min}}) + 2\kappa T \right. \\ & \left. + \tilde{R} (R_{\text{min}}f_{RR}^{\text{min}} + 2f_R^{\text{min}}) \right] \\ & + \frac{r^2 \tilde{R}'}{12} \frac{f_{RR}^{\text{min}}}{f_R^{\text{min}}} \left(2R_{\text{min}} - \frac{f^{\text{min}}}{f_R^{\text{min}}} \right). \end{aligned} \quad (4.38)$$

Utilizando la Ec. 4.34 se obtiene que

$$\begin{aligned} \psi' \approx & -\frac{\psi}{r} + \frac{r}{4f_{R_{\text{min}}}} \left(-2\kappa T_t^t + \kappa T + f_{\text{min}} \right) \\ & + \frac{1}{12r f_R^{\text{min}}} \left[\tilde{R} r^2 (R_{\text{min}}f_{RR}^{\text{min}} + 2f_R^{\text{min}}) \right. \\ & \left. + \frac{r^3 \tilde{R}'}{f_R^{\text{min}}} (2R_{\text{min}}f_R^{\text{min}} - f^{\text{min}}) \right], \end{aligned} \quad (4.39)$$

esta ecuación puede reescribirse como

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{d(r\psi)}{dr} &\approx \frac{r}{4f_{R_{\min}}} (\kappa\rho + f_{\min}) \\ &+ \frac{1}{12r f_R^{\min}} \left[\tilde{R}r^2 (R_{\min} f_{RR}^{\min} + 2f_R^{\min}) \right. \\ &\left. + \frac{r^3 \tilde{R}' f_{RR}^{\min}}{f_R^{\min}} (2R_{\min} f_R^{\min} - f_{\min}) \right], \end{aligned} \quad (4.40)$$

donde se ha considerado que $T_t^t = -\rho$ y $T = -\rho + 3p \approx -\rho$.

Para dar una idea de las consecuencias del mecanismo de apantallamiento, si se considerara solo Sol y medio interestelar¹⁰ y el efecto fuera ideal, dentro del Sol se tendría que $R_{\text{sol}}(r) \approx R_{\min}^{\text{sol}}$ y afuera $R_{\text{MI}}(r) \approx R_{\min}^{\text{MI}}$, excepto en una región muy angosta en $r = \mathcal{R}_{\odot}$ donde $R(r)$ experimenta un decrecimiento brusco. Esto significa que $\tilde{R} \approx 0$ dentro y fuera del Sol, ya que $\tilde{R}/R_{\min} \ll 1$, excepto cerca de las zonas de transición, y la solución completa para $R(r)$ es un escalón prácticamente perfecto.

Se muestra a continuación como en este caso de apantallamiento ideal se puede recuperar la solución que se obtiene en RG. La solución de la Ec. 4.40 en el interior solar estaría dada por

$$\psi_{\text{sol}}(r) \approx \frac{r^2}{12f_{R_{\min,\text{in}}}} (\kappa\rho_{\odot} + f_{\min,\text{in}}) \quad (0 \leq r \leq \mathcal{R}_{\odot}), \quad (4.41)$$

donde, como en Relatividad General, la constante de integración es nula como consecuencia de exigir regularidad de la solución en el origen. Por otro lado, afuera del Sol

$$\psi_{\text{MI}}(r) \approx \frac{r^2}{12f_{R_{\min,\text{MI}}}} (\kappa\rho_{\text{MI}} + f_{\min,\text{MI}}) + \frac{\text{const}}{r} \quad (\mathcal{R}_{\odot} \leq r \leq \mathcal{R}_{\text{MI}}). \quad (4.42)$$

Si, al igual que en Relatividad General, se desprecia la contribución de la densidad del medio interestelar y recordando que $f_{\min,\text{MI}} \approx \kappa\rho_{\text{MI}}$, se encuentra

$$\psi_{\text{MI}}(r) \approx \frac{\text{const}}{r} \quad (\mathcal{R}_{\odot} \leq r \leq \mathcal{R}_{\text{MI}}). \quad (4.43)$$

Utilizando la condición de continuidad en $r = \mathcal{R}_{\odot}$ se determina la constante de integración

$$\text{const} = \frac{G_0 M_{\odot}}{2f_{R_{\min,\text{in}}}} \left(1 + \frac{f_{\min,\text{in}}}{\kappa\rho_{\odot}} \right). \quad (4.44)$$

Además, en un escenario de apantallamiento perfecto, $f_{\min,\text{in}} = R_{\min,\text{in}} \approx \kappa\rho_{\odot}$ y $f_{R_{\min,\text{in}}} = 1$, entonces $\text{const} \approx G_0 M_{\odot}$, y

$$\psi_{\text{MI}}(r) \approx \frac{G_0 M_{\odot}}{r} \quad (\mathcal{R}_{\odot} \leq r \leq \mathcal{R}_{\text{MI}}), \quad (4.45)$$

con lo cual se recobra el valor para ψ en Relatividad General.

Volviendo al escenario original, para la linealización de la Ec. 2.96 se procede de la misma forma y se obtiene

$$\begin{aligned} \phi' &\approx -\frac{\psi}{r} - \frac{1}{4r f_{R_{\min}}} \left\{ r^2 (1 + 2\psi) (f_{\min} - R_{\min} f_{R_{\min}}) \right. \\ &\left. - r^2 \tilde{R} R_{\min} f_{RR_{\min}} - 4r f_{RR_{\min}} \tilde{R}' + 2\kappa r^2 T_r^r \right\}. \end{aligned} \quad (4.46)$$

¹⁰Se deja fuera la corona solo para mostrar de forma más simple el efecto ideal y poder comparar con lo que sucede en Relatividad General. Al considerar la corona la idea no se modifica.

Utilizando las mismas consideraciones que antes para los tres medios, esta ecuación puede ser aproximada como

$$\begin{aligned} \phi' \approx & -\frac{\psi}{r} - \frac{r}{4f_{R_{\min}}} \left(f_{\min} - R_{\min} f_{R_{\min}} + 2\kappa T_r^r \right) \\ & + \frac{f_{RR_{\min}}}{4r f_{R_{\min}}} \left(r^2 \tilde{R} R_{\min} + 4r \tilde{R}' \right). \end{aligned} \quad (4.47)$$

Utilizando la Ec. 4.34

$$\phi' \approx -\frac{\psi}{r} - \frac{r}{4f_{R_{\min}}} \left(2\kappa T_r^r - \kappa T - f_{\min} \right) + \frac{f_{RR_{\min}}}{f_{R_{\min}}} \left(\tilde{R}' + \frac{r R_{\min} \tilde{R}}{4} \right). \quad (4.48)$$

Finalmente la ecuación diferencial para ϕ se puede expresar como

$$\phi' \approx -\frac{\psi}{r} - \frac{r}{4f_{R_{\min}}} \left(\kappa \rho - f_{\min} \right) + \frac{f_{RR_{\min}}}{f_{R_{\min}}} \left(\tilde{R}' + \frac{r R_{\min} \tilde{R}}{4} \right), \quad (4.49)$$

donde se ha despreciado el término con $T_r^r = p$. A diferencia de lo que sucede con ψ' , de la Ec. 4.49 puede verse que ϕ' es continua en $r = \mathcal{R}_{\odot}$ y $r = \mathcal{R}_{\text{cor}}$, aún cuando se utiliza la aproximación de un fluido incompresible, debido a que ψ , \tilde{R} y \tilde{R}' son continuas.

Para el caso del sistema Sol-medio con apantallamiento ideal y despreciando ρ_{MI} , esta ecuación se reduce a

$$\phi' \approx -\frac{\psi}{r}, \quad (4.50)$$

y entonces la solución exterior está dada por

$$\phi_{\text{ext}}(r) \approx G_0 M_{\odot} / r = \psi_{\text{ext}}, \quad (4.51)$$

con lo cual se recupera $\gamma = |\psi_{\text{ext}} / \phi_{\text{ext}}| \approx 1 + \mathcal{O}(\delta)$, donde $\delta \lesssim 10^{-6}$. Por lo tanto, el apantallamiento ideal permite recobrar Relatividad General y su éxito en los test del Sistema Solar.

Regresando nuevamente al escenario original, al restar las Ecs. 4.40 y 4.49 se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \left(\psi - \phi + \frac{\tilde{R} f_{RR_{\min}}}{f_{R_{\min}}} \right) \approx & \frac{\kappa r \rho}{2f_{R_{\min}}} + \frac{r \tilde{R}}{6} \left(1 - \frac{R_{\min} f_{RR_{\min}}}{f_{R_{\min}}} \right) \\ & + \frac{r^2 \tilde{R}' f_{RR_{\min}}^{\min}}{12(f_{R_{\min}}^{\min})^2} \left(2R_{\min} f_R^{\min} - f^{\min} \right); \end{aligned} \quad (4.52)$$

que para el caso de Relatividad General se reduce a

$$\frac{d}{dr} (\psi - \phi) \approx \frac{\kappa r \rho}{2}. \quad (4.53)$$

En vacío esta ecuación conduce a $\phi_{\text{ext}}(r) = \psi_{\text{ext}}(r)$ al igual que se mostró anteriormente.

Es importante resaltar que, como se verá próximamente, a pesar de que el mecanismo de apantallamiento no sea ideal y la función $R(r)$ no sea un escalón perfecto, es posible recuperar un valor de γ que satisfaga los límites observacionales. Esto se debe a que si bien $\tilde{R}(r)$ no es nulo en todos lados, solo no lo es en regiones muy angostas alrededor de la transición entre capas. En estos casos, el efecto del grado de libertad escalar es lo suficientemente pequeño y no impacta en las soluciones para ψ y ϕ .

Linealización de la ecuación para el escalar de Ricci R

Debido a que las contribuciones a la métrica no son consideradas en la ecuación asociada a R , básicamente se tiene una ecuación equivalente a aquella que se tendría en un fondo Minkowski. Esta ecuación se resuelve de forma perturbativa de manera similar a la utilizada usualmente en los modelos camaleónicos en el régimen de campo débil. Despreciando las contribuciones de las perturbaciones de la métrica, de la ecuación 2.97 se tiene

$$R'' + \frac{2R'}{r} = \frac{1}{3f_{RR}} \left(\kappa T + 2f - Rf_R - 3f_{RRR}R'^2 \right). \quad (4.54)$$

En general, en la bibliografía esta ecuación es escrita en términos del campo escalar $\chi = f_R = df/dR$

$$\chi'' + \frac{2\chi'}{r} = \frac{1}{3} \left(\kappa T + 2f - R\chi \right), \quad (4.55)$$

donde R y $f(R)$ son funciones implícitas de χ . Este enfoque tiene un importante problema: es necesario invertir las funciones de R en términos de χ y, tal como se demuestra en Cañate et al. (2016), en la mayoría de los casos esto no es posible de forma global. En esta tesis se considera a R como el campo escalar en lugar de a f_R (a pesar de que la resolución es más compleja) para evitar este problema.

A pesar de haber tomado aproximaciones, la Ec. 4.54 se mantiene no-lineal en R . Para poder resolverla de forma analítica se propone linealizarla alrededor del mínimo asociado al potencial efectivo $V_{\text{eff}}^{\text{sol,cor,MI}}$ en las tres capas. Este potencial es aproximado de forma cuadrática alrededor de cada mínimo y por lo tanto la Ec. 4.54 queda aproximada de forma lineal alrededor de dicho mínimo. Se resuelven las ecuaciones en cada uno de los medios y se pide continuidad en los puntos de transición. Esta es una buena aproximación debido a que $R_{\text{sol,cor,MI}}(r) \approx R_{\text{min}}^{\text{sol,cor,MI}} = \text{const}$, dentro del Sol, en la corona y en el medio interestelar; excepto en una región muy pequeña en la transición entre capas donde el escalar de Ricci interpola entre dos soluciones. Este método ha sido aplicado para el modelo camaleónico obteniendo buenos resultados, en particular en el llamado régimen de thin-shell (Brax et al., 2008; Khoury & Weltman, 2004). De esta manera, la Ec. 4.54 se puede aproximar como

$$R_I'' + \frac{2R_I'}{r} \approx m_{\text{eff},I}^2 (R_I - R_{\text{min}}^I), \quad (4.56)$$

o equivalentemente para \tilde{R}

$$\tilde{R}_I'' + \frac{2\tilde{R}_I'}{r} \approx m_{\text{eff},I}^2 \tilde{R}_I, \quad (4.57)$$

donde el índice I hace referencia a Sol, cor y MI; y la masa efectiva está dada por la Ec. 4.33. Para que esta ecuación sea una aproximación válida a la Ec. 4.54 en el interior del Sol, el modelo $f(R)$ debe satisfacer que (ver detalles en el Apéndice B)

$$\frac{(R_{\text{min}}^{\text{sol}} - R_{\text{min}}^{\text{cor}})f_{RR_{\text{TS}}}}{6G_0M_{\odot}/\mathcal{R}_{\odot}} \ll 1, \quad (4.58)$$

con R_{TS} solución de la ecuación $m_{\text{eff}}^2(R - R_{\text{min}}) = \frac{-\kappa\rho}{3f_{RR}}$ dentro del Sol. Además, es necesario comprobar que se cumple la condición de Compton $L \gg (m_{\text{eff}}^{\text{cor}})^{-1}$ dentro de la corona (L representa el ancho de la región). Si esta condición no se satisface, se debe definir una nueva masa efectiva para esta región y se debe derivar el correspondiente $R_{\text{min}}^{\text{cor}}$ que ya no es más un mínimo del potencial efectivo (Burrage et al., 2015; Schlögel et al., 2016).

El potencial efectivo V_{eff} se define de forma tal que $\frac{dV_{\text{eff}}}{dR}$ representa el miembro derecho de la Ec. 4.54. El término con R'^2 se desprecia debido a que representa una contribución

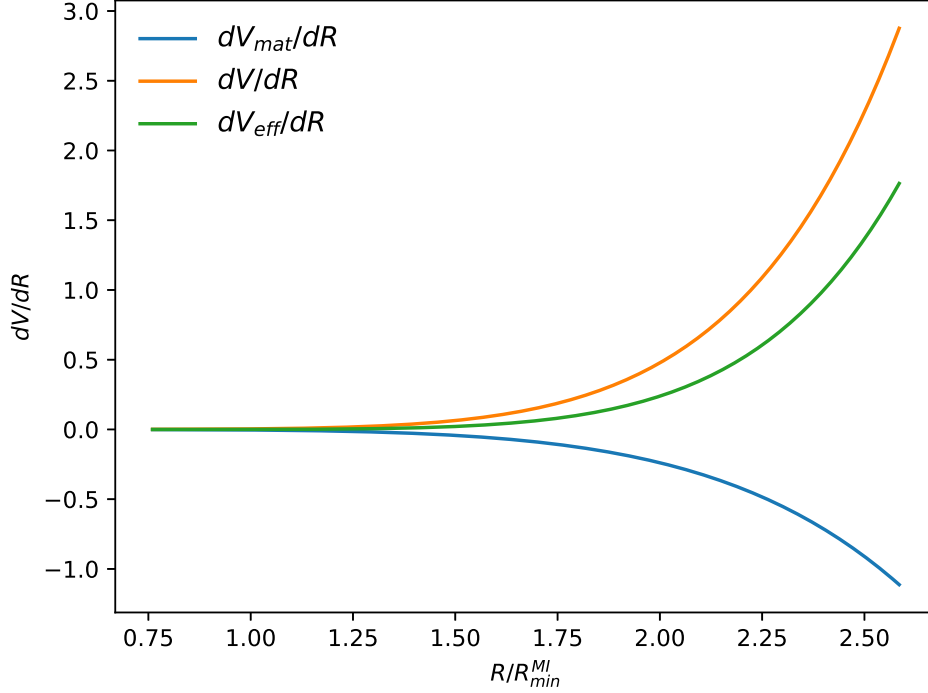


Figura 4.7. Comportamiento de las cantidades dV_{eff}/dR , dV/dR y dV_{mat}/dR en unidades de 10^{-76} cm^{-4} en el medio interestelar como función de $\frac{R}{R_{\text{min}}^{\text{MI}}}$ para el modelo de Starobinsky dado por la Ec. 2.104 (Starobinsky, 2007) con $q = 2$. Este comportamiento es similar para los otros modelos de $f(R)$ analizados en esta tesis.

no-lineal en \tilde{R}^2 . La derivada $\frac{dV_{\text{eff}}}{dR}$ tiene dos componentes $dV/dR := (2f - Rf_R)/(3f_{RR})$ y $dV_{\text{mat}}/dR := kT/(3f_{RR})$ cuyo comportamiento puede verse en Fig. 4.7 para el caso del modelo de Starobinsky (Starobinsky, 2007) con $q = 2$. Este comportamiento es equivalente en los demás modelos de $f(R)$.

Para resolver la Ec. 4.57 se debe imponer regularidad en el origen y la condición asintótica $\tilde{R}_{\text{MI}}(\mathcal{R}_{\text{MI}}) \approx 0$. La solución completa está dada por

$$\tilde{R}(r) = \begin{cases} \tilde{R}_{\text{sol}}(r) = C_{\text{sol}} \frac{\sinh(m_{\text{eff}}^{\text{sol}} r)}{m_{\text{eff}}^{\text{sol}} r} & (0 \leq r \leq \mathcal{R}_{\odot}) \\ \tilde{R}_{\text{cor}}(r) = C_1 \frac{e^{-m_{\text{eff}}^{\text{cor}} r}}{m_{\text{eff}}^{\text{cor}} r} + C_2 \frac{e^{m_{\text{eff}}^{\text{cor}} r}}{m_{\text{eff}}^{\text{cor}} r} & (\mathcal{R}_{\odot} \leq r \leq \mathcal{R}_{\text{cor}}) \\ \tilde{R}_{\text{MI}}(r) = C_{\text{MI}} \frac{e^{-m_{\text{eff}}^{\text{MI}} r}}{m_{\text{eff}}^{\text{MI}} r} & (\mathcal{R}_{\text{cor}} \leq r \leq \mathcal{R}_{\text{MI}}). \end{cases} \quad (4.59)$$

Las constantes de integración C_{sol} , C_1 , C_2 and C_{MI} son calculadas pidiendo que la solución $R(r)$ y su derivada sean continuas en \mathcal{R}_{\odot} y \mathcal{R}_{cor} . Se encuentra que el coeficiente C_2 es despreciable y entonces en la corona \tilde{R} se comporta como una exponencial decreciente. Para que el mecanismo de apantallamiento funcione y se pueda recuperar el valor del parámetro post-newtoniano γ , debe suceder que dentro de cada uno de los tres medios $\tilde{R}(r) \ll R_{\text{min}}$, y por lo tanto $R(r) \approx R_{\text{min}}$, excepto en una región muy angosta en la transición entre capas

4. Resultados

donde $R(r)$ decae exponencialmente para interpolar la solución. El éxito de este mecanismo depende exclusivamente de la masa efectiva asociada a R en cada uno de los tres medios. Este mecanismo de apantallamiento difiere del respectivo del camaleón original en dos puntos: 1) la supresión del grado de libertad escalar extra es generado mayoritariamente por el comportamiento tipo potencial de Yukawa dado por la exponencial en lugar de estar determinado exclusivamente por un parámetro de *thin-shell* equivalente al de la Ec.2.92; 2) Si bien el decaimiento se da pegado a la superficie solar, en el caso de las teorías $f(R)$ se da por fuera del Sol en lugar de darse mayoritariamente en el interior del mismo como sucede en el modelo camaleónico.

Parámetro γ

Utilizando la solución 4.59 en la Ec.4.39 y considerando que $f_R^{\min,I} \sim 1$, $R_{\min}^I \sim f(R_{\min}^I)$, $r^2 R_{\min}^I \ll 1$ con R_{\min}^I que satisface $R_{\min}^I f_R^{\min,I} = kT_I + 2f(R_{\min}^I)$, se obtienen las soluciones para ψ en la región externa al Sol

$$\begin{aligned} \psi'_i + \frac{\psi_i}{r} &= \frac{r}{4f_{R_i}}(f_i + k\rho_i) + \frac{r\tilde{R}}{12f_{R_i}}(2f_{R_i} + R_i f_{RR_i}) \\ &\quad + \frac{r^2 \tilde{R}'}{12} \frac{f_{RR_i}}{f_{R_i}^2} (2R_i f_{R_i} - f(R_i)), \end{aligned} \quad (4.60)$$

$$\psi_{\text{cor}}(r) = \frac{\tilde{R}_{\text{cor}}(r)}{6m_{\text{eff}}^{\text{cor}}} \left(r - \frac{1}{m_{\text{eff}}^{\text{cor}}} \right) - 2C_1 \frac{e^{-m_{\text{eff}}^{\text{cor}} r}}{6m_{\text{eff}}^{\text{cor}}} + \frac{C_{\psi}^{\text{cor}}}{r} \quad (4.61)$$

$$\psi_{\text{MI}}(r) = \frac{-\tilde{R}_{\text{MI}}(r)}{6} \frac{1 + m_{\text{eff}}^{\text{MI}} r}{(m_{\text{eff}}^{\text{MI}})^2} + \frac{C_{\psi}^{\text{MI}}}{r}, \quad (4.62)$$

donde se han despreciado los términos que no contribuyen a la solución. C_{ψ}^{cor} y C_{ψ}^{MI} son las constantes de integración que se fijan al pedir continuidad de la solución en \mathcal{R}_{cor} y \mathcal{R}_{\odot} . Dejando solamente los términos relevantes, se obtiene

$$\begin{aligned} C_{\psi}^{\text{cor}} &= \frac{\mathcal{R}_{\odot}^3}{12f_{R_{\text{sol}}}}(f_{\text{sol}} + k\rho_{\odot}) + \frac{\mathcal{R}_{\odot} C_1 e^{-m_{\text{eff}}^{\text{cor}} \mathcal{R}_{\odot}}}{3m_{\text{eff}}^{\text{cor}}} \\ &\quad - \frac{\tilde{R}_{\text{cor}}(\mathcal{R}_{\odot}) \mathcal{R}_{\odot}}{6m_{\text{eff}}^{\text{cor}}} \left(\mathcal{R}_{\odot} - \frac{1}{m_{\text{eff}}^{\text{cor}}} \right) \end{aligned} \quad (4.63)$$

$$C_{\psi}^{\text{MI}} = C_{\psi}^{\text{cor}} + \mathcal{R}_{\text{cor}} \tilde{R}_{\text{MI}}(\mathcal{R}_{\text{cor}}) \frac{1 + m_{\text{eff}}^{\text{MI}} \mathcal{R}_{\text{cor}}}{6(m_{\text{eff}}^{\text{MI}})^2}. \quad (4.64)$$

A su vez, la ecuación para ϕ se puede escribir como

$$\begin{aligned} d \left(\psi_i - \phi_i + \tilde{R} \frac{f_{RR_i}}{f_{R_i}} \right) &= \frac{rk\rho_i}{2f_{R_i}} + \frac{r\tilde{R}}{6f_{R_i}}(f_{R_i} - R_i f_{RR_i}) \\ &\quad + \frac{r^2 \tilde{R}'}{12} \frac{f_{RR_i}}{f_{R_i}^2} (2R_i f_{R_i} - f_i). \end{aligned} \quad (4.65)$$

Considerando que ϕ_{MI} debe tender asintóticamente al fondo cosmológico, la constante de integración para la solución en el medio interestelar puede ser despreciada. Finalmente se

obtienen las soluciones para ϕ en la corona y el medio interestelar

$$\phi_{\text{cor}}(r) = \psi_{\text{cor}} + \tilde{R}_{\text{MI}}(\mathcal{R}_{\text{cor}}) \frac{f_{RR_{\text{MI}}}}{f_{R_{\text{MI}}}} + \frac{\tilde{R}_{\text{MI}}(\mathcal{R}_{\text{cor}}) \mathcal{R}_{\text{cor}}}{6m_{\text{eff}}^{\text{MI}}} + \frac{\mathcal{R}_{\text{cor}}^2 k \rho_{\text{cor}}}{4f_{\mathcal{R}_{\text{cor}}}} \quad (4.66)$$

$$\phi_{\text{MI}}(r) = \psi_{\text{MI}} - \frac{r^2 k \rho_{\text{MI}}}{4f_{R_{\text{MI}}}} + \tilde{R}_{\text{MI}}(r) \frac{f_{RR_{\text{MI}}}}{f_{R_{\text{MI}}}} + \frac{\tilde{R}_{\text{MI}}(r)r}{6m_{\text{eff}}^{\text{MI}}}, \quad (4.67)$$

donde se han despreciado los términos que no contribuyen de manera significativa. Finalmente, el parámetro PPN γ es definido como $\gamma = \frac{\psi}{\phi}$. Como puede verse de las Ecs. 4.66 y 4.67, se tiene que $\phi = \psi + \alpha$ y se puede definir $\gamma = \frac{1}{1+\epsilon}$ donde

$$\epsilon = \begin{cases} \frac{\alpha_{\text{cor}}}{\psi_{\text{cor}}} & (\mathcal{R}_{\odot} \leq r \leq \mathcal{R}_{\text{cor}}) \\ \frac{\alpha_{\text{MI}}}{\psi_{\text{MI}}} & (\mathcal{R}_{\text{cor}} \leq r \leq \mathcal{R}_{\text{MI}}). \end{cases} \quad (4.68)$$

El PPN γ depende de la coordenada r y del modelo de $f(R)$ considerado. Por lo tanto, hay que asegurar que $\gamma(r)$ fuera del Sol (en la corona y en el Sistema Solar) satisfice los límites observacionales para poder determinar qué modelos de $f(R)$ son viables.

4.3.3. Resultados para diferentes modelos de $f(R)$

En esta sección se presenta la predicción del parámetro PPN γ para cuatro modelos de $f(R)$ que exhiben un comportamiento cosmológico adecuado: el modelo de Hu-Sawicki (Hu & Sawicki, 2007a), el de Starobinsky (Starobinsky, 2007), el exponencial (Bamba et al., 2010; Cognola et al., 2008b; Elizalde et al., 2011, 2012; Kerner, 1982; Linder, 2009; Yang et al., 2010), y el logarítmico propuesto por Miranda et al. (2009) (modelo MJWQ).

Para cada una de las $f(R)$ analizadas, la linealización del potencial efectivo dentro del Sol es una buena aproximación dado que se satisface la condición Ec. 4.58. En cuanto a la condición de Compton para la corona, se satisface en todos los casos excepto en el modelo logarítmico MJWQ.

1. El modelo de Starobinsky

La función $f(R)$ en este modelo está dada por la Ec. 2.104. Siguiendo a Jaime et al. (2012c) en este caso se considera $R_s = 4.17H_0^2$ y $\lambda = 1$ para que el modelo sea consistente con las observaciones cosmológicas.

Para $q \geq 2$ se encuentra que $\tilde{R}_{\text{cor}}(r)$ y $\tilde{R}_{\text{MI}}(r)$ son prácticamente nulos en casi todo el Sistema Solar tal como se muestra en la Fig. 4.8 para el caso particular de $q = 2$. La variación de $R(r)$ se encuentra confinada en una fina capa cerca de la superficie del Sol y del límite de la corona (ver Fig. 4.9 para un acercamiento a la zona cercana a la superficie solar). Al aumentar el parámetro q , la masa efectiva también lo hace

$$m_{\text{eff}}^2 = \frac{-2(1+q)R_{\text{min}}^3}{3[(1+2q)R_{\text{min}}^2 - R_s^2]} + \frac{(R_{\text{min}}^2 + R_s^2)^2 (1 + \frac{R_{\text{min}}^2}{R_s^2})^q}{6\lambda q R_s [(1+2q)R_{\text{min}}^2 - R_s^2]}, \quad (4.69)$$

y como consecuencia $e^{-m_{\text{eff}}r}/r$ produce una capa de transición cada vez más fina. Entonces, $R(r)$ se comporta básicamente como una función escalón al igual que en Relatividad General (ver Figs. 4.10 y 4.11). Este comportamiento lleva a que el parámetro PPN γ satisfaga los límites experimentales en el Sistema Solar por varios órdenes de magnitud tal como puede verse en la Fig. 4.13. En la Fig. 4.12 puede observarse que aumentar la

4. Resultados

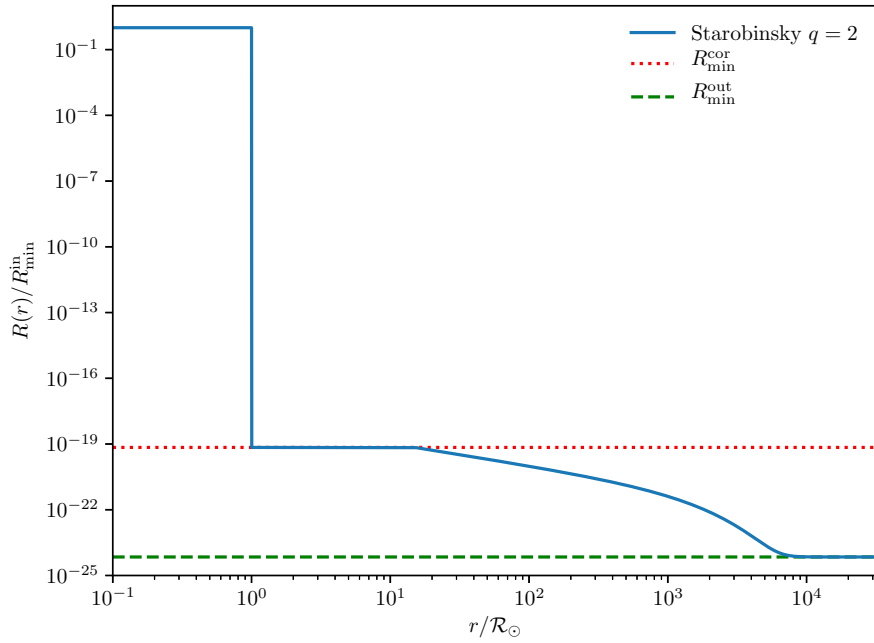


Figura 4.8. Escalar de Ricci (en unidades de R_{\min}^{sol}) como función de la coordenada r (en unidades de \mathcal{R}_{\odot}) para el modelo de Starobinsky con $q = 2$. La solución se comporta básicamente como una función escalón. La línea roja punteada y la verde rayada indican los valores de R_{\min}^{cor} y R_{\min}^{MI} respectivamente.

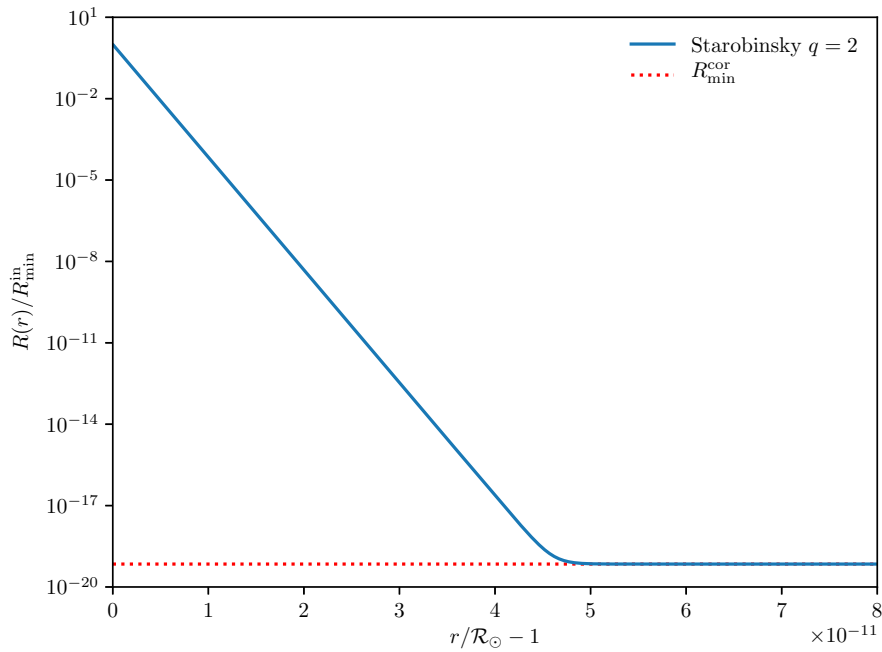


Figura 4.9. Misma figura que Fig. 4.8 pero con un acercamiento a la región de la superficie del Sol. El escalar de Ricci decrece unos 19 órdenes de magnitud desde R_{\min}^{sol} hasta R_{\min}^{cor} en una región muy delgada entre $r = \mathcal{R}_{\odot}$ y $r = \mathcal{R}_{\odot} + \Delta\mathcal{R}_{\odot}$ con $\Delta\mathcal{R}_{\odot} \sim 5 \times 10^{-11} \mathcal{R}_{\odot}$.

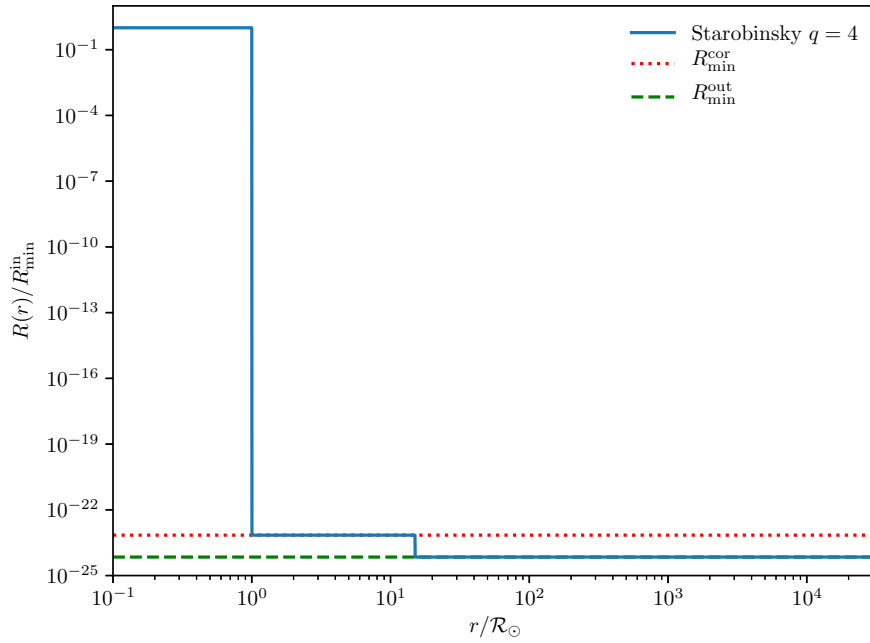


Figura 4.10. Equivalente a la Fig. 4.8 para $q = 4$. La solución se comporta prácticamente como una función escalón. La línea roja punteada y la verde rayada indican los valores de R_{\min}^{cor} y R_{\min}^{MI} respectivamente.

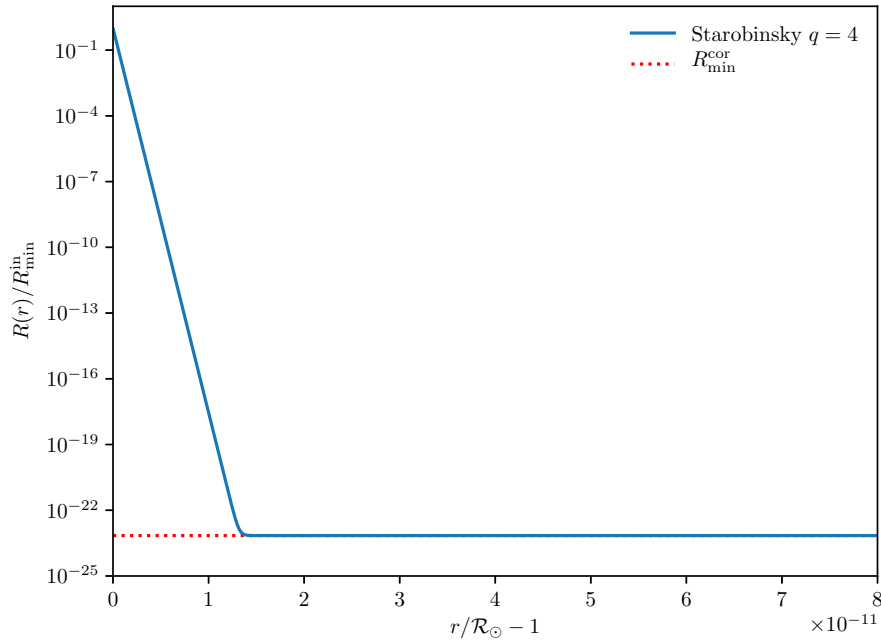


Figura 4.11. Equivalente a la Fig. 4.9 para $q = 4$. El escalar de Ricci decrece unos 19 órdenes de magnitud desde R_{\min}^{sol} hasta R_{\min}^{cor} en una región muy delgada entre $r = \mathcal{R}_{\odot}$ y $r = \mathcal{R}_{\odot} + \Delta\mathcal{R}_{\odot}$ con $\Delta\mathcal{R}_{\odot} \sim 1.5 \times 10^{-11}\mathcal{R}_{\odot}$.

4. Resultados

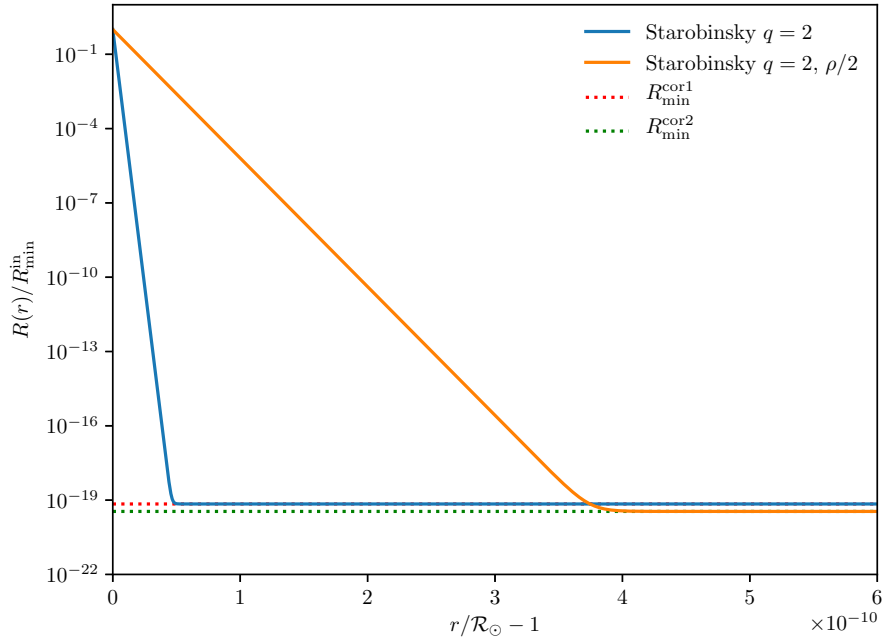


Figura 4.12. En esta figura se muestra el decrecimiento de $R(r)$ dentro de la corona (en la región cercana a la superficie solar) para diferentes valores de la densidad. Cuanto más grande es, la caída es más abrupta y el mecanismo de apantallamiento más efectivo.

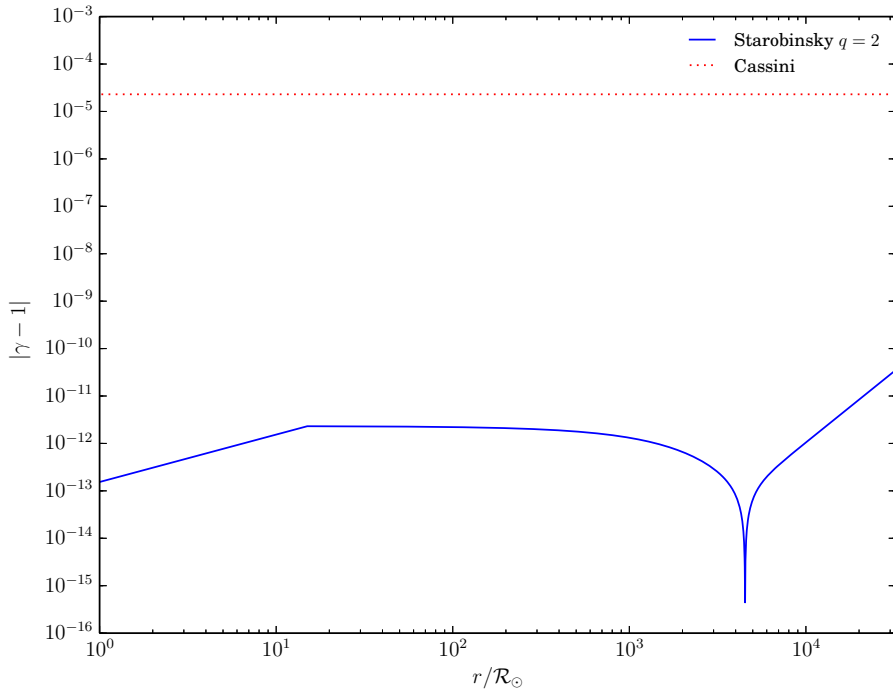


Figura 4.13. Parámetro de desviación $|\gamma - 1|$ como función de r (en unidades de \mathcal{R}_{\odot}) para el modelo de Starobinsky utilizado en la Fig. 4.8. El límite observacional dado por la misión Cassini está indicado con la línea roja horizontal punteada.

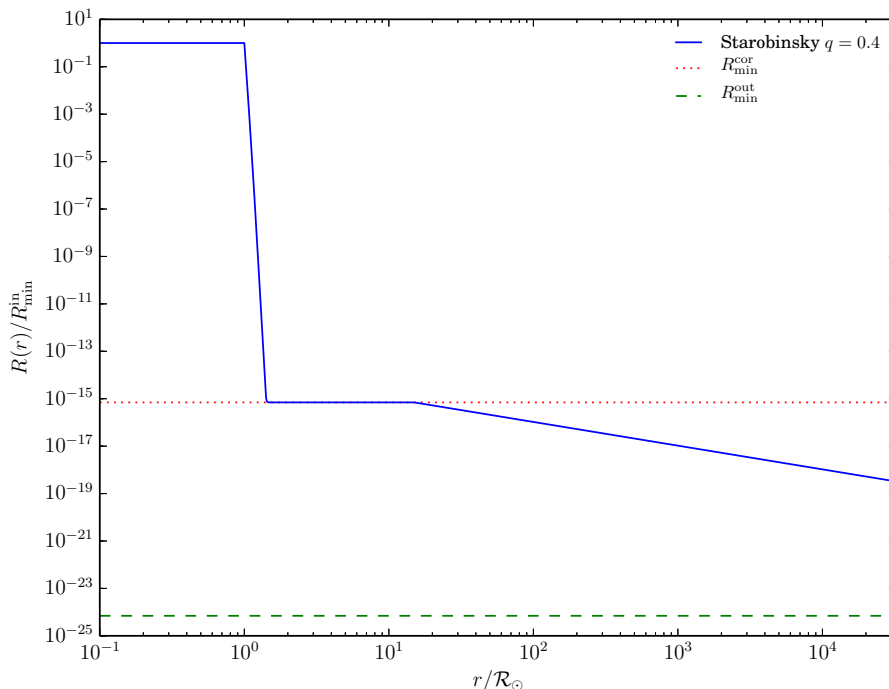


Figura 4.14. Equivalente a la Fig. 4.8 pero tomando $q = 0.4$ y $\lambda = 4.0$. Cualitativamente, el escalar de Ricci se comporta de forma similar en ambos casos pero aquí la caída es mucho menos pronunciada llevando al fracaso del modelo al no poder satisfacer los límites observacionales dados para γ .

densidad de la corona produce un mejor efecto de apantallamiento debido a que produce una caída más pronunciada de $R(r)$. Este comportamiento se repite para los otros modelos de $f(R)$.

Por el contrario, al tomar¹¹ $q = 0.4$ y $\lambda = 4$ el escalar de Ricci se comporta de forma cuantitativamente diferente como puede verse en la Fig. 4.14. Como consecuencia el parámetro γ , tal como se muestra en la Fig. 4.15, no satisface el límite observacional por más de cuatro órdenes de magnitud.

2. El modelo de Hu-Sawicki

Este modelo está definido por la Ec. 2.105. Siguiendo a Hu & Sawicki (2007a) y Jaime et al. (2012c) se consideran $m^2 = 0.24H_0^2$, $c_1 = 1.25 \times 10^{-3}$ y $c_2 = 6.56 \times 10^{-5}$. Las constantes c_1 y c_2 son parámetros adimensionales que se encuentran pidiendo que el modelo sea lo más cercano posible al modelo estándar Λ CDM mientras que m^2 representa la escala característica del Universo H_0^2 .

Para $n \geq 4$ el comportamiento de $R(r)$ es básicamente el mismo que el del modelo de Starobinsky con $q \geq 2$ debido a que sus masas efectivas presentan un comportamiento similar. Por lo tanto, γ satisface los límites observacionales.

3. El modelo exponencial

En este caso, la función está dada por la Ec. 2.107. Al igual que en los demás casos, los parámetros del modelo se obtienen al pedir que la teoría explique las observaciones cosmológicas. Se tiene que $R_* = 2.5H_0^2$ y $\beta = 2.0$ (Jaime et al., 2012a). Este modelo tiene el mismo comportamiento que Starobinsky con parámetro q grande y por lo tanto

¹¹Estos valores satisfacen las restricciones impuestas en la Sec. II de Starobinsky (2007).

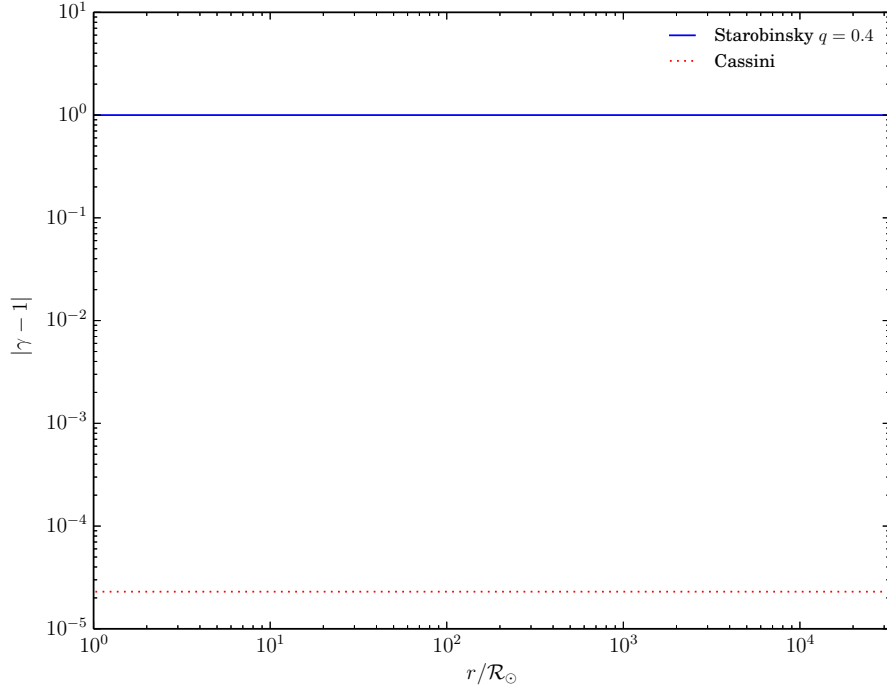


Figura 4.15. Equivalente a la Fig. 4.13 con $q = 0.4$ y $\lambda = 4.0$. En este caso el modelo de Starobinsky no pasa el test del Sistema Solar: el valor de $|\gamma - 1|$ es unos cuatro órdenes de magnitud mayor que el límite observacional.

$R(r)$ es prácticamente un escalón perfecto con lo cual la cota observacional para γ se satisface por varios órdenes de magnitud.

4. Modelo MJWQ

Por último, en este modelo la función está dada por la Ec. 2.108 y se consideran $R_m = H_0^2$ y $\alpha = 2.0$ que se corresponden con un modelo cosmológico aceptable. En este caso, la condición de Compton no se satisface en la corona y $m_{\text{eff}}^{\text{cor}}$ se reemplaza por¹² L^{-1} con lo cual se tiene un nuevo $R_{\text{min}}^{\text{cor}}(R^*)$ que no es un mínimo del potencial efectivo sino la solución de la ecuación $L^{-2} = (f_R - Rf_{RR})/(3f_{RR})|_{R^*}$. A pesar de esta redefinición el escalar de Ricci R no alcanza el mínimo ni en la corona ni en el medio interestelar como puede verse en la Fig. 4.16. Debido a esto, $\tilde{R}(r)$ no puede ser despreciado en ninguna región del exterior solar y esto lleva a que el parámetro γ sea incompatible con las observaciones (ver Fig. 4.17).

4.3.4. Comparación con otros resultados

En la literatura existen varios trabajos en donde los modelos $f(R)$ son confrontados con los test del Sistema Solar estimando el parámetro post-newtoniano γ utilizando diferentes enfoques (Capozziello & Tsujikawa, 2008; Chiba et al., 2007; Faulkner et al., 2007; Guo, 2014; Hu & Sawicki, 2007a; Sotiriou & Faraoni, 2010). A continuación se describen algunos de los resultados de estos autores haciendo énfasis en las similitudes y diferencias con el procedimiento realizado en esta tesis.

Hu & Sawicki (2007a) (HS) realizan una aproximación lineal de las perturbaciones de la métrica utilizando coordenadas isotrópicas en contraposición a las coordenadas de área utilizadas en esta tesis. El campo utilizado para realizar el análisis de tipo camaleón es f_R^{HS}

¹² L es el ancho de la corona.

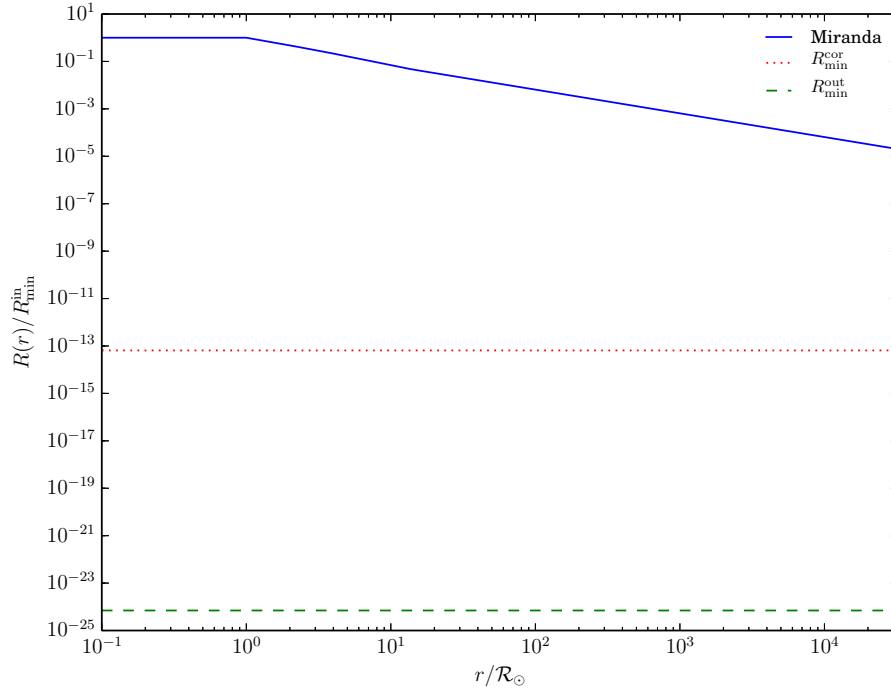


Figura 4.16. Equivalente a la Fig. 4.8 pero para el modelo MJWQ. Dentro del Sol $R(r) \approx R_{\min}^{\text{in}}$, pero afuera el escalar de Ricci no alcanza el mínimo R_{\min}^{MI} y decrece lentamente.

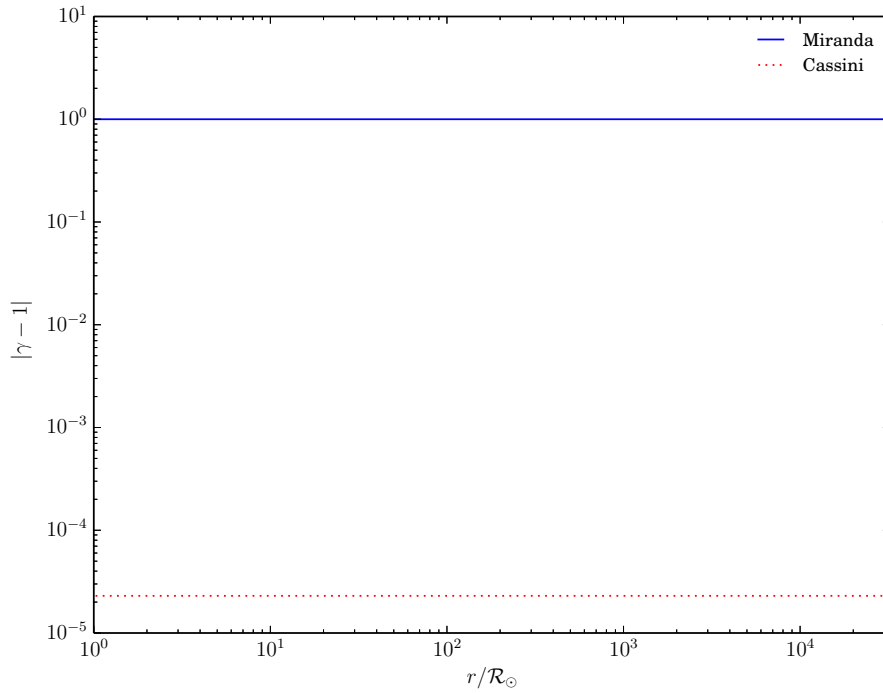


Figura 4.17. Equivalente a la Fig. 4.13 pero para el modelo MJWQ. No se satisface la cota observacional para γ por más de cuatro órdenes de magnitud.

en lugar de R^{13} . Los autores asumen que $|f_R^{HS}| \ll 1$ y $f^{HS}/R \ll 1$ y consideran a la cantidad $\Delta f_R^{HS} := f_R^{HS} - f_{R\infty}^{HS}$ como una perturbación del fondo de Minkowski¹⁴. Consideran un modelo inhomogéneo para el Sol y la corona a diferencia de la función escalón aquí considerada. Bajo estas aproximaciones, $-\Delta f_R^{HS}$ termina siendo exactamente una de las perturbaciones de la métrica relacionándose directamente con γ y encuentran entonces que siempre que $\Delta f_R^{HS} \ll 1$ se satisfacen los límites observacionales. La longitud de onda de Compton $\lambda_{HS} \sim 8300\mathcal{R}_\odot |f_{R0}^{HS}|$ es mucho menor que el tamaño que le asignan al Sistema Solar ($r \sim 10^6\mathcal{R}_\odot$) con lo cual el factor de Yukawa $e^{-r/\lambda_{HS}}/r \ll 1$ suprime la perturbación Δf_R^{HS} en las escalas de interés.

Faulkner et al. (2007) también utilizan la variable $\varphi = f_R$ como el campo camaleón pero hacen sus cálculos en el marco de Einstein y luego regresan al marco de Jordan para comparar con los límites observacionales. Hacen uso de las coordenadas de área. Trabajan en particular con el modelo $f_F(R) = R + (m-1)\mu^2(R/\mu^2)^m - 2\Lambda$ y encuentran que la longitud de onda de Compton es mayor a 10^{10} U.A. con lo cual el factor de Yukawa no contribuye considerablemente en el apantallamiento pues el responsable del mismo es el llamado parámetro de *thin-shell* Δ siempre y cuando μ^2/H_0^2 satisfaga ciertas condiciones que dependen del valor de m . Al considerar el caso $m \ll 1$, para que la función pueda pasar los test del Sistema Solar es necesario que $\mu^2/H_0^2 \sim 10^{-6} \ll 1$. Como consecuencia, el modelo $f_F(R)$ con $\Lambda = 0$ ¹⁵ será descartado o por los test del Sistema Solar o por las observaciones cosmológicas pues no puede satisfacer ambas. Este es un problema similar al que ocurre en el modelo MJWQ que puede producir una cosmología adecuada pero no puede pasar los límites observacionales locales al considerar $\alpha R_m \sim H_0^2$. Sin embargo en Faulkner et al. (2007) $\mu^2 \sim 10^{-6}H_0^2$, y si uno toma para MJWQ $\alpha R_m \ll H_0^2$ los test del Sistema Solar se pasan pero no se obtiene la cosmología buscada.

Otro análisis interesante es el realizado por Guo (2014) que también utiliza f_R y coordenadas de área pero manteniéndose en el marco de Jordan. Primero realiza un análisis demasiado ingenuo en el que considera al Sol inmerso en vacío y desarrolla las ecuaciones alrededor del mínimo cosmológico llegando a $\gamma = 1/2$. Luego, implementa las modificaciones necesarias para recuperar el mecanismo de apantallamiento concluyendo que, para poder satisfacer los límites observacionales, la función $A(R) = f(R) - R$ y sus derivadas deben cumplir $|A| \ll R$, $|f_R| \ll 1$ and $|f_{RR}R| \ll 1$, lo cual en algún sentido es la misma conclusión presentada por Faulkner et al. (2007). El inconveniente está en que a nivel cosmológico es necesario que $|A| \sim R$ para reproducir la aceleración cósmica. La dinámica del modelo debería permitir que la teoría sea exitosa en ambos escenarios sin la necesidad de introducir una constante cosmológica Λ de forma explícita. Para entender mejor el mecanismo de apantallamiento, el autor resuelve numéricamente las ecuaciones no lineales para el campo f_R . Analiza un modelo de $f(R)$ logarítmico y un modelo HS con $n = 1$. Utiliza un modelo no homogéneo para la densidad solar y un fondo de densidad constante. El autor concluye que el modelo logarítmico puede ser descartado mientras que para el otro, tras resolver una ecuación de tipo camaleón, determina que puede pasar los test del Sistema Solar pero no realiza un análisis detallado del cálculo de γ .

Por último, en la reseña Sotiriou & Faraoni (2010), que sigue de cerca el trabajo de Chiba et al. (2007), solo se presenta una aproximación ingenua que no tiene en cuenta el efecto de apantallamiento y que no es adecuada para recuperar $\gamma \sim 1$.

¹³La función $f(R)$ utilizada en esta tesis se relaciona con la de Hu & Sawicki (2007a) como $f(R) = 1 + f_R^{HS}$.

¹⁴ $f_{R\infty}^{HS}$ es el valor asociado a la galaxia a la que se le atribuye una densidad igual a la considerada en esta tesis para el medio interestelar.

¹⁵Lo interesante en estas teorías es que se genere naturalmente una constante cosmológica efectiva sin agregarla de forma explícita.

Capítulo 5

Conclusiones

Si bien las predicciones del modelo Λ CDM son consistentes con las observaciones astrofísicas y cosmológicas, existen ciertos desafíos por resolver. La introducción de materia oscura en las simulaciones de evolución cosmológica de galaxias presenta algunos problemas al realizar comparaciones con las observaciones; aún más, a pesar de los múltiples esfuerzos por detectarla todavía no se lo ha logrado. Por otro lado, si bien la constante cosmológica es la propuesta más simple para explicar las observaciones, el valor observado por la misma no puede ser explicado por las propuestas actuales de la física teórica. Es en este contexto que las teorías de gravedad modificada son una opción interesante para intentar explicar observaciones en múltiples escalas. Al realizar modificaciones en la Relatividad General se introducen nuevos grados de libertad que dan lugar a una variada fenomenología y el análisis se complejiza. Estas nuevas teorías deben probar ser válidas en todas las escalas lo cual implica un arduo trabajo tal como el que se viene haciendo con Relatividad General desde hace más de 100 años.

En esta tesis se trabajó con dos teorías de gravedad modificada: la teoría MOdified Gravity (MOG) y las teorías $f(R)$. La teoría MOG fue propuesta por J. Moffat en 2006 con el principal objetivo de tener una teoría relativista que pudiera explicar las curvas de rotación de las galaxias sin la necesidad de introducir materia oscura. Al trabajar en el límite de campo débil, la fenomenología de la teoría depende de dos parámetros que miden la intensidad y el rango de acción de la quinta fuerza generada por la misma. Se propuso estudiar la posibilidad de que la teoría pudiera explicar la curva de rotación de la Vía Láctea. Para ello se utilizaron dos compilaciones de trazadores que provienen del análisis de la cinemática del gas y de las estrellas de la galaxia. Cada una de ellas tiene trazadores diferentes y la curva de rotación es calculada con técnicas distintas. Además dan cuenta de la física en zonas diferentes de la galaxia. Por otro lado, se consideró una estructura bariónica compleja para la galaxia separando la morfología de la misma en tres componentes: bulbo, disco y gas interestelar. Para el bulbo se tuvieron en cuenta seis opciones mientras que para el disco cinco. Al considerar una opción para cada una de las componentes se generan las 30 morfologías totales utilizadas en esta tesis. Este procedimiento permite tener en consideración las incertezas que se tienen en la comunidad científica acerca de la morfología de la Galaxia. En una primer instancia se analizaron tres conjuntos de valores para los parámetros de la teoría: a) el que J. Moffat postula como correcto para las galaxias espirales, b) el indicado por el autor para la Vía Láctea y c) el que se calcula utilizando la masa de la galaxia y las fórmulas desarrolladas bajo la hipótesis de simetría esférica dadas por el autor de la teoría. En todos los casos se calculó el estimador estadístico χ^2 concluyendo que el modelo no puede explicar la curva de rotación observada de la Vía Láctea. En una segunda instancia, se realizó para algunas morfologías en particular un recorrido por el espacio de parámetros. Se encontró que existe una acotada

variedad de valores que permiten que la teoría reproduzca una fenomenología consistente con los datos de ambas compilaciones. Estos resultados dan cuenta de que las fórmulas propuestas por J. Moffat para calcular los parámetros de la teoría no son adecuadas para la Vía Láctea y por lo tanto tampoco deberían serlo para las galaxias espirales en general. Por otro lado, el hecho de que los parámetros estimados por el autor para las galaxias espirales no sean aptos para la Vía Láctea sugiere que es necesario realizar un análisis que incluya un mayor detalle de la morfología de las mismas y/o datos más precisos de sus curvas de rotación.

Además se estudió la teoría en la escala cosmológica. La misma busca explicar la expansión acelerada del Universo sin introducir explícitamente la constante cosmológica Λ . Se resolvieron las ecuaciones para un Universo isótropo y homogéneo con el fin de obtener la predicción teórica para $H(z)$. Ésta fue comparada utilizando el estimador χ^2 con dos tipos de observaciones: la distancia de luminosidad de las supernovas tipo Ia de la compilación Pantheon que es la más reciente en la literatura, y los valores de $H(z)$ que se determinan a partir del método de los cronómetros cósmicos. En ambos casos se concluye que la predicción puede explicar las observaciones al considerar el valor propuesto por el autor de la teoría para el potencial de autointeracción del campo escalar G . Sin embargo, esto no sucede cuando se consideran otros valores para el mismo generando que la teoría deje de ser válida en estos casos.

Por otro lado, se analizaron las teorías $f(R)$ en la escala local. Las teorías $f(R)$ son estudiadas desde hace muchos años y se utilizaron en un principio para intentar describir la etapa inflacionaria del Universo. Son interesantes debido a que pueden generar una constante cosmológica efectiva que surge naturalmente de las ecuaciones de la teoría. Las teorías de gravitación tienen límites observacionales muy estrictos en el Sistema Solar que no permiten diferencias importantes con las predicciones de Relatividad General en dichas escalas. Para trabajar en la escala local, se utiliza el formalismo post-newtoniano que depende del parámetro γ (entre otros) que está restringido por las observaciones del efecto de Shapiro y de la deflexión de la luz. La predicción teórica para γ se obtuvo planteando perturbaciones a la métrica para un cuerpo esféricamente simétrico, en este caso el Sol, junto con las ecuaciones de campo de la teoría obteniendo así un sistema de tres ecuaciones acopladas: la ecuación para las cada una de las dos perturbaciones de la métrica y la correspondiente al escalar de Ricci. A diferencia de los análisis similares que se encuentran en la literatura, en esta tesis se trabajó en el marco de Jordan. De esta forma, se evita realizar la transformación entre marcos de referencia que por lo general no está bien definida para las variables involucradas en el problema. Se planteó un modelo para el Sistema Solar que consta de tres capas (Sol, corona y medio interestelar) con densidad constante y se realizó un desarrollo perturbativo alrededor del mínimo del potencial en cada uno de los medios. Luego se realizó el cálculo para cuatro funciones $f(R)$ diferentes, y en algunos casos considerando diferentes parámetros del modelo, obteniendo que la predicción teórica satisface el límite experimental para los modelos exponencial, de Starobinsky con $q \geq 2$ y de Hu-Sawicki con $n \geq 4$ mientras que los modelos MJWQ y el de Starobinsky con parámetro $q = 0.4$ pueden ser descartados. Todos estos resultados son consistentes con los análisis realizados por otros autores, los cuales requieren utilizar la versión escalar-tensorial de la teoría $f(R)$ considerada.

Apéndice A

Estructura de la Vía Láctea

El estudio de la estructura estelar de la Vía Láctea tiene una larga historia. Los primeros modelos basados en conteos de estrellas fueron construidos por Herschel (1785) y Kapteyn (1922). Hoy se sabe que es posible describir la estructura estelar de la galaxia utilizando tres componentes: el bulbo, el disco y el halo estelar. Cada una con su particular estructura, dinámica y poblaciones. En este apéndice se describe el modelado tridimensional de estas componentes bariónicas considerando como una componente separada al gas interestelar. En la literatura hay variadas propuestas para los perfiles de densidad de las componentes de la galaxia y, con el objetivo de considerar todas las incertezas, se considera un gran conjunto de morfologías para describir la estructura de la Vía Láctea.

A.1. Bulbo

El bulbo, definido como la región alrededor del centro galáctico con $|l| < 20^\circ$ y $|b| < 10^\circ$, y su contenido estelar han sido objeto de considerable interés debido a que contienen importante información sobre la dinámica y la formación estelar de la Vía Láctea. Es la parte más interna de la galaxia, se extiende hasta 3-4 kpc del centro galáctico y contiene aproximadamente el 15% de la materia luminosa (Bland-Hawthorn & Gerhard, 2016). La morfología del bulbo es más complicada de entender en comparación a otras galaxias debido a la extinción causada por el polvo interestelar en la banda óptica y la posición de la Tierra en el plano galáctico. A pesar de estas dificultades se ha ido acumulando gran y variada evidencia de que la morfología del bulbo es de tipo barra triaxial con su eje mayor rotado respecto a la línea Sol - Centro Galáctico (CG). La existencia de esta este tipo de estructura tiene importantes consecuencias para la dinámica de la galaxia. Por ejemplo, provee de un mecanismo para que el gas del disco galáctico caiga en el centro galáctico y alimente al agujero negro central así como también un mecanismo para generar los brazos espirales de la galaxia.

La existencia de la barra fue primero postulada por de Vaucouleurs (1964) basándose en las similitudes del comportamiento del gas en la Vía Láctea y en galaxias barradas. Pero la idea obtuvo importancia recién en 1991 gracias al trabajo de Blitz y Spergel (Blitz & Spergel, 1991) en el que se analizaron mapas de brillo superficial del centro galáctico mostrando de forma convincente que la asimetría observada en la longitud galáctica podía ser naturalmente explicada por un bulbo tipo barra cuyo extremo más cercano esté en la dirección de las longitudes galácticas positivas. Esto fue confirmado luego con las observaciones en varias longitudes de onda de la zona del bulbo galáctico obtenidas con el satélite COBE/DIRBE (Weiland et al., 1994) que le permitieron a Dwek et al. (1995) acotar varios modelos analíticos de densidad del bulbo. La distribución de estrellas en el centro de la galaxia también ha sido evidencia de una estructura triaxial. Por ejemplo, Whitelock & Catchpole (1992) analizaron

la distribución de estrellas variable Mira en el bulbo como función del módulo de distancia y concluyeron que la mitad del bulbo que se encuentra en longitudes galácticas positivas está más cerca del Sol que la otra mitad. Otra línea de evidencia de la forma barrada del bulbo proviene del exceso de microlensing que se produce en esa zona. Esto puede explicarse si dentro del bulbo hay una parte de las estrellas que se encuentra más cerca del Sol y produce el efecto de microlensing sobre las que se encuentran más alejadas (en el otro extremo de la barra).

A pesar del acuerdo sobre la existencia de una estructura triaxial, la morfología exacta de la barra, su orientación respecto al disco, su masa y su luminosidad bolométrica total aún son objeto de debate (Gonzalez & Gadotti, 2016; Rich, 2013; Shen & Li, 2016).

A.1.1. Morfologías

Las discrepancias en la forma y en la orientación de la barra triaxial encontradas en la literatura pueden ser originadas debido a la presencia de diferentes poblaciones estelares, la metodología utilizada y/o el área del bulbo observada. En esta tesis se adoptan una gran variedad de perfiles de densidad para el bulbo galáctico inferidos observacionalmente con el objetivo de cubrir las incertidumbres en el modelado espacial del bulbo. En todos los casos considerados los perfiles de densidad tienen una componente espacial $f_b(x, y, z)$ normalizada por una constante ρ_0 que describe el peso del bulbo con respecto a la masa total de la galaxia. En el aspecto dinámico, la función de distribución estelar no puede extenderse a radios galactocéntricos mayores al radio de corotación, más allá del cual no pueden existir órbitas estables. Es por ello que en la mayoría de los casos considerados se agrega explícitamente una función de corte $f_c(x, y, z)$

$$\rho_b(x, y, z) = \rho_0 \times f_b(x, y, z) \times f_c(x, y, z). \quad (\text{A.1})$$

Se utiliza el sistema de coordenadas galáctico centrado en el centro galáctico con el eje x apuntando hacia el Sol, el eje z apuntando al Polo Norte Galáctico y el eje y en la dirección $l = -90^\circ$. Los perfiles de densidad presentados en esta sección están descritos en coordenadas (x_p, y_p, z_p) que se corresponden con los ejes principales de la barra triaxial. Este sistema de coordenadas está relacionado con el sistema galactocéntrico por una rotación en sentido horario

$$x_p = x \cos \alpha - y \sin \alpha \quad (\text{A.2})$$

$$y_p = x \sin \alpha + y \cos \alpha \quad (\text{A.3})$$

$$z_p = z, \quad (\text{A.4})$$

donde α es el ángulo entre el eje principal de la barra triaxial y la línea Sol-CG.

Bulbo E2

Este perfil de densidad se corresponde con una función de tipo exponencial presentada en Dwek et al. (1995) con el nombre E2

$$f_b(x_p, y_p, z_p) = \exp(-r), \quad (\text{A.5})$$

donde

$$r = \left[\left(\frac{x_p}{x_0} \right)^2 + \left(\frac{y_p}{y_0} \right)^2 + \left(\frac{z_p}{z_0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{A.6})$$

con $x_0 = 899/1000 \times (R_0/8)$ kpc, $y_0 = 386/1000 \times (R_0/8)$ kpc y $z_0 = 250/1000$ kpc.

La función de corte está dada por

$$f_c(x_p, y_p, z_p) = \begin{cases} 1.0, & \text{if } R_{xy} < R_{max} \\ \exp\left(-\frac{(R_{xy}-R_{max})^2}{2r_0^2}\right), & \text{if } R_{xy} > R_{max}, \end{cases}$$

donde $R_{xy} = \sqrt{x_p^2 + y_p^2}$, $r_0 = 0.5 \times (R_0/8)$ kpc, $R_{max} = 3.5 \times (R_0/8)$ kpc. El ángulo de rotación es $\alpha = 23.8^\circ$.

Stanek et al. (1997) obtiene los parámetros del modelo utilizando aglomeraciones de estrellas gigantes rojas como trazadores de la distribución tridimensional del bulbo galáctico. Para realizar el ajuste, a partir del modelo de densidad seleccionado para el bulbo se calcula el número de estrellas esperado para diferentes valores del parámetro V_{V-I} y se lo compara con histogramas obtenidos en base a los diagramas color magnitud (V,V-I) de 12 campos a lo largo del bulbo galáctico obtenidos por el Optical Gravitational Lensing Experiment (OGLE).

Bulbo G2

Este perfil de densidad corresponde a una función de tipo gaussiana dada por Dwek et al. (1995) con el nombre G2. Describe un bulbo triaxial con forma de caja cuya distribución espacial está descrita por

$$f_b(x_p, y_p, z_p) = \exp(-r_s^2/2), \quad (\text{A.7})$$

donde

$$r_s = \left[\left[\left(\frac{x_p}{x_0} \right)^2 + \left(\frac{y_p}{y_0} \right)^2 \right]^2 + \left(\frac{z_p}{z_0} \right)^4 \right]^{\frac{1}{4}}, \quad (\text{A.8})$$

con $x_0 = 1239/1000 \times (R_0/8)$ kpc, $y_0 = 609/1000 \times (R_0/8)$ kpc y $z_0 = 438/1000$ kpc. El ángulo de rotación es $\alpha = 24.9^\circ$. Se utiliza la misma función de corte que en el bulbo E2 (Ec. A.1.1) y los parámetros utilizados son calculados de la misma forma por Stanek et al. (1997).

Bulbo Vanho

El perfil de densidad está dado por una ley de potencias truncada (Binney et al., 1997)

$$f_b(x_p, y_p, z_p) = \frac{\exp(-a^2/a_m^2)}{(1 + a/a_0)^{1.8}}, \quad (\text{A.9})$$

donde

$$a = \left[(x_p)^2 + \left(\frac{y_p}{\eta} \right)^2 + \left(\frac{z_p}{\zeta} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{A.10})$$

con $\eta = 0.68$ kpc, $\zeta = 0.31$ kpc, $a_m = 2.5 \times (R_0/8.7)$ kpc y $a_0 = 0.095 \times (R_0/8.7)$ kpc. El ángulo de rotación es $\alpha = 15^\circ$.

Los parámetros del modelo se ajustan en Vanhollebeke et al. (2009) comparando los resultados de la simulación TRILEGAL (Girardi et al., 2005) con observaciones de los catálogos 2MASS y OGLE-II. El código TRILEGAL se utiliza para simular el contenido estelar de la galaxia en cualquier dirección. Parte de un modelo para cada componente de la galaxia y lo evoluciona. Como resultado se obtienen las propiedades fotométricas de las estrellas posicionadas en cada dirección (l, b). Se realiza el conteo de estrellas en las bandas K_s y I y se los compara con los que se obtienen de los mapas fotométricos de los catálogos 2MASS y OGLE-II respectivamente.

Bulbo RMS

Este perfil de densidad está compuesto por dos elipsoides tal que uno de ellos representa la barra con forma de caja (Picaud & Robin, 2004; Robin et al., 2012)

$$f_b(x_p, y_p, z_p) = \left(f_e \exp(-a_f) + [\cosh(-a_f)]^{-2} \right), \quad (\text{A.11})$$

donde

$$a_f = \left[\left[\left(\frac{x_p}{x_0} \right)^{c_\perp} + \left(\frac{y_p}{y_0} \right)^{c_\perp} \right]^{\frac{c_\parallel}{c_\perp}} + \left(\frac{z_p}{z_0} \right)^{c_\parallel} \right]^{\frac{1}{c_\parallel}}, \quad (\text{A.12})$$

con $f_e = 3.17873 \times 10^6 / 1.49122 \times 10^9$. Los parámetros para la componente hiperbólica son $c_\parallel = 3.007$, $C_\perp = 3.329$, $x_0 = 1.46 \times (R_0/8)$, $y_0 = 0.49 \times (R_0/8)$, $z_0 = 0.39$, y para la exponencial $c_\parallel = 2.786$, $c_\perp = 3.917$, $x_0 = 4.44 \times (R_0/8)$, $y_0 = 1.31 \times (R_0/8)$, $z_0 = 0.80$. El ángulo de rotación considerado es $\alpha = 12.9^\circ$.

En este caso, cada una de las componentes de la función densidad tiene asociada una función de corte dada por la Ec. A.1.1 con $r_0 = 0.35 \times (R_0/8)$ kpc y radios de corotación $R_{\text{max}} = 3.43 \times (R_0/8)$ kpc y $R_{\text{max}} = 6.83 \times (R_0/8)$ kpc para la componente hiperbólica y para la exponencial respectivamente. Los parámetros c_\parallel y c_\perp permiten explorar un variado rango de formas, desde tipo disco hasta tipo caja. Para ajustar todos los parámetros del modelo se utiliza el catálogo 2MASS y se compara el número de estrellas en la banda K_s y en color $J - K_s$ con el predicho por el modelo de densidad propuesto.

Bulbo Zhao

En este caso, el perfil de densidad describe una barra con forma de caja a través de una función de tipo gaussiana (equivalente al bulbo G2) junto con un núcleo esferoidal oblató (Zhao, 1996)

$$f_b(x_p, y_p, z_p) = \left[\exp\left(-\frac{r_s^2}{2}\right) + r_a^{-1.85} \exp(-r_a) \right], \quad (\text{A.13})$$

donde r_s está dado por A.8 y

$$r_a = \left[\frac{q_a^2(x_p^2 + y_p^2) + z_p^2}{z_0^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (\text{A.14})$$

con $x_0 = 1.49 \times (R_0/8)$ kpc, $y_0 = 0.58 \times (R_0/8)$ kpc, $z_0 = 0.4$ kpc y $q_a = 0.6$. El ángulo de rotación es $\alpha = 20^\circ$. La función de corte está dada por la Ec. A.1.1 donde $R_{\text{max}} = 3.3 \times (R_0/8)$ kpc.

Los parámetros son los ajustados por Dwek et al. (1995) utilizando los mapas de brillo superficial del satélite COBE. Luego, el perfil de densidad asumido es validado utilizando la técnica presentada por Schwarzschild (1979) que describe a un sistema sin colisión como la superposición lineal de órbitas en un potencial gravitatorio común. A partir de un perfil de densidad asumido se utiliza la ecuación de Poisson para calcular el potencial gravitatorio e integrando numéricamente las ecuaciones de movimiento se obtiene un arreglo de órbitas. Cada órbita es caracterizada por un peso que es determinado ajustando las observaciones, si no hay una combinación lineal aceptable para los pesos que ajuste al conjunto de observaciones entonces el perfil de densidad asumido inicialmente es descartado.

Bulbo BG

Está descrito por una función de densidad tipo ley de potencia presentada en Binney et al. (1997)

$$f_b(x_p, y_p, z_p) = \frac{1}{\eta \zeta a_m^3} \frac{\exp(-a^2/a_m^2)}{(1 + a/a_0)^{1.8}}, \quad (\text{A.15})$$

donde a está dado por A.10 con $\eta = 0.31$ kpc, $\zeta = 0.38$ kpc, $a_m = 2.8 \times (R_0/8)$ kpc y $a_0 = 0.1 \times (R_0/8)$ kpc. El ángulo de rotación es $\alpha = 20^\circ$.

Los parámetros se obtienen a partir del modelo inicial utilizado por Bissantz & Gerhard (2002). Se calculan ajustando las predicciones del modelo de densidad y comparando con el mapa de brillo superficial en el infrarojo obtenido por COBE/DIRBE y la función de luminosidad de los apelotonamientos de estrellas gigantes rojas en los doce campos utilizados por Stanek et al. (1997).

A.2. Disco

El disco estelar se extiende hasta unos 20 kpc del centro galáctico, presenta simetría axial y contiene aproximadamente el 75% de las estrellas de la galaxia (Bland-Hawthorn & Gerhard, 2016). La delgadez del disco permite una vista sin obstrucciones de la parte externa del bulbo galáctico y del halo estelar, sin embargo, el disco mismo es difícil de entender debido a la extinción interestelar. La posición del Sol dificulta el entendimiento de la estructura a gran escala y en especial de las asimetrías en la galaxia. Con el tiempo, se ha ganado un mayor entendimiento de la zona interior de la galaxia (dentro del círculo solar) pero la parte externa del disco aún presenta algunos misterios. La densidad superficial local y el perfil de densidad vertical del disco son conocidas con gran certeza pero las escalas tanto radial como vertical permanecen con considerable incerteza.

A.2.1. Morfologías

El disco estelar puede ser descrito por una doble exponencial con una escala característica radial y una vertical. La mayoría de las parametrizaciones adoptadas en esta tesis distinguen una componente fina y una gruesa del disco cada una con sus correspondientes escalas. Aún más, dos de estas morfologías incluyen en su descripción un halo estelar¹. El perfil de densidad del disco puede descomponerse en una constante de normalización y una función de distribución espacial

$$\rho_d(R, z) = \rho_0 \times f_d(R, z), \quad (\text{A.16})$$

donde (R, z) son coordenadas cilíndricas cuyo uso es conveniente debido a la simetría axial característica del disco estelar.

Disco BR

La descripción de este disco no diferencia entre una componente gruesa y una fina. Describe un disco maximal² que es representado por una función exponencial doble (Bovy & Rix,

¹Si bien el halo estelar puede ser considerado una componente diferente, su contribución es muy pequeña y en las morfologías aquí consideradas sus parámetros son ajustados junto con los del disco.

²Se asume que el disco es la componente que contribuye lo máximo posible en la curva de rotación sin excederse en ningún punto de la misma. En la práctica esto significa que el disco contribuye en el $85 \pm 10\%$ de la velocidad de rotación en el pico de la curva de rotación.

2013)

$$f_d(R, z) = \exp\left(-\frac{R}{R_d} - \frac{|z|}{z_h}\right), \quad (\text{A.17})$$

con $R_d = 2.15 \times (R_0/8)$ kpc y $z_h = 0.400$ kpc.

Estos parámetros son ajustados por Bovy & Rix (2013) midiendo la fuerza vertical en $|z| = 1.1$ kpc como función del radio galactocéntrico entre 4-9kpc. La distribución espacial y la cinemática de estrellas enanas G del catálogo SDSS/SEGUE (Yanny et al., 2009) son utilizadas como trazadores del potencial gravitatorio galáctico a partir del cual se calcula la fuerza vertical. Se utilizan subconjuntos de estas estrellas llamados poblaciones de mono-abundancia (MAPs por sus siglas en inglés) que constan de objetos con muy similares abundancias de elementos. Cada uno de estos MAPs es considerado como un trazador separado del potencial gravitatorio (Ting et al., 2013).

Disco Juric

Este disco estelar tiene una componente fina y una gruesa junto con un perfil de desidad para el halo (Jurić et al., 2008)

$$f_d(R, z) = \exp\left(-\frac{R - R_0}{R_{d,thin}} - \frac{|z + z_0|}{z_{h,thin}}\right) + f_{thick} \exp\left(-\frac{R - R_0}{R_{d,thick}} - \frac{|z + z_0|}{z_{h,thick}}\right) + f_h \left(\frac{R_0}{\sqrt{\max\{R, R_{min,h}\}^2 + \left(\frac{z}{q_h}\right)^2}}\right)^{n_h}, \quad (\text{A.18})$$

con $z_0 = 0.025$ kpc la distancia del Sol sobre el plano galáctico, $R_{d,thin} = 2.6 \times (R_0/8)$ kpc, $z_{h,thin} = 0.250$ kpc, $f_{thick} = 0.12$ kpc, $R_{d,thick} = 3.6 \times (R_0/8)$ kpc, $z_{h,thick} = 0.900$ kpc, $f_h = 0.0051$, $q_h = 0.64$, $n_h = 2.77$ y $R_{min,h} = 4 \times (R_0/8)$ kpc.

Jurić et al. (2008) calcula estos parámetros ajustando un perfil de densidad construido a partir de la paralaje fotométrica de aproximadamente 48 millones de estrellas utilizando el catálogo SDSS (Abazajian et al., 2003). El procedimiento es el siguiente: a partir de la precisa fotometría dada por el catálogo SDSS es posible estimar la distancia a un gran número de estrellas de la secuencia principal usando la paralaje fotométrica (a partir del color es posible determinar la magnitud absoluta y consecuentemente la distancia). Utilizando esta distancia junto con las coordenadas (l, b) de cada estrella se construye un modelo tridimensional para la distribución de estrellas de secuencia principal. Este espacio tridimensional es dividido en compartimientos y se cuenta el número de estrellas en cada uno y se compara con las predicciones del modelo de densidad presentado.

Disco DJ

Este modelo representa al disco como una doble exponencial debido a una componente fina y a una gruesa (Bahcall & Soneira, 1980; Gilmore & Reid, 1983), también se incluye una componente de halo representada por una ley de potencias axisimétrica (Chiba & Beers,

2000; Eggen et al., 1962; Jurić et al., 2008)

$$f_d(R, z) = \exp\left(-\frac{R - R_0}{R_{d,\text{thin}}} - \frac{|z|}{z_{h,\text{thin}}}\right) + f_{\text{thick}} \exp\left(-\frac{R - R_0}{R_{d,\text{thick}}} - \frac{|z|}{z_{h,\text{thick}}}\right) + f_h \left(\frac{R_0}{\sqrt{\text{máx}\{R, R_{\text{min},h}\}^2 + \left(\frac{z}{q_h}\right)^2}}\right)^{n_h}, \quad (\text{A.19})$$

donde $R_{d,\text{thin}} = 2.60 \times (R_0/8)$ kpc, $z_{h,\text{thin}} = 0.250$ kpc, $R_{d,\text{thick}} = 4.1 \times (R_0/7.6)$ kpc, $z_{h,\text{thick}} = 0.750$ kpc, $q_h = 0.88$, $n_h = 2.75$, $R_{\text{min},h} = 7 \times (R_0/7.6)$, $f_{\text{thick}} = 10^{-2.3} M_\odot \text{pc}^{-3} / \rho_0$ and $f_h = 10^{-4.2} M_\odot \text{pc}^{-3} / \rho_0$.

Los parámetros del modelo de densidad de las componente gruesa del disco y del halo han sido ajustados por de Jong et al. (2010) ajustando diagramas color-magnitud obtenidos de la fotometría del catálogo SDSS/SEGUE (Yanny et al., 2009). Se utiliza el paquete MATCH (Dolphin, 1997, 2002) que utiliza el método de la máxima verosimilitud para determinar los mejores parámetros del modelo de densidad transformándolo en diagramas de Hess (2D-histogramas de estrellas en el plano color magnitud) y comparando pixel a pixel con el diagrama obtenido de las observaciones para cada dirección (l, b). Los parámetros correspondientes a la componente fina del disco son tomados de Jurić et al. (2008).

Disco HG

Perfil de densidad de doble disco con componente fina y gruesa (Han & Gould, 2003)

$$f_d(R, z) = \frac{1}{\eta(R)} \exp\left(-\frac{R - R_0}{R_d}\right) \left[(1 - \beta) \text{sech}^2 \frac{z}{\eta(R) z_{h,\text{thin}}} + \beta \exp\left(-\frac{|z|}{\eta(R) z_{h,\text{thick}}}\right) \right], \quad (\text{A.20})$$

donde

$$\eta(R) = \max\left\{\frac{R}{9.025 \text{ kpc}} + 0.114, 0.670\right\}, \quad (\text{A.21})$$

$\beta = 0.565$, $R_d = 2.75 \times (R_0/8)$ kpc, $z_{h,\text{thin}} = 0.270$ kpc y $z_{h,\text{thick}} = 0.440$ kpc.

Los parámetros del modelo se obtienen de Zheng et al. (2001) donde son ajustados comparando la predicción del modelo de densidad para el número de estrellas en el diagrama color magnitud con el número observado de estrellas enanas tipo M en los diagramas obtenidos por el Telescopio Espacial Hubble.

Disco CM

Modelo de densidad de doble exponencial con componente fina y gruesa (Calchi Novati & Mancini, 2011)

$$f_d(R, z) = \exp\left(-\frac{R - R_0}{R_{d,\text{thin}}} - \frac{|z|}{z_{h,\text{thin}}}\right) + f_{\text{thick}} \exp\left(-\frac{R - R_0}{R_{d,\text{thick}}} - \frac{|z|}{z_{h,\text{thick}}}\right), \quad (\text{A.22})$$

donde $R_{d,\text{thin}} = 2.75 \times (R_0/8)$ kpc, $z_{h,\text{thin}} = 0.250$ kpc, $R_{d,\text{thick}} = 4.1 \times (R_0/7.6)$ kpc, $z_{h,\text{thick}} = 0.750$ kpc y $f_{\text{thick}} = 0.11$.

Los parámetros correspondientes al disco fino son tomados de Han & Gould (2003) y los del disco grueso de de Jong et al. (2010).

A.3. Gas

El gas interestelar de la Vía Láctea está compuesto principalmente por hidrógeno, un número mucho menor de helio ($\simeq 9\%$) y cantidades despreciables de elementos más pesados. El modelo utilizado solo describe la contribución del hidrógeno en las tres formas en las que se lo encuentra en la galaxia: molecular, atómico neutro e ionizado (Ferrière, 2001) y es separado en dos partes: un modelo global de la galaxia y uno más detallado para la parte más interna de la misma.

A partir de la distribución de las tres componentes, la densidad de hidrógeno se calcula como

$$\rho_{\text{H}} = m_p \times (2n_{\text{H}_2} + n_{\text{HI}} + n_{\text{H}^+}), \quad (\text{A.23})$$

con m_p la masa del protón. Para convertir la densidad de hidrógeno en densidad del gas se asume que el medio interestelar tiene la misma fracción de helio que la vecindad solar y el doble de la metalicidad y se encuentra que $\rho_{\text{gas}} = 1.453 \times \rho_{\text{H}}$ (Ferrière et al., 2007).

A.3.1. Modelo global del medio interestelar en la Vía Láctea

Ferrière (1998) modela la distribución galáctica de gas interestelar recopilando modelos y observaciones de otros autores. El modelo tiene simetría axial y distingue cinco formas de hidrógeno: molecular, neutro frío, neutro tibio, ionizado tibio e ionizado caliente.

Hidrógeno molecular

El hidrógeno molecular no puede ser trazado directamente debido a que no tiene transiciones permitidas en las longitudes de radio. Es por ello, que en su lugar se utilizan las mediciones de la línea de emisión de 2.6 mm del CO que no se ve afectada por la extinción interestelar. El factor de conversión X_{CO} es el que convierte la densidad observada de CO en densidad columnar de hidrógeno molecular. Este factor de conversión no ha sido estimado con certeza aun y puede variar con el radio galactocéntrico. El hidrógeno molecular se encuentra principalmente en una anillo de radios galactocéntricos entre 3.5 y 6 kpc (Combes, 1991). Utilizando el análisis de los datos del catálogo de CO de Clemens et al. (1988) el hidrógeno molecular se puede modelar como

$$n_{\text{H}_2} = \frac{X_{\text{CO}}}{\eta} \times n_0 \times \exp \left[-\frac{(r - R_r)^2 - (R_0 - R_r)^2}{L_r^2} \right] \times \left(\frac{r}{R_0} \right)^{-0.58} \times \exp \left[-\left(\frac{z}{H_m(r)} \right)^2 \right], \quad (\text{A.24})$$

donde

$$H_m(r) = 0.081 \text{ kpc} \left(\frac{r}{R_0} \right)^{0.58}, \quad (\text{A.25})$$

con $\eta = 3 \times 10^{20} \text{ s}/(\text{cm}^2 \text{Kkm})$, $n_0 = 0.58 \text{ cm}^{-3}$, $R_r = 4.5 \text{ kpc}$, $L_r = 2.9 \text{ kpc}$ y R_0 el radio galactocéntrico del Sol. El factor de conversión X_{CO} actúa como un factor de normalización de la componente gaseosa.

Hidrógeno neutro

El hidrógeno atómico neutro se estudia a través de la línea de 21 cm. Está presente de forma fría ($T \simeq 80$) K en nubes densas o de forma tibia ($T \simeq 8000$) K esparcido como un medio de baja densidad (Kulkarni & Heiles, 1987).

El modelo de densidad está dado por

$$n_{\text{HI}}^{\text{f}} = \frac{n_0}{\alpha(r)^2} \left[0.859 \exp \left[- \left(\frac{z}{H_1(r)} \right)^2 \right] + 0.0047 \exp \left[- \left(\frac{z}{H_2(r)} \right)^2 \right] + 0.094 \exp \left[- \frac{|z|}{H_3(r)} \right] \right], \quad (\text{A.26})$$

con $n_0 = 0.340 \text{ cm}^{-3}$ para el caso frío y

$$n_{\text{HI}}^{\text{t}} = \frac{n_0}{\alpha(r)} \left[\left[1.745 - \frac{1.289}{\alpha(r)} \right] \exp \left[- \left(\frac{z}{H_1(r)} \right)^2 \right] + \left[0.473 - \frac{0.070}{\alpha(r)} \right] \exp \left[- \left(\frac{z}{H_2(r)} \right)^2 \right] + \left[0.283 - \frac{0.142}{\alpha(r)} \right] \exp \left[- \frac{|z|}{H_3(r)} \right] \right], \quad (\text{A.27})$$

con $n_0 = 0.226 \text{ cm}^{-3}$ para el caso tibio. Para las dos componentes

$$H_1(r) = 0.127 \text{ kpc} \times \alpha(r) \quad (\text{A.28})$$

$$H_2(r) = 0.318 \text{ kpc} \times \alpha(r) \quad (\text{A.29})$$

$$H_3(r) = 0.403 \text{ kpc} \times \alpha(r), \quad (\text{A.30})$$

y

$$\alpha(r) = \max\left\{1, \frac{r}{R_0}\right\}. \quad (\text{A.31})$$

Hidrógeno ionizado

La existencia de una componente de gas ionizada es conocida desde hace tiempo debido a la dispersión que se observa en las señales de púlsares. La continua mejora en la determinación de la distancia a estos objetos ha permitido modelar la distribución interestelar de electrones libres (Cordes et al., 1991). El hidrógeno ionizado puede dividirse en una componente tibia ($T \simeq 8000$) K y una caliente ($T \sim 10^6$) K.

El perfil de densidad de la componente tibia es descripto por un disco grueso y un anillo fino

$$n_{\text{H}^+}^{\text{t}} = n_{0,d} \times \exp \left(- \frac{r^2 - R_0^2}{R_d^2} \right) \exp \left(- \frac{|z|}{z_{h,d}} \right) + n_{0,r} \times \exp \left[- \frac{(r - R_r)^2 - (R_0 - R_r)^2}{L_r^2} \right] \exp \left(- \frac{|z|}{z_{h,r}} \right), \quad (\text{A.32})$$

con $n_{0,d} = 0.0237 \text{ cm}^{-3}$, $R_d = 37 \text{ kpc}$, $z_{h,d} = 1 \text{ kpc}$, $n_{0,r} = 0.0013 \text{ cm}^{-3}$, $R_r = 4 \text{ kpc}$, $L_r = 2 \text{ kpc}$ y $z_{h,r} = 0.150 \text{ kpc}$.

Para la componente caliente

$$n_{\text{H}^+}^{\text{c}} = n_0 \left[0.12 \exp \left(- \frac{R - R_0}{R_d} \right) + 0.88 \exp \left[- \frac{(r - R_r)^2 - (R_0 - R_r)^2}{L_r^2} \right] \right] \times \left(\frac{r}{R_0} \right)^{-1.65} \exp \left(- \frac{|z|}{H(r)} \right), \quad (\text{A.33})$$

con $n_0 = 4.8 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-3}$, $R_d = 4.9 \text{ kpc}$, $R_r = 4.5 \text{ kpc}$, $L_r = 2.9 \text{ kpc}$ y

$$H(r) = 1.5 \text{ kpc} \times \left(\frac{\max\{r, 1\}}{R_0} \right)^{1.65}. \quad (\text{A.34})$$

A.3.2. El gas en la zona interna de la Vía Láctea

Ferrière et al. (2007) utiliza los resultados observacionales más relevantes junto con predicciones de modelos de dinámica del gas para formar un modelo coherente para la distribución de hidrógeno dentro de los 3 kpc alrededor del centro galáctico. Este modelo puede dividirse en dos componentes: una región central llamada la Zona Central Molecular (CMZ por sus siglas en inglés) de forma elipsoidal y un anillo que la rodea.

Zona central molecular

La CMZ se corresponde con un elipsoide de aproximadamente $500 \text{ pc} \times 200 \text{ pc}$ centrado en $(x_c, y_c, z_c) = (-50, -50, 0) \text{ pc}$. Su eje mayor se encuentra en el primer cuadrante galáctico rotado un ángulo $\theta = 70^\circ$ respecto a la línea Sol-CG. El perfil de densidad es definido en función del sistema de coordenadas cartesianas definido sobre los ejes principales del elipsoide (X, Y, Z) relacionados con el sistema de coordenadas galáctico como

$$X = (x - x_c) \cos \theta - (y - y_c) \sin \theta \quad (\text{A.35})$$

$$Y = (x - x_c) \sin \theta + (y - y_c) \cos \theta \quad (\text{A.36})$$

$$Z = z. \quad (\text{A.37})$$

Como ya se explicó anteriormente, el hidrógeno molecular es trazado por la línea de emisión de 2.6 mm del CO. Utilizando los mapas observacionales de gas molecular obtenidos por Sawada et al. (2004) es posible modelar la distribución de hidrógeno molecular en la CMZ

$$n_{\text{H}_2}^{\text{CMZ}} = \frac{X_{\text{CO}}}{\eta} \times n_0 \times \exp \left[- \left(\frac{\sqrt{X^2 + (2.5Y)^2} - X_c}{R_d} \right)^4 \right] \times \exp \left[- \left(\frac{Z}{z_h} \right)^2 \right], \quad (\text{A.38})$$

donde $\eta = 5 \times 10^{19} \text{ s}/(\text{cm}^2 \text{Kkm})$, $n_0 = 150 \text{ cm}^{-3}$, $X_c = 0.125 \text{ kpc}$, $R_d = 0.137 \text{ kpc}$ y $z_h = 0.018 \text{ kpc}$. El factor de conversión X_{CO} es considerado el factor de normalización del gas.

Para el caso del gas atómico, todos los mapas que se deducen de las observaciones de 21 cm se basan en un gran número de suposiciones cinemáticas que son cuestionables. Ferrière et al. (2007) toma como camino alternativo la idea de que las distribuciones del gas molecular y atómico son similares (Liszt & Burton, 1996) y se adopta la misma descripción que la dada para el gas molecular con diferente escala vertical y normalización (y sin el factor de conversión X_{CO}): $n_0 = 8.8 \text{ cm}^{-3}$ y $z_h = 0.054 \text{ kpc}$.

Anillo

El modelo considerado es el presentado por Liszt & Burton (1980) que consta de un disco alargado compatible con las predicciones teóricas de la dinámica del gas. En el centro del disco se considera un agujero de tamaño suficiente como para contener a la CMZ. El eje principal del disco está rotado respecto de la línea Sol-CG y a su vez el plano del disco está rotado respecto del plano definido por las coordenadas galácticas. El perfil de densidad se define en el sistema de coordenadas formado a partir del eje mayor del disco

$$\begin{aligned} \mathcal{X} &= x \cos \beta \cos \theta - y(\sin \alpha \sin \beta \cos \theta + \cos \alpha \sin \theta) + z(\cos \alpha \sin \beta \cos \theta - \sin \alpha \sin \theta) \\ \mathcal{Y} &= x \cos \beta \sin \theta - y(\sin \alpha \sin \beta \sin \theta + \cos \alpha \cos \theta) + z(\cos \alpha \sin \beta \sin \theta + \sin \alpha \cos \theta) \\ \mathcal{Z} &= -x \sin \beta - y \sin \alpha \cos \beta + z \cos \alpha \cos \beta, \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

donde $\alpha = 13.5^\circ$, $\beta = 20^\circ$ y $\theta = 48.5^\circ$. Los perfiles utilizados son del mismo tipo que para la CMZ

$$n_{\text{H}_2}^{\text{disco}} = \frac{X_{\text{CO}}}{\eta} \times n_0 \times \exp \left[- \left(\frac{\sqrt{\mathcal{X}^2 + (3.1\mathcal{Y})^2} - X_c}{R_d} \right)^4 \right] \times \exp \left[- \left(\frac{\mathcal{Z}}{z_h} \right)^2 \right], \quad (\text{A.40})$$

donde $n_0 = 4.8 \text{ cm}^{-3}$, $X_c = 1.2 \text{ kpc}$, $R_d = 0.438 \text{ kpc}$ y $z_h = 0.042 \text{ kpc}$ para el caso del gas molecular. En cambio, para el gas atómico: $n_0 = 0.34 \text{ cm}^{-3}$ y $z_h = 0.120 \text{ kpc}$.

La componente ionizada

Se divide al hidrógeno ionizado en tres componentes: tibia ($T \sim 10^4 \text{ K}$), caliente ($T \sim 10^6 \text{ K}$) y muy caliente ($T \leq 10^8 \text{ K}$).

Para el caso tibio, el mejor modelo disponible para la distribución interestelar de electrones libres es el modelo dado por Cordes & Lazio (2002) construido a partir de las señales de radio de pulsares y otras fuentes compactas. El perfil de densidad está descrito por la contribución de un centro y un disco fino y uno grueso

$$\begin{aligned} n_{\text{H}^+}^{\text{t}} = n_0 & \left[\exp \left[- \frac{x^2 + (y - y_1)^2}{R_{d,1}^2} \right] \exp \left[- \frac{(z - z_1)^2}{z_{h,1}^2} \right] \right. \\ & + 0.009 \exp \left[- \left(\frac{r - R_{d,2}}{R_{d,2}/2} \right)^2 \right] \text{sech}^2 \left(\frac{z}{z_{h,2}} \right) \\ & \left. + 0.005 \left[\cos \left(\pi \frac{r}{2R_{d,3}} \right) u(R_{d,3} - r) \right] \text{sech}^2 \left(\frac{z}{z_{h,3}} \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

donde $n_0 = 8.0 \text{ cm}^{-3}$, $y_1 = -10 \text{ pc}$, $z_1 = -20 \text{ pc}$, $R_{d,1} = 145 \text{ pc}$, $z_{h,1} = 26 \text{ pc}$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $R_{d,2} = 3.7 \text{ kpc}$, $z_{h,2} = 0.140 \text{ kpc}$, $R_{d,3} = 17 \text{ kpc}$, $z_{h,3} = 0.950 \text{ kpc}$ y u es la función escalon unitaria.

Para la componente caliente, se utiliza el modelo de Almy et al. (2000) que es construido utilizando fuentes de rayos X

$$n_{\text{H}^+}^{\text{c}} = \left[(0.009 \text{ cm}^{-3})^{2/3} - (1.54 \times 10^{-17} \text{ cm}^{-4} \text{ s}^2) \times [f(r, z) - f(0, 0)] \right], \quad (\text{A.42})$$

donde

$$f(r, z) = -(225 \text{ km s}^{-1})^2 \times \left[\frac{C_1}{\sqrt{r^2 + \left(a_1 + \sqrt{z^2 + b_1^2} \right)^2}} + \frac{C_2}{a_2 + \sqrt{r^2 + z^2}} - C_3 \ln \frac{\sqrt{1 + \frac{a_3^2 + r^2 + z^2}{r_h^2}} - 1}{\sqrt{1 + \frac{a_3^2 + r^2 + z^2}{r_h^2}} + 1} \right], \quad (\text{A.43})$$

con $C_1 = 8.887 \text{ kpc}$, $a_1 = 6.5 \text{ kpc}$, $b_1 = 0.26 \text{ kpc}$, $C_2 = 3.0 \text{ kpc}$, $a_2 = 0.70 \text{ kpc}$, $C_3 = 0.325 \text{ kpc}$, $a_3 = 12 \text{ kpc}$ y $r_h = 210 \text{ kpc}$.

Finalmente, el gas muy caliente está descrito por un elipsoide inclinado respecto al plano galáctico un ángulo $\alpha = 21^\circ$ (Koyama et al., 1989). Utilizando el sistema de coordenadas dado por el eje principal del elipsoide (x, η, ζ)

$$\eta = y \cos \alpha - z \sin \alpha \quad (\text{A.44})$$

$$\zeta = y \sin \alpha + z \cos \alpha, \quad (\text{A.45})$$

la densidad queda descripta como

$$n_{\text{H}^+}^{\text{mc}} = n_0 \exp \left[- \left(\frac{x^2 + \eta^2}{R_d^2} + \frac{\zeta^2}{z_h^2} \right) \right], \quad (\text{A.46})$$

con $n_0 = 0.29 \text{ cm}^{-3}$, $R_d = 0.162 \text{ kpc}$ y $z_h = 0.090 \text{ kpc}$.

A.4. Normalización de las componentes

Para describir completamente la distribución de bariones en la galaxia es necesario calibrar el peso de cada componente con respecto a la masa total de la Vía Láctea. Para el cálculo de la normalización del disco y el bulbo estelar, se sigue la técnica presentada en Iocco et al. (2011) que ha sido ampliamente adoptada en la literatura (Benito et al., 2017; Bozorgnia et al., 2013).

De acuerdo con Bovy & Rix (2013) la densidad superficial estelar³ en el radio galactocéntrico solar debe ser

$$\Sigma_*(R_0, z = 1.1\text{kpc}) = (38 \pm 4) M_\odot \text{pc}^{-2}, \quad (\text{A.47})$$

y dado que la contribución del bulge a esta zona es despreciable, la contribución del disco estelar puede normalizarse estableciendo que

$$\Sigma_*(R_0, z = 1.1\text{kpc}) = \int_{-1.1}^{1.1} dz \rho_d(R_0, z). \quad (\text{A.48})$$

Por otro lado, el bulge estelar es normalizado a partir del valor de la profundidad óptica de microlente gravitacional⁴ hacia el bulbo determinado por el proyecto MACHO (Popowski et al., 2005)

$$\langle \tau \rangle = 2.17_{-0.38}^{+0.47} \times 10^{-6}, \quad (\text{A.49})$$

para $(l = 1.5^\circ, b = -2.68^\circ)$. Este valor se debe a la contribución tanto del bulbo (las estrellas del bulbo actúan como fuente y como lente) como del disco (las estrellas del disco actúan como lente y las del bulbo como fuente)

$$\langle \tau \rangle(l, b) = \langle \tau \rangle_d(l, b) + \langle \tau \rangle_b(l, b, \rho_0). \quad (\text{A.50})$$

Una vez adoptada la normalización del disco es posible encontrar la normalización para el bulbo

$$\rho_0 = \frac{\langle \tau \rangle(l, b) - \langle \tau \rangle_d(l, b)}{\langle \tau \rangle_b(l, b, \rho_0 = 1)}, \quad (\text{A.51})$$

con

$$\langle \tau \rangle_i(l, b) = \frac{4\pi G}{c^2} \frac{\int_0^{r_\infty} dD_s \left[\int_0^{D_s} dD_l \rho_i(l, b) D_l \left(1 - \frac{D_l}{D_s}\right) \right] \rho_b(l, b) D_s^2}{dD_s \rho_b(l, b) D_s^2}, \quad (\text{A.52})$$

donde i representa al disco o al bulbo, D_r y D_l son la distancia entre el observador y la fuente o la lente respectivamente y $r_\infty = 20 \text{ kpc}$.

Por último, para la componente gaseosa se consideran las normalizaciones dadas por los trabajos de los cuales son tomados los perfiles de densidad. A excepción de la componente molecular donde la normalización se considera dada por el factor de conversión X_{CO} y se adoptan los siguientes valores:

³densidad estelar integrada a lo largo de la altura z del disco

⁴frecuencia de sucesos de microlente gravitacionales a lo largo de una línea de visual.

- para el perfil de densidad en la zona interior de la Vía Láctea: $X_{\text{CO}} = (5.0 \pm 2.5) \times 10^{19} \text{ cm}^{-2}\text{sK}^{-1}\text{km}^{-1}$ (Ferrière et al., 2007),
- para el resto de la galaxia: $X_{\text{CO}} = (1.9 \pm 1.4) \times 10^{20} \text{ cm}^{-2}\text{sK}^{-1}\text{km}^{-1}$ (Ackermann et al., 2012).

Apéndice B

Aproximación de $R(r)$ dentro del Sol

El enfoque utilizado para resolver la Ec. 4.54¹ no siempre es el correcto. Por ejemplo, en regiones densas podría suceder que

$$\frac{dV_{\text{mat}}}{dR} \gg \frac{dV}{dR}, \quad (\text{B.1})$$

siendo $\frac{dV_{\text{mat}}}{dR} = \frac{\kappa\rho}{3f_{RR}}$ y $\frac{dV}{dR} = \frac{2f - Rf_R}{3f_{RR}}$. En este caso la solución a la ecuación

$$\nabla^2 R = \frac{-\kappa\rho}{3f_{RR}} \quad (\text{B.2})$$

sería la mejor aproximación. Para determinar cuál aproximación es la correcta se puede hacer una analogía con la condición de *thin shell* formulada para los modelos camaleónicos (Khoury & Weltman, 2004; Tamaki & Tsujikawa, 2008; Waterhouse, 2006). Llamando V_{lin} a la linealización del potencial efectivo y R_{TS} al valor que satisface que $\frac{dV_{\text{lin}}}{dR} = \frac{dV_{\text{mat}}}{dR}$, es decir

$$m_{\text{eff}}^2(R - R_{\text{min}}) = \frac{-\kappa\rho}{3f_{RR}}; \quad (\text{B.3})$$

se puede ver de la Fig. B.1 que si $R < R_{\text{TS}}$ entonces $\frac{dV_{\text{mat}}}{dR}$ es una buena aproximación a la derivada del potencial efectivo y por lo tanto la Ec. B.2 es una mejor aproximación a la Ec. 4.54. Por otro lado, si $R > R_{\text{TS}}$ entonces la aproximación dada por la Ec. 4.56 es la más apropiada.

Se considera un cuerpo esféricamente simétrico con densidad ρ y radio \mathcal{R}_c , rodeado por una región de menor densidad ρ_0 . Para que $R(r)$ sea la solución dada por la Ec. B.2 en una región de densidad ρ debe cumplirse que

$$m_{\text{eff}}^2(R(0) - R_{\text{min}}) < \frac{-\kappa\rho}{3f_{RR}}, \quad (\text{B.4})$$

donde $r = 0$ es el centro de la región con mayor densidad (el cuerpo) y es el lugar donde $R(r)$ alcanza su valor máximo. El objetivo es poder desarrollar esta expresión como función de los parámetros físicos del problema y los mínimos del potencial efectivo. El inconveniente está en que para la mayoría de las funciones $f(R)$ la Ec. B.2 no puede ser resuelta de forma analítica. Sin embargo, de acuerdo con la Fig. B.1, una buena aproximación en la región donde se cumple la condición B.4 sería

$$\frac{dV_{\text{mat}}}{dR} = \frac{dV_{\text{mat}}(R_{\text{TS}})}{dR}, \quad (\text{B.5})$$

¹Linealizar el potencial efectivo alrededor del mínimo en cada uno de los medios.

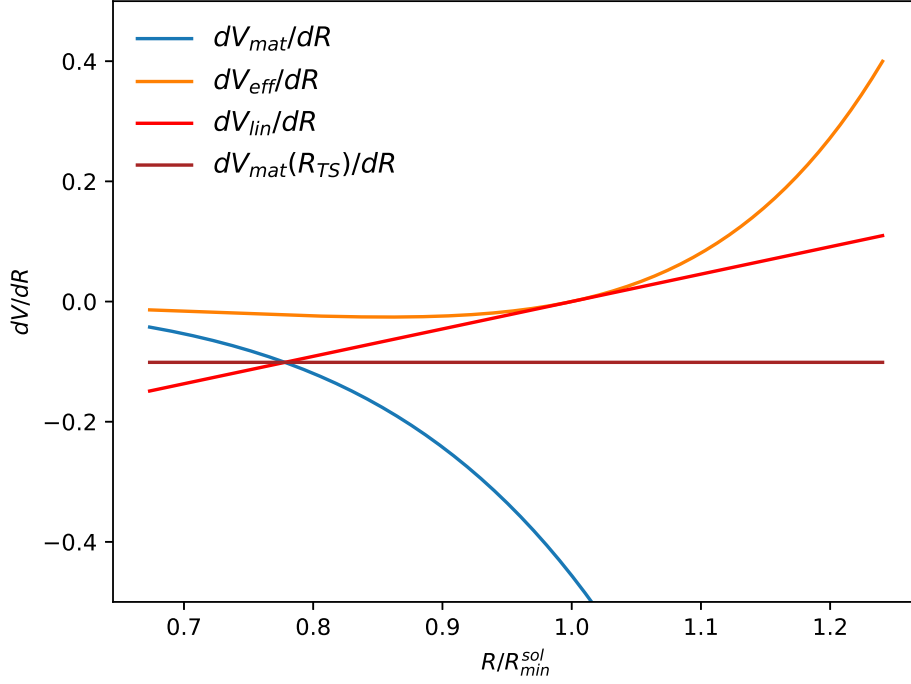


Figura B.1. En esta figura se muestra el comportamiento de los diferentes términos de la derivada del potencial efectivo y de la aproximación lineal considerada en unidades de 10^{91} cm^{-4} como función de R/R_{\min}^{sol} . En este caso se está considerando el modelo de Starobinsky (2007) con $q = 2$ pero el mismo comportamiento se ve en otros modelos de $f(R)$.

y esto es lo que se utiliza. Esta condición en la configuración Sol, corona y medio interestelar puede escribirse como²

$$R_{\min}^{\text{cor}} - R_{\min}^{\text{sol}} + \frac{\kappa \rho_{\odot} R_{\odot}^2}{18 f_{RR_{TS}}} \left(1 + \frac{2}{1 + m_{\text{eff}}^{\text{cor}} R_{\odot}} \right) < \frac{-\kappa \rho_{\odot}}{3 (m_{\text{eff}}^{\text{sol}})^2 f_{RR_{TS}}}. \quad (\text{B.6})$$

Cuando esta condición no se satisface, es decir, cuando vale la siguiente desigualdad

$$\frac{18 f_{RR_{TS}}}{\kappa \rho_{\odot} R_{\odot}^2} (R_{\min}^{\text{sol}} - R_{\min}^{\text{cor}}) \leq \frac{6}{(m_{\text{eff}}^{\text{sol}} R_{\odot})^2} + 1 + \frac{2}{1 + m_{\text{eff}}^{\text{cor}} R_{\odot}}, \quad (\text{B.7})$$

la solución que proviene de la linealización del potencial efectivo alrededor del mínimo es una buena aproximación. Si además se cumple que $m_{\text{eff}}^{\text{sol}} R_{\odot} \gg m_{\text{eff}}^{\text{cor}} R_{\odot} \gg 1$ se puede redefinir la condición como

$$\frac{(R_{\min}^{\text{sol}} - R_{\min}^{\text{cor}}) f_{RR_{TS}}}{G_0 M_{\odot} / R_{\odot}} \lesssim \frac{1}{3}. \quad (\text{B.8})$$

²Se está teniendo en consideración que $m_{\text{eff}}^{\text{cor}} \gg m_{\text{eff}}^{\text{MI}}$ y que $R_{\min}^{\text{cor}} \gg R_{\min}^{\text{MI}}$

Bibliografía

- Aalseth, C. E., Barbeau, P. S., Colaresi, J., et al. 2013, *Phys. Rev. D*, 88, 012002
- Abazajian, K., Adelman-McCarthy, J. K., Agüeros, M. A., et al. 2003, *Astron. J.*, 126, 2081
- Abazajian, K. N., Adelman-McCarthy, J. K., Agüeros, M. A., et al. 2009, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 182, 543
- Abbott, B. P., Abbott, R., Abbott, T. D., et al. 2016, *Phys. Rev. Lett.*, 116, 061102
- Abraham, R. G., Glazebrook, K., McCarthy, P. J., et al. 2004, *Astron. J.*, 127, 2455
- Ackermann, M., Ajello, M., Atwood, W. B., et al. 2012, *Astrophys. J.*, 750, 3
- Agnese, R., Aramaki, T., Arnquist, I. J., et al. 2018, *Phys. Rev. Lett.*, 120, 061802
- Akerib, D. S., Akerlof, C. W., Alsum, S. K., et al. 2018, arXiv e-prints, arXiv:1802.06039
- Akerib, D. S., Araújo, H. M., Bai, X., et al. 2014, *Phys. Rev. Lett.*, 112, 091303
- Allemandi, G., Borowiec, A., & Francaviglia, M. 2004, *Phys. Rev. D*, 70, 103503
- Almy, R. C., McCammon, D., Digel, S. W., Bronfman, L., & May, J. 2000, *Astrophys. J.*, 545, 290
- Alvarez, H., May, J., & Bronfman, L. 1990, *Astrophys. J.*, 348, 495
- Amaré, J., Cebrián, S., Cuesta, C., et al. 2016, arXiv e-prints, arXiv:1601.01184
- Amarzguioui, M., Elgarøy, Ø., Mota, D. F., & Multamäki, T. 2006, *Astron. Astrophys.*, 454, 707
- Amendola, L., Gannouji, R., Polarski, D., & Tsujikawa, S. 2007a, *Phys. Rev. D*, 75, 083504
- Amendola, L., Polarski, D., & Tsujikawa, S. 2007b, *Phys. Rev. Lett.*, 98, 131302
- Amole, C., Ardid, M., Arnquist, I. J., et al. 2017, *Phys. Rev. Lett.*, 118, 251301
- Ando, K., Nagayama, T., Omodaka, T., et al. 2011, *Publ. Astron. Soc. Jpn.*, 63, 45
- Antonello, M., Barberio, E., Baroncelli, T., et al. 2019, *European Physical Journal C*, 79, 363
- Aprile, E., Aalbers, J., Agostini, F., et al. 2017, *Phys. Rev. Lett.*, 119, 181301
- Aprile, E., Aalbers, J., Agostini, F., et al. 2016, *Phys. Rev. D*, 94, 122001
- Aprile, E. & Xenon Collaboration. 2017, in *APS April Meeting Abstracts*, Vol. 2017, J9.003

BIBLIOGRAFÍA

- Armendáriz-Picón, C., Damour, T., & Mukhanov, V. 1999, *Physics Letters B*, 458, 209
- Armendariz-Picon, C., Mukhanov, V., & Steinhardt, P. J. 2001, *Phys. Rev. D*, 63, 103510
- Bahcall, J. N. & Soneira, R. M. 1980, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 44, 73
- Bahcall, N. A., Ostriker, J. P., Perlmutter, S., & Steinhardt, P. J. 1999, *Science*, 284, 1481
- Bamba, K., Geng, C.-Q., & Lee, C.-C. 2010, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2010, 021
- Bamba, K., Nojiri, S., & Odintsov, S. D. 2008, *Phys. Rev. D*, 77, 123532
- Bania, T. M. & Lockman, F. J. 1984, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 54, 513
- Basilakos, S. & Nesseris, S. 2017, *Phys. Rev. D*, 96, 063517
- Bassett, B. A., Kunz, M., Parkinson, D., & Ungarelli, C. 2003, *Phys. Rev. D*, 68, 043504
- Battinelli, P., Demers, S., Rossi, C., & Gigoyan, K. S. 2013, *Astrophysics*, 56, 68
- Bean, R. & Tangmatitham, M. 2010, *Phys. Rev. D*, 81, 083534
- Bekenstein, J. & Milgrom, M. 1984, *Astrophys. J.*, 286, 7
- Bekenstein, J. D. 1988, *Physics Letters B*, 202, 497
- Bekenstein, J. D. 1995, *Phys. Rev. D*, 51, R6608
- Bekenstein, J. D. 2004a, arXiv e-prints, astro
- Bekenstein, J. D. 2004b, *Phys. Rev. D*, 70, 083509
- Bekenstein, J. D. & Sanders, R. H. 1994, *Astrophys. J.*, 429, 480
- Benito, M., Bernal, N., Bozorgnia, N., Calore, F., & Iocco, F. 2017, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2, 007
- Bernabei, R., Belli, P., Cappella, F., et al. 2008, *European Physical Journal C*, 56, 333
- Bernal, J. L., Verde, L., & Riess, A. G. 2016, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2016, 019
- Bertotti, B., Iess, L., & Tortora, P. 2003, *Nature*, 425, 374
- Bertou, X. 2013, arXiv e-prints, arXiv:1308.0059
- Betoule, M., Kessler, R., Guy, J., et al. 2014, *Astron. Astrophys.*, 568, A22
- Binétruy, P. 2000, in *The Primordial Universe*, ed. P. Binétruy, R. Schaeffer, J. Silk, & F. David, Vol. 71, 397
- Binney, J., Gerhard, O., & Spergel, D. 1997, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 288, 365
- Bissantz, N. & Gerhard, O. 2002, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 330, 591
- Blair, G. N., Peters, W. L., & vanden Bout, P. A. 1975, *Astrophys. J. Lett.*, 200, L161
- Bland-Hawthorn, J. & Gerhard, O. 2016, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 54, 529
- Blitz, L. 1979, *Astrophys. J. Lett.*, 231, L115

- Blitz, L., Fich, M., & Stark, A. A. 1982a, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 49, 183
- Blitz, L., Fich, M., & Stark, A. A. 1982b, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 49, 183
- Blitz, L. & Spergel, D. N. 1991, *Astrophys. J.*, 379, 631
- Bobylev, V. V. & Bajkova, A. T. 2013, *Astronomy Letters*, 39, 809
- Bond, J. R., Efstathiou, G., & Silk, J. 1980, *Phys. Rev. Lett.*, 45, 1980
- Bond, J. R. & Szalay, A. S. 1983, *Astrophys. J.*, 274, 443
- Boran, S., Desai, S., Kahya, E. O., & Woodard, R. P. 2018, *Phys. Rev. D*, 97, 041501
- Bovy, J., Allende Prieto, C., Beers, T. C., et al. 2012, *Astrophys. J.*, 759, 131
- Bovy, J., Hogg, D. W., & Rix, H.-W. 2009, *Astrophys. J.*, 704, 1704
- Bovy, J. & Rix, H.-W. 2013, *Astrophys. J.*, 779, 115
- Boylan-Kolchin, M., Bullock, J. S., & Kaplinghat, M. 2011, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 415, L40
- Bozorgnia, N., Catena, R., & Schwetz, T. 2013, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 12, 050
- Brand, J. 1986, PhD thesis, Leiden Univ., Netherlands.
- Brand, J. & Blitz, L. 1993, *Astron. Astrophys.*, 275, 67
- Brand, J., Blitz, L., Wouterloot, J. G. A., & Kerr, F. J. 1987, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 68, 1
- Brans, C. & Dicke, R. H. 1961, *Physical Review*, 124, 925
- Brax, P., van de Bruck, C., Davis, A.-C., & Shaw, D. J. 2008, *Phys. Rev. D*, 78, 104021
- Brownstein, J. R. 2009, PhD thesis, University of Waterloo, Canada
- Brownstein, J. R. & Moffat, J. W. 2007, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 382, 29
- Buchbinder, I. L., Odintsov, S. D., & Shapiro, I. L. 1992, *Effective action in quantum gravity*.
- Bullock, J. S. 2010, arXiv e-prints, arXiv:1009.4505
- Burrage, C., Copeland, E. J., & Hinds, E. A. 2015, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2015, 042
- Burrage, C. & Sakstein, J. 2018, *Living Reviews in Relativity*, 21, 1
- Burton, W. B. & Gordon, M. A. 1978, *Astron. Astrophys.*, 63, 7
- Cañate, P., Jaime, L. G., & Salgado, M. 2016, *Classical and Quantum Gravity*, 33, 155005
- Calchi Novati, S. & Mancini, L. 2011, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 416, 1292
- Cannon, R. D. 1970, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 150, 111
- Capone, M. & Ruggiero, M. L. 2010, *Classical and Quantum Gravity*, 27, 125006

BIBLIOGRAFÍA

- Capozziello, S., Carloni, S., & Troisi, A. 2003, arXiv e-prints, astro
- Capozziello, S., de Ritis, R., & Marino, A. A. 1997, *Classical and Quantum Gravity*, 14, 3243
- Capozziello, S. & Fang, L. Z. 2002, *International Journal of Modern Physics D*, 11, 483
- Capozziello, S. & Faraoni, V. 2011, *The landscape beyond Einstein gravity*, ed. V. Faraoni & S. Capozziello, Vol. 170, 59
- Capozziello, S. & Francaviglia, M. 2008, *General Relativity and Gravitation*, 40, 357
- Capozziello, S., Martin-Moruno, P., & Rubano, C. 2010, *Physics Letters B*, 689, 117
- Capozziello, S., Nojiri, S., Odintsov, S. D., & Troisi, A. 2006, *Physics Letters B*, 639, 135
- Capozziello, S., Stabile, A., & Troisi, A. 2008, *Classical and Quantum Gravity*, 25, 085004
- Capozziello, S. & Tsujikawa, S. 2008, *Phys. Rev. D*, 77, 107501
- Carloni, S., Dunsby, P. K. S., Capozziello, S., & Troisi, A. 2005, *Classical and Quantum Gravity*, 22, 4839
- Carloni, S., Dunsby, P. K. S., & Troisi, A. 2008, *Phys. Rev. D*, 77, 024024
- Carroll, S. M. 2001, *Living Reviews in Relativity*, 4, 1
- Carroll, S. M., Duvvuri, V., Trodden, M., & Turner, M. S. 2004, *Phys. Rev. D*, 70, 043528
- Chemin, L., Renaud, F., & Soubiran, C. 2015, *Astron. Astrophys.*, 578, A14
- Chiba, M. & Beers, T. C. 2000, *Astron. J.*, 119, 2843
- Chiba, T. 2003, *Physics Letters B*, 575, 1
- Chiba, T., Smith, T. L., & Erickcek, A. L. 2007, *Phys. Rev. D*, 75, 124014
- Chotard, N., Gangler, E., Aldering, G., et al. 2011, *Astron. Astrophys.*, 529, L4
- Cimatti, A., Pozzetti, L., Mignoli, M., et al. 2002, *Astron. Astrophys.*, 391, L1
- Clemens, D. P. 1985, *Astrophys. J.*, 295, 422
- Clemens, D. P., Sanders, D. B., & Scoville, N. Z. 1988, *Astrophys. J.*, 327, 139
- Clifton, T., Ferreira, P. G., Padilla, A., & Skordis, C. 2012, *Phys. Rep.*, 513, 1
- Clowe, D., Bradač, M., Gonzalez, A. H., et al. 2006, *Astrophys. J. Lett.*, 648, L109
- Cognola, G., Elizalde, E., Nojiri, S., et al. 2008a, *Phys. Rev. D*, 77, 046009
- Cognola, G., Elizalde, E., Nojiri, S., et al. 2008b, *Phys. Rev. D*, 77, 046009
- Combes, F. 1991, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 29, 195
- Conley, A., Guy, J., Sullivan, M., et al. 2011, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 192, 1
- Conrad, J. 2014, arXiv e-prints, arXiv:1411.1925
- Contreras, C., Hamuy, M., Phillips, M. M., et al. 2010, *Astron. J.*, 139, 519

- Copeland, E. J., Sami, M., & Tsujikawa, S. 2006, *International Journal of Modern Physics D*, 15, 1753
- Cordes, J. M. & Lazio, T. J. W. 2002, arXiv Astrophysics e-prints [astro-ph/0207156]
- Cordes, J. M., Weisberg, J. M., Frail, D. A., Spangler, S. R., & Ryan, M. 1991, *Nature*, 354, 121
- Crampton, D., Georgelin, Y. M., & Georgelin, Y. P. 1978, *Astron. Astrophys.*, 66, 1
- Crelinsten, J. 2006, in *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, Vol. 209, 108.02
- CRESST Collaboration, Abdelhameed, A. H., Angloher, G., et al. 2019, arXiv e-prints, arXiv:1905.07335
- CRESST collaboration, Petricca, F., Angloher, G., et al. 2017, arXiv e-prints, arXiv:1711.07692
- Damour, T. & Polyakov, A. M. 1994, *Nuclear Physics B*, 423, 532
- Dawson, K. S., Schlegel, D. J., Ahn, C. P., et al. 2013, *Astron. J.*, 145, 10
- de Bernardis, P., Ade, P. A. R., Bock, J. J., et al. 2000, *Nature*, 404, 955
- de Blok, W. J. G. 2010, *Advances in Astronomy*, 2010, 789293
- de Blok, W. J. G., Walter, F., Brinks, E., et al. 2008, *Astron. J.*, 136, 2648
- De Felice, A. & Tsujikawa, S. 2010, *Living Reviews in Relativity*, 13, 3
- de Jong, J. T. A., Yanny, B., Rix, H.-W., et al. 2010, *Astrophys. J.*, 714, 663
- de La Cruz-Dombriz, Á. & Dobado, A. 2006, *Phys. Rev. D*, 74, 087501
- de Vaucouleurs, G. 1964, in *IAU Symposium*, Vol. 20, *The Galaxy and the Magellanic Clouds*, ed. F. J. Kerr, 269
- DeFelice, A., Hindmarsh, M., & Trodden, M. 2006, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2006, 005
- Dehnen, W. & Binney, J. J. 1998, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 298, 387
- Del Campo, S., Herrera, R., & Pavón, D. 2008, *Phys. Rev. D*, 78, 021302
- del Campo, S., Herrera, R., & Pavón, D. 2009, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2009, 020
- Del Popolo, A. & Le Delliou, M. 2017, *Galaxies*, 5, 17
- Demarco, R., Gobat, R., Rosati, P., et al. 2010, *Astrophys. J.*, 725, 1252
- Demers, S. & Battinelli, P. 2007, *Astron. Astrophys.*, 473, 143
- Dicke, R. H. 1962, *Physical Review*, 125, 2163
- Dolgov, A. D. & Kawasaki, M. 2003, *Physics Letters B*, 573, 1
- Dolphin, A. 1997, *New Astron.*, 2, 397
- Dolphin, A. E. 2002, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 332, 91

BIBLIOGRAFÍA

- Doroshkevich, A. G., Zeldovich, Y. B., Syunyaev, R. A., & Khlopov, M. Y. 1980, *Pisma v Astronomicheskii Zhurnal*, 6, 465
- Dunlop, J., Peacock, J., Spinrad, H., et al. 1996, *Nature*, 381, 581
- Durand, S., Acker, A., & Zijlstra, A. 1998, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 132, 13
- Duruiseau, J. P., Kerner, R., & Eysseric, P. 1983, *General Relativity and Gravitation*, 15, 797
- Dwek, E., Arendt, R. G., Hauser, M. G., et al. 1995, *Astrophys. J.*, 445, 716
- Efstathiou, G. 2014, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 440, 1138
- Eggen, O. J., Lynden-Bell, D., & Sandage, A. R. 1962, *Astrophys. J.*, 136, 748
- Einstein, A. 1916, *Annalen der Physik*, 354, 769
- Eisenstein, D. J., Annis, J., Gunn, J. E., et al. 2001, *Astron. J.*, 122, 2267
- Eisenstein, D. J., Weinberg, D. H., Agol, E., et al. 2011a, *Astron. J.*, 142, 72
- Eisenstein, D. J., Weinberg, D. H., Agol, E., et al. 2011b, *Astron. J.*, 142, 72
- Elizalde, E., Nojiri, S., Odintsov, S. D., Sebastiani, L., & Zerbini, S. 2011, *Phys. Rev. D*, 83, 086006
- Elizalde, E., Odintsov, S. D., Sebastiani, L., & Zerbini, S. 2012, *European Physical Journal C*, 72, 1843
- Erickcek, A. L., Smith, T. L., & Kamionkowski, M. 2006, *Phys. Rev. D*, 74, 121501
- Event Horizon Telescope Collaboration, Akiyama, K., Alberdi, A., et al. 2019, *Astrophys. J. Lett.*, 875, L1
- Faber, S. M. & Gallagher, J. S. 1979, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 17, 135
- Faraoni, V. & Nadeau, S. 2007, *Phys. Rev. D*, 75, 023501
- Faulkner, T., Tegmark, M., Bunn, E. F., & Mao, Y. 2007, *Phys. Rev. D*, 76, 063505
- Feeney, S. M., Mortlock, D. J., & Dalmaso, N. 2018, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 476, 3861
- Ferrière, K. 1998, *Astrophys. J.*, 497, 759
- Ferrière, K., Gillard, W., & Jean, P. 2007, *Astron. Astrophys.*, 467, 611
- Ferrière, K. M. 2001, *Reviews of Modern Physics*, 73, 1031
- Fich, M., Blitz, L., & Stark, A. A. 1989, *Astrophys. J.*, 342, 272
- Flanagan, É. É. 2004, *Phys. Rev. Lett.*, 92, 071101
- Flores, R. A. & Primack, J. R. 1994, *Astrophys. J. Lett.*, 427, L1
- Folatelli, G., Phillips, M. M., Burns, C. R., et al. 2010, *Astron. J.*, 139, 120
- Freedman, W. L. 2017, *Nature Astronomy*, 1, 0121

- Frieman, J. A., Bassett, B., Becker, A., et al. 2008a, *Astron. J.*, 135, 338
- Frieman, J. A., Turner, M. S., & Huterer, D. 2008b, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 46, 385
- Frinchaboy, P. M. & Majewski, S. R. 2008, *Astron. J.*, 136, 118
- Georgelin, Y. M., Georgelin, Y. P., & Roux, S. 1973, *Astron. Astrophys.*, 25, 337
- Gillessen, S., Eisenhauer, F., Trippe, S., et al. 2009, *Astrophys. J.*, 692, 1075
- Gilmore, G. & Reid, N. 1983, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 202, 1025
- Girardi, L., Groenewegen, M. A. T., Hatziminaoglou, E., & da Costa, L. 2005, *Astron. Astrophys.*, 436, 895
- Gleyzes, J., Langlois, D., Piazza, F., & Vernizzi, F. 2015, *Phys. Rev. Lett.*, 114, 211101
- Glushkova, E. V., Dambis, A. K., Mel’Nik, A. M., & Rastorguev, A. S. 1998, *Astron. Astrophys.*, 329, 514
- Gobat, R., Strazzullo, V., Daddi, E., et al. 2013, *Astrophys. J.*, 776, 9
- Gonzalez, O. A. & Gadotti, D. 2016, in *Astrophysics and Space Science Library*, Vol. 418, Galactic Bulges, ed. E. Laurikainen, R. Peletier, & D. Gadotti, 199
- Gordon, M. A. & Burton, W. B. 1976, *Astrophys. J.*, 208, 346
- Gott, J. R., I., Gunn, J. E., Schramm, D. N., & Tinsley, B. M. 1974, *Astrophys. J.*, 194, 543
- Graur, O., Rodney, S. A., Maoz, D., et al. 2014, *Astrophys. J.*, 783, 28
- Green, M. A., Moffat, J. W., & Toth, V. T. 2018, *Physics Letters B*, 780, 300
- Gunn, J. E., Knapp, G. R., & Tremaine, S. D. 1979, *Astron. J.*, 84, 1181
- Guo, J.-Q. 2014, *International Journal of Modern Physics D*, 23, 1450036
- Guy, J., Sullivan, M., Conley, A., et al. 2010, *Astron. Astrophys.*, 523, A7
- Habib Mazharimousavi, S., Halilsoy, M., & Tahamtan, T. 2012, *European Physical Journal C*, 72, 1958
- Hahn, T. 2006, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 559, 273
- Han, C. & Gould, A. 2003, *Astrophys. J.*, 592, 172
- Hayden, B. T., Gupta, R. R., Garnavich, P. M., et al. 2013, *Astrophys. J.*, 764, 191
- Herschel, W. 1785, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series I*, 75, 213
- Hicken, M., Challis, P., Jha, S., et al. 2009a, *Astrophys. J.*, 700, 331
- Hicken, M., Challis, P., Kirshner, R. P., et al. 2012, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 200, 12
- Hicken, M., Wood-Vasey, W. M., Blondin, S., et al. 2009b, *Astrophys. J.*, 700, 1097
- Hinshaw, G., Spergel, D. N., Verde, L., et al. 2003, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 148, 135

BIBLIOGRAFÍA

- Hinterbichler, K., Khoury, J., Levy, A., & Matas, A. 2011, *Phys. Rev. D*, 84, 103521
- Honma, M., Nagayama, T., Ando, K., et al. 2012, *Publ. Astron. Soc. Jpn.*, 64, 136
- Honma, M. & Sofue, Y. 1997, *Publ. Astron. Soc. Jpn.*, 49, 453
- Hou, L. G., Han, J. L., & Shi, W. B. 2009, *Astron. Astrophys.*, 499, 473
- Hoyle, F. & Fowler, W. A. 1960, *Astrophys. J.*, 132, 565
- Hron, J. 1987, *Astron. Astrophys.*, 176, 34
- Hu, W. & Sawicki, I. 2007a, *Phys. Rev. D*, 76, 064004
- Hu, W. & Sawicki, I. 2007b, *Phys. Rev. D*, 76, 104043
- Huang, Y., Liu, X.-W., Yuan, H.-B., et al. 2016, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 463, 2623
- Iocco, F., Pato, M., & Bertone, G. 2015, *Nature Physics*, 11, 245
- Iocco, F., Pato, M., Bertone, G., & Jetzer, P. 2011, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2011, 029
- Iocco, F., Pato, M., Bertone, G., & Jetzer, P. 2011, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 11, 029
- Israel, N. & Moffat, J. 2018, *Galaxies*, 6, 41
- Izmailov, R. N., Karimov, R. K., Zhdanov, E. R., & Nandi, K. K. 2019, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 483, 3754
- Jaime, L., Salgado, M., & Patino, L. 2012a, arXiv e-prints, arXiv:1211.0015
- Jaime, L. G., Jaber, M., & Escamilla-Rivera, C. 2018, *Phys. Rev. D*, 98, 083530
- Jaime, L. G., Patiño, L., & Salgado, M. 2011, *Phys. Rev. D*, 83, 024039
- Jaime, L. G., Patiño, L., & Salgado, M. 2013, *Phys. Rev. D*, 87, 024029
- Jaime, L. G., Patino, L., & Salgado, M. 2012b, arXiv e-prints, arXiv:1206.1642
- Jaime, L. G., Patino, L., & Salgado, M. 2012c, arXiv e-prints, arXiv:1206.1642
- Jaime, L. G. & Salgado, M. 2018, *Phys. Rev. D*, 98, 084045
- Jamali, S., Roshan, M., & Amendola, L. 2018a, arXiv e-prints, arXiv:1811.04445
- Jamali, S., Roshan, M., & Amendola, L. 2018b, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2018, 048
- Jeans, J. H. 1922, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 82, 122
- Jha, S., Kirshner, R. P., Challis, P., et al. 2006, *Astron. J.*, 131, 527
- Jimenez, R., Cimatti, A., Verde, L., Moresco, M., & Wandelt, B. 2019, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2019, 043
- Jimenez, R. & Loeb, A. 2002, *Astrophys. J.*, 573, 37
- Jin, X.-h., Liu, D.-j., & Li, X.-z. 2006, arXiv e-prints, astro

- Joyce, A., Lombriser, L., & Schmidt, F. 2016, *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 66, 95
- Jurić, M., Ivezić, Ž., Brooks, A., et al. 2008, *Astrophys. J.*, 673, 864
- Kahn, F. D. & Woltjer, L. 1959, *Astrophys. J.*, 130, 705
- Kamenshchik, A., Moschella, U., & Pasquier, V. 2001, *Physics Letters B*, 511, 265
- Kang, K.-J., Yue, Q., Wu, Y.-C., et al. 2013, *Chinese Physics C*, 37, 126002
- Kapteyn, J. C. 1922, *Contributions from the Mount Wilson Observatory / Carnegie Institution of Washington*, 230, 1
- Karukes, E. V., Benito, M., Iocco, F., Trotta, R., & Geringer-Sameth, A. 2019, arXiv e-prints, arXiv:1901.02463
- Kelly, P. L., Hicken, M., Burke, D. L., Mandel, K. S., & Kirshner, R. P. 2010, *Astrophys. J.*, 715, 743
- Kerner, R. 1982, *General Relativity and Gravitation*, 14, 453
- Kerr, F. J., Bowers, P. F., Jackson, P. D., & Kerr, M. 1986, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 66, 373
- Kessler, R., Becker, A. C., Cinabro, D., et al. 2009a, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 185, 32
- Kessler, R., Bernstein, J. P., Cinabro, D., et al. 2009b, *Publ. Astron. Soc. Pac.*, 121, 1028
- Kessler, R. & Scolnic, D. 2017, *Astrophys. J.*, 836, 56
- Khoury, J. & Weltman, A. 2004, *Phys. Rev. Lett.*, 93, 171104
- Knapp, G. R., Stark, A. A., & Wilson, R. W. 1985, *Astron. J.*, 90, 254
- Knop, R. A., Aldering, G., Amanullah, R., et al. 2003, *Astrophys. J.*, 598, 102
- Koivisto, T. 2006a, *Classical and Quantum Gravity*, 23, 4289
- Koivisto, T. 2006b, *Phys. Rev. D*, 73, 083517
- Koyama, K., Awaki, H., Kunieda, H., Takano, S., & Tawara, Y. 1989, *Nature*, 339, 603
- Koyama, K., Taruya, A., & Hiramatsu, T. 2009, *Phys. Rev. D*, 79, 123512
- Kraiselburd, L., Landau, S., Salgado, M., Sudarsky, D., & Vucetich, H. 2019, *Phys. Rev. D*, 99, 083516
- Kraiselburd, L., Landau, S. J., Salgado, M., Sudarsky, D., & Vucetich, H. 2018, *Phys. Rev. D*, 97, 104044
- Kriek, M., van Dokkum, P. G., Labbé, I., et al. 2009, *Astrophys. J.*, 700, 221
- Krogager, J. K., Zirm, A. W., Toft, S., Man, A., & Brammer, G. 2014, *Astrophys. J.*, 797, 17
- Kulkarni, S. R. & Heiles, C. 1987, in *Astrophysics and Space Science Library*, Vol. 134, *Interstellar Processes*, ed. D. J. Hollenbach & H. A. Thronson, Jr., 87–122

BIBLIOGRAFÍA

- Kwee, K. K., Muller, C. A., & Westerhout, G. 1954, *Bull. Astron. Inst. Neth.*, 12, 211
- La, D. & Steinhardt, P. J. 1989, *Phys. Rev. Lett.*, 62, 376
- Lada, C. J. & Elmegreen, B. G. 1979, *Astron. J.*, 84, 336
- Lambert, S. B. & Le Poncin-Lafitte, C. 2011, *Astron. Astrophys.*, 529, A70
- Lampeitl, H., Smith, M., Nichol, R. C., et al. 2010, *Astrophys. J.*, 722, 566
- Larrañaga, A. 2012, *Pramana*, 78, 697
- Le Borgne, D., Abraham, R., Daniel, K., et al. 2006, *Astrophys. J.*, 642, 48
- Le Fèvre, O., Vettolani, G., Garilli, B., et al. 2005, *Astron. Astrophys.*, 439, 845
- Lee, J. & Komatsu, E. 2010, *The Astrophysical Journal*, 718, 60
- Li, B., Zhao, G.-B., & Koyama, K. 2012, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 421, 3481
- Li, Y. & Hu, W. 2011, *Phys. Rev. D*, 84, 084033
- Lilly, S. J., Le Brun, V., Maier, C., et al. 2009, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 184, 218
- Lindblad, B. 1927, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 87, 420
- Linder, E. V. 2009, *Phys. Rev. D*, 80, 123528
- Liszt, H. S. & Burton, W. B. 1980, *Astrophys. J.*, 236, 779
- Liszt, H. S. & Burton, W. B. 1996, in *IAU Symposium*, Vol. 169, *Unsolved Problems of the Milky Way*, ed. L. Blitz & P. J. Teuben, 297
- Liu, J., Chen, X., & Ji, X. 2017, *Nature Physics*, 13, 212
- Liu, X.-W., Yuan, H.-B., Huo, Z.-Y., et al. 2014, in *IAU Symposium*, Vol. 298, *Setting the scene for Gaia and LAMOST*, ed. S. Feltzing, G. Zhao, N. A. Walton, & P. Whitelock, 310–321
- Loktin, A. V. & Beshenov, G. V. 2003, *Astronomy Reports*, 47, 6
- Lopez Armengol, F. G. & Romero, G. E. 2017a, *Astrophys. Space Sci.*, 362, 214
- Lopez Armengol, F. G. & Romero, G. E. 2017b, *General Relativity and Gravitation*, 49, 27
- Lue, A., Scoccimarro, R., & Starkman, G. D. 2004, *Phys. Rev. D*, 69, 124015
- Luna, A., Bronfman, L., Carrasco, L., & May, J. 2006, *Astrophys. J.*, 641, 938
- Majewski, S. R., Schiavon, R. P., Frinchaboy, P. M., et al. 2017, *Astron. J.*, 154, 94
- Malhotra, S. 1995, *Astrophys. J.*, 448, 138
- Malkin, Z. 2012, *ArXiv e-prints* [[arXiv]1202.6128]
- Martin, J. 2012, *Comptes Rendus Physique*, 13, 566
- Mateo, M. L. 1998, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 36, 435

- McClure-Griffiths, N. M. & Dickey, J. M. 2007, *Astrophys. J.*, 671, 427
- McClure-Griffiths, N. M., Dickey, J. M., Gaensler, B. M., et al. 2005, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 158, 178
- McMillan, P. J. & Binney, J. J. 2010, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 402, 934
- Merrifield, M. R. 1992, *Astron. J.*, 103, 1552
- Milgrom, M. 1983a, *Astrophys. J.*, 270, 371
- Milgrom, M. 1983b, *Astrophys. J.*, 270, 384
- Milgrom, M. 1983c, *Astrophys. J.*, 270, 365
- Milgrom, M. 1986, *Astrophys. J.*, 302, 617
- Miranda, V., Jorás, S. E., Waga, I., & Quartin, M. 2009, *Phys. Rev. Lett.*, 102, 221101
- Moffat, A. F. J., Fitzgerald, M. P., & Jackson, P. D. 1979, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 38, 197
- Moffat, J. W. 2006, *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 2006, 004
- Moffat, J. W. & Rahvar, S. 2013, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 436, 1439
- Moffat, J. W. & Rahvar, S. 2014, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 441, 3724
- Moffat, J. W. & Toth, V. T. 2008, *The Astrophysical Journal*, 680, 1158
- Moffat, J. W. & Toth, V. T. 2009, *Classical and Quantum Gravity*, 26, 085002
- Moffat, J. W. & Toth, V. T. 2009, *Classical and Quantum Gravity*, 26, 085002
- Moffat, J. W. & Toth, V. T. 2010, in *American Institute of Physics Conference Series*, Vol. 1241, *American Institute of Physics Conference Series*, ed. J.-M. Alimi & A. Fuözfa, 1066–1073
- Moffat, J. W. & Toth, V. T. 2011, *arXiv e-prints*, arXiv:1104.2957
- Moffat, J. W. & Toth, V. T. 2015, *Phys. Rev. D*, 91, 043004
- Moffat, J. W. & Zhooldideh Haghighi, M. H. 2017, *European Physical Journal Plus*, 132, 417
- Moon, T., Myung, Y. S., & Son, E. J. 2011, *General Relativity and Gravitation*, 43, 3079
- Moore, B., Quinn, T., Governato, F., Stadel, J., & Lake, G. 1999, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 310, 1147
- Moresco, M. 2015, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 450, L16
- Moresco, M., Cimatti, A., Jimenez, R., et al. 2012, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 8, 006
- Moresco, M., Jimenez, R., Cimatti, A., & Pozzetti, L. 2011, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 3, 045
- Moresco, M., Pozzetti, L., Cimatti, A., et al. 2016, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 5, 014

BIBLIOGRAFÍA

- Motohashi, H., Starobinsky, A. A., & Yokoyama, J. 2011, *International Journal of Modern Physics D*, 20, 1347
- Motohashi, H., Starobinsky, A. A., & Yokoyama, J. 2013, *Phys. Rev. Lett.*, 110, 121302
- Multamäki, T. & Vilja, I. 2006, *Phys. Rev. D*, 74, 064022
- Navarro, I. & Van Acoleyen, K. 2007, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2007, 022
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1995, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 275, 56
- Negrelli, C., Benito, M., Landau, S., Iocco, F., & Kraisselburd, L. 2018, *Phys. Rev. D*, 98, 104061
- Nieuwenhuizen, T. M., Morandi, A., & Limousin, M. 2018, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 476, 3393
- Nojiri, S. & Odintsov, S. D. 2003, *Phys. Rev. D*, 68, 123512
- Nojiri, S. & Odintsov, S. D. 2004, *General Relativity and Gravitation*, 36, 1765
- Nojiri, S. & Odintsov, S. D. 2006, *Phys. Rev. D*, 74, 086005
- Nojiri, S. & Odintsov, S. D. 2007, *Physics Letters B*, 657, 238
- Nojiri, S. & Odintsov, S. D. 2008a, arXiv e-prints, arXiv:0807.0685
- Nojiri, S. & Odintsov, S. D. 2008b, *Phys. Rev. D*, 78, 046006
- Nojiri, S. & Odintsov, S. D. 2008c, *Phys. Rev. D*, 77, 026007
- Nojiri, S. & Odintsov, S. D. 2008d, *Physics Letters B*, 659, 821
- Nolan, L. A., Dunlop, J. S., Jimenez, R., & Heavens, A. F. 2003, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 341, 464
- Nunes, R. C., Pan, S., Saridakis, E. N., & Abreu, E. M. C. 2017, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2017, 005
- Olmo, G. J. 2005, *Phys. Rev. Lett.*, 95, 261102
- Olmo, G. J. 2011, *International Journal of Modern Physics D*, 20, 413
- Oman, K., Starkenburg, E., & Navarro, J. 2017, *Galaxies*, 5, 33
- Oman, K. A., Navarro, J. F., Fattahi, A., et al. 2015, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 452, 3650
- Onodera, M., Daddi, E., Gobat, R., et al. 2010, *Astrophys. J.*, 715, L6
- Onodera, M., Renzini, A., Carollo, M., et al. 2012, *Astrophys. J.*, 755, 26
- Oort, J. H. 1932, *Bull. Astron. Inst. Neth.*, 6, 249
- Ostriker, J. P. & Steinhardt, P. J. 1995, arXiv e-prints, astro
- Oyaizu, H. 2008, *Phys. Rev. D*, 78, 123523
- Oyaizu, H., Lima, M., & Hu, W. 2008, *Phys. Rev. D*, 78, 123524

- Paczyński, B. & Stanek, K. Z. 1998, *Astrophys. J. Lett.*, 494, L219
- Padmanabhan, T. 2002, *Phys. Rev. D*, 66, 021301
- Padmanabhan, T. 2003, *Phys. Rep.*, 380, 235
- Pato, M. & Iocco, F. 2017, *SoftwareX*, 6, 54
- Peebles, P. J. E. 1982, *Astrophys. J. Lett.*, 263, L1
- Pérez, D., Armengol, F. G. L., & Romero, G. E. 2017, *Phys. Rev. D*, 95, 104047
- Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G., et al. 1999a, *Astrophys. J.*, 517, 565
- Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G., et al. 1999b, *Astrophys. J.*, 517, 565
- Perlmutter, S., Gabi, S., Goldhaber, G., et al. 1997, *Astrophys. J.*, 483, 565
- Pettus, W. C. 2015, arXiv e-prints, arXiv:1510.00378
- Picaud, S. & Robin, A. C. 2004, *Astron. Astrophys.*, 428, 891
- Planck Collaboration, Ade, P. A. R., Aghanim, N., et al. 2016, *Astron. Astrophys.*, 594, A13
- Planck Collaboration, Aghanim, N., Akrami, Y., et al. 2018, arXiv e-prints, arXiv:1807.06209
- Pogosian, L. & Silvestri, A. 2008, *Phys. Rev. D*, 77, 023503
- Pont, F., Mayor, M., & Burki, G. 1994, *Astron. Astrophys.*, 285, 415
- Pont, F., Queloz, D., Bratschi, P., & Mayor, M. 1997, *Astron. Astrophys.*, 318, 416
- Popowski, P., Griest, K., Thomas, C. L., et al. 2005, *Astrophys. J.*, 631, 879
- Rebolo, R., Battye, R. A., Carreira, P., et al. 2004, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 353, 747
- Reid, M. J. & Brunthaler, A. 2004, *Astrophys. J.*, 616, 872
- Reid, M. J., Menten, K. M., Brunthaler, A., et al. 2014, *Astrophys. J.*, 783, 130
- Reid, M. J., Menten, K. M., Zheng, X. W., et al. 2009, *Astrophys. J.*, 700, 137
- Rest, A., Scolnic, D., Foley, R. J., et al. 2014, *Astrophys. J.*, 795, 44
- Rich, R. M. 2013, *The Galactic Bulge*, ed. T. D. Oswalt & G. Gilmore, 271
- Riess, A. G., Casertano, S., Yuan, W., et al. 2018a, *Astrophys. J.*, 855, 136
- Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., et al. 1998a, *Astron. J.*, 116, 1009
- Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., et al. 1998b, *Astron. J.*, 116, 1009
- Riess, A. G., Kirshner, R. P., Schmidt, B. P., et al. 1999, *Astron. J.*, 117, 707
- Riess, A. G., Rodney, S. A., Scolnic, D. M., et al. 2018b, *Astrophys. J.*, 853, 126
- Riess, A. G., Strolger, L.-G., Casertano, S., et al. 2007, *Astrophys. J.*, 659, 98
- Riess, A. G., Strolger, L.-G., Tonry, J., et al. 2004, *Astrophys. J.*, 607, 665

BIBLIOGRAFÍA

- Robin, A. C., Marshall, D. J., Schultheis, M., & Reylé, C. 2012, *Astron. Astrophys.*, 538, A106
- Rodney, S. A., Riess, A. G., Strolger, L.-G., et al. 2014, *Astron. J.*, 148, 13
- Rogstad, D. H. & Shostak, G. S. 1972, *Astrophys. J.*, 176, 315
- Roman, M., Hardin, D., Betoule, M., et al. 2018, *Astron. Astrophys.*, 615, A68
- Rosati, P., Tozzi, P., Gobat, R., et al. 2009, *Astron. Astrophys.*, 508, 583
- Sahni, V. 2002, *Classical and Quantum Gravity*, 19, 3435
- Sahni, V. & Starobinsky, A. 2000, *International Journal of Modern Physics D*, 9, 373
- Sako, M., Bassett, B., Becker, A. C., et al. 2018, *Publ. Astron. Soc. Pac.*, 130, 064002
- Sanders, R. H. 1997, *Astrophys. J.*, 480, 492
- Saracco, P., Longhetti, M., Severgnini, P., et al. 2005, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 357, L40
- Savage, C., Gelmini, G., Gondolo, P., & Freese, K. 2009, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2009, 010
- Sawada, T., Hasegawa, T., Handa, T., & Cohen, R. J. 2004, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 349, 1167
- Sawicki, I. & Hu, W. 2007, *Phys. Rev. D*, 75, 127502
- Schlegel, D., White, M., & Eisenstein, D. 2009, in *arXiv Astrophysics e-prints*, Vol. 2010, astro2010: The Astronomy and Astrophysics Decadal Survey
- Schlögel, S., Clesse, S., & Füzfa, A. 2016, *Phys. Rev. D*, 93, 104036
- Schmidt, F., Lima, M., Oyaizu, H., & Hu, W. 2009, *Phys. Rev. D*, 79, 083518
- Schönrich, R., Binney, J., & Dehnen, W. 2010, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 403, 1829
- Schwarzschild, M. 1979, *Astrophys. J.*, 232, 236
- Scolnic, D. & Kessler, R. 2016, *Astrophys. J.*, 822, L35
- Scolnic, D., Rest, A., Riess, A., et al. 2014, *Astrophys. J.*, 795, 45
- Scolnic, D. M., Jones, D. O., Rest, A., et al. 2018, *Astrophys. J.*, 859, 101
- Scott, D. 2018, *arXiv e-prints*, arXiv:1804.01318
- Scott, J. E., Friel, E. D., & Janes, K. A. 1995, *Astron. J.*, 109, 1706
- Shane, W. W. & Bieger-Smith, G. P. 1966, *Bull. Astron. Inst. Neth.*, 18, 263
- Shapiro, I. I. 1964, *Phys. Rev. Lett.*, 13, 789
- Shapiro, S. S., Davis, J. L., Lebach, D. E., & Gregory, J. S. 2004, *Phys. Rev. Lett.*, 92, 121101
- Sharpless, S. 1959, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 4, 257

- Shen, J. & Li, Z.-Y. 2016, in *Astrophysics and Space Science Library*, Vol. 418, *Galactic Bulges*, ed. E. Laurikainen, R. Peletier, & D. Gadotti, 233
- Sheykhi, A. 2012, *Phys. Rev. D*, 86, 024013
- Simon, J., Verde, L., & Jimenez, R. 2005, *Phys. Rev. D*, 71, 123001
- Simon, J. D. & Geha, M. 2007, *Astrophys. J.*, 670, 313
- Song, Y.-S., Hu, W., & Sawicki, I. 2007a, *Phys. Rev. D*, 75, 044004
- Song, Y.-S., Peiris, H., & Hu, W. 2007b, *Phys. Rev. D*, 76, 063517
- Sotiriou, T. P. & Faraoni, V. 2010, *Rev. Mod. Phys.*, 82, 451
- Soussa, M. E. & Woodard, R. P. 2004, *General Relativity and Gravitation*, 36, 855
- Spergel, D. N., Bean, R., Doré, O., et al. 2007, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 170, 377
- Spergel, D. N., Verde, L., Peiris, H. V., et al. 2003, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 148, 175
- Spinrad, H., Dey, A., Stern, D., et al. 1997, *Astrophys. J.*, 484, 581
- Stanek, K. Z., Udalski, A., Szymański, M., et al. 1997, *Astrophys. J.*, 477, 163
- Starobinsky, A. A. 1980, *Physics Letters B*, 91, 99
- Starobinsky, A. A. 2007, *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, 86, 157
- Stelle, K. S. 1977, *Phys. Rev. D*, 16, 953
- Stelle, K. S. 1978, *General Relativity and Gravitation*, 9, 353
- Stepanishchev, A. S. & Bobylev, V. V. 2011, *Astronomy Letters*, 37, 254
- Stern, D., Connolly, A., Eisenhardt, P., et al. 2001, in *Deep Fields*, ed. S. Cristiani, A. Renzini, & R. E. Williams, 76
- Stern, D., Jimenez, R., Verde, L., Kamionkowski, M., & Stanford, S. A. 2010, *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2, 008
- Stompór, R., Abroe, M., Ade, P., et al. 2001, *Astrophys. J. Lett.*, 561, L7
- Strauss, M. A., Weinberg, D. H., Lupton, R. H., et al. 2002, *Astron. J.*, 124, 1810
- Stritzinger, M. D., Phillips, M. M., Boldt, L. N., et al. 2011, *Astron. J.*, 142, 156
- Sullivan, M., Conley, A., Howell, D. A., et al. 2010, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 406, 782
- Sullivan, M., Guy, J., Conley, A., et al. 2011, *Astrophys. J.*, 737, 102
- Suzuki, N., Rubin, D., Lidman, C., et al. 2012, *Astrophys. J.*, 746, 85
- Tamaki, T. & Tsujikawa, S. 2008, *Phys. Rev. D*, 78, 084028
- Tao, Y., Moric, I., Tao, C., et al. 2019, arXiv e-prints, arXiv:1903.02159
- Tarter, J. & Silk, J. 1974, *Q. J. R. Astron. Soc.*, 15, 122

BIBLIOGRAFÍA

- Tegmark, M., Strauss, M. A., Blanton, M. R., et al. 2004, *Phys. Rev. D*, 69, 103501
- The DarkSide Collaboration, Agnes, P., Albuquerque, I. F. M., et al. 2018, arXiv e-prints, arXiv:1802.07198
- Thomson, Baron Kelvin, W. 2010, *Baltimore Lectures on Molecular Dynamics and the Wave Theory of Light*, Cambridge Library Collection - Physical Sciences (Cambridge University Press)
- Ting, Y.-S., Rix, H.-W., Bovy, J., & van de Ven, G. 2013, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 434, 652
- Tocchini-Valentini, D. & Amendola, L. 2002, *Phys. Rev. D*, 65, 063508
- Tonry, J. L., Schmidt, B. P., Barris, B., et al. 2003, *Astrophys. J.*, 594, 1
- Toth, V. T. 2010, arXiv e-prints, arXiv:1011.5174
- Treu, T., Stiavelli, M., Casertano, S., Møller, P., & Bertin, G. 1999, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 308, 1037
- Treu, T., Stiavelli, M., Casertano, S., Møller, P., & Bertin, G. 2002, *Astrophys. J.*, 564, L13
- Treu, T., Stiavelli, M., Møller, P., Casertano, S., & Bertin, G. 2001, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 326, 221
- Tripp, R. 1998, *Astron. Astrophys.*, 331, 815
- Tsujikawa, S. 2008, *Phys. Rev. D*, 77, 023507
- Tully, R. B., Verheijen, M. A. W., Pierce, M. J., Huang, J.-S., & Wainscoat, R. J. 1996, *Astron. J.*, 112, 2471
- Turbide, L. & Moffat, A. F. J. 1993, *Astron. J.*, 105, 1831
- Undagoitia, T. M. & Rauch, L. 2015, *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 43, 013001
- Van den Bergh, S. 1969, *Nature*, 224, 891
- Vanhollebeke, E., Groenewegen, M. A. T., & Girardi, L. 2009, *Astron. Astrophys.*, 498, 95
- Vanzella, E., Cristiani, S., Dickinson, M., et al. 2008, *Astron. Astrophys.*, 478, 83
- Verde, L., Jimenez, R., & Feeney, S. 2013, *Physics of the Dark Universe*, 2, 65
- Verheijen, M. A. W. 2001, *Astrophys. J.*, 563, 694
- Verheijen, M. A. W. & Sancisi, R. 2001, *Astron. Astrophys.*, 370, 765
- Vollick, D. N. 2003, *Phys. Rev. D*, 68, 063510
- Walter, F., Brinks, E., de Blok, W. J. G., et al. 2008, *Astron. J.*, 136, 2563
- Waterhouse, T. P. 2006, arXiv e-prints, astro
- Weaver, H. & Williams, D. R. W. 1973, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 8, 1

- Weiland, J. L., Arendt, R. G., Berriman, G. B., et al. 1994, *Astrophys. J. Lett.*, 425, L81
- Weinberg, S. 1965, *Physical Review*, 138, 988
- Weinberg, S. 1989, *Reviews of Modern Physics*, 61, 1
- Wheeler, J. C. & Harkness, R. P. 1990, *Reports on Progress in Physics*, 53, 1467
- Whitelock, P. A. & Catchpole, R. 1992, in *IAU Symposium*, Vol. 149, *The Stellar Populations of Galaxies*, ed. B. Barbuy & A. Renzini, 503
- Will, C. M. 1993, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*
- Will, C. M. 2014, *Living Reviews in Relativity*, 17, 4
- Woosley, S. E. & Weaver, T. A. 1986, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 24, 205
- Xu, Y., Li, J. J., Reid, M. J., et al. 2013, *Astrophys. J.*, 769, 15
- Yang, L., Lee, C.-C., Luo, L.-W., & Geng, C.-Q. 2010, *Phys. Rev. D*, 82, 103515
- Yanny, B., Rockosi, C., Newberg, H. J., et al. 2009, *Astron. J.*, 137, 4377
- Yuan, H.-B., Liu, X.-W., Huo, Z.-Y., et al. 2015, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 448, 855
- Zhang, C., Zhang, H., Yuan, S., et al. 2014, *Research in Astronomy and Astrophysics*, 14, 1221
- Zhang, C. Y. 1993, *Astrophys. J.*, 410, 239
- Zhang, C. Y. 1995, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 98, 659
- Zhang, H., Abdukerim, A., Chen, W., et al. 2019, *Science China Physics, Mechanics, and Astronomy*, 62, 31011
- Zhang, P. 2006, *Phys. Rev. D*, 73, 123504
- Zhao, H. 1996, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 283, 149
- Zheng, Z., Flynn, C., Gould, A., Bahcall, J. N., & Salim, S. 2001, *Astrophys. J.*, 555, 393
- Zhitnitsky, A. 2019, arXiv e-prints, arXiv:1909.05320
- Zhoolideh Haghghi, M. H. & Rahvar, S. 2017, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 468, 4048
- Zwicky, F. 1937, *Astrophys. J.*, 86, 217