

CARACTERISTICAS DE FLUJO EN UNA CAVIDAD RECTANGULAR CON PLACAS DIFUSIVAS HORIZONTALES

Sonia Esteban², Ana María Aramayo¹, Luis Cardón²

¹Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, UNSa.

²Departamento de Física - INENCO Facultad de Ciencias Exactas, UNSa.
Av. Bolivia 5150, 4400 Salta, Argentina (estebans@unsa.edu.ar)

RESUMEN: En este trabajo se estudia la convección natural y la transferencia de calor conjugada en un recinto rectangular. En la parte inferior y superior del mismo se ha colocado una delgada placa difusiva de distintos espesores y materiales. La temperatura en la base es mayor que en la parte superior mientras que las paredes laterales se mantienen adiabáticas. El problema es interesante por que la convección en la cavidad interior está impulsada por la diferencia de temperatura alcanzadas por las placas inferior y superior. Se obtiene distintos tipos de flujo en la cavidad dependiendo del número de Rayleigh impuesto, material y espesor de las placas y razón de aspecto. Se muestran los patrones de flujo, de temperatura y velocidad en la cavidad en el rango $1 \times 10^3 \leq Ra \leq 1 \times 10^7$ para un recinto con razón de aspecto 0.5 y placas de vidrio y aluminio.

Palabras clave: cavidad rectangular, placas difusivas, convección unicelular, multicelular.

INTRODUCCION

Existen muchos trabajos, tanto experimentales como numéricos que estudian el problema de convección natural en recintos, debido a su amplia aplicación práctica, por ejemplo: colectores solares, intercambiadores de calor, paredes multi-capas, ventanas con doble vidrio, almacenamiento cryogénico, etc.. Dependiendo de la orientación del calentamiento y la gravedad, se tiene dos tipos de convección natural en recintos: uno en el que el gradiente de temperatura es perpendicular a la fuerza de flotación, que es el caso de paredes calentadas diferencialmente, y otro que se caracteriza por la condición de borde de calentamiento por debajo, en el que el gradiente de temperatura es paralelo a la fuerza de flotación. Desde hace algunos años nuestro grupo está trabajando en este último problema.

La modelización de un destilador multietapa es nuestro principal objetivo, el mismo consiste de un apilamiento de cavidades de área transversal trapezoidal, separadas por placas de vidrio inclinadas. El propósito de este y otros modelos es encontrar un diseño óptimo de desalinizador multietapa para uso comunitario.

Respecto a la modelización numérica del sistema estudiado, nuestro grupo ha avanzado en el estudio de la transferencia de calor (Mecánica Computacional, 2004), añadiendo los procesos de evaporación y condensación de vapor de agua, bajo el régimen de convección natural conjugada de dos recintos trapezoidales apilados (Mecánica Computacional, 2005). Además se ha analizado la influencia de la conducción de distintos materiales para las placas separadoras (LAAR, 2006), trabajo enviado para su evaluación. Por último se ha simulado el sistema completo a fin de estudiar su comportamiento térmico (Aramayo, 2006), los resultados obtenidos en este trabajo ha planteado algunas cuestiones a resolver, en cuanto al tipo de flujo encontrado a números de Rayleigh moderadamente altos (10^7), antes de incluir la transferencia de masa en el mismo.

La complejidad geométrica y las características fluidodinámica del sistema completo, dificulta la elección de una escala para la longitud y la temperatura, a ser usada en la adimensionalización. Por otro lado, se tiene un problema conjugado múltiple, en el cual intervienen distintos fenómenos de transferencia: de calor, de masa, evaporación-condensación, conducción de las placas separadoras. El establecimiento de una distribución de temperatura en las placas separadoras, dependiente del material y del número de Rayleigh impuesto; permite considerar el problema en la cavidad como uno del tipo temperatura o flujo de calor impuesto.

En cuanto a la literatura existente que estudian sistemas con alguna similitud al planteado en este trabajo, el artículo de Martorell, et. al., (2003) es particularmente interesante. En este trabajo los autores analizan el flujo en convección natural y la transferencia de calor en una placa horizontal muy delgada enfriada por arriba. Los materiales considerados para las placas son cobre y acero, para $290 \leq Ra \leq 3.3 \times 10^5$. En el primer caso encuentran que la superficie es prácticamente isoterma debido a la alta conductividad térmica del metal, mientras que para el segundo caso observan importantes variaciones de la temperatura de la superficie en la dirección transversal. La característica de flujo más relevante del problema, que consiste en una pluma ascendente en el centro de la placa, no puede explicarse solamente con un análisis de capa límite. Otro resultado importante es que el número de Nusselt no depende significativamente de la razón de aspecto en el rango de Ra considerado. Otro trabajo que se puede citar es el realizado por Costa V. (2002) en este caso el autor estudia el problema de convección natural en un recinto rectangular diferencialmente calentado, con paredes verticales difusivas. El problema de recintos rectangulares calentado diferencialmente ha sido extensamente estudiado tanto numérica como experimentalmente y se disponen de correlaciones para evaluar el número de Nusselt. Sin embargo, la situación que más se acerca a la realidad es aquella que considera el recinto con paredes verticales difusivas. El autor encuentra un número de Nusselt global efectivo que depende de una diferencia de temperatura efectiva, distinta a la impuesta externamente, mientras que las propiedades difusivas de las paredes sólidas se tienen en cuenta a través de un parámetro adimensional.

En el presente trabajo se plantean las ecuaciones de continuidad, Navier Stokes y de energía bajo la aproximación de Boussinesq para todo el recinto rectangular. Estas ecuaciones se discretizan y se resuelven en un único dominio de cálculo utilizando el método de los volúmenes de control y el algoritmo SIMPLER (Patankar, 1997). Se presentan los patrones de temperatura, de flujo, de velocidad en el recinto, para recintos con distintas razones de aspecto ($A=0.13, 0.5, 1$) con placas de vidrio y de aluminio, de distintos espesores; para un rango de $1 \times 10^2 \leq Ra \leq 1 \times 10^7$.

ECUACIONES GOBERNANTES Y METODO NUMERICO EMPLEADO

Se ha resuelto las ecuaciones adimensionales de continuidad, de Navier Stokes y de energía bidimensionales, transitorias, para un recinto como el que se muestra en la figura 1, con las siguientes adimensionalizaciones:

- Las longitudes en ambas direcciones, con la altura del recinto H ; $x^* = \frac{x}{H}$, $y^* = \frac{y}{H}$
- Las velocidades u y v , con la velocidad característica en la dirección vertical: $v_0 = Ra^{0.5} \frac{\alpha_f}{H}$ siendo α_f la difusividad térmica del aire. $u^* = \frac{u}{v_0}$, $v^* = \frac{v}{v_0}$
- El campo de temperatura T , del siguiente modo: $T^* = \frac{T - T_m}{T_c - T_f}$ donde T_c , T_f , T_m son la temperatura de la superficie fría, caliente y el promedio de estas dos últimas, respectivamente;
- El tiempo, del siguiente modo: $t^* = \frac{\alpha_f t}{v_0}$
- La presión: $P^* = \frac{p + \rho_f g y}{\rho_f v_0^2}$ siendo ρ_f la densidad del fluido y g la aceleración de la gravedad.

Con estas escalas las ecuaciones adimensionales a resolver, son:

$$\text{De continuidad: } u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (1)$$

$$\text{De momento en x: } \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \frac{Pr}{Ra^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (2)$$

$$\text{De momento en y: } \frac{\partial v^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{\partial P^*}{\partial y^*} + \frac{Pr}{Ra^{0.5}} \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) + Pr T^* \quad (3)$$

$$\text{De energía } \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Ra^{0.5}} \frac{\alpha}{\alpha_f} \left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (4)$$

donde Ra es el número de Rayleigh definido por $Ra = \frac{g\beta}{\alpha_f \nu} H^3 \Delta T$, Pr es el número de Prandtl, dado por $Pr = \frac{\alpha_f}{\nu_f}$ y α es la difusividad térmica del medio considerado.

Dado que se resuelve las ecuaciones (1) a (4) en un dominio unitario, como el mostrado en la figura 1, para tener en cuenta sólo el problema conductivo en las zonas de las placas, se impone viscosidad infinita y los parámetros térmicos correspondientes al vidrio o al aluminio, según sea el material considerado.

Puesto que la altura promedio de una etapa en el prototipo experimental del destilador es de 6.7cm, se ha usado este valor como altura H para el recinto y se ha modificado el ancho L , desde 50cm a 6.7cm; con lo cual la razón de aspecto del recinto ($A=H/L$) varía entre 0.13 a 1.

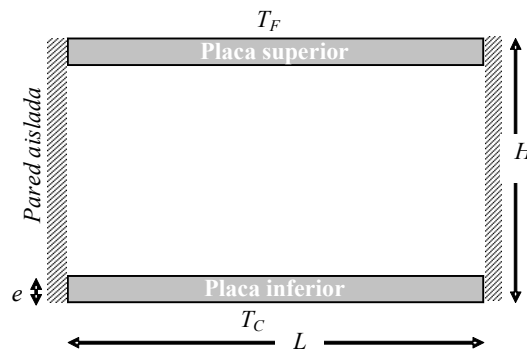


Figura 1. Esquema del dominio de cálculo y condiciones de borde.

Las condiciones de borde impuestas corresponden a paredes verticales aisladas y en la parte inferior y superior del recinto temperatura caliente ($T_c^*=0.5$) y fría ($T_f^*=-0.5$), respectivamente. Inicialmente el recinto se encuentra a la temperatura promedio, $T^*=0$.

Se ha resuelto el problema usando el método de volúmenes de control de Patankar, con el algoritmo SIMPLER, con una red de 100×100 . Las placas separadora de 1mm y 3mm de espesor se discretizan con 2 a 5 volúmenes de control en la dirección vertical. Se ha iterado hasta conseguir el estado estacionario, usando de 5000 a 15000 iteraciones, dependiendo del valor del número de Rayleigh impuesto. Además, se ha realizado 10 iteraciones internas a fin de resolver las no linealidades del problema.

RESULTADOS OBTENIDOS

Se obtuvieron resultados numéricos para recintos con distintas razones de aspectos ($0.13 \leq A \leq 1$), placas con diferentes espesores ($e = 1\text{mm}$ y 3mm) y para distintos materiales ($\alpha_v = 3.4 \times 10^7$ y $\alpha_{al} = 8.42 \times 10^5$), en un rango de Ra que va desde 1 a 10^8 . En este trabajo, sin embargo, sólo se muestra algunos resultados de las distintas simulaciones realizadas, a fin de analizar la influencia de la conducción de las placas horizontales adyacentes a los bordes inferior y superior, en el tipo de flujo obtenido en la cavidad. Dicho análisis se realiza mediante los patrones de flujo, temperatura y velocidad. En cuanto al estudio de la transferencia de calor, las distribuciones de temperatura transversales en el recinto y longitudinales en las placas, los mismos se realizan en otro trabajo presentado en esta reunión (2006).

PATRONES DE FLUJO

En esta sección se muestran los patrones de flujo obtenidos para un recinto con distintas razones de aspecto. Se encuentra en todos los casos que para $Ra \leq 10^3$, el régimen dentro de la cavidad es del tipo conductivo.

En la figura 2 se presenta los mapas de temperatura correspondientes a $Ra = 10^2$, para una placa de 3mm de espesor, para el caso correspondiente al aluminio a la izquierda y al vidrio a la derecha, para una razón de aspecto de 0.5. En ambos casos el régimen es conductivo, pero para una placa de aluminio, se observa una variación de temperatura más gradual en toda la cavidad, de manera que solamente la parte central de la cavidad permanece a la temperatura promedio $T^* = 0$. En cambio para el caso del vidrio el mayor salto de temperatura se obtiene en las placas y dentro de la cavidad hay poca amplitud térmica, permaneciendo la misma a la temperatura promedio.

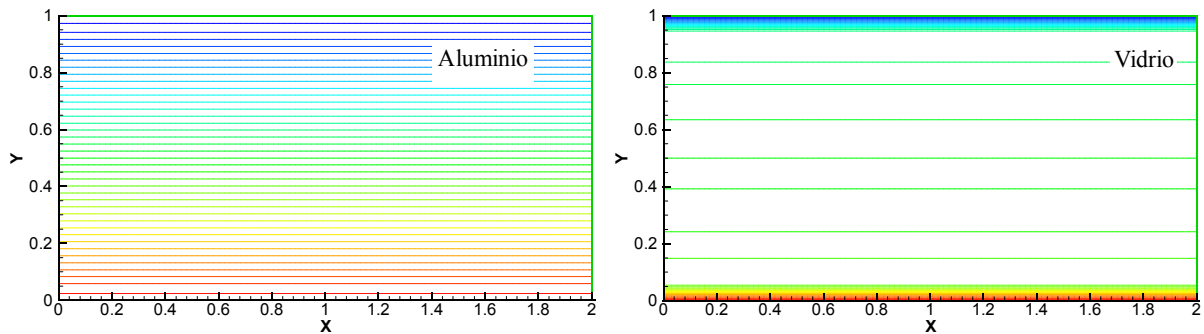


Figura 2. Isotermas para placas de distintos materiales, $e = 3\text{mm}$, $A = 0.5$ y $Ra = 1 \times 10^2$.

En las figuras 3 a 6, se presentan las funciones de corriente a la izquierda y las isotermas a la derecha; correspondientes a $Ra = 10, 10^5, 10^6$ y 10^7 para una placa de aluminio de 3mm de espesor.

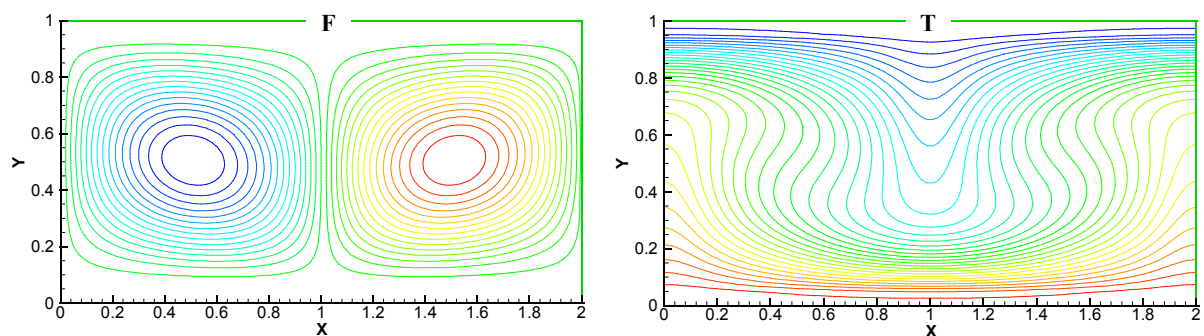


Figura 3. Función de corriente e isotermas para una placa de aluminio de $e = 3\text{mm}$, $A = 0.5$ y $Ra = 1 \times 10^4$.

En la figura 3 se observa dos celdas convectivas simétricas que ocupan toda la cavidad, la celda ubicada a la izquierda tiene sentido horario mientras que la de la derecha gira en sentido contrario. La gráfica de las isotermas revela la presencia de dos plumas ascendentes ubicadas en las adyacencias de las paredes verticales y una descendente en $x = L/2$. En esta ubicación, en la parte superior de la cavidad se encuentra una zona de estancamiento donde hay poca variación de temperatura, debido al encuentro de dos celdas convectivas de sentidos opuestos, mientras que en la parte inferior se tiene que el gradiente de temperatura aumenta significativamente.

Las gráficas de la figura 4 muestran un aumento del número de celdas, respecto del caso anterior. Tanto la pluma ascendente como descendente que a $Ra = 1 \times 10^4$ se encontraban adyacente a la pared vertical derecha y a $x = L/2$, respectivamente, se han desplazado hacia la izquierda una distancia de $L/3$, dando lugar a la aparición de una segunda pluma descendente adyacente a la pared vertical derecha.

En la figura 5 encontramos nuevamente un patrón de flujo que consiste de dos celdas, como a $Ra=1 \times 10^4$ en este caso, sin embargo, el sentido de giro de las celdas se han invertido respecto a aquel. Otra diferencia respecto al caso anteriormente citado, es que el eje de simetría de los rollos ya no es vertical sino que ha girado aproximadamente 45 grados, en sentido positivo para la celda de la derecha y negativo para la de la izquierda, presentando ambas celdas un alargamiento en la dirección del eje de simetría correspondiente. El mapa de isothermas correspondiente a este Ra , muestra que la intensidad de las plumas ha aumentado, lo que indica un incremento de la transferencia de calor.

En la figura 6 se observa que continúa el retroceso de la multiplicación de celdas, encontrándose que a $Ra=1 \times 10^7$ el régimen es convectivo unicelular, con una celda que gira en sentido horario. La gráfica de las isothermas muestra un desplazamiento de la pluma ascendente hacia la pared izquierda, esta provoca un calentamiento de la placa superior en esta ubicación; el proceso inverso ocurre en las adyacencia de la pared derecha, es decir, un enfriamiento provocado por la pluma descendente. Ambos efectos producen una notable distribución longitudinal de temperatura en las placas.

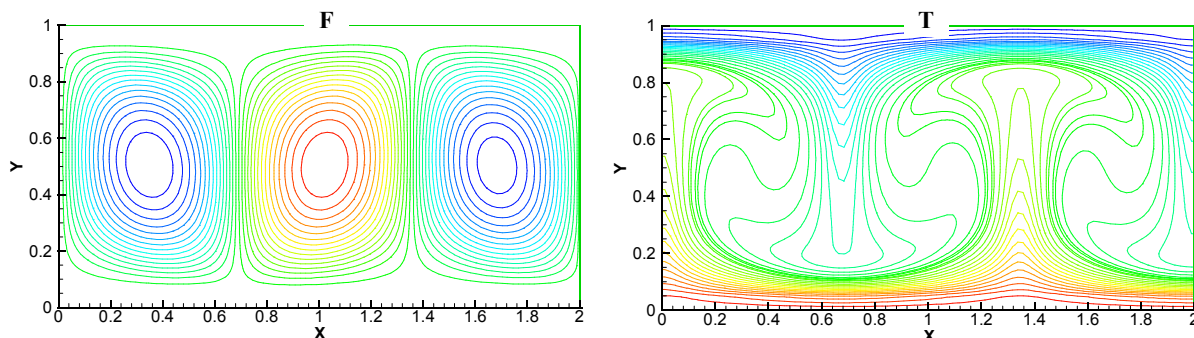


Figura 4. Función de corriente e isothermas para una placa de aluminio de $e=3\text{mm}$, $A=0.5$ y $Ra=1 \times 10^5$.

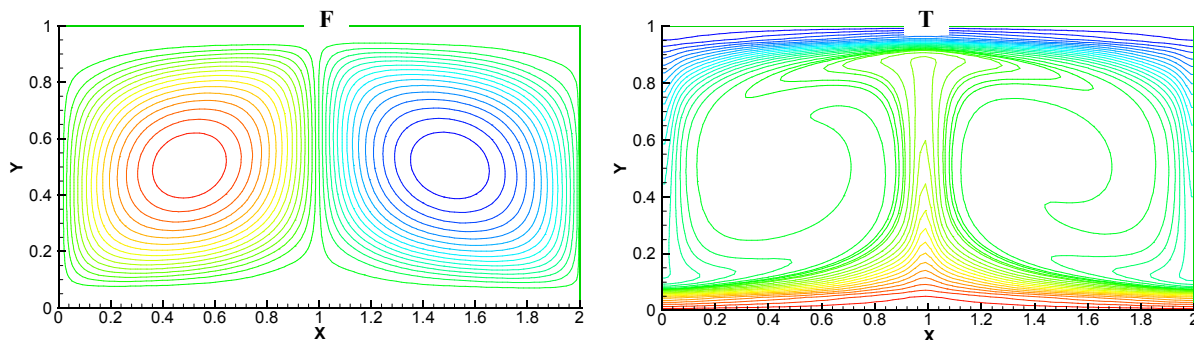


Figura 5. Función de corriente e isothermas para una placa de aluminio de $e=3\text{mm}$, $A=0.5$ y $Ra=1 \times 10^6$.

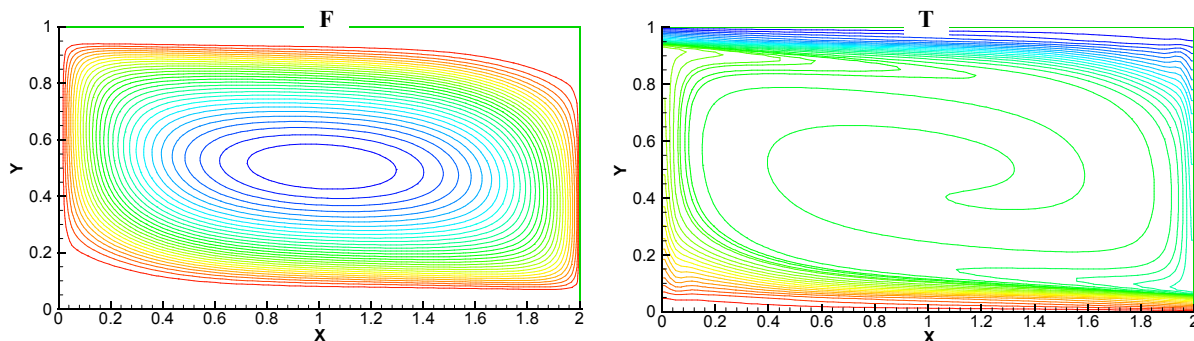


Figura 6. Función de corriente e isothermas para una placa de aluminio de $e=3\text{mm}$, $A=0.5$ y $Ra=1 \times 10^7$.

La figura 7 muestra los campos de velocidad adimensional para $Ra=1 \times 10^6$ y 1×10^7 para una placa de aluminio de 3mm de espesor. Los distintos colores indican la variación de la componente horizontal de la velocidad (u^*), la cual permite comprobar el sentido de giro de las celdas convectivas, visualizadas mediante los mapas de isothermas. Las escalas de velocidades utilizadas en cada gráfica son diferentes, debido a que el adimensionamiento de la velocidad depende del número de Rayleigh.

Si bien las gráficas de las líneas de corriente son útiles para visualizar el tipo de flujo encontrado, las mismas no permiten determinar el sentido de giro de las celdas convectivas, para esto es necesario recurrir al mapa de isothermas o bien al campo de velocidad. Comparando la figura 5 con la 7 se puede afirmar que los distintos colores en el centro de las celdas convectivas nos indican sentido de giro opuesto de ambas celdas.

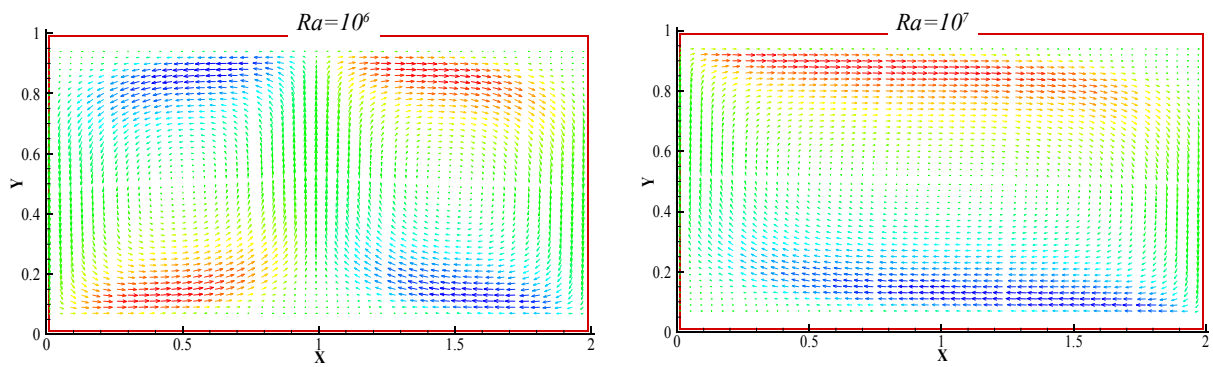


Figura 7. Campo de velocidad para una placa de aluminio de $e=3\text{mm}$, $A=0.5$ y $Ra=1\times 10^6, 1\times 10^7$.

En las figuras 8 y 9 se presentan las funciones de corriente a la izquierda y las isothermas a la derecha; correspondientes a $Ra=10^6$ y 10^7 , para una placa de vidrio con 3mm de espesor. Para $Ra\leq 10^5$ el régimen es conductivo y el mapa de temperatura es análogo al obtenido a $Ra=10^2$, figura 2. El patrón de flujo obtenido a $Ra=10^6$ es similar al correspondiente a $Ra=10^4$ para una placa de aluminio (con el mismo espesor), en cambio el campo de temperatura es muy diferente, ya que las plumas ascendentes y descendente, en este caso, tienen poca intensidad. La mayor parte del salto de temperatura se encuentra en las placas, encontrándose la cavidad prácticamente a la temperatura media.

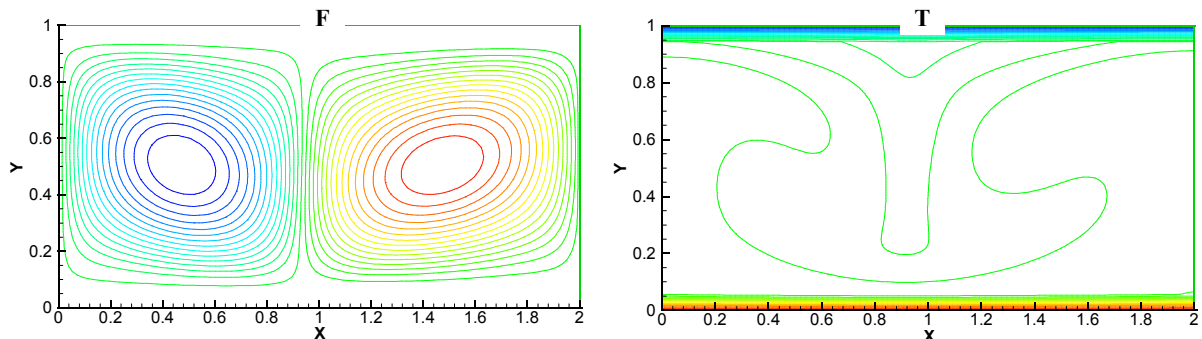


Figura 8. Función de corriente e isothermas para una placa de vidrio de $e=3\text{mm}$, $A=0.5$ y $Ra=1\times 10^6$.

A $Ra=10^7$ (figura 9) la celda ubicada a la derecha de la cavidad (con sentido antihorario) ocupa la mayor parte de la misma provocando que la pluma descendente se desplace hacia la izquierda. La intensidad de esta pluma sigue siendo poco significativa, lo cual indica que la transferencia de calor no difiere demasiado del caso anterior. A fin de cuantificar esta diferencia se ha calculado el número de Nusselt global el cual se muestra en otro trabajo (2006).

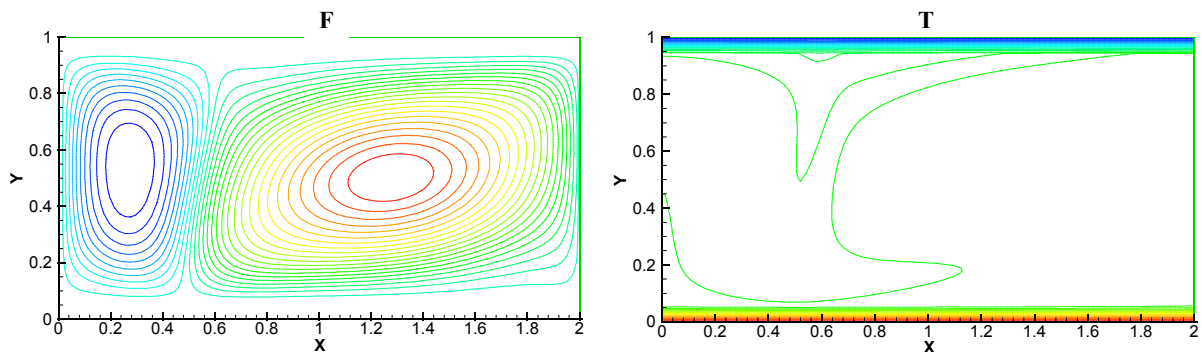


Figura 9. Función de corriente e isothermas para una placa de vidrio de $e=3\text{mm}$, $A=0.5$ y $Ra=1\times 10^7$.

En la figura 10 se muestran las funciones de corriente para una placa de aluminio de 3mm de espesor, colocadas en la parte inferior y superior de un recinto con razón de aspecto de 0.13 y 1; a distintos valores de Ra y los mapas de isothermas para $A=1$.

Para $A=1$ a $Ra=1\times 10^4$ y 1×10^5 (figura 10-e 10-f) existe una única celda que ocupa la totalidad del recinto, en ambos casos las celdas no son circulares sino presentan un alargamiento en la dirección de una de sus diagonales, lo cual revela el carácter convectivo del flujo. Las isothermas de las figuras 10-i y 10-j permiten determinar que el sentido de giro, en cada caso, es diferente para $Ra=1\times 10^4$ el giro es horario y para 1×10^5 es antihorario.

Los distintos patrones de flujos obtenidos indican que la multiplicación de celdas convectivas ocurre a menores valores de Ra cuanto menor es la razón de aspecto del recinto. Se puede observar que a $Ra=1\times 10^4$, para $A=0.13$ (figura 10-a) el régimen es convectivo multicelular, con siete celdas convectivas; mientras que para $A=0.5$ (figura 3) se obtienen dos celdas convectivas y para $A=1$ (figura 10-e) una única celda convectiva ocupa todo el recinto.

Por otro lado el retroceso de la multiplicación de celdas convectivas ocurre a mayor Ra para mayores A , esto puede verse en la figura 10-b y 10-c, para $A=0.13$ de $Ra=1 \times 10^5$ a 1×10^6 desaparece una celda; mientras que para $A=1$ (figura 10-g y 10-h) este proceso ocurre entre $Ra=1 \times 10^6$ y 1×10^7 .

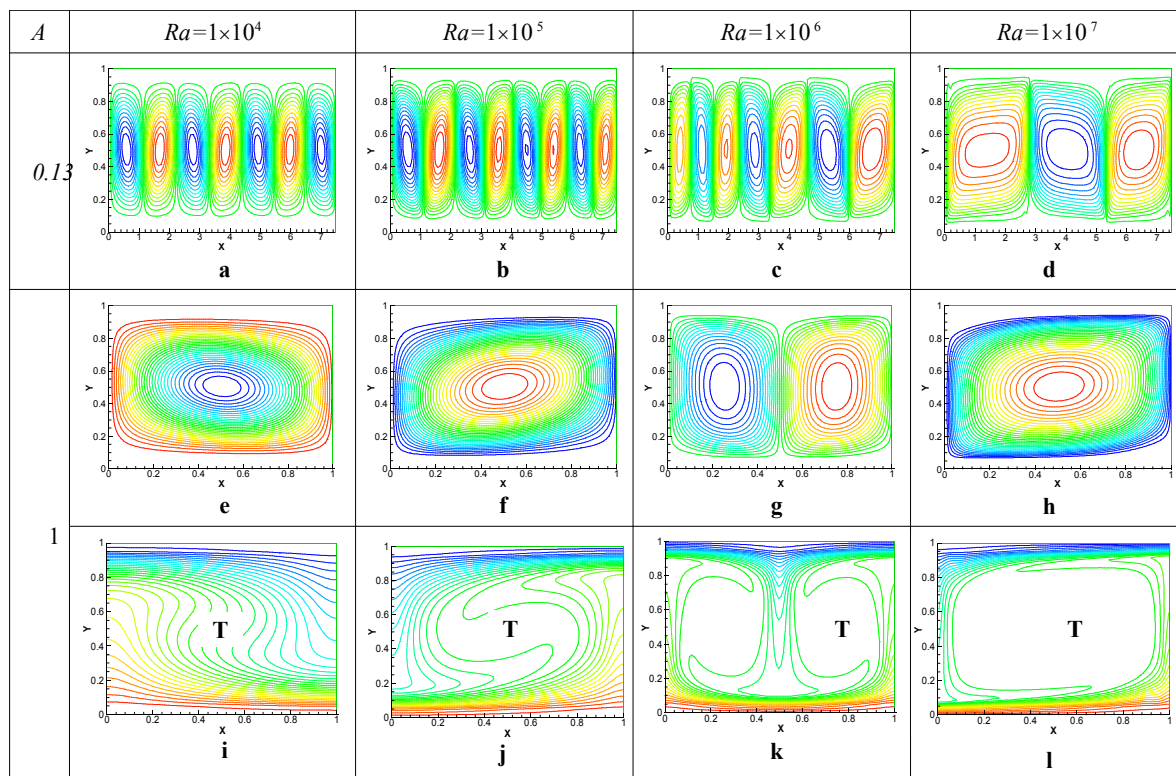


Figura 10. Función de corriente e isothermas para una placa de aluminio de $e=3\text{mm}$ a distintos Ra y A .

CONCLUSIONES

Para todos los casos simulados se ha observado en la cavidad tres tipos de comportamientos: conductivo, convectivo unicelular y multicelular con aumento y disminución del número de celdas, lo que da lugar al régimen convectivo unicelular para $A \geq 0.5$. El rango de Ra en el que ocurren estos tipos de comportamientos depende de la razón de aspecto y material de las placas.

A medida que disminuye la razón de aspecto el cambio de flujo de conductivo a convectivo ocurre a Ra menores. El retroceso de la multiplicación de celdas ocurre a menores Ra a medida que disminuye la razón de aspecto.

El salto de temperatura en las delgadas placas es muy dependiente del material utilizado. Para una placa con alta conductividad térmica (aluminio) las temperaturas impuestas externamente se transmiten con facilidad hacia los límites de la cavidad, dando lugar a distintos tipos de flujos a distintos valores de Ra . Sin embargo, para placas de vidrio (baja conductividad) el tipo de flujo encontrado es prácticamente conductivo debido al pequeño salto de temperatura disponible en la cavidad, aún para valores de Ra tan grandes como 10^8 . Vemos así que la utilización de placas de vidrio no contribuye a la convección en la cavidad, efecto que es deseable en un destilador, ya que todo el calor entregado al sistema se pretende que sea utilizado en el proceso de evaporación.

REFERENCIAS

- Anderson R. and Bejan A., Natural convection on both sides of the vertical wall separating fluid at different temperatures, J. Heat Transfer 102 (1980), pags.: 630-635.
- Aramayo A., Esteban S., Cardón L., Conjugate heat transfer in a two stages trapezoidal cavities stack. Trabajo presentado para su evaluación
- Aramayo, A., Esteban, S., Cardón, L., "Convección natural conjugada en recintos trapezoidales apilados". Mecánica Computacional, 2004, vol: XXIII. pags. 2067- 2078.
- Costa, V. . Laminar natural convection in differentially heated rectangular enclosures with vertical diffusive walls, International. Journal Heat Mass Transfer 45 (2002) pags.: 4217–4225.
- Esteban, S., Aramayo, A., Cardón, L., "Convección natural con transferencia de vapor en desalinizadores", Mecánica Computacional, 2004 Vol: XXIII, pags. 2111-2122.
- Esteban, S., Aramayo, A., Cardón, L., "Convección natural conjugada con transferencia de vapor en recintos trapezoidales apilados", Mecánica Computacional, 2005 Vol: XXIV. pags. 1167-1184.

Martorell, I., Herrero, J., Grau, F.. Natural convection form narrow horizontal plates at moderate Rayleigh numbers. International Journal of heat and mass transfer. 2003, vol: 46, pags. 2389-2402.

Patankar S.V., Computation of Heat Transfer and Fluid Flow. A general propose computer program for two dimensional elliptic situations. (1997) University of Minnesota.

ABSTRACT: The present work study the conjugate natural convection and heat transfer in a rectangular enclosure. In the bottom and upper walls are put diffusive narrows plates with thickness and materials different. It will be assumed that the hot horizontal wall is the lower one and the cold horizontal wall is at the top of the enclosure. The vertical walls are assumed to be perfectly insulated. This problem is interesting because natural convection is caused by temperature difference in the lower and upper plates. Different flow structure in the cavity are obtained. It depend on the imposed Rayleigh number, thickness and materials plates and aspect ratio. The flow structure, temperatures and velocity in the range $1 \times 10^3 \leq Ra \leq 1 \times 10^7$ are showed, for a rectangular enclosures of aspect ratio 0.5 and two different materials: aluminum and glass.

Keywords: rectangular cavity, diffusive plates, uni-cellular and multicellular convection.