

ANÁLISIS DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR EN UN RECINTO RECTANGULAR CON PLACAS DIFUSIVAS HORIZONTALES

Ana María Aramayo¹, Sonia Esteban², Luis Cardón²

¹Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas, UNSa.

²Departamento de Física - INENCO Facultad de Ciencias Exactas, UNSa.
Av. Bolivia 5150, 4400 Salta, Argentina (estebans@unsa.edu.ar)

RESUMEN: En este trabajo se analiza la transferencia de calor conjugada en un recinto rectangular, calentado por debajo, con dos placas difusivas horizontales, una en la parte inferior y otra en la superior. El problema es interesante por que la convección en la cavidad interior está impulsada por la diferencia de temperatura alcanzadas por las placas. Se observan importantes variaciones de temperaturas transversales en las placas de vidrio, mientras que para placas de aluminio esta variación es mínima, debido a la alta conductividad del material. Se obtuvieron las distribuciones transversales y longitudinales de temperatura en la cavidad y en las placas, respectivamente, para distintos espesores, Ra y tipo de materiales. Para el caso de placas de vidrio, el problema de la transferencia de calor en la cavidad puede reducirse a uno de temperatura impuesta; en cambio para el aluminio a uno de flujo de calor impuesto, en cierto rango de Ra .

Palabras clave: cavidad rectangular, convección, placas difusivas, transferencia de calor

INTRODUCCION

En la modelización de la transferencia de calor, bajo el régimen de convección natural en recintos, es una práctica común el considerar como condición de borde temperatura o flujo de calor constante; sin embargo en la mayoría de los casos reales estas condiciones difícilmente puedan llevarse a la práctica. Por ejemplo, para imponer flujo de calor constante se utiliza delgadas placas con alta conductividad térmica, las cuales son calentadas mediante resistencias eléctricas. No obstante en la modelización numérica estas placas no son tenidas en cuenta, en este trabajo se pretende analizar numéricamente el comportamiento térmico de estas placas, con distintos espesores y tipo de materiales, aún los que no sean altamente conductores.

En otro trabajo presentado para esta Reunión (Esteban, 2006) se ha estudiado la influencia de dos placas difusivas en el establecimiento de distintos patrones de flujo dentro de una cavidad rectangular, las cuales se encuentran en la parte inferior y superior de la misma (figura 1). En aquel estudio se determinó que las placas difusivas juegan un rol importante en el tipo de flujo encontrado, y por lo tanto no es posible simplificar el problema de transferencia de calor en la cavidad, a uno de temperatura impuesta. En el presente trabajo se muestra que en cierto rango de Ra este problema puede simplificarse a uno de calor impuesto, dependiendo del tipo de material y espesor de las placas.

Se presta particular atención al comportamiento térmico de las placas ya que de su distribución de temperatura dependerá principalmente del tipo de flujo encontrado. El estudio se realiza para $1 \times 10^0 \leq Ra \leq 1 \times 10^8$, razones de aspecto igual a 0.13, 0.5 y 1, espesores de las placas de 1mm y 3mm; para placas de aluminio y vidrio. Se presentan la distribución de temperatura a lo largo de las placas inferior y superior, como así también los perfiles transversales en determinadas posiciones del recinto, que permiten analizar la dependencia del salto de temperatura con el espesor, tipo de material de las placas y las razones de aspecto consideradas. Se estudia también la transferencia de calor local y global mediante el número de Nusselt.

DOMINIO DE CALCULO

Se ha resuelto las ecuaciones adimensionales de continuidad, de Navier Stokes y de energía bidimensionales, transitorias, explicitadas en Esteban (2006), que modelan la convección natural conjugada en un recinto rectangular calentado por debajo. Las temperaturas caliente (T_c) y fría (T_f) como condición de borde se imponen en la parte inferior y superior del recinto (rectángulo de altura H y largo L). Las placas inferior y superior (de espesor e) y las paredes verticales aisladas delimitan una región que llamaremos cavidad y el fluido dentro de la misma es aire.

La figura 1 muestra el dominio de cálculo y las condiciones de borde impuestas. Se ha realizado los cálculos considerando la altura del recinto de 6.7cm y se ha modificado el ancho L , desde 50cm a 6.7cm; con lo cual la razón de aspecto del recinto ($A=H/L$) varía entre 0.13 a 1.

Las condiciones de borde impuestas corresponden a paredes verticales aisladas y en la parte inferior y superior del recinto temperatura adimensional caliente ($T_c^*=0.5$) y fría ($T_f^*=-0.5$), respectivamente. Inicialmente el recinto se encuentra a la temperatura promedio, $T^*=0$.

Se ha resuelto el problema usando el método de volúmenes de control de Patankar, con el algoritmo SIMPLER, con una red de 100×100 . Las placas de 1mm y 3mm de espesor se discretizan con 2 a 5 volúmenes de control en la dirección vertical. Se ha iterado hasta conseguir el estado estacionario, usando de 5000 a 15000 iteraciones, dependiendo del valor del número de Rayleigh impuesto. Además, se ha realizado 10 iteraciones internas a fin de resolver las no linealidades del problema.

La tabla 1 presenta los valores de las difusividades (α) y conductividades (k) térmicas del fluido y los materiales utilizados en las placas.

Medio	$\alpha(\text{m}^2/\text{s})$	$k(\text{W}/\text{m}^2\text{K})$
Aire	$2.8 \cdot 10^{-5}$	0.02
Vidrio	$3.4 \cdot 10^{-7}$	0.81
Aluminio	$8.4 \cdot 10^{-5}$	204

Tabla 1. Valores de las propiedades físicas.

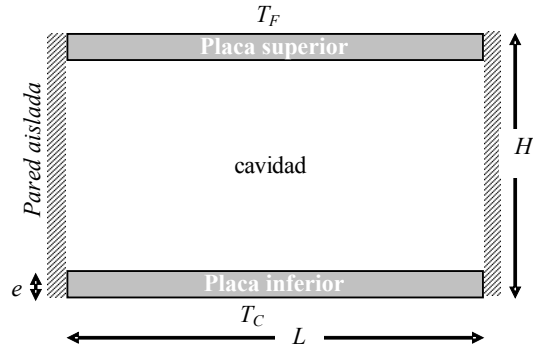


Figura 1. Esquema del dominio de cálculo y condiciones de borde.

PERFILES TRANSVERSALES DE TEMPERATURA

En esta sección se presenta la distribución transversal de temperatura para algunos valores de $x=\text{cte}$, los cuales revelan el comportamiento térmico de la totalidad del recinto (placas + cavidad). Aunque se obtuvieron resultados para distintas razones de aspecto y espesores de placa, en esta sección se muestran los resultados para $A=0.5$ y $e=3\text{mm}$, cuyas características son interesantes de analizar.

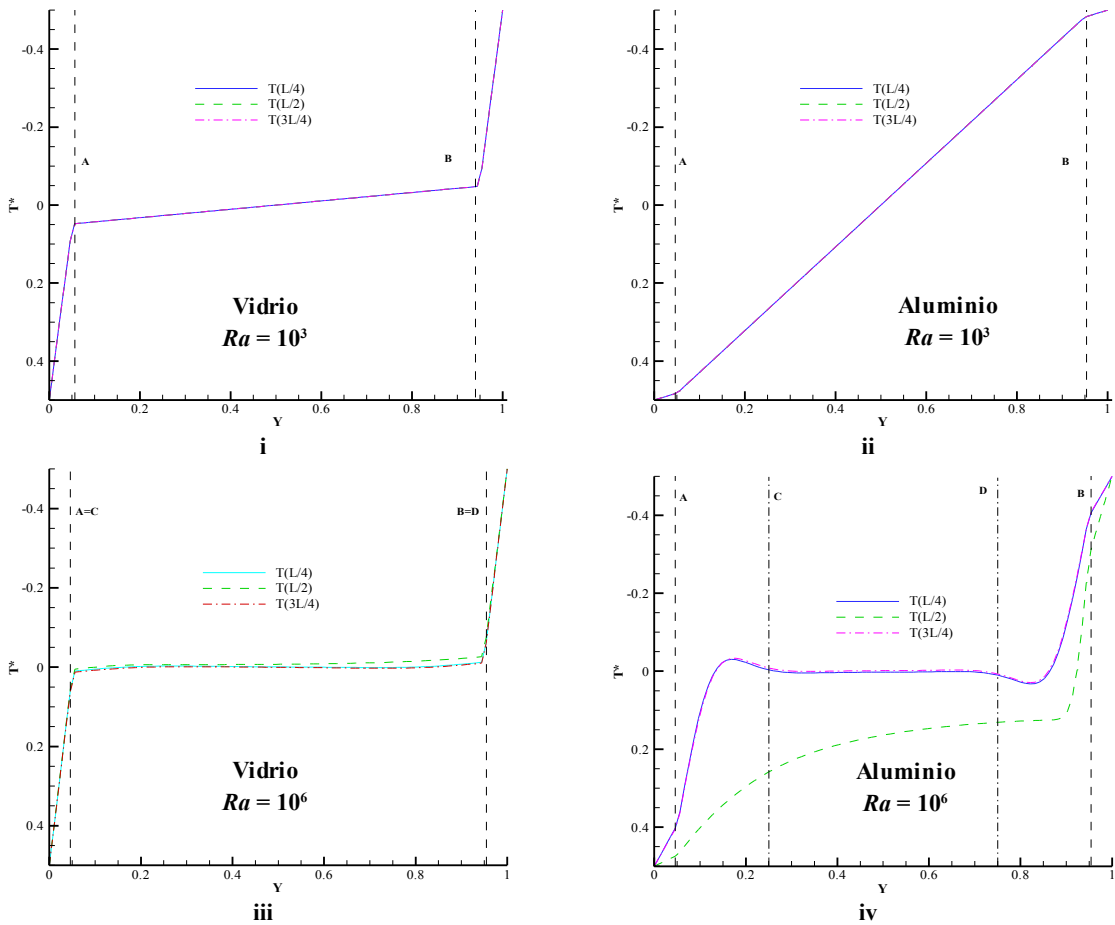


Figura 2. Perfiles transversales de temperatura a distintos x , para vidrio y aluminio, $e=3\text{mm}$, $Ra=1 \times 10^3$ y 1×10^6 .

La figura 2 muestra los perfiles transversales de temperatura a $x=L/4$, $L/2$, $3L/4$ para una placa conductora de 3mm de espesor de vidrio (gráfica i y iii) y de aluminio (gráfica ii y iv); una vez alcanzado el estado estacionario. Las líneas verticales A y B delimitan la región correspondiente a la placa sólida, donde se observa un cambio abrupto de pendiente debido a los distintos

valores de propiedades físicas del sólido y del fluido considerados. En todos los casos los perfiles de temperatura en las placas son lineales, como corresponde al problema de conducción en un sólido.

A $Ra = 1 \times 10^3$ (gráfica **i** y **ii**) el flujo en la cavidad es conductivo para los dos materiales obteniéndose perfiles lineales en la misma; sin embargo la pendiente en ambos casos es muy diferente pues es el salto de temperatura en la cavidad es el 10% del salto total impuesto, para el vidrio y el 96% para el aluminio. Esta importante diferencia en los saltos de temperatura en la cavidad se debe a que los valores de las conductividades térmicas de ambos materiales difieren en dos órdenes de magnitud (tabla 1). Este último comportamiento es independiente del número de Ra impuesto, de manera que en todos los casos se tendrá un pequeño salto de temperatura en la cavidad para el vidrio y uno significativo para el aluminio.

A $Ra = 1 \times 10^6$ (gráfica **iii** y **iv**) el flujo en la cavidad es convectivo con dos celdas, sin embargo para una placa de aluminio la intensidad de las plumas convectivas es mucho mayor que para el caso del vidrio, esto se evidencia por el mayor salto de temperatura existente en la cavidad (zona delimitada por **A** y **B**) para una placa de aluminio respecto a una de vidrio; en el primer caso este salto corresponde a un 80% del salto total impuesto mientras que para el vidrio este disminuye a un 10%.

En la gráfica **iv** las líneas **C** y **D** muestran la extensión de la zona de la cavidad donde la temperatura permanece prácticamente constante, a $x = L/4, 3L/4$ (posición de los centros de los rollos). Cuando el material de la placa es vidrio el 90% del salto de temperatura total se produce en las placas, por lo que es difícil distinguir las líneas **A** y **C**, lo mismo sucede para **B** y **D**.

Los perfiles correspondientes a $x=L/4$ y $x=3L/4$ en la escala mostrada están prácticamente superpuestos, esto se debe a que en estas posiciones se encuentran los centros de los rollos convectivos. Además en estas posiciones de x , para el caso de una placa de aluminio, la zona entre las líneas **A** y **C** determina el espesor de la capa límite y muestra el comportamiento térmico característico de esta zona (cambio abrupto de temperatura). En cambio a $x=L/2$ el perfil de temperatura presenta un comportamiento muy diferente a los dos anteriores, mostrando una disminución gradual de temperatura hasta $y^*=0.9$, esto último da cuenta de la existencia de una pluma convectiva ascendente que calienta la placa superior.

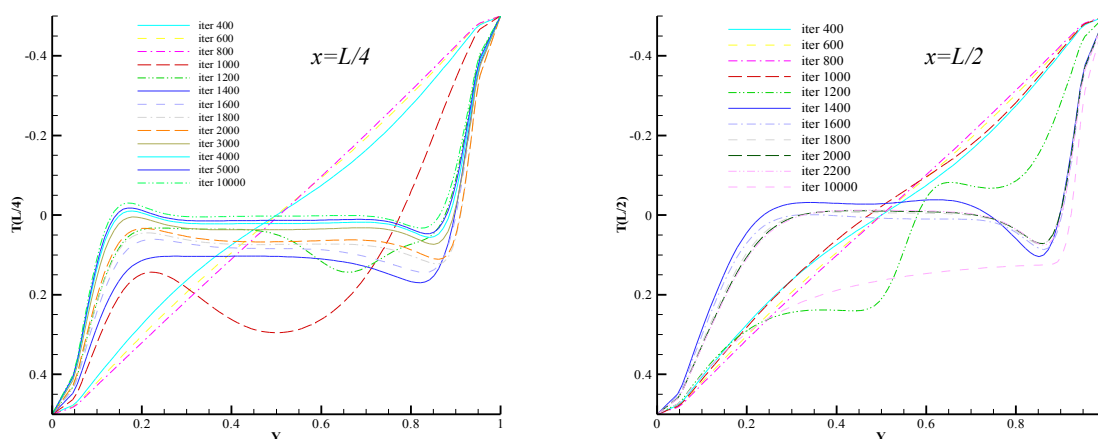


Figura 3. Evolución temporal de los perfiles de temperatura a $x=L/4$ y $L/2$, para aluminio, $e=3\text{mm}$, $Ra=1 \times 10^6$.

En la figura 3, se presenta la evolución temporal de los perfiles de temperatura, para una placa de aluminio de 3mm de espesor, correspondiente a $Ra=10^6$. En el gráfico de la izquierda a $x=L/4$ y en el de la derecha a $x=L/2$.

En la figura correspondiente a $x=L/4$, se puede observar que al principio del proceso temporal, hasta $iter=800$, el régimen es puramente conductivo en todo el recinto obteniéndose perfiles prácticamente lineales en la cavidad; a partir de este valor los perfiles son ondulados lo que indica que el tipo de régimen anterior ha evolucionado a uno convectivo, con formación y destrucción de celdas hasta estabilizarse en $iter=1200$; cuando se forman dos celdas. A partir de esta iteración se produce un re-acomodamiento de estas celdas convectivas, alcanzando a $iter=5000$ el estado estacionario. Por otro lado, desde la iteración 1400 a 2000 se observa una disminución del espesor de la capa límite, y luego se observa un aumento de este espesor.

Para la figura correspondiente a $x=L/2$, a partir de $iter=1400$, se observa una zona de estancamiento producto de la aparición de una pluma ascendente $x^*=0.8$, como esta pluma se desplaza hacia $x^*=1$ también lo hace la zona de estancamiento. Esto último provoca un calentamiento del fluido en la cavidad a esta posición.

En cuanto a la evolución de los perfiles de temperatura a $Ra=10^6$ obtenidos para el caso de una placa de vidrio de 3mm de espesor, los mismos son lineales a trozos muy similares al correspondiente al estado estacionario (figura 2- iii).

DISTRIBUCION LONGITUDINAL DE TEMPERATURA EN LAS PLACAS

En esta sección se presentan los perfiles longitudinales de temperatura en las placas inferior y superior, los cuales muestran que la distribución de temperaturas en las placas también están influenciadas por el tipo de flujo encontrado en la cavidad. Cada placa cuenta en la dirección vertical con tres nodos, para $e=1\text{mm}$ y cuatro nodos, para $e=3\text{mm}$. En las gráficas de esta sección se utiliza la notación descrita en la figura 4, por ejemplo $T(1)$ y $T(m1)$ son las temperaturas en los nodos borde inferior y superior, respectivamente.

En la tabla 2, se presentan los valores de temperatura promedio en la interface placa-fluido a $Ra=10^6$, para espesores de 1 y 3 mm. En un análisis global, se puede notar que a este valor de Ra , la temperatura promedio para una placa de aluminio de 1mm difiere de la temperatura de borde impuesta en un 3.2% mientras que para 3mm esta diferencia es del 10%. Por otro lado las temperaturas promedios para una placa de vidrio de 1mm difieren un 35% del valor de temperatura impuesto, mientras que para una placa de 3mm esta diferencia es del 43%. Estos resultados nos muestran que un aumento en el espesor

de la placa producirá una disminución en el salto de temperatura en la cavidad.

Material	Ra	Espesor	Placa superior	Placa inferior
Aluminio	1,00E+06	1mm	0,4682	-0,4682
		3mm	0,4008	-0,4008
Vidrio		1mm	0,1456	-0,1457
		3mm	0,0622	-0,0622

Tabla 2. Temperatura promedio adimensional de las placas conductoras.

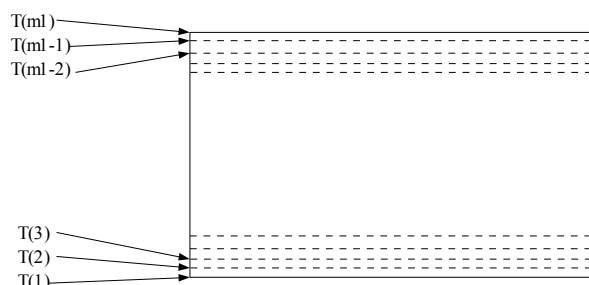


Figura 4: Identificación esquemática de los nodos de las placas.

La figura 5 muestra la distribución de temperatura, en estado estacionario, a lo largo de una placa de aluminio a $Ra=1 \times 10^6$, para espesores de 1mm y 3mm. En el primer caso se observa un calentamiento del extremo izquierdo y un enfriamiento del derecho en las placas superior e inferior, respectivamente; lo que revela la existencia de una única celda convectiva con sentido horario. En el segundo caso la distribución de temperatura en la placa superior muestra un efecto de calentamiento en la parte central, producto de la existencia de una pluma ascendente ubicada a $x=L/2$ y de enfriamiento en los extremos de la placa inferior, producto de presencia de plumas descendentes. Lo anterior puede explicarse con la existencia de dos celdas convectivas con sentido anti-horario para la ubicada a la izquierda y horario para la derecha.

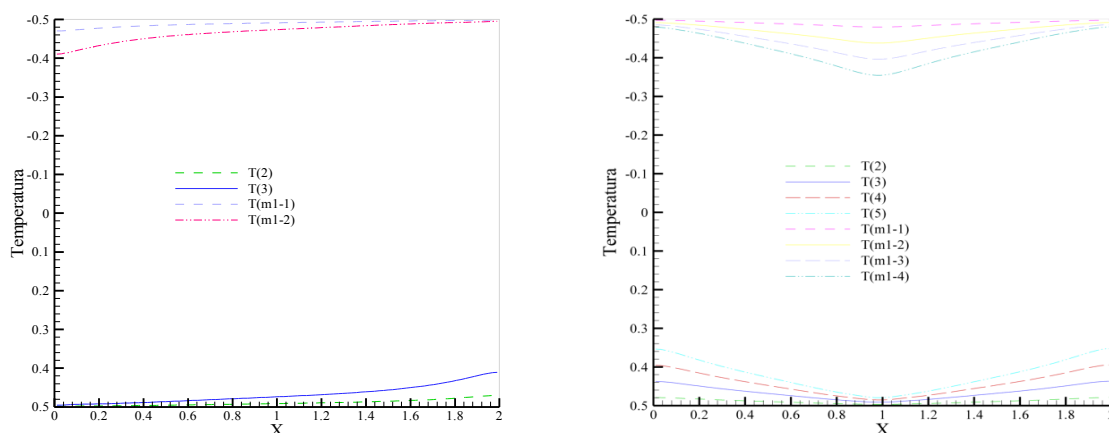


Figura 5. Distribución de temperatura en las placas de aluminio a $Ra=1 \times 10^6$.

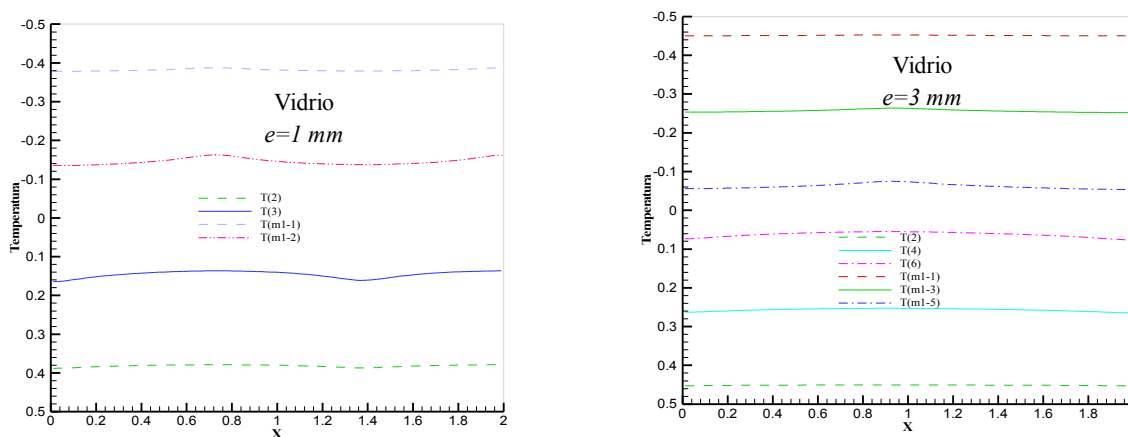


Figura 6. Distribución de temperatura en las placas de vidrio a $Ra=1 \times 10^6$.

La figura 6 muestra la distribución de temperatura a lo largo de una placa de vidrio de espesor 1mm y 3mm a $Ra=1 \times 10^6$, para ambos espesores, se observa un importante salto de temperatura en las placas, lo que deja poco margen para el salto en la cavidad, de $0.3\Delta T^*$ para $e=1\text{mm}$ y aproximadamente $0.1\Delta T^*$ para $e=3\text{mm}$.

La figura 7 presenta la distribución de temperatura dentro de las placas de aluminio de 3mm de espesor, para las razones de aspectos consideradas (0.13, 0.5 y 1) y para distintos Ra . Para $Ra < 10^4$ el tipo de régimen en la cavidad es conductivo para todas las razones de aspecto, por lo que la gráfica de la distribución longitudinal de temperatura en las placas consiste en líneas horizontales paralelas. Para $Ra > 10^4$ las distintas gráficas muestran el efecto del flujo convectivo uni o multicelular de la cavidad sobre la temperatura de las placas.

Los distintos perfiles permiten asegurar que el problema de convección conjugada con una placa de aluminio, no es posible simplificarlo a uno de temperatura ni flujo de calor impuesto en la cavidad, ya que la variación de temperatura en los nodos de la interface, no es una función lineal.

A medida que incrementa Ra , la diferencia de temperatura en las placas aumentan, para todo A . Además para un valor de Ra dado, a medida que aumenta la razón de aspecto, el número de máximos y/o mínimos disminuye.

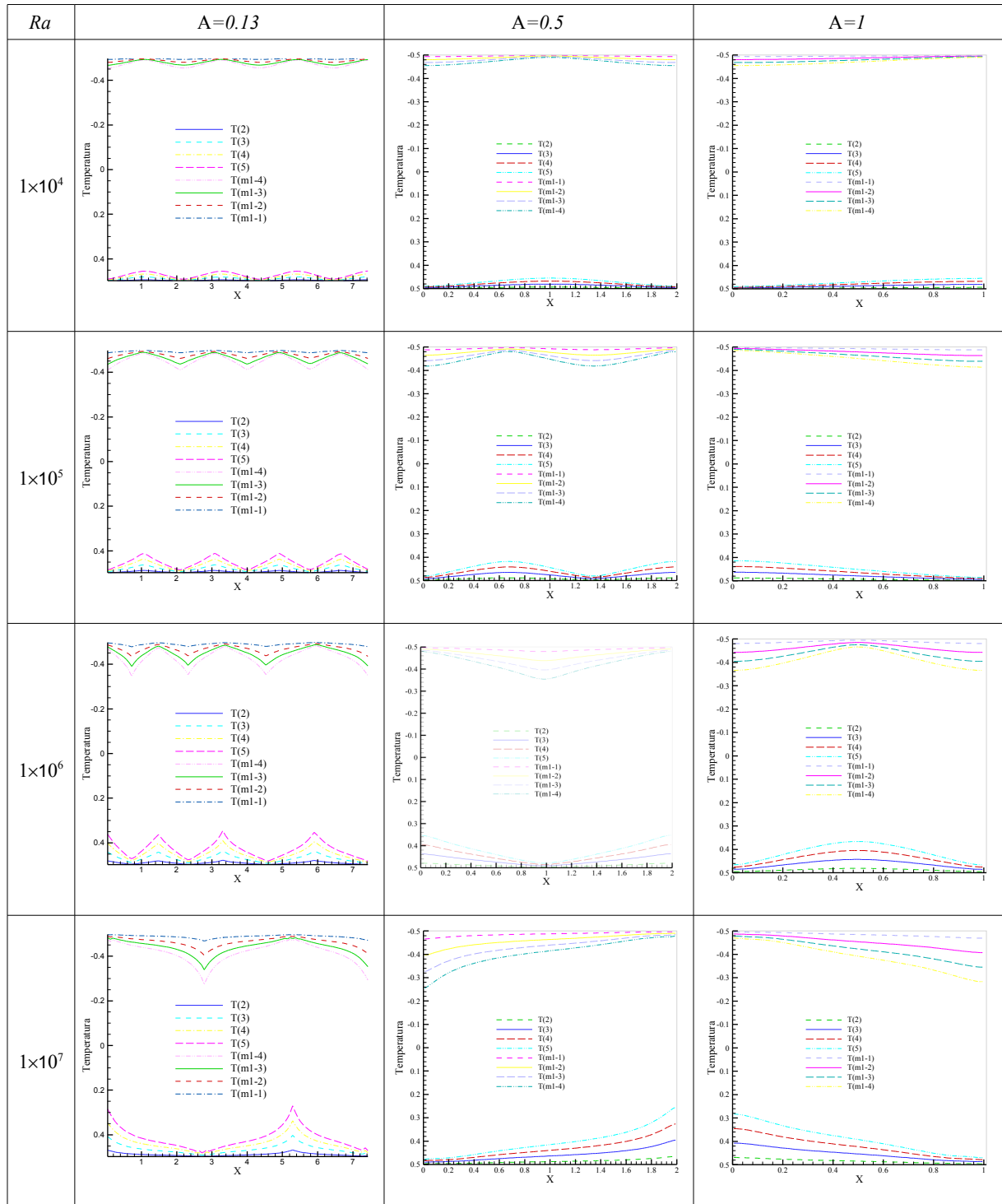


Figura 7. Distribución de temperatura en las placas de aluminio de 3mm.

TRANSFERENCIA DE CALOR

En el cálculo de la transferencia de calor para el problema conjugado debe tener en cuenta por un lado la conducción de las placas inferior y superior, y por otro la transferencia de calor producida en el fluido, ya sea por conducción o convección, dependiendo del número de Rayleigh utilizado, por ello se calcula el flujo de calor en la interface sólido-fluido.

Para el problema adimensional, esta transferencia de calor viene dada a través del número de Nusselt local, el cual se ha determinado como el gradiente de temperatura adimensional del siguiente modo:

$$Nu_{loc}(x^*) = \frac{\partial T^*}{\partial y^*}(x^*, y^*_{placa}) \quad (1)$$

siendo y^*_{placa} el valor de la coordenada de la interface placa-fluido, $y^*_{placa} = e^*$ para la placa inferior e $y^*_{placa} = 1 - e^*$ para la superior.

El número de Nusselt global se obtiene promediando la ecuación (1) del siguiente modo:

$$Nu_g = \frac{1}{L^*} \int_0^{L^*} \frac{\partial T^*}{\partial y^*}(x^*, y^*_{placa}) dx^* \quad (2)$$

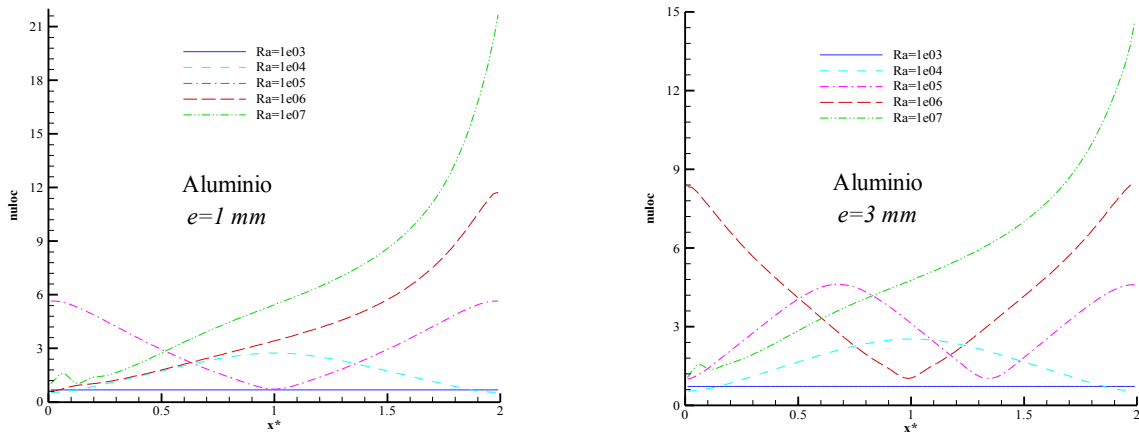


Figura 8. Nusselt local para una placa de aluminio de $e=1$ mm y 3 mm, $A=0.5$.

La figura 8 muestra la variación del número de Nusselt local con Ra y $y^*_{placa}=e^*$, un comportamiento simétrico se obtiene para la placa superior, la cual no se muestra en este trabajo. La gráfica de la izquierda corresponde a una placa de aluminio 1 mm de espesor y la de la derecha a 3 mm de espesor. En ambos casos hasta $Ra=10^3$, se observa que el gradiente de temperatura se mantiene constante para todo x^* , mientras que a $Ra=10^4$ presenta un máximo en $x=L/2$, debido a la mayor variación de temperatura en esta posición (figura 7, $A=0.5$ y $Ra=10^4$). A $Ra=10^5$ se tiene distintos comportamientos para los espesores considerados, para 1 mm se cuenta con un mínimo en la parte central de la placa y dos máximos ubicados en los extremos laterales, mientras que para 3 mm existen dos máximos y dos mínimos. Los valores mínimos de la transferencia de calor indican la ubicación de una zona de estancamiento producida por una pluma ascendente, en cambio los valores máximos dan cuenta de la presencia de una pluma descendente.

Para una placa de 1 mm de espesor a $Ra \geq 10^6$, Nu_{loc} crece a medida que aumenta x^* y aumenta en magnitud con el incremento de Ra , esto indica que el flujo es convectivo unicelular. Para una placa de 3 mm de espesor el flujo convectivo unicelular se presenta a $Ra=10^7$.

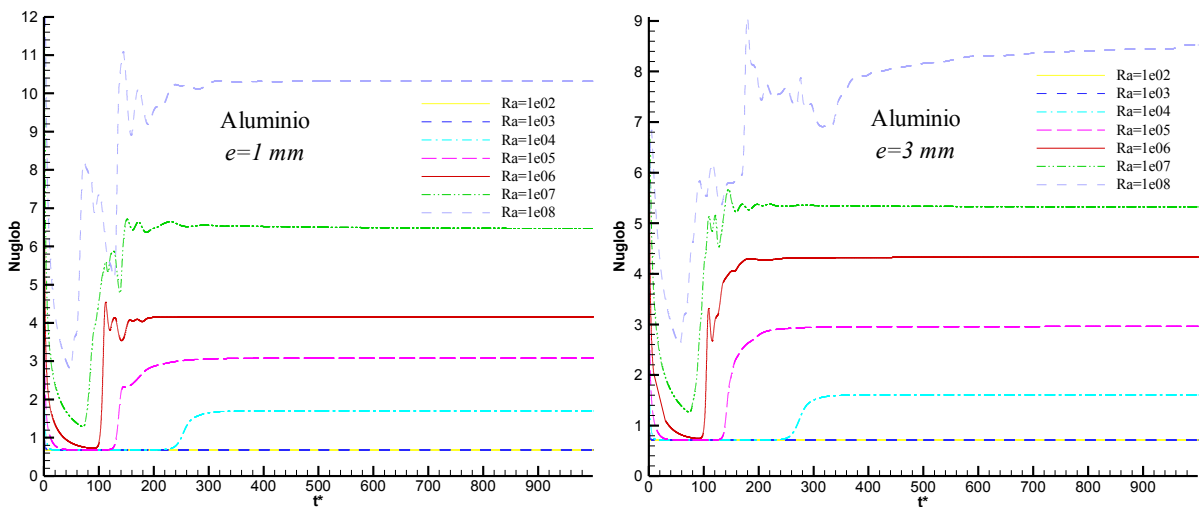


Figura 9. Evolución temporal de Nusselt global para una placa de aluminio, $e=1$ mm y 3 mm, $A=0.5$.

En la figura 9 se presenta la evolución temporal del número de Nusselt global correspondiente a la placa inferior para distintos valores de Ra , considerando placas de aluminio de 1mm y de 3mm. Se obtiene que para los dos espesores considerados, $Nug < 1$ para $Ra \leq 10^3$ y aumenta a medida que Ra crece hasta $Nug \approx 10$.

Debido a la imposición repentina de temperaturas caliente y fría en los bordes inferior y superior del recinto, que inicialmente se encuentran a la temperatura media, se observa inicialmente valores altos de gradientes de temperatura luego una disminución súbita. A continuación hay un intervalo de tiempo donde Nug permanece prácticamente constante, formando una meseta, la duración de este intervalo disminuye a medida que aumenta Ra , después del cual el valor de Nug aumenta hasta alcanzar su valor de estado estacionario.

La zona donde se produce la meseta, indica que en primer lugar se establece una distribución de temperatura en las placas difusivas y una vez establecida la misma se transfiere el calor dentro de la cavidad, dando lugar a la aparición de las celdas convectivas, lo cual produce un aumento significativo en el valor de Nug .

Para $Ra \geq 10^6$ antes de llegar al estado estacionario se observan oscilaciones que indican la creación y destrucción de celdas, para $Ra = 10^8$ estas oscilaciones son más significativas, lo cual indica que el flujo es más inestable.

Al analizar el valor encontrado para Nug , en el caso de $e = 1\text{mm}$ y $Ra \geq 10^6$, aunque el análisis del flujo de calor local indica que régimen es unicelular (figura 8), este es altamente convectivo, lo mismo sucede para $e = 3\text{mm}$ y $Ra \geq 10^7$.

En la tabla 3 se presenta los valores de Nug para una placa de aluminio con distintos espesores y razones de aspecto, para $10^3 \leq Ra \leq 10^7$. Los valores de $Nug < 1$ indican que el régimen es conductivo, mientras que para $Nug > 1$ es convectivo; de la tabla 3 este cambio de régimen ocurre a $Ra = 10^3$ independientemente de la razón de aspecto y el espesor considerados. Para una determinada razón de aspecto, en un régimen convectivo, un aumento en el espesor de la placa produce una disminución en el valor de Nug .

Ra	A=0.13		A=0.5		A=1	
	e=1mm	e=3mm	e=1mm	e=3mm	e=1mm	e=3mm
1.E+03	0.685	0.715	0.685	0.715	0.685	0.715
1.E+04	1.662	1.568	1.702	1.604	1.703	1.605
1.E+05	2.986	2.728	3.081	2.959	3.095	2.804
1.E+06	4.843	3.996	4.161	4.330	5.895	4.938
1.E+07	6.535	4.744	6.463	5.320	8.111	6.233

Tabla 3. Nusselt global en la placa inferior.

CONCLUSIONES

Analizando tanto los perfiles transversales de temperatura como la distribución longitudinal en las placas, se puede concluir que para el caso del vidrio se presenta un salto importante dentro de las mismas aún para espesores de 1mm, y para este tipo de material la transferencia de calor en las placas es sólo transversal, lo cual implica que se puede simplificar el problema de transferencia de calor en el interior del recinto a uno de temperatura impuesta en los bordes inferior y superior de la cavidad, sin embargo el salto que debe imponerse es del 30 a 15 % del salto total, dependiendo del espesor de la placa.

En cambio para una placa de aluminio el problema es mucho más complejo, hasta $Ra = 10^3$, el problema de la cavidad puede considerarse como uno de flujo impuesto, esto se puede derivar del cálculo del flujo de calor adimensional dado por el número de Nusselt local, que a éstos valores de Ra es constante. Para valores mayores de Ra esta última simplificación no es válida, puesto que el régimen es convectivo y la formación de las celdas en el interior del recinto influyen fuertemente en la transferencia de calor en las placas, la cual ya deja de ser sólo transversal y tiene una componente longitudinal muy significativa.

REFERENCIAS

- Anderson R. and Bejan A., Natural convection on both sides of the vertical wall separating fluid at different temperatures, J. Heat Transfer 102 (1980), pags.: 630-635.
- Aramayo A., Esteban S., Cardón L., Conjugate heat transfer in a two stages trapezoidal cavities stack. Trabajo presentado para su evaluación en Latin American Applied Research. 2006
- Aramayo, A., Esteban, S., Cardón, L., "Convección natural conjugada en recintos trapezoidales apilados". Mecánica Computacional, 2004, vol: XXIII. pags. 2067- 2078.
- Costa, V. . Laminar natural convection in differentially heated rectangular enclosures with vertical diffusive walls, International. Journal Heat Mass Transfer 45 (2002) pags.: 4217-4225.
- Esteban, S., Aramayo, A., Cardón, L., "Características de flujo en una cavidad rectangular con placas difusivas horizontales", presentado para su evaluación en Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente. 2006.
- Esteban, S., Aramayo, A., Cardón, L., "Convección natural con transferencia de vapor en desalinizadores", Mecánica Computacional, 2004 Vol: XXIII, pags. 2111-2122.
- Esteban, S., Aramayo, A., Cardón, L., "Convección natural conjugada con transferencia de vapor en recintos trapezoidales apilados", Mecánica Computacional, 2005 Vol: XXIV. Pags. 1167-1184.
- Martorell, I., Herrero, J., Grau, F.. Natural convection form narrow horizontal plates at moderate Rayleigh numbers. International Journal of heat and mass transfer. 2003, vol: 46, pags. 2389-2402.

Patankar S.V., Computation of Heat Transfer and Fluid Flow. A general propose computer program for two dimensional elliptic situations. (1997) University of Minnesota.

Abstract: In this work, conjugate heat transfer in a rectangular enclosure heated from below are analyzed. In the bottom and upper walls are put diffusive narrows plates with thickness and materials different. The vertical walls are assumed to be perfectly insulated. This problem is interesting because natural convection is caused by temperature difference in the lower and upper plates. Important variations in the transversal temperature on glass plates are obtained while for aluminum plates its are minimal, due to their high conductivity. Transversal temperatures in the enclosure and longitudinal temperatures in the plates, for different Ra are obtained. The results demonstrated, for glass plates, that the heat transfer problem in cavity can considered as a imposed temperature problem however for aluminum plates the problem is a uniform heat flux to $Ra < 10^5$.

Keywords: rectangular cavity, convection, diffusive plates, heat transfer.