socialmente correcta, c) la educación pública puede aliviar problemas relacionados con la falta de mercados de capitales perfectos que impiden una correcta asignación de la educación, d) la educación pública se justifica como mecanismo redistributivo. Para concentrar la atención en este último punto, se asumirá que la educación es un bien puramente privado, que el gobierno respeta fielmente las preferencias de los consumidores y que los mercados de capitales son perfectos.

Una de las ramas de la literatura económica sobre distribución y provisión pública de bienes privados muestra que, en el marco de modelos de imposición óptima, es posible que las transferencias en bienes y servicios (como la educación pública gratuita) incrementen el bienestar social (Hare-Ulph, 1979; Nicholls y Zeckhauser, 1982; Blackorby y Donaldson, 1988). La clave para este resultado es que exista una cierta correlación entre las "habilidades" y los gustos por ciertos bienes y/o servicios. A través de transferencias de tales bienes y servicios, la correlación mencionada puede ser aprovechada para aliviar el problema típico de incentivos que aparece en un modelo de imposición óptima. El enfoque que se sigue en este trabajo (y que tiene su fuente en el artículo de Besley y Coate, 1991) supone uniformidad de preferencias, por lo que tal correlación no puede ser aprovechada a los efectos distributivos. El modelo reconoce que la educación, así como otros bienes privados provistos por el Estado, se demanda discretamente: lo que varía es la calidad, y no la cantidad. Una familia puede mandar a su hijo o hija a una escuela mejor o peor, pero no a dos escuelas a la vez. Lo mismo ocurre, por ejem-

Económica, La Plata, Vol. XL, Nro. 2, Año 1994

UN MODELO TEORICO SOBRE EDUCACION PUBLICA Y DISTRIBUCION DEL INGRESO*

LEONARDO C. GASPARINI**

El objetivo de este trabajo es presentar un modelo teórico que pueda servir de marco para el estudio de cuestiones distributivas relacionadas con la provisión pública de educación. No se pretende en este artículo brindar intuiciones novedosas ni cuantificaciones empíricas, sino desarrollar los elementos básicos de un modelo que podría ayudar a analizar de forma rigurosa muchas de las implicancias distributivas de distintos mecanismos de provisión de educación. La utilidad del artículo depende entonces de futuros avances y reelaboraciones del modelo que lo hagan aplicable a problemas concretos.

En el debate sobre el papel del Estado en la provisión de educación se suelen esgrimir diversos argumentos. Entre los de índole económico, cabe mencionar al menos cuatro: a) el Estado debe proveer educación ya que ésta genera externalidades en la sociedad, b) la educación es un bien meritorio, por lo que el Estado debe instrumentar los medios para que la cantidad de educación que se "consuma" sea la

*Agradezco a T. Besley, R. Willig, G. Noldeke y H. Rosen (Princenton University) por los comentarios a una versión inédita de este trabajo y a M.C Flood y M. Amieva por la información brindada. Los errores que seguramente quedan, son de mi responsabilidad.

** Universidad Nacional de La Plata, Instituto T. Di Tella y Princeton University.

plo, en el caso de la salud o la vivienda[1]. El modelo que se presenta permite la provisión de educación tanto por el sector público como por el privado. El Estado ofrece una calidad uniforme en todas sus escuelas y no cobra por el servicio, por lo que debe financiarse con recaudación impositiva. El sector privado es competitivo; cada escuela cobra un precio que equivale al costo de la calidad que brinda. Como se mencionó, en este modelo todos los individuos tienen las mismas preferencias, difiriendo sólo en sus niveles de ingreso (exógenos). La decisión básica que enfrentan es la de asistir a una escuela pública, a una privada, o directamente no ir a la escuela. Esta última opción les reporta un ingreso adicional, que constituye el costo de oportunidad de educarse. Dentro de este sencillo marco y haciendo uso de la menor cantidad posible de supuestos (esencialmente usando sólo propiedades ordinales de la función de utilidad), se presentan las derivaciones positivas y normativas del modelo arriba esbozado. El resultado positivo básico es que, en general, la gente más pobre no acudirá a la escuela, la de "clase media" preferirá la escuela pública, mientras que los "ricos" irán a instituciones privadas. Este fenómeno de estratificación de la población parece estar presente en muchos países, especialmente en los que están en vías de desarrollo, manifestándose en diferentes niveles educativos (primaria, secundaria, terciaria).

El módulo especial de la Encuesta Permanente de Hogares de Argentina para el año 1992 brinda

[1] En la mayoría de los casos es posible, en cierto rango, variar la cantidad. Por ejemplo, se puede suplementar la educación pública con una maestra particular, un tratamiento consultando a más de un médico, o una vivienda mediante una ampliación. En principio, se ignorarán estas posibilidades.

alguna evidencia de tal estratificación. Esta es bastante clara a nivel de la educación media: para los jóvenes en edad de ir al colegio secundario, el porcentaje de asistencia aumenta a medida que se pasa de quintiles más bajos a más altos (66%, 71%, 80%, 89%, y 93%). La preferencia de la escuela privada frente a la pública también aumenta con el ingreso. El porcentaje de alumnos en escuelas privadas por quintil (ordenados del más pobre al más rico) toma valores de 25%, 30%, 36%, 54% y 58% respectivamente. El caso de la escuela primaria es menos claro, por cuanto es obligatoria y existen programas de comedores escolares que hacen que el "costo" de recibir educación se vea reducido. Los niveles de asistencia a la escuela primaria son altos y más o menos constantes. La elección privado-público sigue el patrón esperado (los porcentajes privado/total son 15%, 30%, 39%,52% y 80% respectivamente). En el nivel terciario (incluye universidades y todo otro instituto de educación superior), el porcentaje de asistencia sigue el comportamiento esperado (13%, 16%, 17%, 34% y 57% respectivamente), pero los datos no muestran un patrón claro para la elección privado-público. En estudios para otros países, también es frecuente encontrar resultados como los señalados. En Brasil, por ejemplo, sólo el 5% de todos los estudiantes universitarios provienen de familias de bajos ingresos (World Bank, 1988); en Argentina, Costa Rica, Chile, República Dominicana y Uruguay los porcentajes de los subsidios estatales en educación superior asignados al primer quintil eran, a principios de la década del 80, sólo del 8,3; 4,1; 5,5; 0 y 7,2 respectivamente (Petrei, 1987); mientras que en Colombia sólo el 6% de todos los subsidos brindados a la educación superior iban a los dos quintiles inferiores (Selowsky, 1979).

Una crítica común a los sistemas de provisión pública universal señala que, en general, éstos benefician más a la clase media que a los grupos de más bajos ingresos. En el modelo que acá se considera el resultado es más extremo, ya que los "pobres" están peor luego de la intervención estatal. Si tal es el caso, la evaluación de la educación pública como política redistributiva depende de criterios subjetivos, aún cuando exista acuerdo sobre cuestiones básicas como el principio de transferencia de Dalton o la invarianza de la distribución ante cambios en la media (ver Atkinson, 1970). Independientemente de quien sea el grupo favorecido, se prueba que como herramienta para incrementar el bienestar, las transferencias en dinero son superiores a la educación gratuita, por lo que para argumentar en favor de esta última es necesario asumir que las transferencias monetarias son imposibles de implementar (el caso típico es el de ingresos no observables por el decididor de política). El aspecto interesante de la provisión pública en el modelo que se presenta es que permite dirigir la transferencia a un grupo sin requerir ninguna información sobre los agentes, ya que éstos se autoseleccionan. El inconveniente con la educación pública como mecanismo de transferencias, es que no siempre los grupos que se benefician son los que tienen prioridad desde un punto de vista social.

El modelo es presentado y resuelto en la sección I, mientras que en la II se abordan algunos problemas normativos. En la sección III se hacen los comentarios finales.

I. El Modelo

Se supone que existen dos bienes: un numéraire (z) y educación. Una persona puede no "consumir" educación, o bien hacerlo en una cantidad fija. En lugar de la cantidad, lo que cambia es la calidad (q) que toma valores en el intervalo [0,Q].

El mercado de educación es competitivo, siendo p el precio de una unidad de calidad. Hay N individuos (i=1,2,..N) que tienen preferencias idénticas sobre q[2] y z. Estas preferencias están representadas por una función de utilidad U(q,z) de buen comportamiento y estrictamente cuasicóncava. Nótese que se asumen sólo propiedades ordinales de la función de utilidad. Se hace el supuesto que ambos bienes son normales. Los individuos difieren sólo en sus ingresos (exógenos) Y_i, que toman valores en el intervalo $[Y^{min}, Y^{max}]$. Existen costos de oportunidad en educarse; si una persona no va a la escuela, obtiene una cantidad adicional w del numéraire[3]. El gobierno provee educación gratuita a todos aquellos que quieran recibirla, a un nivel uniforme de calidad q_g en todos sus establecimientos. La presencia del costo w hace que en realidad la educación pública no sea "gratuita": quienes deciden tomarla deben "pagar" un costo (de oportunidad) de w. El presupuesto educativo E se financia con impuestos. Para que el análisis sea lo más simple posible, se suponen impuestos iguales per-cápita, por lo que cada persona proyecta una obligación impositiva de E/N. Sabiendo cuanto tienen que pagar en impuestos, y

[2] La presencia de q abarca a la educación tanto en su aspecto de bien de consumo, como de capital (ver Stiglitz, 1974) para una formulación similar a esta.

[3] Besley (1991), por ejemplo, asume que el costo de consumir el bien que es provisto públicamente depende de características personales como la edad, habilidades o ubicación espacial. En este modelo se muestra que la variable que hace a estos costos diferir entre los agentes, es el ingreso.

con una estimación de la calidad de la educación pública, la gente maximiza su utilidad, decidiendo entre no ir a la escuela (NE), ir a una escuela pública (PU), o a una privada (PR). Cada decisión implica un nivel de utilidad de Une, Upu y Upr, definidos formalmente en las ecuaciones (1), (2) y (3). Se define a la calidad de la educación pública como $q_g=(E/J)(1/p)$, donde J es el número de individuos que van a la escuela pública[4]. La decisión es entre[5]:

. No ir a la escuela (NE)

$$Une(Y_i, E, w, N) \equiv U(0, Y_i + w - E/N) \qquad (1)$$

. Ir a una escuela pública (PU)

$$Upu(Y_i, E, N, p) \equiv U(q_g(E,p), Y_i - E/N) \qquad (2)$$

. Ir a una escuela privada (PR)

$$Upr(Y_i, E, N, p) \equiv U(q^*(p, Y_i-E/N), Y_i-E/N-pq^*(p, Y_i-E/N)) \qquad (3)$$

donde $q^*(p, Y_i-E/N) = \text{argmax}_q \{U(q, Y_i-E/N-pq)$ tal que $q \in [0,Q]\}$

Como es usual, la gente elige la alternativa que le brinda la máxima utilidad. Nótese que si alguien está planeando en ir a una escuela pública, un incremento del presupuesto educativo E im-

[4] Ya que se asume que todos las personas son iguales (excepto por sus ingresos exógenos), no hay ningún "peer group effect" (como el considerado por de Bartolome, 1990), por lo que la calidad de la educación pública depende sólo del número de estudiantes en las escuelas públicas.

[5] En el lado derecho de (1), (2) y (3), los argumentos de las funciones de utilidad son los valores de q y z que se "consumen" en cada alternativa.

plica mayores impuestos pero una calidad educativa superior, por lo que el efecto neto sobre la utilidad es ambiguo. El análisis se centrará en el caso "normal" en el que un incremento en el gasto público en educación no aleja a nadie de la escuela pública, caso que parece ser el más relevante en el mundo real.

Se define a A(E,J) como el conjunto de individuos cuya opción preferida es PU cuando el gasto público en educación es E, y esperan J estudiantes (incluyéndose en el grupo) en las escuelas públicas. Un equilibrio es definido como un $J^* \in [0,N]$ tal que

(a) para cada individuo i, i maximiza su utilidad dados Y_i, w, E, N, p, y J^*.

(b) $J^* = \{$número de i, tal que $i \in A(E,J^*)\} \equiv F(E,J^*)$

La condición (b) dice que, para que J^* sea un equilibrio, debe ser el caso que J^* sea el número de gente que elige educación pública cuando el número esperado de estudiantes en la escuela pública es precisamente J^*. Para probar existencia y unicidad del equilibrio, debe mostrarse que si la gente maximiza su utilidad dado E, la función F(E,J) tiene un y sólo un punto fijo. Con un continuo de individuos, F(E,J) sería una función contínua y decreciente con respecto a J, que mapea [0,N] en [0,N], en cuyo caso el teorema de Brouwer sobre punto fijo podría ser aplicado directamente para mostrar existencia y unicidad. Dado que el modelo presentado es discreto, deben hacerse pequeñas modificaciones técnicas para aplicar tal teorema[6].

Antes de caracterizar el equilibrio para diferentes valores de E, es importante probar un resultado básico que será muy útil.

Proposición A: Suponer que $U(q_0,z_0) \geq U(q_1,z_1)$

donde $q_0 > q_1$
y $z_0 < z_1$

Si q y z son bienes normales,

entonces para todo $\Gamma > 0$

$$U(q_0,\ z_0 + \Gamma) > U(q_1,\ z_1 + \Gamma)$$

Prueba: Suponer, por contradicción, que existe $\Gamma>0$, tal que

$$U(q_0,\ z_0 + \Gamma) \leq U(q_1,\ z_1 + \Gamma)$$

Debido a que $U_z > 0$, existe $\epsilon \geq 0$ tal que

$$U(q_0,\ z_0 + \Gamma + \epsilon) = U(q_1,\ z_1 + \Gamma)$$

Se define
$\hat{z}(q)$ tal que $U(q_1,\ z_1) = U(q,\ \hat{z})$ y
$\phi(q)$ tal que $U(q_1,\ z_1 + \Gamma) = U(q,\ \hat{z} + \phi)$
A partir de esas definiciones, $\phi > 0$. Notar que $\hat{z}$ y ϕ son funciones de q y que,

$$\hat{z}(q_1) = z_1 \text{ y, } \phi(q_1) = \Gamma$$

[6] Una posibilidad es redefinir el equilibrio conservando la condición (a) y cambiando la (b) por
(b') existen $\alpha \in [0,1]$ y $\beta \in [0,1]$ tal que
$\alpha J^* + (1-\alpha)(J^*+1) = \beta F(E,J^*) + (1-\beta) F(E,J^*+1)$
Como F(E,J) es una función que mapea [0,N] en [0,N] y es decreciente con respecto a J, existe para cada E un J que satisface las condiciones (a) y (b').

$$\hat{z}(q_0) \leq z_0 \text{ y, } \phi(q_0) \geq \Gamma + \epsilon$$

Recordar que $q_0 > q_1$. Entonces, suponiendo que las funciones $\hat{z}(q)$ y $\phi(q)$ son diferenciables, existe un punto en el que $d\phi/dq \geq 0$. Derivando la definición de $\phi(q)$ con respecto a q se llega a

$$d\phi/dq = - U_q(q, \hat{z} + \phi)/U_z(q, \hat{z} + \phi) - d\hat{z}/dq$$

Si se deriva la definición de $\hat{z}(q)$ con respecto a q y se reagrupa, es posible obtener una expresión para $d\hat{z}/dq$, la cual al sustituirla en la expresión de arriba lleva a:

$$d\phi/dq = - U_q(q, \hat{z} + \phi)/U_z(q, \hat{z} + \phi) + U_q(q, \hat{z})/U_z(q, \hat{z})$$

Fue mostrado que para algunos puntos esta expresión debe ser ≥ 0, pero como $\phi > 0$, esto implica que $U_q(q,z)/U_z(q,z)$ es no creciente en z si lo evaluamos en esos puntos. Pero esto es falso: implica una contradicción porque si z y q son bienes normales, como fue asumido, es sencillo probar que $U_q(q,z)/U_z(q,z)$ es siempre creciente con respecto a z.

A partir de la proposición anterior se puede probar el siguiente resultado:

Proposición B: Suponer que $U(q_0, z_0) \leq U(q_1, z_1)$ donde $q_0 > q_1$ y $z_0 < z_1$

Si q y z son bienes normales, entonces para cada $\Gamma > 0$

$$U(q_0, z_0 - \Gamma) < U(q_1, z_1 - \Gamma)$$

Prueba: Por contradicción, asumir que existe $\Gamma > 0$, tal que

$$U(q_0, z_0 - \Gamma) \geq U(q_1, z_1 - \Gamma)$$

Pero luego, aplicando la proposición A, $U(q_0, z_0) > U(q_1, z_1)$ lo cual contradice el supuesto inicial de la proposición.

Se comienza con la caracterización del equilibrio para el caso en que el Estado deja a la educación en manos privadas. Si bien este caso no tiene importancia a nivel de la educación formal donde la participación estatal es amplia, es en cambio relevante para otras actividades educativas extra-escolares (idiomas, actividades artísticas, deportes, etc.).Cuando E=0, $J^*=0$ y se da el siguiente resultado:

Proposición 1: *existe un nivel de ingreso Y^ tal que un individuo con ese ingreso es indiferente entre NE y PR cuando no hay provisión pública. Además, todo individuo con un ingreso inferior a Y^ eligirá NE, mientras que todo individuo con un ingreso mayor que Y^ eligirá PR.*

Formalmente, existe un Y^ tal que $Une(\hat{Y},0)= Upr(\hat{Y},0)$.[7] Además,
(a) para cada $Y_i > \hat{Y}$; $Une(Y_i, 0) < Upr(Y_i, 0)$ y
(b) para cada $Y_i < \hat{Y}$; $Une(Y_i, 0) > Upr(Y_i, 0)$

Prueba: Para la parte de la existencia, se definen los siguientes conjuntos:

$A \equiv \{ Y \in R^+ / Une(Y, 0) \geq Upr(Y, 0) \}$
$B \equiv \{ Y \in R^+ / Une(Y, 0) \leq Upr(Y, 0) \}$

A y B son conjuntos no-vacíos. Dado que las prefe-

[7] Para facilitar la lectura, Une, Upu y Upr se expresarán como funciones sólo del ingreso y del nivel de gasto E, ignorando el resto de los argumentos (w, N y p), a los que se supone constantes.

rencias son contínuas, ambos conjuntos son cerrados. Debido a que R^+ es un conjunto "conectado", debe existir un Y tal que Une(Y, 0)=Upr(Y, 0)

Para probar la parte (a), primero se reescribe la definición de $Y^\wedge$ como,

$$U(0, Y^\wedge+w) = U(q^*(Y^\wedge), Y^\wedge-pq^*(Y^\wedge))$$

Nótese que $Y^\wedge+w > Y^\wedge-pq^*(Y^\wedge)$ y, usando $U_q>0, U_z>0$, que $q^*(Y^\wedge)>0$

Aplicando la proposición A (con $\Gamma=Y_i-Y^\wedge$) para cada $Y_i > Y^\wedge$ se llega a

$$U(0, Y_i+w) < U(q^*(Y^\wedge), Y_i-pq^*(Y^\wedge))$$

La maximización de la utilidad implica

$$U(q^*(Y^\wedge), Y_i-pq^*(Y^\wedge)) < U(q^*(Y_i), Y_i-pq^*(Y_i))$$

Aplicando transitividad,

$U(0, Y_i+w) < U(q^*(Y_i), Y_i-pq^*(Y_i))$ lo cual prueba la parte (a).

Para probar la parte (b) por contradicción, supóngase que para cada

$Y_i < Y^\wedge$, $Une(Y_i, 0) \leq Upr(Y_i, 0)$, lo cual implica que

$$U(0, Y_i+w) \leq U(q^*(Y_i), Y_i-pq^*(Y_i)).$$

Pero luego, aplicando la proposición A (con $\Gamma=Y^\wedge-Y_i$),

$$U(0, Y^\wedge+w) < U(q^*(Y_i), Y^\wedge-pq^*(Y_i))$$

Por maximización de la utilidad,

$$U(q^*(Y_i), Y^\wedge-pq^*(Y_i)) < U(q^*(Y^\wedge), Y^\wedge-pq^*(Y^\wedge))$$

y por transitividad
$U(0,\ \hat{Y}+w) < U(q^*(\hat{Y}),\ \hat{Y}-pq^*(\hat{Y}))$ lo que contradice la definición de $\hat{Y}$.

Sin intervención estatal, si $\hat{Y} \in (Y^{min}, Y^{max})$, se debería observar que sólo la gente más rica acude a la escuela (privada). Se define E^{min} como el máximo gasto en educación (en el caso "normal") para el que nadie escoge una escuela estatal. Formalmente $E \equiv \max \{E /$ para todo i, $Upu(Y_i,E) \leq Une(Y_i,E)$ o $Upu(Y_i,E) \leq Upr(Y_i,E)\}$. Aún cuando sea totalmente irrelevante desde un punto de vista práctico, en teoría existen niveles bajos de gasto ($E < E^{min}$) tal que $J^*=0$. Es simple ver que para $E > E^{min}$, $J^* > 0$. Además es posible probar que los individuos que están indiferentes entre NE, PU y PR cuando $E=E^{min}$ son los primeros en ir a la escuela pública cuando E aumenta a partir de E^{min}.

Proposición 2: *existe un nivel de ingreso $\tilde{Y}$ tal que un individuo con ese ingreso es indiferente entre NE, PU y PR cuando $E=E^{min}$. Además, todo aquel individuo con un ingreso inferior a $\tilde{Y}$ elegirá NE y todo aquel con un ingreso superior a $\tilde{Y}$ escogerá PR.*

Formalmente, existe un nivel de ingreso $\tilde{Y}$ tal que

$$Une(\tilde{Y},E^{min}) = Upu(\tilde{Y},E^{min}) = Upr(\tilde{Y},E^{min})$$

Además

(a) para cada $Y_i > \tilde{Y}$; $Upr(Y_i,E^{min}) > Upu(Y_i,E^{min})$ y $Upr(Y_i,E^{min}) > Une(Y_i,E^{min})$

(b) para cada $Y_i < \tilde{Y}$; $Une(Y_i,E^{min}) > Upu(Y_i,E^{min})$ y $Une(Y_i,E^{min}) > Upr(Y_i,E^{min})$

Prueba: para la parte de la existencia debe mostrarse que existe $Y^{\sim}$ tal que $Une(Y^{\sim},E^{min}) = Upr(Y^{\sim},E^{min})$. Para este propósito se define

$$A \equiv \{ Y \in R^{+} / Une(Y,E^{min}) \geq Upr(Y,E^{min}) \}$$

$$B \equiv \{ Y \in R^{+} / Une(Y,E^{min}) \leq Upr(Y,E^{min}) \}$$

Ambos conjuntos son no-vacíos y cerrados. Debido a que R^{+} es un conjunto "conectado", luego $Y^{\sim}$ existe.

Ahora debe probarse que:

$$Upu(Y^{\sim},E^{min}) = Une(Y^{\sim},E^{min}) = Upr(Y^{\sim},E^{min})$$

Supóngase por el absurdo que esto no es cierto. Existen, entonces, dos posibilidades:

i) $Upu(Y^{\sim},E^{min}) > Une(Y^{\sim},E^{min}) = Upr(Y^{\sim},E^{min})$, lo cual viola la definición de E^{min}.

ii) $Upu(Y^{\sim},E^{min}) < Une(Y^{\sim},E^{min}) = Upr(Y^{\sim},E^{min})$ por lo que

$$E^{min} \in C \equiv \{E / Upu(Y^{\sim},E) < Une(Y^{\sim},E)\} \quad y$$

$$E^{min} \in D \equiv \{E / Upu(Y^{\sim},E) < Upr(Y^{\sim},E)\}$$

C es un conjunto abierto por lo que existe algún E (de hecho, un número infinito) mayor que E^{min}, que pertenece a la vez a C. De igual forma podemos encontrar algún E mayor que E^{min} que pertenezca a D. La existencia de tal E viola la definición de E^{min} y prueba que

$$Upu(Y^{\sim},E^{min}) = Une(Y^{\sim},E^{min}) = Upr(Y^{\sim},E^{min})$$

Para probar el resto de la proposición, se reescribe esta igualdad como:

$$U(0,\ Y^{\sim}+w-E^{min}/N) = U(q_g(E^{min}),\ Y^{\sim}-E^{min}/N) = U(q^*(Y^{\sim}-E^{min}/N),\ Y^{\sim}-E^{min}/N-pq^*(.))$$

Es claro que

$$Y^{\sim}+w-E^{min}/N > Y^{\sim}-E^{min}/N > Y^{\sim}-E^{min}/N-pq^*(Y^{\sim}-E^{min}/N)$$

y

$$q^*(Y^{\sim}-E^{min}/N) > q_g > 0$$

Aplicando la proposición A (con $\Gamma=Y_i-Y^{\sim}$) para cualquier $Y_i > Y^{\sim}$ se llega a

$$U(q^*(Y^{\sim}-E^{min}/N),\ Y_i-E^{min}/N-pq^*(Y^{\sim}-E^{min}/N)) > U(0,Y_i+w-E^{min}/N)$$

y

$$U(q^*(Y^{\sim}-E^{min}/N),\ Y_i-E^{min}/N-pq^*(.)) > U(q_g(E^{min}),Y_i-E^{min}/N)$$

La maximización de la utilidad implica

$$U(q^*(Y_i-E^{min}/N),Y_i-E^{min}/N-pq^*(.)) > U(q^*(Y^{\sim}-E^{min}/N),Y_i-E^{min}/N-pq^*(.))$$

La prueba de la parte (a) se completa usando transitividad.
Para la parte (b), tomar cualquier $Y_i < Y^{\sim}$. Aplicando la proposición B (con $\Gamma=(Y^{\sim}-Y_i)$ a la igualdad

$$U(0,Y^{\sim}+w-E^{min}/N) = U(q_g(E^{min}),Y^{\sim}-E^{min}/N)$$

obtenemos que

$$U(0,Y_i+w-E^{min}/N) > U(q_g(E^{min}),Y_i-E^{min}/N)$$

lo cual prueba la primera parte de (b).

Para probar que $Une(Y_i,E^{min}) > Upr(Y_i,E^{min})$, supóngase por el absurdo que

$$U(0,Y_i+w-E^{min}/N) \leq U(q^*(Y_i-E^{min}/N), \quad Y_i-E^{min}/N-pq^*(.))$$

Usando la proposición A (otra vez con $\Gamma=Y^{\sim}-Y_i$)

$$U(0,Y^{\sim}+w-E^{min}/N) < U(q^*(Y_i-E^{min}/N), \quad Y^{\sim}-E^{min}/N-pq^*(.))$$

Por maximización de la utilidad y transitividad se llega a:

$$U(0,Y^{\sim}+w-E^{min}/N) < U(q^*(Y^{\sim}-E^{min}/N), \quad Y^{\sim}-E^{min}/N-pq^*(.))$$

lo cual contradice la definición de $Y^{\sim}$ y completa la prueba de la parte (b).

La proposición 2 implica que a un nivel de gasto ligeramente superior a E^{min}, sólo aquellos que tengan un ingreso de Y~ eligirán educación pública, y que toda la gente más rica que ellos irá a escuelas privadas, mientras que los más pobres no recibirán educación. Si $Y^{\sim}$ pertenece al intervalo (Y^{min},Y^{max}), las tres alternativas (NE, PU y PR) serán escogidas por al menos un individuo en la sociedad. La presencia de w, el costo de recibir educación, es esencial para este resultado, ya que con w=0 nadie eligiría NE y la primer persona que entraría al sistema educativo estatal sería la más pobre. En el Apéndice se prueba que Y^ < Y~ (ver lema 1), lo cual implica que todas las personas que no reciben educación en ausencia de intervención pública, no están entre las primeras en beneficiarse con la educación pública. Es posible mostrar también (ver lema 2 en el Apéndice) que cuando E sigue aumentando, el intervalo de gente que acude a la escuela pública se va ampliando a la derecha y a la izquierad de Y~. Se tiene entonces una situación en la que la gente en el intervalo (Y~-m, Y~+n) va a escuelas públicas, la gente con ingresos menores a Y~-m no va a la escuela, mientras que aquellos con ingresos superiores a $Y\sim+n$ prefieren ir a escuelas privadas. Obviamente este resultado depende de la distribución del ingreso antes de la intervención pública: si, por ejemplo, $Y\sim < Y^{min}$, el primero en beneficiarse de la provisión pública es la persona más pobre. Nótese, sin embargo, que si éste es el caso, $Y\hat{}$ será inferior a Y^{min}, lo cual implica que sin intervención pública toda la población decide educarse (en el sector privado), lo cual parece estar alejado de la realidad. De todas formas, la posición de $Y\hat{}$ e $Y\sim$ con respecto a Y^{min} e Y^{max} debe determinarse empíricamente.

A los efectos de graficar a la utilidad como una función sólo del ingreso es necesario agregar el supuesto de separabilidad, es decir, $U_{qz}(.)=0$. Este supuesto, más el de normalidad de q, implica $U_{zz} < 0$, es decir utilidad marginal del ingreso decreciente. Dado que $U_z > 0$, y $U_{zz} < 0$, es posible graficar a la utilidad como una función creciente y cóncava del ingreso. El paso siguiente es dibujar Une, Upu y Upr como funciones separadas y ver como interactúan. Primero se analiza lo que ocurre cuando $Y_i=0$. En ese caso, a partir de (1), (2) y (3), se obtiene

$Une(0,E)=U(0, w-E/N)$, $Upu(0,E)=U(q_g(E), -E/N)$ y

$Upr(0,E) =U(0,-E/N)$. Se asume que

$$U(0,x) > U(y,-z) \text{ para cada } y,z > 0,\ x > -z$$

Este supuesto, que en términos generales indica que es preferible no ir a la escuela que morir de hambre, implica

$$Une(0,E) > Upu(0,E) \geq Upr(0,E) \qquad (*)$$

Diferenciando (1), (2) y (3) con respecto a Y_i, se obtienen las pendientes de las tres curvas.

$$\delta Une(Y_i,E)/\delta Y_i = \delta U(0,\ Y_i + w - E/N)/\delta z_i \quad > 0$$
$$\delta Upu(Y_i,E)/\delta Y_i = \delta U(q_g(E),\ Y_i - E/N)/\delta z_i \quad > 0$$

$$\delta Upr(Y_i,E)/\delta Y_i = \delta U(q^*(Y_i-E/N),\ Y_i-E/N-pq^* *(Y_i- E/N))/\delta z_i \quad > 0$$

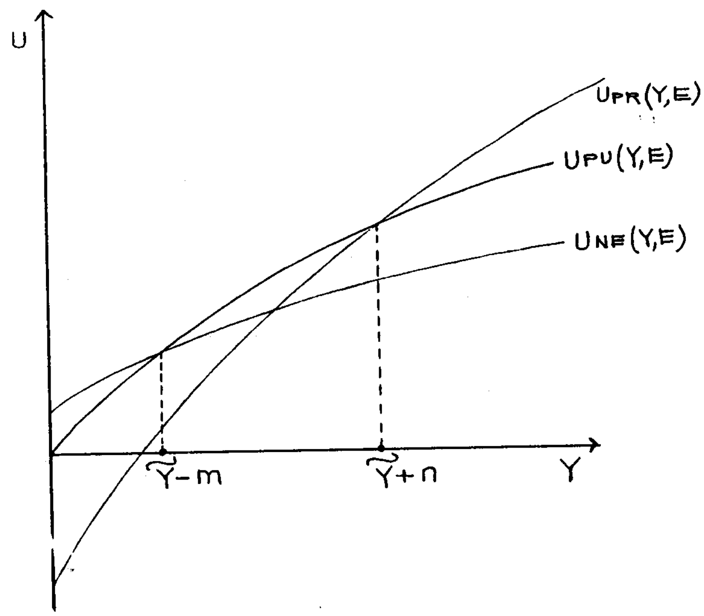
Para comparar las pendientes, notar que

$$Y_i + w - E/N > Y_i - E/N \geq Y_i-E/N-pq^*(Y_i-E/N)$$

Luego, usando $U_{qz} = 0$ y $U_{zz} < 0$

$$\delta Une(Y_i,E)/\delta Y_i < \delta Upu(Y_i,E)/\delta Y_i \leq \delta Upr(Y_i,E)/\delta Y_i \quad (**$$

Las condiciones (*) and (**) implican la pro piedad del "único cruce" y permiten dibujar el si guiente gráfico.



Nuevamente aparece claro que para ciertos valores de E, la gente de más bajos ingresos (Y_i entre Y^{min} e Y~-m) prefiere no educarse (el valor de Une es superior al de Upu y Upr), la de ingresos medios (Y_i entre Y~-m e Y~+n) prefiere educación pública (Upu es superior a cualquiera de las otras dos alternativas) y la de ingresos altos (Y_i entre Y~+n e Y^{max}) opta por la educación privada (Upr brinda mayor utilidad que Une y Upu).

La educación pública funciona como un mecanismo redistributivo desde aquellos individuos que no la aprovechan (pero la pagan), hacia aquellos que hacen uso de ella. En este modelo, el poder redistributivo de la educación pública radica en el hecho que existen personas que se autoexcluyen de la provisión pública, a pesar de que ésta es gratuita. Las razones de tal autoexclusión son diferentes según los grupos de ingresos: los "pobres" no van a la escuela pública porque el costo de oportunidad de educarse es muy alto en comparación con sus ingresos, mientras que los ricos no van a establecimientos estatales porque prefieren pagar una educación privada de mayor calidad.

Eventualmente, a medida que aumentamos el valor de E, o bien Y~-m=Y^{min} e Y~+n < Y^{max} o Y~+n = Y^{max} e Y~-m > Y^{min}. En el primer (segundo) caso, sólo los ricos (pobres) no se benefician de la educación pública. La distribución pre-intervención estatal determina cual situación surge primero. Si se continúa aumentando E, se llega a un punto donde $J^*=N$, situación en la que todos acuden a la escuela pública. En ese caso extremo la calidad de la educación estatal es tan alta que los pobres renuncian al salario w para educarse, mientras que los ricos dejan la escuela privada por una educación pública gratis y de alta calidad. El gasto en educación, sin embargo, deja en este punto de ser redistributivo[8].

II. Consideraciones normativas

Como se ha visto, la educación pública actúa como una transferencia desde la gente que no va a la escuela pública hacia aquellos que aprovechan la provisión estatal. Pero como toda transferencia en bienes y servicios, la educación pública implica una pérdida de bienestar que puede incluso ser superior a las potenciales ganancias sociales provenientes de una mejor distribución.

Se introduce la función $m(Y_i,E)$, que representa la "variación equivalente" para el individuo i asociada con el nivel de gasto público en educación E. Supóngase que un individuo i obtiene un nivel de utilidad Uo cuando el gasto es E. La función $m(Y_i,E)$ indica la cantidad del numéraire que ese individuo tiene que ceder, o la que requiere que se le otorgue, a partir de una situación de no intervención estatal, para llegar al nivel de utilidad Uo. La "variación equivalente" puede ser entonces interpretada como el "valor" que un individuo le otorga a la intervención pública. Puede probarse que:

Proposición 3: *El valor que un individuo le otorga a la provisión pública de educación nunca es superior a la transferencia monetaria que tal individuo podría recibir, en el caso en que el Estado distribuyera el presupuesto educativo en dinero en*

[8] Debe notarse, sin embargo, que si bien el gasto no redistribuye, puede ocurrir que su forma de financiarlo lo haga. De esta manera, el paquete fiscal gasto-impuesto cambia la distribución del ingreso. Eso, de hecho ocurriría con cualquier sistema impositivo más realista que el de imposición igual per-cápita.

forma igualitaria entre todos aquellos que eligen educación pública cuando el presupuesto es E. Específicamente,

a) Si $q_g(E) = q^*(p, Y_i + E/J - E/N)$ luego, $m(Y_i,E) = E/J - E/N$

b) Si $q_g(E) <> q^*(p, Y_i + E/J - E/N)$ luego, $m(Y_i,E) < E/J - E/N$

Prueba:
(a) Si $q_g(E) = q^*(p, Y_i + E/J - E/N)$ entonces

$$U(q_g(E),\ Y_i-E/N) = U(q^*(Y_i+E/J-E/N),\ Y_i+E/J-E/N- -pq^*(Y_i+E/J-E/N))$$

Esto es así porque $Y_i-E/N = Y_i+E/J-E/N-pq^*(Y_i+E/J- -E/N)$,
lo cual proviene de

$$\begin{aligned} Y_i+E/J-E/N-pq^*(Y_i+E/J-E/N) &= Y_i+E/J-E/N-pq_g(E) \\ &= Y_i+E/J-E/N-p(E/Jp) \\ &= Y_i-E/N \end{aligned}$$

Por definición de $m(Y_i,E)$,

$$U(q_g(E),\ Y_i-E/N) = U(q^*(Y_i+m(Y_i,E)),\ Y_i+m(Y_i,E)- -pq^*(Y_i+m(Y_i,E))$$

Entonces,

$$\begin{aligned} &U(q^*(Y_i+E/J-E/N), Y_i+E/J-E/N-pq^*(.)) = \\ &\quad = U(q^*(Y_i+m(Y_i,E)), Y_i+m(Y_i,E)-pq^*(.)) \end{aligned}$$

Por contradicción, asumir que $m(Y_i,E) > E/J-E/N$. Luego, por normalidad de q,

$$q^*(Y_i+m(Y_i,E) > q^*(Y_i+E/J-E/N).$$

Entonces tiene que ser el caso que $Y_i + m(Y_i,E)- -pq^*(Y_i+m(Y_i,E)) < Y_i+E/J-E/N-pq^*(.)$ lo que viola la normalidad de z. El mismo razonamiento se aplica para eliminar el caso en que $m(Y_i,E) < (E/J-E/N)$.

(b) Si $q_g(E)$ <> $q^*(p, Y_i + E/J - E/N)$ lueg

$U(q_g(E), Y_i-E/N) < U(q^*(Y_i+E/J-E/N), Y_i+E/J$-
$-pq^*(Y_i+E/J-E/N))$. Para ver esto, notai
canasta $(q_g(E), Y_i-E/N)$ puede ser comprad
ingreso $Y_i+E/J-E/N$, pero sin embargo no es
en equilibrio. Luego, combinando la ecuac
via con la definición de $m(Y_i,E)$ se llega

$$U(q^*(Y_i+E/J-E/N), Y_i+E/J-E/N-pq^*(.)) >$$
$$>U(q^*(Y_i+m(Y_i,E)), Y_i+m(Y_i,E)$$

Suponemos por contradicción que $m(Y_i,E) \geq$

En consecuencia, $q^*(Y_i+m(Y_i,E) \geq q^*(Y_i+E/J-E$

Luego, debe ocurrir que $Y_i+m(Y_i,E)-pq^*(Y_i+$
$\leq Y_i+E/J-E/N-pq^*(.)$ lo cual viola la normal
z.

Para interpretar esta proposición, nó
(E/J-E/N) es la transferencia monetaria pc
que podrían recibir quienes escogen PU cu
gobierno provee educación pública con pres
E. Si se le da ese monto a una persona con
Y_i y elige $q_g(E)$ en el sector privado, eso s
ca que esa persona es indiferente entre una
ferencia monetaria de (E/J-E/N) y una tran
cia que consiste en educación pública de
$q_g(E)$ e impuestos por E/N. Cualquier otro
duo con un ingreso diferente eligirá un v
q (y de z) en el sector privado diferente
(y de Y_i-E/N), si es que se le otorga una t
rencia de (E/J-E/N). En consecuencia, es cl
ese individuo tendría una pérdida si es "f
a consumir $q_g(E)$ en el sector público. Esto
fica que evaluará la transferencia "en ser
en menor medida que la transferencia moneta
se define a Y^* como el nivel de ingreso

cual $q_g(E)=q^*(p, Y^*+E/J-E/N)$, entonces cuanto más diferente de Y^* es el ingreso de un individuo, más diferente de $q_g(E)$ será su elección de q. Por lo tanto, su valuación de la transferencia en educación pública será menor. La proposición 4 agrega más a este punto.

Se considerará un caso para el que

$$Y^{min} < Y^{\sim}-m < \hat{Y} < Y^{\sim}+n < Y^{max}$$

esto es, un caso en donde las tres opciones (NE, PU y PR) son elegidas por alguien en el equilibrio. En lo que sigue, se fija un valor de E y se analiza la manera en que cada grupo evalúa tal política.

Proposición 4: *La variación equivalente asociada con un gasto público de E, para todos los individuos que no reciben educación pública es igual a -E/N. Para todos aquellos que escogen ir a una escuela pública, la variación equivalente es creciente (decreciente) cuando el ingreso es menor (mayor) que Y^*.*

Formalmente

(a) para cada $Y_i \in [Y^{min}, Y^{\sim}-m]$; $m(Y_i,E) = -E/N$

(b) para cada $Y_i \in (Y^{\sim}-m, Y^*)$; $\delta m(Y_i,E)/\delta Y_i > 0$
para cada $Y_i \in (Y^*, Y^{\sim}+n)$; $\delta m(Y_i,E)/\delta Y_i < 0$

(c) para cada $Y_i \in [Y^{\sim}+n, Y^{max}]$; $mi(Y_i, E) = -E/N$

Prueba: Se da la prueba para el caso en que

$$Y^{min} < Y^{\sim}-m < Yo < \hat{Y} < Y^{\sim}+n < Y^{max}$$

donde Yo se define como el nivel de ingreso para el que

$$U(0,\ Yo+w+m(Yo,E)) = U(q^{*}(Yo+m(Yo,E)),\ Yo+m(Yo,E)-pq^{*}(.))$$

Dada una transferencia $m(Yo,E)$, el individuo con ingreso Yo estará indiferente entre NE y PR. Dado el ordenamiento de valores críticos de Y asumido arriba, es posible dividir a la población en cinco grupos, de acuerdo a la decisión antes de la intervención pública (AIP), después de la intervención pública (DIP) y sin educación pública pero con una transferencia $m(Y_i,E)$ (T).

(a) Grupo 1 ($Y_i \in [Y^{min}, Y\sim-m]$, AIP=NE, DIP=NE, T=NE):
$U(0,\ Y_i + w - E/N) = U(0,\ Y_i + w + m(Y_i))$[9]. Luego, $m(Y_i) = -E/N$

(b) Grupo 2 ($Y_i \in (Y\sim-m,\ Yo)$, AIP=NE, DIP=PU, T=NE)

$$U(q_g(E),\ Y_i - E/N) = U(0,\ Y_i + w + m(Y_i))$$

Usando la proposición A (con $\Gamma=e$, para un pequeño $e>0$)

$$U(q_g(E),\ Y_i+e - E/N) > U(0,\ Y_i+e + w + m(Y_i))$$

Además, por definición de $m(Y_i+e)$

$$U(q_g(E),\ Y_i+e - E/N) = U(0,\ Y_i+e + w + m(Y_i+e))$$

Combinando las últimas dos ecuaciones y usando $U_z > 0$, se ve que $m(Y_i+e) > m(Y_i)$ y luego, $\delta m(Y_i)/\delta Y_i > 0$.

Grupo 3 ($Y_i \in [Yo,\ \hat{Y})$, AIP=NE, DIP=PU, T=PR) y grupo 4 ($Y_i \in [\hat{Y},\ \tilde{Y}+n)$, AIP=PR, DIP=PU, T=PR)

Por la definición de $m(Y_i)$,

[9] Dado que E queda fija en este análisis, se la elimina de los argumentos de la función m(.).

$$U(q_g(E), Y_i - E/N) = U(q^*(Y_i + m(Y_i)), Y_i + m(Y_i) - pq^*(Y_i + m(Y_i))) \quad (A.1)$$

.para cada $Y_i < Y^*$,

$$q_g(E) = q^*(Y^* + E/J - E/N) > q^*(Y_i + E/J - E/N) > q^*(Y_i + m(Y_i)) \quad (A.2)$$

donde se usa la proposición 3 para llegar a la última desigualdad. Luego, a partir de (A.1),

$$Y_i - E/N < Y_i + m(Y_i) - pq^*(Y_i + m(Y_i)) \quad (A.3)$$

Tómese un $e>0$ pequeño. Por definición de $m(Y_i+e)$,

$$U(q_g(E),\ Y_i + e - E/N) = U(q^*(Y_i + e + m(Y_i + e)),\ Y_i + e + m(Y_i + e) - pq^*(.))$$

Asúmase por contradicción que $\delta m(Y_i)/\delta Y_i \leq 0$. Esto significa que si reemplazamos $m(Y_i+e)$ por $m(Y_i)$ en la ecuación de arriba, obtenemos

$$U(q_g(E),\ Y_i + e - E/N) \leq U(q^*(Y_i + e + m(Y_i + e)),\ Y_i + e + m(Y_i) - pq^*(.))$$

Las desigualdades (A.2) y (A.3) nos permiten aplicar la proposición B (con $\Gamma=e$) que implica

$$U(q_g(E),\ Y_i - E/N) < U(q^*(Y_i + e + m(Y_i + e)),\ Y_i + m(Y_i) - pq^*(.)) < U(q^*(Y_i + m(Y_i)),\ Y_i + m(Y_i) - pq^*(.))$$

lo que contradice la ecuación (A.1).

. Para cada $Y_i > Y^*$ se quiere probar que

$$q_g(E) < q^*(Y_i + \ + m(Y_i))$$

Sabemos que $q_g(E) = q^*(Y^* + E/J - E/N)$, por lo que se requiere probar que

$$Y_i + m(Y_i) > Y^* + E/J - E/N$$

Supóngase que esto es falso, lo que significa que

$Y_i + m(Y_i) \leq Y^* + E/J - E/N$. Luego,

$$U(q_g(E),\ Y_i - E/N) = U(q^*(Y_i+m(Y_i)),\ Y_i+m(Y_i)- -pq^*(Y_i+m(Y_i)))$$

$$\leq U(q^*(Y^*+E/J-E/N),\ Y^*+E/J-E/N-pq^*(.))$$

$$= U(q_g(E),\ Y^* - E/N)$$

Pero $U(q_g(E),\ Y_i - E/N) \leq U(q_g(E),\ Y^* - E/N)$ es una contradicción ya que $Y_i > Y^*$ y $U_z > 0$.

Ahora, sabiendo que $q_g(E) < q^*(Y_i + m(Y_i))$, se asume por el absurdo que $\delta m(Y_i)/\delta Y_i \geq 0$ para $Y_i > Y^*$. En ese caso, para cada $e>0$ pequeño, $m(Y_i+e) \geq m(Y_i)$. Aplicar la proposición A (con $\Gamma=e$) sobre (A.1) implica que

$$U(q_g(E),Y_i+e-E/N) < U(q^*(Y_i+m(Y_i)),Y_i+e+m(Y_i)- -pq^*(Y_i+m(Y_i)))$$

(por max.ut.) $< U(q^*(Y_i+e+m(Y_i)),Y_i+e+m(Y_i)- pq^*(Y_{i+} +e+m(Y_i))$

(por normalidad) $< U(q^*(Y_i+e+m(Y_i+e)),Y_i+e+m(Y_i+e)- -pq^*(.))$ lo que contradice la definición de $m(Y_i- +e)$.

(c) Grupo 5 ($Y_i \in [Y\sim+n,\ Y^{max}]$, AIP=PR, DIP=PR, T=PR)

$$U(q^*(Y_i-E/N),\ Y_i-E/N-pq^*(Y_i-E/N)) = = U(q^*(Y_i+m(Y_i)),Y_i+m(Y_i)-pq^*(.)) \quad (A.4)$$

Asúmase que $m(Y_i)< -E/N$. Luego, por normalidad de q,

$$q^*(Y_i-E/N) > q^*(Y_i+m(Y_i)) \quad (A.5)$$

y por normalidad de z,

$$Y_i-E/N-pq^*(Y_i-E/N) > Y_i+m(Y_i)-pq^*(Y_i+m(Y_i) \quad (A.6)$$

Pero, debido a que $U_q > 0$ y $U_z > 0$, (A.5) y (A.6) tomadas en conjunto violan (A.4).

La misma línea de razonamiento se aplica para probar que es imposible que $m(Y_i) > -E/N$.

Los individuos con ingresos inferiores a Y~-m y superiores a Y~+n no reciben educación pública, por lo que están peor con la política estatal, lo cual se ve reflejado en el valor negativo de la variación equivalente. No es posible determinar el signo de m(.) para los otros grupos, pero se puede decir algo acerca de su derivada con respecto al ingreso, por lo que es posible saber quienes se benefician más con la política de educación pública del tipo considerada.

Se toma ahora un enfoque diferente; nos concentramos en un individuo y analizamos su evaluación de diferentes valores de E. Es claro que cuando E es tan bajo que el individuo decide no acudir a la escuela, estará peor con la política de provisión pública, dado que tiene que pagar impuestos sin recibir nada a cambio. Cuando E toma un valor tal que el individuo se encuentra indiferente entre NE y PU o entre PR y PU, éste estará también peor con la provisión pública que sin ésta. Formalmente, se debe notar que, o bien la indiferencia es entre PU y NE y

$$U(q_g(E),\ Y_i-E/N) = U(0,\ Y_i+w-E/N) < U(0,\ Y_i+w)$$

o es entre PU y PR y luego,

$$U(q_g(E),\ Y_i-E/N) = U(q^*(Y_i-E/N),\ Y_i-E/N-pq^*(Y_i-E/N)) < U(q^*(Y_i),\ Y_i-pq^*(Y_i))$$

Debido a que las desigualdades son estrictas, no sólo el "individuo marginal" sino también algunos "individuos intramarginales" están aprovechando la educación pública gratuita y sin embargo se encuentran peor que sin intervención estatal.

Debe notarse que posteriores incrementos en

E pueden aumentar la utilidad que una persona deriva de concurrir a una escuela pública. Para profundizar más sobre este punto, se define $\pi(E)\equiv(J(E)/N)p$. $\pi(E)$ es el precio (sombra) que un individuo paga por una unidad adicional de calidad cuando la está "comprando" en el sector público. Se define $q^*(\pi(E), Y_i)$ como el nivel de calidad demandado al precio $\pi(E)$ con un ingreso de Y_i.

Proposición 5: *Si un individuo decide ir a la escuela pública, su variación equivalente será creciente (decreciente) con respecto a E si $q^*(\pi(E), Y)$ es mayor (menor) que $q_g(E)$.*

Formalmente, si E es tal que $Upu(Y,E) > Une(Y,E)$ y $Upu(Y,E) > Upr(Y,E)$

(i) $\delta m(Y,E)/\delta E = 0$ si $q^*(\pi(E), Y) = q_g(E)$
(ii) $\delta m(Y,E)/\delta E < 0$ si $q^*(\pi(E), Y) < q_g(E)$
(iii) $\delta m(Y,E)/\delta E > 0$ si $q^*(\pi(E), Y) > q_g(E)$

Prueba: Es necesario analizar que es lo que sucede con los grupos 2, 3 y 4 definidos en la prueba de la proposición anterior.
Para el grupo 2, tenemos que

$$U(q_g(E), Y-E/N) = U(0, Y+w+m(Y,E))$$

Derivando ambos lados con respecto a E y reagrupando,

$$\delta m(E)/\delta E = [U_q(q_g(E),Y-E/N)/U_z(q_g(E),Y-E/N)](1/Jp)- -(1/N) \qquad (B.1)$$

Para los grupos 3 y 4

$$U(q_g(E), Y-E/N) = U(q^*(Y+m(Y,E)), Y+m(Y_i,E)- -pq^*(Y+m(Y,E)))$$

Derivando con respecto a E, usando el teorema de la envolvente y reagrupando, obtenemos nuevamente la expresión (B.1). Luego, para todo individuo en los grupos 2, 3 y 4, el signo de $\delta m(E)/\delta E$ depende del signo del lado derecho de (B.1). Por ejemplo

$\delta m(E)/\delta E=0$ sii

$$U_q(q_g(E),Y-E/N)/U_z(q_g(E),Y-E/N) = (J/N)p \equiv \pi$$

Usando la definición de q_g, se reemplaza E por $Jq_g(E)p$ y se usa $\pi(E)\equiv(J/N)p$ para obtener la condición

$$U_q(q_g(E),\ Y-\pi q_g(E))/U_z(q_g(E),\ Y-\pi q_g(E)) = \pi \qquad (B.2)$$

. A partir de la condición de primer orden de la maximización de la utilidad sabemos que,

$$U_q(q^*(\pi,Y),\ Y-\pi q^*(\pi,Y))/U_z(q^*(\pi,Y),\ Y-\pi q^*(\pi,Y)) = \pi \qquad (B.3)$$

Luego, a partir de (B.2) y (B.3), $\delta m(Y,E)/\delta E=0$ si $q^*(\pi,Y)=q_g(E)$.

Para las partes (b) y (c), usar el hecho que $U_q(q,z)/U_z(q,z)$ es creciente con respecto a z y decreciente con respecto a q. Por ejemplo, si $q^*(\pi,Y)<q_g(E)$ luego,

$$U_q(q^*(\pi,Y),\ Y-\pi q^*(\pi,Y))/U_z(.) > U_q(q_g(E),\ Y-\pi q_g(E))/U_z(.)$$

Por maximización de la utilidad

$$U_q(q^*(\pi,Y),\ Y-\pi q^*(\pi,Y))/U_z(.) = \pi$$

Luego, $U_q(q_g(E),\ Y-\pi q_g(E))/U_z(.) < \pi$ y $\delta m(E)/\delta E < 0$.

Supóngase que $q^*(\pi(E),\ Y) > q_g(E)$. Nótese que los puntos asociados con estos valores de q, están en la misma línea presupuestaria por lo que, dados los supuestos hechos respecto a las preferencias, el individuo que está recibiendo educación de calidad $q_g(E)$ está dispuesto a pagar más que π por una unidad adicional de calidad. Sin embargo, debe "pagar" sólo π para obtener esa mejora de calidad en la escuela pública. En consecuencia, es claro que un incremento en E le será beneficioso. Sin embargo, nótese que cuando E aumenta, $q_g(E)$ sube mientras que J y luego π suben también, lo cual hace que $q^*(\pi(E),\ Y)$ baje. Luego, una situación contraria a la analizada ($q^*(\pi(E),Y) < q_g(E)$) es cada vez más probable que ocurra. Razonando de la misma manera, es posible concluir que en este último caso, un incremento en E es perjudicial para un individuo, a pesar de que se beneficia con el incremento en la calidad de la provisión pública.

Finalmente, cuando el presupuesto educativo es lo suficientemente alto como para que todos concurran a la escuela pública ($J^*=N$), la provisión estatal será Pareto-inferior porque la pérdida de bienestar por la transferencia en servicios se aplica a todos los individuos.

Proposición 6: *Cuando el gasto en educación es suficientemente alto como para que todos los individuos escojan PU, todos estarían mejor sin la intervención estatal.*

Prueba: se define

$$E^{max} \equiv \min \{E \backslash \text{ para cada } i, \quad Upu(Y_i, E) > Une(Y_i, E)$$

y

$$Upu(Y_i, E) > Upr(Y_i, E)\}$$

Si $E \geq E^{max}$ luego, para cada i
o bien $Une(Y_i, 0) \geq Upu(Y_i, E)$
o $Upr(Y_i, 0) \geq Upu(Y_i, E)$

Por definición de E^{max}, si $E \geq E^{max}$ luego $J^* = N$ y $q_g=(E/N)(1/p)$. En ese caso, la canasta (q_g, Y_i - E/N) consumida bajo la intervención pública está disponible con un ingreso Y_i al precio p, y entonces disponible si es que no hay provisión pública. Sin embargo, la gente elige o la canasta $(0,Y_i+w)$ o $(q^*(Y_i),\ Y_i - pq^*(Y_i))$.
En consecuencia, se revela que ambas canastas son al menos tan buenas como $(q_g,Y_i-E/N)$.

Claramente, el supuesto de igual impuesto per-cápita es esencial en este punto. Si toda la población va a la escuela pública, entonces no habrá transferencias. Esto, agregado al hecho de que al ser uniforme el nivel de calidad en el sector público, (casi) nadie consume su nivel óptimo deseado, implica que la provisión pública es Pareto-inferior: todos estarían igual o mejor sin la intervención estatal.

Para tratar la cuestión del tamaño óptimo del presupuesto educativo se define una función de bienestar social con la siguiente forma

$$W(E) = \sum_{i=1}^{N} \sigma_i V(Y_i, E)$$

donde $V(Y_i, E)$ es la función indirecta de utilidad y σ_i es el ponderador de la utilidad del individuo i en la función de bienestar. $\Theta_i \equiv \sigma_i(\delta V(Y_i,E)/\delta Y_i)$ es la utilidad marginal social del ingreso del individuo i, la que puede ser interpretada como el ponderador social del ingreso del individuo i. En el Apéndice se muestra que la condición suficiente para que la provisión pública sea óptima, es que la suma ponderada de las variaciones equivalentes (con Θ_i como ponderadores) sea positiva (formalmente; si $\Sigma_i \Theta_i m(Y_i,E) > 0$, luego $W(E) > W(0)$). Si el planificador social puede encontrar al menos un valor de E tal que la suma ponderada de las variaciones equivalentes sea positiva, entonces la intervención estatal, a ese nevel de E, estará justificada. Sin embargo, nótese (ver la prueba en el Apéndice) que la suma (no ponderada) de las variaciones equivalentes es siempre negativa ($\Sigma_i m(Y_i,E) < 0$). En el agregado, existe una pérdida de bienestar al hacer las transferencias en bienes y servicios, en lugar de hacerlas en dinero.[10] El programa de educación pública es un sistema de transferencias que distorsiona el comportamiento. Supóngase por ejemplo que $\Theta_i = \Theta_j$ para cada i, j. En ese caso es simple ver que la condición suficiente para que la provisión estatal sea óptima, no se cumple. La razón reside en que estamos trabajando con un modelo en el que la utilidad social de la educación reside únicamente en su poder redistributivo. Un caso donde $\Theta_i = \Theta_j$ implica que la distribución no es un problema ya que la función de bienestar social es utilitaria y las utilidades marginales del ingreso son iguales entre individuos.

Con un propósito ilustrativo, tómese un caso extremo con sólo tres individuos (x, y, z) con ingresos diferentes (Y_x, Y_y, Y_z). Se asume que la función de utilidad indirecta es lineal. Supóngase que el individuo x se beneficia con la provisión pública de educación ($m(Y_x) > 0$), mientras que los otros dos se perjudican con la intervención estatal ($m(Y_y)=m(Y_z) < 0$). Debido a la linearidad de la función de utilidad indirecta, la educación pública es socialmente deseable si

$$\sigma_x\, m(Y_x) + \sigma_y\, m(Y_y) + \sigma_z\, m(Y_z) > 0 \qquad (4)$$

Usando la proposición 3, $m(Y_x) < (2/3)E$ y a partir de la proposición 4, $m(Y_y)=m(Y_z)=-(E/3)$ por lo que una condición necesaria para que (4) se cumpla es

$$2\sigma_x > \sigma_y + \sigma_z \qquad (5)$$

Ahora, hágase el siguiente juicio de valor:

[10] La inferioridad de las trasferencias en bienes o servicios depende de la forma de los impuestos y de los supuestos sobre la oferta de trabajo (ver Guesnerie y Roberts, 1984 y Gahvari, 1992).

la ponderación social de un individuo decrece con su ingreso.

$$\sigma_i > \sigma_j \quad \text{sii } Y_i < Y_j \tag{6}$$

Si ignoramos la existencia de costos en el aprovechamiento de la provisión pública (w=0), y tenemos una situación donde sólo el pobre se beneficia de la escuela pública, (5) se transforma en

$$2\sigma_P > \sigma_M + \sigma R \tag{5'}$$

donde P=individuo más pobre, M=individuo con ingresos medios y R=individuo con ingresos altos. Si imponemos el juicio de valor (6), la condición (5') se cumple para cualquier σ_P, σ_M y σ_R con independencia de la estructura de los ponderadores (siempre y cuando se le otorgue al pobre una ponderación superior). Supóngase ahora que se reconoce la existencia de costos (w>0), y que se llega a una situación como la descripta en la sección anterior, donde la persona de clase media se beneficia con la provisión pública (i.e. x=M). La condición (5) se transforma en

$$(\sigma_M - \sigma_R) > (\sigma_P - \sigma_M) \tag{5''}$$

En este caso (6) no es suficiente para ver si (5'') se cumple, por lo que se debe poner más estructura sobre los ponderadores para decidir sobre la optimalidad de la provisión pública. Nótese que las dos posiciones tradicionales extremas (la Rawlsiana y la Benthamiana) coinciden en que la provisión pública no es deseable. Para ver esto, notar que con $\sigma_P>0$, $\sigma_M=\sigma_R=0$ (Rawls) y con $\sigma_P=\sigma_M=\sigma_R$ (Bentham), la condición (5'') no se cumple. Es concebible, sin embargo, que existan criterios intermedios para los que la provisión pública sea socialmente óptima.

Finalmente, se analizará el valor óptimo del gasto en educación. Supóngase que existen valores de E para los cuales $W(E) > W(0)$. En ese caso y derivando la función de bienestar social se obtiene:

$$\delta W(E)/\delta E = \Sigma_i\, \sigma_i(\delta V(Y_i, E)/\delta E)) = \Sigma_i \sigma_i V_z(.)(\delta m(.)/\delta E))$$
$$= \Sigma_i\, \sigma_i[V_q(Y_i, E)(1/Jp)-V_z(Y_i,E)(1/N)]$$

Si se incrementa el gasto público en educación en un peso, la calidad en las escuelas públicas aumentará en (1/Jp), lo que representa $V_q(.)(1/Jp)$ en términos de utilidad para un consumidor. Para financiar ese incremento, cada persona debe pagar (1/N) en impuestos lo que representa $U_z(.)(1/N)$ en términos de utilidad. La suma de ambos efectos puede ser interpretada como el beneficio marginal privado neto de E. Tal como se desprende de la proposición 5, se espera que ese término sea positivo para algunas personas y negativo para otras. Para computar el efecto de un incremento en el gasto sobre el bienestar social, el gobierno debe sumar los beneficios marginales privados netos, dándole a cada uno una ponderación. Como es usual, una solución interior requiere $\delta W(E)/\delta E = 0$ y $\delta^2 W(E)/\delta E^2 < 0$. Desafortunadamente, no es posible decir mucho más que ésto sin conocer la forma particular de las preferencias, la distribución del ingreso previa a la intervención estatal y las ponderaciones otorgadas por el planificador social a cada individuo.

III. Consideraciones finales

Se muestra que en un modelo de elección discreta que incluye educación privada y pública y que reconoce la existencia de costos en acudir a la escuela, es probable que la educación pública resulte en una transferencia de los pobres y los ricos hacia la clase media. Si tal situación es la que emerge, un acuerdo sólo sobre cuestiones básicas acerca de como evaluar cambios en la distribución, no será suficiente para decidir si una política de educación pública es deseable o no.

La provisión pública de educación implica una pérdida de bienestar que es la usual en toda transferencia en bienes o servicios. En consecuencia, para que una política educativa sea considerada óptima desde un punto de vista social, la distribución debe mejorar lo suficiente para compensar la pérdida de eficiencia por la transferencia. Ciertamente existen juicios de valor para los cuales esto no ocurre (ej. utilitarista), pero son concebibles criterios para los que la educación pública incrementa el bienestar social.

Si tenemos juicios de valor más Rawlsianos, con los supuestos extremos del modelo, la educación pública gratuita no parece ser una buena idea. Mecanismos que debiliten el efecto de los costos de oportunidad de la educación, podrían complementar la educación pública gratuita para hacerla socialmente deseable. Se muestra en el artículo que en muchos casos (y parecen ser los más plausibles desde un punto de vista empírico), no hay manera de redistribuir ingreso con educación pública gratuita hacia los pobres, sin hacerlo también hacia los ricos. Más aún, hay casos donde directamente es imposible redistribuir hacia los pobres usando educación pública gratuita.

Debe acentuarse que lo novedoso de este artículo reside en la manera como se obtienen los resultados, más que en los resultados en sí. El aporte de este trabajo consiste en presentar un marco básico y una forma de derivar conclusiones que podría servir para analizar con rigurosidad problemas más complicados (ej. bonos escolares, comedores escolares, escuela obligatoria, escuela pública paga, factores fijos tales como los buenos maestros, etc.).

Por supuesto, no debe olvidarse que existen muchas otras razones además de las presentadas que afectan la decisión de ir a la escuela, o de acudir a un establecimiento público o privado. Existen por supuesto también, muchos otros argumentos atendibles a favor y en contra de la educación pública más allá del argumento redistributivo presentado en este artículo. Corresponde entonces, analizar este trabajo como el aporte a un punto dentro del debate general sobre la educación.

APENDICE

Lema 1: $Y^{\wedge} < Y^{\sim}$

Prueba: Por contradicción, se asume que el lema es falso, es decir $Y^{\wedge} \geq Y^{\sim}$. Luego $Y^{\wedge} > Y^{\sim} - E^{min}/N$. A partir de la definición de $Y^{\sim}$,

$$U(0,Y^{\sim}+w-E^{min}/N)=U(q^{*}(Y^{\sim}-E^{min}/N), \quad Y^{\sim}-E^{min}/N-pq^{*}(\cdot))$$

Aplicando la proposición A (con $\Gamma=Y^{\wedge}-(Y^{\sim}-E^{min}/N)$) y a partir de la maximización de la utilidad, se obtiene

$U(0,Y^{\wedge}+w) < U(q^{*}(Y^{\wedge}),Y^{\wedge}-pq^{*}(Y^{\wedge}))$ lo cual contradice la definición de $Y^{\wedge}$.

Lema 2: para cada $E > E^{min}$ y cualquier $m>0$ y $n>0$,
(a) si $Upu(Y^{\sim}+n, E) = Upr(Y^{\sim}+n, E)$
luego, para cada $\alpha \in (0,1)$

(i) $Upu(\alpha Y^{\sim}+(1-\alpha)(Y^{\sim}+n), E) > Upr(\alpha Y^{\sim}+(1-\alpha)(Y^{\sim}+n), E)$
(ii) $Upu(\alpha Y^{\sim}+(1-\alpha)(Y^{\sim}+n), E) > Une(\alpha Y^{\sim}+(1-\alpha)(Y^{\sim}+n),E)$
(b) si $Upu(Y^{\sim}-m, E) = Une(Y^{\sim}-m, E)$
luego, para cada $\alpha \in (0,1)$

(i) $Upu(\alpha Y^{\sim}+(1-\alpha)(Y^{\sim}-m), E) > Upr(\alpha Y^{\sim}+(1-\alpha)(Y^{\sim}-m), E)$
(ii) $Upu(\alpha Y^{\sim}+(1-\alpha)(Y^{\sim}-m), E) > Une(\alpha Y^{\sim}+(1-\alpha)(Y^{\sim}-m),E)$

Prueba: Se empieza por probar la parte (a)(i). Se asume por contradicción que

$$U(q_g(E), Y^{\sim}+(1-\alpha)n-E/N) \leq$$
$$\leq U(q^{*}(Y^{\sim}+(1-\alpha)n-E/N), \quad Y^{\sim}+(1-\alpha)n-E/N-$$

$pq^*(.))$

Por la proposición A (con $\Gamma=\alpha n$), para cada
(0,1]

$$U(q_g(E),\ Y^{\sim}+n-E/N) < U(q^*(Y^{\sim}+(1-\alpha)n-E/N),\ Y^{\sim}+n\cdot$$
$$-pq^*(.))$$

A partir de la maximización de la utilidad,

$$U(q^*(Y^{\sim}+(1-\alpha)n-E/N),\ Y^{\sim}+n-E/N-pq^*(.)) <$$
$$< U(q^*(Y^{\sim}+n-E/N),\ Y^{\sim}+n-E/N-pq$$

Por transitividad,

$$U(q_g(E),Y^{\sim}+n-E/N) < U(q^*(Y^{\sim}+n-E/N),\ Y^{\sim}+n-E$$
$-pq^*(.))$ lo que const:
una contradicción de $Upu(Y^{\sim}+n,\ E) = Upr(Y^{\sim}+n$

Para probar la parte (a)(ii) notar que $\delta Upu(.)/\delta E \geq \delta Une(.)/\delta E$, $Upu(Y^{\sim},\ E) \geq Une(Y$ lo que implica que

$$U(q_g(E),Y^{\sim}-E/N) \geq U(0,Y^{\sim}+w-E/N)$$

Luego, aplicando la proposición A (con $\Gamma=(1\cdot$ para cada $\alpha \in [0,1)$ se obtiene $U(q_g(E),Y^{\sim}+(1\cdot$ $E/N) > U(0,Y^{\sim}+(1-\alpha)n+w-E/N)$ lo que complet prueba de la parte (a). La prueba de la part sigue exactamente la misma línea.

<u>Condición suficiente para que la interve estatal sea óptima</u>

Si $\Sigma_i\Theta_i m(Y_i,E) > 0$, luego $W(E) > W(0)$

Prueba: Dividir la población en tres grupos acuerdo a sus decisiones antes de la interver pública (AIP) y en el caso de transferencias $m(Y_i,E)$ (T). Se define como A al conjunt individuos que pertenecen a los grupos 1

($Y_i \epsilon [Y^{min}, Yo)$), B a los individuos del grupo 3 ($Y_i \epsilon [Yo, \hat{Y})$) y C a los de los grupos 4 y 5 ($Y_i \epsilon [\hat{Y}, Y^{max}]$) según lo definido en la prueba de la proposición 4.

$W(E)-W(0)=$

$= \Sigma_A \sigma_i [U(0, Y_i + w + m(Y_i,E)) - U(0, Y_i + w)] +$
$\Sigma_B \sigma_i [U(q^*(Y_i+m(Y_i,E)), Y_i+m(.)-pq^*(.)) - U(0, Y_i+ w)]+$
$\Sigma_C \sigma_i [U(q^*(Y_i+m(Y_i,E)), Y_i+m(.)-pq^*(.)) - U(q^*(Y_i), Y_i- pq^*(.))]$

Notar que

para $i \epsilon A$, $U(0, Y_i+w+m(Y_i,E)) = V(p, Y_i+m(Y_i,E))$
$U(0, Y_i + w) = V(p, Y_i)$

para $i \epsilon B$, $U(q^*(Y_i+m(Y_i,E), Y_i+m(.)-pq^*(.)) = V(p, Y_i+m(Y_i,E))$
$U(0, Y_i+ w) = V(p, Y_i)$

para $i \epsilon C$, $U(q^*(Y_i+m(Y_i,E)), Y_i+m(.)-pq^*(.)) = V(p, Y_i+m(Y_i,E))$
$U(q^*(Y_i), Y_i-pq^*(.)) = V(p, Y_i)$

Luego, $W(E)-W(0) = \Sigma_i \sigma_i [V(p, Y_i+m(Y_i,E)) - V(p, Y_i)]$

Por concavidad estricta de $V(p,.)$,
$[V(p, Y_i+m(Y_i,E)) - V(p, Y_i)] > (\delta V(.)/\delta Y_i) m(Y_i,E)$

Luego, $W(E) - W(0) > \Sigma_i \sigma_i(\delta V(.)/\delta Y_i) m(Y_i,E) = \Sigma_i \Theta_i m(Y_i,E)$

La transferencia en el agregado

$\Sigma_i m(Y_i,E) < 0$

Prueba: Sea F el grupo de individuos que van a la escuela pública y G, al resto de la población. Hay J individuos en F y (N-J) en G. A partir de la proposición 3, $m(Y_i,E) \leq E/J-E/N$. Para una distribución no degenerada,
$\Sigma_X m(Y_i,E) < J (E/J-E/N) = E(N-J)/N$
Para todos los individuos en G, se probó en la proposición 4 que $m(Y_i,E) = -E/N$, luego $\Sigma_Y m(Y_i,E)$

$= -(N-J)E/N$. En consecuencia,

$$\Sigma_X m(Y_i,E) + \Sigma_Y m(Y_i,E) < E(N-J)/N - (N-J)E/N = 0.$$

REFERENCIAS

ATKINSON, A.B., 1970. On the Measurement of Inequality. Journal of Economic Theory 2, 244-263.

BESLEY, T., 1991. Welfare Improving User Charges for Publicly Provided Private Goods. The Scandinavian Journal of Economics., vol. 93, No 4, 495-510.

BESLEY, T. y COATE, S., 1991. Public Provision of Private Goods and The Redistribution of Income. American Economic Review 81, 979-984.

BLACKORBY, C. y DONALDSON, D., 1988. Cash versus Kind, Self Selection and Efficient Transfers. American Economic Review 78, 691-700.

DE BARTOLOME, C.A.M, 1990. Equilibrium and Inefficiency in a Community Model with Peer Group Effects. Journal of Political Economy, 1990, vol. 98. no. 1, 110-133.

GAHVARI, F., 1992. In-Kind versus Cash Transfers in Presence of Distortionary Taxes. typescript, Virginia Polytechnic Institute & State University.

GUESNERIE, R. y ROBERTS, R., 1984. Effective Policy Tools and Quantity Controls. Econometrica 52, 59-86.

HARE, P.G. y ULPH, D.T., 1979. On Education and Distribution. Journal of Political Economy, vol. 87, no 5, 193-212.

NICHOLLS, A.L. y ZECKHAUSER, R.J., 1982. Targeting Transfers trough Restrictions on Recipients. American Economic Review Papers and Proceedings 72, 301-317.

PETREI, A.H., 1987. El gasto Público Social y sus Efectos Distributivos. ECIEL.

SELOWSKY, M., 1979. Who Benefits from Government Expenditure? A case Study of Colombia. Washington, World Bank.

STIGLITS, J.E., 1974. The Demand for Education in Public and Private School Systems. Journal of Public Economics 3, Nov. 1974, 349-385.

WORLD BANK, 1988. Brazil: Public Spending on Social Programs. Report # 7086-BR, World Bank, Washington, D.C..

UN MODELO TEORICO SOBRE EDUCACION PUBLICA Y DISTRIBUCION DEL INGRESO

RESUMEN

El artículo analiza las caracteristicas y resultados básicos de un modelo de elección discreta de educación, que incluye la posibilidad de provisión tanto pública como privada, y reconoce la existencia de costos de oportunidad en concurrir a la escuela. Asumiendo sólo propiedades ordinales de la función de utilidad e individuos que difieren sólo en sus ingresos (exógenos), se prueba que es probable que se de una situación donde "los pobres" no vayan a la escuela, la gente de ingresos medios concurra a escuelas públicas, mientras que "los ricos" prefieran acudir a escuelas privadas. También se derivan las conclusiones normativas del modelo.

A THEORETICAL MODEL ON PUBLIC EDUCATION AND INCOME DISTRIBUTION

SUMMARY

The paper studies the characteristics and basic results of a dicrete choice model on education, which allows for both public and private provision, and for opportunity costs of attending school. Only ordinal properties of the utility function are assumed. Individuals only differ in their exogenous incomes. With these assumptions it is showed that it is likely that "poor" people do not go to school, "middle income" people attend public institutions, while "rich" people choose to go to private schools. The paper also includes some normative results.