

FACULTAD DE CIENCIAS ASTRONÓMICAS Y GEOFÍSICAS



TESIS DOCTORAL

Evolución estelar y pulsaciones de estrellas de baja masa de la Secuencia Principal

Lic. Julieta Paz Sánchez Arias

Director: Dr. Alejandro H. Córscico
Co-Director: Dr. Leandro G. Althaus

La Plata, Marzo de 2019

Evolución estelar y pulsaciones de estrellas de baja masa de la Secuencia
Principal.
Versión Final

Julieta Paz Sánchez Arias
Autora

Dr. Alejandro H. Córscico
Director

Dr. Leandro G. Althaus
Co-Director

Dr. Jorge Panei
Jurado

Dr. Gabriel Ferrero
Jurado

Dr. Rene Rohrmann
Jurado

Dedicada a mis padres y a mi hermana.

RESUMEN

Las estrellas variables son objetos magníficos para explorar el interior estelar y someter a prueba teorías de evolución estelar mediante la astrosismología. La astrosismología es una potente herramienta de la astrofísica estelar que permite obtener información valiosa de una dada población estelar, como la masa estelar, la estructura interna, la metalicidad, la distancia, la velocidad de rotación, etc, mediante la comparación de observaciones y el modelado de las pulsaciones estelares.

Las estrellas variables δ Scuti (δ Sct) y γ Doradus (γ Dor) yacen en una de las más complejas e interesantes regiones del diagrama Hertzsprung-Russell (H-R), la parte inferior de la banda clásica de inestabilidad y su intersección con la Secuencia Principal (SP), hacia temperaturas comprendidas entre 6700 K y 8500 K. La complejidad y el interés de esta región reside en el gran número de diversas familias de estrellas variables transitando diferentes estadios evolutivos: la pre-SP, la SP y la post-SP.

Históricamente, las variables δ Sct son reconocidas por presentar pulsaciones en un rango de altas frecuencias, correspondientes principalmente a modos radiales y no radiales de presión (p) de bajo e intermedio orden radial (n). Por otra parte las estrellas γ Dor se distinguen por exhibir pulsaciones en un rango bajo de frecuencias, correspondientes a modos de gravedad g de alto orden radial. La banda de inestabilidad de estas estrellas se superpone parcialmente en una región en la cual encontramos a las variables denominadas híbridas δ Sct- γ Dor. Estas estrellas poseen un excelente potencial astrosismológico, dado que exhiben simultáneamente modos de oscilación p y g , los cuales permiten explorar las capas externas y a su vez el núcleo, respectivamente, abarcando por completo su estructura interna.

En esta tesis, explotamos el potencial astrosismológico de las variables híbridas δ Sct- γ Dor, haciendo uso de herramientas numéricas de última generación para modelar la evolución estelar y la estructura interna de estas estrellas, como así también el espectro de frecuencias. Además, llevamos a cabo un análisis exhaustivo de la curva de luz y el espectro de frecuencias de una estrella híbrida δ Sct- γ Dor con actividad superficial a partir de los datos proporcionados por la misión CoRoT. Algunos resultados importantes de este trabajo son la determinación de los parámetros estelares de cinco estrellas híbridas δ Sct- γ Dor y el descubrimiento de la primer estrella híbrida δ Sct- γ Dor con manchas reportada hasta el momento.

Existe además otro tipo de estrellas variables con características espectroscópicas muy similares a las δ Sct y γ Dor que pueblan parcialmente la región del diagrama $T_{\text{eff}} - \log g$ donde se hallan usualmente estas estrellas. Este tipo de variables descubierto recientemente, lo conforman los progeni-

tores de enanas blancas de masa extremadamente baja (o pre-ELMV de sus siglas en inglés) cuyo rango de frecuencias se superpone parcialmente con el de las δ Sct. La presencia de pre-ELMV en esta región aumenta la diversidad de variables y hace más compleja la correcta clasificación de estrellas en esta región. En esta tesis, brindamos además herramientas astrosismológicas para distinguir entre las variables δ Sct y los progenitores de las enanas blancas de masa extremadamente baja.

Publicaciones

Parte del trabajo realizado en esta Tesis ha sido presentada en las siguientes publicaciones:

“Asteroseismology of hybrid delta Scuti-gamma Doradus pulsating stars” Julieta P. Sánchez Arias; Alejandro H. Córscico; Leandro G. Althaus. *A&A*, 2017, 597, A29.

“Two new pulsating low-mass pre-white dwarfs or SX Phoenicis stars?” Corti, M.A.; Kanaan, A.; Córscico, A.H; Kepler, S.O.; Althaus, L. G; Koester; D.; Sánchez Arias, J.P.. *A&A*, 2016, 587, L5.

“Comparing the asteroseismic properties of pulsating pre-extremely low mass white dwarf and delta Scuti stars” Sánchez Arias, J.P.; Romero, A.D; Córscico, A.H; Pelisoli, I.; Antoci, V.; Kepler, S.O.; Althaus, L. G.; Corti, M.A..*A&A*, 2018, Aceptado, DOI: <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201731808>.

“Nuevas estrellas pre-enanas blancas pulsantes de masa extremadamente baja descubiertas en el CASLEO” Corti, M.A.; Kanaan, A.; Córscico, A.H; Kepler, S.O.; Althaus, L. G; Koester; D.; Sánchez Arias. *BAAA*, 2016, vol 58, p.144-146.

“Comparing the asteroseismic properties of pulsating pre-extremely low mass white dwarf and delta Scuti stars” Sánchez Arias, J.P.; Córscico, A.H; Romero, A.D.; Althaus, L.G.. *European Physical Journal Web of Conferences*, 2017. vol 152, DOI:<https://doi.org/10.1051/epjconf/201715205008>.

“Astrosismología de estrellas variables híbridas de secuencia principal” Julieta P. Sánchez Arias; Alejandro H. Córscico; Leandro G. Althaus.*BAAA*, 2016, vol 58, p.102-104.

“Astrosismología de estrellas variables delta Sct y gamma Dor” Julieta P. Sánchez Arias; Alejandro H. Córscico; Leandro G. Althaus.*BAAA*, 2015, vol 57, p.99-101.

“Pulsaciones de estrellas de baja masa en la Secuencia Principal” Julieta P. Sánchez Arias; Alejandro H. Córscico; Leandro G. Althaus.*BAAA*, 2013, vol 56, p.175-178.

1	Introducción	15
1.1	Breve reseña histórica	15
1.2	Pulsaciones Estelares	18
1.2.1	Modos de presión y modos de gravedad	20
1.3	Clases de Estrellas Variables	24
1.4	Estrellas δ Sct, γ Dor, híbridas δ Sct- γ Dor	32
1.4.1	Formación y evolución	33
1.4.2	Propiedades pulsacionales	36
1.5	Motivación y objetivos	41
2	Herramientas Numéricas	45
2.1	Código de evolución LPCODE	45
2.2	Código de pulsaciones LP-PUL	50
3	Estrellas híbridas δ Sct-γ Dor	54
3.1	Modelado astrosismológico	57
3.1.1	Herramientas numéricas	57
3.1.2	Grilla de simulaciones y cálculo de pulsaciones	60
3.1.3	Impacto de mezcla adicional y metalicidad en las propiedades pulsacionales	64
3.1.4	Análisis astrosismológico	78
3.1.5	Análisis de los resultados	97
3.1.6	Resumen	99
3.2	CoRoT ID 102314644: una estrella híbrida δ Sct- γ Dor con actividad superficial	101
3.2.1	Datos proporcionados por la misión CoRoT	101

3.2.2	Análisis de frecuencias	102
4	Distinguiendo estrellas δ Sct de pre-ELMV	116
4.1	Propiedades observacionales	119
4.2	Ingredientes físicos implementados.	124
4.3	Comparación astrosismológica	125
4.3.1	Perfiles químicos y diagramas de propagación	128
4.3.2	Períodos y espaciamentos de períodos	131
4.3.3	Tasa de cambio en los períodos	139
4.4	Análisis no adiabático	139
4.5	Aplicaciones	141
4.5.1	J075738.94+144827.5	141
4.5.2	J145847.02+070754.46 y J173001.94+070600.25	142
5	Conclusiones	151
A	Ecuaciones de pulsaciones	157
A.1	Resolución numérica de las ecuaciones adiabáticas	157
A.2	Ecuaciones no-adiabáticas	159
B	Tablas de Frecuencias	162

INDICE DE FIGURAS

1.1	Esquema de contornos de armónicos esféricos	21
1.2	Diagrama de propagación	25
1.3	Esquema de clasificación de objetos variables	27
1.4	Diagrama H-R sísmico.	28
1.5	Diagrama $\log g - T_{\text{eff}}$ de estrellas observadas por el telescopio espacial Kepler clasificadas como δ Sct, γ Dor e híbridas.	40
3.1	Abundancias relativas de H y He, el logaritmo del cuadrado de la frecuencia de Lamb y B-V, y la función peso correspondiente al modelo estelar típico de una estrella en la secuencia principal.	63
3.2	Diagrama H-R mostrando algunas de las secuencias evolutivas para modelos estelares con diferentes masas calculadas en esta Tesis junto con diferentes muestras de estrellas δ Sct, γ Dor e híbridas δ Sct- γ Dor.	65
3.3	Diagrama H-R que muestra el efecto del fenómeno de <i>overshooting</i> sobre las secuencias evolutivas.	66
3.4	Diagrama H-R que muestra el efecto sobre las secuencias evolutivas de considerar distintas metalicidades.	66
3.5	Perfil de la abundancia de H y el cuadrado de las frecuencias de B-V y Lamb para modelos en distintos estadios evolutivos con distintas masas.	68
3.6	Espaciamiento de períodos ($\Delta\Pi_n$) de modos g correspondientes a los mismos modelos estelares mostrados en la Fig.3.5.	70
3.7	Espaciamiento de frecuencia ($\Delta\nu$) de modos p correspondientes a los mismos modelos estelares mostrados en la Fig.3.5.	71

3.20	Períodos de modos radiales en función del orden radial n para los modelos seleccionados en el paso previo con $Z = 0.015$ y $f = 0.03$. La línea horizontal representa al valor de	93
3.21	Espaciamiento de períodos de modos g medio en función de la temperatura efectiva para modelos con $Z = 0.02$ and $f = 0$. La línea horizontal representa el espaciamiento de períodos de modos g medio observado en CoRoT 100866999.	96
3.22	Períodos de modos radiales en función del orden radial n para los modelos seleccionados en el paso anterior con $Z = 0.02$ and $f = 0$, para CoRoT 100866999.	96
3.23	Diagrama HR mostrando los modelos astrosismológicos hallados y sus respectivas secuencias evolutivas para cada estrella seleccionada.	98
3.24	Curva de luz de la estrella CoRoT ID 102314644 para diferentes escalas temporales.	103
3.25	Primer transformada de Fourier de CoRoT ID 102314644.	104
3.26	Diagrama de fase correspondiente a la frecuencia rotacional ($f_{rot} = F_8$) extraída de los datos agrupados luego de eliminar todas las frecuencias pulsacionales.	107
3.27	Porción de la curva de luz correspondiente a tres períodos de rotación, cada uno indicado con diferentes colores. Usamos los residuos luego de remover todas las frecuencias pulsacionales de los datos reagrupados (ver texto, pag. 104).	108
3.28	Diagrama de fase para $F_4 = 1.0059$ c/d, la frecuencia de mayor amplitud en el dominio γ Dor.	109
3.29	Diagrama de fase para $F_{16} = 0.4638$ c/d, frecuencia correspondiente a actividad superficial.	110
3.30	Amplitud de todas las frecuencias de modos g halladas en el dominio γ Dor.	111
3.31	Panel superior: Período en función de un orden radial arbitrario para la serie de períodos equiespaciados hallados. Panel inferior: espaciamiento de períodos en función del orden radial. La línea horizontal roja indica el espaciamiento de períodos medio junto con los errores asociados en líneas discontinuas.	112
3.32	Diagrama de fase de $F_1 = 11.3910$ c/d, la frecuencia de mayor amplitud hallada en el dominio δ Sct.	113
3.33	Amplitud de todas las frecuencias de modos p halladas en el dominio δ Sct.	115

4.1	Diagrama $T_{\text{eff}} - \log g$ con la ubicación de las estrellas ELMV, pre-ELMV, δ Sct incluídas las variables SX Phe. Se incluyeron los modelos seleccionados para la exploración de las estrellas δ Sct y pre-ELMV. Además, se muestran las secuencias evolutivas de enanas blancas de baja masa con núcleo de He y estrellas δ Sct junto con las correspondientes bandas de inestabilidad.	123
4.2	Abundancias de He y H en función del radio normalizado (paneles superiores), y diagramas de propagación (logaritmo del cuadrado de las frecuencias de Brunt-Väisälä y Lamb, paneles inferiores) correspondientes a los modelos fríos de δ Sct (panel superior) y pre-ELMV (panel inferior) indicados con un triángulo derecho en la Fig. 4.1.	129
4.3	Idem Fig. 4.2 para los modelos calientes indicados con un triángulo invertido en la Fig. 4.1.	130
4.4	Los períodos adiabáticos en el rango usualmente observado calculados para los modelos fríos seleccionados de δ Sct y pre-ELMV, indicados con un triángulo derecho en la Fig. 4.1. Las bandas superiores representan modos p y modos g mixtos (en rojo y negro, respectivamente) para el modelo de enana blanca pre-ELMV. Las bandas inferiores representan modos p y modos mixtos para el modelo de δ Sct.	132
4.5	Idem Fig. 4.4, para el conjunto de modelos calientes indicados con un triángulo invertido en la Fig. 4.1.	133
4.6	Espaciamiento de períodos vs. períodos para modos p y modos g correspondientes a los modelos de δ Sct, y a los modelos de pre-ELMV.	135
4.7	Idem Fig. 4.6, para los espaciamientos de frecuencia.	136
4.8	Tasa de crecimiento normalizada η para modos p y g en término de los períodos pulsacionales correspondientes para los modelos seleccionados.	140
4.9	Curva de luz de J075738.94+144827.5 y su correspondiente transformada de Fourier.	143
4.10	Curva superior: fotometría de la estrella J1458+0707 obtenida durante dos noches consecutivas. Curva inferior: variaciones temporales de la estrella de comparación más brillante en el campo durante el mismo período (ver texto y Tabla 4.7). . . .	146

4.11	El panel superior muestra la transformada de Fourier discreta de la curva de luz de J1458+0707. La línea horizontal muestra 3.3 veces el nivel de ruido. Hay tres frecuencias pulsacionales (ver texto y Tabla 4.7). El panel inferior muestra la ventana espectral con un pico de emisión más intenso a $305 \mu\text{Hz}$	147
4.12	Curva superior: fotometría de la estrella J1730+0706 obtenida durante una noche. Curva inferior: variaciones temporales de la estrella de comparación más brillante en el campo durante el mismo período (ver texto y Tabla 4.7).	148
4.13	Transformada de Fourier discreta de la curva de luz de J1730+0706. La línea horizontal muestra tres veces el nivel de ruido. Hay una frecuencia pulsacional (ver texto y Tabla 4.7).	149

INDICE DE TABLAS

1.1	Primeras estrellas variables descubiertas.	17
1.2	Cantidad total de estrellas variables conocidas en cada año (Samus' et al., 2017).	18
1.3	Parámetros y nomenclatura de algunas de las clases de estrellas pulsantes conocidas.	32
3.1	Estrellas híbridas estudiadas en esta tesis.	57
3.2	Parámetros astrofísicos de HD 49434 en la literatura.	79
3.3	Mejor modelo encontrado para HD 49434.	84
3.4	Parámetros astrofísicos de KIC 11145123 en la literatura.	85
3.5	Mejor modelo seleccionado para KIC 11145123 con el Procedimiento 1	88
3.6	Parámetros astrofísicos de KIC 9244992 en la literatura.	88
3.7	Mejor modelo seleccionado para KIC 9244992.	91
3.8	Parámetros astrofísicos de CoRoT 105733033 en la literatura.	92
3.9	Mejor modelo seleccionado para CoRoT 105733033.	94
3.10	Parámetros astrofísicos de CoRoT 100866999 en la literatura.	95
3.11	Mejor modelo astrosismológico hallado para CoRoT 100866999.	97
3.12	Diferencias observado-calculado y sus errores relativos para cada procedimiento y estrella seleccionada. Todas las unidades están en segundos salvo los errores relativos. La segunda fila para KIC 11145123 también ha sido calculada para el modelo obtenido con el Procedimiento 1 pero con un ajuste indi- vidual de modos g	98
3.13	Lista de las primeras diez frecuencias con mayor amplitud.	105
3.14	Lista de los seis períodos que forman la serie asintótica.	110

3.16	Lista de combinaciones entre modos p y sus armónicos.	113
3.15	Lista de frecuencias que forman el quintuplete.	114
3.17	Lista de frecuencias acopladas entre modos p y g para las frecuencias con mayor amplitud.	114
4.1	Parámetros espectroscópicos y rango de períodos de los diferentes grupos de estrellas variables descritos en esta sección. .	121
4.2	Parámetros estelares de las secuencias evolutivas de la secuencia principal.	122
4.3	Parámetros que caracterizan al par de modelos “fríos”. La posición de los modelos en el plano $T_{\text{eff}} - \log g$ en la Fig. 4.1 está representada por un triángulo derecho naranja.	127
4.4	Parámetros que caracterizan al par de modelos “calientes”. La posición de los modelos en el plano $T_{\text{eff}} - \log g$ en la Fig. 4.1 está representada por un triángulo invertido naranja.	127
4.5	Parámetros espectroscópicos y períodos observados de J075738.94 + 144827.50.	141
4.6	Información espectroscópica de J145847.02+070754.46 y J173001.94 + 070600.25.	145
4.7	Períodos, frecuencias y amplitudes de J145847.02 + 070754.46 y J173001.94 + 070600.25.	146
B.1	Lista completa de frecuencias estelares obtenidas para CoRoT ID 102314644.	162
B.2	Lista completa de frecuencias estelares obtenidas. Continuación.	163
B.3	Lista completa de frecuencias estelares obtenidas. Continuación.	164
B.4	Orden radial (k), períodos en segundos y frecuencias en mHz y c/d para los modos g del modelo frío de δ Sct (triángulo derecho en Fig. 4.1).	165
B.5	Idem Tabla B.4, pero para los modos g del modelo frío de pre-ELMV (triángulo derecho en Fig. 4.1).	166
B.6	Tabla B.5. Continuación.	167
B.7	Idem Tabla B.4, pero para modos p del modelo “frío” de δ Sct model (triángulo derecho en Fig. 4.1). La tasa de cambio de períodos discutida en el texto está calculada para el modo indicado en negrita.	168
B.8	Idem Tabla B.4, pero para modos p del modelo “frío” de pre-ELMV (triángulo derecho en Fig. 4.1). La tasa de cambio de períodos discutida en el texto está calculada para el modos indicado con negrita.	169

CAPÍTULO 1

Introducción

*“There’s not the smallest orb which thou beholdest
but in his motion like an angel sings
Still quiring to the young-eyed cherubim
Merchant of Venice, W. Shakespeare (1564-1616)*

1.1 Breve reseña histórica

La cosmovisión de Aristóteles (384 a.C.-322 a.C.) concebía al Universo formado únicamente por cuatro elementos: tierra, agua, aire y fuego. Este universo esférico, finito y eterno, posicionaba a los planetas, el Sol y las estrellas en esferas concéntricas alrededor de la Tierra. Para Aristóteles, todos los cuerpos celestes que existían mas allá de la esfera correspondiente a la Luna estaban constituidos por un quinto elemento: el éter. Este elemento tenía características especiales; era incorruptible, incapaz de ser producido y estaba sujeto a un único tipo de movimiento, el movimiento circular uniforme. Las estrellas estaban formadas por esta sustancia indestructible y eran consideradas eternas e inmutables.

En el universo inmutable de Aristóteles, las estrellas variables eran objetos inconcebibles. Aun así, la cosmovisión aristotélica se sostuvo hasta el Renacimiento, durante el cual la astronomía fue una de las disciplinas científicas más desarrolladas. Uno de los astrónomos más destacados de este período

fue Tycho Brahe (1546-1601) quien descubrió en 1572 una de las primeras estrellas supernova de las cuales se tiene un registro concreto ¹. Este descubrimiento desplazó la visión que se tenía de las estrellas como entidades eternas e invariables, fijas en la esfera celeste.

Posteriormente al descubrimiento de Tycho Brahe, en el año 1596, el astrónomo D. Fabricius notó en la constelación de Cetus una estrella que no estaba registrada previamente en ningún catálogo, la cual meses más tarde dejó de observarse. El período de variabilidad en el brillo de esta estrella de tipo Mira, hoy conocida como α Cet, fue reconocido recién por Holwarda en el año 1638. En el año 1600, W. J. Bleau llevó a cabo una observación muy bien documentada de la tercer estrella variable reconocida hasta la época, en la constelación de Cygnus. Esta estrella, hoy conocida como P Cygni o 34 Cygni, es una de las estrellas variables de tipo espectral Be más luminosas.

El libro *De Stella nova in pede Serpentarii* escrito por Kepler (1571-1630) relata la observación de una “nueva estrella” realizada por el astrónomo en otoño del año 1604 en la constelación de Ofiuco. Esta estrella observada durante casi un año fue en realidad la segunda supernova en ser observada por una generación luego de la supernova (SN) 1572. Dejando de lado algunos registros de supernovas, novas y variables eclipsantes, se observaron tres estrellas variables periódicas luego de la supernova descubierta por Kepler hasta el año 1784, ellas fueron χ Cygni en 1687, R Hydrae en 1704 y R Leonis en 1782, las tres de tipo Mira caracterizadas por su gran brillo. Finalmente en el año 1784, E. Pigott y J. Goodricke descubrieron, respectivamente, las variables η Aquilae y δ Cephei, ambas estrellas pulsantes Cefeidas, las cuales poseen períodos más cortos y menores amplitudes que las variables Mira. La Tabla 1.1 resume cronológicamente las primeras estrellas variables descubiertas.

El descubrimiento de estrellas variables se vió significativamente intensificado a partir del nacimiento de la fotografía estelar en 1840 cuando J. W. Draper obtuvo el primer retrato de la Luna mediante un daguerrotipo². Posteriormente en el año 1849 F.W.A Argelander realizó un catálogo con 18 estrellas variables fidedignas y varias candidatas. Argelander fue uno de los primeros en promover la observación de estrellas variables convocando a

¹Previo al Renacimiento, se conoce el registro de 80 “estrellas nuevas” por parte de las culturas chinas, japonesas, coreanas y árabes, 8 de las cuales fueron identificadas como supernovas.

²Procedimiento fotográfico que involucra un revelado de la imagen con vapores de mercurio. Estos vapores producen amalgamas en la cara plateada de una placa de plata pulida como un espejo sobre la cual se forma la imagen.

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN
1.1. BREVE RESEÑA HISTÓRICA

Nombre	Tipo	Año	Descubridor
SN 1572	SN	1572	T. Brahe
Mira, α Cet	Mira	1596	D. Fabricius
P Cyg	S Dor	1600	W. J. Bleau
SN 1604	SN	1604	J. Kepler
β Persei	Eclipsante	1669	G. Montanary
Nova Vul 1670	Nova	1670	D. Anthelme
χ Cyg	Mira	1687	G. Kirch
R Hydrae	Mira	1704	G. F. Maraldi
R Leonis	Mira	1782	J. A. Koch
Nova 1783 Saggitae	Nova	1783	D'Agelet
η Aquilae	δ Cep	1784	E. Pigott
Sheliak, β Lyrae	Binaria Eclipsante	1784	J. Goodricke
δ Cephei	δ Cep	1784	J. Goodricke

Tabla 1.1: Primeras estrellas variables descubiertas.

aficionados o “amigos de la astronomía”: *‘May you increase your enjoyment by combining the useful and the pleasant, while you perform an important part towards the increase of human knowledge, and help to investigate the eternal laws...’*. Otro factor de relevancia social y científica que promovió la observación y análisis sistemático de estrellas variables fue la contratación de mujeres por parte del entonces director del Observatorio de Harvard, E. C. Pickering, alrededor del año 1880. Este grupo de mujeres, llamadas “Las Computadoras de Harvard” realizó significativos avances científicos, en una época en la que aún se buscaba el voto femenino y lo hizo por un salario menor al de un oficinista. Entre las autoras de los avances más destacables de este grupo de mujeres, mencionamos a W. Fleming y su importante contribución en el catálogo de H. Draper; A. J. Cannon quien creó el esquema de clasificación de Harvard: ‘OBAFGKM’; H. S. Leavitt y su descubrimiento de la relación Período- Luminosidad de las estrellas Cefeidas; A. Maury y su contribución al análisis del ancho de líneas espectroscópicas y C. Payne-Gaposchkin quien propuso que el hidrógeno es el elemento más abundante en el universo.

Los posteriores avances tecnológicos implementados en instrumentos de observación, permitieron incrementar significativamente el número de estrellas variables conocidas por año, llegando a conocerse en 2015 un total 73167 variables. La Tabla 1.2 lista el total de estrellas variables conocidas en cada año a partir del descubrimiento de la supernova de Tycho Brahe.

Año	Cantidad
1572	1
1786	12
1844	18
1890	175
1896	393
1912	4000
1970	22650
1983	28450
2004	38622
2015	73167
2017	~ 150000

Tabla 1.2: Cantidad total de estrellas variables conocidas en cada año (Samus' et al., 2017).

1.2 Pulsaciones Estelares

En la sección anterior mencionamos algunas clases de estrellas variables, pero ¿qué es una estrella variable y cómo pulsan aquellas denominadas pulsantes? Se define como tal a una estrella cuyo brillo varía periódicamente, semi-periódicamente o irregularmente en escalas de tiempo desde fracciones de segundos hasta siglos. Las razones físicas del cambio en el brillo determina la clasificación de las estrellas variables (ver Sec. 1.3).

En términos cualitativos, se puede explicar el fenómeno de pulsaciones estelares como el resultado de aplicar una perturbación a estados de equilibrio. Sabemos que la mayor parte de la vida de una estrella está caracterizada por estados de equilibrio hidrostático (cuando en cada punto de la estrella, el gradiente de la presión del gas mantiene el peso de las capas que están por encima de él) y equilibrio estacionario en el perfil térmico, es decir en el transporte de calor liberado por la quema nuclear. En esta situación, el fenómeno de pulsaciones se representa con una perturbación en las ecuaciones que modelan a la estrella teniendo en cuenta estos estados. Para resolver estas ecuaciones, se pueden adoptar dos tipos de descripciones: la descripción lagrangiana o la euleriana. En la descripción lagrangiana se considera al fluido formado por una gran cantidad de masas puntuales y se estudia el movimiento de los puntos individuales de masa. En la descripción euleriana, todas las propiedades físicas del fluido, como la velocidad, la presión, la masa, la densidad, son consideradas como campos; es decir, funciones que

dependen de la posición y el tiempo.

Según el origen de esta perturbación, se pueden caracterizar a las pulsaciones en dos tipos: forzadas y autoexcitadas. En las pulsaciones forzadas se necesita la acción de una fuerza externa para que se produzca el fenómeno, como ocurre generalmente en el caso de las estrellas pulsantes que se observan en sistemas binarios. En las pulsaciones autoexcitadas la energía de radiación se convierte en energía cinética de oscilación mediante mecanismos de excitación, lo cual permite aumentar su amplitud naturalmente a partir de perturbaciones, que luego pueden ser observables desde la Tierra de acuerdo a la amplitud. Mediante el uso de telescopios podemos observar este fenómeno que se traduce en cambios periódicos en el brillo de las estrellas, es decir movimientos periódicos de su superficie en sentido arriba-abajo y adentro-afuera gracias a los cuales es posible detectar las oscilaciones naturales de las estrellas pulsantes.

Las pulsaciones no-radiales se producen cuando la estrella oscila de tal manera que se desvía de su forma esférica y un desplazamiento de masa de la estrella puede tener una dirección arbitraria. En cambio en las pulsaciones radiales, la estrella oscila en torno a su forma esférica de equilibrio, expandiéndose y contrayéndose, siempre manteniendo su forma, y por lo tanto, el movimiento de un elemento de masa en este caso será solo en dirección radial. Observamos que el caso de pulsaciones radiales es un caso especial de pulsaciones no-radiales.

Veamos cuales son las propiedades básicas de las oscilaciones no-radiales. Para esto, consideremos una estrella con simetría esférica como un estado sin perturbar estático sobre el cual se aplican pequeñas perturbaciones. Despreciaremos los efectos de rotación³ y de campos magnéticos. Entonces el estado de equilibrio será una función que depende únicamente del radio de la estrella y la perturbación dependerá de las coordenadas angulares y del tiempo. Luego de linealizar las ecuaciones diferenciales que describen el modelo, limitando la solución a perturbaciones infinitamente pequeñas y con variaciones que se suponen con una dependencia sinusoidal en el tiempo, resultan perturbaciones proporcionales a $Y_\ell^m(\theta, \phi) \exp(i\sigma t)$, donde $Y_\ell^m(\theta, \phi)$ es el armónico esférico de grado ℓ y orden azimutal m , σ la frecuencia angular o autofrecuencia y t el tiempo.

El nombre de autofrecuencia se debe a que σ^2 resulta ser el autovalor

³El fenómeno de rotación induce una separación de frecuencias en el espectro de frecuencias observado que puede afectar especialmente la clasificación de modos. En los análisis que presentaremos se hará mención del efecto de este fenómeno en los resultados.

del problema de autovalores que constituyen las ecuaciones de pulsaciones donde las soluciones son los modos normales de oscilación. Es importante destacar que existe una degeneración de orden $2l + 1$ con respecto a m para cada frecuencia de oscilación no-radial. Esto es, los $2l + 1$ modos normales caracterizados por el mismo k (ver más abajo) y ℓ , oscilan con la misma frecuencia σ . Esto se debe a la ausencia de rotación y campos magnéticos, que provocarían apartamientos de la simetría esférica en los modelos de equilibrio. Otra simplificación a las ecuaciones que se puede considerar es la aproximación adiabática, en la cual se supone despreciable el calor cedido o ganado entre los elementos de masa del fluido estelar.

Los números que caracterizan los modos normales de oscilación son, el orden radial k , el grado armónico ℓ y el orden azimutal m . El orden radial indica, para modelos sencillos, el número de superficies esféricas donde el movimiento radial del fluido es nulo. El grado armónico puede tomar valores enteros y positivos, y el orden azimutal toma valores enteros entre $-\ell$ y ℓ . Estos números dividen a la superficie estelar en sectores delimitados por las llamadas líneas nodales, en las cuales el movimiento sobre la superficie estelar es nulo. La cantidad de líneas nodales perpendiculares al ecuador es $|m|$ y la de líneas paralelas es $\ell - |m|$. Estos sectores presentan fases opuestas en brillo y velocidad de material estelar. En la Fig. 1.1 se esquematizan los patrones nodales sobre la superficie de una estrella dependiendo del valor de ℓ y m . En particular se observa que si $m = 0$, todas las líneas nodales son paralelas, mientras que si $\ell = |m|$, sólo se tienen meridianos. El caso con $\ell = m = 0$ corresponde a una oscilación radial, donde la simetría esférica se conserva en cada oscilación. En esta figura también podemos apreciar que a medida que ℓ aumenta, la superficie queda dividida en mayor cantidad de sectores, por lo tanto los modos de bajo grado armónico se observan con mayor facilidad. Esto se debe a que las contribuciones de las regiones se cancelan entre sí de manera tal que la amplitud de variabilidad es muy pequeña para ser detectada en el caso de valores grandes de ℓ .

1.2.1 Modos de presión y modos de gravedad

Existen dos tipos de modos en una oscilación no-radial estelar: los modos de presión o modos p y los modos de gravedad o modos g , que se encuentran dependiendo de la fuerza restauradora que actúe en mayor medida sobre la estrella. Las fuerzas restauradoras de los modos p son los gradientes de presión provenientes de la compresibilidad del gas. Están caracterizados por variaciones grandes de presión, análogas a las ondas de sonido; y su movimiento es,

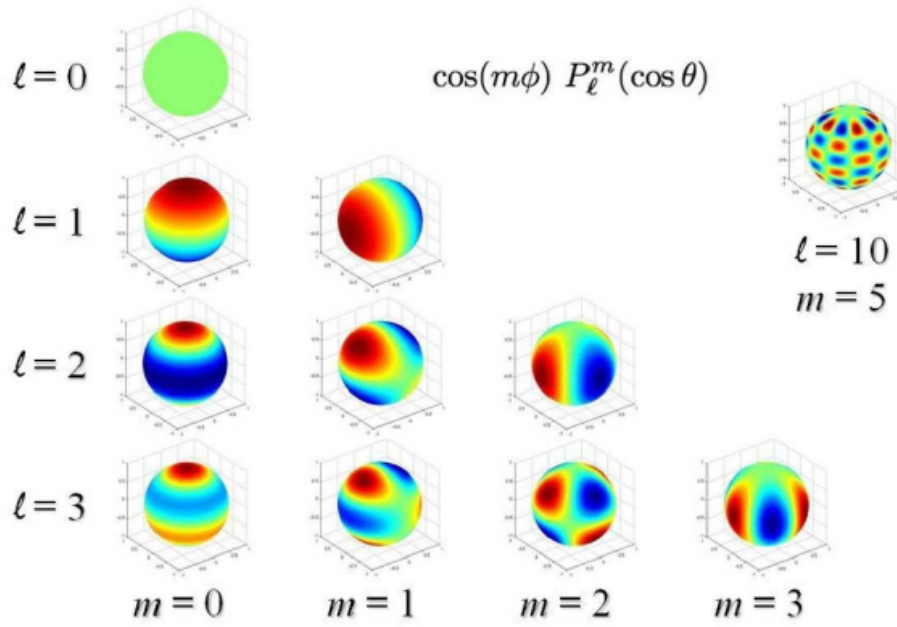


Figura 1.1: Esquema de contornos de los armónicos esféricos sobre la superficie de una estrella. Están ilustrados los casos $\ell = 0, 1, 2, 3$ y $m = 0, 1, 2, 3$ además del caso $\ell = 10$ y $m = 5$.

principalmente, en dirección radial. Presentan altas frecuencias de oscilación y se incrementan a medida que k y ℓ aumentan. Se propagan generalmente cerca de la superficie estelar. Para los modos g , la principal fuerza restitutiva es la gravedad, que actúa a través de la flotación. Se distinguen por pequeñas variaciones de la presión y a diferencia de los modos p , su principal desplazamiento está dado en la dirección tangencial. Se corresponden al dominio de bajas frecuencias y se propagan generalmente en zonas internas de la estrella, cercanas al núcleo. Existe también, una tercera clase de modos, el llamado modo f . Se caracteriza por no presentar nodos en la dirección radial y su autofrecuencia, la cual se ubica entre las de los modos g y los modos p , aumenta lentamente con ℓ creciente. Presenta características tanto de los modos g como de los modos p y es único para un dado valor de $\ell > 1$.

La clasificación de modos, sin embargo, no es tan sencilla en general en modelos estelares realistas. Si se considera una zona convectiva en el interior de la estrella, aparece un espectro de modos inestables⁴. Estos modos se los denomina con g^- para distinguirlos de los g , poseen una variación exponencial con el tiempo y un carácter espacial oscilatorio sólo en regiones convectivas de la estrella. En cambio los modos g son oscilatorios sólo en zonas radiativas y se vuelven evanescentes en zonas convectivas.

Los modos p y g siguen una relación de dispersión en la cual el número de onda radial k_r se relaciona con la frecuencia σ de la mediante la siguiente expresión:

$$k_r^2 = \frac{(\sigma^2 - L_l^2)(\sigma^2 - N^2)}{\sigma^2 c_s^2} \quad (1.1)$$

donde L_l y N son las frecuencias Lamb y Brunt-Väisälä, respectivamente y c_s es la velocidad de sonido local, definida como $c_s^2 = \Gamma_1 P / \rho$, con P la presión, ρ la densidad y $\Gamma_1 = \left(\frac{d \ln P}{d \ln \rho}\right)_S$. Estas frecuencias se encuentran definidas respectivamente de la siguiente manera:

$$L_l^2 = \frac{l(l+1)c_s^2}{r^2} = (k_h c_s)^2 \quad (1.2)$$

$$N^2 = g \left(\frac{1}{\Gamma_1} \frac{d \ln P}{dr} - \frac{d \ln \rho}{dr} \right) = g \left(\frac{-g}{c_s^2} - \frac{d \ln \rho}{dr} \right) \quad (1.3)$$

⁴Aquellos modos cuyos períodos son comparables a la escala de tiempo térmica en la región de excitación.

donde g es la aceleración gravitatoria local ($g = GM_r/r^2$) y k_h está relacionado con la longitud de onda horizontal.

La frecuencia de Lamb caracteriza los modos p ; en efecto el tiempo que tarda una onda acústica en recorrer una longitud de onda ($\lambda_l = 2\pi r/l$) horizontalmente es igual a la inversa de la frecuencia de Lamb multiplicada por 2π .

La frecuencia de Brunt-Väisälä corresponde a la frecuencia de una burbuja de gas con la que puede oscilar adiabáticamente y de manera vertical alrededor de su posición de equilibrio, bajo la acción de la gravedad a través de la fuerza de flotación. Esta frecuencia caracteriza a las propiedades de los modos g .

Para oscilaciones de alta frecuencia, en donde $\sigma^2 > L_l^2, N^2$, la fuerza restitutiva se debe principalmente al exceso de presión y la oscilación muestra principalmente características de ondas acústicas. Para oscilaciones de baja frecuencia en donde $\sigma^2 < L_l^2, N^2$ la fuerza restitutiva es debida a la flotación. En ambos casos el número de onda k_r resulta positivo. Esto significa que las autofunciones son ondas que se propagan espacialmente en la dirección radial. En cambio si $L_l^2 > \sigma^2 > N^2$ o $L_l^2 < \sigma^2 < N^2$, el número de onda es imaginario, no presenta una oscilación espacial y decrece exponencialmente con la distancia a la región de propagación de las ondas. La oscilación temporal en tal región se llama onda evanescente. Con esto se definen en el interior estelar zonas evanescentes y zonas de propagación.

Para visualizar dicho comportamiento se suelen representar ambas frecuencias en función del radio estelar en un diagrama denominado diagrama de propagación (Cox, 1980; Unno et al., 1989). En la Figura 1.2 se muestra un diagrama de propagación de una polítropa de índice 3 para $l = 2$. Están graficadas las frecuencias de Lamb y de Brunt-Väisälä adimensionales junto con las autofrecuencias adimensionales ω^2 . Se puede observar que existen dos zonas de propagación que forman cavidades resonantes donde los modos oscilan. En la región donde $\omega^2 > L_l^2, N^2$, denotada con P en la figura, se propagan los modos p , esto ocurre principalmente en la zona externa de la estrella. Los modos g , por el contrario, se propagan principalmente en la región central, en donde $\omega^2 < L_l^2, N^2$ y está denotada con G en la figura. Los modos que se propagan dentro de estas cavidades resonantes se vuelven ondas estacionarias si sus autofrecuencias son tales que las ondas reflejadas en los bordes de la cavidad retornan en fase con sí mismas, quedando atrapadas dentro de la cavidad, donde la densidad de energía de oscilación es máxima. El modo f cuya autofrecuencia ω^2 es cercana al máximo de N^2 , separa las

zonas de propagación de los modos de presión y los modos de gravedad.

Para obtener el espectro de modos normales de oscilación de un dado modelo estelar, se deben resolver las ecuaciones que gobiernan las oscilaciones no-radiales. Para modos con alto orden radial ($k \gg 1$) y valores pequeños de ℓ se puede aplicar un método asintótico y obtener así soluciones asintóticas (Tassoul, 1980). En esta situación, el espaciamiento asintótico de frecuencias de los modos p es independiente de ℓ y toma la siguiente expresión:

$$\Delta\nu = \nu_{k+1,l} - \nu_{k,l} = \left[2 \int_0^R \frac{1}{c_s(r)} dr \right]^{-1} = \text{constante} \quad (1.4)$$

De manera similar se puede hallar una expresión para el espaciamiento de períodos asintóticos para los modos g .

$$\Delta\Pi_l = \Pi_{k+1,l} - \Pi_{k,l} = \frac{2\pi^2}{\sqrt{l(l+1)}} \left[\int \frac{N(r)}{r} dr \right]^{-1} = \text{constante} \quad (1.5)$$

donde $\Pi_{k,l} = 2\pi/\sigma_{k,l}$ es el período de oscilación y la integral se extiende sobre la región de propagación del modo. Esta cantidad resulta constante en el límite de alto orden radial, pero a diferencia del espaciamiento asintótico de frecuencia, depende de ℓ .

1.3 Clases de Estrellas Variables

El Catálogo General de Estrellas Variables (GCVS, de sus siglas en inglés) lista más de 100 tipos y sub-tipos de estrellas variables. Las propiedades de la variabilidad en las curvas de luz son muy diversas, fluctuando desde pulsaciones extremadamente regulares como en las Cefeidas hasta eventos únicos como fenómenos cataclísmicos o explosiones de supernovas, abarcando escalas de tiempo desde el orden de milisegundos en los estallidos de rayos Gamma hasta siglos para la evolución secular, y con variaciones en las amplitudes desde fracciones de miliamplitudes en oscilaciones solares hasta varios órdenes de magnitud para los eventos más energéticos en el Universo como lo son las hipernovas.

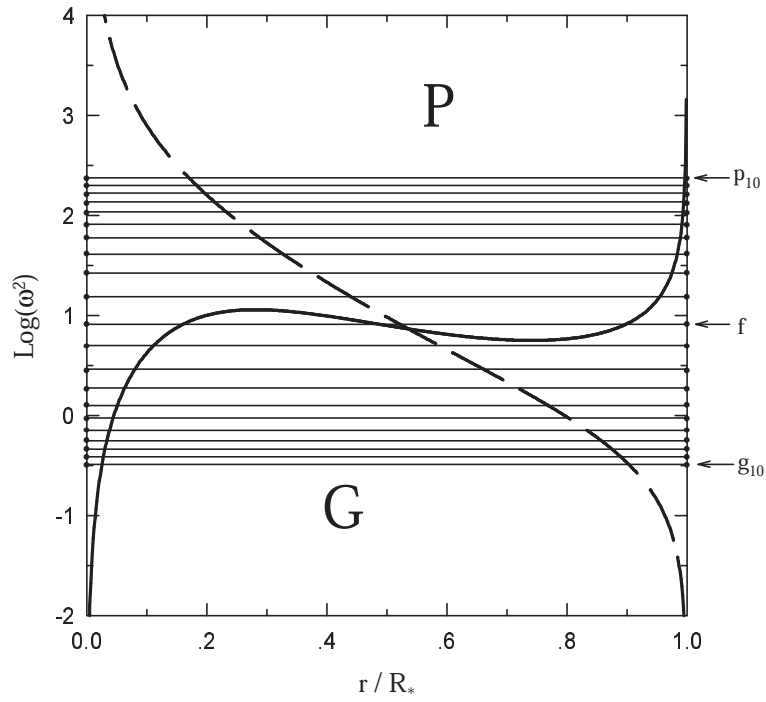


Figura 1.2: Diagrama de propagación para una polítropa de índice $n=3$ y un valor de $\ell = 2$. La línea de trazos representa el cuadrado de la frecuencia de Lamb y la línea llena la de Brunt-Väisälä ambas normalizadas por el factor GM/R^3 . Se incluyeron los valores de las autofrecuencias adimensionales $w^2 = \sigma^2/(GM/R^3)$ para los 10 primeros modos p y g y el modo f . El subíndice indica el valor de k . Figura tomada de [Córscico \(2003\)](#).

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1.3. CLASES DE ESTRELLAS VARIABLES

Comenzaremos mencionando la división “clásica” entre objetos variables *extrínsecos* e *intrínsecos*. El primer grupo identifica a los objetos cuya variabilidad en la curva de luz se debe a efectos geométricos, debidos tanto a la posición del objeto relativa al observador como así también a la rotación. Las variables *intrínsecas*, por otra parte, resultan de cambios físicos que ocurren en el objeto mismo. El segundo nivel de división concierne al tipo de objeto considerado, pudiendo ser asteroides, estrellas o galaxias. El tercer nivel identifica el fenómeno en el origen de la variabilidad. La rotación, los eclipses producidos por una compañera y los efectos de microlensing son los fenómenos considerados para las variables extrínsecas, mientras que para las variables intrínsecas se incluye estrellas eruptivas, sistemas cataclísmicos, estrellas que muestran variaciones seculares en su evolución y por último, estrellas pulsantes. Finalmente, el último nivel de división agrupa a los objetos con naturalezas físicas similares o con un comportamiento fotométrico similar. La Fig. 1.3 muestra las clasificaciones descritas para los objetos variables.

En esta tesis estudiaremos las estrellas variables δ Scuti, γ Doradus y las híbridas δ Scuti- γ Doradus y como objeto secundario a los precursores de las Enanas Blancas variables de masa extremadamente baja (pre-ELMV, de sus siglas en inglés). El conjunto de estas variables mencionadas pertenece a la categoría de estrellas pulsantes, las cuales se cree que se originan como estrellas ordinarias y luego durante alguna etapa de su evolución alcanzan condiciones físicas adecuadas como para experimentar inestabilidades dinámicas, las cuales se traducen luego en pulsaciones regulares, dando lugar a las variaciones de brillo observadas. Debido a subsecuentes cambios evolutivos, tales estrellas abandonan más tarde su etapa de inestabilidad y retornan a su condición de estrellas ordinarias no variables. Una pregunta interesante para formularse es si todas las estrellas se podrían observar como pulsantes si tuviésemos la precisión para detectar esas pulsaciones. Por el momento, al nivel de precisión de μmag en fotometría y cm/s en velocidad radial, podemos decir que algunas estrellas no pulsan.

Existen numerosos tipos de estrellas pulsantes en diversas etapas de evolución estelar. En la Figura 1.4 se muestra cómo las estrellas pulsantes ocupan amplias regiones en el diagrama Hertzsprung-Russell (H-R) con masas muy distintas.

A lo largo de la Secuencia Principal, encontramos varios tipos de variables. Comenzaremos nuestra descripción con las estrellas de baja masa y finalizaremos con las más masivas. Las estrellas de tipo solar con oscilaciones de tipo solar presentan un espectro de frecuencias con cientos de pi-

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN
1.3. CLASES DE ESTRELLAS VARIABLES

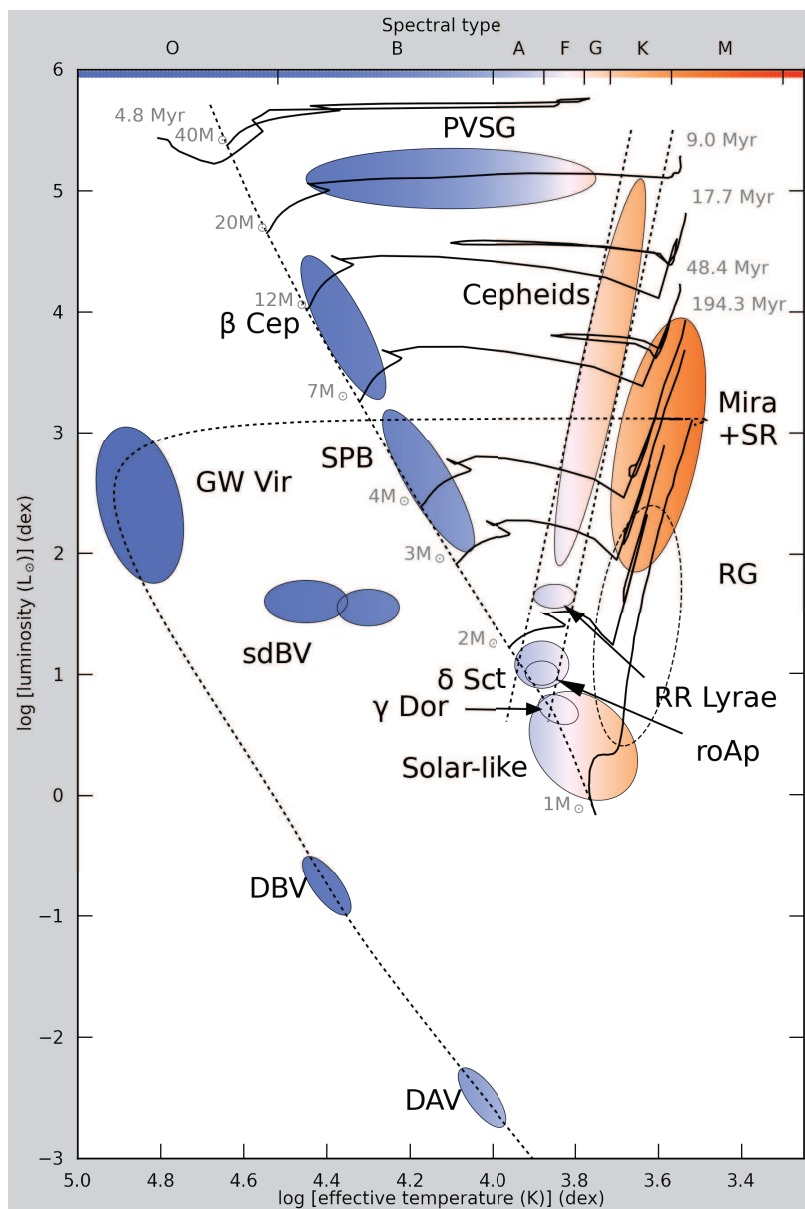


Figura 1.4: Diagrama H-R sísmico. Los tracks evolutivos son tomados de [Schaller et al. \(1992\)](#) y [Driebe et al. \(1998\)](#), y las masas y las escalas de tiempo evolutivas están agregadas en gris. (*RG* = gigantes rojas, *roAp* = estrellas peculiares rápidamente oscilantes, *SR* = variables semi-regulares, *sdBV* = estrellas B variables subnanas, *DBV/DAV* = enanas blancas variables de tipo DB/DA, *PVSG* = variables periódicas supergigantes). Notar que el tipo espectral enana blanca no se corresponde necesariamente a su temperatura de color. Figura tomada de [Degroote \(2010\)](#).

cos centrados en 3mHz correspondientes a períodos entre 3 y 15 min. Las variaciones en su brillo tienen amplitudes entre 8 y 1 ppm⁵. Dado que las oscilaciones en el Sol son causadas por movimientos convectivos turbulentos cerca de su superficie, esperamos encontrar este tipo de oscilaciones en todas las estrellas con regiones convectivas externas. En efecto, la oscilaciones de tipo solar son predichas para estrellas de baja masa en la secuencia principal hasta el borde frío de la banda clásica de inestabilidad con masas cercanas a $1.6M_{\odot}$ (Christensen-Dalsgaard, 1982), como así también para estrellas gigantes. Tales oscilaciones excitadas estocásticamente tienen amplitudes muy pequeñas lo cual dificulta su detección, particularmente para las estrellas de baja masa. A pesar de esto, se han observado en numerosas estrellas.

A continuación encontramos a las estrellas γ Doradus. Estas estrellas se ubican en el diagrama H-R sísmico al borde de la región donde se predicen oscilaciones de tipo solar correspondiente a estrellas más masivas ($1.3 \lesssim M_{\star} \lesssim 1.8 M_{\odot}$). Estas estrellas serán descriptas detalladamente en la Sec. 1.4.2.

Ascendiendo por la secuencia principal, encontramos a las pulsantes δ Sct, con masas entre $1.5 \lesssim M_{\star} \lesssim 2.5 M_{\odot}$. Las propiedades de este grupo serán detalladas en la Sec. 1.4.2. Mencionaremos aquí los diversos grupos en los que se pueden dividir esta clase de variables. Entre las estrellas δ Sct podemos encontrar variables pertenecientes a Poblaciones I y II. Aquellas que pertenecen a la Población II se las denominan SX Phe. Este subgrupo está caracterizado por ser estrellas antiguas con baja metalicidad cuyos modos de oscilación exhiben altas amplitudes. La gran mayoría se encuentra en cúmulos globulares aunque se han encontrado también en el disco galáctico. En el año 2000 Rodríguez & López-González (2000), presentó el primer catálogo de variables SX Phe que abarcó a 148 objetos. De esta muestra, estos autores encontraron que la abundancia de metales está relacionada con los períodos medios de estas estrellas, específicamente hallaron que los períodos de las SX Phe son mayores cuanto más elevada es la metalicidad. Otra característica para destacar de este grupo es que una fracción significativa de estas son estrellas “blue stragglers” cuya naturaleza puede explicarse como el resultado de la fusión de dos estrellas de secuencia principal (Aerts et al., 2010) y su pertenencia a la secuencia principal es aún un tema de debate. Usualmente, las estrellas SX Phe son objetos de baja metalicidad; sin embargo recientemente se halló una muestra de estos objetos con metalicidades casi solares (Nemec et al., 2016)..

⁵partes por millón (ppm), es una medida de la diferencia relativa entre dos frecuencias

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1.3. CLASES DE ESTRELLAS VARIABLES

Las estrellas δ Sct de Población I, se suelen agrupar en dos categorías considerando las amplitudes de sus oscilaciones. Aquellas con altas amplitudes de oscilación se las denomina HADS (siglas en inglés correspondientes a “high amplitude δ Sct “). Estas estrellas suelen exhibir un período dominante correspondiente al modo radial fundamental (ver más adelante). Las estrellas δ Sct con bajas amplitudes se denominan LADS (“low amplitude δ Sct) y presentan varias oscilaciones no radiales.

La banda de inestabilidad de las estrellas δ Sct y γ Dor se superponen parcialmente en un región donde suelen habitar las llamadas estrellas híbridas δ -Sct- γ Dor. En la Sec. 1.4.2 describiremos en profundidad a estas variables.

Dentro de la banda clásica de inestabilidad, cerca de la secuencia principal donde yacen las estrellas δ Sct, se pueden encontrar también las estrellas Ap rápidamente oscilantes (roAp de sus siglas en inglés). Estas estrellas de Población I son de tipo espectral A o F y se caracterizan por tener fuertes campos magnéticos y una composición superficial química peculiar causada por difusión atómica. Hasta el momento se conocen alrededor de 40 estrellas de este tipo las cuales presentan variaciones multiperiódicas correspondientes a modos p de alto orden radial con períodos en el rango de 339-1272 s ([Aerts et al., 2010](#)).

Con masas entre 3 y 8 M_{\odot} y tipos espectrales que varían entre B3 y B9, encontramos sobre la secuencia principal a las estrellas B lentamente pulsantes SPB (siglas en inglés de “slowly pulsating B stars”). Sus períodos de pulsación son similares a los de las γ Dor aunque ligeramente mayores debido a que estas estrellas son más grandes, entre 0.8 y 3 días.

Las estrellas β Cep se conocen como un grupo de estrellas jóvenes de Población I pulsantes cercanas a la secuencia principal. Tienen masas entre 8 y 18 M_{\odot} y oscilan con modos p y g de bajo orden radial cuyos períodos varían entre 2 y 8 h. Finalmente, también en la secuencia principal encontramos a las pulsantes Be que se caracterizan por tener una línea de Balmer de emisión en su espectro.

Saliendo de la secuencia principal, sobre la banda clásica de inestabilidad y en su intersección con la Rama Horizontal, encontramos a las variables RR Lyrae las cuales junto con las Cefeidas son consideradas pulsadores radiales clásicos. Suelen exhibir un único período con oscilaciones cercanas a 0.5 d y sus masas están entre ≈ 0.6 y $0.8M_{\odot}$. No son objetos adecuados para la astrosismología debido a su monoperiodicidad pero son de gran importancia cosmológica y galáctica. Las Cefeidas se utilizan para la determinación de dis-

tancias galácticas gracias a su bien establecida relación período-luminosidad. Por otra parte, las RR Lyrae se distinguen fácilmente en cúmulos globulares y también son utilizadas como indicadores de distancias a dichos cúmulos.

El grupo de variables RV Tauri está formado por estrellas pulsantes supergigantes de tipo espectral K y F cuyos períodos oscilan entre 5 y 10 d. Son estrellas de baja masa en la etapa temprana post-AGB (siglas en inglés correspondientes a la rama asintótica de las gigantes) con períodos de oscilación entre 30 y 150 d.

Aquellas variables de Población I con largos períodos ($P > 80$ d), luminosidades entre $10^3 L_{\odot}$ y $7 \times 10^3 L_{\odot}$ y temperaturas efectivas entre 2500 y 3500 K, son llamadas variables Mira cuando sus amplitudes son mayores 2.5 magnitudes en el visual. El grupo de variables denominado Semi Regulares (SR) tiene períodos similares pero amplitudes menores. Ambos tipos de variables son estrellas de la AGB que sufren grandes pérdidas de masa y están por comenzar su recorrido hacia la fase de nebulosa planetaria.

En la rama horizontal caliente se encuentran las estrellas variables sdB, progenitoras inmediatas de las enanas blancas de baja masa. Son estrellas de tipo espectral B deficientes en helio que poseen temperaturas entre 23000 y 32000 K, valores de $\log g$ entre 5 y 6 y masas menores a $0.5 M_{\odot}$. Se encuentran a temperaturas y luminosidades más altas que las estrellas variables sdO, que pulsan, presumiblemente, en modos p no radiales.

Las variables enanas blancas de masa extremadamente baja (ELMV) se encuentran en el intervalo de temperaturas $7000 \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 10000$ K y gravedades superficiales $3 \lesssim \log g \lesssim 5.5$ dex. Oscilan con modos no-radiales g típicamente en el intervalo 1000-6300s (Córscico et al., 2017). Por otra parte, sus precursores (pre-ELMV) han sido encontrados con temperaturas entre $7500 \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 12000$ K y gravedades superficiales en el intervalo $4.25 \lesssim \log g \lesssim 5$. Sus períodos de oscilación varían entre 320 y 6000 s correspondientes a modos g , p y posiblemente modos radiales también.

El año pasado se reportó el descubrimiento de una docena de nuevas estrellas variables, las pulsantes azules de amplitudes grandes (en inglés sus siglas son BLAP) (Pietrukowicz et al., 2017). Estas variables presentan períodos comprendidos entre 20 y 40 min correspondientes, presumiblemente a modos g y con amplitudes entre 0.2 y 0.4 mag. Sus temperaturas varían entre 23000 y 33000K aproximadamente y su gravedad superficial entre 4 y 5.25 dex.

Finalmente sobre la secuencia de enfriamiento encontramos cuatro tipos de enanas blancas pulsantes, con oscilaciones no radiales correspondientes a

Clase	TE	Períodos	Modos
Sol	G	2 – 6 min	p
Tipo solar	G	> 10 min	p ($k \gg 1$)
DAV, DBV, DOV, PNNV	DA, DB, DO	2 – 30 min	g ($k \gg 1$)
roAp	F, A	5 – 15 min	p ($k \gg 1$)
δ Scuti	F5-A2	0.5 – 7 hs	p, g (k bajos)
β Cephei	B1-B2	2 – 6 días	p, g
SPB	B3-B9	1 – 4 días	g ($k \gg 1$)
γ Doradus	F tempranas	1 – 2 días	g ($k \gg 1$)
sdB	B	2 – 9 min	p, f
BLAP's	O9(?)	20 – 40 min	g
ELMV	DA	16 – 105 min	g
pre-ELMV	DA	5.3 – 100 min	p, g

Tabla 1.3: Parámetros y nomenclatura de algunas de las clases de estrellas pulsantes conocidas.

modos g . Las más frías son las enanas blancas con hidrógeno en su superficie (DAV), también conocidas como variables ZZ Ceti. A temperaturas cercanas a 25000 K se hallan las enanas blancas con helio en la superficie conocidas como DBV. La tercera clase está constituida por enanas blancas DOV y por estrellas centrales de nebulosas planetarias (PPNV). Finalmente, se encuentran las estrellas DQV en un rango acotado de temperatura efectiva. En la Tabla 1.3 se muestra una breve lista de algunas estrellas variables conocidas junto con su tipo espectral, períodos y tipo de oscilación.

1.4 Estrellas δ Sct, γ Dor, híbridas δ Sct- γ Dor

Como vimos previamente, existe una gran variedad de clases y sub-clases de variables pulsantes en la parte inferior de la banda clásica de inestabilidad. Los principales grupos son las variables roAp, las estrellas δ Scuti (δ Sct) y las γ Doradus (γ Dor). Las variables que estudiaremos en detalle en esta tesis son las δ Sct, las γ Dor y las estrellas híbridas δ Sct- γ Dor. Son variables de tipo espectral A y F con masas entre $1.2M_{\odot}$ y $2.5M_{\odot}$. Estas estrellas se pueden encontrar en las etapas de pre- Secuencia Principal, Secuencia Principal y post- Secuencia Principal. Aunque muchas de estas variables se hallan en sistemas binarios, nos enfocaremos en estrellas aisladas. El canal

de formación estelar para estos objetos consiste en la evolución estelar aislada canónica de estrellas de baja masa.

1.4.1 Formación y evolución

La evolución estelar aislada canónica comienza con el colapso gravitatorio de una nube masiva de gas y polvo en la cual la temperatura y la densidad están en aumento. La principal fuente de energía que permite este aumento de temperatura en la nube es la energía gravitatoria.

A medida que continúa el colapso, aumenta la cantidad de energía gravitacional liberada, y puesto que la energía irradiada no puede filtrarse a través de la masa de polvo opaco, la nube colapsante aumenta su temperatura sublimando partículas sólidas y ionizando rápidamente los átomos, formando así una proto-estrella.

La proto-estrella continúa colapsando, aumentando su densidad y temperatura central hasta que alcanza en su interior el equilibrio hidrostático. El aumento de temperatura y densidad favorece la convección en la superficie de este objeto que se propaga luego hasta el interior, formándose un objeto completamente convectivo. En el diagrama H-R estos objetos se ubican sobre una línea denominada línea de Hayashi. En la región ubicada a la derecha de esta línea en el diagrama H-R se encuentra la zona denominada “prohibida” en donde no es posible encontrar objetos en equilibrio hidrostático.

Durante la etapa evolutiva de pre-Secuencia, una parte importante de la energía irradiada por la estrella es extraída de la energía gravitatoria. En esta etapa la temperatura superficial de la estrella se mantiene aproximadamente constante, sin embargo su temperatura interna aumentará mientras que la luminosidad irá disminuyendo. El objeto seguirá comprimiéndose, hasta que la temperatura central alcance valores propicios para la disminución de la opacidad interna. Esto provocará que el interior más profundo de la estrella deje de ser convectivo y de esta manera salga de la línea de Hayashi.

Durante el colapso la proto-estrella alcanza un máximo de temperatura. Si esta temperatura es menor a $8.6 \times 10^6 K$, entonces no se produce la ignición del hidrógeno y nunca será una estrella estable de la Secuencia Principal. Existe una masa mínima a partir de la cual el objeto alcanza estas temperaturas, permitiendo la quema de hidrógeno, esta masa es $M_c = 0.08M_\odot$. Si la masa del objeto se ubica entre $0.015M_\odot$ y $0.08M_\odot$, no se alcanza la ignición de los protones 1_1H de hidrógeno en el núcleo de forma estable y se denomina enana

marrón. Estos objetos continuarán su evolución enfriándose muy lentamente y contrayéndose hasta llegar al equilibrio. Si la masa es menor a $0.015M_{\odot}$, no existe ningun tipo de reacciones y el objeto entra en la categoría de planeta.

Antes de alcanzar la Secuencia Principal, se produce un reacomodamiento de abundancias, debido a la gran cantidad de carbono presente en el material interestelar, mediante la reacción:



Luego de este reacomodamiento, la estrella llega a la Secuencia Principal de edad cero (ZAMS, de sus siglas en inglés) con abundancias en equilibrio. El tiempo promedio que tardan estos objetos en alcanzar la Secuencia Principal es del orden de 10^6 años. Una estrella de $5M_{\odot}$ demora 5.7×10^5 años, mientras que un objeto de $0.5M_{\odot}$ tarda en llegar 155×10^6 años. En el diagrama H-R, la ZAMS es la envolvente izquierda de la Secuencia Principal y se representa con una “línea”. A partir de la ZAMS las estrellas pueden considerarse químicamente homogéneas, en equilibrio hidrostático y equilibrio estacionario en el transporte de calor liberado por la quema nuclear, debido a que la escala de tiempo evolutiva es mucho mayor a la escala de tiempo en la cual la estructura se relaja térmicamente. Cuando la estrella comienza la quema estable de hidrógeno en el núcleo se dice que entra en la Secuencia Principal. Esta etapa es la más larga de la evolución estelar.

Si la estrella posee una masa superior a $1.2M_{\odot}$ comenzará esta etapa quemando hidrógeno mediante el ciclo CNO. Si en cambio, su masa es menor a $1.2M_{\odot}$ lo hará mediante el ciclo PP. En general ambos ciclos ocurren simultáneamente, pero uno predomina sobre el otro.

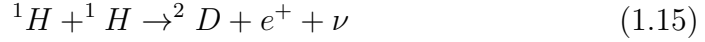
El ciclo CNO consiste en transformar 4 núcleos de hidrógeno en uno de helio, usando como catalizadores al carbono, nitrógeno y oxígeno mediante las siguientes reacciones:





Este ciclo tiene una dependencia muy fuerte con la temperatura y en general se enciende a una temperatura cercana a los $16 \times 10^6 K$ y se vuelve más efectivo alrededor de los $30 - 40 \times 10^6 K$.

Existen tres caminos posibles para el ciclo PP, el ciclo PPI, PPII y PPIII. El ciclo PPI involucra las siguientes reacciones:



En el ciclo PPII, en lugar de que ocurra la reacción ${}^3\text{He} + {}^3\text{He}$, el ${}^3\text{He}$ reacciona con un ${}^4\text{He}$ dando lugar al siguiente ciclo:



Por último, si el ${}^7\text{Be}$ reacciona con un protón en lugar de capturar un electrón, la cadena corresponde al ciclo PPIII y es la siguiente:



Existe una diferencia significativa en la estructura interna de estrellas de distinta masa. Si la estrella tiene una masa mayor a $1.2M_\odot$ presentará un núcleo convectivo con una envoltura radiativa. En cambio, si la masa es menor tendrá un interior radiativo con una envoltura convectiva, para metalicidades del tipo solar. En las envolturas la convección aparece debido a la alta opacidad del medio. En el interior la convección ocurre porque la

radiación no es capaz de transportar toda la energía que genera el ciclo CNO (este ciclo tiene una dependencia muy fuerte con la temperatura).

El tiempo de permanencia de una estrella en la Secuencia Principal está determinado principalmente por su masa. Estrellas muy masivas completan su estadía en la Secuencia Principal en tiempos más cortos que las menos masivas. Una estrella de $0.4M_{\odot}$ permanece alrededor de 10^{11} años, mientras que una de $50M_{\odot}$ cerca de 6×10^5 años.

Luego de la Secuencia Principal, la estructura de estas estrellas consiste en núcleo de helio, una delgada capa en la cual se quema hidrógeno en helio y una envoltura rica en hidrógeno y helio. El núcleo de helio resultante luego de la quema de hidrógeno en estas estrellas con $M \lesssim 2.3M_{\odot}$ está muy próximo a degenerarse lo cual retrasa la quema central de helio.

1.4.2 Propiedades pulsacionales

En 1994, un grupo nuevo de estrellas pulsantes no-radiales de Población I se estableció cerca a la intersección del borde rojo de la banda clásica de inestabilidad y la Secuencia Principal, las llamadas γ Dor (Balona et al., 1994). Estas estrellas tienen tipos espectrales entre A7 y F5, su temperatura varía usualmente entre $6900 - 7700K$ y su masa entre 1.3 y $1.8 M_{\odot}$.

Las estrellas γ Dor pulsán con modos g de alto orden radial y bajo grado armónico, con períodos típicos que oscilan entre 8 horas y 3 días (26000 s y 260000 s aproximadamente), alcanzando inclusive los 12342 s cuando se tienen altas velocidades de rotación (ver, por ejemplo, Bouabid et al., 2013; Ouazzani et al., 2017). Sus amplitudes son menores a ~ 0.1 mag. El mecanismo típico de excitación de estas estrellas es mediante el “bloqueo convectivo”. La envoltura convectiva de las γ Doradus es profunda y se extiende más allá de la región de ionización parcial del He II donde opera el mecanismo κ de excitación (ver más adelante en esta misma sección). Como la mayor parte del flujo es transportado por convección, el mecanismo κ no funciona. Esta teoría aceptada explica el origen de la pulsación mediante un bloqueo de la luminosidad radiada en la parte interior de la zona convectiva (Christensen-Dalsgaard et al., 2000). En el estudio de procesos no adiabáticos, la región de transición en una estrella, en la cual la escala de tiempo de la relajación térmica es del mismo orden que el período de pulsación observado, juega un papel fundamental en la conducción o amortiguamiento de las perturbaciones que dan lugar a las pulsaciones. Para las estrellas γ Dor,

esta región se ubica justo por encima de la base de la envoltura convectiva que presentan. Aquí el modo de transporte de calor cambia dramáticamente. A medida que el flujo pasa de una región interior interna radiativa hacia la envoltura convectiva, es convertido de flujo radiativo a flujo convectivo, pero la envoltura convectiva no reacciona (suficientemente) a variaciones de flujo radiativo en la base de esta capa. Esto significa que, si hay un aumento de flujo radiativo en la base de la envoltura convectiva, la energía correspondiente quedará atrapada debajo de la envoltura convectiva, la presión aumentará en la base de la zona convectiva y las capas se expandirán produciendo la pulsaciones estelares.

La presencia de modos g en las variables γ Dor ofrece la oportunidad de explorar las regiones interiores correspondientes al núcleo. Además, dado que los modos g excitados son de alto orden radial, es posible usar la teoría asintótica (Tassoul, 1980) y las desviaciones de un espaciamiento de períodos uniforme para analizar las posibles inhomogeneidades de sus núcleos convectivos (Miglio et al., 2008).

Un hecho importante para destacar es que estas estrellas son rotadores rápidos y hasta el momento no existen cálculos teóricos para predecir su banda de inestabilidad que consideren los efectos de las fuerzas de Coriolis y centrífugas. Cuando se implementa rotación en el cálculo de secuencias evolutivas, estas pueden verse afectadas hasta un $0.3L$ y $300K$ aproximadamente en luminosidad y temperatura efectiva, respectivamente, dependiendo de la velocidad y la etapa evolutiva hasta el agotamiento de H en el núcleo. En esta Tesis, brindamos modelos de estructura y evolución de estrellas de Secuencia Principal que no contemplan rotación pero puede ser empleados para estimar la estructura interna de estos objetos, teniendo en cuenta estas limitaciones. Otro hecho de gran interés que necesita ser abordado aún es la presencia de oscilaciones de tipo solar en estos objetos. La variables γ Dor se hallan en una región del diagrama H-R en la cual se predicen oscilaciones de tipo solar, las cuales aún no son detectadas. Este es uno de los motivos por los cuales las estrellas γ Dor son uno de los principales objetivos de misiones espaciales como CoRoT (Auvergne et al., 2009) y TESS (Ricker et al., 2015).

Las estrellas δ Sct conforman un grupo de variables bien establecido cuyas masas varían entre $1.5 - 2.5M_{\odot}$ y su temperatura efectiva entre $6700K$ y $8500K$. Se sitúan en la intersección de la banda clásica de inestabilidad con la Secuencia Principal y pueden encontrarse en la etapa de la quema central de hidrógeno o la quema de hidrógeno en capas como así también en la etapa de pre secuencia principal. Son variables de tipo espectral entre A3 y F5 y sus luminosidades varían entre 5 y $80 L_{\odot}$ (Catelan & Smith, 2015). Al igual

que las γ Dor, son consideradas rotadores rápidos pudiendo alcanzar hasta 250 km/s.

Los períodos de oscilación de este tipo de variables varían típicamente entre ~ 0.008 y $0.42 d$ con amplitudes entre milimagnitudes hasta casi una magnitud en la banda azul. Estas oscilaciones se corresponden con modos radiales y no radiales p y g de bajo e intermedio orden radial. [Samadi et al. \(2002\)](#) predijeron la ocurrencia de oscilaciones de tipo solar (modos p excitados estocásticamente) en esta región del diagrama poblado por estrellas δ Sct. A pesar de numerosos esfuerzos por encontrar este tipo de oscilaciones en las variables δ Sct, aún no se han detectado. La presencia de modos radiales y modos p en las estrellas δ Sct las convierte en objetos potencialmente útiles para explorar la envoltura estelar. Estos modos de oscilación son excitados a través de la presión turbulenta ([Antoci et al., 2014](#)) y el mecanismo κ de pulsación regulado por la opacidad en la estrella ([Breger, 2000](#); [Bouabid et al., 2009a](#)). La opacidad es una medida de la absorción de un fotón y es una cantidad fundamental en el cálculo de la estructura interna de un modelo estelar y de su estabilidad pulsacional. Comúnmente la opacidad disminuye a medida que la temperatura aumenta. Durante la contracción aumenta la temperatura y la disminución resultante de la opacidad contribuye fuertemente a la fuga de calor estabilizando a la estrella. En una zona donde las especies atómicas abundantes están ionizadas parcialmente, la opacidad aumenta con la temperatura porque la radiación es absorbida por la ionización del material. Durante la compresión, parte del calor es absorbido para ionizar mayor cantidad de especies atómicas, con lo cual se absorbe energía en la compresión y es liberada durante la expansión. En esta etapa de pérdida y ganancia de calor, la presión máxima en la región relevante aparecerá luego de un máximo de densidad, que conduce a un efecto desestabilizante. Esta inestabilidad debida al gradiente de opacidad es lo que se denomina mecanismo κ .

Es importante mencionar que el mecanismo κ de excitación no es efectivo para las variables δ Sct más frías. Para estas estrellas, los mecanismos de excitación están afectados fuertemente por la convección. Una manera apropiada entonces para estimar el borde rojo de la banda de inestabilidad de estas estrellas es incluyendo un tratamiento para la convección dependiente del tiempo. Este trabajo fue realizado por [Dupret et al. \(2005a\)](#) encontrando un buen acuerdo con las observaciones.

El espectro de frecuencias de las variables δ Sct muestra complejos patrones de oscilación, presentando en algunos casos acoplamientos de modos. Esta complejidad resulta un problema cuando se quieren identificar los mo-

dos de oscilación, a pesar del gran número de oscilaciones que muestran. Un problema adicional en la identificación de modos es que suelen exhibir numerosos modos mixtos, sobretodo en los miembros de esta clase más evolucionados. Estos modos tienen naturaleza mixta, es decir se comportan como modos g en el interior estelar y como modos p en las capas externas de la estrella. Los modos mixtos suelen aparecer en estrellas que han evolucionado fuera de la secuencia principal y poseen una capa de hidrógeno en ignición.

Las bandas de inestabilidad de las δ Sct y γ Dor se superponen parcialmente en el diagrama H-R sugiriendo la existencia de estrellas híbridas δ Sct- γ Dor, es decir estrellas que poseen simultáneamente modos p con períodos característicos de las δ Sct y también períodos altos correspondientes a modos g típicos de las γ Dor. El primer ejemplar observado de una estrella pulsante con frecuencias de tipo δ Sct y γ Dor fue observado desde la tierra (Henry & Fekel, 2005). Entre las primeras estrellas híbridas podemos mencionar también HD 49434 (Uytterhoeven et al., 2008b) y HD 8801 (Handler, 2009). Posteriormente a estas observaciones, estudios realizados en numerosas muestras de estrellas observadas por las misiones espaciales CoRoT y Kepler (Borucki, 2016) indicaron que el comportamiento híbrido es relativamente común entre estrellas de tipo espectral A y F (Grigahcène et al., 2010). En la Fig. 1.5 se muestra un diagrama $\log g - T_{\text{eff}}$ con estrellas observadas por el telescopio Kepler y clasificadas como δ Sct, γ Dor e híbridas por Uytterhoeven et al. (2011).

Recientemente, dos nuevas clases de enanas blancas pulsantes fueron descubiertas en una región cercana a la zona poblada habitualmente por las variables δ Sct y γ Dor en el diagram $\log g - T_{\text{eff}}$. Estas estrellas son las enanas blancas variables de masa extremadamente baja (ELMV) y sus precursores, las estrellas pre-ELMV, mencionadas en secciones anteriores. Las enanas blancas ELM están caracterizadas por masas estelares menores a $0.3M_{\odot}$ (Brown et al., 2010), y son el resultado de fuertes eventos de transferencia de masa en la etapa de gigante roja de la evolución de estrellas de baja masa en sistemas binarios cercanos (Istrate et al., 2014, 2016a; Althaus et al., 2013). Una estrella aislada con tan poca masa requeriría más de la edad del Universo para evolucionar hasta una enana blanca. En el año 2012 la primera estrella variable enana blanca ELMV fue descubierta, posibilitando la exploración de la estructura interna de este tipo de estrellas.

Las estrellas pre-ELMV son los progenitores de las variables ELMV. Las variables pre-ELMV exhiben pulsaciones con períodos compatibles con modos radiales y modos p y g no radiales de bajo orden radial. El mecanismo de excitación causante de estas oscilaciones es el mecanismo $\kappa - \gamma$ el cual

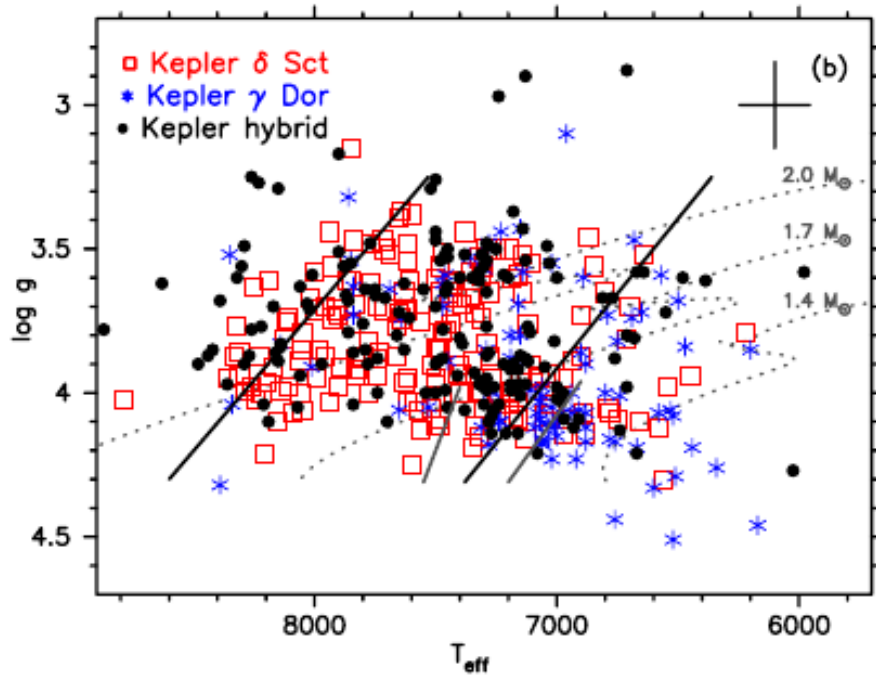


Figura 1.5: Diagrama $\log g - T_{\text{eff}}$ de estrellas observadas por el telescopio espacial Kepler clasificadas como δ Sct, γ Dor e híbridas. Extraído de [Uytterhoeven et al. \(2011\)](#).

actúa en zona del He II (Córscico et al., 2016a; Gianninas et al., 2016; Istrate et al., 2016a). Sus temperaturas efectivas son similares a las de las ELMV, aunque son menos compactas, mostrando gravedades superficiales bajas. La ubicación de las enanas blancas pre-ELMV en el diagrama $\log g - T_{\text{eff}}$ resulta de gran interés ya que la banda de inestabilidad de estas estrellas se superpone con el de las δ Sct.

1.5 Motivación y objetivos

Las estrellas variables son objetos magníficos para la exploración de la estructura interna estelar que posibilitan además evaluar diversas teorías de evolución estelar y procesos físicos tales como la convección, la nucleosíntesis, los campos magnéticos, etc. La Astrosismología es una herramienta poderosa de la astrofísica estelar que permite el estudio de los fenómenos mencionados y las propiedades de la estructura estelar mediante la comparación de observaciones con el modelado de las pulsaciones estelares.

Además de las bien conocidas aplicaciones tales como mediciones de la masa estelar, el grosor de la envoltura y la estratificación química del núcleo, destacamos las siguientes: i) La predicción de campos magnéticos: los campos magnéticos deforman a las estrellas. El estudio de las formas estelares se puede realizar mediante mediciones astrosísmicas, con mejor precisión que con la interferometría, debido a que distintos modos de oscilación pueden explorar distintas latitudes estelares (Gizon et al., 2016). ii) La predicción de la tasa de rotación estelar: En las estrellas variables γ Dor, es posible determinar la tasa de rotación de estas estrellas mediante la medición del espaciamiento de períodos de modos g el cual resulta afectado por este fenómeno, además del “splitting” rotacional (Ouazzani et al., 2017). iii) Propiedades de partículas elementales: por ejemplo el momento dipolar magnético del neutrino, usando una estimación de la tasa de cambio de los períodos de pulsación en ciertas enanas blancas DB (Córscico et al., 2014) o la estimación de la masa de los axiones (Córscico et al., 2012). iv) Distancia de planetas de la estrella central: Los llamados planetas “Hot-Jupiters” poseen una estructura interna que permite la excitación de modos de oscilación gracias al flujo de radiación que reciben de la estrella central. Esta radiación excita modos de oscilación dependiendo de la distancia del planeta a la estrella central (Dederick & Jackiewicz, 2017).

En los últimos años se han descubierto un significativo número de estrel-

las pulsantes gracias a misiones espaciales como COROT (Auvergne et al., 2009), MOST (Walker et al., 2003) y el telescopio espacial Kepler (Borucki, 2016) junto a su segunda misión: K2 (Van Cleve et al., 2016). En la actualidad se continúan descubriendo y analizando nuevas variables gracias a estos satélites y el resultado de los esfuerzos realizados para lanzar nuevas misiones tales como TESS (Ricker et al., 2015). Los niveles de precisión fotométrica alcanzados junto a la posibilidad de realizar largas observaciones ininterrumpidas de cientos de miles de objetos que ofrecen estas misiones espaciales, revolucionaron la astrosismología incrementando significativamente la población de estrellas variables en el diagrama H-R, inclusive con nuevas familias de estrellas pulsantes.

Existe una compleja e interesante región del diagrama H-R que está siendo poblada de manera particularmente rápida gracias a estas misiones, en la cual coexisten numerosas familias de estrellas pulsantes. Esta región corresponde a la sección inferior de la banda clásica de inestabilidad, la cual se asocia usualmente con estadios tempranos de la evolución estelar, es decir con las etapas evolutivas de pre-secuencia principal, secuencia principal y post-secuencia principal. La diversidad de las características pulsacionales, la variedad de estructuras estelares y las distintas etapas evolutivas de las estrellas que abarca esta región, brindan la posibilidad de estudiar una plétora de fenómenos físicos.

En esta tesis, estudiaremos principalmente dos familias de estrellas pulsantes: las estrellas δ Sct y las γ Dor. Estas variables son y han sido de particular interés en la comunidad científica para abordar el análisis de diversos fenómenos, por ejemplo: el fenómeno del transporte del momento angular representa uno de los mayores desafíos para estudiar la evolución de estrellas rotantes; sin embargo, gracias a los modos g de oscilación que exhiben las estrellas γ Dor es posible explorar este fenómeno en el borde del núcleo convectivo donde se espera que ocurra este transporte. Por otra parte, la estructura interna, en particular la existencia de una envoltura convectiva en las estrellas δ Sct, es de gran interés en varios aspectos de la astrofísica; por ejemplo, se cree que el alineamiento de los planetas alrededor de las estrellas que los hospedan está fuertemente relacionado con la profundidad de estas capas convectivas (Lai, 2012).

Entre las motivaciones que impulsaron el desarrollo de esta tesis, mencionamos los importantes descubrimientos que arrojaron las observaciones de las misiones espaciales. Uno de ellos es la corroboración de la existencia de estrellas híbridas δ Sct- γ Dor. Análisis posteriores sobre una gran muestra de estrellas candidatas a δ Sct y γ Dor observadas con el telescopio Kepler

revelaron que de 471 estrellas que exhiben pulsaciones de tipo δ Sct o γ Dor, el 36% son estrellas híbridas (Uytterhoeven et al., 2011). Los estudios recientes también realizados sobre grandes muestras de estrellas δ Sct o γ Dor de Balona et al. (2015) y Bradley et al. (2015) muestran que las estrellas híbridas δ Sct- γ Dor son en realidad variables muy comunes.

Como mencionamos previamente, estos objetos tienen un increíble potencial astrosismológico gracias a la presencia simultánea de modos p y g que permiten explorar las capas externas e internas, respectivamente, abarcando de esta manera la estructura estelar completa. Sin embargo, en año 2016 podíamos contar con sólo unos pocos modelados sismológicos detallados de estrellas híbridas δ Sct- γ Dor; a saber KIC 1145123 (Kurtz et al., 2014), KIC 9244992 (Saio et al., 2015) y el sistema binario KIC 10080943 (Schmid & Aerts, 2016). En esta tesis explotamos el potencial astrosismológico de estos objetos y damos el primer paso en el programa del modelado astrosismológico sistemático de estrellas híbridas δ Sct- γ Dor en el Observatorio de La Plata. Entre los resultados de este trabajo, presentamos el modelado de cinco estrellas híbridas incluyendo las variables mencionadas de Kurtz et al. (2014) y Saio et al. (2015). Nuestra aproximación consiste en la comparación de los períodos de pulsación observados con los períodos de pulsación adiabáticos teóricos calculados sobre un enorme conjunto de modelos representativos de estrellas de tipo espectral A y F de secuencia principal con masas en el rango 1.2-2.2 M_{\odot} generados con los códigos de última generación LPCODE (Althaus et al., 2005) y LP-PUL (Córscico et al., 2006) para el cómputo de los modelos evolutivos y pulsaciones, respectivamente. Esta aproximación suele ser denominada comúnmente como 'grid-based modeling' en inglés, es decir un modelado basado en una grilla de simulaciones, en el campo del modelado de estrellas con oscilaciones de tipo solar y ha sido la aproximación astrosismológica preferida para el modelado de enanas blancas (Córscico et al., 2008; Althaus et al., 2010; Romero et al., 2012).

Para complementar el análisis teórico de las estrellas híbridas δ Sct- γ Dor, llevamos a cabo además un detallado análisis de la curva de luz y el espectro de frecuencias del objeto COROT ID 102314644 el cual constituye la primera estrella híbrida δ Sct- γ Dor observada hasta el momento que exhibe manchas en su superficie.

En la sección anterior, mencionamos que existe otro grupo de estrellas variables que puebla parcialmente la región del diagrama $T_{\text{eff}} - \log g$ habitado usualmente por las variables δ Sct, γ Dor y estrellas híbridas δ Sct- γ Dor: el grupo de los precursores enanas blancas variables de masa extremadamente baja (pre-ELMV). Las observaciones muestran que no sólo la banda

de inestabilidad de las pre-ELMV se superpone con la de las δ Sct, sino que además comparten un rango común de períodos excitados, convirtiendo la correcta clasificación de estos objetos en un desafío. Una manera de distinguir estas clases de variables es conociendo su radio o su masa. Como mencionamos, las variables pre-ELMV tienen masas $\lesssim 0.3M_{\odot}$ mientras que las δ Sct exhiben masas entre 1.5 y $2.5M_{\odot}$. Además, el radio característico de una δ Sct es dos a tres veces el radio de una pre-ELMV y se puede estimar conociendo la distancia. El satélite Gaia ([Gaia Collaboration et al., 2016a,b](#)) está midiendo paralaje, y por lo tanto distancias, de casi 1.700 millones de estrellas de la Vía Láctea, constituyendo de esta manera el catálogo más rico de nuestra galaxia. Sin embargo, la gran mayoría de las estrellas enanas blancas ELM y pre-ELM están en sistemas binarios y son encontradas usualmente mediante la búsqueda de objetos con alto movimiento propio, dado que son intrínsecamente débiles y deben estar cerca para observarlas. Por su parte, aproximadamente el 50% de las estrellas δ Sct también están en sistemas binarios. La reducción de datos para objetos con altos movimientos propios, en sistemas binarios que exhiben variabilidad es muy compleja con lo cual las distancias para la mayoría de estos objetos estarán disponibles luego de que el satélite Gaia complete las observaciones. Además, los datos proporcionados por esta misión nos permitirá testear nuestros modelos astrosismológicos y analizar el grado de fiabilidad de la teoría de pulsaciones. Esto nos motivó para iniciar la búsqueda de nuevas herramientas para distinguir entre las estrellas δ Sct y pre-ELMV que no dependan de la espectroscopía ni la medición de su paralaje. En esta tesis brindamos estas herramientas, haciendo uso de la naturaleza pulsacional de las estrellas δ Sct de secuencia principal y las variables pre-ELMV. Realizamos una comparación de las propiedades pulsacionales de estas familias, con el objetivo de brindar herramientas para su correcta clasificación. Específicamente, presentamos al espaciado de períodos y frecuencias y a la tasa de cambio de períodos ($d\Pi/dt$) (descrito en el Capítulo 2.) como herramientas para distinguir entre ambos tipos de variables. Las diferencias encontradas en estas cantidades ayudan a distinguir la naturaleza de las estrellas δ Sct y pre-ELMV y permiten clasificarlas sin el conocimiento de sus masas o radios.

CAPÍTULO 2

Herramientas Numéricas

*“Los ordenadores son inútiles.
Solo pueden darnos respuestas.”*
Pablo Picasso (1881-1973).

En este capítulo describiremos los códigos numéricos empleados para el cálculo de las secuencias evolutivas y pulsaciones haciendo mención de la microfísica utilizada. El código evolutivo que utilizamos es el código LPCODE (Althaus et al., 2005), mientras que el código empleado para el cálculo de frecuencias es el LP-PUL (Córscico et al., 2006). Estos códigos están acoplados y ambos fueron utilizados para el desarrollo de una extensa grilla de modelos evolutivos y pulsacionales (~ 400000 modelos estelares y pulsacionales que abarcan diferentes parámetros astrofísicos) característicos de las variables δ Sct, γ Dor e híbridas δ Sct- γ Dor. Esta grilla la empleamos para el modelado astrosismológico de cinco estrellas híbridas δ Sct- γ Dor y será descrita en el Capítulo 3.

2.1 Código de evolución LPCODE

El código LPCODE fue desarrollado en su totalidad en la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de la UNLP. Ha sido empleado en numerosos y diversos estudios de estrellas de baja masa a intermedia en diferentes etapas

CAPÍTULO 2. HERRAMIENTAS NUMÉRICAS
2.1. CÓDIGO DE EVOLUCIÓN LPCODE

de su evolución. Entre sus primeras aplicaciones podemos mencionar el cálculo de toda la evolución de los progenitores de enanas blancas (por ejemplo [Althaus et al., 2003, 2005](#)). En sus aplicaciones más recientes destacamos los trabajos realizados sobre la emisividad de axiones en enanas blancas ([Miller Bertolami et al., 2014](#)), el escenario de subflashes de helio en la etapa previa a la rama horizontal de estrellas calientes ([Battich et al., 2018](#)), los pulsos térmicos en la rama asintótica de las gigantes ([De Gerónimo et al., 2018](#)), el modelado de enanas blancas ultra masivas ([Camisassa et al., 2018](#)), el análisis de enanas blancas de masa extremadamente baja ([Calcaferro et al., 2018](#)) y el estudio de enanas blancas con discos de acreción ([Wachlin et al., 2017](#)), entre otros.

El conjunto de ecuaciones que determina la estructura y evolución estelar y resuelve LPCODE bajo la hipótesis de simetría esférica y escrito en la formulación lagrangiana (con m y t como variables independientes) es el siguiente:

$$\frac{\partial r}{\partial m} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{Gm}{4\pi r^4} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial l}{\partial m} = \epsilon_n - \epsilon_\nu - c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\delta}{\rho} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial m} = -\frac{GmT}{4\pi r^4 P} \nabla \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = -\sum_j \langle v\sigma \rangle_{ij} n_i n_j + \sum_{k,l} \langle v\sigma \rangle_{kl} n_k n_l + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_{mix} \frac{\partial n_i}{\partial r} \right) \text{ con } i = 1, \dots, I \quad (2.5)$$

donde t es el tiempo, $r(m, t)$ es la distancia radial al centro de la estrella, $T(m, t)$, $P(m, t)$ y $l(m, t)$, la temperatura, la presión y la luminosidad respectivamente, $\delta = \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_P$ es el coeficiente de expansión térmica, ϵ_n es la energía nuclear liberada por unidad de masa y de tiempo, ϵ_ν la energía liberada por neutrinos por unidad de masa y de tiempo, c_p el calor específico a

CAPÍTULO 2. HERRAMIENTAS NUMÉRICAS
2.1. CÓDIGO DE EVOLUCIÓN LPCODE

presión constante por unidad de masa y $\nabla = \frac{\partial \ln T}{\partial \ln P}$ el gradiente adimensional de temperatura.

La primer ecuación corresponde a la conservación de la masa, las segunda a la ecuación de Euler, la tercera a la conservación de la energía y la cuarta está relacionada con el transporte de energía ya que está determinada por el valor de ∇ . Finalmente, la ecuación 2.5 describe los cambios en la composición química de las capas de la estrella. Estos cambios se deben a las reacciones nucleares que tienen lugar en una capa (primeros dos términos de la ecuación) y a los fenómenos de mezcla (tercer término de la ecuación 2.5). n_i es el número de partículas de una especie nuclear i y suponemos que hay I especies químicas. Entonces, $\langle v\sigma \rangle_{ij}$ representa la tasa de reacciones nucleares por par de partículas entre las especies i y j y $\langle v\sigma \rangle_{kl}$ representa la tasa de reacciones nucleares entre las especies k y l que producen partículas i . Respecto al último término de esta ecuación mencionamos que los fenómenos de mezcla están modelados aquí como un proceso de difusión de la composición química y que D_{mix} representa el coeficiente de difusión que describe dicho fenómeno de mezcla.

En LPCODE, el cálculo de la evolución estelar está basado en un esquema tipo Henyey, uno de los más difundidos entre los códigos de evolución estelar (Hofmeister et al., 1964). La implementación de dicho esquema en el código se realiza mediante la linealización implícita de este sistema de ecuaciones. El sistema algebraico resultante de dicha linealización se resuelve mediante el método iterativo de Newton-Raphson. Resolviendo las ecuaciones de estructura estelar se obtienen $T = T(m)$, $P = P(m)$, $r = r(m)$ y $l = l(m)$ a un tiempo dado. Finalmente, el sistema de ecuaciones bien conformado de estructura se completa brindando información de la composición química.

Con el propósito de mejorar la estabilidad de los cálculos, en LPCODE se realizan los siguientes cambios de variables:

$$\xi = \ln(1 - m/M_*) \quad (2.6)$$

$$\theta = \ln(T/T_0) \quad (T_0 \equiv 10^6 K) \quad (2.7)$$

$$p = \ln(P/P_0) \quad (P_0 \equiv 10^{15} \text{ din cm}^{-2}) \quad (2.8)$$

$$x = \ln(r/r_0) \quad (r_0 \equiv 10^{10} \text{ cm}) \quad (2.9)$$

$$\lambda = l/(\Lambda L_0) \quad (L_0 \equiv 10^{33} \text{ erg seg}^{-1}) \quad (i = 1, \dots, I) \quad (2.10)$$

Así, ξ es la variable independiente utilizada por el LPCODE y θ , p , x y λ son las variables dependientes. Las constantes T_0 , P_0 , r_0 y L_0 son factores

CAPÍTULO 2. HERRAMIENTAS NUMÉRICAS

2.1. CÓDIGO DE EVOLUCIÓN LPCODE

de escala. El factor Λ también es un factor de escala que se reajusta automáticamente durante el cálculo y M_* es la masa total de la estrella. En los códigos de evolución estelar la composición química de un modelo se trata de la siguiente manera: una vez obtenidas las variables T , P , r y l a un tiempo t_{n+1} se calcula la composición química usando la ecuación 2.5 para un tiempo posterior t_{n+2} . Luego se calculan las variables de estructura al tiempo t_{n+2} suponiendo conocida la composición química, y así sucesivamente. La resolución simultánea de las ecuaciones de estructura y de composición química implican un costo computacional muy elevado, pero se puede considerar un paso temporal lo suficientemente pequeño para que las variables no cambien considerablemente. Esta elección de un paso temporal pequeño es necesaria para que la linealización de la ecuaciones sea una buena aproximación.

Para poder resolver las ecuaciones de estructura interna junto con la composición química, es necesario adoptar una ecuación de estado adecuada para el material estelar. LPCODE utiliza diferentes ecuaciones de estado según la etapa evolutiva a estudiar. Para estrellas en la secuencia principal utilizamos la ecuación de estado para regímenes de bajas densidades y temperaturas del proyecto OPAL (Iglesias & Rogers, 1996). Esta ecuación contempla el fenómeno de la presión de radiación y la ionización parcial en un gas no-ideal cuando se considera una mezcla hidrógeno y helio en la envoltura externa de la estrella. Para el análisis de los precursores de enanas blancas, se utilizaron modelos calculados en Córscico et al. (2016b) los cuales emplean una versión actualizada de la ecuación de estado de Magni & Mazzitelli (1979). Las opacidades que utilizamos en este código para el cálculo del transporte de calor en la estrella son las opacidades radiativas OPAL, aptas para un amplio rango de metalicidades y temperaturas. Estas opacidades se completan con las opacidades moleculares de Ferguson et al. (2005) para bajas temperaturas.

Con respecto a las especies nucleares consideradas, éstas son: H , D , 3He , 4He , 7Be , ${}^{12}C$, ${}^{13}C$, ${}^{14}N$, ${}^{15}N$, ${}^{16}O$, ${}^{17}O$, ${}^{18}O$, ${}^{19}F$, ${}^{20}Ne$ y ${}^{22}Ne$. La red de reacciones nucleares empleada incluye 34 reacciones termonucleares para describir la quema de hidrógeno (cadenas protón-protón y bi-ciclo CNO), quema de helio y el encendido del carbono, suficientes para seguir detalladamente la evolución de estrellas de baja masa en la secuencia principal. Las tasas de reacciones nucleares fueron tomadas de la compilación de Caughlan & Fowler (1988) y Angulo (1999).

La teoría implementada en el LPCODE para la descripción de la convección en la secuencia principal es la teoría estándar de la longitud de mezcla (MLT). Esta teoría modela a la convección como un proceso en el cual los

CAPÍTULO 2. HERRAMIENTAS NUMÉRICAS
2.1. CÓDIGO DE EVOLUCIÓN LPCODE

elementos de material se mueven verticalmente con excesos y defectos de temperatura respecto del valor medio de una dada zona convectiva, a lo largo de una dada longitud característica (l_m) transportando calor para luego disgregarse en el medio que los rodea. Se adopta, $l_m = \alpha H_P$, donde H_P es la escala de altura de la presión y α un parámetro adimensional. Para el cálculo de modelos en la secuencia principal, adoptamos $\alpha = 1.66$ con el cual se reproducen la luminosidad y temperatura actuales del Sol, $L_\odot = 3,842 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$ y $T_{\text{eff}} = 5808.98K$, cuando se adoptan los valores para la metalicidad y la abundancia de hidrógeno $Z = 0.0164$ y $X = 0.714$ respectivamente, de acuerdo al valor de Z/X de [Grevesse & Noels \(1993\)](#). Para el desarrollo de modelos de precursores de enanas blancas de masa extremadamente baja, se utilizó la versión MLT2 de la MLT, en la cual $\alpha = 1$ (ver, por ejemplo [Tassoul et al., 1990](#)). En las enanas blancas, se desarrolla la convección superficial como resultado de la combinación de los principales constituyentes atmosféricos; el perfil de estas zonas convectivas resulta ser un perfecto trazador de la extensión de las zonas de ionización parcial. En la base de la zona de convección superficial, la luminosidad radiativa comienza a ser modulada cuando la enana blanca entra en la banda de inestabilidad. Por lo tanto, el conocimiento de la ubicación exacta de la base de la región convectiva, resulta ser crítica en términos de la excitación potencial de los modos de pulsación. La ubicación de esta base y la extensión de toda la región convectiva es en general incierta ya que depende de la teoría de extensión de mezcla y por lo tanto las propiedades pulsacionales que se derivan de una enana blanca pueden ser sensibles a la eficiencia convectiva asumida. Sin embargo, los resultados obtenidos en la etapa de los precursores de enanas blancas son insensibles a la prescripción de la MLT empleada ([Córscico et al., 2016b](#)). La teoría de longitud de mezcla clásica y la ML2 difieren únicamente en la elección de las constantes a , b y c que aparecen en las siguientes conocidas ecuaciones que describen la velocidad media de una célula convectiva,

$$v_c^2 = \frac{al^2gQ(\nabla - \nabla')}{H_P}, \quad (2.11)$$

el flujo convectivo medio,

$$F_c = \frac{b\rho v_c c_p T l (\nabla - \nabla')}{H_P}, \quad (2.12)$$

y la eficiencia convectiva en un medio sin fuentes de energía,

$$\frac{\nabla - \nabla'}{\nabla' - \nabla_{ad}} = \frac{c_p \rho^2 l v_c \kappa}{c \sigma T^3}, \quad (2.13)$$

En estas ecuaciones, Q está dado por:

$$Q = \frac{4 - 3\beta}{\beta} - \left(\frac{\partial \ln \mu}{\partial \ln T} \right)_P \quad (2.14)$$

dónde $\beta = P_{GAS}/P$ y ∇' es el gradiente de temperatura con respecto a la presión de un elemento de fluido en movimiento y su valor depende, en general, de la tasa a la cual este elemento de fluido intercambia calor con su entorno.

La versión clásica de esta teoría adopta $a = 1/8$, $b = 1/2$ y $c = 24$, mientras que la ML2 utiliza $a = 1$, $b = 2$ y $c = 16$ reduciendo la tasa de pérdida de energía horizontal y por lo tanto aumentando la eficiencia convectiva relativa a la aproximación clásica.

La determinación de las regiones convectivamente inestables se realiza utilizando el criterio de Schwarzschild, el cual establece que una zona es convectivamente inestable cuando

$$\nabla_{rad} > \nabla_{ad} \quad (2.15)$$

siendo ∇_{ad} y ∇_{rad} los gradientes adiabático y de temperatura radiativa, respectivamente (ver [Kippenhahn et al., 2012](#)). Para algunos modelos se consideraron episodios de mezcla adicionales, específicamente se consideró el fenómeno conocido como “overshooting” en la literatura. Estos episodios se modelaron como procesos difusivos dependientes del tiempo, asumiendo que la velocidad de mezcla decae exponencialmente mas allá de la frontera de las zonas convectivas establecidas por el criterio de Schwarzschild. La expresión para el coeficiente de difusión adoptada en el LPCODE es:

$$D = D_0 \exp(-2z/fH_P) \quad (2.16)$$

dónde D_0 es el coeficiente de difusión en el borde de la zona convectiva, z es la distancia geométrica de la capa considerada a este borde, H_P es la escala de altura de la presión en el borde convectivo y f es una medida de la extensión de la región con *overshooting* ([Herwig et al., 1997](#); [Herwig, 2000](#)).

2.2 Código de pulsaciones LP-PUL

Este código fue desarrollado en el Grupo de Evolución Estelar y Pulsaciones de La Plata por el Dr. Córscico con el propósito de estudiar las propiedades

CAPÍTULO 2. HERRAMIENTAS NUMÉRICAS
2.2. CÓDIGO DE PULSACIONES LP-PUL

pulsacionales en estrellas variables. Inicialmente se programó para el cálculo de pulsaciones no-radiales adiabáticas en estrellas con simetría esférica (Córscico & Benvenuto, 2002). Luego se desarrolló una versión no adiabática que también empleamos en esta Tesis para el cálculo de la inestabilidad de los modos vibracionales en las enanas blancas pre-ELMV y las variables δ Sct en el Capítulo 4. Comenzaremos describiendo la formulación adiabática adoptada por LP-PUL.

El código de pulsaciones no-radiales adiabático LP-PUL está basado en una modificación de la técnica de Newton-Raphson generalizada presentada en Hofmeister et al. (1964) para resolver el conjunto de ecuaciones en diferencias que forman las ecuaciones diferenciales de oscilaciones no-radiales, lineales y adiabáticas para estrellas bajo la hipótesis de simetría esférica. Estas ecuaciones son:

$$x \frac{dy_1}{dr} = (V_g - 3)y_1 + \left[\frac{l(l+1)}{c_1 w^2} - V_g \right] y_2 + V_g y_3 \quad (2.17)$$

$$x \frac{dy_2}{dr} = (c_1 w^2 - A^*)y_1 + (A^* - U + 1)y_2 - A^* y_3 \quad (2.18)$$

$$x \frac{dy_3}{dr} = (1 - U)y_3 + y_4 \quad (2.19)$$

$$x \frac{dy_4}{dr} = U A^* y_1 + U V_g y_2 + [l(l+1) - U V_g] y_3 - U y_4 \quad (2.20)$$

donde y_1 , y_2 , y_3 y y_4 son las autofunciones adimensionales de Dziembowski (1971) dadas por:

$$y_1 = \frac{\xi_r}{r} \quad (2.21)$$

$$y_2 = \frac{1}{gr\rho} \left(\frac{p'}{\rho} + \Phi' \right) \quad (2.22)$$

$$y_3 = \frac{\Phi'}{gr} \quad (2.23)$$

$$y_4 = \frac{1}{g} \frac{d\Phi'}{dr} \quad (2.24)$$

CAPÍTULO 2. HERRAMIENTAS NUMÉRICAS
2.2. CÓDIGO DE PULSACIONES LP-PUL

donde ξ_r , P' y Φ' son el desplazamiento radial de un elemento de fluido con respecto a su posición de equilibrio, la presión y el potencial gravitatorio que experimenta el elemento de fluido a una distancia ξ de su posición de equilibrio. Por otra parte, V_g , U , A^* , ω y c_1 tienen las siguientes expresiones:

$$V_g = \frac{gr}{c^2} \quad (2.25)$$

$$U = \frac{4\pi\rho r^3}{M_r} \quad (2.26)$$

$$A^* = \frac{r}{g} N^2 \quad (2.27)$$

$$\omega^2 = \frac{R_*^3}{GM_*} \sigma^2 \quad (2.28)$$

$$c_1 = \left(\frac{r}{R}\right)^3 \left(\frac{M_*}{M_r}\right) \quad (2.29)$$

Junto con las condiciones de contorno adecuadas, este sistema de ecuaciones, constituye un problema lineal de autovalores de cuarto orden. Las condiciones de contorno en la formulación adimensional para el centro del modelo ($x = 0$) son las siguientes:

$$y_1 c_1 \omega^2 - l y_2 = 0 \quad (2.30)$$

$$l y_3 - y_4 = 0 \quad (2.31)$$

y para la superficie ($x = 1$):

$$y_1 \left[1 + \left(\frac{l(l+1)}{\omega^2} - 4 - \omega^2 \right) \frac{1}{V} \right] - y_2 + y_3 \left[1 + \left(\frac{l(l+1)}{\omega^2} - l - 1 \right) \frac{1}{V} \right] = 0 \quad (2.32)$$

$$(l+1)y_3 + y_4 = 0 \quad (2.33)$$

CAPÍTULO 2. HERRAMIENTAS NUMÉRICAS
2.2. CÓDIGO DE PULSACIONES LP-PUL

La resolución numérica de este problema está desarrollada en el Apéndice A.1.

Finalmente mencionamos que para cada modo el código de pulsaciones calcula la frecuencia adimensional w_k , donde k es el orden radial del modo correspondiente, y las autofunciones y_1 , y_2 , y_3 e y_4 definidas en las ecuaciones 2.21, 2.22, 2.23 y 2.24. A partir de estas cantidades básicas el código de pulsación calcula los períodos de Π_k definidos en el capítulo anterior, la energía cinética de oscilación E_{cin} ,

$$E_{cin} = \frac{GM_*(R_*\omega_k)^2}{2} \int_0^1 x^4 \rho \left[y_1^2 + y_2^2 \frac{l(l+1)}{C_1^2 \omega_k^4} \right] dx, \quad (2.34)$$

la función peso, W_k , que indica la contribución relativa de las diferentes regiones en la estrella a la formación de períodos¹,

$$W_k = (4\pi GR_*^2) \frac{(x\rho)^2}{U} \left[A^* y_1^2 + V_g (y_2 - y_3)^2 - \frac{(l(l+1)y_3 + y_4)^2}{U} \right] \quad (2.35)$$

y los coeficientes de *splitting* rotacional C_k ,

$$C_k = \frac{GM_* R_*^2}{2E_{cin}} \int_0^1 \frac{x^4 \rho y_2}{C_1} \left[2y_1 + \frac{y_2}{C_1 \omega_k^2} \right] dx. \quad (2.36)$$

Estos coeficientes son particularmente útiles para estimar la frecuencia de rotación, Ω_{rot} de una estrella, mediante la medición del *splitting* rotacional, definido, a primer orden, como $\Delta f = m(1 - C_k)\Omega_{rot}$

Como mencionamos previamente, se empleó también la versión no-adiabática del código LP-PUL. La descripción de las ecuaciones que gobiernan en el problema no-adiabático y que resuelve este código se encuentra en el Apéndice A.

¹Se define “región de formación de período” como aquella región en la estrella cuya función de peso normalizada presenta una amplitud relativamente grande (mayor a ≈ 0.1).

CAPÍTULO 3

Estrellas híbridas δ Sct- γ Dor

*“All science would be superfluous
if the outward appearance and the essence of things
directly coincided.”*
Capital, Karl Marx (1894)

En la actualidad, las estrellas pulsantes constituyen una de las herramientas más poderosas para explorar el interior estelar y además, como ya mencionamos, proporcionan una gran cantidad de información acerca de la estructura física y el estado evolutivo de las estrellas mediante la astrosismología (Aerts et al., 2010; Balona, 2010; Catelan & Smith, 2015). Entre los tipos de estrellas variables más estudiadas en los últimos años encontramos a las variables δ Sct y γ Dor, que comprenden estrellas con tipos espectrales entre A y F y masas estelares entre $\sim 1.2 - 2.5M_{\odot}$ con quema estable de H en sus núcleos sobre (o cerca) de la secuencia principal, abarcando temperaturas en el rango $6500 \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 8500$ K.

Las bandas de inestabilidad de las estrellas δ Sct y γ Dor se superponen parcialmente en el diagrama H-R (ver, por ejemplo, Fig. 4 de Tkachenko et al., 2013), sugiriendo notoriamente la existencia de las estrellas híbridas δ Sct- γ Dor, es decir, estrellas que exhiben simultáneamente pulsaciones de modos p con frecuencias altas de oscilación, típicas de las estrellas δ Sct, y oscilaciones de modos g con frecuencias bajas de oscilación, características de las variables γ Dor (Dupret et al., 2004; Grigahcène et al., 2010). El primer objeto detectado pulsando intrínsecamente con ambos tipos de frecuencias

δ Sct y γ Dor data del año 2005 (Henry & Fekel, 2005). Posteriormente, algunos casos individuales fueron reportados (ver, por ejemplo, Uytterhoeven et al., 2008a; Handler, 2009) hasta que análisis sobre los datos proporcionados por las misiones Kepler y CoRoT brindaron los primeros indicios de que el comportamiento híbrido podría ser común en las estrellas de tipo espectral A-F (Grigahcène et al., 2010; Hareter et al., 2010). El estudio minucioso sobre una gran muestra (> 750 estrellas) de estrellas candidatas a δ Sct y γ Dor realizado por Uytterhoeven et al. (2011) reveló que, de un total de 471 estrellas con pulsaciones del tipo δ Sct o γ Dor, el 36% (171 estrellas) son estrellas híbridas δ Sct- γ Dor. Además, estudios recientes de muestras aún más grandes (por ejemplo Bradley et al., 2015) de candidatas a δ Sct o γ Dor, sugieren que las estrellas híbridas son muy comunes. Balona et al. (2015) analizaron la distribución de frecuencias de las estrellas δ Sct observadas por el telescopio Kepler con la cadencia corta¹ y encontraron frecuencias cortas (típicas de las estrellas γ Dor) en *todas* las estrellas δ Sct analizadas. Este descubrimiento, de alguna manera, deja sin sentido el concepto de estrellas δ Sct y γ Dor “puras”.

Aparte de estas investigaciones importantes sobre grandes muestras de estrellas, hay estudios publicados sobre varias estrellas híbridas δ Sct- γ Dor individuales observadas con misiones espaciales. Entre ellos, mencionamos los de HD 114839 (King et al., 2006) y BD+18-4914 (Rowe et al., 2006), ambas detectadas con el satélite MOST. Además, las estrellas híbridas δ Sct- γ Dor descubiertas por las observaciones realizadas por COROT son COROT 102699796 (Ripepi et al., 2011), COROT 105733033 (Chapellier et al., 2012), COROT 100866999 (Chapellier & Mathias, 2013), y HD 49434 (Brunsden et al., 2015). Finalmente, entre las estrellas híbridas descubiertas por la misión Kepler, mencionamos KIC 6761539 (Herzberg et al., 2012), KIC 11145123 (Kurtz et al., 2014), KIC 8569819 (Kurtz et al., 2015), KIC 9244992 (Saio et al., 2015), KIC 9533489 (Bognár et al., 2015) y KIC 10080943 (Keen et al., 2015).

Por otra parte, varios intentos de modelado astrosismológico de estrellas δ Sct han mostrado ser una tarea bastante complicada (Civelek et al., 2001; Lenz et al., 2008; Murphy et al., 2013). En parte, esto es debido a la existencia de numerosas combinaciones de parámetros de la estructura estelar (T_{eff} , M_* , Y , Z , *overshooting*, etc), que conducen a diferentes soluciones sísmicas pero reproducen, con virtualmente el mismo grado de precisión, el conjunto de frecuencias observadas. Esta situación es potencialmente mucho más fa-

¹El telescopio Kepler ofrece dos maneras de observar-la cadencia larga y corta- con un tiempo de integración efectivo de 30 min y 1 min respectivamente.

vorable para el caso de las estrellas híbridas δ Sct- γ Dor dado que la presencia simultánea de modos excitados g y p no radiales (además de las pulsaciones radiales) permite poner restricciones poderosas en toda la estructura, eliminando, por lo tanto, gran parte de la degeneración en las soluciones. De esta manera, las estrellas híbridas tienen un formidable potencial astrosismológico y son objetos atractivos para modelar.

Entre los objetos híbridos previamente mencionados, se han realizado modelados sismológicos detallados únicamente en algunas pocas estrellas híbridas δ Sct- γ Dor; a saber KIC 11145123 (Kurtz et al., 2014), KIC 9244992 (Saio et al., 2015) y el sistema binario KIC 10080943 (Schmid & Aerts, 2016). En este capítulo, presentamos el modelado sísmico de cinco híbridas δ Sct- γ Dor incluyendo aquellas dos analizadas por Kurtz et al. (2014) y Saio et al. (2015). Nuestro enfoque consiste en la comparación de los períodos de pulsación observados con los períodos adiabáticos de pulsación teóricos (y los espaciamientos de períodos de modos g de alto orden radial), calculados sobre un enorme conjunto de modelos estelares representativos de estrellas A-F de secuencia principal con masas en el rango $1.2 - 2.2M_{\odot}$, generados con un código evolutivo actualizado. Este enfoque suele denominarse “grid-based modeling” en el campo osciladores de tipo solar (por ejemplo, Gai et al., 2011; Hekker & Ball, 2014) y ha sido el preferido en numerosos estudios de enanas blancas (Córscico et al., 2008; Althaus et al., 2010). Inclusive, este enfoque fue adoptado en el estudio de estrellas híbridas δ Sct- γ Dor por Schmid & Aerts (2016) y en el contexto de las estrellas pulsantes lentas SPB (en inglés, “slowly pulsating B”) por Moravveji et al. (2015). Las características de las estrellas seleccionadas son determinadas mediante una búsqueda en una grilla de modelos para obtener el “mejor ajuste” de modelo para un dado conjunto de períodos observados de modos radiales y modos p y g no radiales. En particular, hicimos uso completo de la valiosa información que algunas estrellas híbridas observadas brindan, esto es, el valor del espaciamiento medio de períodos ($\overline{\Delta\Pi}$) de modos g . Específicamente, realizamos un modelado astrosismológico de las estrellas híbridas δ Sct- γ Dor mencionadas en la Tabla 3.1. El uso de $\overline{\Delta\Pi}$ nos permite descartar una gran porción de modelos de la grilla; aquellos que no reproducen el espaciamiento de períodos observados. Además, asumimos que el modo de mayor amplitud en la región del espectro de oscilaciones típicas de las δ Sct está asociado con el modo radial fundamental ($\ell = 0, n = 0$) o alguno de sus primeros armónicos radiales ($\ell = 0, n = 1, 2, 3, \dots$)². Este paso en nuestro procedimiento reduce aún más el número de modelos astrosismológicos posibles. Finalmente, realizamos

²Esta asociación suele hacerse especialmente en las estrellas HADS

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ Sct- γ Dor
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

un ajuste período-a-períodos para los modos p , en el cual se consideró la diferencia entre el período del modo observado y el calculado de los modos p . Además, llevamos a cabo otro procedimiento de selección de modelos, por ejemplo, mediante un ajuste período-a-período directo sobre el conjunto completo de períodos observados (incluyendo los períodos individuales de modos g y modos radiales).

Tabla 3.1: Estrellas híbridas estudiadas en esta tesis.

Nombre	Coordenadas		Referencia
	α	δ	
COROT 105733033	18h 42m 9s	+7°34'53"	Chapellier et al.,2012
COROT 100866999	19h 25m 0s	+0°54'40"	Chapellier & Mathias, 2013
KIC 11145123	19h 41m 25s	+48°45'14"	Kurtz et al., 2014
KIC 9244992	20h 01m 57s	+45°37'15"	Saio et al., 2015
HD 49434	6h 48m 19s	-01°19'08"	Brunsdan et al., 2015

Este capítulo está organizado de la siguiente manera: en la Sec. 3.1 describiremos el modelado astrosismológico realizado para las cinco estrellas mencionadas previamente. Describiremos brevemente las herramientas numéricas empleadas y la grilla de modelos empleados en las Subsec. 3.1.1 y 3.1.2. En la Subsec. 3.1.3 analizaremos el impacto de la mezcla adicional y la metalicidad en las propiedades pulsacionales derivadas de nuestros modelos. Finalmente, la Subsec. 3.1.4 está dedicada a la descripción de los procedimientos realizados para nuestro modelado y los resultados obtenidos para las cinco estrellas analizadas. En la segunda Sección realizamos un análisis exhaustivo de la curva de luz y el espectro de frecuencias de la estrella CoRoT ID 102314644. Este objeto es un estrella híbrida δ Sct- γ Dor con actividad superficial, única en su clase hasta el momento.

3.1 Modelado astrosismológico

3.1.1 Herramientas numéricas

Llevamos a cabo un análisis astrosismológico de estrellas híbridas δ Sct- γ Dor mediante el cálculo de una enorme grilla de modelos evolutivos y pulsacionales representativos de este tipo de estrellas variables. La grilla completa de modelos y sus propiedades pulsacionales más relevantes serán de-

scriptos en la Subsec. 3.1.2. Los modelos estelares fueron generados con el código de evolución estelar LPCODE previamente descrito en el Capítulo 2. Como mencionamos anteriormente, los principales ingredientes físicos del LPCODE, relevantes para nuestro análisis de estrellas híbridas δ Sct- γ Dor incluyen las opacidades radiativas del proyecto OPAL Iglesias & Rogers (1996) complementadas a bajas temperaturas con las opacidades moleculares producidas por Ferguson et al. (2005); la ecuación de estado en el régimen de bajas densidades del proyecto OPAL, abarcando la ionización parcial para composiciones de H y el He, la presión de radiación y la contribución iónica; la red nuclear, la cual considera los siguientes 16 elementos: ^1H , ^2H , ^3He , ^{14}He , ^7Li , ^7Be , ^{12}C , ^{13}C , ^{14}N , ^{15}N , ^{16}O , ^{17}O , ^{18}O , ^{19}F , ^{20}Ne , ^{22}Ne y 34 tasas de reacciones termonucleares para describir la combustión del H y el He y la ignición del C. Los cambios en las abundancias para todos los elementos químicos están descritos mediante:

$$\left(\frac{dY}{dt}\right) = \left(\frac{\partial Y}{\partial t}\right)_{nuc} + \frac{\partial}{\partial M_r} \left[(4\pi r^2 \rho)^2 D \frac{\partial Y}{\partial M_r} \right], \quad (3.1)$$

siendo Y el vector que contiene las fracciones de todas las especies nucleares consideradas, $Y_i = X_i/A_i$, con X_i la fracción de masa del elemento considerado y A_i el peso atómico de esa misma especie. El primer término de la Ec. 3.1 representa los cambios en la abundancia debido a reacciones termonucleares. Los detalles concernientes al procedimiento numérico para resolver estas ecuaciones pueden encontrarse en Althaus et al. (2003). Todos nuestros modelos tienen un núcleo convectivo dado que consideramos masas en el rango $1.2 - 2.2M_\odot$. Para algunos de ellos consideramos la ocurrencia de *overshooting* en el núcleo, esto es, mezcla de elementos químicos más allá del límite convectivo formal establecido por el criterio de Schwarzschild $\nabla_{ad} < \nabla_{rad}$ (siendo ∇_{ad} y ∇_{rad} los gradientes adiabáticos y radiativos, respectivamente (ver, Kippenhahn et al., 2012)). En el análisis que realizamos consideramos diferentes valores de f (ver Sección 3.1.2). La semiconvección, es decir, la mezcla de capas para las cuales $\nabla_{ad} < \nabla_{rad} < \nabla_L$ (donde ∇_L es el gradiente de temperatura de Ledoux; Kippenhahn et al. (ver, 2012, para su definición)), puede variar la extensión del núcleo convectivo. Esta variación la consideramos mediante el fenómeno de *overshooting*. En LPCODE, las mezclas debidas a la convección, *salt-fingers* y *overshooting* son tratadas como procesos de difusión (segundo término de la Ec. 3.1). Las inestabilidades de *salt-finger* ocurren cuando un agente estabilizador (calor) se difunde más rápidamente que el agente desestabilizador (μ), conduciendo a procesos mixtos lentos que brindan una mezcla adicional (Charbonnel & Zahn, 2007). La eficiencia de la mezcla convectiva y el fenómeno de *salt-*

finger está descrita por un coeficiente de difusión adecuado, D , especificado por nuestro tratamiento de convección (ver Eq. 2.16). Como ya mencionamos en el Cap. 2, adoptamos la teoría clásica de longitud de mezcla (MLT) para la convección (ver, por ejemplo [Kippenhahn et al., 2012](#)) con un parámetro libre $\alpha = 1.66$.

Respecto a los cálculos de pulsaciones, utilizamos la versión adiabática del código LP-PUL, previamente descrito en el Capítulo 2. Brevemente, el código brinda las autofunciones adimensionales w_n (con n el orden radial del modo) y las autofunciones y_1, \dots, y_4 . A partir de estas cantidades básicas, el código calcula los períodos de pulsación (Π_n), la energía de oscilación (K_n), los coeficientes de splitting rotacional (C_n), las funciones peso (ω_n), y los períodos (Π_n) para cada automodo calculado. En el Cap. 2 especificamos el conjunto de las ecuaciones de pulsación, condiciones de contorno, y cantidades pulsacionales relevantes en esta sección.

Adicionalmente, analizaremos el espaciamiento de períodos y el espaciamiento de frecuencias descriptos en el Cap. 1 cuyas expresiones están dadas por las Ecs. 1.5 y 1.4, respectivamente.

La frecuencia de Lamb (L_ℓ , una de las frecuencias críticas de las pulsaciones no radiales estelares) que empleamos en los análisis realizados en este capítulo, se calculó como en la Eq. 1.2

Por otra parte, para la frecuencia de Brunt-Väisälä (N , la otra frecuencia crítica de las pulsaciones no radiales estelares), seguimos la prescripción de [Tassoul \(1980\)](#), en la cual se reescribe a la Ec. 1.3 en término del gradiente de temperatura adiabático (∇_{ad}), del gradiente real de temperatura (∇) y del término de Ledoux (B):

$$N^2 = \frac{g^2 \rho \chi_T}{P \chi_\rho} [\nabla_{\text{ad}} - \nabla + B], \quad (3.2)$$

dónde las compresibilidades están definidas cómo:

$$\chi_\rho = \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho} \right)_{T, X_i} \quad (3.3)$$

$$\chi_T = \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln T} \right)_{\rho, X_i}, \quad (3.4)$$

y el término de Ledoux se calcula como:

$$B = -\frac{1}{\chi_T} \sum_1^{M-1} \chi_{x_i} \frac{d \ln X_i}{d \ln P}, \quad (3.5)$$

dónde

$$\chi_{x_i} = \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln X_i} \right)_{\rho, T, X_{j \neq i}} \quad (3.6)$$

La contribución explícita de los gradientes de composición química a la frecuencia de Brunt-Väisälä (B-V) está contenida en el término B . Esta formulación de la frecuencia de B-V, la cual es particularmente adecuada para estrellas enanas blancas (Brassard et al., 1991), puede reducirse a la expresión usual de N^2 en presencia de una composición variable (Cox, 1980; Miglio et al., 2008). Si se asume un gas ideal completamente ionizado y no degenerado, lo cual es válido en el interior profundo de las estrellas de secuencia como las δ Sct y γ Dor, la ecuación 3.2, resulta:

$$N^2 = \frac{g^2 \rho}{P} [\nabla_{\text{ad}} - \nabla + \nabla_{\mu}], \quad (3.7)$$

dónde $\nabla_{\mu} = d \ln \mu / d \ln P$, con μ el peso molecular medio.

3.1.2 Grilla de simulaciones y cálculo de pulsaciones

Los modelos utilizados en este trabajo fueron calculados desde la ZAMS hasta la etapa en la cual la abundancia de H en el núcleo es despreciable ($X_H \lesssim 10^{-6}$), definiendo la secuencia principal de edad final (TAMS). La abundancia inicial de H (X_H) adoptada en la ZAMS varía de acuerdo a la metalicidad seleccionada.

En este análisis, consideramos masas estelares entre 1.2 y $2.2M_{\odot}$ con un paso de $\Delta M_{\star} = 0.05M_{\odot}$. Este intervalo abarca el rango de masas esperado para la mayoría de las estrellas δ Sct y γ Dor. Consideramos tres valores diferentes para la metalicidad al generar nuestras secuencias evolutivas: $Z = 0.01, 0.015, 0.02$, por lo tanto, como mencionamos anteriormente, la abundancia inicial de H adoptada en la ZAMS varía acorde a la metalicidad

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

seleccionada mediante la relación que involucra a la abundancia inicial de He, Y_{He} : $Y_{He} = 0.245 + 2Z$ y $X_H + Y_{He} + Z = 1$ (Weiss & Ferguson, 2009).

Además, consideramos la ocurrencia de episodios de mezcla adicionales en forma de *overshooting* convectivo. Dado que este fenómeno está pobremente restringido, adoptamos cuatro casos diferentes: sin *overshooting* ($f = 0$), para el cual no se aplica la Eq. 2.16 y *overshooting* moderado ($f = 0.01$), *overshooting* intermedio ($f = 0.02$), y *overshooting* extremo ($f = 0.03$) para los cuales se emplea la Ec. 2.16. Mediante la variación de estos parámetros calculamos un enorme conjunto de $21 \times 4 \times 3 = 252$ secuencias evolutivas. Con el objetivo de tener una grilla densa de modelos estelares para cada secuencia (y por lo tanto permitirnos seguir cuidadosamente la evolución de la estructura interna y también las propiedades pulsacionales de los modelos), el paso temporal de LPCODE fue fijado para obtener modelos estelares que difieren en $\approx 10 - 20$ K en T_{eff} . Por lo tanto, cada secuencia evolutiva calculada desde la ZAMS hasta la TAMS, abarca unos ~ 1500 modelos. En total, se calcularon unos ~ 400000 modelos estelares los cuales constituyen una grilla lo suficientemente densa y exhaustiva de modelos de equilibrio representativos de estrellas variables híbridas δ Sct- γ Dor. Esto nos asegura una búsqueda consistente del modelo sísmico para cada estrella seleccionada.

Para cada modelo de equilibrio hemos computado modos adiabáticos radiales ($\ell = 0$) y modos p y g no radiales ($\ell = 1, 2, 3$) con períodos de pulsación en el rango $0.014 \text{ d} \lesssim \Pi_n \lesssim 3.74 \text{ d}$ ($1200\text{s} \lesssim \Pi_n \lesssim 300000\text{s}$), abarcando ampliamente el rango usual de períodos detectados en las variables híbridas δ Sct- γ Dor. Los modelos fueron divididos en aproximadamente 1400 capas y su distribución fue actualizada en cada paso temporal (ver Apéndice A.1 para el tratamiento numérico). El número de capas demostró ser lo suficientemente alto como para resolver las autofunciones rápidamente oscilantes de los modos de alto orden radial.

A continuación, describiremos algunas propiedades de nuestros modelos. Elegimos, en particular, un modelo estelar característico con $M_\star = 1.5M_\odot$, $L_\star = 8.43L_\odot$, $Z = 0.01$ y $f = 0.01$. Este modelo posee H en combustión en el núcleo y tiene una edad de $\tau = 1.06$ Gyr. En la Fig. 3.1, mostramos algunas características de este modelo. Específicamente, el panel superior muestra las abundancias relativas de H y He en términos del radio normalizado (r/R_\star). Para este modelo en particular, las abundancias centrales de H y He son 0.458 y 0.531, respectivamente. El modelo está caracterizado por un núcleo convectivo desde el centro estelar ($r/R_\star = 0$) al radio $r/R_\star \approx 0.082$, señalado por el área gris. Cabe destacar que, debido al *overshooting*, el H y He están mezclados más allá del núcleo convectivo, hasta $r/R_\star = 0.095$. El modelo

también posee una pequeña zona convectiva superficial, apenas visible en la figura, que se extiende desde $r/R_\star \sim 0.998$ hasta la superficie ($r/R_\star = 1$). El panel del medio de la Fig. 3.1 representa un diagrama de propagación (ver [Unno et al., 1989](#); [Cox, 1980](#); [Catelan & Smith, 2015](#)), esto es, un diagrama en el cual la frecuencia de B-V y de Lamb (o los cuadrados de ellas) están graficados en función del radio estelar (o alguna coordenada similar), similar al de la Fig. 1.2. Para analizar este diagrama, nos remitiremos a la expresión de la relación de dispersión que siguen los modos p y g , la Eq. 1.1. Como mencionamos previamente, si $\sigma^2 > N^2, L_\ell^2$ ó $\sigma^2 < N^2, L_\ell^2$, el número de onda k_r es real, y si $N^2 > \sigma^2 > L_\ell^2$ ó $N^2 < \sigma^2 < L_\ell^2$, entonces k_r es un imaginario puro. Se puede observar en la figura que existen dos regiones de propagación, una correspondiente al caso $\sigma^2 > N^2, L_\ell^2$, asociada con modos p , y otra en la cual las autofrecuencias satisfacen $\sigma^2 < N^2, L_\ell^2$, asociada con modos g . Finalmente, en el panel inferior de la Fig. 3.1 se muestran las funciones de peso normalizadas (Ec. 2.35 del capítulo 2). Las funciones de peso indican las regiones de la estrella que contribuyen mayoritariamente a la formación del período ([Kawaler et al., 1985](#)). La figura muestra muy claramente que los modos p son relevantes para explorar las regiones estelares exteriores, y los modos g son esenciales para inspeccionar las regiones profundas cercanas al núcleo de la estrella. Es precisamente esta propiedad que convierte a las estrellas híbridas δ Sct- γ Dor en excelentes objetos para la astrosismología.

La Fig. 3.2 muestra un diagrama HR que exhibe un subconjunto de secuencias evolutivas calculadas para este trabajo. La secuencias representadas en color negro se corresponden con masas estelares desde $1.2M_\odot$ a $2.2M_\odot$, $Z = 0.015$, y sin *overshooting* ($f = 0$), y aquellas de color celeste tienen el mismo rango de masas y $Z = 0.01$ y $f = 0.03$. Están incluidos los estadios evolutivos desde la ZAMS hasta la TAMS. También están representadas, con propósitos ilustrativos, algunas estrellas δ Sct, γ Dor e híbridas δ Sct- γ Dor, extraídas de [Grigahcène et al. \(2010\)](#)³, junto con los bordes rojo y azul de los dominios de inestabilidad teórico de estrellas δ Sct- γ Dor, de acuerdo con [Dupret et al. \(2005a\)](#).

El impacto de la rotación estelar en los modelos de equilibrio y en el espectro de pulsaciones no fue considerado en este trabajo. Esta simplificación podría no ser completamente válida para las estrellas híbridas δ Sct- γ Dor. De hecho, inclusive en presencia de rotación moderada, el “splitting” rotacional puede destruir completamente (o casi completamente) las regularidades en el espectro, en particular, el espaciamiento de períodos entre modos g de alto

³Muestras más recientes pueden encontrarse en [Balona et al. \(2015\)](#); [Bradley et al. \(2015\)](#)

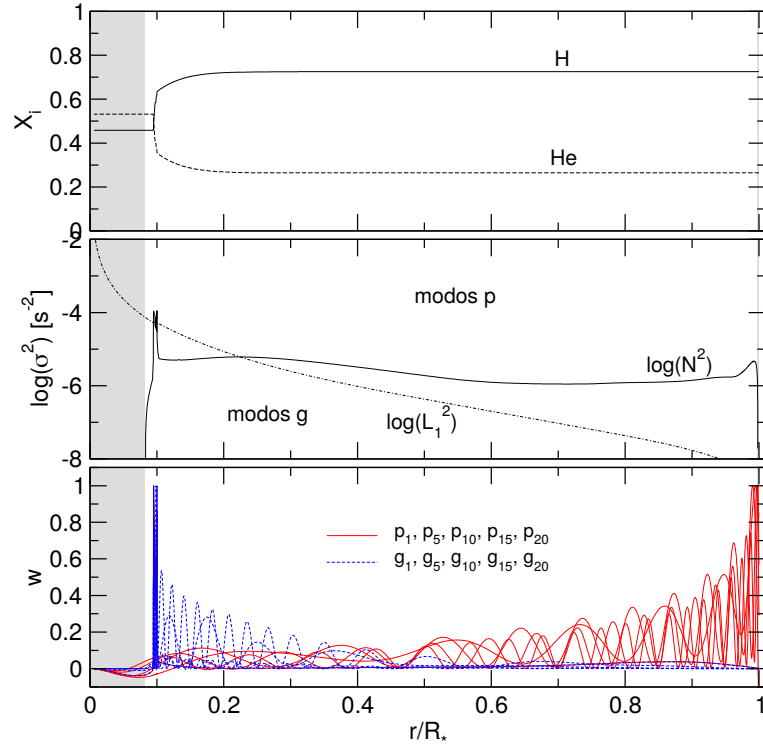


Figura 3.1: Abundancias relativas de H y He (panel superior), el logaritmo del cuadrado de la frecuencia de Lamb y B-V, calculadas de acuerdo a las Ecs. (1.2) y (3.2), respectivamente (panel central), y la función peso de los modos dipolares ($\ell = 1$) p y g con orden radial $n = 1, 5, 10, 15, 20$ (panel inferior), correspondiente al modelo estelar típico de una estrella en la secuencia principal con $M_\star = 1.5M_\odot$, $L_\star = 8.34L_\odot$, $Z = 0.01$, $f = 0.01$ y $\tau = 1.06$ Gyr. El núcleo convectivo está representado con el área gris.

orden radial consecutivo de modelos no rotantes (ver por ejemplo, Fig.13 de [Dziembowski et al., 1993](#)) para el caso de modelos de estrellas SPB. Se prevé en un futuro un estudio detallado del impacto de la rotación en el espectro de períodos de las estrellas híbridas δ Sct- γ Dor.

3.1.3 Impacto de mezcla adicional y metalicidad en las propiedades pulsacionales

A continuación ilustramos los efectos de la variación de la cantidad del exceso de mezcla convectiva (u *overshooting*) en el núcleo (representada por f) y la metalicidad (Z) sobre nuestros modelos evolutivos. El impacto del *overshooting* nuclear para diferentes valores de f sobre la forma y la extensión de las secuencias evolutivas se muestra en el diagrama HR de la Fig.3.3 para el caso de modelos estelares con $M_{\star} = 1.70M_{\odot}$ y $Z = 0.015$. Como puede observarse, la ocurrencia de *overshooting* extiende la incursión del modelo estelar hacia luminosidades mayores y temperaturas efectivas menores, resultando finalmente en un notable ensanchamiento de la secuencia principal. Esto se debe a que la mezcla adicional promueve la existencia de una mayor cantidad de H disponible para la quema nuclear en el núcleo estelar. Como consecuencia, el tiempo de vida de las estrellas en la secuencia principal aumenta. Nótese que el *overshooting* no cambia la ubicación de la ZAMS en el diagrama HR, la cual para este ejemplo en particular tiene $\log T_{\text{eff}} \sim 3.925$ y $\log(L_{\star}/L_{\odot}) \sim 0.98$.

El efecto de la metalicidad sobre las secuencias evolutivas está representado en la Fig. 3.4, donde se muestra un diagrama HR para secuencias evolutivas de modelos calculados asumiendo diferentes metalicidades ($Z = 0.01, 0.015$ y 0.02) con $M_{\star} = 1.80M_{\odot}$ y $f = 0.01$. Se puede observar que, a diferencia del efecto de overshooting, cuando se modifican los valores de Z , la ubicación de la ZAMS está notoriamente afectada. En efecto, reduciendo la metalicidad de $Z = 0.02$ a $Z = 0.015$ aumenta la temperatura efectiva de la ZAMS de $\log T_{\text{eff}} = 3.93$ a $\log T_{\text{eff}} = 3.95$ (0.02 dex), y la luminosidad de la ZAMS de $\log(L_{\star}/L_{\odot}) \sim 1.05$ a $\log(L_{\star}/L_{\odot}) \sim 1.08$ (0.03 dex). En resumen, disminuir la metalicidad conduce a modelos más calientes y luminosos. Esto puede entenderse sobre la base de que, a pesar de que los modelos con baja metalicidad experimentan una reducción en la luminosidad del ciclo CNO, esta disminución está compensada por una reducción de la opacidad en la fósfera de la estrella, lo cual produce estrellas más azules y brillantes (ver, por ejemplo, [Hansen et al., 2004](#); [Salaris & Cassisi, 2005](#)).

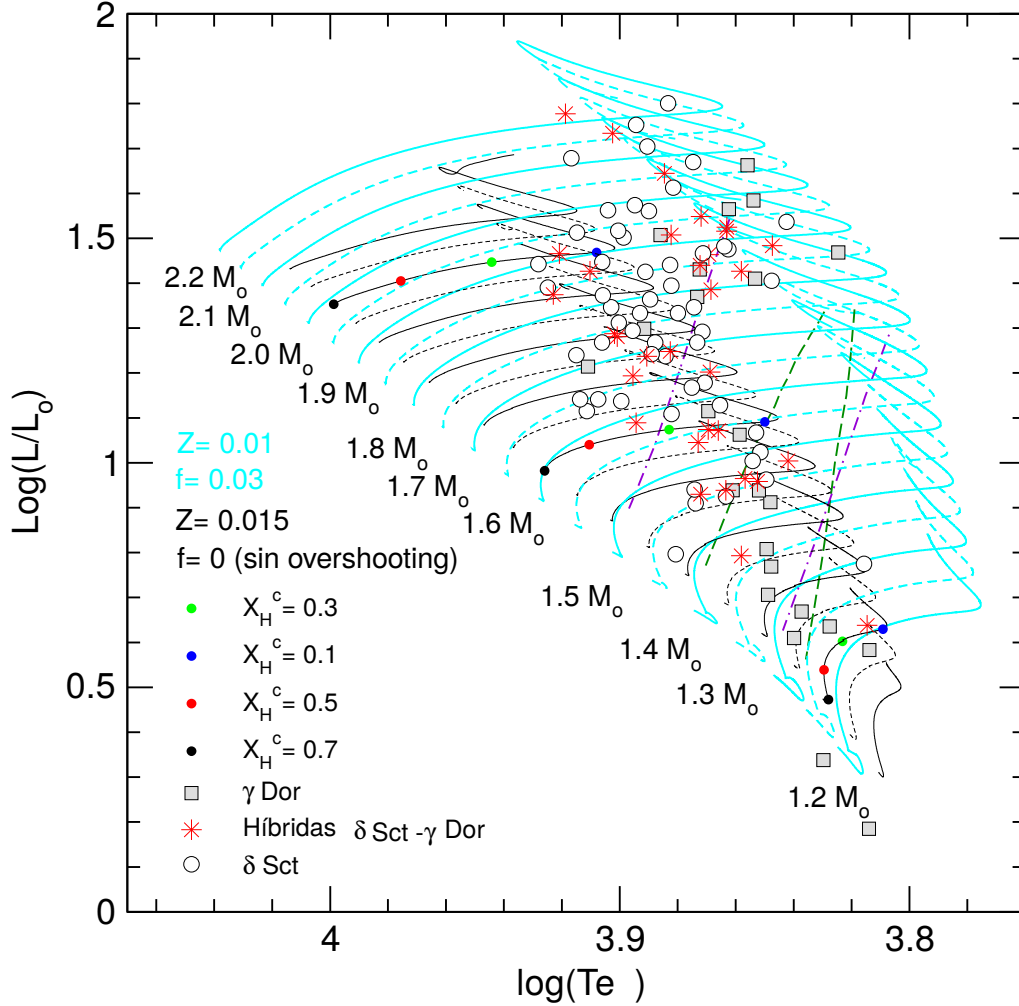


Figura 3.2: Diagrama H-R mostrando las secuencias evolutivas para modelos estelares con diferentes masa ($1.2 \leq M_*/M_\odot \leq 2.2$), $Z = 0.015$ y sin *overshooting* ($f = 0$) en negro, y $Z = 0.01$ y $f = 0.03$ en celeste, desde la ZAMS hasta la TAMS. El valor de la masa estelar (M_*) está indicado para un subconjunto de secuencias (aquellas representadas con líneas sólidas). Los puntos negros, rojos, verdes y azules representan la ubicación de modelos estelares con $M_*/M_\odot = 1.3, 1.7$ y 2.1 que poseen una abundancia central de H de $X_H^c = 0.7, 0.5, 0.3, 0.1$, respectivamente. Se incluyó una muestra de δ Sct (círculos abiertos), γ Dor (cuadrados grises), e híbridas δ Sct- γ Dor (asteriscos rojos) tomadas de [Grigahcène et al. \(2010\)](#). Además, las fronteras de la banda de inestabilidad teóricas de las δ Sct (líneas violeta punteadas) y γ Dor (líneas verdes discontinuas) extraídas de [Dupret et al. \(2005b\)](#).

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

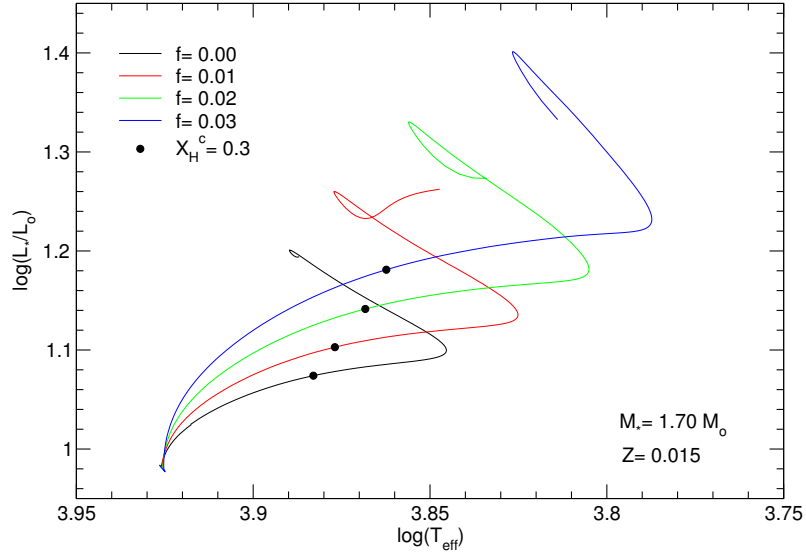


Figura 3.3: Diagrama H-R mostrando las secuencias evolutivas de modelos con $M_* = 1.70 M_\odot$, $Z = 0.015$ y diferentes valores del parámetro de overshooting ($f = 0.00, 0.01, 0.02, 0.03$). Los modelos seleccionados tienen una abundancia central de H de $X_H \sim 0.3$ y están señalados sobre las secuencias con puntos negros.

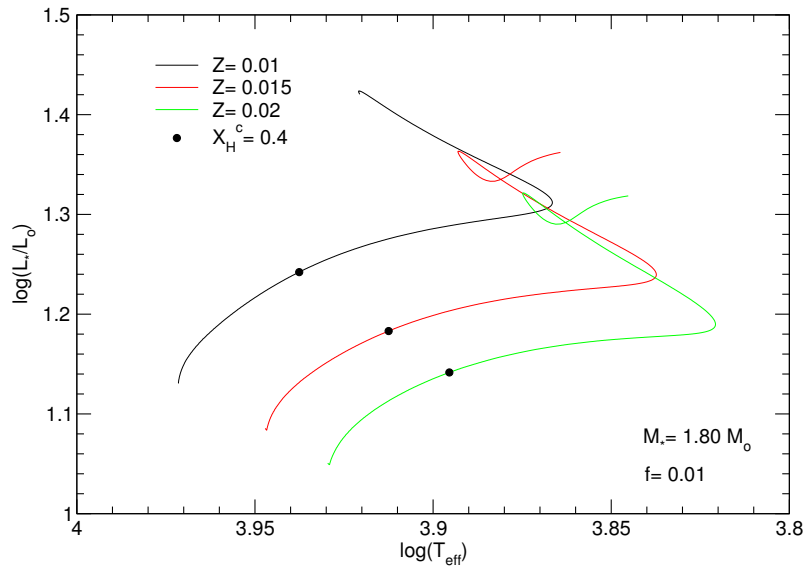


Figura 3.4: Diagrama H-R mostrando secuencias evolutivas de modelos con $M_* = 1.80 M_\odot$, $f = 0.01$ y diferentes metalicidades ($Z = 0.01, 0.015, \text{ y } 0.02$). Los modelos seleccionados poseen una abundancia central de H de $X_H \sim 0.4$ señalada a lo largo de las secuencias con puntos negros.

A continuación mostraremos algunas propiedades pulsacionales de modos p y g en nuestros modelos. [Miglio et al. \(2008\)](#) han investigado exhaustivamente las propiedades de modos g de alto orden radial para modelos estelares con masas en el rango $1 - 10M_{\odot}$ en la secuencia principal, los efectos de las masas estelares, las abundancias de H en el núcleo y los procesos de mezcla adicional en las características del espaciamiento de períodos. Por lo tanto, realizaremos comparaciones entre nuestros resultados y los obtenidos por [Miglio et al. \(2008\)](#). En la Fig. 3.5 mostramos el perfil químico del H (X_H) en las regiones del núcleo (en términos de la fracción de masa $-\log(1 - M_r/M_{\star})$), asociado a diferentes estadios evolutivos de la secuencia principal (paneles superiores), y los respectivos cuadrados de las frecuencias de Lamb y B-V (paneles inferiores) correspondientes a modelos con masas de $M_{\star} = 1.30M_{\odot}$ (izquierda), $M_{\star} = 1.70M_{\odot}$ (centro) y $M_{\star} = 2.10M_{\odot}$ (derecha). Los modelos fueron calculados con $Z = 0.015$ y sin considerar overshooting. La ubicación de estos modelos se muestra en la Fig. 3.2 con puntos de colores. En los paneles superiores de la Fig. 3.5, el borde del núcleo convectivo para cada estadio evolutivo está marcado con un punto. Los cuatro estadios evolutivos mostrados se corresponden a abundancias centrales de H de $X_H = 0.7, 0.5, 0.3$ y 0.1 , respectivamente. Para el modelo con $M_{\star} = 1.30M_{\odot}$ (panel superior izquierdo de la Fig. 3.5), obtuvimos un núcleo convectivo creciente, esto es, la masa del núcleo convectivo aumenta durante parte de la secuencia principal (compárese con las Figs. 11 y 14 de [Miglio et al., 2008](#)). A medida que el núcleo convectivo crece, se produce una discontinuidad de la composición química en su frontera, como puede apreciarse de esta figura.

La situación es notoriamente diferente para modelos con $M_{\star} = 1.70M_{\odot}$ y $M_{\star} = 2.10M_{\odot}$ (paneles superiores central y derecho de la Fig. 3.5), caracterizados por un núcleo convectivo que disminuye (comparar con la Fig. 15 de [Miglio et al., 2008](#)). En este caso, el núcleo convectivo se encoge durante una parte de la evolución en la secuencia principal. En esta situación no se forma una discontinuidad química, aunque queda un gradiente químico en el borde del núcleo convectivo. Esta situación es cualitativamente similar para los modelos con $1.7M_{\odot}$ y $2.1M_{\odot}$, la única diferencia es que el modelo más masivo tiene un núcleo convectivo mayor (para una dada abundancia fija de H central).

El impacto del gradiente químico en el borde del núcleo convectivo sobre la frecuencia de B-V está evidenciado en los paneles inferiores de la Fig. 3.5. La contribución específica de la transición química H/He en la frecuencia de B-V está contenida completamente en el término ∇_{μ} de la Ec. 3.7 (o alternativamente en el término B de la Ec. 3.2). La huella sobre N inducida

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

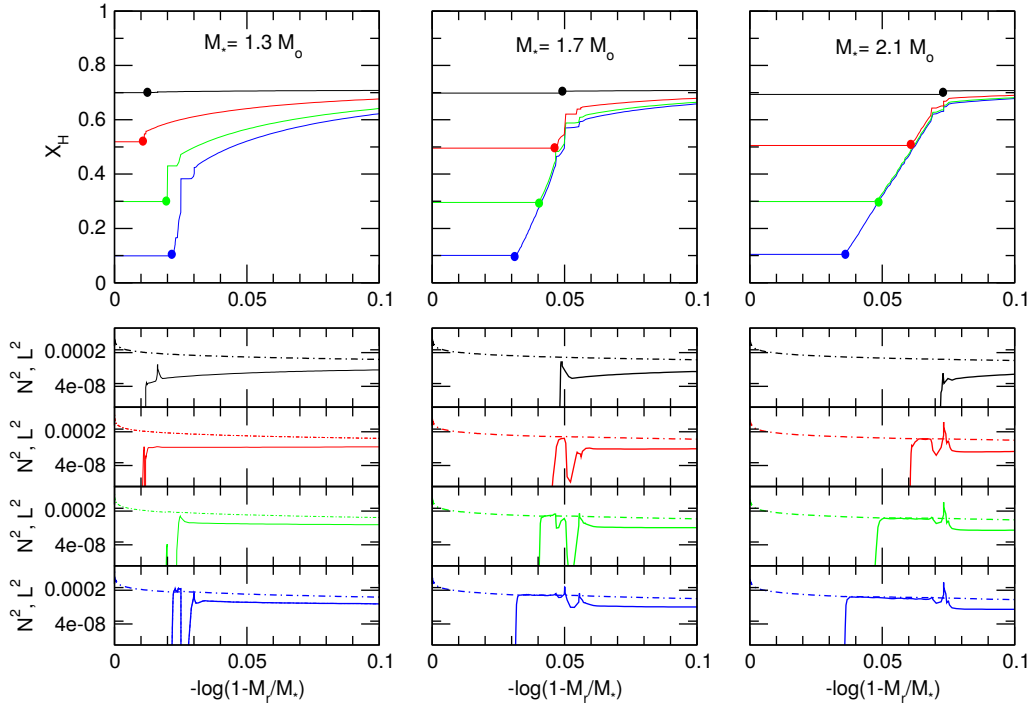


Figura 3.5: Perfil de la abundancia de H (paneles superiores) y el cuadrado de las frecuencias de Brunt-Väisälä (líneas continuas) y Lamb (líneas discontinuas) (paneles inferiores) para $M_{\star} = 1.30M_{\odot}$ (izquierda), $M_{\star} = 1.70M_{\odot}$ (centro), y $M_{\star} = 2.10M_{\odot}$ (derecha). Los cuatro estadios evolutivos distintos que se muestran son claramente distinguibles a partir de las diferentes abundancias centrales de H ($X_{\text{H}} = 0.7, 0.5, 0.3, 0.1$). Los modelos, que fueron calculados con $Z = 0.015$ y $f = 0.00$, están marcados con puntos de colores en la Fig. 3.2.

por el gradiente químico es muy angosta para el modelo de menor masa ($M_\star = 1.30M_\odot$) debido al abrupto cambio químico en el borde del núcleo convectivo que caracteriza a este modelo. Esta huella se vuelve más extendida para los modelos más masivos ($M_\star = 1.70M_\odot$ y $M_\star = 2.10M_\odot$) en respuesta a la región de transición química de H/He menos empinada en el borde del núcleo convectivo.

La presencia de un gradiente de composición química en el interior de una estrella tiene un gran impacto en el espaciamiento de períodos de modos g con órdenes radiales consecutivos, muy similar a lo que sucede en las enanas blancas pulsantes que da lugar al fenómeno de resonancia llamado *mode trapping* (Brassard et al., 1991). De hecho, Miglio et al. (2008) mostraron en detalle cómo las desviaciones de un espaciamiento constante de períodos pueden proporcionar información sobre el gradiente de composición química producido por un núcleo convectivo. En la Fig. 3.6 mostramos el espaciamiento de períodos para el grado armónico ($\ell = 1$) de modos g , definido como $\Delta\Pi_n = \Pi_{n+1} - \Pi_n$, en términos de los períodos de pulsación Π_n , correspondientes a los mismos modelos mostrados en la Fig. 3.5. Incluimos en los gráficos el espaciamiento de períodos asintóticos, $\Delta\Pi_{\ell=1}^a$, representado con una línea horizontal discontinua. Para un valor fijo de la abundancia de H en el núcleo (X_H), el espaciamiento de períodos asintóticos (y por lo tanto el espaciamiento promedio de períodos también) aumenta con la masa estelar como lo predice la Ec. 1.5. De hecho, para modelos más masivos el tamaño del núcleo convectivo es mayor, provocando un menor rango de integración en la integral de la Ec. 1.5. Por lo tanto, la integral resulta menor y el valor de $\Delta\Pi_{\ell=1}^a$ mayor. Para un valor fijo de la masa estelar, por otra parte, el espaciamiento de períodos asintótico disminuye con la edad (menores valores de X_H), dado que la integral aumenta cuando se consideran modelos más evolucionados (ver Figs. 14 y 15 de Miglio et al., 2008).

La Fig. 3.6 muestra claramente cómo el espaciamiento de períodos se ve afectado por la presencia del gradiente de composición química, provocando múltiples mínimos en $\Delta\Pi_n$, cuyo número aumenta a medida que la estrella evoluciona en la secuencia principal (y X_H disminuye). Por ejemplo, para $M_\star = 2.1M_\odot$ (paneles derechos de la Fig. 3.5) y $X_H^c = 0.7$, el modelo está recién abandonando la ZAMS, y hay un pequeño escalón en el perfil de H (apenas visible en el gráfico), el cual se traduce en un pico en la frecuencia de B-V. El espaciamiento de períodos resultante es casi constante, excepto por la presencia de un marcado mínimo en $\Delta\Pi_n$ (panel superior derecho de la Fig. 3.6). A medida que la estrella evoluciona y consume gradualmente el H en su núcleo, la meseta en la frecuencia de B-V se ensancha, y el borde

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

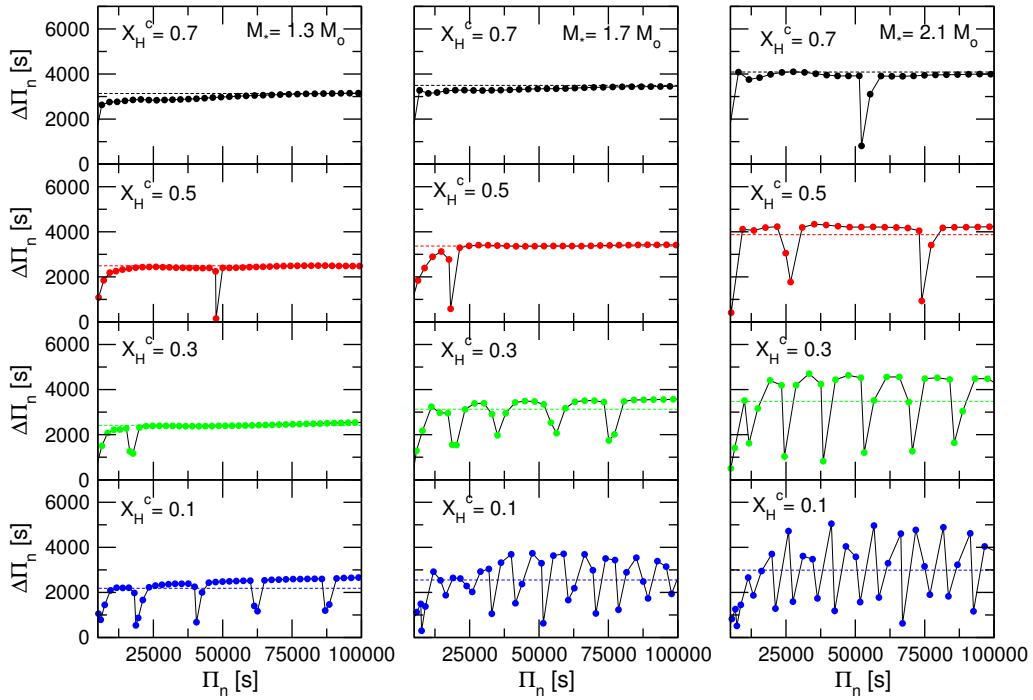


Figura 3.6: Espaciamiento de períodos ($\Delta\Pi_n$) de modos g correspondientes al grado armónico $\ell = 1$ en términos de los períodos Π_n correspondientes a los mismos modelos estelares con $M_\star = 1.30M_\odot$ (izquierda), $M_\star = 1.70M_\odot$ (centro) y $M_\star = 2.10M_\odot$ (derecha) mostrados en la Fig.3.5. La línea horizontal discontinua corresponde al espaciamiento de períodos asintóticos ($\Delta\Pi_{\ell=1}^a$) calculados de acuerdo a la Ec. (1.5). La abundancia central de H (X_H^c) se indica en cada panel.

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

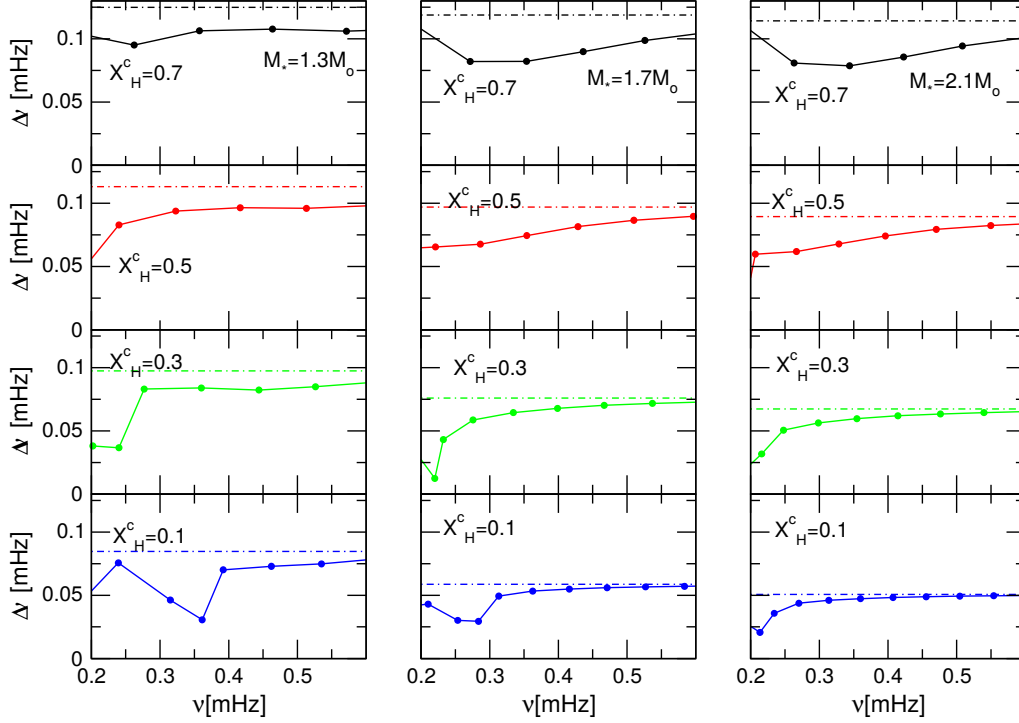


Figura 3.7: Espaciamento de frecuencia ($\Delta\nu$) de modos p correspondientes al grado armónico $\ell = 1$ en términos de las frecuencias ν correspondientes a los mismos modelos estelares con $M_\star = 1.30M_\odot$ (izquierda), $M_\star = 1.70M_\odot$ (centro) y $M_\star = 2.10M_\odot$ (derecha) mostrados en la Fig.3.5. La línea horizontal discontinua corresponde al espaciamento de frecuencias asintótico ($\Delta\nu_{\ell=1}^a$) calculados de acuerdo a la Ec. (1.4). La abundancia central de H (X_H^c) se indica en cada panel.

del núcleo convectivo se desplaza hacia el interior. Cuando $X_H^c = 0.5$, el espaciamento de períodos exhibe dos mínimos marcados. En la etapa de $X_H^c = 0.3$, $\Delta\Pi_n$ deja de ser constante y muestra numerosos mínimos (seis en el rango de períodos mostrados en la figura). Esta tendencia se enfatiza cuando la estrella está alcanzando la TAMS ($X_H^c = 0.1$), como se muestra claramente en el panel inferior derecho de la Fig. 3.6. Nuestros resultados son cualitativamente similares a los de Miglio et al. (2008) (ver sus Figs. 14 y 15). En particular, estos autores derivaron expresiones explícitas que proporcionan la componente oscilatoria periódica del espaciamento de períodos $\Delta\Pi_n$ (en términos de n) y su conexión con la ubicación espacial de la variación en N causada por el gradiente químico.

También investigamos el impacto (en el caso de haberlo) del gradiente químico en la frecuencia de Lamb, la cual está representada en los paneles inferiores de la Fig. 3.5 con líneas discontinuas. No hay una influencia aparente del gradiente químico en la frecuencia de Lamb. Sin embargo, encontramos que L_ℓ^2 exhibe un pequeño escalón (no visible en el gráfico) debido al gradiente químico. Por otra parte, aunque apenas perceptible en la figura, la frecuencia de Lamb es menor para modelos más masivos. El espaciamiento de frecuencias de modos p correspondientes a los modelos de la Fig. 3.5 se muestran en la Fig. 3.7 para las diferentes masas consideradas. En esta figura, puede observarse que el espaciamiento de frecuencias asintótico y $\Delta\nu$ decrecen con la evolución (i.e. menores valores de X_H) para cada masa.

Describiremos ahora los efectos del *overshooting* en el núcleo sobre las propiedades de los modos pulsacionales p y g de nuestros modelos. Para grandes valores de f (un aumento de *overshooting*), la interface química de H/He se ensancha y resulta menos empinada mientras se mueve hacia las regiones exteriores (Fig. 3.8). La meseta resultante en la frecuencia N , también se ensancha y se desplaza hacia regiones externas, siguiendo el comportamiento del gradiente μ .

El impacto de considerar diferentes valores de *overshooting* en nuestros modelos sobre el espaciamiento de períodos de modos g está representado en la Fig. 3.9. Desde los paneles superiores hacia los inferiores, la figura muestra el espaciamiento de períodos en términos de los períodos de modos g para el caso con $\ell = 1$ correspondientes a valores crecientes de *overshooting* (con f desde 0 hasta 0.03). Como puede observarse, hay numerosos mínimos en $\Delta\Pi_n$, cuyo número aumenta con el valor del parámetro f del *overshooting*. Los distintos comportamientos de $\Delta\Pi_n$ se deben al hecho de que tanto la ubicación como la forma del gradiente μ se modifican considerablemente cuando se adoptan diferentes valores de f (ver Fig 3.8). Además, se nota que el espaciamiento de períodos asintótico aumenta levemente para valores de f mayores. Esto se debe a que el valor de la integral en la Ec. 1.5 disminuye para mayores valores de f . Este comportamiento está en excelente acuerdo con los resultados de [Miglio et al. \(2008\)](#) (ver la Fig. 17 de este trabajo).

La Fig. 3.8 muestra el efecto de diferentes valores de *overshooting* sobre la frecuencia de Lamb. Existe un pequeño salto en esta frecuencia (no visible en la figura) que se mueve junto con el borde del núcleo convectivo hacia regiones exteriores, a medida que se consideran parámetros de *overshooting* cada vez mayores, los cuales se extienden sobre la región abarcada por el gradiente de composición química (cada vez mayor para mayores valores de *overshooting*). Este comportamiento no afecta significativamente el espaciamiento de

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

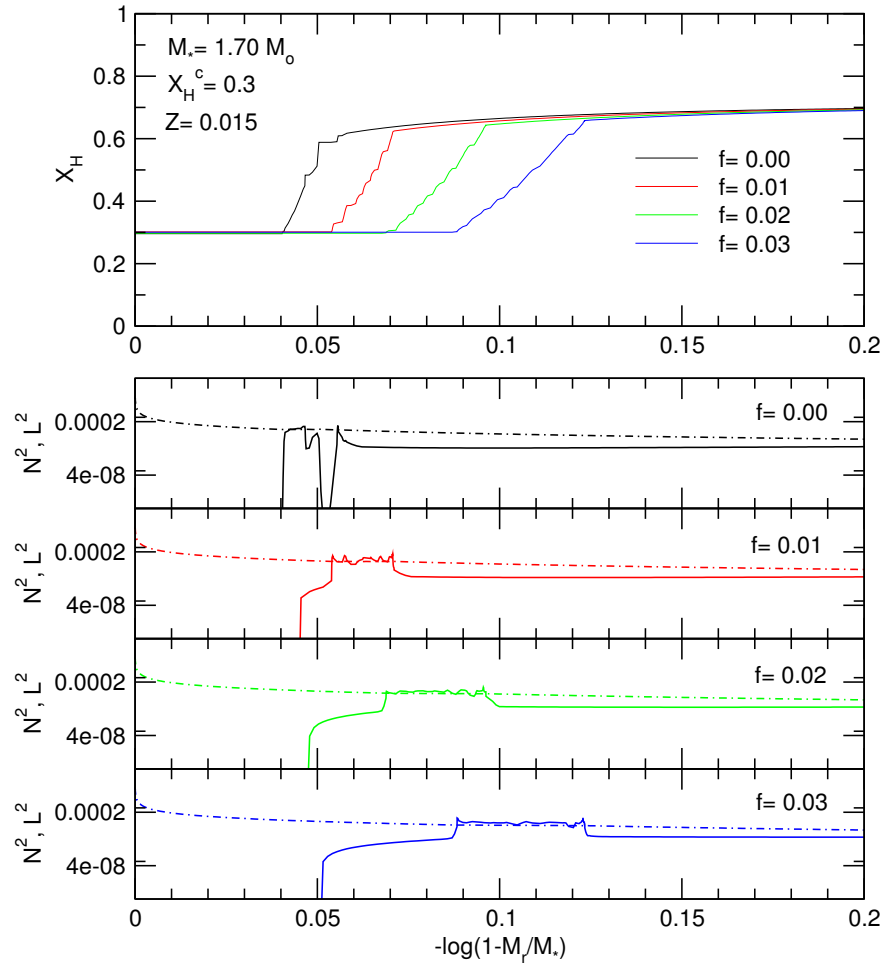


Figura 3.8: Abundancia de H (panel superior), y el logaritmo del cuadrado de las frecuencias de Brunt-Väisälä y Lamb (paneles inferiores) correspondientes a los modelos estelares con $M_* = 1.7M_\odot$, $Z = 0.015$, $X_H^c = 0.3$ (abundancia central) y diferentes valores de *overshooting* convectivo f . La ubicación de estos modelos en el diagrama HR está representada en la Fig. 3.3 con puntos negros.

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

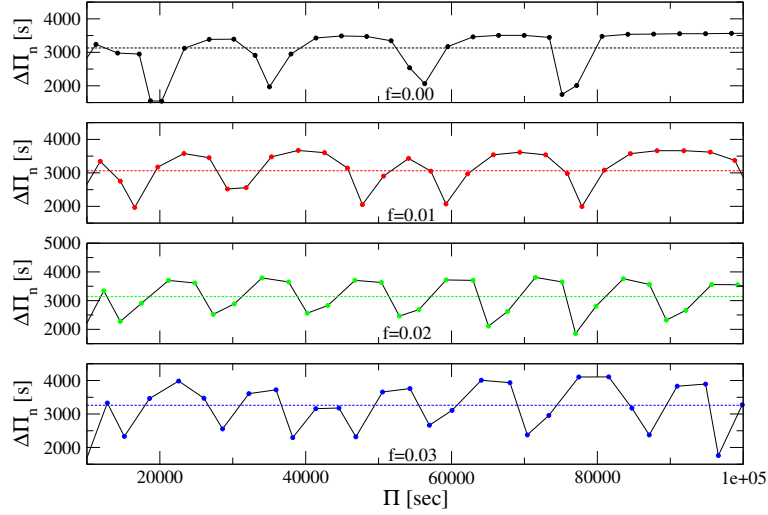


Figura 3.9: Espaciamento de períodos de modos g ($\Delta\Pi_n$) para $\ell = 1$ en función de los períodos (Π_n) correspondientes a los mismo modelos estelares mostrados en la Fig. 3.8. El espaciamento de períodos asintótico ($\Delta\Pi_n^a$) está representado con una línea discontinua en cada caso.

frecuencias (ver Fig. 3.10), cuya estructura se mantiene inalterable para cada parámetro de *overshooting*. Sin embargo, en esta figura, el espaciamento de frecuencias asintótico, representado con un línea horizontal, puede verse levemente disminuido para valores crecientes de f .

Para finalizar esta sección, describiremos brevemente los efectos de diferentes valores de la metalicidad Z en las propiedades pulsacionales de nuestros modelos de secuencia, cuando se consideran valores fijos de masa, *overshooting* y abundancia central de H. Podemos notar que considerar diferentes metalicidades dejando fijos los demás parámetros, no produce un efecto apreciable en el perfil químico de H y He y por consecuencia, tampoco en la frecuencia de B-V (Fig. 3.11). Como es de esperarse, no hay diferencias significativas en el comportamiento del espaciamento de períodos ($\Delta\Pi_n$) ni en el espaciamento de períodos asintótico de modos g ($\Delta\Pi_n^a$), como se muestra en la Fig. 3.12. Encontramos los mismos resultados (no mostrados en este trabajo) para el espaciamento de frecuencias y el espaciamento de frecuencias asintótico de modos p .

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

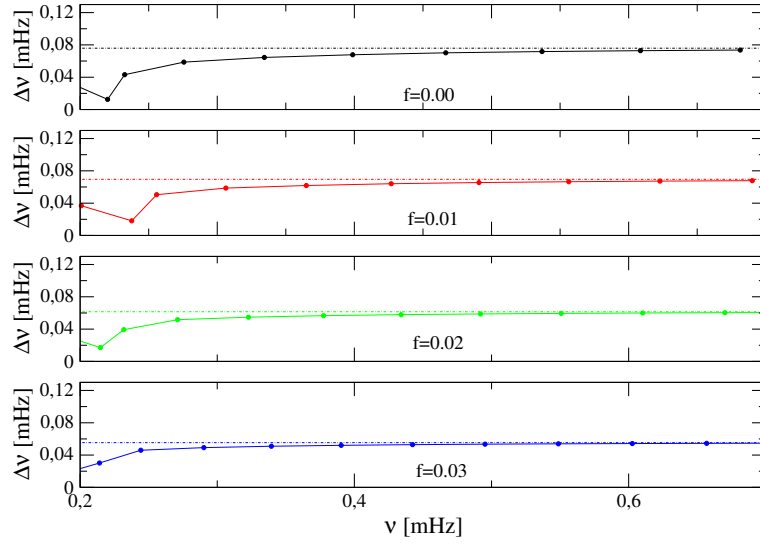


Figura 3.10: Espaciamento de frecuencias de modos p , ($\Delta\nu$) para el caso con $\ell = 1$ en función de la frecuencia (ν) correspondiente a los mismos modelos estelares mostrados en la Fig. 3.8. El espaciamento de frecuencias asintótico ($\Delta\nu^a$) está representado con una línea horizontal discontinua en cada caso.

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

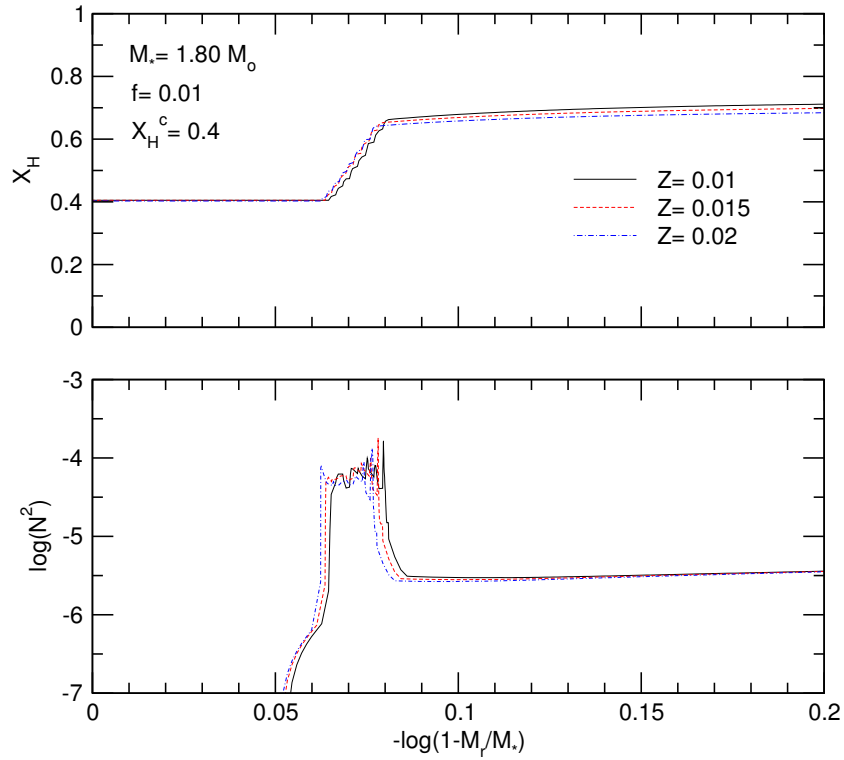


Figura 3.11: Abundancia de H (panel superior), y el logaritmo del cuadrado de la frecuencia de Brunt-Väisälä (panel inferior) correspondiente a los modelos estelares con $M_{\star} = 1.80M_{\odot}$, $f = 0.01$, y $X_{\text{H}}^{\text{c}} = 0.4$ (abundancia central), para diferentes valores de la metalicidad, $Z = 0.01, 0.015, 0.02$. La ubicación de estos modelos están representados en el diagrama HR de la Fig. 3.4 con puntos negros.

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

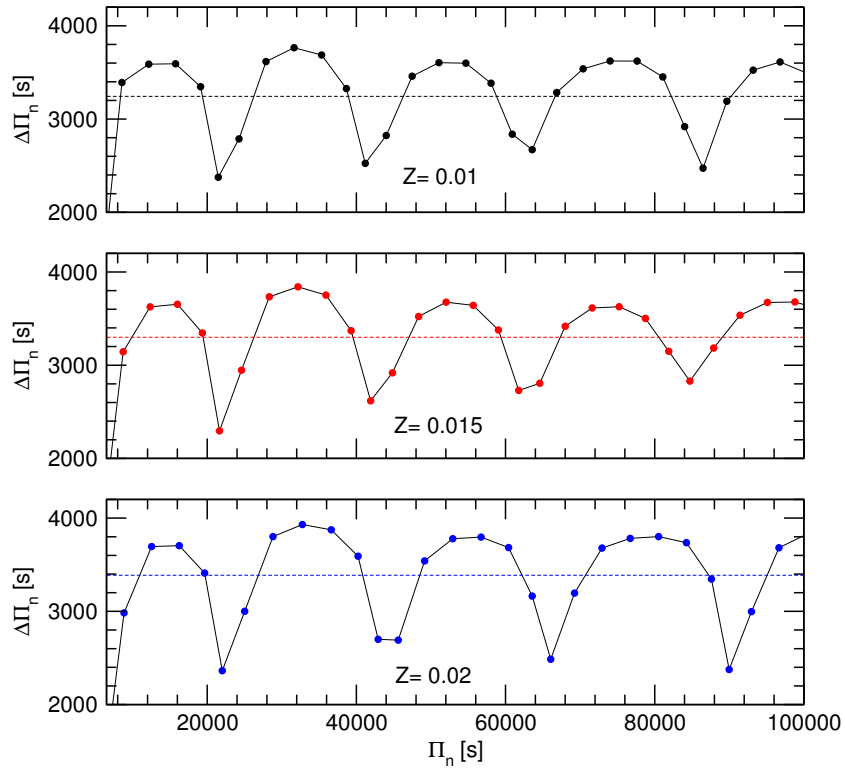


Figura 3.12: Espaciamento de períodos de modos g para $\ell = 1$ ($\Delta\Pi_n$) en término de los períodos (Π_n) correspondientes a los mismos modelos estelares mostrados en la Fig. 3.11. El espaciamento asintótico de períodos ($\Delta\Pi_n^a$) está representado con líneas discontinuas horizontales.

3.1.4 Análisis astrosismológico

En esta sección describiremos nuestro análisis astrosismológico realizado sobre las estrellas híbridas δ Sct- γ Dor KIC 11145123 (Kurtz et al., 2014), KIC 9244992 (Saio et al., 2015), HD 49434 (Brunsden et al., 2015), CoRoT 105733033 (Chapellier et al., 2012) y CoRoT 100866999 (Chapellier & Mathias, 2013). Como veremos, aprovechamos completamente la información contenida tanto en el espectro de períodos de modos g como de modos p ofrecida por estas estrellas seleccionadas.

Con el objetivo de buscar los modelos que mejor reproducen al espectro de pulsaciones observado para cada estrella, seguimos dos procedimientos diferentes e independientes para el ajuste de modelos. Usaremos el caso de la estrella HD 49434 para ilustrar estos procedimientos. Los resultados junto con las características de las demás estrellas se listan luego de esta descripción.

La estrella HD 49434 tiene una magnitud visual $V = 5.74$, con un tipo espectral F1V y una temperatura efectiva de $T_{\text{eff}} = 7632 \pm 126$ K (Gillon & Magain, 2006). Esta estrella híbrida es un rotador rápido cuya velocidad de rotación proyectada determinada fue de $v \sin i = 85.4 \pm 6.6$ km s⁻¹ (aproximadamente un quinto de su velocidad crítica) y su gravedad superficial $\log g = 4.43 \pm 0.20$ estimada por Gillon & Magain (2006). De acuerdo con Masana et al. (2006) su radio estelar fue estimado en $R_{\star} = 1.601 \pm 0.052 R_{\odot}$ (Masana et al., 2006) y su masa en $M_{\star} = 1.55 \pm 0.14 M_{\odot}$ (Bruntt et al., 2004). Cabe mencionar que la naturaleza híbrida de esta estrella es cuestionada en Bouabid et al. (2009b) y no se encontró una brecha entre los dominios de las frecuencias en Handler (2012), probablemente debido a la alta velocidad de rotación que esta estrella presenta, como es mencionado en Brunsden et al. (2015). Sin embargo, en Uytterhoeven et al. (2008a) y Chapellier et al. (2011) se muestra que HD 49434 tiene un dominio de períodos del tipo δ Sct entre [10800 – 28800] s y también un dominio de períodos del tipo γ Dor en el rango [28800 – 288000] s. Brunsden et al. (2015) propone un espaciamiento de períodos medio de 2030.4 s para modos g . El período de mayor amplitud en el rango de modos p es 9283.23 s. La Tabla 3.2 resume estos parámetros estelares y los rangos de pulsaciones observados para HD 49434.

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ Sct- γ Dor
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

Tabla 3.2: Parámetros astrofísicos de HD 49434 en la literatura.

		Referencias
T_{eff} [K]	7632 ± 126	G&M ⁴
$\log g$	4.43 ± 0.2	G&M ⁴
Rango de períodos del dominio δ Sct[s]	[1080 – 28800]	B ⁵
Rango de períodos del dominio γ Dor[s]	[28800 – 288000]	B ⁵
$\overline{\Delta\Pi}$ [s]	2030.4	B ⁵
Período del modo de mayor amplitud [s]	9283.23	B ⁵
$M_{\star}[M_{\odot}]$	1.55 ± 0.14	G&M ⁴
$R_{\star}[R_{\odot}]$	1.601 ± 0.052	M, J & R ⁶

Procedimiento 1

Paso 1: calculamos el espaciamiento de períodos medio ($\overline{\Delta\Pi_n}$) en el rango de períodos observados de modos g para todos los modelos estelares calculados con las simulaciones numéricas. Para esta estrella calculamos $\overline{\Delta\Pi_n}$ usando modos g con $\ell = 1$. Para ilustrar el procedimiento, a modo de ejemplo en la Fig. 3.13 representamos $\overline{\Delta\Pi_n}$ correspondiente a las fases evolutivas desde la ZAMS hasta la TAMS de modelos con $Z = 0.01$ y $f = 0.01$. Cada curva representa una masa de la grilla. La línea recta horizontal es el espaciamiento de períodos medio observado de modos g ($\overline{\Delta\Pi}$) para esta estrella. Como puede observarse, el espaciamiento de períodos medio decrece a medida que la estrella evoluciona, con lo cual $\overline{\Delta\Pi}$ puede ser usado como un indicativo del estadio evolutivo de las estrellas y es una restricción robusta en la selección de modelos. En este paso, descartamos una gran porción de modelos de la grilla, todos aquellos que no reproducen el espaciamiento de períodos medio observado de modos g y seleccionamos los modelos que mejor reproducen al $\overline{\Delta\Pi}$ observado, es decir aquellos cuya diferencia entre $\overline{\Delta\Pi}$ observado y calculados es mínima, obteniendo en total 252 modelos en este paso.

Paso 2: en este paso, asumimos que el modo de mayor amplitud en el dominio de frecuencias δ Sct del espectro pulsacional está asociado con el modo radial fundamental ($\ell = 0, n = 0$) o alguno de los modos armónicos de bajo orden radial ($\ell = 0, n = 1, 2, 3, 4..$). Esto nos permite reducir aún

⁴Guillon & Magain (2006)

⁵Brunsdén et al. (2015)

⁶Masana, Jordi & Ribas (2006)

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

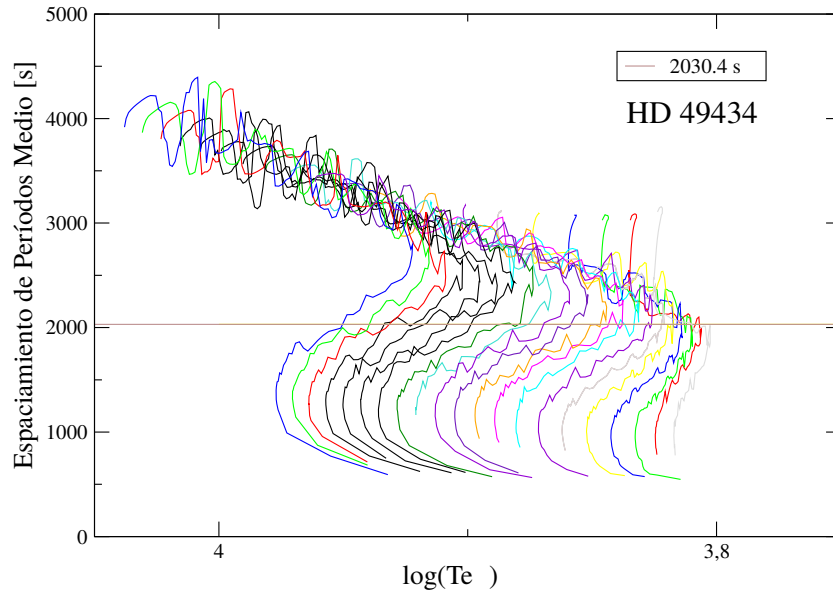


Figura 3.13: Espaciamiento de períodos medio en función de la temperatura efectiva para los modelos con $Z = 0.01$ y $f = 0.01$. Cada curva se corresponde con una masa en el intervalo $1.2-2.2M_{\odot}$. La línea recta es el espaciamiento de períodos medio de modos g observada en HD 49434.

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

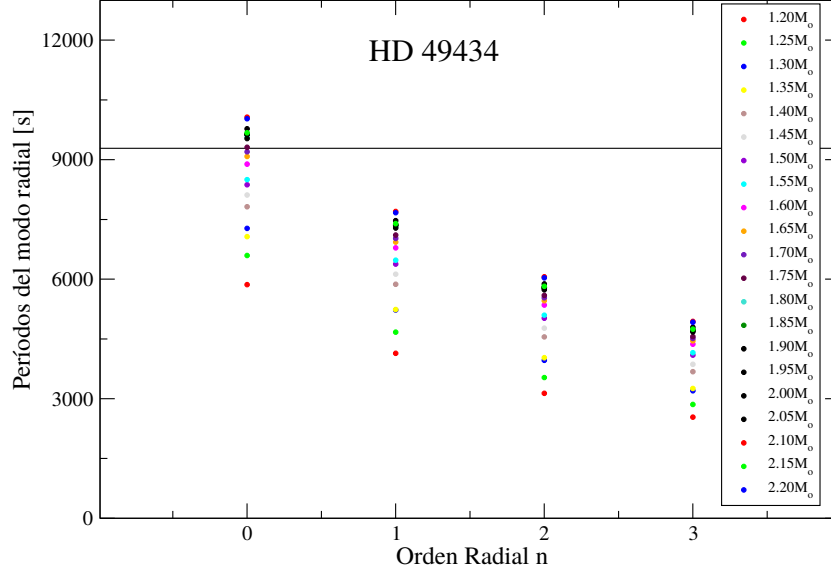


Figura 3.14: Períodos de modos radiales en función del orden radial n para los modelos seleccionados en el paso anterior con $Z = 0.01$ y $f = 0.01$ para HD 49434.

más el número de modelos sísmicos posibles, reteniendo sólo aquellos modelos con el modo radial (fundamental o un armónico) tan cerca como sea posible al modo de mayor amplitud observado ⁷. En la Fig. 3.14 se muestran, como ejemplo, los períodos asociados al modo radial fundamental ($n = 0$) y los primeros armónicos ($n = 1, 2, 3$) para los modelos con $Z = 0.01$ y $f = 0.01$ seleccionados en el paso previo, es decir, aquellos modelos que mejor reproducen $\overline{\Delta\Pi}$. La línea recta horizontal indica el período asociado al modo de mayor amplitud en el dominio de las frecuencias del tipo δ Sct del espectro de pulsaciones de HD 49434 (es decir, 9283.23 s).

Paso 3: Para aquellos modelos seleccionados en el paso previo, realizamos un ajuste período a período de los períodos de modos p observados. Calculamos la cantidad:

$$\chi^p = \sum_{i=1}^m \frac{[\Pi_o^p - \Pi_c^p]_i^2}{(\sigma_{\Pi^p}^2)_i}, \quad (3.8)$$

donde Π_o^p es el período observado, Π_c^p es el período calculado, $\sigma_{\Pi^p}^2$ es la incerteza asociada a las observaciones del período de modo p considerado, y

⁷En la práctica consideramos una diferencia arbitraria de 100 s.

m es el número total períodos de modos p observados. Dado que no se dispone una identificación del grado armónico para los modos de la estrella HD 49434, calculamos χ^p mediante una búsqueda del mejor ajuste de períodos entre los períodos de modos p con $\ell = 1, 2$ y 3 . De acuerdo a esto, para HD 49434, consideramos como Π_o^p a todas las frecuencias clasificadas como “ δ Scuti like” (DSL) de la Tabla 3 de [Brunsden et al. \(2015\)](#) y Π_c^p es el período calculado para Π_o^p , el cual es un modo no radial p con grado armónico $\ell = 1, 2$ o 3 . Todas las incertezas en los períodos observados fueron calculadas considerando el error conservativo de 0.001 d^{-1} mencionado en [Brunsden et al. \(2015\)](#).

Paso 4: Finalmente, con el objetivo de obtener el mejor modelo ajustado para cada estrella seleccionada, calculamos la cantidad F_1 para todos los modelos seleccionados del *Paso 2*:

$$F_1 = \sum_{i=1}^N \frac{[\overline{\Delta\Pi_n} - \overline{\Delta\Pi}]_j^2}{(\sigma_{\overline{\Delta\Pi}}^2)_j} + \frac{[\Pi_o^r - \Pi_c^r]_j^2}{(\sigma_{\Pi^r}^2)_j} + \chi_j^p, \quad (3.9)$$

Esta cantidad toma en cuenta las diferencias entre los espaciamientos de períodos medios calculados y observados ($\overline{\Delta\Pi_n}$ y $\overline{\Delta\Pi}$ respectivamente), la diferencia entre los modos radiales (fundamentales o algún armónico) calculados Π_c^r y el modo de mayor amplitud Π_o^r , y la cantidad χ_j^2 calculada en el paso previo, la cual relaciona el conjunto de períodos de modos p observados con los calculados. En esta expresión, N es el número de modelos seleccionados en el *Paso 2*, esto es, aquellos que mejor reproducen a $\overline{\Delta\Pi}$ observado y al modo de mayor amplitud. $\sigma_{\overline{\Delta\Pi}}$ es la incerteza observacional para $\overline{\Delta\Pi}$, y σ_{Π^r} es la incerteza correspondiente al modo de mayor amplitud de la estrella observada.

Procedimiento 2 En este procedimiento consideramos la posibilidad de tener modos radiales en el rango de modos p de la estrella observada. Con esta suposición, excluimos la asociación directa del modo de mayor amplitud en el rango de modos p con un modo radial, la cual es usual para las estrellas HADS ([Catelan & Smith, 2015](#)). Realizamos una comparación entre los períodos observados en el rango de modos p y los modos radiales y no radiales p teóricos obtenidos en los modelos numéricos.

Paso 1: es igual que en el Procedimiento 1, es decir, seleccionamos todos los modelos que mejor reproducen al $\overline{\Delta\Pi}$ observado de modos g .

Paso 2: calculamos la cantidad χ^{rp} para los modelos seleccionados en el paso anterior con el objetivo de comparar los períodos observados en el rango

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

de períodos de modos p de la estrella seleccionada con los períodos de modos p no radiales y radiales:

$$\chi^{rp} = \sum_{i=1}^m \frac{[\Pi_o^{rp} - \Pi_c^{rp}]_i^2}{(\sigma_{\Pi^{rp}}^2)_i}, \quad (3.10)$$

donde Π_o^{rp} es el período observado en el rango de modos p de la estrella seleccionada, Π_c^{rp} es el período calculado que mejor ajusta a Π_o^{rp} , el cual puede ser un modo radial o modo p no radial, $\sigma_{\Pi^{rp}}$ es la incerteza asociada con las observaciones de los modos p o los períodos de modos radiales y m es el número total de períodos de modos p de la estrella seleccionada.

Paso 3: calculamos la siguiente cantidad para los modelos seleccionados en el *Paso 1*:

$$\chi^g = \sum_{i=1}^m \frac{[\Pi_o^g - \Pi_c^g]_i^2}{(\sigma_{\Pi^g}^2)_i}, \quad (3.11)$$

donde Π_o^g es el período observado, Π_c^g el calculado, σ_{Π^g} es la incerteza asociada con las observaciones de los períodos de modos g y m es el número total períodos de modos g observados. De igual manera al cálculo de χ^p , buscamos el mejor período que ajuste al observado entre los modos g calculados con $\ell = 1, 2, 3$. Por lo tanto, para HD 49434, Π_o^g toma valores de los períodos en el dominio γ Dor, clasificados como GDL (“ γ Dor like”) de la Tabla 3 de [Brunsden et al. \(2015\)](#).

Paso 4: finalmente, seleccionamos el modelo que mejor ajusta a estas observaciones mediante el cálculo de la cantidad F_2 de todos los modelos previamente seleccionados, incorporando χ^{rp} y χ^g :

$$F_2 = \sum_{i=1}^N \frac{[\overline{\Delta\Pi_n} - \overline{\Delta\Pi}]_j^2}{(\sigma_{\overline{\Delta\Pi}}^2)_j} + \chi_j^{rp} + \chi_j^g \quad (3.12)$$

Cabe mencionar que para HD 49434, no incluimos en χ^p el período clasificado como DLS correspondiente al de mayor amplitud. En su lugar, asumimos que es un período correspondiente a un modo radial cuando realizamos el *Paso 2* del Procedimiento 1. En la Ec. 3.10 del Procedimiento 2 incluimos al modo previamente mencionado de mayor amplitud, es decir, consideramos la

posibilidad de tener modos radiales en el dominio δ Sct. La Tabla 3.3 resume las características de los modelos seleccionados en cada procedimiento.

Tabla 3.3: Mejor modelo encontrado para HD 49434.

	Procedimiento 1	Procedimiento 2
$M_{\star}[M_{\odot}]$	1.75	1.75
Z	0.01	0.015
f	0.01	0.03
$T_{\text{eff}} [\text{K}]$	7399	6504
$\log g$	3.85	3.51
$R_{\star}[R_{\odot}]$	2.57	3.81
Edad[10^6 yr]	1169.08	1641.97
$L_{\star}[L_{\odot}]$	19.36	24.33
$\overline{\Delta\Pi} [\text{sec}]$	2045.42	2026.92

Resumiendo, obtuvimos un modelo con $Z = 0.01$ y $f = 0.01$ del Procedimiento 1, y otro modelo con $Z = 0.015$ y $f = 0.03$ del Procedimiento 2. El Procedimiento 2 se realizó para esta estrella ya que no dispone una clasificación de modos concluyente y por lo tanto la existencia de modos radiales en la región δ Sct es posible. Ambos modelos tienen la misma masa $M_{\star} = 1.75M_{\odot}$, y aquel con $f = 0.03$ está alcanzando la TAMS, y el que posee $f = 0.01$ se encuentra antes del codo de la secuencia principal, como puede observarse en la Fig. 3.23. Adicionalmente, incorporamos un estudio de los períodos de modos g individuales observados de la estrella seleccionada en la Ec. 3.9 mediante la adición del término χ^g descrito en la Ec. 3.11. El mejor modelo resulta el mismo sin considerar este término, por lo tanto sumar un ajuste período a período de modos g no afecta a la selección del modelo que mejor ajusta a las observaciones. Cuando incluimos la posibilidad de tener modos radiales en el dominio de períodos δ Sct, obtuvimos un modelo distinto. Esto enfatiza la necesidad de poseer una correcta clasificación de modos.

A continuación, brindaremos los detalles de estos procedimientos para las cuatro estrellas restantes.

KIC 11145123

KIC 11145123, también conocida como “el santo grial”, es una estrella híbrida δ Sct- γ Dor de tipo espectral A tardío observada por la misión Kepler y extensamente estudiada por Kurtz et al. (2014). Si bien se conocen cientos

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

de estrellas híbridas, la característica sobresaliente de este objeto es que todos sus modos parecen estar excitados con amplitudes observables. Este hecho, además de que su baja velocidad de rotación permite una identificación de modos para aquellos con *splitting* rotacional tanto de modos p como g , otorgan el apodo de “santo grial” para esta estrella. De la fotometría revisada del catálogo KIC, su temperatura efectiva es 8050 ± 200 K y su gravedad superficial $\log g = 4.0 \pm 0.2$ (Huber et al., 2014). Además tiene una magnitud Kepler de $Kp = 13$. Los períodos de modos p exhibidos por KIC 11145123 están en el rango $[3536.75 - 5160.67]$ s y el rango de períodos de modos g es $[42255.53 - 71430]$ s. Las listas completas de frecuencias de modos p y g están enumeradas en las Tablas 2 y 3 respectivamente de Tkachenko et al. (2013). El espaciamiento medio de períodos de modos g es $\overline{\Delta\Pi} = 2073.6$ s y el modo de mayor amplitud en el dominio δ Sct del espectro de pulsaciones tiene un período de 4810.69 s. La Tabla 3.4 resume estos parámetros estelares y los rangos de períodos de pulsaciones para KIC 11145123.

Tabla 3.4: Parámetros astrofísicos de KIC 11145123 en la literatura.

		Referencias
T_{eff} [K]	8050	H ⁸
$\log g$	4.0 ± 0.2	H ⁸
Rango de períodos del dominio δ Sct [s]	$[3536.75 - 5160.67]$	K ⁹
Rango de períodos del dominio γ Dor [s]	$[42255.53 - 71430]$	K ⁹
$\overline{\Delta\Pi}$ [s]	2073.6	K ⁹
Períod del modo de mayor amplitud [s]	4810.69	K ⁹

En el *Paso 1* del Procedimiento 1, calculamos $\overline{\Delta\Pi}_n$ en el dominio γ Dor usando únicamente los modos g con grado armónico $\ell = 1$, dado que KIC 11145123 muestra sólo tripletes en el dominio γ Dor. La Fig. 3.15 muestra el espaciamiento medio de períodos para los modelos con $Z = 0.01$ y $f = 0$.

A continuación realizamos el *Paso 2* del Procedimiento 1. La Fig. 3.16 muestra los períodos de modos radiales (el fundamental y los armónicos) para los modelos con $Z = 0.01$ y $f = 0$ seleccionados en el paso anterior.

Modificamos el *Paso 3* dado que esta estrella tiene modos clasificados con $\ell = 1$ y $\ell = 2$ calculando dos cantidades: χ_1 y χ_2 , para modelos con períodos de modos p con $\ell = 1$ y $\ell = 2$ respectivamente, dado que KIC 11145123

⁸Huber et al. (2014)

⁹Kurtz et al. (2014)

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
 3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

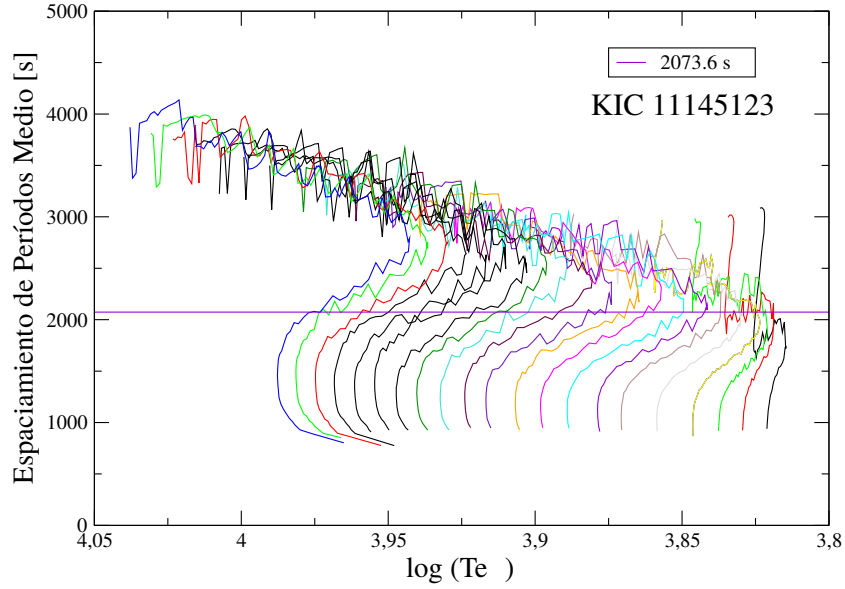


Figura 3.15: Espaciamiento de períodos medio en función de la temperatura efectiva para modelos con $Z = 0.01$ y $f = 0$. La línea recta horizontal es el espaciamiento medio de períodos de modos g observado en KIC 11145123.

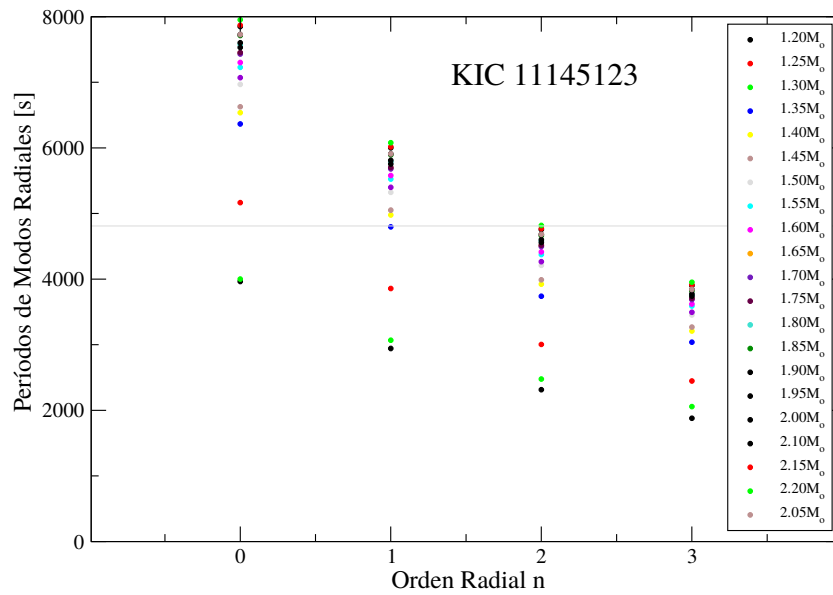


Figura 3.16: Períodos de modos radiales en función del orden radial n para los modelos seleccionados en el paso anterior con $Z = 0.01$ y $f = 0$ correspondientes a KIC 11145123.

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

exhibe tres quintupletes rotacionales ($\ell = 2$) y cinco tripletes rotacionales ($\ell = 1$). La expresión para estas cantidades está dada por:

$$\chi_j = \sum_{i=1}^m \frac{(\Pi_o^{p,j} - \Pi_c^{p,j})_i^2}{(\sigma_{\Pi}^2)_i}, \quad (3.13)$$

donde m es el número total de períodos de modos p observados con $j = 1$ para $\ell = 1$ y $j = 2$ para $\ell = 2$. $\Pi_o^{p,j}$ es el período de modo p observado, $\Pi_c^{p,j}$ es el período mas cercano a $\Pi_o^{p,j}$ entre aquellos con $\ell = 1$ para $j = 1$ y $\ell = 2$ para $j = 2$ y σ_{Π} es la incerteza asociada a Π_o^p . Por lo tanto, χ^p está dado por $\chi^p = \chi_1 + \chi_2$. De manera similar al procedimiento realizado para HD 49434, incluimos un ajuste período a período para los modos g . Utilizamos los períodos listados en la Tabla 3 de Kurtz et al. (2014) para calcular χ^g y obtener dos modelos diferentes. El Procedimiento 2 no se realizó para esta estrella ya que todas sus frecuencias en la región δ Sct están clasificadas como modos p con sus correspondientes grados armónicos.

En la Tabla 3.5 se muestran las características de los modelos astrosismológicos seleccionados para KIC 11145123 de acuerdo al Procedimiento 1 con y sin el ajuste período a período de modos g . Se obtuvieron dos modelos sismológicos diferentes, indicando que el ajuste individual de períodos de modos g juega un papel importante en el modelado de esta estrella. Comparando nuestros modelos con aquellos obtenidos en Kurtz et al. (2014) con $M_{\star} = 1.40, 1.46M_{\odot}$ y $2.05M_{\odot}$ con $Z = 0.01$ y 0.014 , notamos algunas diferencias en estos valores, posiblemente debidas al hecho de que no consideramos la difusión atómica en nuestras simulaciones (la frecuencia de B-V se modifica por ese proceso físico). Sin embargo, nuestro mejor modelo para ambos casos yace en la fase de contracción de la TAMS, o al comienzo de esta, en buen acuerdo con los modelos obtenidos por Kurtz et al. (2014). Nótese que ninguno de los modelos reproduce la temperatura efectiva reportada para esta estrella.

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

Tabla 3.5: Mejor modelo seleccionado para KIC 11145123 con el **Procedimiento 1**

	Sin χ^g	Con χ^g
$M_\star[M_\odot]$	1.35	2.2
Z	0.01	0.01
f	0.03	0
T_{eff} [K]	6064	9402
$\log g$	3.77	3.98
$R_\star[R_\odot]$	2.50	2.50
Edad[10^6 yr]	3219.02	549.61
$L_\star[L_\odot]$	7.75	48
$\overline{\Delta\Pi}$ [sec]	2085.17	2071.87

KIC 92449922

Esta estrella, observada por la misión Kepler, muestra una temperatura efectiva de $T_{\text{eff}} = 6900 \pm 300$ K y una gravedad superficial de $\log g = 3.5 \pm 0.4$ de acuerdo con el catálogo KIC [Huber et al. \(2014\)](#). Un estudio reciente ([Nemec et al., 2016](#)) obtuvo $3.8388 \lesssim \log T_{\text{eff}} \lesssim 3.8633$ y $3.5 \lesssim \log g \lesssim 4.0$ con una velocidad de rotación proyectada de $v \sin i \lesssim 6$ km s $^{-1}$ lo cual indica que KIC 92449922 es un rotador lento. Los rangos de períodos de modos p y g de esta estrella son [4687.89 – 7017.28] s y [54000 – 96000] s, respectivamente. Muestra un modo radial con un período igual a 7001.97 s y su espaciamiento de períodos medio de modos g es $\overline{\Delta\Pi} = 2280.96$ s. La lista completa de períodos de modos p y g están en las Tablas 1 y 3, respectivamente, de [Saio et al. \(2015\)](#). La Tabla 3.6 resume estos parámetros estelares y los rangos de períodos de pulsaciones observadas para KIC 9244992.

Tabla 3.6: Parámetros astrofísicos de KIC 9244992 en la literatura.

		Referencias
T_{eff} [K]	6900 ± 300	H ¹⁰
$\log g$	3.5 ± 0.4	H ¹⁰
Rango de períodos del dominio δ Sct [s]	[4689.89 – 7017.28]	S ¹¹
Rango de períodos del dominio γ Dor [s]	[54000 – 96000]	S ¹¹
$\overline{\Delta\Pi}$ [s]	2280	S ¹¹
Período del modo con mayor amplitud [s]	7002.18	S ¹¹

¹⁰Huber et al. (2014)

¹¹Saio et al. (2015)

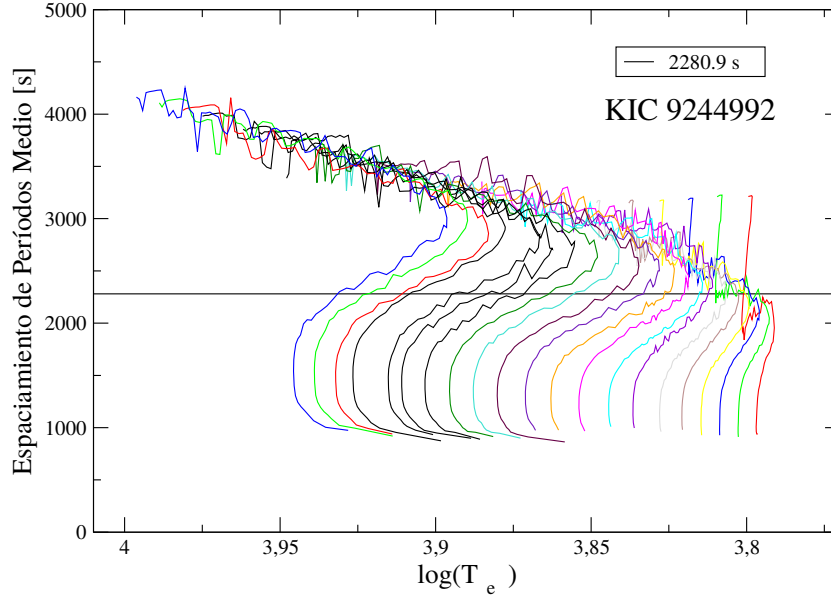


Figura 3.17: Espaciamiento medio de períodos de modos g en función de la temperatura efectiva para los modelos con $Z = 0.02$ y $f = 0$. La línea recta horizontal representa el espaciamiento medio de períodos observado de modos g correspondiente a KIC 9244992.

Aplicamos el Procedimiento 1 en esta estrella. En el *Paso 1*, calculamos el espaciamiento de períodos medio en el rango de períodos de modos g observados ($\overline{\Delta\Pi_n}$) usando el grado armónico $\ell = 1$. En la Fig. 3.17 mostramos $\overline{\Delta\Pi_n}$ calculada en términos de $\log T_{\text{eff}}$ para los modelos con $Z = 0.02$ y $f = 0$ y diferentes valores de la masa estelar.

A continuación realizamos el *Paso 2* del Procedimiento 1. La Fig. 3.18 muestra los períodos de los modos radiales para los modelos seleccionados en el paso previo con $Z = 0.02$ y $f = 0$.

KIC 9244992 tiene seis frecuencias de modos p con $\ell = 1$ y cuatro sin una asignación de grado armónico, de acuerdo al estudio realizado en Saio et al. (2015). Por lo tanto, el *Paso 3* fue modificado con el objetivo de incluir esta clasificación. Calculamos dos cantidades. Por un lado, evaluamos χ_1 , la cual compara $\nu_2, \nu_7, \nu_8, \nu_9, \nu_{11}$, y ν_6 (Π_0^p) de la Tabla 3 de Saio et al. (2015) con los períodos de modos p calculados con grado armónico $\ell = 1$, mediante la siguiente expresión:

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

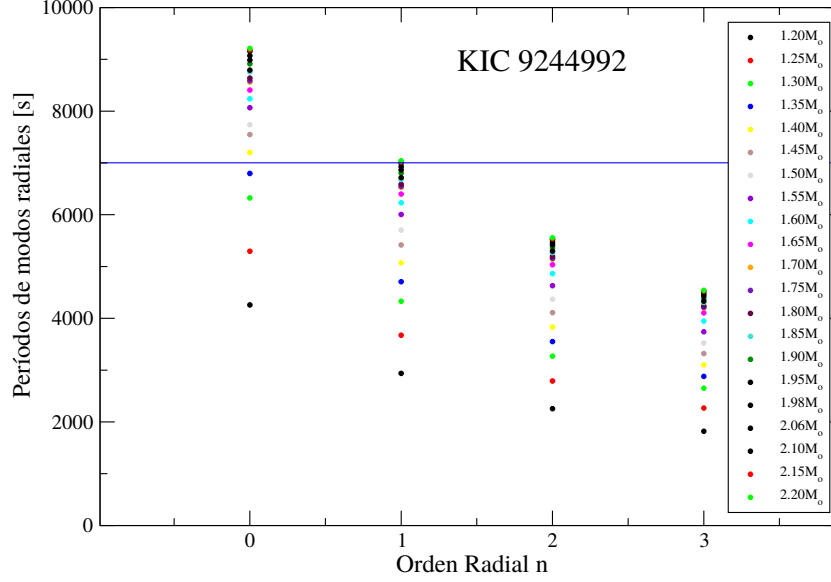


Figura 3.18: Períodos de modo radial en término del orden radial n para los modelos seleccionados en el paso previo con $Z = 0.02$ y $f = 0$, correspondientes a KIC 9244992.

$$\chi_1 = \sum_{i=1}^6 \frac{[\Pi_o^p - \Pi_c^p]_i^2}{(\sigma_1^2)_i}, \quad (3.14)$$

donde σ_1 es la incerteza asociada a las frecuencias de modos p con $\ell = 1$. Por otra parte, calculamos χ_{123} , la cual compara las frecuencias sin asignación de un grado armónico (Π_o^p) con aquellas frecuencias de modo p calculadas con $\ell = 1, 2$ y 3 (Π_c^p), esto es, buscamos el mejor ajuste de períodos entre los modos p no radiales con $\ell = 1, 2$ y 3 . Por lo tanto χ_{123} está definido como:

$$\chi_{123} = \sum_{i=1}^4 \frac{[\Pi_o^p - \Pi_c^p]_i^2}{(\sigma_{123}^2)_i}, \quad (3.15)$$

donde σ_{123} es la incerteza asociada a las observaciones Π_o^p consideradas. Por lo tanto, χ_p tiene la siguiente expresión: $\chi_p = \chi_1 + \chi_{123}$. El Procedimiento 2 no fue realizado dado que todos los períodos de modos p están clasificados con sus correspondientes grados armónicos.

En la Tabla 3.7 mostramos las características del modelo seleccionado que mejor ajusta a las observaciones para KIC 9244992. Además en este caso,

incluimos un ajuste período a período de modos g en la Ec. 3.9, considerando modos con $\ell = 1$ con el objetivo de obtener χ_g , dado que esta estrella tiene únicamente tripletes rotacionales en el rango de períodos de modos g . Se obtuvo el mismo, lo cual implica que el hecho de incluir un ajuste período a período de modos g no afecta a la selección del modelo. En [Saio et al. \(2015\)](#) los autores proponen un modelo con $M_\star = 1.45M_\odot$, $Z = 0.01$ y $f = 0.005$. Nuestro modelo que mejor ajusta a las observaciones es más masivo, tiene $M_\star = 2.10M_\odot$, no posee *overshooting* en el núcleo y tiene una metalicidad mayor ($Z = 0.02$). Por otra parte, el valor de la gravedad superficial obtenido, $\log g = 3.89$, está en buen acuerdo con el valor de $\log g = 3.982$ estimado en [Saio et al. \(2015\)](#), aunque notamos que nuestro modelo tiene una temperatura efectiva mayor ($T_{eff} = 6622, 16$ y $T_{eff} = 7550p/m100$ en [Saio et al. \(2015\)](#) y [Nemec et al. \(2017\)](#), respectivamente). Esto puede deberse al hecho de que en nuestros procedimientos incluimos sólo las frecuencias dominantes y no todas las frecuencias detectadas, como en el caso de [Saio et al. \(2015\)](#). A pesar de estas diferencias, nuestro mejor modelo para KIC 9244992 está también al final de la etapa de secuencia principal.

Tabla 3.7: Mejor modelo seleccionado para KIC 9244992.

Procedimiento 1	
$M_\star [M_\odot]$	2.10
Z	0.02
f	0
$T_{\text{eff}} [\text{K}]$	8150
$\log g$	3.89
$R_\star [R_\odot]$	2.7
Edad [10^6 yr]	690.94
$L_\star [L_\odot]$	31.25
$\Delta\Pi$ [sec]	2271.8

CoRoT 105733033

De acuerdo con las mediciones provistas por la base de datos EXODAT ([Deleuil et al., 2009](#)), CoRoT 105733033 tiene un tipo espectral A5V con una magnitud $V = 12.8$. De acuerdo con [Adelman \(2004\)](#), se estima en [Chapellier et al. \(2012\)](#) que tiene una temperatura efectiva aproximada de 8000 K. Esta estrella es un excelente ejemplo de una pulsante híbrida dado que muestra modos p y g en dos rangos claramente distintos de dominio de frecuencias. [Chapellier et al. \(2012\)](#) dividieron sus períodos en dos dominios:

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ Sct- γ Dor
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

el dominio correspondiente a modos del tipo γ Dor con períodos en el rango [21600 – 345600] s y el dominio correspondiente a modos del tipo δ Sct con períodos en el rango [1362.77 – 8554.45] s, con un modo de mayor amplitud en el dominio δ Sct que tiene un período de 6816.08 s, y un espaciamiento medio de períodos de modos g de 2655.936 s. Para realizar nuestros cálculos usamos un rango de períodos de modos g de [59961.6 – 137635.2] s. La Tabla 3.8 resume estos parámetros estelares y los rangos de períodos de pulsación observados para CoRoT 105733033.

Tabla 3.8: Parámetros astrofísicos de CoRoT 105733033 en la literatura.

		Referencias
T_{eff} [K]	8000	C12 ¹²
Rango de períodos del dominio δ Sct [s]	[1362.77 – 8554.45]	C12 ¹⁰
Rango de períodos del dominio γ Dor [s]	[59961.6 – 137635.2]	C12 ¹⁰
$\overline{\Delta\Pi}$ [s]	2655.93	C12 ¹⁰
Período del modo de mayor amplitud [s]	6816.08	C12 ¹⁰

Realizamos los Procedimientos 1 y 2 para esta estrellas obteniendo el primer modelo astrosismológico de este objeto. En la Fig. 3.19 mostramos la variación del espaciamiento de períodos medio en el rango de modos g con respecto a la temperatura efectiva para modelos con $Z = 0.015$ y $f = 0.03$ como ejemplo. Para el *Paso 1* del Procedimiento 1, calculamos $\overline{\Delta\Pi}_n$ usando modos con $\ell = 1$. A continuación realizamos el *Paso 2* del Procedimiento 1 y en la Fig. 3.20 se muestran los modos radiales para los modelos con $Z = 0.015$ y $f = 0.03$.

La lista completa de frecuencias detectadas para esta estrella puede encontrarse en la Tabla 1 de [Chapellier et al. \(2012\)](#). Hay 444 frecuencias clasificadas como del tipo δ Sct o γ Dor en esta tabla. Realizamos nuestros cálculos despreciando todas las combinaciones de frecuencias. Dado que los modos p y los modos g no tienen una asignación del grado armónico, es decir que pueden ser modos con $\ell = 1, 2$ o 3 , para el *Paso 3* de los Procedimientos 1 y 2 calculamos χ^p y χ^g , respectivamente, buscando el mejor ajuste al período observado entre todos los modos con $\ell = 1, 2$ y 3 . De igual manera a lo realizado para HD 49434, el modo con la mayor amplitud (clasificado como F en la Tabla 1 de [Chapellier et al. \(2012\)](#)) no fue considerado en el cálculo de χ^p en el Procedimiento 1, porque se supone como modo radial en

¹²Chapellier et al. 2012

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

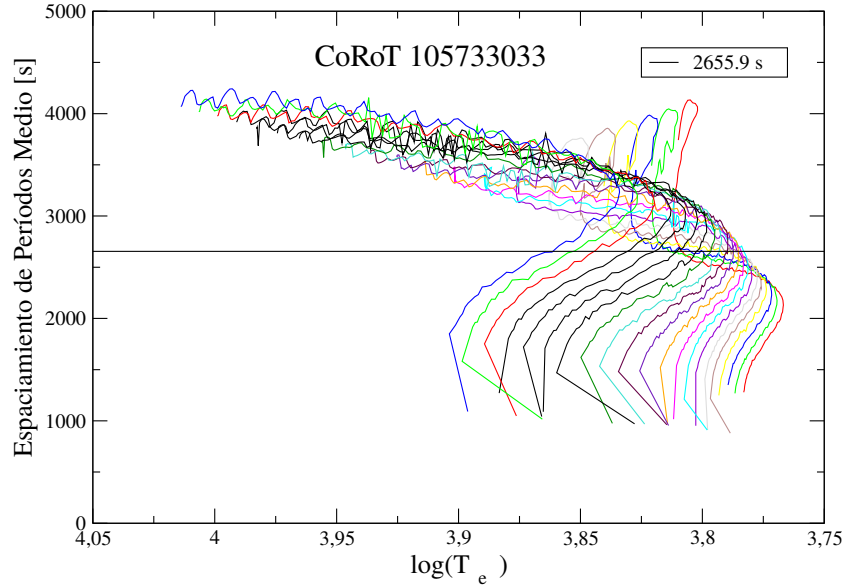


Figura 3.19: Espaciamiento de períodos medio de modos g en función de la temperatura efectiva para los modelos con $Z = 0.015$ y $f = 0.03$. La línea recta horizontal indica el espaciamiento de períodos de modos g medio observado para CoRoT 105733033.

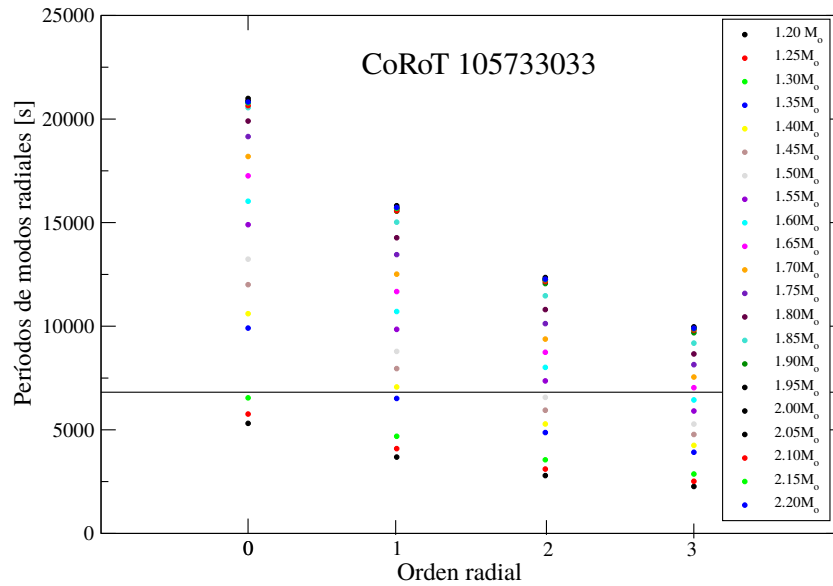


Figura 3.20: Períodos de modos radiales en función del orden radial n para los modelos seleccionados en el paso previo con $Z = 0.015$ y $f = 0.03$. La línea horizontal representa al valor de

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

el Procedimiento 1, pero sí fue incluido en el cálculo de χ^{rP} del Procedimiento 2.

En la Tabla 3.9 mostramos las principales características de los modelos astrosismológicos seleccionados para CoRoT 105733033. Hasta el momento, ningún modelo astrosismológico ha sido propuesto para esta estrella y sus características físicas son bastantes inciertas. En este trabajo presentamos el primer modelo astrosismológico para esta estrella. Como mencionamos previamente, realizamos dos diferentes procedimientos y obtuvimos dos modelos distintos, mostrados en la Fig. 3.23, ambos alcanzando la TAMS. Nuevamente, calculamos χ^g con el objetivo de incluirlo en la función F_1 del Procedimiento 1 y obtuvimos el mismo modelo (aquel con $1.75M_\odot$) y otro distinto al Procedimiento 2 (aquel con $1.85M_\odot$). Esto significa que el mejor modelo persiste cuando consideramos un ajuste individual de modos g , pero cambia cuando incluimos la posibilidad de tener modos radiales entre las frecuencias detectadas en el rango del dominio δ Sct. De todas maneras, ambos modelos yacen antes de la TAMS en el diagrama HR y poseen el mismo parámetro de *overshooting* y similares temperaturas efectivas y gravedades superficiales.

Tabla 3.9: Mejor modelo seleccionado para CoRoT 105733033.

	Procedimiento 1	Procedimiento 2
$M_\star [M_\odot]$	1.75	1.85
Z	0.015	0.01
f	0.03	0.03
$T_{\text{eff}} [\text{K}]$	6169	6537
$\log g$	3.5	3.45
$R_\star [R_\odot]$	3.85	4.19
Edad [10^6 yr]	1628.4	1272.79
$L_\star [L_\odot]$	19.77	30.44
$\Delta\Pi$ [sec]	2646	2682.36

CoRoT 100866999

Esta estrella es una binaria eclipsante con la componente primaria pulsante compatible con un tipo espectral A7-F0 y la estrella secundaria con G5-K0 (Chapellier & Mathias, 2013). Del análisis de la curva de luz, estos autores encontraron una masa estelar de $(1.8 \pm 0.2)M_\odot$, un radio de $(1.9 \pm 0.2)R_\odot$, una gravedad superficial de $\log g = 4.1 \pm 0.1$ y una temperatura efectiva de (7300 ± 250) K para la estrella primaria. Para la estrella secundaria, encontraron una masa estelar $(1.1 \pm 0.2)M_\odot$, un radio de $(0.9 \pm 0.2)R_\odot$,

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ Sct- γ Dor
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

una gravedad superficial de $\log g = 4.6 \pm 0.1$ y una temperatura efectiva de (5400 ± 430) K . La estrella primaria tiene dominios δ Sct y γ Dor bien separados en su espectro de frecuencias. El rango de períodos de modos g para esta estrella es $[23736 - 288000]$ s y los períodos de modos p están en el rango $[2544.16 - 592714]$ s. CoRoT 100866999 tiene un espaciamiento de períodos medio de modos g de 3017.952 s y presenta un modo de mayor amplitud en el rango de las δ Sct con período 5088.24 s. La Tabla 3.10 resume estos parámetros estelares y los rangos de períodos pulsacionales observados para CoRoT 100866999.

Tabla 3.10: Parámetros astrofísicos de CoRoT 100866999 en la literatura.

		Referencias
T_{eff} [K]	7300 ± 250	C13 ¹³
$\log g$	4.1 ± 0.1	C13 ¹³
Rango de períodos del dominio δ Sct [s]	$[2544.16 - 5927.14]$	C13 ¹³
Rango de períodos del dominio γ Dor [s]	$[23736 - 288000]$	C13 ¹³
$\overline{\Delta\Pi}$ [s]	3017.952 ± 6.048	C13 ¹³
Período del modo con mayor amplitud [s]	5088.249	C13 ¹³
M_{\star} [M_{\odot}]	1.8 ± 0.2	C13 ¹³
R_{\star} [R_{\odot}]	1.9 ± 0.2	C13 ¹³

Calculamos $\overline{\Delta\Pi_n}$ usando modos con $\ell = 1$, dado que $\Delta\Pi$ es compatible con modos g con $\ell = 1$ como se menciona en [Chapellier & Mathias \(2013\)](#). La Fig. 3.21 muestra el espaciamiento de períodos medio de modos g para modelos con $Z = 0.02$ y $f = 0$.

Para el *Paso 2* del Procedimiento 1 adoptamos al modo de mayor amplitud como un modo radial fundamental, es decir al modo con un período de 5088.249 s. Los períodos de los modos radiales para los modelos seleccionados en el paso previo se muestran en la Fig. 3.22. Como se realizó previamente, solo seleccionamos modelos cuyo modo radial fundamental o un armónico, diste 100 s como máximo del modo de mayor amplitud detectada para CoRoT 100866999.

Nuevamente, calculamos χ^p y χ^g de la misma manera que para HD 49434 y CoRoT 105733033, dado que no hay una clasificación del grado armónico para ninguno de los modos detectados. Este hecho nos permitió realizar el Procedimiento 2. En la Tabla 3.11 mostramos las características de los modelos seleccionados para esta estrella.

¹³Chapellier et al. (2013)

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

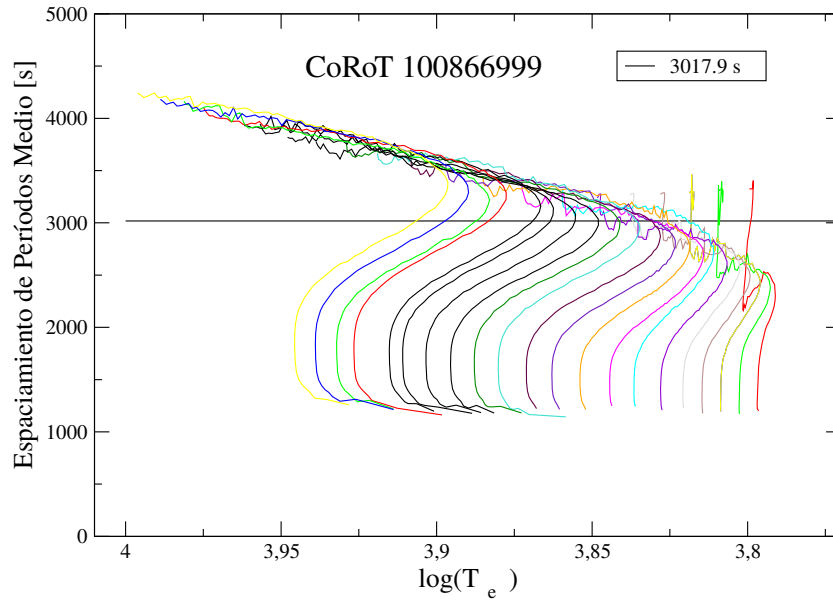


Figura 3.21: Espaciamiento de períodos de modos g medio en función de la temperatura efectiva para modelos con $Z = 0.02$ and $f = 0$. La línea horizontal representa el espaciamiento de períodos de modos g medio observado en CoRoT 100866999.

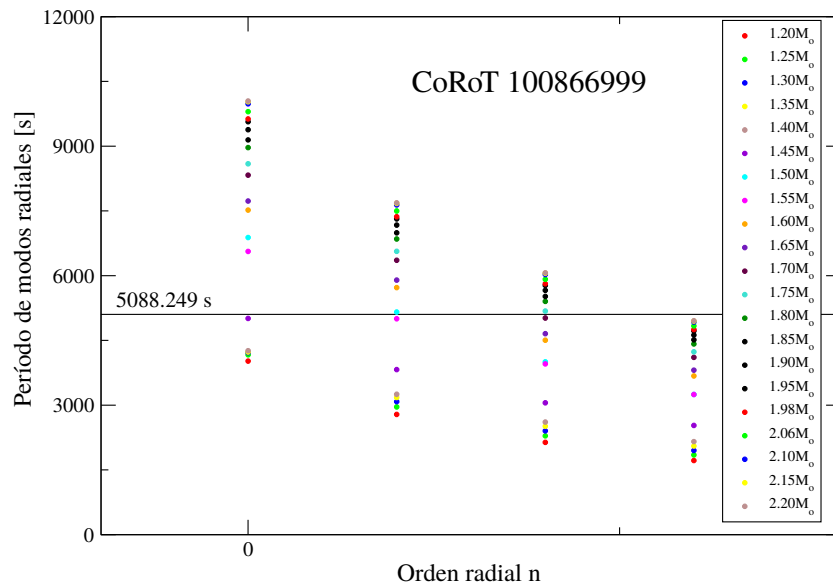


Figura 3.22: Períodos de modos radiales en función del orden radial n para los modelos seleccionados en el paso anterior con $Z = 0.02$ and $f = 0$, para CoRoT 100866999.

Tabla 3.11: Mejor modelo astrosismológico hallado para CoRoT 100866999.

	Procedimiento 1	Procedimiento 2
$M_\star[M_\odot]$	1.55	2.10
Z	0.02	0.02
f	0	0
$T_{\text{eff}} [\text{K}]$	6778	7726
$\log g$	4.04	3.84
$R_\star[R_\odot]$	1.94	2.86
Edad[10^6yr]	1298.32	682.90
$L_\star[L_\odot]$	7.49	28.23
$\Delta\Pi$ [sec]	3020.89	3004.10

Obtuvimos un modelo con el Procedimiento 1 con y sin considerar χ^g en F_1 y un modelo diferente con el Procedimiento 2. El modelo obtenido con el Procedimiento 1 tiene $1.55M_\odot$ y está ubicado antes del codo de la secuencia principal. Por otra parte, el modelo obtenido con el Procedimiento 2, tiene $2.1M_\odot$ y está cerca de la TAMS. Ambos modelos tienen $Z = 0.02$. Estos valores son cercanos a los obtenidos por [Chapellier & Mathias \(2013\)](#) de la curva de luz para la estrella primaria ($1.8 \pm 0.2 M_\odot$).

3.1.5 Análisis de los resultados

Con el objetivo de cuantificar nuestra selección de modelos, en la Tabla 3.12 mostramos las diferencias entre el espaciamiento medio de períodos de modos g observado y calculado: $\delta(\Delta\Pi)$ y su error relativo $\delta(\Delta\Pi)/\Delta\Pi$; el período del modo radial de mayor amplitud observado y calculado: $\delta(\Pi^r)$ y su error relativo $\delta(\Pi^r)/\Pi^r$; y las cantidades σ^p , σ^g y σ^{rp} definidas como:

$$\sigma^j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\Pi_o^j - \Pi_c^j|_i \quad (3.16)$$

con $j = p, g, rp$. Nótese que σ^{rp} ha sido calculada únicamente para las estrellas seleccionadas sin una clasificación de modos, como es requerido por el Procedimiento 2.

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.1. MODELADO ASTROSISMOLÓGICO

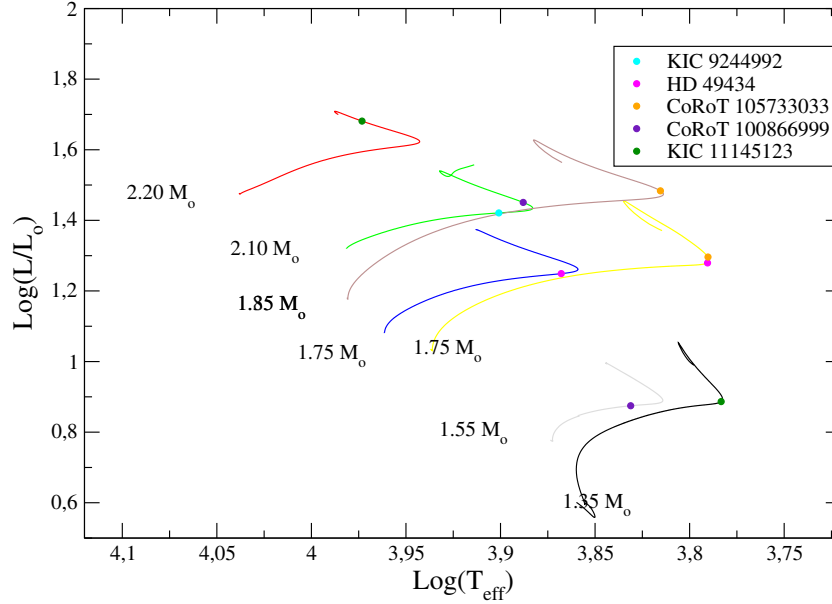


Figura 3.23: Diagrama HR mostrando los modelos astrosismológicos hallados y sus respectivas secuencias evolutivas para cada estrella seleccionada.

Tabla 3.12: Diferencias observado-calculado y sus errores relativos para cada procedimiento y estrella seleccionada. Todas las unidades están en segundos salvo los errores relativos. La segunda fila para KIC 11145123 también ha sido calculada para el modelo obtenido con el **Procedimiento 1** pero con un ajuste individual de modos g .

Estrella	Proc.	$\delta(\Delta\Pi)$	$\delta(\Pi^r)$	$\frac{\delta(\Delta\Pi)}{\Delta\Pi_{\odot}}$	$\frac{\delta(\Pi^r)}{\Pi_{\odot}^r}$	σ_p	σ_g	σ_{rp}
HD	1	15.05	26.41	0.0073	0.0028	142.96	51.35	127.75
49434	2	3.48	751.07	0.0017	0.0809	86.56	278.50	61.16
KIC	1	11.57	4.78	0.0055	0.0009	69.53	765.48	-
11145123	1 (χ^g)	1.73	7.04	0.0008	0.0014	97.99	702.09	-
KIC	1	8.2	5.84	0.0035	0.0008	189.27	592.73	-
9244992								
CoRoT	1	9.93	19.66	0.0037	0.0028	57.79	203.13	48.72
105733033	2	26.43	338.73	0.0099	0.0497	54.81	204.87	41.86
CoRoT	1	2.93	85.39	0.0009	0.0167	25.82	238.07	26.69
100866999	2	13.85	163.65	0.0045	0.0321	47.72	240.32	16.64

3.1.6 Resumen

A continuación resumimos los resultados obtenidos para cada estrella:

- *KIC 11145123*: dos modelos sismológicos diferentes se obtuvieron con el Procedimiento 1 con y sin la inclusión de χ^g en F_1 (ver Tabla 3.5). Esto implica que el ajuste individual de períodos de modos g juega un papel importante en el modelado de esta estrella. Comparando nuestros modelos con aquellos obtenidos en Kurtz et al. (2014), notamos algunas diferencias en la masa y la metalicidad, debidas posiblemente al hecho de que no consideramos difusión atómica en nuestras simulaciones (la frecuencia de B-V se ve modificada bajo este proceso físico) y al hecho de no considerar rotación en nuestros modelos. Sin embargo, nuestros mejores modelos se hallan en la fase de contracción de la TAMS, en buen acuerdo con los resultados obtenidos por Kurtz et al. (2014).
- *KIC 9244992*: las características del modelo obtenido para esta estrella se muestran en la Tabla 3.7. En este caso obtuvimos el mismo modelo considerando y sin considerar χ^g en el Procedimiento 1. Esto implica que un ajuste período a período de modos g no afecta la selección del modelo. Nuestro modelo con $2.1M_{\odot}$ es mas masivo que el modelo con $1.45M_{\odot}$ propuesto en Saio et al. (2015). Además, nuestro modelo no considera *overshooting* en el núcleo y posee una metalicidad mayor ($Z = 0.02$). El valor de la gravedad superficial obtenido, $\log g = 3.89$ está en buen acuerdo con el estudio espectroscópico de Saio et al. (2015), sin embargo notamos que nuestro modelo tiene una temperatura efectiva mayor. A pesar de estas diferencias, nuestro mejor modelo para KIC 9244992 también se encuentra finalizando la etapa de secuencia principal.
- *HD 49434*: realizamos el Procedimiento 2 para esta estrella dado que no posee una clasificación conclusiva de modos y por lo tanto la existencia de modos radiales en el dominio δ Sct no puede ser descartada. Obtuvimos un modelo con $Z = 0.01$ y $f = 0.01$ del Procedimiento 1, y otro modelo con $Z = 0.015$ y $f = 0.03$ del Procedimiento 2. Ambos modelos tienen la misma masa, $1.75M_{\odot}$. El modelo con $f = 0.03$ se encuentra cerca de la TAMS y el que posee $f = 0.01$ se halla antes del codo de la secuencia principal (ver Fig. 3.23). Una de las principales características de esta estrella es que es un rotador rápido, y por lo tanto no muestra una clara diferencia entre los dominios de las

frecuencias de tipo δ Sct y γ Dor en su espectro de pulsaciones. Es posible, como es mencionado en [Brunsden et al. \(2015\)](#), que la ausencia de esta clara separación se deba al *splitting* rotacional de los modos p de alto grado armónico. Este hecho junto con la selección de un modelo distinto cuando se incluye la posibilidad de tener modos radiales en el dominio δ Sct que muestra esta estrella, evidencian la necesidad de una correcta clasificación de modos dado que nuestros procedimientos dependen fuertemente de ella. Por otra parte vale la pena mencionar que agregar un ajuste período a período de modos g no afecta a la selección del mejor modelo dado que obtuvimos el mismo modelo con y sin este ajuste en el Procedimiento 1.

- *CoRoT 105733033*: una de las características más destacables de esta estrella es la riqueza que exhibe en su espectro de pulsaciones. Como se mencionó previamente, es posible distinguir claramente los dos dominios de pulsaciones en CoRoT 105733033, posiblemente porque esta estrella es un rotador lento ([Chapellier et al., 2012](#)), aunque es necesaria más información espectroscópica para confirmar esta hipótesis. Hasta el momento, no se disponía de ningún modelo astrosismológico para esta estrella y sus características físicas eran por lo tanto inciertas. En este trabajo, presentamos el primer modelo astrosismológico para CoRoT 105733033 (ver Tabla 3.9). Como mencionamos previamente, realizamos tres procedimientos distintos y encontramos dos modelos distintos, ambos en la fase de contracción de la TAMS (Fig. 3.23). Nuevamente, en el Procedimiento 1, cuando incluimos χ^g obtuvimos el mismo modelo (con $1.75M_{\odot}$) y otro modelo distinto con el Procedimiento 2 (uno con $1.85M_{\odot}$). Esto significa que el mejor modelo que ajusta a las observaciones sigue siendo válido cuando consideramos un ajuste individual de los períodos de modo g , pero cambia cuando incluimos la posibilidad de tener modos radiales en el dominio de frecuencias del tipo δ Sct. Sin embargo, ambos modelos están en la TAMS y tienen el mismo parámetro de *overshooting* y similar temperatura efectiva y gravedad superficial.
- *CoRoT 100866999*: obtuvimos un modelo siguiendo el Procedimiento 1 y otro modelo distinto con el Procedimiento 2. El modelo obtenido en el Procedimiento 1 tiene $1.55M_{\odot}$ y está ubicado antes del codo de la secuencia principal. El modelo obtenido mediante el Procedimiento 2 tiene $2.1M_{\odot}$ y se halla en la etapa de contracción. Ambos modelos tienen $Z = 0.02$. Comparando estos valores para la masa obtenidos con aquellos de [Chapellier & Mathias \(2013\)](#), podemos observar que

nuestras masas son cercanas a aquella calculada para la estrella más masiva ($1.8 \pm 0.2M_{\odot}$).

3.2 CoRoT ID 102314644: una estrella híbrida δ Sct- γ Dor con actividad superficial

En esta sección realizaremos un análisis exhaustivo del espectro pulsacional de CoRoT ID 102314644, la primera estrella híbrida δ Sct- γ Dor observada con actividad superficial, descubierta y reportada por primera vez en esta Tesis.

3.2.1 Datos proporcionados por la misión CoRoT

La misión espacial CoRoT (acrónimo de *Convection Rotation et Transits planétaires*) fue una misión espacial liderada por la Agencia Espacial Francesa (CNES) conjuntamente con la Agencia Espacial Europea. El satélite CoRoT estuvo en órbita desde el año 2006 hasta el 2013 y su objetivo principal fue el estudio de la estructura interna de estrellas y la detección de planetas extrasolares. Sus observaciones se dividen temporalmente en dos tipos: observaciones con períodos largos (“Long Run”) de 148 días y observaciones de períodos cortos de 25 días. El objeto que analizamos en esta sección, CoRoT ID 102314644, fue observado durante el tercer período largo de observación, LRa03, el cual estaba dirigido al anti-centro galáctico y realizado desde el 10 de Octubre del 2009 hasta el 1 de Marzo de 2010. Las coordenadas ecuatoriales de esta estrella son $\alpha = 6\text{h}10\text{m}26.73\text{s}$ y $\delta = +4^{\circ}18'12.19''$. Para este análisis, usamos la curva de luz N2 reducida presentada en [Auvergne et al. \(2009\)](#) junto a otras. Las curvas de luz N2 son productos públicos de datos científicos primarios entregados por esta misión. Los detalles de las correcciones realizadas sobre estas curvas de luz pueden hallarse en el artículo mencionado, aquí mencionaremos las principales: sustracción de la señal de fondo a la curva de luz, corrección de las variaciones del tiempo de exposición, corrección del efecto del ruido de *jitter* producido por los píxeles en los bordes de la apertura fotométrica considerada, corrección de valores atípicos de la curva de luz (“outliers”).

La base de datos EXODAT ([Deleuil et al., 2009](#)) indica un tipo espectral A5V para esta estrella y 2MASS proporciona las siguientes magnitudes

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.2. COROT ID 102314644: UNA ESTRELLA HÍBRIDA δ SCT- γ DOR
CON ACTIVIDAD SUPERFICIAL

$J=11.394$, $H=11.18$ y $K=11.131$. La magnitud R proporcionada también por la misma base de datos se corresponde con la magnitud CoRoT $C = 12.3779$ la cual fue utilizada para convertir el flujo medido a magnitudes. Por otra parte, la segunda liberación de datos del satélite Gaia ([Gaia Collaboration et al., 2016a](#)) proporciona una paralaje $\pi = 0.9743 \pm 0.027$ mas, una velocidad radial $v_{\text{rad}} = 32.91 \pm 10.24$ km/seg, una temperatura efectiva $T_{\text{eff}} = 5908$ K y una magnitud media en la banda G de $G = 12.46$ mag para esta estrella.

Cada medición que forma una curva de luz N2, tiene una etiqueta asignada indicando el grado de fiabilidad de ésta. Del total de 386 381 mediciones obtenidas con una resolución temporal de 32 s, retuvimos sólo 342 598 etiquetadas con “0” por la fuente de información de CoRoT, las cuales no fueron afectadas por efectos instrumentales tales como rayos cósmicos. Luego corregimos las mediciones por tendencias a largo plazo que usualmente afectan a los datos de CoRoT que se manifiestan como una pendiente global en la curva de luz. Las mediciones individuales de datos considerados atípicos (principalmente puntos con alto flujo debido a impactos de rayos cósmicos) fueron removidas mediante un procedimiento iterativo durante el análisis de Fourier. Retuvimos en total 340 257 mediciones, una vez completadas estas correcciones.

La curva de luz resultante está representada en la Fig. 3.24 en diferentes escalas temporales. La escala temporal está en unidades de días Julianos de CoRoT (CoRoT JD) y tiene en cuenta las correcciones heliocéntricas. En esta escala, el comienzo de estos días Julianos se corresponde con HDJ 2445545.0, es decir con el primero de Enero de 2000 a las UT 12:00:00. En esta figura distinguimos dos tipos de variaciones, aquellas correspondientes a bajas frecuencias típicas de las estrellas γ Dor y las variaciones correspondientes a altas frecuencias en el dominio de las δ Sct.

3.2.2 Análisis de frecuencias

El análisis de frecuencias fue realizado usando el paquete Period04 ([Lenz & Breger, 2005](#)) disponible para distintos sistemas operativos. Buscamos frecuencias en el intervalo $[0;100]$ c/d (equivalente a d^{-1}). Para cada frecuencia detectada, la amplitud y la fase fueron calculadas mediante un ajuste de mínimos cuadrados sinusoidal. Los datos fueron entonces pre-blanqueados (del inglés “*pre-whitening*”), es decir se sustrajo esa frecuencia y un nuevo análisis se realizó sobre los residuos hasta alcanzar el nivel de señal-ruido

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.2. COROT ID 102314644: UNA ESTRELLA HÍBRIDA δ SCT- γ DOR
CON ACTIVIDAD SUPERFICIAL

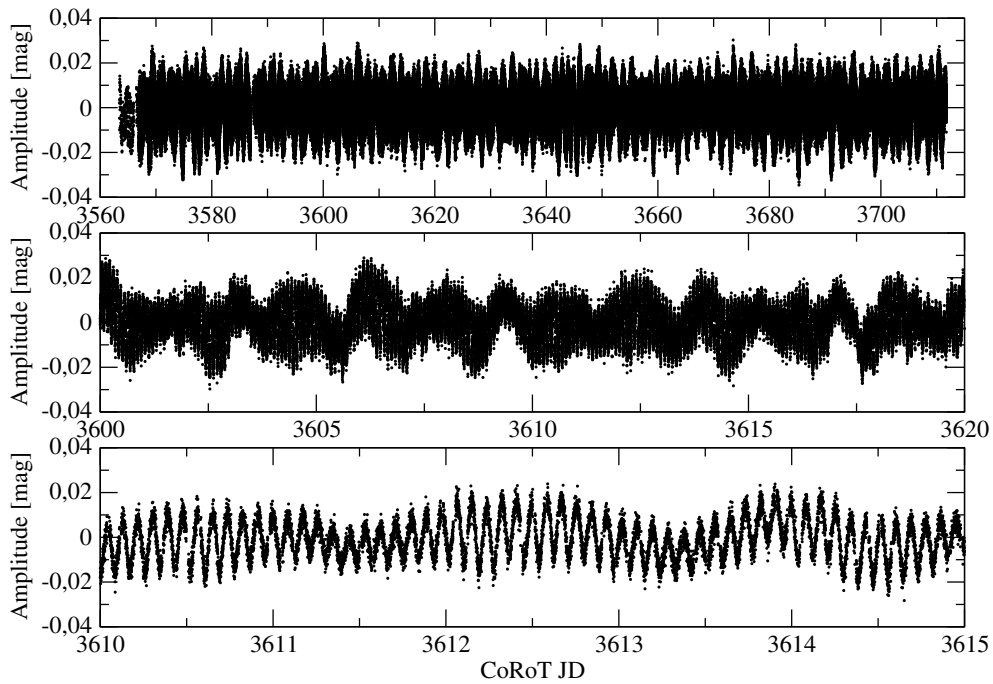


Figura 3.24: Curva de luz de la estrella CoRoT ID 102314644 corregida por las tendencia de largo término propias de CoRoT y mediciones atípicas (ver texto principal) para diferentes escalas temporales. El panel superior muestra la curva de luz completa en los 148 días que duró la observación, el panel medio muestra esta curva durante 25 días y el panel inferior muestra una sección de 3 días.

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
 3.2. COROT ID 102314644: UNA ESTRELLA HÍBRIDA δ SCT- γ DOR
 CON ACTIVIDAD SUPERFICIAL

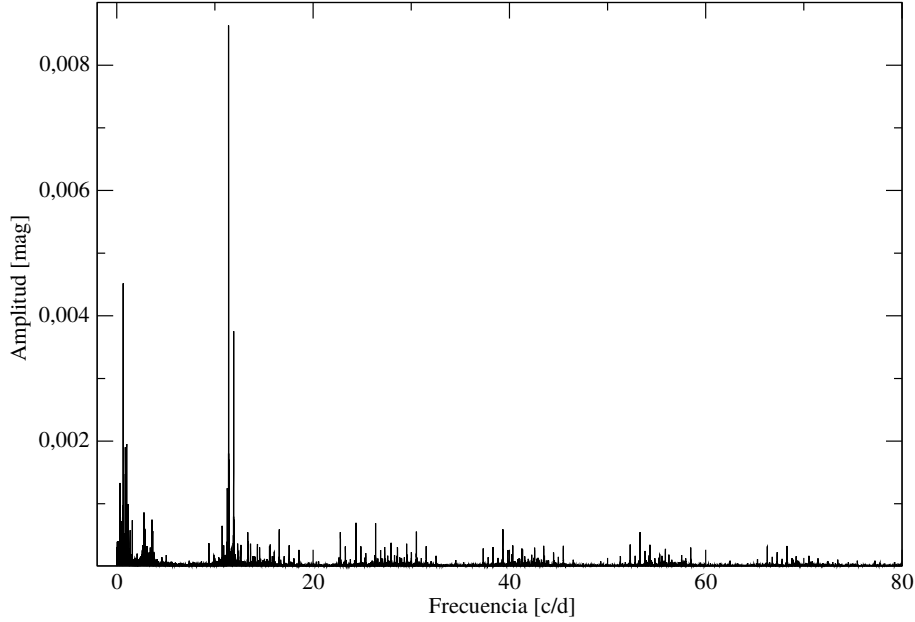


Figura 3.25: Primer transformada de Fourier de CoRoT ID 102314644.

(S/N) igual a cuatro. La primera transformada de Fourier en el rango [0;80] c/d se muestra en la Fig. 3.25.

Eliminamos las frecuencias menores a 0.25 c/d las cuales se corresponden a tendencias en los datos de CoRoT y aquellas correspondientes a la frecuencia orbital del satélite $f_{orb} = 13.97213$ junto con sus armónicos, como suele realizarse usualmente (Chapellier et al., 2012; Chapellier & Mathias, 2013). Además, las frecuencias con baja amplitud separadas por $1/\Delta T$ de frecuencias con mayor amplitud fueron ignoradas, debido al fenómeno de *aliasing* que provoca que las señales se tornen indistinguibles. Como resultado obtuvimos un total de 88 frecuencias estelares. Las diez primeras con mayor amplitud se listan en la Tabla 3.13 y la lista completa junto con los respectivos errores se pueden encontrar en las Tablas B.1, B.2 y B.3 del Apéndice.

Las incertezas en las frecuencias, las amplitudes y las fases fueron calculadas con la fórmula propuesta por Montgomery & Odonoghue (1999). Los errores en las frecuencias que aparecen en todas las tablas se corresponden con 3σ . Este valor de 3σ en la amplitud es constante e igual a 2.2×10^{-5} mag.

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
 3.2. COROT ID 102314644: UNA ESTRELLA HÍBRIDA δ SCT- γ DOR
 CON ACTIVIDAD SUPERFICIAL

Tabla 3.13: Lista de las primeras diez frecuencias con mayor amplitud.

	Frecuencia [c/d]	Amplitud mag	Fase Φ	Ident
F_1	11.39107	0.008680	0.991701	p_1
F_2	0.65259	0.004470	0.819798	$2f_{rot}$
F_3	11.89972	0.003726	0.572764	p_2
F_4	1.00595	0.002002	0.601673	g_1
F_5	0.87286	0.001881	0.772675	g_2
F_6	0.90251	0.001522	0.581354	g_3
F_7	0.93445	0.001496	0.237861	g_4
F_8	0.32629	0.001374	0.489074	f_{rot}
F_9	0.88683	0.001238	0.682482	g_5
F_{10}	11.25403	0.001165	0.117229	p_3

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.2. COROT ID 102314644: UNA ESTRELLA HÍBRIDA δ SCT- γ DOR
CON ACTIVIDAD SUPERFICIAL

Manchas

Una de las herramientas que utilizamos para el análisis de frecuencias es el diagrama de fases. La construcción de este tipo de diagramas consiste en llevar todas las observaciones a un único período normalizado, al que se le dá una duración de una unidad. Para ello se calcula la fracción de período en la que se encuentra cada punto de la curva de luz y se colocan todas las mediciones en un mismo diagrama. Esta herramienta es útil, especialmente en el caso de tener mediciones en intervalos de tiempo mayores al período de una oscilación.

Durante el análisis de la curva de luz notamos que la primer frecuencia baja $F_2 = 0.65259$ c/d con una amplitud $A = 0.00447$ mag tiene un armónico con mayor amplitud $A = 0.00137$ mag correspondiente a la mitad de esta frecuencia, es decir $F_8 = 0.32630$. Este hallazgo de una frecuencia y su mitad a menor amplitud se corresponde a una curva de luz con dos mínimos la cual es típica de estrellas eclipsantes o que presentan manchas o actividad en su superficie. El diagrama de fase correspondiente a la frecuencia de rotación, luego de remover todas las frecuencias pulsacionales está representado en la Fig. 3.26. Con el objetivo de discriminar entre estas dos posibilidades, examinamos el comportamiento de la estrella a lo largo de varios períodos de rotación. Agrupamos los datos en grupos de diez y a continuación limpiamos la información de todas las frecuencias de pulsación. El resultado se muestra en la Fig. 3.27. Hay dos fenómenos presentes: variaciones en la amplitud de un ciclo de rotación al siguiente y “saltos” que se mueven también de un ciclo al siguiente, por lo tanto CoRot ID 102314644 es claramente una estrella con manchas o actividad superficial. Esto implica que tenemos un valor preciso del período de rotación de la estrella: $P_{rot} = 3.0647$ d.

Dominio γ Dor

El dominio γ Dor para esta estrella híbrida comprende el rango [0.3262;3.6631] c/d en donde encontramos un total de 34 frecuencias. La frecuencia con mayor amplitud en este dominio, luego de $F_2 = 2f_{rot}$, es $F_4 = 1.0059$ c/d con un amplitud $A = 0.0020$ mag. El diagrama de fase para esta frecuencia está representado en la Fig. 3.28.

Con el objetivo de distinguir entre modos g reales y las frecuencias correspondientes a las manchas en este dominio, analizamos el diagrama de fase para cada frecuencia. El diagrama de fase típico para modos p y g tienen un comportamiento sinusoidal. Encontramos que para $F_{16} = 0.4638$ c/d el comportamiento del diagrama de fase no es sinusoidal (Fig. 3.29), indicando que

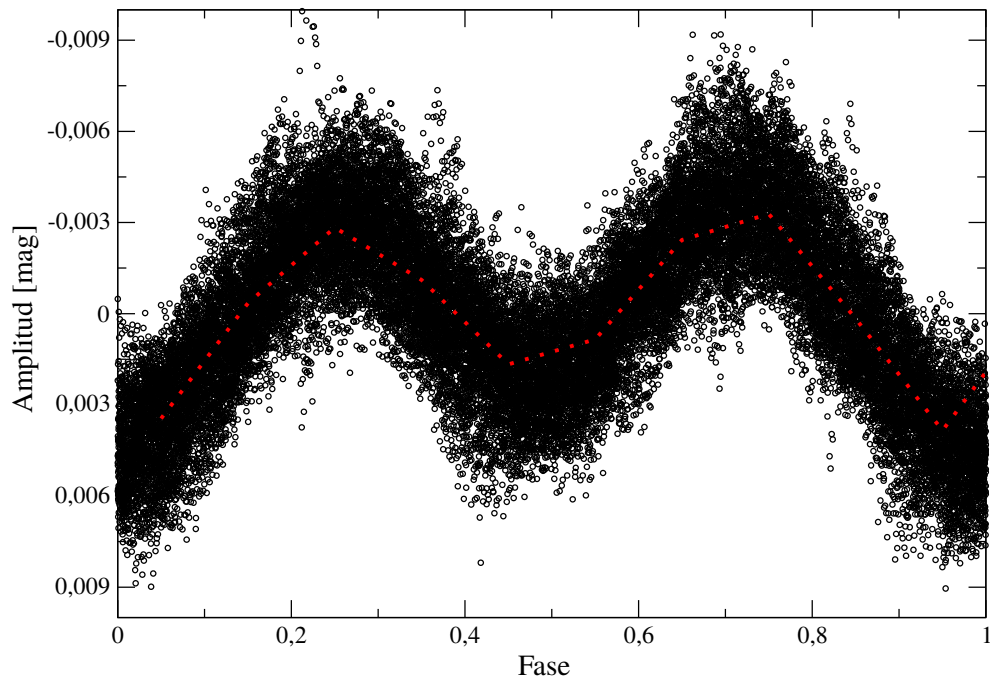


Figura 3.26: Diagrama de fase correspondiente a la frecuencia rotacional ($f_{rot} = F_8$) extraída de los datos agrupados luego de eliminar todas las frecuencias pulsacionales.

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.2. COROT ID 102314644: UNA ESTRELLA HÍBRIDA δ SCT- γ DOR
CON ACTIVIDAD SUPERFICIAL

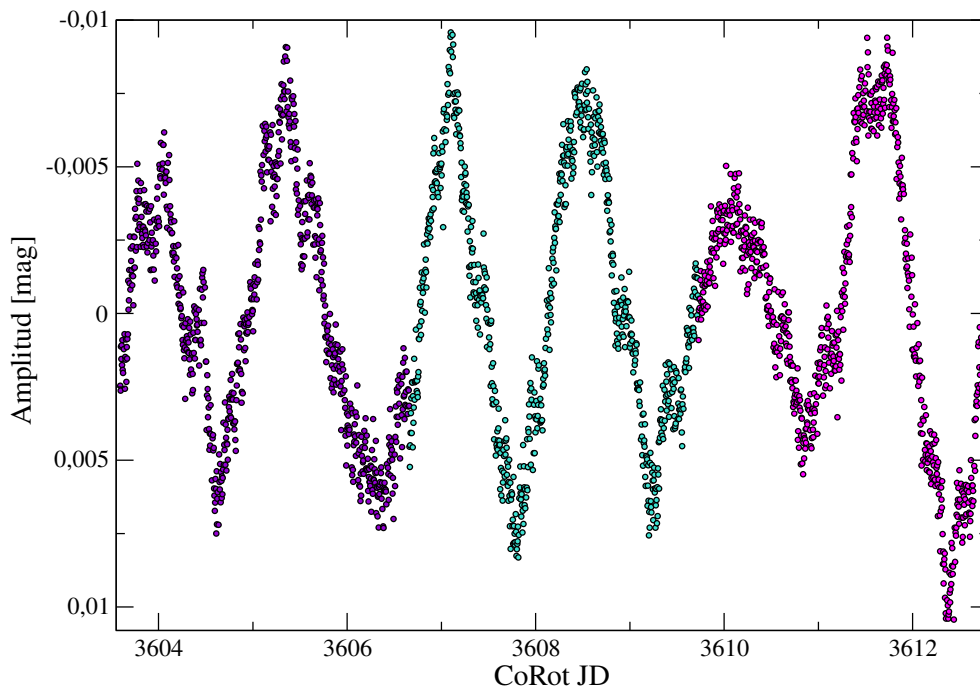


Figura 3.27: Porción de la curva de luz correspondiente a tres períodos de rotación, cada uno indicado con diferentes colores. Usamos los residuos luego de remover todas las frecuencias pulsacionales de los datos reagrupados (ver texto, pag. 104).

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
 3.2. COROT ID 102314644: UNA ESTRELLA HÍBRIDA δ SCT- γ DOR
 CON ACTIVIDAD SUPERFICIAL

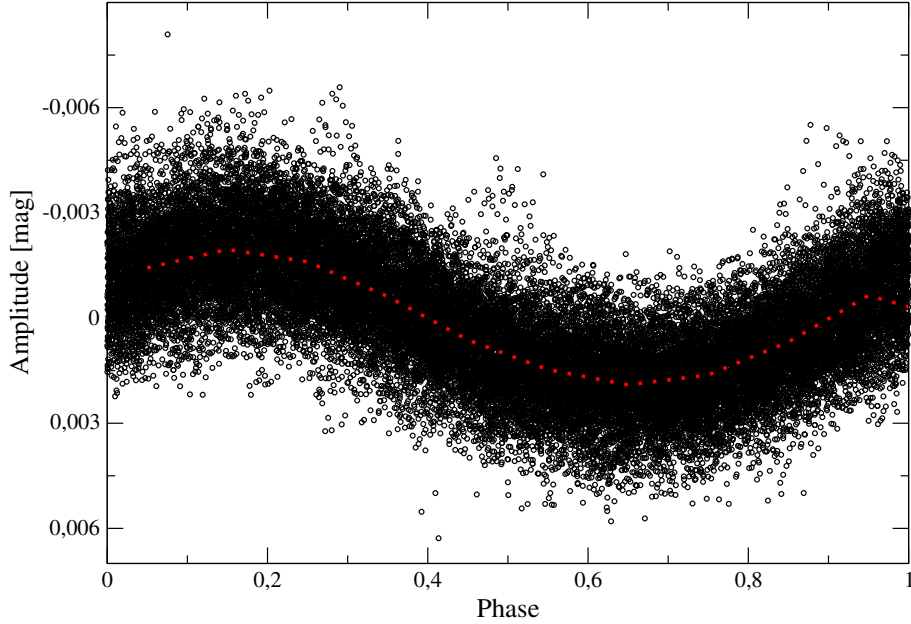


Figura 3.28: Diagrama de fase para $F_4 = 1.0059$ c/d, la frecuencia de mayor amplitud en el dominio γ Dor.

esta frecuencia corresponde a una mancha superficial. Sin considerar esta frecuencia asociada con manchas estelares y las frecuencias correspondientes al período de rotación y sus armónicos, retuvimos en total 31 frecuencias en el dominio γ Dor. Además, realizamos una búsqueda de acoplamiento entre frecuencias y *splitting* rotación sin encontrar indicios de ellos en este dominio γ Dor. En la Fig. 3.30 mostramos las frecuencias de modos g encontradas en el dominio γ Dor con sus respectivas amplitudes.

Adicionalmente, buscamos períodos equidistantes en este dominio. Encontramos una serie de seis períodos equidistantes con una separación media de $\Delta\Pi = 1621$ s los cuales están listados en la Tabla 3.14. Esta separación es el espaciamiento medio de períodos de modos g y por lo tanto estos períodos se corresponden con modos g del mismo grado armónico ℓ y altos órdenes radiales consecutivos (k). Esta serie asintótica está representada en la Fig. 3.31. En el panel superior de esta figura se muestran los períodos (Π) en función de un orden radial arbitrario (n). Se puede observar que estos períodos están casi equiespaciados formando una línea recta. En el panel inferior se muestra el espaciamiento de períodos definido como $\Delta\Pi = \Pi_{k+1} - \Pi_k$ en términos de k . La línea horizontal corresponde al espaciamiento de períodos medio calculado, $\Delta\Pi = 1621$ s.

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
 3.2. COROT ID 102314644: UNA ESTRELLA HÍBRIDA δ SCT- γ DOR
 CON ACTIVIDAD SUPERFICIAL

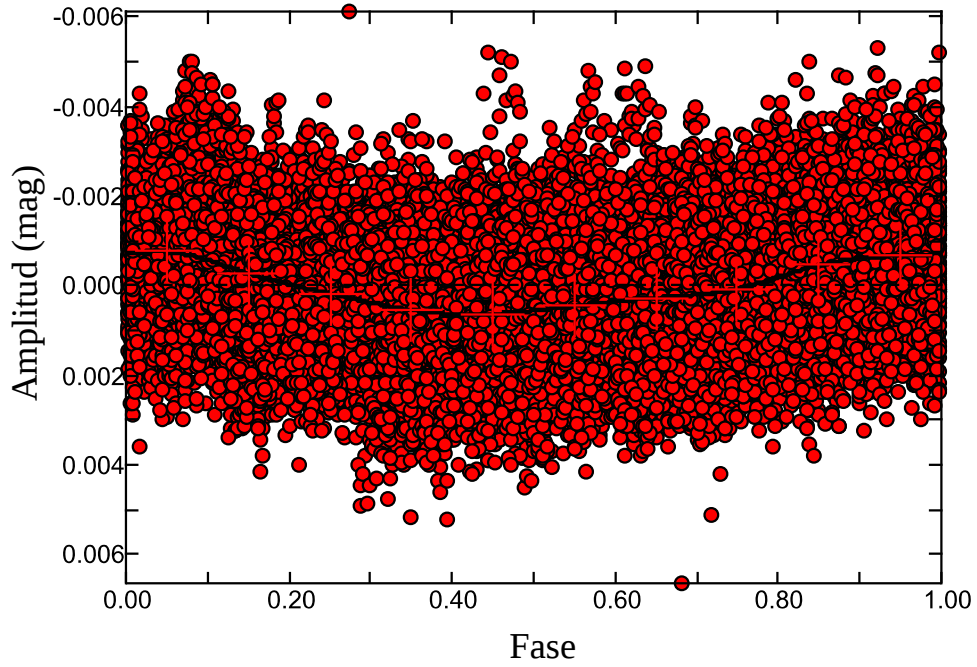


Figura 3.29: Diagrama de fase para $F_{16} = 0.4638$ c/d, frecuencia correspondiente a actividad superficial.

Tabla 3.14: Lista de los seis períodos que forman la serie asintótica.

	Período [sec]	Amplitud mag	Ident
F_{14}	90878.5	0.000841	g_8
F_7	92460.8	0.001496	g_4
F_{29}	94061.3	0.000387	g_{19}
F_6	95733	0.001522	g_3
F_9	97425.6	0.001238	g_5
F_5	98984.9	0.001881	g_2

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
 3.2. COROT ID 102314644: UNA ESTRELLA HÍBRIDA δ SCT- γ DOR
 CON ACTIVIDAD SUPERFICIAL

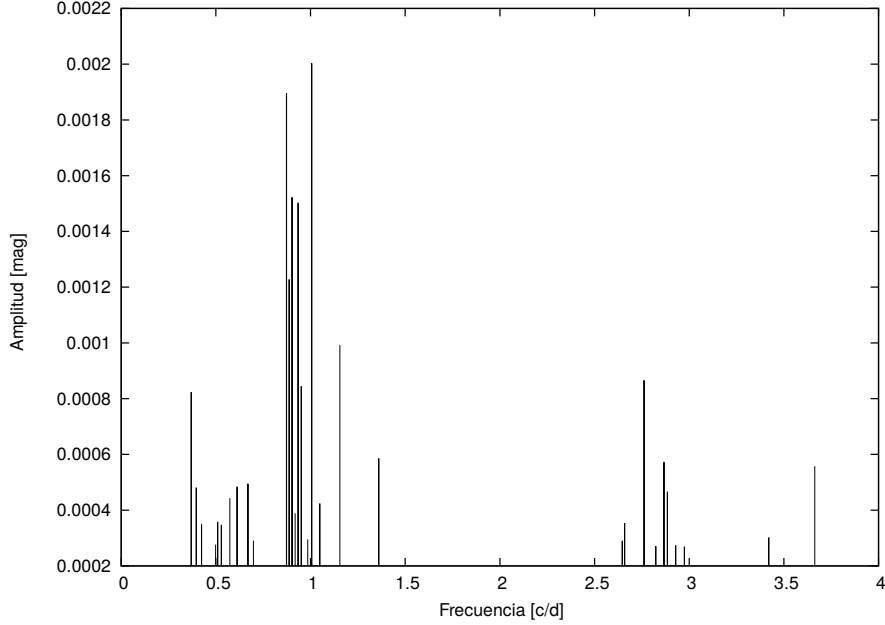


Figura 3.30: Amplitud de todas las frecuencias de modos g halladas en el dominio γ Dor.

Dominio δ Sct

Este dominio abarca las frecuencias en el rango $[8.6295; 22.9278]$ c/d. Encontramos un total de 48 frecuencias en este dominio. La frecuencia de mayor amplitud en este rango es $F_1 = 11.3910$ c/d con una amplitud $A = 0.008$ mag. El diagrama de fase de esta frecuencia está representado en la Fig. 3.32

Encontramos un quintuplete centrado en la frecuencia de mayor amplitud en este dominio, cuyas frecuencias están listadas en la Tabla 3.15. Esto indica, claramente, que p_1 es un modo no radial con grado armónico $\ell = 2$. La separación en las frecuencias del quintuplete es exactamente igual a la frecuencia de rotación. En algunas ocasiones, es posible determinar la inclinación del eje de rotación a partir de los multipletes (Pesnell, 1985). Desafortunadamente, en este tipo de estrellas no es posible determinar la inclinación del eje de rotación a partir de la amplitud de las componentes del *splitting* ya que se requiere de la hipótesis de equipartición de la energía en los modos de oscilación, la cual sólo es válida para oscilaciones de tipo solar excitadas estocásticamente por convección y en este tipo de estrellas híbridas las oscilaciones se deben a mecanismos auto-excitados, como el mecanismo κ . Además encontramos cuatro frecuencias que son el acoplamiento de otras

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.2. COROT ID 102314644: UNA ESTRELLA HÍBRIDA δ SCT- γ DOR
CON ACTIVIDAD SUPERFICIAL

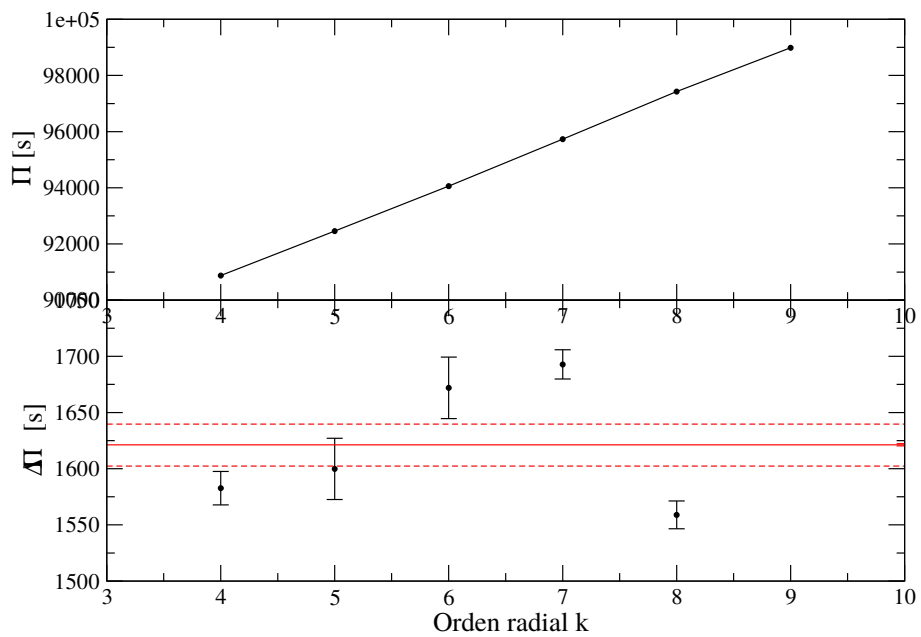


Figura 3.31: Panel superior: Período en función de un orden radial arbitrario para la serie de períodos equiespaciados hallados. Panel inferior: espaciamento de períodos en función del orden radial. La línea horizontal roja indica el espaciamento de períodos medio junto con los errores asociados en líneas discontinuas.

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
 3.2. COROT ID 102314644: UNA ESTRELLA HÍBRIDA δ SCT- γ DOR
 CON ACTIVIDAD SUPERFICIAL

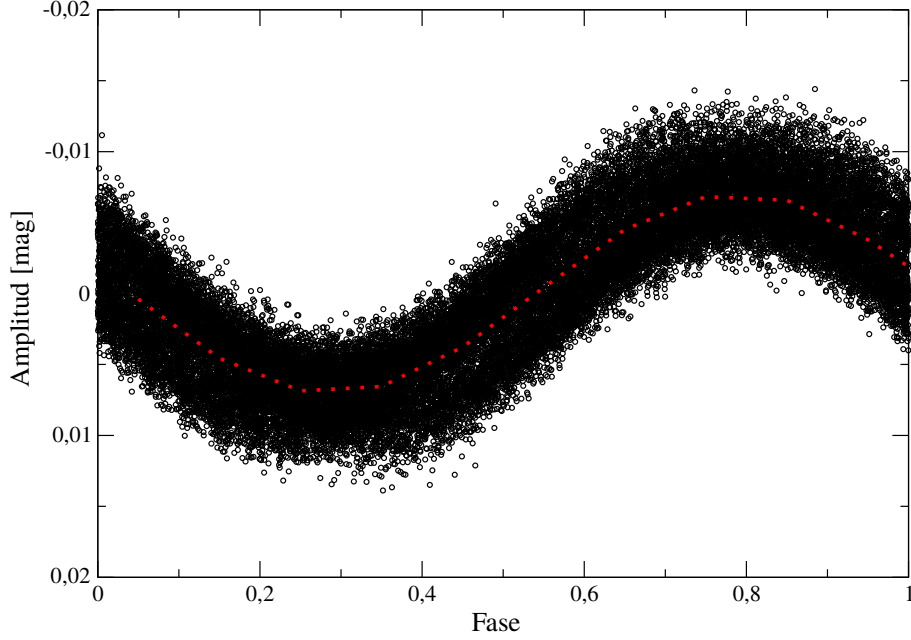


Figura 3.32: Diagrama de fase de $F_1 = 11.3910$ c/d, la frecuencia de mayor amplitud hallada en el dominio δ Sct.

correspondientes a modos p exclusivamente, las cuales están listadas en la Tabla 3.16.

Tabla 3.16: Lista de combinaciones entre modos p y sus armónicos.

	Frecuencia [c/d]	Amplitud mag	Fase Φ	Ident
F_{35}	23.29078	0.000306	0.938545	$p_1 + p_2$
F_{50}	22.64486	0.000143	0.362980	$p_1 + p_3$
F_{52}	22.80735	0.000125	0.498913	$p_1 + p_4$
F_{81}	24.73414	0.000052	0.559623	$p_1 + p_5$
F_{21}	22.78214	0.000539	0.406734	$2p_1$
F_{56}	23.79931	0.000102	0.865124	$2p_2$

Otra notable propiedad de CoRoT ID 102314644 es la presencia de acoplamientos entre modos p y g . Los acoplamientos de este tipo que encontramos están listados en la Tabla 3.17. Todas estas frecuencias acopladas fueron encontradas en el dominio δ Sct y son del tipo $p_1 \pm g_i$, con $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ y 7 , con la excepción de la combinación $p_1 + g_5$ que no fue hallada. Notamos que las

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.2. COROT ID 102314644: UNA ESTRELLA HÍBRIDA δ SCT- γ DOR
CON ACTIVIDAD SUPERFICIAL

Tabla 3.15: Lista de frecuencias que forman el quintuplete.

	Frecuencia [c/d]	Amplitud mag	Fase Φ	Ident
F_{17}	10.73844	0.000667	0.150227	$p_1 - 2f_{rot}$
F_{68}	11.06506	0.000081	0.044017	$p_1 - f_{rot}$
F_1	11.39107	0.008680	0.991701	p_1
F_{62}	11.71775	0.000083	0.299398	$p_1 + f_{rot}$
F_{51}	12.04353	0.000133	0.205517	$p_1 + 2f_{rot}$

Tabla 3.17: Lista de frecuencias acopladas entre modos p y g para las frecuencias con mayor amplitud.

	Frecuencia [c/d]	Amplitud mag	Δ	Ident
F_{40}	10.89784	2.88E-4	6.944	$p_1 - g_1$
F_{59}	12.39788	9.20E-5	21.739	$p_1 + g_1$
F_{53}	10.51816	1.15E-4	16.434	$p_1 - g_2$
F_{58}	12.26440	9.60E-5	19.687	$p_1 + g_2$
F_{67}	10.48902	8.08E-5	18.811	$p_1 - g_3$
F_{65}	12.29424	8.36E-5	18.181	$p_1 + g_3$
F_{61}	10.45718	8.81E-5	17.026	$p_1 - g_4$
F_{63}	12.32561	8.51E-5	17.626	$p_1 + g_4$
F_{74}	10.50459	6.61E-5	18.456	$p_1 - g_5$
F_{73}	10.23606	6.67E-5	14.872	$p_1 - g_6$
F_{82}	12.54761	5.20E-5	19.076	$p_1 + g_6$
F_{64}	8.62954	8.48E-5	10.188	$p_1 - g_7$
F_{78}	14.15072	5.92E-5	14.594	$p_1 + g_7$

amplitudes de las frecuencias $p_1 - g_i$ son levemente mayor a las $p_1 + g_i$ para todos los casos. En esta tabla incluimos la razón de amplitudes $\Delta = A_{p_1}/A_{p_1 \pm g_i}$ para cada acoplamiento. La media de esta razón es igual a 16.4. Esta fuerte interacción entre modos p y g también está presente en las estrellas CoRoT ID 100866999 y CoRoT ID 105733033 previamente analizadas en la sección anterior. Es más, este acoplamiento fue predicho para el Sol (Kennedy et al., 1993). De acuerdo a estos autores, se debe a una modulación en las frecuencias de los modos p externos inducida por modos g de bajas frecuencias atrapados en el interior estelar. Esta modulación provoca lo que se conoce en inglés como “*slides-lobes*” en la frecuencia de modo p sin perturbar.

Sin considerar estos acoplamientos, sus armónicos y el *splitting* rotacional

CAPÍTULO 3. ESTRELLAS HÍBRIDAS δ SCT- γ DOR
3.2. COROT ID 102314644: UNA ESTRELLA HÍBRIDA δ SCT- γ DOR
CON ACTIVIDAD SUPERFICIAL

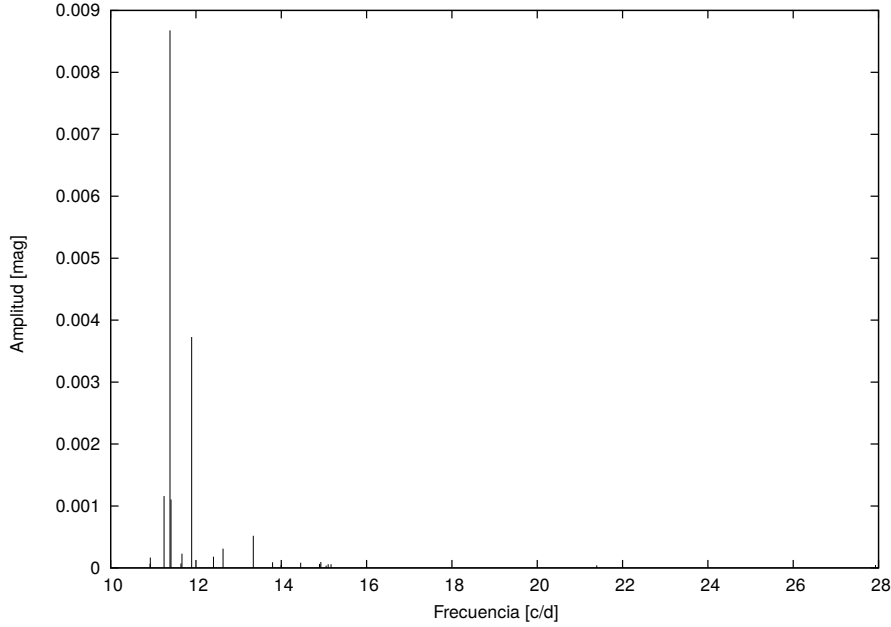


Figura 3.33: Amplitud de todas las frecuencias de modos p halladas en el dominio δ Sct.

de la frecuencia p_1 , retuvimos en total 23 frecuencias de pulsación independientes en el rango $[10.9249; 21.3941]$ c/d. En la Fig. 3.33 se muestra la amplitud de las frecuencias de modos p encontradas en el dominio δ Sct.

En resumen, realizamos un análisis exhaustivo de la curva de luz y el espectro de frecuencias para CoRoT ID 102314644. Encontramos una naturaleza híbrida que exhibe dos claros dominios de frecuencias de modos p y g característicos de estrellas δ Sct y γ Dor respectivamente. La sorprendente presencia de actividad superficial o manchas también es evidente en esta estrella lo cual la hace única en su tipo. Pudimos diferenciar las frecuencias de pulsación de las correspondientes a manchas. Otras características notables que hallamos son el acoplamiento entre modos p y g , la presencia de un quintuplete rotacional y una serie asintótica de modos g . El próximo paso en nuestro análisis será un ajuste astrosismológico considerando rotación tanto en los modelos evolutivos como en la solución de las ecuaciones adiabáticas de pulsación mediante el empleo de códigos de evolución y pulsaciones tales como MESA (Paxton et al., 2011) o CESAM (Morel & Lebreton, 2008) y GYRE (Townsend & Teitler, 2013).

CAPÍTULO 4

Distinguiendo estrellas δ Sct de pre-ELMV

*“One should always look for a possible alternative,
and provide against it.
It is the first rule of criminal investigation.”*

The Adventure of Black Peter, Arthur Conan Doyle (1904)

Un significativo número de estrellas pulsantes han sido descubiertas en los últimos años por el satélite CoRoT ([Auvergne et al., 2009](#)), el telescopio espacial de la NASA Kepler ([Borucki, 2016](#)), y por la segunda misión de Kepler: K2 ([Van Cleve et al., 2016](#)). Además, la misión TESS de la NASA ([Ricker et al., 2015](#)) en breve brindará una excelente precisión fotométrica y largos intervalos de observaciones ininterrumpidas de casi todo el cielo. Estas observaciones aumentarán rápidamente las poblaciones del diagrama H-R con nuevas familias de estrellas variables y por lo tanto una clasificación adecuada de los objetos observados es esencial. En particular, existe una región en el diagrama $T_{\text{eff}} - \log g$ que está siendo poblada de manera particularmente rápida y en la cual coexisten dos familias muy diferentes de estrellas variables: las estrellas de secuencia principal δ Sct y los precursores de enanas blancas pulsantes de masa extremadamente baja (pre-ELMV). Estas dos familias de estrellas variables comparten características atmosféricas muy similares, lo cual dificulta el discernimiento de ellas mediante el uso exclusivo de la espectroscopía.

Las estrellas pulsantes en la región inferior de la banda clásica de inestabilidad están asociadas con estadios tempranos de la evolución estelar, la pre

secuencia principal (SP), la SP y la inmediata post-SP. Entre ellas, las estrellas δ Sct conforman el grupo de variables más numeroso, las cuales muestran modos de presión de bajo a intermedio orden radial y modos mixtos y de gravedad. En menor cantidad, existe otro tipo de pulsantes denominado variables γ Dor que exhiben modos de gravedad de alto orden radial. Dado que la banda de inestabilidad de las δ Sct y las γ Dor se superpone, también podemos encontrar a las estrellas híbridas δ Sct- γ Dor las cuales, como mencionamos en el capítulo anterior, poseen pulsaciones típicas asociadas a las δ Sct y γ Dor, simultáneamente. Un tercer grupo de estrellas pulsantes habita esta región y es el conformado por las estrellas de tipo espectral A rápidamente oscilantes (roAp), las cuales muestran períodos del orden de diez minutos y fuertes campos magnéticos.

Recientemente, dos nuevas clases de enanas blancas pulsantes fueron encontradas en una región del diagrama $T_{\text{eff}} - \log g$ cercana a las variables previamente mencionadas: las denominadas enanas blancas variables de masa extremadamente baja (ELMV) y sus precursores evolutivos, las pre-ELMV. Las enanas blancas ELM, tanto las regulares como las variables (ELMV), están caracterizadas por una masa $M_* \lesssim 0.30M_{\odot}$ ¹ (Brown et al., 2010), y son el resultado de fuertes eventos de transferencia de masa en la etapa de gigante roja de la evolución de estrellas de baja masa en sistemas binarios cercanos (ver, por ejemplo, Istrate et al., 2014, 2016a; Althaus et al., 2013). Una estrella aislada con masa tan pequeña en la ZAMS requeriría más de la edad del Universo para evolucionar hasta la etapa de enana blanca lo cual implica claramente una evolución binaria para estos objetos. En el año 2012, la primer enana blanca variable de masa extremadamente baja fue descubierta por Hermes et al. (2012) lo cual brindó la posibilidad de explorar la estructura interna en este tipo de estrellas.

Las estrellas pre-ELMV son las precursoras evolutivas de las estrellas ELMV. Las pulsaciones exhibidas por las pre-ELMV muestran períodos compatibles con modos no radiales p y g de bajo orden radial como así también de modos radiales. El mecanismo de excitación de estas estrellas es el mecanismo κ - γ el cual opera principalmente en la zona de la segunda ionización del He (capa de HeII) (Córscico et al., 2016b; Gianninas et al., 2016; Istrate et al., 2016a). Sus temperaturas efectivas son similares a las de las enanas blancas ELMV, sin embargo son menos compactas y por lo tanto exhiben gravedades superficiales menores. La ubicación de las enanas blancas pre-ELMV en el diagrama $T_{\text{eff}} - \log g$ es uno de nuestros principales intereses en este capítulo, dado que se superpone parcialmente con la banda clásica de inestabilidad.

¹Este límite depende de la metalicidad de los progenitores

Las observaciones muestran que no sólo la banda de inestabilidad de ambas familias de variables, δ Sct y pre-ELMV, se superponen teóricamente en el plano $T_{\text{eff}} - \log g$, sino que también comparten un rango común de períodos excitados, complejizando la correcta identificación de cada clase. Una manera de distinguir a las variables pre-ELMV de las δ Sct es conociendo su masa, por supuesto. Como se mencionó, las pre-ELMV poseen $M_* \lesssim 0.30M_{\odot}$ mientras que las estrellas δ Sct tienen masas entre 1.5 y 2.5 M_{\odot} . Además el radio estelar característico de las δ Sct es aproximadamente tres veces el radio de las estrellas pre-ELMV. La gravedad superficial depende de ambos parámetros, la masa y el radio, es decir que existe una degeneración en la gravedad superficial, con lo cual no podemos determinar ambos parámetros independientemente usando únicamente espectroscopía. Sin embargo, podemos determinar el radio de una estrella si conocemos su distancia. El satélite Gaia medirá paralajes, y por lo tanto distancias, de casi todas las estrellas visibles de la Vía Láctea, brindando un mapa magníficamente detallado de nuestra Galaxia (Gaia Collaboration et al., 2016a,b). El primer relevamiento fue publicado en Gaia Collaboration et al. (2016b) e incluyó astrometría y fotometría de más de un billón de fuentes más brillantes que 20.7 mag. Sin embargo, la mayoría de las enanas blancas ELM y pre-ELM están en sistemas binarios y suelen encontrarse buscando objetos con altos movimientos propios, dado que son intrínsecamente débiles y deben estar relativamente cerca para poder hallarlos (Pelisoli et al., 2017). Por otra parte, aproximadamente el cincuenta por ciento de las estrellas δ Sct se encuentran también en sistemas binarios. La reducción de datos necesaria para algunos de estos objetos con altos movimientos propios, en sistemas binarios y con presencia de variabilidades fotométricas puede resultar sumamente compleja y requerir bastante tiempo, resultando evidente la necesidad de encontrar herramientas para distinguir correctamente entre las estrellas δ Sct de secuencia principal y las variables pre-ELMV que no recaigan exclusivamente en la espectroscopía o la medición de paralajes.

En este capítulo presentaremos tales herramientas aprovechando la naturaleza pulsacional de las estrellas de secuencia principal δ Sct y las enanas blancas pre-ELMV. Realizaremos una comparación de las propiedades pulsacionales de ambas familias de variables, con el objetivo de brindar herramientas astrosismológicas para su correcta clasificación. Específicamente, presentamos los espaciamientos de frecuencias y períodos ($\Delta\nu = \nu_{k+1} - \nu_k$ y $\Delta\Pi = \Pi_{k+1} - \Pi_k$, respectivamente, siendo k el orden radial) y la tasa de cambio de períodos ($d\Pi/dt$) como herramientas para distinguir entre las variables pre-ELMV y las estrellas δ Sct de secuencia principal. Las diferencias esperables en estas dos cantidades permitirían descubrir la naturaleza de

ambas familias de variables y clasificarlas sin el conocimiento de sus masas y radios estelares. Con este propósito, consideramos dos regiones diferentes en el diagrama $T_{\text{eff}} - \log g$ en las cuales se suelen descubrir rutinariamente objetos que pueden confundirse con variables pre-ELMV o δ Sct. Una región fría con una temperatura característica de las estrellas δ Sct ($T_{\text{eff}} \sim 7500$ K) en donde se predice teóricamente la presencia de las variables pre-ELMV y una región caliente con $T_{\text{eff}} \sim 9600$ K en la cual es posible confundir estos tipos de variables si se consideran las incertezas externas de 0.25 dex en $\log g$ y 5% en la T_{eff} de los objetos pulsantes usualmente hallados en esta región (Kepler et al., 2016; Pelisoli et al., 2018). Para cada región, analizamos las propiedades pulsacionales de modelos estelares para las δ Sct de secuencia principal calculadas en Sánchez Arias et al. (2017) y los modelos de enanas blancas variable pre-ELMV calculados en Córscico et al. (2016b). La totalidad de estos modelos fueron calculados usando el código evolutivo LP-CODE, previamente descrito en el Capítulo 2. Para cada grupo de modelos considerado, analizamos el rango de períodos de los modos pulsacionales adiabáticos, el espaciamiento de períodos y frecuencias y las tasas de cambio en los períodos de modos p y g , incluyendo además un estudio de la inestabilidad pulsacional mediante el cómputo de pulsaciones no adiabáticas.

En la Sección 4.1, describiremos en detalle las propiedades observacionales de las variables en la región inferior de la banda clásica de inestabilidad y de las enanas blancas pulsantes pre-ELMV. En la Sección 4.2 resumimos los ingredientes físicos que se implementaron en el código LPCODE para realizar los modelos. La Sección 4.3 está dedicada al análisis y comparación de las propiedades pulsacionales de las estrellas δ Sct de secuencia principal (de ahora en más durante este capítulo, simplemente δ Sct) y las enanas blancas pre-ELMV, resaltando las similitudes y diferencias entre ambas familias con el objetivo de brindar herramientas astrosismológicas para su distinción. El análisis de las propiedades de las pulsaciones no adiabáticas, en particular la inestabilidad de los modos, está descrito en la Sección 4.4. Finalmente en la sección 4.5 presentamos y discutimos la naturaleza de tres estrellas variables en la región de interés.

4.1 Propiedades observacionales

En la Sec. 1.4.2 se mencionaron las propiedades generales de las variables δ Sct, γ Dor e híbridas δ Sct- γ Dor. En esta sección resumimos algunas de estas propiedades que se tendrán en cuenta para este trabajo.

CAPÍTULO 4. DISTINGUIENDO ESTRELLAS δ Sct DE PRE-ELMV

4.1. PROPIEDADES OBSERVACIONALES

Las estrellas δ Sct, como ya mencionamos, son variables cuyo tipo espectral suele hallarse entre A3 y F5. Yacen sobre la extensión de la banda de inestabilidad de las Cefeidas hacia temperaturas efectivas entre 6700 K y 8500 K con masas estelares en el intervalo $1.5 - 2.5M_{\odot}$. Sus períodos pulsacionales pueden alcanzar valores mínimos y máximos de ~ 700 s y ~ 28800 s, respectivamente (ver, por ejemplo, [Breger et al., 2012](#); [Uytterhoeven et al., 2008b](#); [Grigahcène et al., 2010](#)) y se corresponden a modos radiales y no radiales p y g de bajo a intermedio orden radial, principalmente excitados por el mecanismo κ operando en la zona de ionización parcial del HeII (ver, por ejemplo, [Dupret et al., 2005b](#)) y la presión turbulenta actuante en la zona de hidrógeno ionizado ([Antoci et al., 2014](#)).

Por otra parte, el número de enanas blancas ELM observadas ha aumentado en los últimos años gracias a relevamientos de gran escala como el Sloan Digital Sky Survey ([Brown et al., 2010](#); [Bell et al., 2016](#)). Se han reportado pulsaciones en enanas blancas ELM desde el año 2012 ([Hermes et al., 2012, 2013a,b](#); [Kilic et al., 2015](#); [Bell et al., 2016](#)). Oscilan en modos g no radiales, con períodos típicamente en el rango 1000-6300 s ([Córscico et al., 2016b](#)) y algunas de ellas pueden mostrar también modos p , los cuales no son comunes de observar en una enana blanca ([Hermes et al., 2013a](#)). Sus temperaturas efectivas y gravedades superficiales están en los rangos $7000 \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 10000$ K y $6 \lesssim \log g \lesssim 7$, respectivamente.

Cinco objetos variables fueron identificados como enanas pre-ELM ([Gianninas et al., 2016](#); [Maxted et al., 2013, 2014](#)). Como ya mencionamos en La Sec. 1.4.2, estas estrellas variables están caracterizadas por gravedades superficiales y temperaturas efectivas en los rangos $3 \lesssim \log g \lesssim 5.5$ y $6000 \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 12000$ K, respectivamente, cubriendo una región del plano $T_{\text{eff}} - \log g$ que se superpone parcialmente con la banda clásica de inestabilidad. El mecanismo de excitación es el mecanismo $\kappa - \gamma$ en la zona de ionización del HII ([Córscico et al., 2016b](#); [Gianninas et al., 2016](#); [Istrate et al., 2016b](#)). De acuerdo con [Gianninas et al. \(2016\)](#), las estrellas pre-ELMV J056+6704, J1141+3850 y J1157+0546 exhiben modos p con períodos entre 320 y 59 s. Por otra parte, las dos restantes pre-ELMV conocidas, WASP J0247-25B y WASP J1628+10B reportadas en [Maxted et al. \(2013, 2014\)](#) parecieran exhibir modos mixtos no radiales y radiales. Además de estas cinco estrellas pre-ELMV bien conocidas, se reportó el descubrimiento de una posible pre-ELMV con períodos que alcanzan los 6000 s en [Zhang et al. \(2016\)](#) y en este capítulo, presentaremos un análisis astrosismológico de otras tres variables que yacen en esta región del diagrama cuya naturaleza puede ser interpretada como una enana blanca pre-ELM o una δ Sct. Estas estrellas son J1730+0706 y

CAPÍTULO 4. DISTINGUIENDO ESTRELLAS δ Sct DE PRE-ELMV
4.1. PROPIEDADES OBSERVACIONALES

J1458+0707 las cuales fueron reportadas en Corti et al. (2016) y J0757+1448 en (Sánchez Arias et al., 2018).

En la Tabla 4.1 resumimos los parámetros atmosféricos y el rango de períodos observados de las diferentes clases de variables mencionadas previamente.

Tabla 4.1: Parámetros espectroscópicos y rango de períodos de los diferentes grupos de estrellas variables descriptos en esta sección.

Clase	T_{eff} [K]	$\log g$	Rango de Períodos s
δ Sct	6000 – 9000	3.25 – 4.4	700 – 28 800
γ Dor	6900 – 7700	3.9 – 4.1	26 000 – 260 000
roAp	6500 – 8500	3.25 – 4.4	339 – 1 272
ELMV	7000 – 10 000	6 – 7	1 000 – 6 300
pre-ELMV	6000 – 12000	3 – 5.5	320 – 6 000

En la Figura 4.1, mostramos la posición de las diferentes clases de estrellas variables analizadas en este trabajo en el plano $T_{\text{eff}} - \log g$. Las estrellas δ Sct, indicadas con círculos blancos, son de Uytterhoeven et al. (2011); Bradley et al. (2015) y Bowman et al. (2016). Las estrellas SX Phe, son las de Balona & Nemeč (2012) y están indicadas con círculos magenta. Las barras de error para las estrellas δ Sct y SX Phe están indicadas fuera de la región de las δ Sct y SX Phe con negro y magenta, respectivamente. Mostramos con diamantes azules la posición de las pre-ELMV conocidas (Gianninas et al., 2016; Maxted et al., 2013, 2014), mientras que las ELMV están indicadas con triángulos verdes claros (Hermes et al., 2012, 2013a,b; Kilic et al., 2015; Bell et al., 2016). Además incluimos las tres estrellas (en cian) cuya naturaleza es incierta y para las cuales incluiremos un análisis en esta Tesis: J0757+1448, J1730+0706 y J1458+0707. Incluimos las secuencias de evolución teórica para las enanas blancas de baja masa con núcleos de He de Althaus et al. (2013) (líneas negras punteadas) y Serenelli et al. (2001) (líneas negras discontinuas). Los números negros indican los valores de la masa estelar de las secuencias evolutivas de las enanas blancas de baja masa con núcleos de He. En la misma figura, ilustramos las secuencias evolutivas de secuencia principal con líneas rojas, para diferentes valores de metalicidad (Z), masa (M_{\odot}) y parámetro de *overshooting* (α_{OV}) extraídas de Sánchez Arias et al. (2017). Los números rojos indican diferentes combinaciones para los parámetros considerados, las cuales están explicitadas en la Tabla 4.2. Los triángulos naranja derecho e invertido, muestran la posición de dos conjuntos de modelos seleccionados para explorar la naturaleza de estos objetos (ver Sección 4.3).

CAPÍTULO 4. DISTINGUIENDO ESTRELLAS δ SCT DE PRE-ELMV
 4.1. PROPIEDADES OBSERVACIONALES

Las diferencias obvias en las secuencias evolutivas de secuencia principal se deben a los diferentes valores de masa, metalicidad y parámetros de overshooting adoptados. Como ya mencionamos, la ocurrencia del fenómeno de overshooting extiende las secuencias del modelo estelar hacia valores menores de $\log g$ y T_{eff} , resultando en última instancia en una notable ampliación de la secuencia principal. Esto se debe a que la mezcla adicional provoca una mayor cantidad de H disponible para la quema en el núcleo estelar lo cual, por supuesto, prolonga el tiempo de vida en la secuencia principal. Nótese que, a diferencia de lo que ocurre con la metalicidad, el overshooting no varía la ubicación de la ZAMS en el diagrama HR.

Tabla 4.2: Parámetros estelares de las secuencias evolutivas de la secuencia principal.

Masa M_{\odot}	Parámetro de overshooting α_{OV}	Metalicidad Z	Número de secuencia
2.2	0.03	0.02	1
2.2	0.03	0.01	2
1.8	0.02	0.015	3
1.8	0.00	0.015	4
1.5	0.02	0.015	5
1.5	0.00	0.015	6
1.2	0.00	0.015	7
1.2	0.03	0.01	8

En la Figura 4.1 notamos que la región donde se ubican las enanas blancas pre-ELMV está próxima a la región ocupada por las estrellas δ Sct. Incluso, en un estudio realizado por [Pelisoli et al. \(2018\)](#), se determina que el porcentaje de enanas blancas ELM y pre-ELM que contaminan esta región del diagrama ($6000 \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 12000$ K y $3 \lesssim \log g \lesssim 7$) es de aproximadamente 7% tomado de una muestra de sub-enanas de tipo espectral A, denominadas usualmente como sdA, las cuales son halladas en esta región. Es importante mencionar que la naturaleza física de estos objetos está, al día de la fecha, en debate. Una de las hipótesis posibles para explicar su naturaleza es que sean estrellas de secuencia principal de baja metalicidad con tipos espectrales entre A y F, aunque también pueden ser el producto de evolución binaria como las enanas blancas ELM, pre-ELM u objetos *blue-stragglers*.

Finalmente, mostramos en la Fig. 4.1 la ubicación del borde azul teórico y el borde rojo empírico de la banda de inestabilidad de las δ Sct, extraídos de [Pamyatnykh \(1999\)](#), y también el borde azul de la banda de inestabilidad

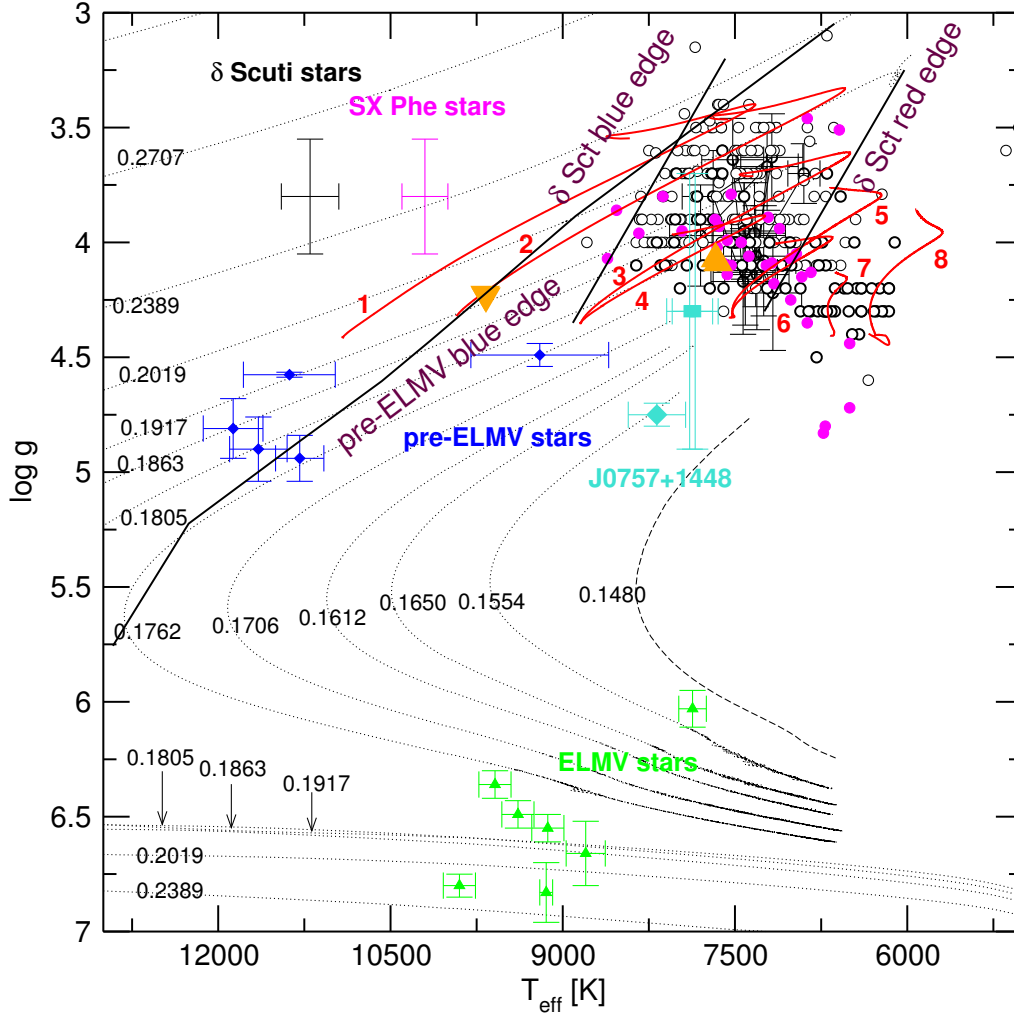


Figura 4.1: Diagrama $T_{\text{eff}} - \log g$ con la ubicación de las estrellas ELMV (triángulos en verde claro), estrellas pre-ELMV (diamantes azules), estrellas δ Sct (círculos blancos) incluidas las variables SX Phe (círculos magenta). Los parámetros atmosféricos fueron extraídos de diferentes artículos detallados en el texto principal. Además, incluimos las secuencias evolutivas de enanas blancas de baja masa con núcleos de He (líneas negras punteadas y discontinuas) de Althaus et al. (2013) y Serenelli et al. (2001), y las secuencias evolutivas de secuencia principal (líneas rojas) de Sánchez Arias et al. (2017). Los números negros se corresponden con diferentes valores de la masa estelar para las enanas blancas de masa baja con núcleos de He, mientras que los números rojos están asociados a diferentes valores de masa, metalicidad y parámetro de overshooting de las estrellas de secuencia principal (ver Tabla 4.2). Los triángulos naranja muestran la posición de los conjuntos de modelos seleccionados (ver sección 4.3). Los cuadrados en cian indican la posición de los dos objetos analizados en la Sección 4.5: J1730+0706, J1458+0707 reportados en Corti et al. (2016), y el diamante cian representa la posición de la variable J0757+1448 reportada en Sánchez Arias et al. (2018).

de las pre-ELMV calculado en [Córscico et al. \(2016b\)](#). Se observa que ambas bandas de inestabilidad se superponen parcialmente para $3 \lesssim \log g \lesssim 4.4$. Además, el rango de períodos observados de todas las variables mencionadas previamente también se superponen entre 400 y 12000 s (ver Tabla 4.1). Sin embargo, la naturaleza de los modos de pulsación de las pre-ELMV y las δ Sct no es la misma. Para las estrellas δ Sct la mayoría de esos períodos se corresponderían con modos radiales y modos p no radiales, mientras que para las pre-ELMV, únicamente los modos g pueden tener períodos en ese rango. Por lo tanto, sería posible distinguir variables pre-ELMV de δ Sct mediante el análisis de las propiedades pulsacionales de ambas clases de estrellas variables. Este es el objetivo principal abordado en este capítulo.

Entre todos los tipos de estrellas variables descriptos en esta sección, vamos a analizar en particular a las estrellas δ Sct y las pre-ELMV, dado que ambas clases se encuentran en la misma región del plano $T_{\text{eff}} - \log g$ y comparten un rango común de períodos observados. Las estrellas γ Dor se hallan dentro de la banda de inestabilidad de las δ Sct, pero exhiben pulsaciones con períodos muy largos en comparación con los períodos usualmente detectados en las ELMV y las pre-ELMV (ver Tabla 4.1). Lo mismo ocurre para las variables híbridas δ Sct- γ Dor. El rango de períodos de las variables roAp se superpone parcialmente con el de las enanas blancas pre-ELMV, pero las estrellas roAp muestran una sobreabundancia de los elementos químicos denominados “tierras raras” y fuertes campos magnéticos, siendo ambas características fácilmente detectables y ausentes en las enanas blancas pre-ELMV. Finalmente, las enanas blancas ELMV están caracterizadas por gravedades superficiales ($\log g$) más grandes que las correspondientes a las pre-ELMV y δ Sct. Por lo tanto, excluirémos de nuestro análisis a las estrellas ELMV, γ Dor, roAp y las híbridas δ Sct- γ Dor.

4.2 Ingredientes físicos implementados.

En esta sección resumiremos los ingrediente físicos implementados en los códigos empleados. El análisis pulsacional presentado en este capítulo fue realizado sobre modelos estelares evolutivos computados con el código de evolución estelar LPCODE, previamente descripto en el Capítulo 2.

Para considerar la convección adoptamos la teoría de la longitud de mezcla (MLT) con un parámetro libre $\alpha_{MLT} = 1.66$ durante la secuencia principal. Si bien la calibración de este parámetro depende de la temperatura y la gravedad

superficial y por lo tanto cambia durante la evolución (Trampedach et al., 2014), nosotros seleccionamos el valor fijo mencionado para el cual se reproduce la luminosidad y temperatura efectiva actual del Sol, $L_{\odot} = 3.842 \times 10^{33}$ y $\log T_{eff} = 3.7641$, cuando $Z = 0.0164$ y $X = 0.714$ son adoptados, de acuerdo con el valor Z/X de Grevesse & Noels (1993). Para la etapa de enana blanca, se adoptó la misma teoría en su versión MLT2 con un parámetro $\alpha_{MLT} = 1.00$. Se usaron las opacidades radiativas del proyecto OPAL (Iglesias & Rogers, 1996) complementadas a bajas temperaturas con las opacidades moleculares de Ferguson et al. (2005). Para el régimen de enana blanca se empleó una versión actualizada de Magni & Mazzitelli (1979) para la ecuación de estado. Además mencionamos que los modelos de pre-enanas blancas no consideran el efecto difusión; es decir, la levitación radiativa, la difusión química y térmica y el asentamiento gravitacional de los elementos fueron despreciados. De esta manera, se asume que las estrellas pre-ELMV preservan la estructura química externa de H/He homogénea resultante de la evolución previa. Cabe destacar que la presencia de He ha sido detectada en las tres pre-ELMV reportadas en Gianninas et al. (2016) y juega un papel fundamental en la excitación de los modos de pulsación Córscico et al. (2016b); Istrate et al. (2016b).

Los fenómenos de mezcla adicional (overshooting) fueron considerados como procesos de difusión dependientes del tiempo mediante la adopción de un decaimiento exponencial en las velocidades de mezcla más allá de la frontera convectiva con un coeficiente de difusión dado por $D = D_o \exp(-2z/fHp)$, como mencionamos en la Sec. 2.1. Los modelos de δ Sct considerados en este capítulo poseen $\alpha_{OV} = 0.03$ y una metalicidad de $Z = 0.01$. Finalmente mencionamos que el impacto de la rotación estelar en los modelos de equilibrio y en el espectro de pulsaciones, no se ha considerado. Sin embargo, incluimos una breve discusión acerca del efecto de la rotación en la próxima sección.

Por último mencionamos que el cómputo de las pulsaciones empleadas en este capítulo se realizó con las versiones adiabática y no adiabática del código de pulsaciones LP-PUL, descrito previamente en el Capítulo 2.

4.3 Comparación astrosismológica

En esta sección analizaremos y compararemos las propiedades pulsacionales de dos grupos de modelos estelares. Los modelos de estrellas δ Sct son los

presentados en el Capítulo 3 mientras que los modelos de enanas blancas pre-ELMV fueron extraídos de [Córscico et al. \(2016b\)](#). Estos últimos fueron calculados utilizando metalicidades solares para los progenitores, típicas de estrellas de Población I. Sin embargo, las enanas blancas pre-ELM pueden pertenecer también al halo, en cuyo caso los progenitores tendrían metalicidades bajas. En esta situación, el contenido de H en las enanas blancas pre-ELM sería mayor que el correspondiente a enanas blancas con progenitores de metalicidad solar (ver, por ejemplo, [Istrate et al., 2016a](#)).

En nuestro análisis, consideramos modos p y g no radiales con períodos pulsacionales en los rangos $\sim 400 - 50000$ s y $\sim 100 - 10000$ s para los modelos de δ Sct y pre-ELMV respectivamente, con grado armónico $\ell = 1$ y $\ell = 2$. Nótese que las pre-ELMV y las estrellas δ Sct evolucionadas muestran modos p y g de bajo orden radial, los cuales, estrictamente hablando son modos mixtos ([Lenz et al., 2010](#); [Córscico et al., 2016b](#)), sin embargo, por simplicidad los llamaremos aquí modos p y g convencionales. Seleccionamos dos pares de modelos, cada uno con un modelo para estrellas δ Sct y otro para enanas blancas pre-ELMV con parámetros atmosféricos similares para cada par. Los parámetros atmosféricos junto con otros parámetros de interés están resumidos en las Tablas 4.3 y 4.4. El primer par de modelos estelares es representativo de una región fría del plano $T_{\text{eff}} - \log g$ con una temperatura efectiva típica de las estrellas δ Sct y donde teóricamente pueden hallarse enanas blancas pre-ELMV. Este par de modelos estelares fríos está caracterizado por $\log g \sim 4.08$ y $T_{\text{eff}} \sim 7650$ K (Tabla 4.3), y está indicado con un triángulo derecho naranja en la Fig. 4.1. El segundo par de modelos estelares está en una región caliente del plano $T_{\text{eff}} - \log g$ en la cual las estrellas δ Sct y las enanas blancas pre-ELMV pueden ser confundidas si se consideran las incertezas externas en T_{eff} y $\log g$ de los objetos pulsantes hallados usualmente en esta región. Este par de modelos calientes está caracterizado por $\log g \sim 4.23$ y $T_{\text{eff}} \sim 9670$ K (Tabla 4.4) y está indicado con un triángulo invertido naranja en la Fig. 4.1. Es importante mencionar que no se suelen encontrar estrellas δ Sct a tan altas temperaturas y esto es consistente con el hecho de que nuestros cálculos no adiabáticos no predicen períodos inestables. Sin embargo, el análisis adiabático que realizamos en esta sección brinda herramientas para distinguir entre estos dos tipos de estrellas en esta región del diagrama $T_{\text{eff}} - \log g$.

CAPÍTULO 4. DISTINGUIENDO ESTRELLAS δ Sct DE PRE-ELMV
4.3. COMPARACIÓN ASTROSISMOLÓGICA

Tabla 4.3: Parámetros que caracterizan al par de modelos “fríos”. La posición de los modelos en el plano $T_{\text{eff}} - \log g$ en la Fig. 4.1 está representada por un triángulo derecho naranja.

	δ Sct	pre-ELMV
T_{eff} [K]	7 670	7 648
$\log g$	4.071	4.088
Masa estelar [M_{\odot}]	1.55	0.176
Radio estelar [R_{\odot}]	1.90	0.63
Edad [Myr]	1 376.01	9 244.51
Luminosidad [L_{\odot}]	11.18	1.21
Espaciamiento de per. asint. [s]	3 015.9281	105.217
Espaciamiento de frec. asint. [mHz]	0.0624	0.122

Tabla 4.4: Parámetros que caracterizan al par de modelos “calientes”. La posición de los modelos en el plano $T_{\text{eff}} - \log g$ en la Fig. 4.1 está representada por un triángulo invertido naranja.

	δ Sct	pre-ELMV
T_{eff} [K]	9 675	9 669
$\log g$	4.226	4.232
Masa estelar [M_{\odot}]	2.20	0.192
Radio estelar [R_{\odot}]	1.89	0.56
Edad [Myr]	190.81	9405.73
Luminosidad [L_{\odot}]	28.20	2.42
Espaciamiento de per. asint. [s]	4195.96	90.25
Espaciamiento de frec. asint. [mHz]	0.0730	0.149

4.3.1 Perfiles químicos y diagramas de propagación

Comenzaremos analizando la estructura interna de los modelos de δ Sct y pre-ELMV. En las Figuras 4.2 y 4.3 mostramos las abundancias químicas internas de H y He junto al diagrama de propagación en función del radio estelar normalizado para nuestros modelos fríos y calientes respectivamente. Los paneles superiores corresponden a los modelos de δ Sct y los paneles inferiores a los modelos de pre-ELMV. Los modelos de δ Sct muestran una envoltura dominada por H y núcleo de H/He, consistente con estrellas en la etapa de quema central de H. La proporción específica de H/He en el núcleo estelar depende de la masa estelar y de la edad del modelo. Dado que nuestro modelo frío de δ Sct tiene una edad mayor que nuestro modelo caliente de δ Sct, la abundancia He en el primero es mayor, dejando un núcleo estelar dominado por He. Los modelos de pre-ELMV, por otra parte, poseen un núcleo de He puro dado que estos modelos ya agotaron todo el H en su núcleo pero no alcanzaron la temperatura necesaria para que comience la ignición de He en el núcleo.

Como se muestra en las figuras 4.2 y 4.3, la presencia de gradientes en la densidad asociados a las regiones de la transición química H/He produce “estructuras” en el perfil de la frecuencia de Brunt-Väisälä (B-V). Por ejemplo, considerando el modelo frío mostrado en la Fig. 4.2, el salto en la frecuencia de B-V para el modelo de δ Sct alrededor de $r/R \sim 0.1$, es más alto y amplio que para el modelo de pre-ELMV, indicando una amplia región de transición química para las estrellas δ Sct. Además, la frecuencia de B-V es nula en las regiones convectivas. Esto se puede apreciar en el modelo de δ Sct, para la región del núcleo y las capas externas convectivas. Nótese que en los modelos de δ Sct, que poseen overshooting, la frecuencia B-V toma valores no nulos en una capa externa del núcleo (en $0.08 \lesssim r/R \lesssim 0.1$ para el modelo frío y en $0.11 \lesssim r/R \lesssim 0.13$ para el modelo caliente). En el caso de los modelos de pre-ELMV, la frecuencia de B-V se anula únicamente en una zona convectiva externa. Además, las frecuencias de B-V y Lamb toman ambos valores mayores para el modelo de pre-ELMV que para el de δ Sct, especialmente en la región interna. El radio del modelo de δ Sct es aproximadamente tres veces el radio del modelo de pre-ELMV y la densidad de las estrellas δ Sct es significativamente menor que la densidad de las pre-ELMV. Este aumento en la frecuencia de B-V para los modelos de pre-ELMV provocan una reducción significativa del espaciamiento medio de períodos de modos g en comparación al espaciamiento medio de modos g en las estrellas δ Sct, los cuales están usualmente asociados a modos mixtos.

CAPÍTULO 4. DISTINGUIENDO ESTRELLAS δ SCT DE PRE-ELMV
 4.3. COMPARACIÓN ASTROSISMOLÓGICA

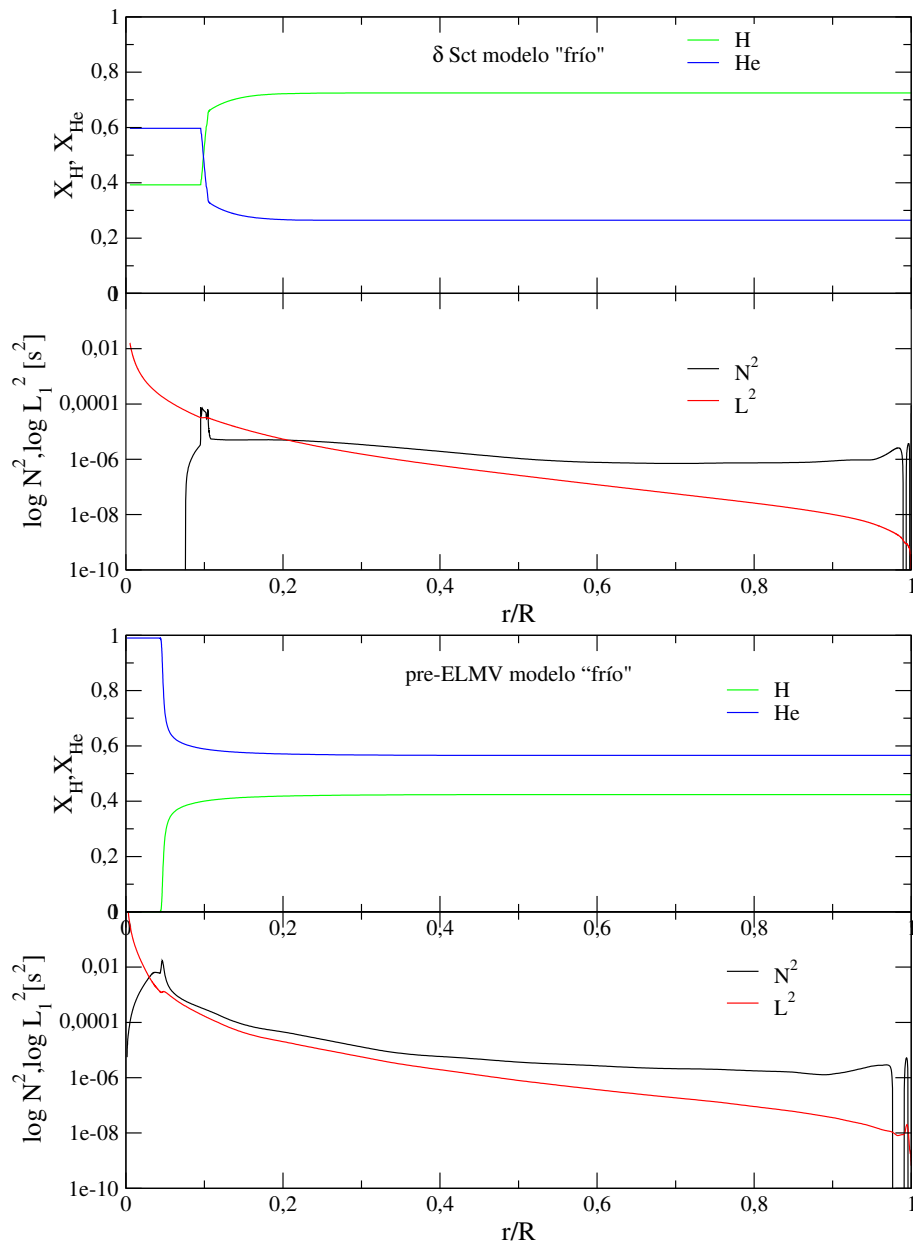


Figura 4.2: Abundancias de He y H en función del radio normalizado (paneles superiores), y diagramas de propagación (logaritmo del cuadrado de las frecuencias de Brunt-Väisälä y Lamb, paneles inferiores) correspondientes a los modelos fríos de δ Sct (panel superior) y pre-ELMV (panel inferior) indicados con un triángulo derecho en la Fig. 4.1.

CAPÍTULO 4. DISTINGUIENDO ESTRELLAS δ SCT DE PRE-ELMV
 4.3. COMPARACIÓN ASTROSISMOLÓGICA

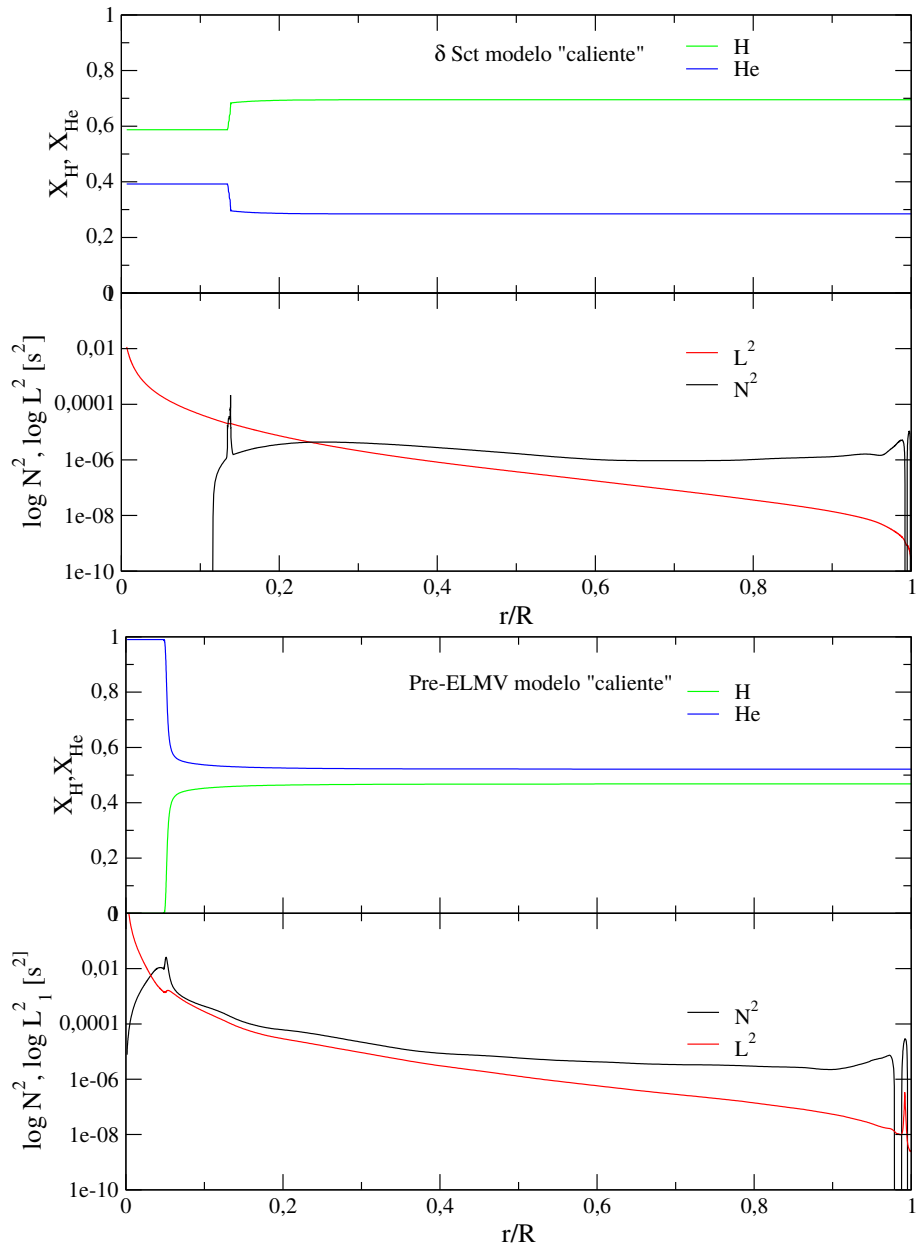


Figura 4.3: Idem Fig. 4.2 para los modelos calientes indicados con un triángulo invertido en la Fig. 4.1.

4.3.2 Períodos y espaciamentos de períodos

En esta sección analizamos y comparamos los rangos de períodos de los modos dipolares ($\ell = 1$) p y g para los modelos de δ Sct y pre-ELMV. Es importante mencionar que no todos los modos son excitados en las estrellas δ Sct, lo cual dificulta la identificación y a menudo obstaculiza el hallazgo de un único modelo. Desafortunadamente, el mecanismo de selección de modos en las estrellas no ha sido dilucidado (ver, [Smolec, 2014](#)). Además, los modos con grado armónico $\ell = 0, 2, 3, ..$ también son excitados en estas estrellas. Hemos explorado el caso con $\ell = 2$ y encontramos resultados similares, por lo tanto nos restringimos a mostrar los resultados únicamente para $\ell = 1$ y enfocamos nuestro análisis en el espectro de pulsaciones adiabáticas.

Los períodos adiabáticos teóricos en el rango de períodos usualmente observados de modos dipolares p y g de los modelos fríos y calientes están representados en las Figuras 4.4 y 4.5. En estas figuras podemos observar que los modelos de δ Sct y pre-ELMV comparten un rango de períodos. Sin embargo, aunque los valores de los períodos sean iguales, las propiedades de los modelos no lo son. Por ejemplo, en la Fig. 4.4 podemos ver que el rango de períodos de los modos p para el modelo de δ Sct se superpone con el rango de períodos de modos p y g del modelo de enanas blancas pre-ELMV, mientras que los períodos de modos g son mucho más largos. Los períodos en el rango 4579 – 5748 s. pertenecen exclusivamente a modos g del modelo pre-ELMV. Dependiendo del valor mismo del período, el modo puede ser asociado a un modo p o un modo g . Por ejemplo, si un modo observado tiene un período de ~ 2000 s, puede ser un modo g si pertenece a una pre-ELMV o alternativamente un modo p si el objeto es una estrella δ Sct. Sin embargo, para períodos menores que ~ 1000 s. o mayores a ~ 5700 s., los modos serán p o g , respectivamente, para ambos tipos de estrellas. Además, considerando el rango usual de períodos observados en las δ Sct, el cual se extiende a partir ~ 700 s. en adelante, los modos con períodos por debajo de ~ 700 s. pertenecen exclusivamente a estrellas pre-ELMV. El valor de los períodos para los modos dipolares p y g de los modelos fríos representados en la Fig. 4.4 están listados en las Tablas B.4-B.8, junto con sus correspondientes órdenes radiales.

Con el objetivo de descifrar la naturaleza de los períodos observados, necesitamos información adicional, como una estimación del espaciamento de períodos de modos g ($\Delta\Pi = \Pi_{k+1} - \Pi_k$) y el espaciamento de frecuencias de modos p ($\Delta\nu = \nu_{k+1} - \nu_k$, con k el orden radial). Para altos órdenes radiales y para un dado valor pequeño de ℓ , el espaciamento de períodos de modos

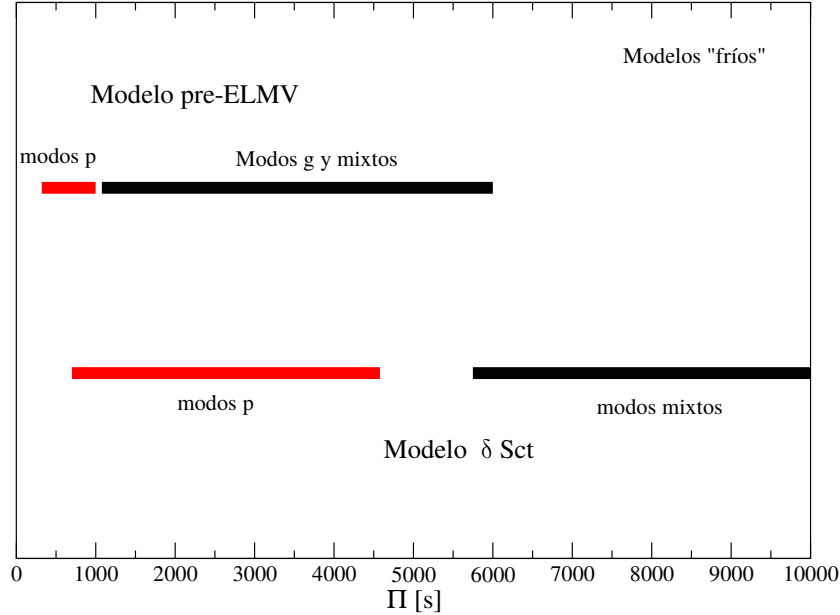


Figura 4.4: Los períodos adiabáticos en el rango usualmente observado calculados para los modelos fríos seleccionados de δ Sct y pre-ELMV, indicados con un triángulo derecho en la Fig. 4.1. Las bandas superiores representan modos p y modos g mixtos (en rojo y negro, respectivamente) para el modelo de enana blanca pre-ELMV. Las bandas inferiores representan modos p y modos mixtos para el modelo de δ Sct.

g tiende a un valor constante en el caso de que no haya rotación ni abruptas transiciones en el interior estelar. De manera similar, para $k \gg 1$ la separación de frecuencias (para modos p) será también constante, permitiéndonos distinguir entre modos p y g . Las estrellas pre-ELMV y las δ Sct exhiben pulsaciones de órdenes radiales bajos a intermedios. Esto significa que no es completamente adecuado usar el espaciamiento de períodos asintótico o el espaciamiento de frecuencias asintótico para caracterizar la naturaleza de la estrella. Por esta razón nos enfocaremos en los espaciamientos de períodos, espaciamientos de frecuencias, espaciamientos medios de períodos ($\overline{\Delta\Pi}$) y los espaciamientos medios de frecuencias ($\overline{\Delta\nu}$), definidas a continuación. Las diferencias en estas cantidades junto con la tasa de cambio de períodos, permiten distinguir entre estrellas pre-ELMV y δ Sct.

Aclaremos que usamos $\Delta\Pi$ y $\overline{\Delta\Pi}$ para modos p únicamente como herramientas matemáticas, para simular la posible confusión entre modos p y g , pero no son herramientas sísmicas reales. Lo mismo se aplica para $\Delta\nu$ y $\overline{\Delta\nu}$

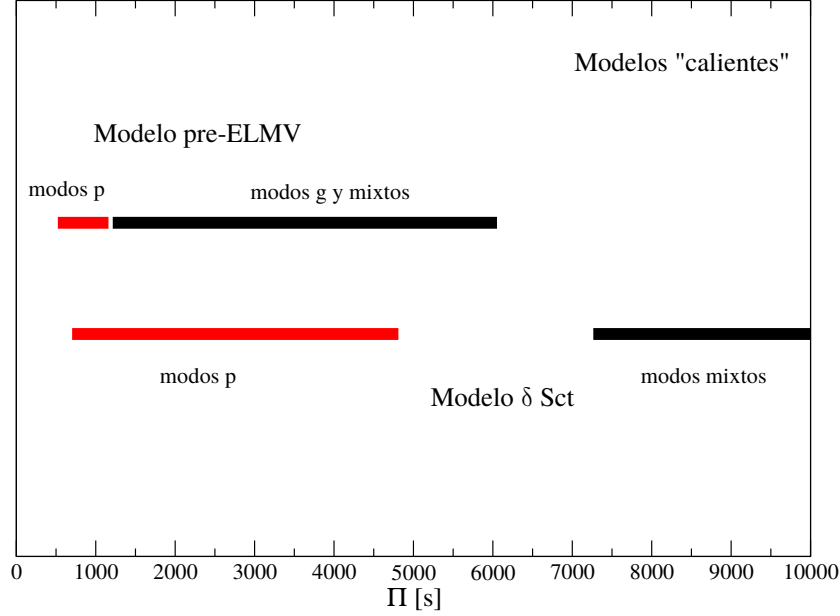


Figura 4.5: Idem Fig. 4.4, para el conjunto de modelos calientes indicados con un triángulo invertido en la Fig. 4.1.

para modos g . Asumimos que no tenemos información adicional más que los valores de T_{eff} y $\log g$ y los modos de pulsación observados, para los cuales no tenemos con anterioridad ninguna información respecto a su naturaleza. Con el objetivo de distinguir adecuadamente entre los bien conocidos espaciamientos de frecuencias y períodos de las cantidades $\Delta\nu$ para modos g y $\Delta\Pi$ para modos p , llamaremos a las últimas como diferencia de frecuencias (de modos g) y diferencia de períodos (de modos p) respectivamente. Nótese que estas cuatros cantidades están computadas para modos con órdenes radiales consecutivos.

En la Fig. 4.6 mostramos el espaciamiento de períodos, $\Delta\Pi$, en función de los períodos, para los modelos frío (en azul) y caliente (en negro) de δ Sct (panel superior) y pre-ELMV (panel inferior). Incluimos como referencia el espaciamiento de períodos asintótico de modos g , representado con una línea horizontal roja continua y discontinua para los modelos frío y caliente respectivamente. Consideremos el espaciamiento de períodos medio, definido como $\overline{\Delta\Pi} = (\Pi_j - \Pi_i)/N$, donde N es el número de modos con órdenes radiales consecutivos entre Π_i y Π_j . Para los modos g teóricos, los cuales están asociados usualmente con modos mixtos, el valor de $\overline{\Delta\Pi}$ para el modelo de δ Sct es mayor que para el modelo de pre-ELMV en el rango usual

de períodos observados para cada tipo de estrella. En particular, para los modelos fríos, $\overline{\Delta\Pi}$ para el modelo de δ Sct es ~ 3000 s. (similar al espaciamento de períodos asintóticos) mientras que para el modelo de pre-ELMV, el espaciamento medio de períodos es cercano a ~ 90 s. Si consideramos ahora el espaciamento de períodos de modos g para el modelo de δ Sct, $\Delta\Pi$ varía entre 2300 y 3500 s. aproximadamente, mientras que para el modelo de pre-ELMV, varía entre ~ 50 y 110 s. Para los modos p , también medimos el valor de $\overline{\Delta\Pi}$ y varía entre 50 y 300 s, dependiendo el rango de períodos considerados (Π_i y Π_j) para el modelo de δ Sct, mientras que muestra valores más restringidos para el caso del modelo de enana blanca pre-ELMV, entre 10 y 30 s. Además, $\Delta\Pi$ varía entre 10 y 1200 s. para el modelo de δ Sct, mientras que toma valores menores para el modelo de pre-ELMV, entre 10 y 75 s. Una tendencia similar se encuentra para los modelos calientes. Señalamos que las desviaciones de un valor constante de $\Delta\Pi$ para modos g en la Fig. 4.6, están por supuesto relacionadas con el gradiente químico y por lo tanto con el perfil de la frecuencia de B-V. Para una estrella dada, con un núcleo convectivo, el número de mínimos en el espaciamento de períodos aumenta a medida que la estrella evoluciona sobre la secuencia principal debido al ensanchamiento de la región de transición química de H/He (Miglio et al., 2008).

En la Fig. 4.7 mostramos el espaciamento de frecuencia ($\Delta\nu$) en función de la frecuencia para los modelos de δ Sct (en el panel superior) y los modelos de pre-ELMV (en el panel inferior). Las líneas rojas horizontales continuas y discontinuas fueron incluídas como referencia y representan los espaciamientos de frecuencias asintóticos de modos p para los modelos fríos y calientes respectivamente. El espaciamento de frecuencias refleja la misma tendencia que ha sido descrita para el espaciamento de períodos. Por ejemplo, si consideramos los modelos fríos, podemos ver que el espaciamento medio de frecuencias (definido como $\overline{\Delta\nu} = (\nu_j - \nu_i)/N$) para modos p del modelo de δ Sct es ~ 5.44 c/d (63 μ Hz), mientras que para el modelos de pre-ELMV es ~ 6.48 c/d (75 μ Hz). Además, $\Delta\nu$ varía entre 1.32 c/d (15.2 μ Hz) y 5.46 c/d (63.1 μ Hz) para el modelo de δ Sct y toma valores entre 2.59 c/d (29 μ Hz) y 8.64 c/d (100 μ Hz) aproximadamente para el modelo de pre-ELMV. Para modos g de bajo orden radial, $\overline{\Delta\nu}$ es 2.06 c/d (23 μ Hz) para el modelo de δ Sct, mientras que para el modelo de pre-ELMV es de 1.07 c/d (12.3 μ Hz). Por otra parte, para estos mismos modos g de bajo orden radial, $\Delta\nu$ varía entre 0.59 c/d (6.8 μ Hz) y 4.61 c/d (53 μ Hz) para el modelo de δ Sct y de 0.2 c/d (2.3 μ Hz) a 4.32 c/d (50 μ Hz) para el modelo de pre-ELMV.

Nótese que si los períodos observados pertenecen a modos con el mismo

CAPÍTULO 4. DISTINGUIENDO ESTRELLAS δ Sct DE PRE-ELMV
 4.3. COMPARACIÓN ASTROSISMOLÓGICA

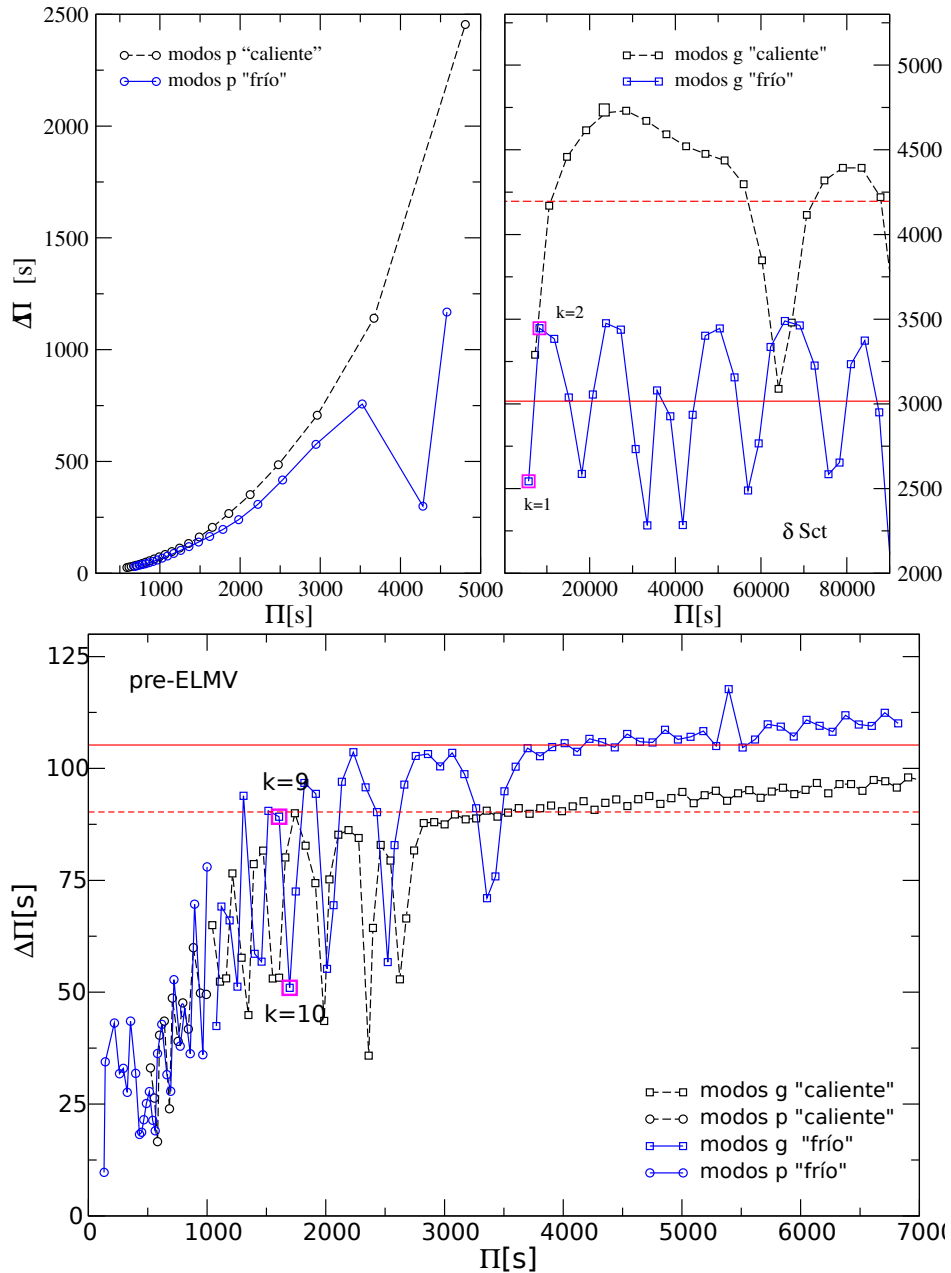


Figura 4.6: Espaciamiento de períodos vs. períodos para modos p (indicados con círculos) y modos g (indicados con cuadrados) correspondientes a los modelos de δ Sct (panel superior), y a los modelos de pre-ELMV (panel inferior). El espaciamiento de períodos asintótico para modos g está representado como referencia con una línea roja horizontal continua y discontinua para los modelos fríos y calientes respectivamente. Los períodos seleccionados con orden radial consecutivo están marcados con cuadrados magenta. Se corresponden con modos p para el modelo de δ Sct y con modos g para el modelo de pre-ELMV (ver texto principal, pag. 131, para detalles).

CAPÍTULO 4. DISTINGUIENDO ESTRELLAS δ SCT DE PRE-ELMV
 4.3. COMPARACIÓN ASTROSISMOLÓGICA

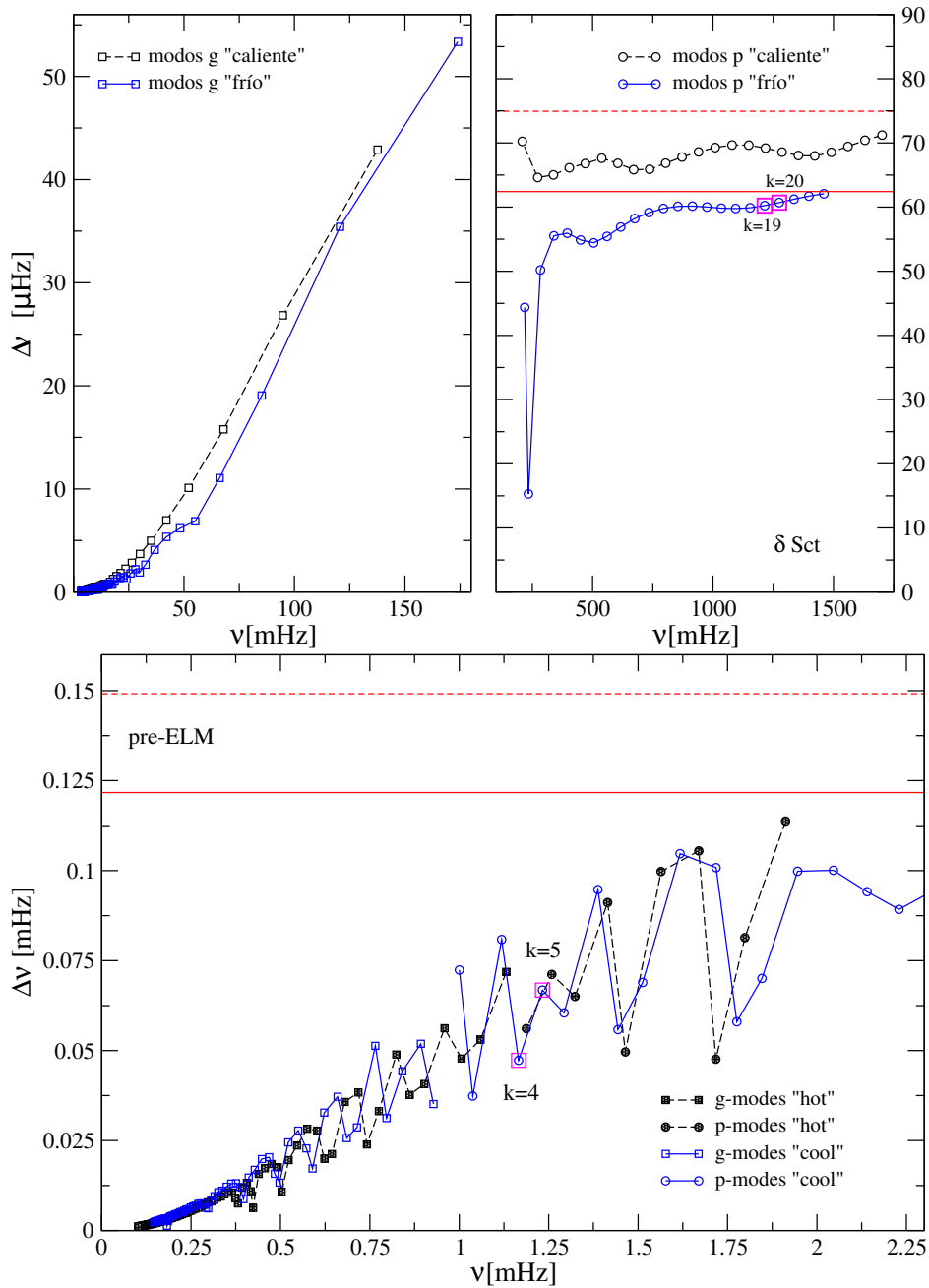


Figura 4.7: Idem Fig. 4.6, para los espaciamentos de frecuencia. Las líneas horizontales rojas continuas y discontinuas se corresponden con el espaciamento de frecuencias asintótico de modos p para los modelos fríos y calientes respectivamente.

grado armónico ℓ y se corresponden con órdenes radiales consecutivos, entonces el valor y el comportamiento de $\Delta\Pi$ también pueden ayudar a distinguir entre estrellas δ Sct y pre-ELMV, inclusive si los modos observados tienen la misma naturaleza para ambos tipos de estrellas variables. Para ilustrar este punto, consideremos los períodos de modos g correspondientes a $k = 1$ y $k = 2$ para el modelo de δ Sct representados con cuadrados magenta en el panel superior de la Fig. 4.6, y los períodos correspondientes a $k = 9$ y $k = 10$ para el modelo de pre-ELMV, representados también con cuadrados magenta en el panel inferior de la misma figura. El espaciamiento de períodos para los períodos seleccionados del modelo δ Sct es 2543 s, mientras que para el modelo de pre-ELMV es de 89 s, casi dos órdenes de magnitud más pequeño.

Inspeccionando en detalle los modelos fríos en la Fig. 4.6 podemos notar para períodos entre 1000 y 4600 s los modos p de bajo orden radial correspondientes al modelo de δ Sct se superponen con los modos g del modelo de pre-ELMV. En particular, para el modelo de δ Sct, los modos p de $k = 1$ a $k = 5$ tienen períodos entre 2500 y 4600 s, con una diferencia media de períodos de ~ 500 s (panel superior de la Fig. 4.6). En este mismo intervalo de períodos, el espaciamiento medio de períodos correspondientes a modos g de alto orden radial en el modelo de pre-ELMV (modos con orden radial entre $k = 20$ y $k = 41$) es ~ 100 s (panel inferior de la Fig. 4.6). Esta diferencia de ~ 400 s permite distinguir fácilmente entre modos p de bajo orden radial consecutivos y modos g de alto orden radial, y por lo tanto entre estrellas δ Sct y enanas blancas pre-ELMV. Por otra parte, para modos p con $k = 6$ y $k = 15$ en el modelo de δ Sct, los períodos están en el rango [1000 – 2500] s y la diferencia media de períodos es de ~ 132 s. En el mismo rango de períodos, los períodos de modo g de bajo orden radial desde $k = 1$ a $k = 9$ del modelo de pre-ELMV muestra un espaciamiento medio de períodos de 75 s. Por lo tanto, la diferencia en $\overline{\Delta\Pi}$ de ~ 60 s aún nos permitiría distinguir entre modos p y g .

Es importante señalar que las estrellas δ Sct poseen velocidades moderadas a rápidas, mostrando velocidades rotacionales proyectadas ($V \sin i$) cercanas a 110 km s^{-1} (ver, por ejemplo, Solano & Fernley, 1997). Por otra parte, los únicos valores de $V \sin i$ medidos para las pre-ELMV, son de 30 km s^{-1} y 24 km s^{-1} para J0247–25B y WASP1628+10B respectivamente. La rotación induce a una división rotacional (o “*splitting*” rotacional) en las frecuencias del espectro de pulsaciones. Considerando rotación rígida y una teoría de perturbación a primer orden se puede estimar la máxima velocidad (V_{max}) mas allá de la cual la diferencia, $\delta\nu$, entre la componente $m = 0$ y las com-

CAPÍTULO 4. DISTINGUIENDO ESTRELLAS δ SCT DE PRE-ELMV
 4.3. COMPARACIÓN ASTROSISMOLÓGICA

ponentes $m = \pm 1$ del multiplete rotacional es mayor al espaciamiento medio de frecuencias.

Existe una relación, propuesta por Ledoux in 1951, entre la separación de las componentes de un multiplete y la velocidad de rotación estelar dada por:

$$\nu_{nlm} = \nu_{nl0} + m(1 - C_{nl})\Omega/2\pi \quad (4.1)$$

dónde ν_{nlm} es la frecuencia observada, ν_{nl0} es la frecuencia central imperturbada del multiplete (para el cual $m = 0$) la cual no está afectada por la rotación, C_{nl} es la constante de ledoux que depende del modo y del modelo, y Ω es la velocidad angular correspondiente a una frecuencia rotacional de $\Omega/2\pi$. De esta manera, se tiene un multiplete con $2l + 1$ componentes todas ellas separadas por un *splitting* rotacional $(1 - C_{nl})\Omega/2\pi$. La importancia astrosismológica radica en que cuando se observa un multiplete rotacional, los números ℓ y m pueden ser identificados y podemos emplear la separación para medir la tasa de rotación de la estrella. Para modos p , $C_{nl} \approx 0$ y para modos g , $C_{nl} \approx 1/2$.

Dado que $\Omega = v/R$ y asumiendo $m = 1$, podemos utilizar la expresión: $\Delta\nu = \delta\nu = (1 - C_{nl})\frac{V_{max}}{2\pi R}$ para calcular la velocidad máxima, V_{max} , para los modelos fríos para la cual la división rotacional se equipara con el espaciamiento de frecuencias. Para el modelo de δ Sct obtenemos $V_{max} \sim 634$ km s⁻¹ para modos p y $V_{max} = 411$ km s⁻¹ para modos g de bajo orden radial. La velocidad límite de ruptura² para este modelo de δ Sct es ~ 394 km s⁻¹, por lo tanto la división rotacional no alcanzará al espaciamiento de frecuencias para modos con órdenes radiales consecutivos. Por otra parte, para el modelo de pre-ELMV obtuvimos $V_{max} = 693$ km s⁻¹ para los modos p y $V_{max} = 50$ km s⁻¹ para modos g . La velocidad límite de ruptura es de 230 km s⁻¹, por lo tanto la división rotacional en los modos p no se confundirá con el espaciamiento de frecuencias de modos p de orden radial consecutivos a ninguna velocidad de rotación posible. Sin embargo, la división rotacional en los modos g podría confundirse con la separación de frecuencias si $i \lesssim 37^\circ$ considerando $V \sin i = 30$ km s⁻¹ para el modelo de pre-ELMV. Concluimos que el fenómeno de división rotacional en las frecuencias debe ser considerado especialmente cuando se requiere una identificación de modos.

²La velocidad de ruptura se define como $\sqrt{\frac{GM}{R}}$ para la cual la fuerza de gravedad equipara a la fuerza centrífuga en el ecuador.

4.3.3 Tasa de cambio en los períodos

En esta sección analizaremos los valores de la tasa temporal de cambio de períodos, $d\Pi/dt$. Para los dos modelos fríos, estimamos la tasa $d\Pi/dt$ correspondiente al modos pulsacional con un período de ~ 966 s. De las Tablas B.7 y B.8 podemos observar que tal modo, enfatizado en negrita, corresponde a un modo p con orden radial $k = 16$ y $k = 2$ para los modelos de δ Sct y pre-ELMV, respectivamente. Para el modo correspondiente al modelo de δ Sct (que tiene un período de 966.95 s. y una frecuencia de 89.35 c/d) obtenemos una tasa de cambio de $d\Pi/dt = 5.45 \times 10^{-5}$ s/año. Para el período correspondiente para el modelo de pre-ELMV (963.715 s o 89.65 c/d) la tasa se cambio en este período es $d\Pi/dt = -1.42 \times 10^{-3}$ s/año. Por lo tanto, para el modo seleccionado, el valor absoluto de la tasa de cambio en el período para el modo correspondiente al modelo de enana blanca pre-ELMV es dos órdenes de magnitud mayor que el correspondiente al modelo de δ Sct. Estos resultados están en concordancia con [Breger & Pamyatnykh \(1998\)](#) con respecto a las δ Sct y [Calcaferro et al. \(2017\)](#) con respecto a las enanas blancas pre-ELMV. Por lo tanto, la tasa de cambio en los períodos es una herramienta potencial con la cual distinguir entre ambas clases de estrellas variables.

Mencionamos que en el contexto de las misiones Kepler, K2 y TESS, la tasa de cambio en los períodos es una poderosa herramienta que podría ayudar a mejorar la clasificación de las estrellas observadas por estas misiones. Dado que es posible medir $d\Pi/dt$ para estrellas δ Sct con aproximadamente cuatro años de observaciones, los 351 días de observación continua del satélite TESS deberían ser suficientes para medir $d\Pi/dt$ para las pre-ELMV dado que estos objetos evolucionan más de mil veces más rápido que las estrellas δ Sct. Es importante notar que a diferencia de las mediciones de $\Delta\Pi$ o $\Delta\nu$, la tasa de cambio en los períodos es independiente de una identificación de modos lo cual la convierte en una herramienta poderosa para distinguir entre estrellas δ Sct y pre-ELMV.

4.4 Análisis no adiabático

Presentamos aquí los resultados de los cálculos de pulsaciones no-adiabáticas para el conjunto de modelos fríos. La Fig. 4.8 muestra las tasas de crecimiento normalizadas $\eta \equiv -\Im(\sigma)/\Re(\sigma)$ en función de los períodos Π para los modos con $\ell = 1$ correspondientes al modelo de δ Sct (indicado con cuadrados negros) y al modelo de pre-ELMV (indicado con círculos rojos). $\Im(\sigma)$

y $\Re(\sigma)$ son la parte imaginaria y real, respectivamente, de la autofrecuencia compleja σ . Cuando $\eta > 0$, el modo pulsacional es inestable y puede alcanzar amplitudes observables, mientras que para $\eta < 0$ el modo es estable.

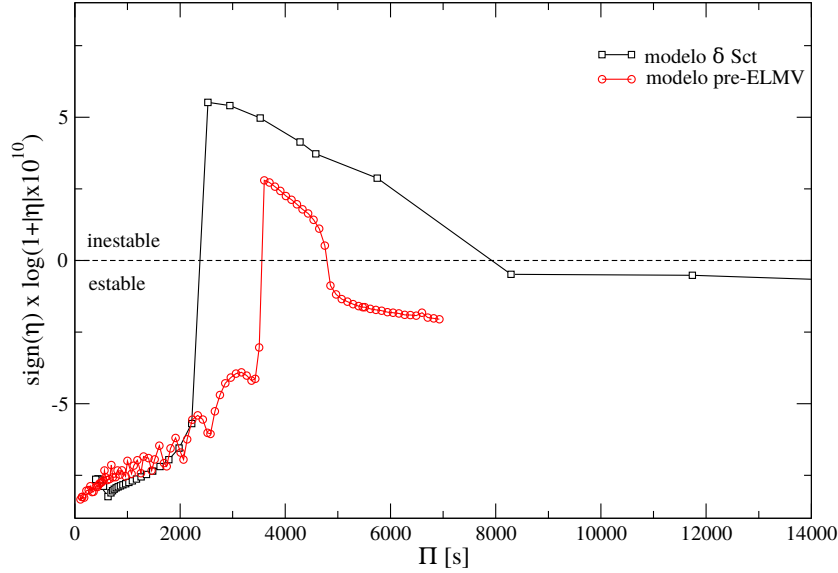


Figura 4.8: Tasa de crecimiento normalizada η para modos p y g en término de los períodos pulsacionales correspondientes para los modelos seleccionados. Los modos correspondientes al modelo de δ Sct están indicados con cuadrados y líneas negras continuas, mientras que los modos correspondientes al modelo de pre-ELMV están indicados con círculos y línea roja continua. Un valor de $\eta > 0$ ($\eta < 0$) implica modos inestables (estables). En frecuencias, la banda de modos excitados para el modelo de δ Sct es $10.16 \lesssim \nu \lesssim 34.56$ c/d y para el modelo de pre-ELMV es $17.28 \lesssim \nu \lesssim 24.68$ c/d.

Podemos observar en la Fig. 4.8 que la banda de modos excitados para el modelo δ Sct es $2500 \lesssim \Pi \lesssim 8500$ s el cual abarca modos p y g de bajo orden radial. Superpuesto a este intervalo de períodos, encontramos los modos inestables para las pre-ELMV, esparcidos entre 3500 s y 5000 s, los cuales son modos g con órdenes radiales relativamente elevados. Esto significa que para estos modelos en particular, si se hallan modos excitados en el rango $2500 \lesssim \Pi \lesssim 3500$ s ó $5000 \lesssim \Pi \lesssim 8500$ s éstos se corresponderán únicamente con el modelo de δ Sct. En el caso de observar modos excitados en el rango $3500 \lesssim \Pi \lesssim 5000$ s no será posible distinguir si los períodos observados provienen de una δ Sct o una pre-ELMV únicamente con el valor del período, dado que el rango de períodos excitados se superpone en esta región y es necesario realizar el análisis del espaciamiento de períodos descrito anteriormente con

el objetivo de clasificar adecuadamente a la estrella. Nótese que estos rangos de períodos pueden aumentar si se consideran además $\ell = 0, 2, \dots$

4.5 Aplicaciones

En esta sección describiremos las características pulsacionales y espectroscópicas de tres objetos variables: J075738.94+144827.5, J145847.02+070754.46 y J173001.94+070600.25 los cuales están indicados con símbolos color cian en la Fig. 4.1. Como se observa en esta figura, estas estrellas yacen en una región ($6000 \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 12000$ K y $3 \lesssim \log g \lesssim 7$) en la cual se dificulta su clasificación, inclusive considerando el rango de períodos observados en ellas. Analizaremos sus propiedades pulsacionales en el marco de las herramientas astrosismológicas previamente descritas con el objetivo de develar su naturaleza.

4.5.1 J075738.94+144827.5

El descubrimiento de esta estrella variable fue reportado en [Sánchez Arias et al. \(2018\)](#). Este objeto presenta valores de T_{eff} y $\log g$ iguales a 8180 ± 250 K y 4.75 ± 0.05 respectivamente (ver Tabla 4.5). Los parámetros atmosféricos fueron determinados mediante un ajuste del espectro óptico con una grilla espectros sintéticos no magnéticos de enanas blancas DA con equilibrio termodinámico local derivados de modelos de atmósferas con metalicidades solares ([Koester, 2010](#)).

Tabla 4.5: Parámetros espectroscópicos y períodos observados de J075738.94 + 144827.50.

T_{eff} [K]	$\log g$	Per.[s]	Frec. [c/d]	Amp[mmag]
8180 ± 250	4.75 ± 0.05	2981.17	28.98	1.87
		2435.08	35.48	2.55
		2055.73	42.04	1.16
		802.90	107.6	0.49

La estrella variable J075738.94+144827.5 fue observada por el telescopio Southern Astrophysical Research (SOAR) por 4.6 hs durante la noche del 04 de Abril de 2016 como parte del proyecto SO2016A-006-Photometry of Extremely-Low Mass White Dwarf Candidates. Este telescopio posee una

apertura de 4.1 m y está situado en el Cerro Pachón, la IV Región de Chile. El telescopio emplea un sistema óptico activo sobre sus espejos primarios y secundarios para obtener una calidad de imagen de ~ 0.5 arcsec a los $0.8 \mu\text{m}$ bajo buenas condiciones de *seeing*. Para esta observación se utilizó el “Goodman High Throughput Spectrograph (GTHS). Este espectrógrafo es capaz de producir imágenes con excelente calidad a través de unos 7.2 arcmin de diámetro FOV (con una escala de 0.15 arcse/pixel), y espectros a diversas resoluciones desde el corte UV hasta 850 nm. Se empleó este espectrógrafo con un tiempo de integración de 10 s y el filtro azul S8612. La región de interés del CCD se ajustó a 800×800 , resultando en un tiempo de lectura de 3.8 s. La curva de luz y la transformada de Fourier se muestran en la Fig. 4.9. Cuatro períodos pulsacionales fueron detectados por encima del límite de detección de 3σ . Tres de ellos están comprendidos entre los 2000 y 3000 s, y el cuarto tiene un valor menor de 802.90 s con una amplitud también menor a los anteriores. Los parámetros espectroscópicos y los períodos observados correspondientes a este objeto están listados en la Tabla 4.5. La posición de esta estrella en el plano $T_{\text{eff}} - \log g$ está indicado en el Fig. 4.1 con un diamante cian.

Con respecto a la naturaleza de la estrella J075738.94+144827.5, si consideramos el rango de períodos de modos p y g de los modelos de δ Sct y pre-ELMV (Tablas B.5 y B.7) hay dos posibles escenarios. Específicamente, la estrella puede ser una δ Sct con cuatro modos p , o también una pre-ELMV con tres modos g y un modo p (el de período igual a 802.90 s). Si asumimos que los períodos entre 2000 y 3000 s poseen órdenes radiales consecutivos, entonces la diferencia de períodos observada toma valores entre 380 y 546 s. Estos valores son similares a los valores de la diferencia de períodos correspondientes a modos p del modelo de δ Sct en el rango 2000-3000 s, es decir ~ 300 s. Nótese que el espaciamiento medio de períodos para el modelo de pre-ELMV en el mismo rango de períodos es de ~ 80 s. Concluimos entonces que la estrella J075738.94+144827.5 es probablemente una δ Sct con cuatro modos p observados, asumiendo las incertezas externas en los parámetros atmosféricos de este objeto.

4.5.2 J145847.02+070754.46 y J173001.94+070600.25

Estas estrellas fueron unas de las primeras en presentarse con una ambivalencia en su naturaleza: ambas pueden ser estrellas δ Sct o enanas blancas pre-ELMV (Corti et al., 2016). El material observacional de estas estrellas fue obtenido en el 2015 durante las noches del 24 al 26 de Abril. Se usó

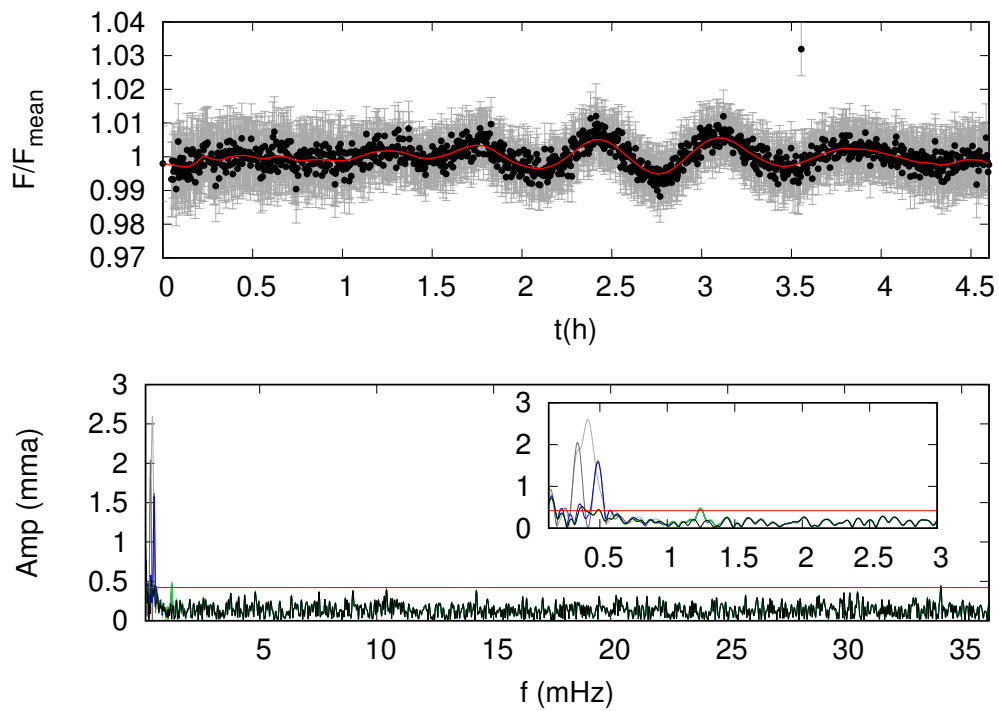


Figura 4.9: El panel superior muestra la curva de luz de J075738.94+144827.5. Las barras de error se muestran en gris y la curva de luz suavizada en rojo. El panel inferior muestra la transformada de Fourier original en gris, y las transformadas de Fourier subsequentes sustrayendo los períodos por encima del límite de detección 3σ se muestran en diferentes colores. El límite de detección final, por encima del cual no se encontraron más períodos está indicado en rojo.

un CCD TEK 1024×1024 con un tamaño de píxel de $24 \mu\text{m}$ adjuntado al telescopio de 2.15 m del Complejo Astronómico el Leoncito (CASLEO) en San Juan, Argentina. Las observaciones fueron obtenidas con corte rojo de 3 mm en el filtro BG40 para reducir el fondo del cielo. Se obtuvo un total de 156 cuadros para J145847.02+070754.46 durante las dos primeras noches (119 la primera y 37 la segunda) y 89 cuadros para J173001.94+070600.25. El tiempo de exposición para cada imagen fue de 120 s, el promedio del *seeing* de 2 s de arco y la segunda noche resultó acortada por nubes. Se obtuvieron imágenes de calibración, corriente de oscuridad e imágenes de campo plano cada noche. Todas las imágenes fueron obtenidas mediante el empleo del programa ROPER de adquisición de datos y estos fueron analizados aplicando fotometría de apertura con el paquete externo IRAF *ccd_{hsp}* (Kanaan et al., 2002).

Las estrellas SDSSJ145847.02+070754.46 y SDSSJ173001.94+070600.25 están clasificadas como estrellas de tipo espectral A en la fuente de datos ELODIE del DR12 del SDSS. Se ajustó el espectro óptico con la misma grilla empleada para la estrella J075738.94+144827.5 (Koester, 2010), la cual utiliza la aproximación para la teoría de mezcla (*mixing length theory*) *MLT2* con un parámetro de $\alpha = 0.8$, cubriendo temperaturas efectivas en el rango $6000 \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 100000$ K y gravedades superficiales de $3.75 \lesssim \log g \lesssim 10.0$ abarcando de esta manera espectros de secuencia principal, subenanas blancas y enanas blancas.

Se ajustaron las líneas espectrales del SDSS con modelos que funcionan adecuadamente para el régimen de enana blanca por encima de $\log g \sim 5.5$. El ajuste de líneas espectrales con modelos que posean una gravedad superficial menor se vuelve difícil debido a que la degeneración de parámetros es muy significativa. Un cambio en la gravedad superficial puede compensar casi por completo un cambio en la temperatura. La resolución moderada de los espectros del SDSS es otro problema. Las líneas de Balmer se vuelven más estrechas para valores de gravedades superficiales bajas y por lo tanto son afectadas intensamente por el perfil instrumental. Por otra parte, la fotometría del SDSS es muy útil para levantar esta degeneración, principalmente debido a que el salto de Balmer es muy sensible a la gravedad medida en el color *u-g*. Por lo tanto, se comenzó el análisis con un ajuste fotométrico con valores teóricos. El posible enrojecimiento no es un problema ya que estos objetos están muy lejos del plano galáctico. Asumiendo un valor fijo de $\log g$ entre 3.75 y 4.75 el mejor ajuste para la temperatura es casi constante. Como una estimación relativamente conservadora, se usó como resultado del ajuste fotométrico a los valores de la Tabla 4.6. En esta tabla, se incluyeron,

Tabla 4.6: Información espectroscópica de J145847.02+070754.46 y J173001.94 + 070600.25.

ID SDSS	[Ca/H]	Z (pc)	μ^Δ ($mas\ yr^{-1}$)	$\log g$	T_{eff} (K)
J145847 + 070754	-7.00 ± 0.25	2559	55 ± 4	4.25 ± 0.5	7925 ± 200
J173001 + 070600	-6.55 ± 0.25	1745	12 ± 5	4.25 ± 0.5	7972 ± 200

la identificación del objeto, la abundancia de calcio, la distancia al plano galáctico, el movimiento propio, el logaritmo de la gravedad superficial y la temperatura efectiva. La abundancia de calcio fue determinada mediante una comparación entre intensidades de líneas teóricas y el espectro observado.

Para construir la curva de luz de la estrella J145847+070754 determinamos la apertura que brinda la curva de luz con un mínimo de dispersión. La apertura óptima de radio fue de 12 píxeles. Para la resta de la emisión de fondo del cielo se usó un anillo con un radio interno de 20 píxeles por 6 píxeles de ancho. La curva de luz de esta estrella junto con la de la estrella de comparación se muestra en la Fig. 4.10. Ambas estrellas fueron divididas por la misma estrella de comparación, 0.4 mag más brillante, para corregir las fluctuaciones de la atmósfera. Cada punto de la curva de luz fue normalizado por el promedio de todos los puntos de la curva de luz. Las variaciones visibles en la estrella de comparación son atribuidas a ruido.

Calculamos la transformada de Fourier de los datos de las dos noches, juntando ambas curvas luego de corregir los tiempos a los Datos Efeméricos Baricéntricos Julianos. Se usaron rutinas software de la “IAU SOFA Collection”, Copyright International Astronomical Union Standards of Fundamental Astronomy (<http://www.iausofa.org>). Para corregir por artificios de muestreo, calculamos también la ventana espectral. La Fig. 4.11 muestra la transformada de Fourier y la ventana espectral. El pico principal en la transformada de Fourier lo etiquetamos como f_2 y corresponde a variaciones claramente observables en la curva de luz. El pico más pequeño, f_1 , tiene un análogo en la ventana espectral a la misma frecuencia e intensidad relativa a f_2 , por lo tanto despreciamos a f_1 considerándolo un alias. Otra frecuencia con intensidad por encima del límite de ruido $3.3\langle A \rangle$ (Kepler, 1993) es f_3 , la cual probablemente sea un armónico ya que es aproximadamente $2f_2$ (ver Tabla 4.7). El valor de $\langle A \rangle$ es el valor medio de amplitud. En este caso consideramos reales a los picos de emisión con intensidad superior a 3.3 veces

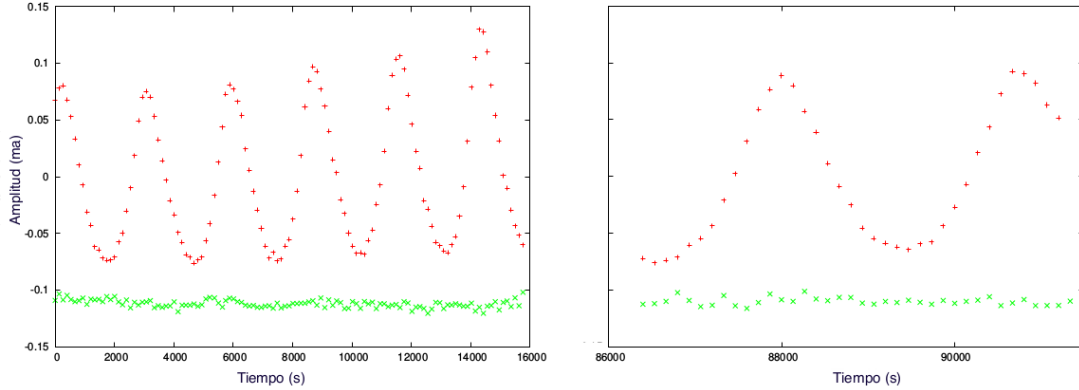


Figura 4.10: Curva superior: fotometría de la estrella J1458+0707 obtenida durante dos noches consecutivas. Curva inferior: variaciones temporales de la estrella de comparación más brillante en el campo durante el mismo período (ver texto y Tabla 4.7).

Tabla 4.7: Períodos, frecuencias y amplitudes de J145847.02 + 070754.46 y J173001.94 + 070600.25.

ID SDSS	Período (s)	Frecuencia (μ Hz)	Amplitud (mag)
J145847.02 + 070754.46	3278.7	f2=305	0.042
	1633.9	f3=612	0.008
J173001.94 + 070600.25	3367.1	f1=297	0.026

dicho valor.

Por otra parte la estrella J173001.94 + 070600.25, fue analizada de igual manera que la estrella J1458+0707. La curva de luz superior mostrada en la Fig. 4.12 se corresponde con la estrella J173001.94 + 070600.25 dividida por la estrella de comparación que es una magnitud más brillante. La curva de luz inferior fue obtenida para la estrella de comparación más brillante (1.5 mag más brillante que estrella objetivo) dividida por la misma estrella de comparación usada para la estrella objetivo. La variaciones mostradas en esta última curva de luz alcanzan los 0.02 mag, las cuales son atribuidas completamente al ruido. Empleamos la misma técnica en el análisis de Fourier que para J1458+0707, la transformada de Fourier se muestra en la Fig. 4.13 junto con el valor obtenido de $\langle A \rangle = 3.0$ mmag (Kepler, 1993). Los

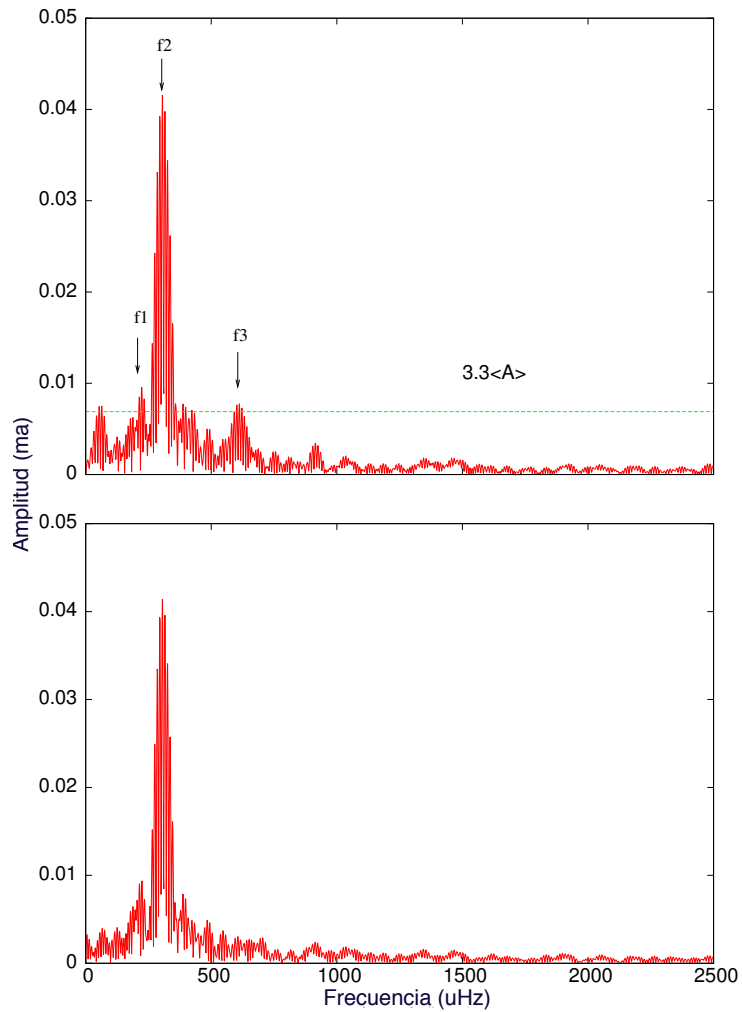


Figura 4.11: El panel superior muestra la transformada de Fourier discreta de la curva de luz de J1458+0707. La línea horizontal muestra 3.3 veces el nivel de ruido. Hay tres frecuencias pulsacionales (ver texto y Tabla 4.7). El panel inferior muestra la ventana espectral con un pico de emisión más intenso a 305 μHz .

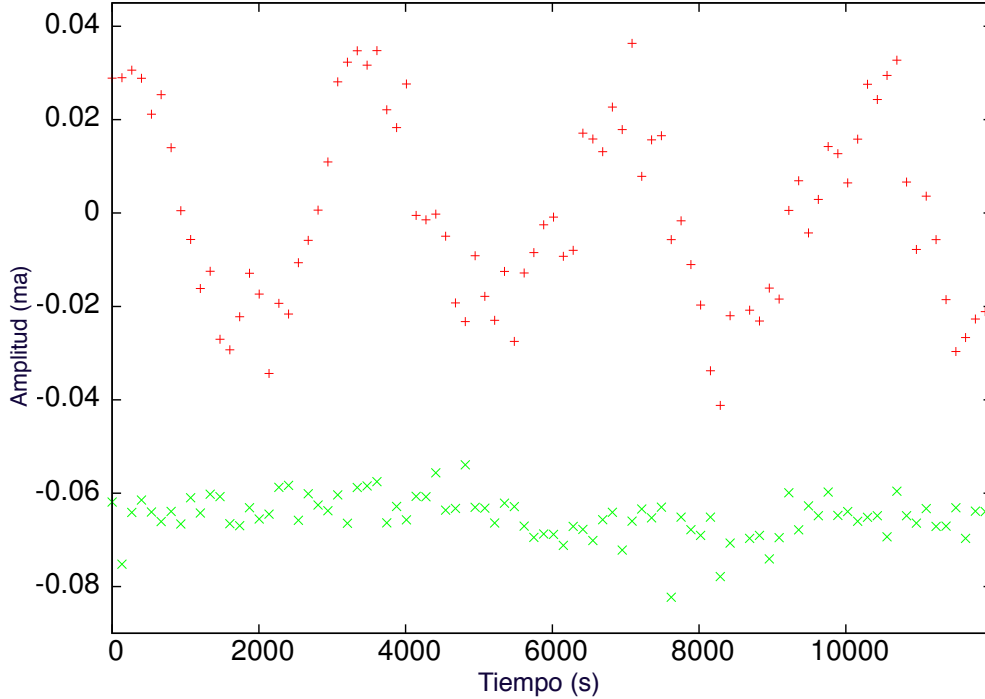


Figura 4.12: Curva superior: fotometría de la estrella J1730+0706 obtenida durante una noche. Curva inferior: variaciones temporales de la estrella de comparación más brillante en el campo durante el mismo período (ver texto y Tabla 4.7).

parámetros de la única frecuencia distinguida para esta estrella se muestran en la Tabla 4.7.

Si se comparan las propiedades de las pulsaciones observadas de estas estrellas con las enanas blancas pre-ELMV reportadas en [Maxted et al. \(2013, 2014\)](#) encontramos algunas diferencias. SDSSJ1730+0706 y SDSSJ1458+0707 pulsán con períodos en el rango 1634-3367 s, el cual es mayor al rango 400-800 s exhibido por WASPJ0247-25B y WASPJ1628+10B. Además, las amplitudes que presentan nuestras estrellas (~ 40 mmag) son mayores que las exhibidas en las pre-ELMV WASPJ0247-25B y WASPJ1628+10B (del orden de algunas mmag). De acuerdo con el análisis de [Jeffery & Saio \(2013\)](#), al menos las pulsaciones de WASPJ0247-25B deberían corresponderse a modos radiales de alto orden radial. Por el contrario, los períodos observados en SDSSJ1730+0706 y SDSSJ1458+0707 son probablemente correspondientes a modos g , en el caso de que estas estrellas sean enanas blancas pre-ELMV. De hecho, los períodos observados en estas estrellas son compatibles con aquellos correspondientes a estrellas δ Sct y a enanas blancas pre-ELMV, simultánea-

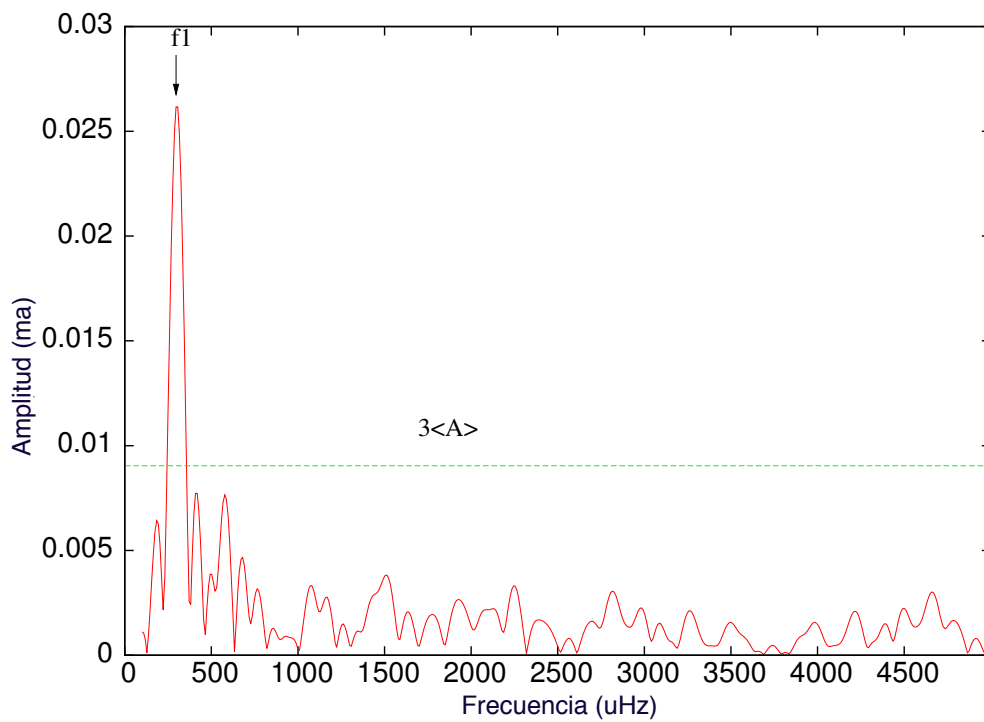


Figura 4.13: Transformada de Fourier discreta de la curva de luz de J1730+0706. La línea horizontal muestra tres veces el nivel de ruido. Hay una frecuencia pulsacional (ver texto y Tabla 4.7).

mente. En particular, la estrella SDSSJ1730+0706 muestra un sólo período (3367.1 s) el cual está en el rango de períodos donde las estrellas δ Sct y las pre-ELMV muestran variabilidad. Sin embargo, como puede observarse en la Fig. 4.4, el período observado se corresponde a modos p o a modos g , dependiendo si la estrella es una δ Sct o una pre-ELMV, respectivamente. Una situación similar ocurre para SDSSJ1458+0707, la cual muestra dos períodos de 1633.9 s y 3278.7 s. De acuerdo con estos períodos, estos modos pueden corresponderse con modos p si la estrella es una δ Sct y con modos g si la estrella es una pre-ELMV. La diferencia entre los dos períodos es de ~ 1645 s, la cual es muy grande como para que se corresponda con modos de orden radial consecutivo, tanto para las δ Sct como para las pre-ELMV. La tasa temporal de cambios en los períodos brindaría la información necesaria para clasificarlas. Desafortunadamente, estos objetos fueron observados por un período de tiempo muy corto, insuficiente para medir la tasa de cambio en los períodos. Concluimos entonces que son necesarias más observaciones para brindar una clasificación segura de estas dos estrellas basada en sus propiedades pulsacionales.

CAPÍTULO 5

Conclusiones

*“Un hombre va al saber como a la guerra:
bien despierto, con miedo, con respeto y con absoluta confianza.
Ir en cualquier otra forma al saber o a la guerra es un error,
y quien lo cometa vivirá para lamentar sus pasos.”*
Las Enseñanzas de Don Juan, Carlos Castaneda (1974)

En esta Tesis hemos abordado un análisis profundo de las estrellas δ Sct, γ Dor como así también de las variables pre-ELMV y en particular de las estrellas híbridas δ Sct- γ Dor.

Presentamos un estudio astrosismológico detallado de cinco estrellas pulsantes híbridas δ Sct- γ Dor, con el propósito de derivar sus parámetros estelares fundamentales. Para llevar a cabo esta tarea construí una enorme grilla de secuencias de modelos evolutivos, cubriendo la evolución de estrellas de baja masa desde la ZAMS hasta la TAMS, variando la masa estelar, la metalicidad y la cantidad de overshooting en el núcleo (ver Secc. 3.1.2). Empleamos los datos observacionales de los períodos detectados en Kurtz et al. (2014) para KIC 11145123, Saio et al. (2015) para KIC 9244992, Brunsten et al. (2015) para HD 40434, Chapellier et al. (2012) para CoRoT 105733033, y Chapellier & Mathias (2013) para CoRoT 100866999. Pudimos obtener parámetros fundamentales de las estrellas seleccionadas mediante dos procesos diferentes, los cuales explotan completamente la presencia simultánea de modos p y g (y presumiblemente también modos radiales) en este tipo de estrellas pulsantes.

Para el Procedimiento 1 usamos tres restricciones para hallar el mejor modelo astrosismológico que ajusta a las observaciones: (1) el espaciamiento medio de períodos de modos g de alto orden radial; (2) el modo de mayor amplitud en el dominio de períodos del tipo δ Sct, el cual lo asociamos con un modo radial; y (3) un ajuste período a período de los modos p individuales. Más aún, en este caso exploramos el efecto de agregar un ajuste período a período de los modos g en la selección del mejor modelo. Finalmente, en el Procedimiento 2, usamos nuevamente el espaciamiento medio de períodos de modos g y además un ajuste período a período entre las frecuencias detectadas en el dominio de frecuencias del tipo δ Sct y aquellas calculadas para los modelos con períodos de modos p y simultáneamente períodos de modos radiales. Cabe mencionar que estos procedimientos no dependen de la información espectroscópica reportada para las estrellas seleccionadas, como la temperatura efectiva.

En resumen, obtuvimos los primeros modelos astrosismológicos fiables representativos de cinco estrellas híbridas δ Sct- γ Dor mediante un modelado basado en una grilla de simulaciones. Estos modelos astrosismológicos resultan de diferentes criterios para su selección, en los cuales hicimos uso de la extraordinaria riqueza de períodos que caracteriza al espectro de pulsaciones de este tipo de estrellas. Para cuatro de las estrellas seleccionadas obtuvimos el mismo modelo del Procedimiento 1 considerando y sin considerar un ajuste de períodos individuales de modos g . En los casos en los que fue posible realizar el Procedimiento 2, obtuvimos diferentes modelos con esta aproximación. El verdadero modelo sismológico para una dada estrella debe reproducir no sólo las frecuencias y las regularidades observadas en el espectro de pulsaciones, sino también el rango de frecuencias de las oscilaciones observadas como rangos de modos inestables de pulsaciones radiales y no radiales. En este trabajo consideramos únicamente oscilaciones adiabáticas en nuestra aproximación, y un detallado análisis de la estabilidad de las oscilaciones, que está más allá del propósito del presente estudio, será abordado en un futuros trabajos. Claramente, un análisis de este tipo de problemas (como los cálculos de oscilaciones no adiabáticas) y de otros, como por ejemplo la inclusión del efecto de rotación en los períodos de pulsación, y una clara identificación de modos, ayudarán a romper la degeneración en las soluciones astrosismológicas.

Adicionalmente, se realizó un estudio exhaustivo de la curva de luz y el espectro de frecuencias de la estrella híbrida δ Sct- γ Dor con actividad superficial: CoRoT ID 102314644, reportada por primera vez en esta Tesis. Esta estrella muestra un riquísimo espectro de frecuencias con características típi-

cas de las estrella híbridas a δ Sct- γ Dor. Como vimos, este tipo de objetos ofrecen la oportunidad de explorar regiones externas e internas debido a la presencia simultánea de modos p y g , respectivamente. Adicionalmente, esta estrella tiene la particular característica de poseer manchas en su superficie estelar. Esto nos permitió hallar el valor preciso de la frecuencia de rotación en su superficie. Algunas de las características más sobresalientes en el estudio de este objeto fueron:

- Detectamos dos dominios separados: el dominio γ Dor, con 34 frecuencias en el rango $[0.3262; 3.6631]$ c/d; y el dominio δ Sct, con 48 frecuencias en el rango $[8.6295; 22.9278]$ c/d.
- En el dominio γ Dor, hallamos una serie asintótica constituida por 6 períodos equidistantes con una separación media de 1621 s (Fig. 3.31 y Tabla 3.14).
- En el dominio δ Sct, encontramos un quintuplete centrado en la frecuencia de mayor amplitud en este dominio, p_1 (Tabla 3.15). La separación en las frecuencias de este quintuplete, nos dió información de la frecuencia de rotación, $f_{rot} = 0.32629$ c/d
- Hallamos frecuencias correspondientes a actividad superficial. El diagrama de fase correspondiente a la frecuencia de rotación (Fig. 3.26) junto con la presencia de “saltos” y la variación de amplitud de una rotación a la siguiente en la Fig. 3.27, muestran claramente la presencia de manchas en esta estrella híbrida.

Adicionalmente encontramos acoplamientos entre modos p y g en el dominio $\hat{\Delta}\delta$ Sct. Este fenómeno puede brindar información acerca de la estructura interna y las cavidades resonantes dentro de este tipo de estrellas. Se prevé un análisis astrosismológico para esta estrella única en su tipo por la riqueza de información en su espectro de frecuencia, que contemple rotación en los modelos evolutivos como así también en la solución de las ecuaciones adiabáticas que caracterizan a las pulsaciones radiales y no radiales (Sánchez Arias et al. en preparación).

Otro aspecto fundamental abordado en esta Tesis, es la correcta caracterización y clasificación de las estrellas presentes en la parte inferior de la banda clásica de inestabilidad y su intersección con la secuencia principal. Específicamente, se brindaron herramientas para la distinción entre las variables δ Sct y las pre-ELMV. Las estrellas variables pre-ELMV y δ Sct son encontradas

aproximadamente en la misma región del plano $T_{\text{eff}} - \log g$, correspondiente a temperaturas efectivas en el rango $6000 \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 12000$ K y gravedades superficiales en el rango $3.5 \lesssim \log g \lesssim 5.5$, como puede observarse de la Fig. 4.1. Específicamente, los modelos teóricos predicen que las estrellas pre-ELMVs pueden encontrarse en la región habitada por las δ Sct ($6000 \lesssim T_{\text{eff}} \lesssim 9000$ y $3.25 \lesssim \log g \lesssim 4.4$) dificultando la distinción de estos dos grupos de variables considerando únicamente los parámetros atmosféricos. En esta Tesis se desarrolló un análisis detallado de las propiedades pulsacionales de las estrellas δ Sct y pre-ELMVs, con el objetivo de usar las diferencias en esas propiedades para obtener una correcta clasificación. De los modelos obtenidos en [Sánchez Arias et al. \(2017\)](#) y [Córscico et al. \(2016b\)](#), consideramos las pulsaciones adiabáticas y no adiabáticas para modos p y g con $\ell = 1$ y períodos entre ~ 400 s y ~ 10000 s para el modelo de pre-ELMV y entre ~ 400 s y ~ 300000 s para el modelo de δ Sct. Seleccionamos dos conjuntos de modelos para cada clase de estrella con el objetivo de cubrir diferentes tipos de regiones en el plano $T_{\text{eff}} - \log g$ donde se observan regularmente objetos que pueden ser confundidos con estrellas δ Sct o pre-ELMV. El conjunto frío está caracterizado por parámetros atmosféricos de $T_{\text{eff}} \sim 7650$ K– $\log g \sim 4.08$ representativo de estrellas δ Sct y en donde teóricamente se pueden hallar enanas blancas pre-ELMV. El conjunto caliente, con $T_{\text{eff}} \sim 9670$ K– $\log g \sim 4.23$, representa una región del plano $T_{\text{eff}} - \log g$ en donde las estrellas δ Sct pueden confundirse con las pre-ELMV si se consideran las incertezas externas medidas en estos parámetros. Para cada modelo, analizamos el rango de períodos, el espaciamiento de períodos y la tasa de cambio en los períodos. Además, analizamos la estabilidad pulsacional de los modos del modelo frío. Finalmente, comparamos las propiedades pulsacionales de ambos tipos de estrellas, buscando diferencias y similitudes. Como se mencionó previamente, no hemos asumido ninguna información adicional a los valores de T_{eff} y $\log g$, y los períodos observados, para los cuales no se tiene una identificación de modos. Por lo tanto, usamos $\Delta\Pi$ y $\overline{\Delta\Pi}$ para modos p únicamente como una herramienta matemática y lo mismo se aplica para $\Delta\nu$ y $\overline{\Delta\nu}$ para modos g . Nuestras principales conclusiones para ese capítulo son las siguientes:

- El rango de períodos de las estrellas δ Sct y pre-ELMV se superponen, con lo cual un modo observado podría originarse en cualquiera de ellas. Sin embargo, la naturaleza del modo (p o g) puede depender de la naturaleza de la estrella y el período de pulsación.
- En el caso de bajos órdenes radiales y períodos cortos (~ 1000 s) los modos de pulsación son modos p para ambos tipos de estrellas. Una situación similar se encuentra para los modos mixtos con períodos su-

periores a ~ 5700 s, que se corresponden con modos g si la estrella es una pre-ELMV. Una vez descubierta, la naturaleza del modo observado puede ser usada para distinguir entre estrellas pre-ELMV de δ Sct si los períodos están entre ~ 1000 s y ~ 5700 s.

- La diferencia media de períodos para el modelo de δ Sct es como mínimo cuatro veces mayor al valor correspondiente para las pre-ELMV en el rango de períodos comprendidos entre 2500 y 4600 s. Esta diferencia, que alcanza los ~ 400 s, permite distinguir entre modos p consecutivos de bajo orden radial y modos g de alto orden radial, y por lo tanto entre δ Sct y pre-ELMV. Esta diferencia mayor para las δ Sct no es sorprendente, dado que estas estrellas tienen radios entre 1.5 y $3.5R_{\odot}$ típicos de estrellas de secuencia principal, mientras que las pre-ELMV con el mismo $\log g$ tienen radios de $\sim 0.6R_{\odot}$.
- La tasa de cambio de períodos muestra una gran diferencia entre estrellas δ Sct y pre-ELMV. Para los modelos fríos, la tasa de cambio para un modo con un período de ~ 965 s es de $d\Pi/dt = 5.453 \times 10^{-5}$ s/a para el modelo de δ Sct, mientras que para el modelo de pre-ELMV es $d\Pi/dt = -1.42 \times 10^{-3}$ s/a. Nótese que las estrellas δ Sct tienen escalas de tiempo de evolución de \sim Gyrs correspondientes a la secuencia principal, mientras que las pre-ELMV están en la etapa de gigantes rojas forzada por la quema residual de H previa a la entrada por primera vez de la curva de enfriamiento de enanas blancas, evolucionando mil veces más rápido que las estrellas δ Sct.
- Nuestra exploración no adiabática preliminar indica que las estrellas δ Sct y pre-ELMV comparten parcialmente un rango de períodos inestables.
- Se presentaron tres objetos pulsantes en la región de interés: J075738.94+144827.5, J1730+0706 y J1458+0707. Se discutió la pertenencia de estos objetos a la familia de δ Sct y pre-ELMV. La estrella J075738.94+144827.5 presenta cuatro períodos y puede ser una δ Sct con cuatro modos p o también una pre-ELMV con tres modos g y un modo p . Asumiendo que los períodos entre 2000 y 3000 s tiene órdenes radiales consecutivos, entonces la diferencia de períodos observada es compatible con los valores de diferencias de períodos de modos p de estrellas δ Sct, pero no con el espaciamiento de períodos de las pre-ELMV en el mismo rango de períodos. Concluimos que esta estrella es probablemente una δ Sct, si se consideran las incertezas externas en los parámetros atmosféricos de este objeto. Para las variables J1730+0706

y J1458+0707, dada la presencia de uno y dos períodos únicamente, se requiere un mayor tiempo de observación para obtener una medición de la tasa de cambio de los períodos y establecer su pertenencia a alguna de las familias de variables mencionadas.

Las marcadas diferencias que encontramos en el espaciamiento de períodos de modos p y g y en la tasa de cambio de períodos para las estrellas δ Sct y pre-ELMV sugieren que la astrosismología puede ser empleada para distinguir entre estrellas δ Sct y pre-ELMV. Las misiones espaciales como TESS y PLATO, por ejemplo, brindarán más observaciones necesarias para aumentar el número de modos pulsacionales, estimar el espaciamiento de períodos o frecuencias y/o medir la tasa de cambio en los períodos con el objetivo de poder distinguir entre estas dos familias de estrellas pulsantes.

APÉNDICE A

Ecuaciones de pulsaciones

A.1 Resolución numérica de las ecuaciones adiabáticas

Para la resolución numérica de las ecuaciones no-radiales adiabáticas sin rotación, LP-PUL divide el modelo de equilibrio en un número finito de capas concéntricas. Esto es equivalente a discretizar el dominio de la variable independiente x en N puntos, es decir $N - 1$ segmentos x_j no necesariamente equiespaciadas, con $j = 1, \dots, N$. En este contexto se define $x_1 = 1$ como la superficie de la estrella y $x_N = 0$ como el punto central del modelo. A continuación para implementar el método de diferencias finitas se consideran a las ecuaciones:

$$\frac{dy_i}{dx} = f_i(y_1, y_2, y_3, y_4, \lambda), \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad (\text{A.1})$$

donde $\lambda = \omega^2$ y se reemplaza a las derivadas por el cociente incremental:

$$\frac{[y_i]_{j+1} - [y_i]_j}{x_{j+1} - x_j} = f_i([y_1, y_2, y_3, y_4]_{j+\frac{1}{2}}; \lambda) \quad (\text{A.2})$$

con $i = 1, 2, 3, 4$ y $j = 1, \dots, N - 1$ y en donde el subíndice $\frac{1}{2}$ indica un promedio:

APÉNDICE A. ECUACIONES DE PULSACIONES
A.1. RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE LAS ECUACIONES
ADIABÁTICAS

$$[t]_{j+\frac{1}{2}} = \frac{[t]_j + [t]_{j+1}}{2} \quad (\text{A.3})$$

Las condiciones de contorno superficiales están dadas por:

$$[y_1]_1 \left(1 + [l(l+1)/\omega^2 - 4 - \omega^2]/V\right) - [y_2]_1 + [y_3]_1(1 + [l(l+1)/\omega^2 - l - 1]/V) = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$(l+1)[y_3]_1 + [y_4]_1 = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$[y_1]_1 = 1 \quad (\text{A.6})$$

y las condiciones de contorno en el interior, son (Unno et al., 1989):

$$[y_1]_N [C_1]_N \frac{\lambda}{l} - [y_2]_N = 0 \quad (\text{A.7})$$

$$l[y_3]_N - [y_4]_N = 0 \quad (\text{A.8})$$

Para resolver el sistema se utiliza el método de Kippenhahn, Weigert & Hofmeister (1967) para el caso de evolución estelar. Se comienza con una solución aproximada y se mejora dicha solución en forma iterativa. Si la solución no difiere demasiado de la solución exacta, se realiza un desarrollo a primer orden en las correcciones de las autofunciones para cada punto de la grilla y también para el autovalor w^2 , obteniendo de esta manera un sistema lineal de ecuaciones donde las incógnitas son las correcciones a primer orden. El sistema algebraico de ecuaciones para las correcciones de primer orden se pueden expresar como:

$$\frac{\partial B_k}{\partial [y_1]_1} \delta [y_1]_1 + \dots + \frac{\partial B_k}{\partial [y_4]_1} \delta [y_4]_1 + \frac{\partial B_k}{\partial \lambda} \delta \lambda = -B_k; k = 1, 2, 3, \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_i^j}{\partial [y_1]_j} \delta [y_1]_j + \dots + \frac{\partial G_i^j}{\partial [y_4]_j} \delta [y_4]_j + \frac{\partial G_i^j}{\partial [y_1]_{j+1}} \delta [y_1]_{j+1} + \dots + \\ \frac{\partial G_i^j}{\partial [y_4]_{j+1}} \delta [y_4]_{j+1} + \dots + \frac{\partial G_i^j}{\partial \lambda} \delta \lambda = -G_i^j; \\ i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\partial C_m}{\partial [y_1]_N} \delta [y_1]_N + \dots + \frac{\partial C_m}{\partial [y_4]_N} \delta [y_4]_N + \frac{\partial C_m}{\partial \lambda} \delta \lambda = -C_m; m = 1, 2, \quad (\text{A.11})$$

donde los $\delta [y_i]_j$ son las correcciones a las autofunciones y_i en el punto j de la grilla, y $\delta \lambda$ es la corrección al autovalor λ . Las cantidades B_k , G_i^j y C_m son los valores de las ecuaciones en diferencias evaluadas en la solución que se quiere mejorar de forma iterativa.

Luego de trabajar algebraicamente se logra un sistema de ecuaciones que se puede resolver para obtener las correcciones del autovalor λ y de las autofunciones y_1 , y_2 , y_3 e y_4 en el punto central de la grilla. También se obtiene la corrección en la autofunción y_4 en el punto externo de la malla. Esta corrección en la autofunción $\delta [y_4]_{N-1}$ funciona como acoplamiento entre los puntos N y $N - 1$ y sirve para obtener el resto de las correcciones a las autofunciones en el punto $N - 1$. La aplicación de este procedimiento para sucesivos valores decrecientes de j , usando $\delta [y_4]_{j+1}$ como acoplamiento para puntos consecutivos, conduce a encontrar las correcciones para el autovalor y las autofunciones para el modelo completo. Estas correcciones son aplicadas a la solución inicial y se emplea este método iterativamente hasta el estado en el cual todas las correcciones en valor absoluto son menores a algún valor prefijado.

Para encontrar la primera aproximación a la solución y poder continuar con el procedimiento iterativo descripto, se utiliza el método del discriminante presentado por [Unno et al. \(1989\)](#).

A.2 Ecuaciones no-adiabáticas

A continuación explicaremos brevemente el código de pulsaciones no-radiales no-adiabático. En el caso no-adiabático, el sistema de ecuaciones diferenciales a resolver es el siguiente:

$$x \frac{dy_1}{dx} = (V_g - 3)y_1 + \left[\frac{l(l+1)}{c_1 \omega^2} - V_g \right] y_2 + V_g y_3 + v_T y_5 \quad (\text{A.12})$$

$$x \frac{dy_2}{dx} = (c_1 \omega^2 - A^*)y_1 + (A^* - U + 1)y_2 - A^* y_3 + v_T y_5 \quad (\text{A.13})$$

APÉNDICE A. ECUACIONES DE PULSACIONES
A.2. ECUACIONES NO-ADIABÁTICAS

$$x \frac{dy_3}{dx} = (1 - U)y_3 + y_4 \quad (\text{A.14})$$

$$x \frac{dy_4}{dx} = UA^*y_1 + UV_g y_2 + [l(l+1) - UV_g]y_3 - Uy_4 - Uv_T y_5 \quad (\text{A.15})$$

$$\begin{aligned} x \frac{dy_5}{dx} = & V \left[\nabla_{ad}(U - c_1\omega^2) - 4(\nabla_{ad} - \nabla) + c_2 \right] y_1 + \\ & + V \left[\frac{l(l+1)}{c_1\omega^2} (\nabla_{ad} - \nabla) - c_2 \right] y_2 + \\ & V c_2 y_3 + V \nabla_{ad} y_4 + V \nabla(4 - k_S) y_5 - V \nabla y_6 \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

$$\begin{aligned} x \frac{dy_6}{dx} = & \left[l(l+1) \frac{\nabla_{ad} - \nabla}{\nabla} - \epsilon_{ad} c_3 V \right] y_1 + \\ & + \left[\epsilon_{ad} c_3 V - l(l+1) \left(\frac{\nabla_{ad}}{\nabla} + \frac{c_3}{c_1\omega^2} \right) \right] y_2 + \\ & + \left[l(l+1) \frac{\nabla_{ad}}{\nabla} - \epsilon_{ad} c_3 V \right] y_3 + \\ & + \left[c_3 \epsilon_S - \frac{l(l+1)}{V \nabla} - i\omega c_4 \right] y_5 - x \frac{d \ln L_R}{dx} y_6 \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

donde los coeficientes de las ecuaciones diferenciales V_g , U , c_1 y A^* fueron definidos en las Ec. 2.25, 2.26, 2.29 y 2.27 respectivamente y V , v_T , c_2 , c_3 y c_4 están representadas por las siguiente ecuaciones:

$$V \equiv \frac{GM_r \rho}{rP} \quad (\text{A.18})$$

$$v_T = \frac{\chi_T}{\chi_\rho} \quad (\text{A.19})$$

$$c_2 = (k_{ad} - 4\nabla_{ad})V\nabla + \nabla_{ad} \left(\frac{d \ln \nabla_{ad}}{d \ln r} + V \right) \quad (\text{A.20})$$

$$c_3 = \frac{4\pi r^3 \rho \epsilon_N}{L_R} \quad (\text{A.21})$$

APÉNDICE A. ECUACIONES DE PULSACIONES
A.2. ECUACIONES NO-ADIABÁTICAS

$$c_4 = \frac{4\pi r^3 \rho T c_P}{L_R} \sqrt{\frac{GM}{R^3}} \quad (\text{A.22})$$

APÉNDICE B

Tablas de Frecuencias

Tabla B.1: Lista completa de frecuencias estelares obtenidas para CoRoT ID 102314644.

	Frecuencia [c/d]	$3\sigma_f$ [c/d]	Amplitud mag	Φ rad	$3\sigma_\Phi$ rad	Ident
F_1	11.39107	9.57E-6	0.00867	0.991	4.098E-4	p_1
F_2	0.65259	1.85E-5	0.00448	0.819	7.928E-4	$2f_{rot}$
F_3	11.89972	2.22E-5	0.00372	0.572	9.544E-4	p_2
F_4	1.00595	4.15E-5	0.00200	0.602	0.001	g_1
F_5	0.87286	4.38E-5	0.00189	0.773	0.001	g_2
F_6	0.90251	5.45E-5	0.00152	0.581	0.002	g_3
F_7	0.93445	5.53E-5	0.00150	0.237	0.002	g_4
F_8	0.32629	6.05E-5	0.00137	0.487	0.002	f_{rot}
F_9	0.88683	6.77E-5	0.00122	0.686	0.002	g_5
F_{10}	11.25403	7.15E-5	0.00116	0.117	0.003	p_3
F_{11}	11.41624	7.52E-5	0.00110	0.280	0.003	p_4
F_{12}	1.15487	8.37E-5	9.92E-4	0.872	0.003	g_6
F_{13}	2.76150	9.60E-5	8.64E-4	0.769	0.004	g_7
F_{14}	0.95072	9.85E-5	8.43E-4	0.852	0.004	g_8

APÉNDICE B. TABLAS DE FRECUENCIAS

Tabla B.2: Lista completa de frecuencias estelares obtenidas. Continuación.

	Frecuencia [c/d]	$3\sigma_f$ [c/d]	A mag	Φ rad	$3\sigma_\Phi$ rad	Ident
F_{15}	0.36959	1.01E-4	8.22E-4	0.450	0.004	g_9
F_{16}	0.46385	1.19E-4	6.95E-4	0.520	0.005	f_{spot}
F_{17}	10.73844	1.24E-4	6.67E-4	0.150	0.005	$p_1 - 2f_{rot}$
F_{18}	1.36005	1.42E-4	5.84E-4	0.943	0.006	g_{10}
F_{19}	2.86648	1.45E-4	5.72E-4	0.075	0.006	g_{11}
F_{20}	3.66310	1.48E-4	5.57E-4	0.915	0.006	g_{12}
F_{21}	22.78214	1.53E-4	5.39E-4	0.407	0.006	$2p_1$
F_{22}	13.34339	1.60E-4	5.19E-4	0.995	0.006	p_5
F_{23}	0.66913	1.68E-4	4.93E-4	0.900	0.007	g_{13}
F_{24}	0.61232	1.71E-4	4.83E-4	0.822	0.007	g_{14}
F_{25}	0.39653	1.73E-4	4.80E-4	0.011	0.007	g_{15}
F_{26}	2.88476	1.78E-4	4.64E-4	0.306	0.007	g_{16}
F_{27}	0.57377	1.87E-4	4.43E-4	0.997	0.008	g_{17}
F_{28}	1.04855	1.96E-4	4.22E-4	0.368	0.008	g_{18}
F_{29}	0.91855	2.13E-4	3.88E-4	0.207	0.009	g_{19}
F_{30}	0.50955	2.33E-4	3.56E-4	0.974	0.009	g_{20}
F_{31}	2.65892	2.36E-4	3.51E-4	0.711	0.010	g_{21}
F_{32}	0.42446	2.38E-4	3.48E-4	0.103	0.010	g_{22}
F_{33}	0.52895	2.40E-4	3.45E-4	0.805	0.010	g_{23}
F_{34}	12.63590	2.67E-4	3.10E-4	0.480	0.011	p_6
F_{35}	23.29078	2.70E-4	3.06E-4	0.938	0.011	$p_1 + p_2$
F_{36}	3.42058	2.76E-4	3.00E-4	0.727	0.011	g_{24}
F_{37}	0.98517	2.81E-4	2.952E-4	0.979	0.012	g_{25}
F_{38}	0.69828	2.85E-4	2.91E-4	0.084	0.012	g_{26}
F_{39}	2.64629	2.87E-4	2.88E-4	0.500	0.012	g_{27}
F_{40}	10.89784	2.88E-4	2.88E-4	0.506	0.012	$p_1 - g_1$
F_{41}	0.49866	3.00E-4	2.76E-4	0.018	0.012	g_{28}
F_{42}	2.92852	3.04E-4	2.72E-4	0.483	0.013	g_{29}
F_{43}	2.82365	3.07E-4	2.69E-4	0.620	0.013	g_{30}
F_{44}	2.97441	3.10E-4	2.67E-4	0.455	0.013	g_{31}
F_{45}	11.67328	3.62E-4	2.28E-4	0.292	0.015	p_7
F_{46}	12.41205	4.59E-4	1.80E-4	0.946	0.019	p_8
F_{47}	5.03888	4.77E-4	1.73E-4	0.259	0.020	i_1
F_{48}	10.93192	4.96E-4	1.67E-4	0.019	0.021	p_9
F_{49}	11.24675	5.72E-4	1.45E-4	0.401	0.024	$p_2 - 2f_{rot}$
F_{50}	22.64486	5.77E-4	1.43E-4	0.363	0.024	$p_1 + p_3$
F_{51}	12.04353	6.26E-4	1.32E-4	0.209	0.026	$p_1 + 2f_{rot}$
F_{52}	22.80735	6.69E-4	1.24E-4	0.498	0.028	$p_1 + p_4$

APÉNDICE B. TABLAS DE FRECUENCIAS

Tabla B.3: Lista completa de frecuencias estelares obtenidas. Continuación.

	Frecuencia [c/d]	$3\sigma_f$ [c/d]	A mag	Φ rad	$3\sigma_\Phi$ rad	Ident
F_{53}	10.51816	7.18E-4	1.15E-4	0.095	0.030	$p_1 - g_2$
F_{54}	10.38536	7.29E-4	1.13E-4	0.166	0.031	$p_1 - g_1$
F_{55}	10.76353	7.89E-4	1.05E-4	0.134	0.033	$p_4 - 2f_{rot}$
F_{56}	23.79931	8.10E-4	1.02E-4	0.866	0.034	$2p_2$
F_{57}	14.92732	8.62E-4	9.63E-5	0.018	0.036	p_{10}
F_{58}	12.26440	8.64E-4	9.60E-5	0.298	0.037	$p_1 + g_2$
F_{59}	12.39788	9.02E-4	9.20E-5	0.707	0.038	$p_1 + g_1$
F_{60}	13.79589	9.16E-4	9.06E-5	0.073	0.039	p_{11}
F_{61}	10.45718	9.42E-4	8.81E-5	0.439	0.040	$p_1 - g_4$
F_{62}	11.71775	9.57E-4	8.67E-5	0.297	0.041	$p_1 + f_{rot}$
F_{63}	12.32561	9.75E-4	8.51E-5	0.143	0.041	$p_1 + g_4$
F_{64}	8.62954	9.78E-4	8.48E-5	0.996	0.041	$p_1 - g_7$
F_{65}	12.29424	9.92E-4	8.36E-5	0.419	0.042	$p_1 + g_3$
F_{66}	14.45601	9.98E-4	8.32E-5	0.897	0.042	p_{12}
F_{67}	10.48902	0.00102	8.08E-5	0.448	0.044	$p_1 - g_3$
F_{68}	11.06506	0.00105	7.85E-5	0.036	0.045	$p_1 - f_{rot}$
F_{69}	12.08386	0.00108	7.63E-5	0.729	0.046	$p_6 - f_{rot}$
F_{70}	11.64833	0.00116	7.16E-5	0.781	0.049	p_{13}
F_{71}	23.15392	0.00119	6.92E-5	0.378	0.051	$p_2 + p_3$
F_{72}	10.92496	0.00124	6.69E-5	0.384	0.053	p_{14}
F_{73}	10.23606	0.00124	6.67E-5	0.280	0.053	$p_1 - g_6$
F_{74}	10.50459	0.00125	6.61E-5	0.723	0.053	$p_1 - g_5$
F_{75}	14.89416	0.00126	6.56E-5	0.415	0.054	p_{15}
F_{76}	7.72828	0.00132	6.27E-5	0.590	0.056	i_2
F_{77}	14.90428	0.00134	6.17E-5	0.170	0.057	p_{16}
F_{78}	14.15072	0.00140	5.92E-5	0.695	0.060	$p_1 + g_7$
F_{79}	15.09804	0.00141	5.89E-5	0.276	0.060	p_{17}
F_{80}	15.16726	0.00141	5.88E-5	0.770	0.060	p_{18}
F_{81}	24.73414	0.00153	5.40E-5	0.560	0.065	$p_1 + p_5$
F_{82}	12.54761	0.00159	5.20E-5	0.025	0.068	$p_1 + g_6$
F_{83}	14.00541	0.00164	5.04E-5	0.537	0.070	p_{19}
F_{84}	13.99833	0.00168	4.94E-5	0.066	0.071	$p_5 + 2f_{rot}$
F_{85}	27.92788	0.00181	4.57E-5	0.513	0.077	p_{21}
F_{86}	22.12889	0.00196	4.23E-5	0.745	0.084	$2p_1 - 2f_{rot}$
F_{87}	21.39415	0.00207	4.00E-5	0.071	0.088	p_{22}
F_{88}	15.05263	0.00222	3.74E-5	0.724	0.095	p_{23}

APÉNDICE B. TABLAS DE FRECUENCIAS

Tabla B.4: Orden radial (k), períodos en segundos y frecuencias en mHz y c/d para los modos g del modelo frío de δ Sct (triángulo derecho en Fig. 4.1).

k	Período [s]	Frecuencia [mHz]	Frecuencia [c/d]
1	5748.0217	0.17397290	15.0313
2	8290.8955	0.12061423	10.4211
3	11737.461	0.85197305E-01	7.36105
4	15121.630	0.66130438E-01	5.71367
5	18159.665	0.55067096E-01	4.7578
6	20746.138	0.48201743E-01	4.16463
7	23801.457	0.42014234E-01	3.63003
8	27277.711	0.36659967E-01	3.16742
9	30715.686	0.32556655E-01	2.81289
10	33448.984	0.29896275E-01	2.58304
11	35731.661	0.27986384E-01	2.41802
12	38811.415	0.25765616E-01	2.22615
13	41738.563	0.23958659E-01	2.07003
14	44023.330	0.22715229E-01	1.9626
15	46958.650	0.21295331E-01	1.83992
16	50361.060	0.19856612E-01	1.71561

APÉNDICE B. TABLAS DE FRECUENCIAS

Tabla B.5: Idem Tabla B.4, pero para los modos g del modelo frío de pre-ELMV (triángulo derecho en Fig. 4.1).

k	Período [s]	Frecuencia [mHz]	Frecuencia. [c/d]
1	1077.7198	0.92788493	80.1693
2	1120.1445	0.89274194	77.1329
3	1189.2745	0.84084875	72.6493
4	1255.3036	0.79662005	68.828
5	1306.5457	0.76537695	66.1286
6	1400.4438	0.71405938	61.6947
7	1459.0320	0.68538595	59.2173
8	1515.8464	0.65969745	56.9979
9	1606.3661	0.62252309	53.786
10	1695.5839	0.58976735	50.9559
11	1746.5640	0.57255274	49.4686
12	1819.0768	0.54972939	47.4966
13	1915.8405	0.52196413	45.0977
14	2010.1655	0.49747147	42.9815
15	2065.3803	0.48417232	41.8325
16	2134.8242	0.46842265	40.4717
17	2231.8625	0.44805628	38.7121
18	2335.4907	0.42817555	36.9944
19	2431.2727	0.41130722	35.5369
20	2521.5297	0.39658465	34.2649
21	2578.2539	0.38785940	33.5111
22	2661.1221	0.37578133	32.4675
23	2757.5222	0.36264440	31.3325
24	2860.3180	0.34961148	30.2064
25	2963.5512	0.33743301	29.1542
26	3064.0158	0.32636907	28.1983
27	3167.4945	0.31570694	27.2771
28	3266.2088	0.30616536	26.4527
29	3357.3064	0.29785783	25.7349
30	3428.3023	0.29168956	25.202
31	3504.1919	0.28537250	24.6562
32	3599.1062	0.27784676	24.006

APÉNDICE B. TABLAS DE FRECUENCIAS

Tabla B.6: Tabla B.5. Continuación.

33	3699.5019	0.27030666	23.3545
34	3804.0303	0.26287909	22.7128
35	3906.7701	0.25596592	22.1155
36	4011.5483	0.24928031	21.5378
37	4117.1873	0.24288426	20.9852
38	4220.9141	0.23691551	20.4695
39	4327.5460	0.23107784	19.9651
40	4433.4207	0.22555946	19.4883
41	4538.1359	0.22035480	19.0387
42	4645.8408	0.21524629	18.5973
43	4751.8075	0.21044623	18.1826
44	4857.6097	0.20586256	17.7865
45	4966.2464	0.20135932	17.3974
46	5072.7264	0.1971326	17.0323
47	5179.7979	0.19305772	16.6802
48	5288.1439	0.18910227	16.3384
49	5393.1616	0.18542000	16.0203
50	5471.1905	0.18277558	15.7918
51	5510.9013	0.18145852	15.678
52	5615.5779	0.17807606	15.3858
53	5722.0394	0.17476286	15.0995
54	5831.9158	0.17147024	14.815
55	5941.2743	0.16831406	14.5423
56	6048.4160	0.16533254	14.2847
57	6159.2673	0.16235697	14.0276
58	6268.8071	0.15951998	13.7825
59	6377.0121	0.15681325	13.5487
60	6488.9050	0.15410921	13.315
61	6598.7174	0.15154460	13.0935
62	6708.2016	0.14907125	12.8798
63	6820.6575	0.14661343	12.6674

APÉNDICE B. TABLAS DE FRECUENCIAS

Tabla B.7: Idem Tabla B.4, pero para modos p del modelo “frío” de δ Sct model (triángulo derecho en Fig. 4.1). La tasa de cambio de períodos discutida en el texto está calculada para el modo indicado en negrita.

k	Período [s]	Frecuencia [mHz]	Frecuencia [c/d]
27	440.66300	2.2693078	196.068
26	480.06639	2.0830452	179.975
25	397.14276	2.5179863	217.554
24	631.11100	1.5845073	136.901
23	685.04889	1.4597498	126.122
22	715.47043	1.3976818	120.76
21	748.51276	1.3359826	115.429
20	784.46356	1.2747565	110.139
19	823.68257	1.2140599	104.895
18	866.67120	1.1538401	99.6918
17	914.11943	1.0939490	94.5172
16	966.95122	1.0341783	89.353
15	1026.3412	0.97433485	84.1825
14	1093.7161	0.91431409	78.9967
13	1170.7270	0.85417009	73.8003
12	1259.3439	0.79406425	68.6072
11	1361.8839	0.73427698	63.4415
10	1481.2000	0.67512828	58.3311
9	1620.9294	0.61693001	53.3028
8	1785.5962	0.56003704	48.3872
7	1981.7053	0.50461589	43.5988
6	2221.3037	0.45018608	38.8961
5	2529.6773	0.39530735	34.1546
4	2946.6472	0.33936875	29.3215
3	3523.0171	0.28384761	24.5244
2	4280.1302	0.23363775	20.1863
1	4579.9606	0.21834249	18.8648

APÉNDICE B. TABLAS DE FRECUENCIAS

Tabla B.8: Idem Tabla B.4, pero para modos p del modelo “frío” de pre-ELMV (triángulo derecho en Fig. 4.1). La tasa de cambio de períodos discutida en el texto está calculada para el modos indicado con negrita.

k	Period [s]	Freq. [mHz]	Freq. [c/d]
26	132.55850	7.5438392	651.788
25	142.28993	7.0279044	607.211
24	219.42525	4.5573607	393.756
23	262.53175	3.8090631	329.103
22	294.33302	3.3975121	293.545
21	327.31241	3.0551851	263.968
20	354.92072	2.8175306	243.435
19	398.44561	2.5097528	216.843
18	430.31485	2.3238798	200.783
17	448.53324	2.2294892	192.628
16	467.23201	2.1402643	184.919
15	488.73314	2.0461064	176.784
14	513.86912	1.9460208	168.136
13	541.64878	1.8462148	159.513
12	563.01488	1.7761520	153.46
11	582.02471	1.7181401	148.447
10	618.30639	1.6173212	139.737
9	661.11271	1.5126014	130.689
8	692.68113	1.4436657	124.733
7	720.54634	1.3878358	119.909
6	773.34419	1.2930853	111.723
5	811.28450	1.2326132	106.498
4	857.77214	1.1658108	100.726
3	894.03032	1.1185303	96.641
2	963.71573	1.0376504	89.653
1	999.72392	1.000276	86.4238

BIBLIOGRAFÍA

- Adelman, S. J. 2004, Proceedings of the International Astronomical Union, 2004, 1â11
- Aerts, C., Christensen-Dalsgaard, J., & Kurtz, D. W. 2010, Asteroseismology
- Althaus, L. G., Córscico, A. H., Isern, J., & García-Berro, E. 2010, AAPR, 18, 471
- Althaus, L. G., Miller Bertolami, M. M., & Córscico, A. H. 2013, A&A, 557, A19
- Althaus, L. G., Serenelli, A. M., Córscico, A. H., & Montgomery, M. H. 2003, A&A, 404, 593
- Althaus, L. G., Serenelli, A. M., Panei, J. A., et al. 2005, A&A, 435, 631
- Angulo, C. 1999, in American Institute of Physics Conference Series, Vol. 495, American Institute of Physics Conference Series, 365–366
- Antoci, V., Cunha, M., Houdek, G., et al. 2014, ApJ, 796, 118
- Auvergne, M., Bodin, P., Boisdard, L., et al. 2009, A&A, 506, 411
- Balona, L. A. 2010, Challenges In Stellar Pulsation. (L.A. Balona. eISBN: 978-1-60805-185-4, Bentham Publishers, 2010.)
- Balona, L. A., Daszyńska-Daszkiewicz, J., & Pamyatnykh, A. A. 2015, MNRAS, 452, 3073
- Balona, L. A., Krisciunas, K., & Cousins, A. W. J. 1994, MNRAS, 270, 905

- Balona, L. A. & Nemec, J. M. 2012, *MNRAS*, 426, 2413
- Battich, T., Bertolami, M. M. M., Córscico, A. H., & Althaus, L. G. 2018, *A&A*, 614, A136
- Bell, K. J., Gianninas, A., Hermes, J. J., et al. 2016, ArXiv e-prints
- Bognár, Z., Lampens, P., Frémat, Y., et al. 2015, *A&A*, 581, A77
- Borucki, W. J. 2016, *Reports on Progress in Physics*, 79, 036901
- Bouabid, M.-P., Dupret, M.-A., Salmon, S., et al. 2013, *MNRAS*, 429, 2500
- Bouabid, M.-P., Montalbán, J., Miglio, A., et al. 2009a, in *American Institute of Physics Conference Series*, Vol. 1170, American Institute of Physics Conference Series, ed. J. A. Guzik & P. A. Bradley, 477–479
- Bouabid, M.-P., Montalbán, J., Miglio, A., et al. 2009b, in *American Institute of Physics Conference Series*, Vol. 1170, American Institute of Physics Conference Series, ed. J. A. Guzik & P. A. Bradley, 477–479
- Bowman, D. M., Kurtz, D. W., Breger, M., Murphy, S. J., & Holdsworth, D. L. 2016, *MNRAS*, 460, 1970
- Bradley, P. A., Guzik, J. A., Miles, L. F., et al. 2015, *AJ*, 149, 68
- Brassard, P., Fontaine, G., Wesemael, F., Kawaler, S. D., & Tassoul, M. 1991, *ApJ*, 367, 601
- Breger, M. 2000, *Baltic Astronomy*, 9, 149
- Breger, M., Fossati, L., Balona, L., et al. 2012, *ApJ*, 759, 62
- Breger, M. & Pamyatnykh, A. A. 1998, *A&A*, 332, 958
- Brown, W. R., Kilic, M., Allende Prieto, C., & Kenyon, S. J. 2010, *ApJ*, 723, 1072
- Brunsdén, E., Pollard, K. R., Cottrell, P. L., et al. 2015, *MNRAS*, 447, 2970
- Bruntt, H., Bikmaev, I. F., Catala, C., et al. 2004, *A&A*, 425, 683
- Calcaferro, L. M., Althaus, L. G., & Córscico, A. H. 2018, *A&A*, 614, A49
- Calcaferro, L. M., Córscico, A. H., & Althaus, L. G. 2017, *A&A*, 600, A73
- Camisassa, M. E., Althaus, L. G., Córscico, A. H., et al. 2018, ArXiv e-prints

- Catelan, M. & Smith, H. A. 2015, *Pulsating Stars*
- Caughlan, G. R. & Fowler, W. A. 1988, *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 40, 283
- Chapellier, E. & Mathias, P. 2013, *A&A*, 556, A87
- Chapellier, E., Mathias, P., Weiss, W. W., Le Contel, D., & Debosscher, J. 2012, *A&A*, 540, A117
- Chapellier, E., Rodríguez, E., Auvergne, M., et al. 2011, *A&A*, 525, A23
- Charbonnel, C. & Zahn, J.-P. 2007, *A&A*, 467, L15
- Christensen-Dalsgaard, J. 1982, *MNRAS*, 199, 735
- Christensen-Dalsgaard, J., Däppen, W., Dziembowski, W. A., & Guzik, J. A. 2000, in *NATO ASIC Proc. 544: Variable Stars as Essential Astrophysical Tools*, 59
- Civelek, R., Kızıloğlu, N., & Kirbıyık, H. 2001, *AJ*, 122, 2042
- Córsico, A. H. 2003, PhD thesis (Universidad Nacional de La Plata)
- Córsico, A. H., Althaus, L. G., Calcaferro, L. M., et al. 2016a, *ArXiv e-prints*
- Córsico, A. H., Althaus, L. G., Calcaferro, L. M., et al. 2017, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 509, 20th European White Dwarf Workshop, ed. P.-E. Tremblay, B. Gaensicke, & T. Marsh, 289
- Córsico, A. H., Althaus, L. G., Kepler, S. O., Costa, J. E. S., & Miller Bertolami, M. M. 2008, *A&A*, 478, 869
- Córsico, A. H., Althaus, L. G., & Miller Bertolami, M. M. 2006, *A&A*, 458, 259
- Córsico, A. H., Althaus, L. G., Miller Bertolami, M. M., Kepler, S. O., & García-Berro, E. 2014, *JCAP*, 8, 054
- Córsico, A. H., Althaus, L. G., Romero, A. D., et al. 2012, *JCAP*, 12, 010
- Córsico, A. H., Althaus, L. G., Serenelli, A. M., et al. 2016b, *A&A*, 588, A74
- Córsico, A. H. & Benvenuto, O. G. 2002, *Ap&SS*, 279, 281
- Corti, M. A., Kanaan, A., Córsico, A. H., et al. 2016, *A&A*, 587, L5

- Cox, J. P. 1980, Theory of stellar pulsation. (Research supported by the National Science Foundation Princeton, NJ, Princeton University Press, 1980. 393 p.)
- De Gerónimo, F. C., Althaus, L. G., Córscico, A. H., Romero, A. D., & Kepler, S. O. 2018, *A&A*, 613, A46
- Dederick, E. & Jackiewicz, J. 2017, *ApJ*, 837, 148
- Degroote. 2010, Asteroseismology of OB stars with the Corot Space mission (PhD Thesis)
- Deleuil, M., Meunier, J. C., Moutou, C., et al. 2009, *AJ*, 138, 649
- Driebe, T., Schoenberner, D., Bloeker, T., & Herwig, F. 1998, *VizieR Online Data Catalog*, 333, 90123
- Dupret, M.-A., Grigahcène, A., Garrido, R., et al. 2005a, *MNRAS*, 361, 476
- Dupret, M.-A., Grigahcène, A., Garrido, R., Gabriel, M., & Scuflaire, R. 2004, *A&A*, 414, L17
- Dupret, M.-A., Grigahcène, A., Garrido, R., Gabriel, M., & Scuflaire, R. 2005b, *A&A*, 435, 927
- Dziembowski, W. A. 1971, *ACTAA*, 21, 289
- Dziembowski, W. A., Moskalik, P., & Pamyatnykh, A. A. 1993, *MNRAS*, 265, 588
- Eyer, L. & Mowlavi, N. 2008, in *Journal of Physics Conference Series*, Vol. 118, *Journal of Physics Conference Series*, 012010
- Ferguson, J. W., Alexander, D. R., Allard, F., et al. 2005, *ApJ*, 623, 585
- Gai, N., Basu, S., Chaplin, W. J., & Elsworth, Y. 2011, *ApJ*, 730, 63
- Gaia Collaboration, Brown, A. G. A., Vallenari, A., et al. 2016a, *A&A*, 595, A2
- Gaia Collaboration, Prusti, T., de Bruijne, J. H. J., et al. 2016b, *A&A*, 595, A1
- Gianninas, A., Curd, B., Fontaine, G., Brown, W. R., & Kilic, M. 2016, *ApJL*, 822, L27

- Gillon, M. & Magain, P. 2006, *A&A*, 448, 341
- Gizon, L., Sekii, T., Takata, M., et al. 2016, *Science Advances*, 2, e1601777
- Grevesse, N. & Noels, A. 1993, in *Origin and Evolution of the Elements*, ed. N. Prantzos, E. Vangioni-Flam, & M. Casse, 15–25
- Grigahcène, A., Antoci, V., Balona, L., et al. 2010, *ApJL*, 713, L192
- Handler, G. 2009, *MNRAS*, 398, 1339
- Handler, G. 2012, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 462, *Progress in Solar/Stellar Physics with Helio- and Asteroseismology*, ed. H. Shibahashi, M. Takata, & A. E. Lynas-Gray, 111
- Hansen, C. J., Kawaler, S. D., & Trimble, V. 2004, *Stellar interiors : physical principles, structure, and evolution*
- Hareter, M., Reegen, P., Miglio, A., et al. 2010, *ArXiv e-prints*
- Hekker, S. & Ball, W. H. 2014, *A&A*, 564, A105
- Henry, G. W. & Fekel, F. C. 2005, *AJ*, 129, 2026
- Hermes, J. J., Montgomery, M. H., Gianninas, A., et al. 2013a, *MNRAS*, 436, 3573
- Hermes, J. J., Montgomery, M. H., Winget, D. E., et al. 2013b, *ApJ*, 765, 102
- Hermes, J. J., Montgomery, M. H., Winget, D. E., et al. 2012, *ApJL*, 750, L28
- Herwig, F. 2000, *A&A*, 360, 952
- Herwig, F., Bloeker, T., Schoenberner, D., & El Eid, M. 1997, *A&A*, 324, L81
- Herzberg, W., Uytterhoeven, K., & Roth, M. 2012, *Astronomische Nachrichten*, 333, 1077
- Hofmeister, E., Kippenhahn, R., & Weigert, A. 1964, *ZAP*, 59, 215
- Huber, D., Silva Aguirre, V., Matthews, J. M., et al. 2014, *ApJS*, 211, 2
- Iglesias, C. A. & Rogers, F. J. 1996, *ApJ*, 464, 943

- Istrate, A. G., Fontaine, G., Gianninas, A., et al. 2016a, *A&A*, 595, L12
- Istrate, A. G., Marchant, P., Tauris, T. M., et al. 2016b, *A&A*, 595, A35
- Istrate, A. G., Tauris, T. M., & Langer, N. 2014, *A&A*, 571, A45
- Jeffery, C. S. & Saio, H. 2013, *MNRAS*, 435, 885
- Kanaan, A., Kepler, S. O., & Winget, D. E. 2002, *A&A*, 389, 896
- Kawaler, S. D., Winget, D. E., & Hansen, C. J. 1985, *ApJ*, 295, 547
- Keen, M. A., Bedding, T. R., Murphy, S. J., et al. 2015, *MNRAS*, 454, 1792
- Kennedy, J. R., Jefferies, S. M., & Hill, F. 1993, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 42, GONG 1992. Seismic Investigation of the Sun and Stars, ed. T. M. Brown, 273
- Kepler, S. O. 1993, *Baltic Astronomy*, 2, 515
- Kepler, S. O., Pelisoli, I., Koester, D., et al. 2016, *MNRAS*, 455, 3413
- Kilic, M., Hermes, J. J., Gianninas, A., & Brown, W. R. 2015, *MNRAS*, 446, L26
- King, H., Matthews, J. M., Row, J. F., et al. 2006, *Communications in Asteroseismology*, 148, 28
- Kippenhahn, R., Weigert, A., & Weiss, A. 2012, *Stellar Structure and Evolution*
- Koester, D. 2010, , 81, 921
- Kurtz, D. W., Hambleton, K. M., Shibahashi, H., Murphy, S. J., & Prša, A. 2015, *MNRAS*, 446, 1223
- Kurtz, D. W., Saio, H., Takata, M., et al. 2014, *MNRAS*, 444, 102
- Lai, D. 2012, *MNRAS*, 423, 486
- Lenz, P. & Breger, M. 2005, *Communications in Asteroseismology*, 146, 53
- Lenz, P., Pamyatnykh, A. A., Breger, M., & Antoci, V. 2008, *A&A*, 478, 855
- Lenz, P., Pamyatnykh, A. A., Zdravkov, T., & Breger, M. 2010, *A&A*, 509, A90

- Magni, G. & Mazzitelli, I. 1979, *A&A*, 72, 134
- Masana, E., Jordi, C., & Ribas, I. 2006, *A&A*, 450, 735
- Maxted, P. F. L., Serenelli, A. M., Marsh, T. R., et al. 2014, *MNRAS*, 444, 208
- Maxted, P. F. L., Serenelli, A. M., Miglio, A., et al. 2013, *NAT*, 498, 463
- Miglio, A., Montalbán, J., Noels, A., & Eggenberger, P. 2008, *MNRAS*, 386, 1487
- Miller Bertolami, M. M., Melendez, B. E., Althaus, L. G., & Isern, J. 2014, *JCAP*, 10, 069
- Montgomery, M. H. & Odonoghue, D. 1999, *Delta Scuti Star Newsletter*, 13, 28
- Moravveji, E., Aerts, C., Pápics, P. I., Triana, S. A., & Vandoren, B. 2015, *A&A*, 580, A27
- Morel, P. & Lebreton, Y. 2008, *Ap&SS*, 316, 61
- Murphy, S. J., Pigulski, A., Kurtz, D. W., et al. 2013, *MNRAS*, 432, 2284
- Nemec, J. M., Balona, L. A., Murphy, S. J., Kinemuchi, K., & Jeon, Y.-B. 2016, *ArXiv e-prints*
- Nemec, J. M., Balona, L. A., Murphy, S. J., Kinemuchi, K., & Jeon, Y.-B. 2017, *MNRAS*, 466, 1290
- Ouazzani, R.-M., Salmon, S. J. A. J., Antoci, V., et al. 2017, *MNRAS*, 465, 2294
- Pamyatnykh, A. A. 1999, *ACTAA*, 49, 119
- Paxton, B., Bildsten, L., Dotter, A., et al. 2011, *ApJS*, 192, 3
- Pelisoli, I., Kepler, S. O., & Koester, D. 2018, *MNRAS*, 475, 2480
- Pelisoli, I., Kepler, S. O., Koester, D., & Romero, A. D. 2017, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 509, 20th European White Dwarf Workshop, ed. P.-E. Tremblay, B. Gaensicke, & T. Marsh, 447
- Pesnell, W. D. 1985, *ApJ*, 292, 238

- Pietrukowicz, P., Dziembowski, W. A., Latour, M., et al. 2017, *Nature Astronomy*, 1, 0166
- Ricker, G. R., Winn, J. N., Vanderspek, R., et al. 2015, *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems*, 1, 014003
- Ripepi, V., Cusano, F., di Criscienzo, M., et al. 2011, *MNRAS*, 416, 1535
- Rodríguez, E. & López-González, M. J. 2000, *A&A*, 359, 597
- Romero, A. D., Córscico, A. H., Althaus, L. G., et al. 2012, *MNRAS*, 420, 1462
- Rowe, J. F., Matthews, J. M., Cameron, C., et al. 2006, *Communications in Asteroseismology*, 148, 34
- Saio, H., Kurtz, D. W., Takata, M., et al. 2015, *MNRAS*, 447, 3264
- Salaris, M. & Cassisi, S. 2005, *Evolution of Stars and Stellar Populations*
- Samadi, R., Goupil, M.-J., & Houdek, G. 2002, *A&A*, 395, 563
- Samus', N. N., Kazarovets, E. V., Durlevich, O. V., Kireeva, N. N., & Pastukhova, E. N. 2017, *Astronomy Reports*, 61, 80
- Sánchez Arias, J. P., Córscico, A. H., & Althaus, L. G. 2017, *A&A*, 597, A29
- Sánchez Arias, J. P., Romero, A. D., Córscico, A. H., et al. 2018, *A&A*, 616, A80
- Schaller, G., Schaerer, D., Meynet, G., & Maeder, A. 1992, *A&AS*, 96, 269
- Schmid, V. S. & Aerts, C. 2016, *A&A*, 592, A116
- Serenelli, A. M., Althaus, L. G., Rohrmann, R. D., & Benvenuto, O. G. 2001, *MNRAS*, 325, 607
- Smolec, R. 2014, in *IAU Symposium, Vol. 301, Precision Asteroseismology*, ed. J. A. Guzik, W. J. Chaplin, G. Handler, & A. Pigulski, 265–272
- Solano, E. & Fernley, J. 1997, *A&AS*, 122, 131
- Tassoul, M. 1980, *ApJS*, 43, 469
- Tassoul, M., Fontaine, G., & Winget, D. E. 1990, *ApJS*, 72, 335
- Tkachenko, A., Aerts, C., Yakushechkin, A., et al. 2013, *A&A*, 556, A52

- Townsend, R. H. D. & Teitler, S. A. 2013, MNRAS, 435, 3406
- Trampedach, R., Stein, R. F., Christensen-Dalsgaard, J., Nordlund, Å., & Asplund, M. 2014, MNRAS, 445, 4366
- Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H., & Shibahashi, H. 1989, Nonradial oscillations of stars. (Nonradial oscillations of stars, Tokyo: University of Tokyo Press, 1989, 2nd ed.)
- Uytterhoeven, K., Mathias, P., Poretti, E., et al. 2008a, A&A, 489, 1213
- Uytterhoeven, K., Moya, A., Grigahcène, A., et al. 2011, A&A, 534, A125
- Uytterhoeven, K., Poretti, E., Rainer, M., et al. 2008b, Journal of Physics Conference Series, 118, 012077
- Van Cleve, J. E., Howell, S. B., Smith, J. C., et al. 2016, PASP, 128, 075002
- Wachlin, F. C., Vauclair, G., Vauclair, S., & Althaus, L. G. 2017, A&A, 601, A13
- Walker, G., Matthews, J., Kuschnig, R., et al. 2003, PASP, 115, 1023
- Weiss, A. & Ferguson, J. W. 2009, A&A, 508, 1343
- Zhang, X. B., Fu, J. N., Li, Y., Ren, A. B., & Luo, C. Q. 2016, ApJL, 821, L32