

**Grupo
Fluidodinámica
Computacional
Facultad de Ingeniería - UNLP**



Diseño de un Inductor Axial con Proyección Meridional Fija

Juan Manuel Torres Zanardi

Trabajo Final de Grado en Ingeniería Aeronáutica

Febrero de 2019



FACULTAD DE INGENIERÍA
Universidad Nacional de La Plata



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE LA PLATA

Director: Ing. Federico Bacchi

Co-Director: Dra. Ana E. Scarabino

La Plata, República Argentina

Contenido

1	Introducción.....	1
1.1	Breve reseña sobre inductores	1
1.2	Motivación del trabajo.....	4
2	Marco Teórico.....	5
2.1	Teoría de Bombas.....	5
2.1.1	Características Globales de Rendimiento	5
2.1.2	Rendimiento con cavitación	6
2.2	Dinámica de los Fluidos Computacional	8
2.2.1	Método de los Volúmenes Finitos (FVM).....	8
2.2.2	Modelos Turbulencia.....	9
2.2.3	Modelo de Cavitación.....	10
2.2.4	Modelo del Flujo en Sistemas de Referencia Múltiples (MRF).....	12
3	Metodología	13
3.1	Diseño/Optimización	13
3.2	Especificaciones de Diseño	13
3.3	Generación de la geometría	15
3.4	Modelo Numérico del Inductor	16
3.4.1	Dominio Computacional.....	16
3.4.2	Discretización espacial (mallado)	17
3.4.3	Condiciones de Borde.....	18
3.4.4	Configuración del modelo numérico.	18
4	Exploración de las Variables de Diseño.....	19
4.1	Exploración de variables, Bloque Cero ($Bq-0$).....	19
4.1.1	Resultados del bloque Bq-0 (sin cavitación)	19
4.2	Exploración de variables, Bloque Uno ($Bq-1$).....	20
4.2.1	Resultados del bloque Bq-0 (sin cavitación)	21
4.3	Exploración de las variables, Bloque Dos ($Bq-2$).....	21
4.3.1	Resultados del bloque Bq-2 (sin cavitación)	23
4.4	Selección de los Inductores	23
5	Análisis multifásico	25
5.1	Inductor n°6.....	25
5.1.1	Geometría.....	25
5.1.2	Desempeño General.....	27
5.1.3	Presiones.....	27
5.1.4	Velocidades.....	29
5.2	Inductor n°7.5.....	33
5.2.1	Geometría.....	33
5.2.2	Desempeño General.....	34
5.2.3	Presiones.....	35
5.2.4	Velocidades.....	37
5.3	Inductor n°7.8.....	41
5.3.1	Geometría.....	41
5.3.2	Desempeño General.....	42
5.3.3	Presiones.....	43
5.3.4	Velocidades.....	45
5.4	Curvas de caída de presión.....	49
5.4.1	Inductor n°6	50

5.4.2 Inductor n°7.5.....	51
5.4.3 Inductor n°7.8.....	52
6 Conclusiones	53
7 Bibliografía.....	54

Lista de Figuras

Figura 1.1. Evolución de la relación potencia/peso en turbobombas para propelentes en motores cohete de los EE. UU. [1].....	1
Figura 1.2. Geometrías típicas de inductores para turbo bombas [2].....	3
Figura 2.1: Ejemplo de curva altura vs caudal.....	6
Figura 2.2: Tipos de cavitación que se presentan en bombas e inductores. [3].....	6
Figura 2.3: Ejemplo de una curva de caída de presión. [3].....	7
Figura 3.1 - Requerimientos secundarios, dimensiones de la sección meridional	14
Figura 3.2: Ángulos de entrada (le) y salida (te) del álabe del inductor.....	15
Figura 3.3: Ejemplo de “ <i>Radial Blade Element</i> ”.....	15
Figura 3.4: Coordenadas intrínsecas (M, θ).....	16
Figura 3.5: Dimensiones del dominio computacional.	17
Figura 3.6: Ejemplo del mallado de los inductores.....	18
Figura 4.1: Zonas de cavitación en el inductor A.....	20
Figura 4.2: Variación lineal de β_{BH} sobre el hub, en la dirección meridional.....	20
Figura 4.3: Variación cuadrática de β_{BH} sobre el hub, en la dirección meridional.....	22
Figura 4.4: Posiciones del punto de control “ bp ” en el ensayo Bq-2.....	22
Figura 4.5: Diagrama de los diferentes puntos de diseño analizados.....	24
Figura 5.1: Inductor n°6, vistas frontal y lateral izquierda.	25
Figura 5.2: Inductor n°6, vista isométrica.....	26
Figura 5.3: Dominio de simulación y estaciones de toma de datos.	27
Figura 5.4: Variación longitudinal de las presiones medias, estáticas y totales.	28
Figura 5.5: Campo de presión estática sobre el plano de simetría YZ.	28
Figura 5.6: Campo de presión estática al 50% de la altura de los álabes.....	28
Figura 5.7: Campo de presión total absoluta sobre el plano de simetría YZ.	29
Figura 5.8: Campo de presión total absoluta al 50% de la altura de los álabes.....	29
Figura 5.9: Triangulo de velocidades.....	30
Figura 5.10: Velocidad absoluta, sobre el plano de simetría YZ.	32
Figura 5.11: Velocidad relativa al 50% de la altura de los álabes.....	32
Figura 5.12: Inductor n°7.5, vistas frontal y lateral izquierda.	33
Figura 5.13: Inductor n°7.5, vista isométrica.	33

Figura 5.14: Dominio de simulación y estaciones de toma de datos.	34
Figura 5.15: Variación longitudinal de las presiones medias, estáticas y totales.	35
Figura 5.16: Campo de presión estática sobre el plano de simetría YZ.	35
Figura 5.17: Campo de presión estática al 50% de la altura de los álabes.....	36
Figura 5.18: Campo de presión total absoluta sobre el plano de simetría YZ.	36
Figura 5.19: Campo de presión total absoluta al 50% de la altura de los álabes.....	37
Figura 5.20: Triangulo de velocidades.....	37
Figura 5.21: Velocidad absoluta, sobre el plano de simetría YZ.....	40
Figura 5.22: Velocidad relativa al 50% de la altura de los álabes.....	40
Figura 5.23: Inductor n°7.8, vistas frontal y lateral izquierda.	41
Figura 5.24: Inductor n°7.8, vista isométrica.	41
Figura 5.25: Dominio de simulación y estaciones de toma de datos.	42
Figura 5.26: Variación longitudinal de las presiones medias, estáticas y totales.	43
Figura 5.27: Campo de presión estática sobre el plano de simetría YZ.	43
Figura 5.28: Campo de presión estática al 50% de la altura de los álabes.....	44
Figura 5.29: Campo de presión total absoluta sobre el plano de simetría YZ.	44
Figura 5.30: Campo de presión total absoluta al 50% de la altura de los álabes.....	45
Figura 5.31: Triangulo de velocidades.....	45
Figura 5.32: Velocidad absoluta, sobre el plano de simetría YZ.....	48
Figura 5.33: Velocidad relativa al 50% de la altura de los álabes.....	48
Figura 5.34: Inductor n°6, curvas de caída de presión.	50
Figura 5.35: Inductor n°7.5, curvas de caída de presión.	51
Figura 5.36: Inductor n°7.8, curvas de caída de presión.	52

Lista de Tablas

Tabla 1.1: Tipos básicos de inductores, resumen de diseño y rendimiento.	3
Tabla 3.1: Requerimientos principales.....	13
Tabla 3.2: Características generales del inductor.....	14
Tabla 4.1: Resultados de las simulaciones del bloque Bq-0.....	19
Tabla 4.2: Resultados de las simulaciones del bloque Bq-1.....	21
Tabla 4.3: Resultados de las simulaciones Bq-2.....	23
Tabla 4.4: Propiedades de los inductores seleccionados.....	24
Tabla 5.1: Inductor n°6, ángulos del álabe.....	26
Tabla 5.2: Inductor n°6, datos de performance.....	27
Tabla 5.3: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “0”.....	30
Tabla 5.4: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “1” (<i>le</i>).....	30
Tabla 5.5: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “2” (<i>te</i>).....	31
Tabla 5.6: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “3”.....	31
Tabla 5.7: Inductor n°7.5, ángulos del álabe.....	34
Tabla 5.8: Inductor n°7.5, datos de performance.....	34
Tabla 5.9: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “0”.....	38
Tabla 5.10: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “1” (<i>le</i>).....	38
Tabla 5.11: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “2” (<i>te</i>).....	39
Tabla 5.12: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “3”.....	39
Tabla 5.13: Inductor n°7.8, ángulos del álabe.....	42
Tabla 5.14: Inductor n°7.8, datos de performance.....	42
Tabla 5.15: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “0”.....	46
Tabla 5.16: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “1” (<i>le</i>).....	46
Tabla 5.17: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “2” (<i>te</i>).....	47
Tabla 5.18: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “3”.....	47
Tabla 5.19: Inductor n°6, performance con cavitación.....	50
Tabla 5.20: Inductor n°7.5, performance con cavitación.....	51
Tabla 5.21: Inductor n°7.8, performance con cavitación.....	52

Nomenclatura

φ	Coefficiente de flujo [-].
ψ_t	Coefficiente de carga total [-].
ψ_s	Coefficiente de carga estática [-].
η_h	Eficiencia hidráulica [-].
σ	Número de Euler o de cavitación [-].
n_q	Velocidad específica (Specific speed) [-].
n_{ss}	Velocidad específica de succión (Net Suction Specific speed) [-].
β	Ángulo del flujo relativo respecto a la dirección circunferencial [grados]
β_B	Ángulo del álabe respecto a la dirección circunferencial [grados].
θ	Coordenada polar/cilíndrica [grados].
M	Coordenada meridional [mm].
$\%M$	Posición desde el “ <i>le</i> ”, expresada en porcentaje de la distancia “ <i>le-te</i> ” meridional [-].
z	Número de álabes.
S	Solidez [-].
c	Cuerda del álabe en un dado radio [<i>m</i>].
h	Espaciamiento entre álabes en un dado radio [<i>m</i>].
\dot{m}	Caudal másico [<i>kg/s</i>].
Q	Caudal volumétrico [<i>m</i> ³ / <i>s</i>].
ρ	Densidad [<i>kg/m</i> ³].
p_v	Presión de vaporización del líquido [<i>Pa</i>]
ω	Velocidad de rotación [<i>rad/s</i>].
Ω	Velocidad de rotación [<i>rpm</i>].
u	Velocidad tangencial del álabe [<i>m/s</i>].

<i>C</i>	Velocidad absoluta del fluido [m/s].
<i>w</i>	Velocidad relativa del fluido [m/s].
<i>C_m</i>	Componente meridional de la velocidad absoluta del fluido [m/s].
<i>C_u</i>	Componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido [m/s].
<i>w_u</i>	Componente tangencial de la relativa absoluta del fluido [m/s].
<i>A₀</i>	Área de entrada [m^2].
<i>u_T</i>	Velocidad tangencial (U) del extremo del álabe (T) [m/s].
<i>τ</i>	Torque [Nm] (torque entregado al fluido, no es el torque entregado al eje).
<i>L</i>	Distancia axial entre el borde de ataque (1) y el borde de fuga (2) del álabe [m].
<i>le</i>	Borde de ataque.
<i>te</i>	Borde de fuga.
<i>r</i>	Radio [m].
<i>r</i>	Radio [m].
<i>t</i>	Espesor [m].
<i>e</i>	Huelgo del álabe [m].

Subíndices

<i>X₀</i>	Indica que X es una propiedad en el plano de entrada al dominio rotante.
<i>X_{0Y}</i>	Indica que X en la ubicación Y, es una propiedad de remanso o total.
<i>X₁</i>	Indica que X es una propiedad en el plano del borde de ataque de los álabes.
<i>X₂</i>	Indica que X es una propiedad en el plano del borde de fuga de los álabes.
<i>X₃</i>	Indica que X es una propiedad en el plano de salida del dominio rotante.
<i>X_T</i>	Indica que X es una propiedad en el radio del “tip” del rotor o en el extremo del álabe.

X_H Indica que X es una propiedad en el radio del “hub” del rotor o en la raíz del álabe.

X_B Indica que X es una propiedad del álabe.

Definiciones

$$\varphi = \frac{Q}{A_0 \cdot U_{T1}} = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A_0 \cdot U_{T1}}$$

$$\psi_s = \frac{p_3 - p_E}{\rho \cdot U_{T1}^2}$$

$$\psi = \frac{P_{03} - P_{0E}}{\rho \cdot U_{T1}^2} = \frac{g \cdot H}{U_{T1}^2}$$

$$c_p = \frac{p - p_E}{1/2 \cdot \rho \cdot U_{T1}^2}$$

$$\sigma = \frac{p_E - p_v}{1/2 \cdot \rho \cdot U_{T1}^2}$$

$$\pi = \frac{N}{\rho \cdot \omega^3 \cdot D_{T1}^5} \approx \frac{\tau}{\rho \cdot \omega^2 \cdot R_{T1}^5}$$

$$\eta_h = \frac{\dot{m}_{00} \cdot \frac{P_{03} - P_{0E}}{\rho}}{\tau \cdot \omega}$$

$$n_q = \Omega \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{3}{4}}} \quad ; \quad (E.U.) \begin{cases} \Omega [rpm] \\ Q [m^3/s] \\ H [m] \end{cases}$$

$$N_S = \Omega \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{3}{4}}} \quad ; \quad (U.S.) \begin{cases} \Omega [rpm] \\ Q [gpm] \\ H [ft] \end{cases}$$

$$n_{SS} = \Omega \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{(NPSH_R)^{\frac{3}{4}}} \quad (E.U.)$$

$$N_{ss} = \Omega \cdot \frac{Q^{\frac{1}{2}}}{(NPSH_R)^{\frac{3}{4}}} \quad (U.S.)$$

$$S = \frac{c}{h}$$

$$h = \pi \cdot \frac{(r_1 + r_2)}{z}$$

$$U_{T1} = \omega \cdot r_{T1}$$

1 Introducción

1.1 Breve reseña sobre inductores

En los motores cohete para misiones espaciales, es imperioso obtener la mayor potencia con el menor peso posible. La “potencia específica” (potencia del motor por unidad de peso de este), en el caso de motores presurizados mediante turbobombas, evolucionó hasta multiplicarse por 10 entre los años 60 y los 80, a través de los sistemas usados en las misiones Mercury, Gemini, Apollo y los transbordadores espaciales, como puede verse en la Figura 1.1.

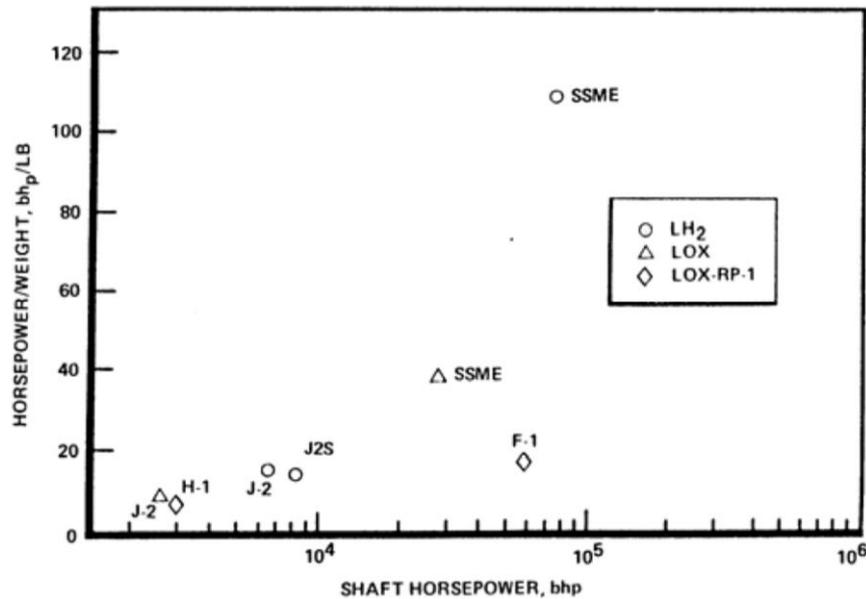


Figura 1.1. Evolución de la relación potencia/peso en turbobombas para propelentes en motores cohete de los EE. UU. [1]

Los motores cohete de combustible líquido requieren turbobombas con alta potencia y bajo peso, para presurizar los propelentes que ingresarán a la cámara de combustión, reduciendo así la necesidad de tanques presurizados con el volumen y peso que estos demandan.

Las inestabilidades producidas por cavitación en la turbomba pueden causar vibraciones severas, fluctuaciones en el empuje del motor y hasta la falla total del sistema. En desarrollos aeroespaciales se han reportado problemas de cavitación en numerosos casos, como el JAXA LE-7 [2], el motor principal SSME RS-25 del transbordador espacial [3], el Vulcain de la Agencia Espacial Europea [4], y el Fastrac de la NASA [5]. Además, los problemas de cavitación suelen manifestarse en las últimas etapas del desarrollo de un motor, en los ensayos en banco de prueba. En el caso del LE 7, por ejemplo, en la octava misión del cohete H-II, las vibraciones producidas por efectos de “cavitación rotante” causaron fallas por fatiga y la pérdida total de la misión [6].

Para prevenir la aparición de efectos de cavitación en el rotor de la turbobomba suelen utilizarse inductores colocados aguas arriba, los que producen un incremento de presión antes del ingreso del flujo al rotor [7]. Pueden constituir una parte del rotor, o bien una pieza aparte. En consecuencia, los inductores pueden sufrir cavitación en condiciones de operación nominales y deben diseñarse teniendo en cuenta esta situación, tanto desde el punto de vista fluidodinámico como estructural. Los inductores deben ser capaces no solo de proveer el incremento de presión deseado, aún funcionando con cavitación, sino que deben también soportar las cargas mecánicas que esta condición genera.

Si bien se han realizado estudios teóricos y experimentales sobre el diseño ideal teórico de un inductor, aún es imposible determinar soluciones teóricas para los efectos tridimensionales, la performance de inductores en cascada con álabes curvos, los efectos del ángulo de borde de ataque de los álabes y los efectos del huelgo entre los álabes y la carcasa. Ante la ausencia de modelos teóricos satisfactorios, los diseños siguen basándose en la optimización mediante estudios numéricos y experimentales de diseños previos con buenas performances, aunque sea para distintas condiciones de operación.

Desde su introducción en sistemas de propulsión aeroespacial, la geometría de los inductores ha venido evolucionando como lo muestra la Figura 1.2, tomada de [8]. Los primeros inductores eran esencialmente impulsores axiales con álabes helicoidales de paso constante y radio prácticamente uniforme, que producían el incremento de presión deseado a partir de la fuerza de sustentación de estos. El diseño luego evolucionó con la introducción de conicidad en el cubo (“*hub*”) y álabes de paso variable, donde una parte significativa del aumento de presión es producido por fuerzas centrífugas en combinación con el desplazamiento radial del flujo a través del inductor.

Los inductores se clasifican de acuerdo con su capacidad para incrementar la presión del fluido y de acuerdo con la forma de su proyección meridional.

De acuerdo con el incremento de presión alcanzado en ellos, los inductores se clasifican en “*low-head*” (bajo incremento de presión), para coeficientes de carga menores a 0,15, y “*high head*” (alto incremento de presión) para coeficientes mayores a 0,15. Por otra parte, si se considera la sección meridional, los inductores se clasifican en cuatro tipos principales: (a) cubo (“*hub*”) y bordes de álabe (“*tip*”) cilíndricos, (b) bordes cilíndricos con cubo ahusado, (c) bordes y cubo ahusados, (d) carenados (“*shrouded*”) con o sin cubo.

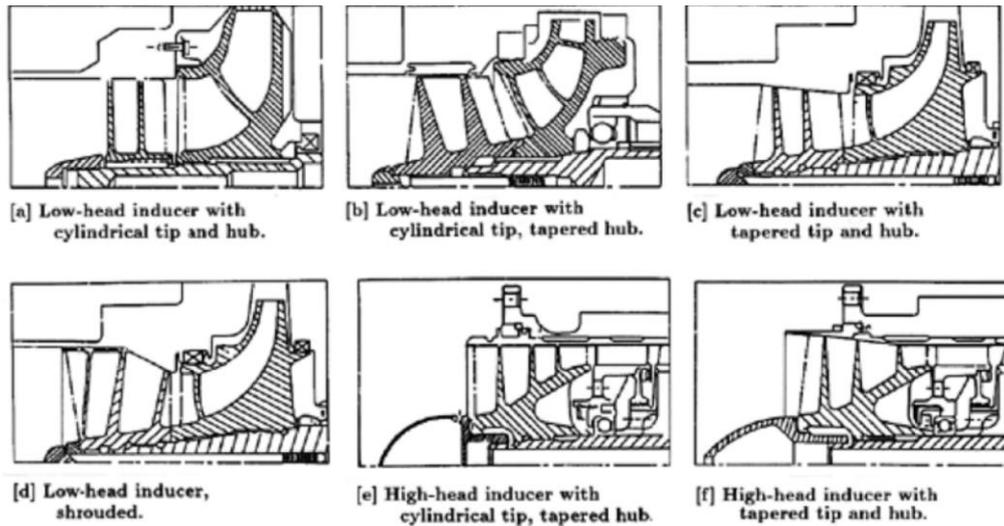


Figura 1.2. Geometrías típicas de inductores para turbo bombas [8]

Tabla 1.1. Tipos básicos de inductores, resumen de diseño y rendimiento.

Rocket engine	Thor	J-2	X-8	X-8	J-2	J-2
Pump designation	Mark 3	Mark 15	Mark 19	Mark 19	Mark 15	Mark 15
Example in fig. 1	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Pump fluid	Liquid oxygen	Liquid oxygen	Liquid oxygen	Liquid oxygen	Liquid hydrogen	Liquid hydrogen
Head type	Low	Low	Low	Low	High	High
Cross-sectional profile or geometry	Cylindrical tip and hub	Cylindrical tip, tapered hub	Tapered tip and hub	Shrouded	Cylindrical tip, tapered hub	Tapered tip and hub
Design flow coefficient $\phi_d^{(1)}$	0.116	0.109	0.106	0.05	0.0942	0.0735
Design head coefficient $\psi_d^{(1)}$	0.075	0.11	0.10	0.063	0.21	0.20
Inlet tip blade angle β	14.15°	9.75°	9.8°	5.0°	7.9°	7.35°
Suction specific speed S_s in water ⁽²⁾	28,500	34,300	31,200	58,000	43,200	44,200
Hub-tip ratio r at inlet	0.31	0.20	0.23	0.19	0.42	0.38
Number of blades	4	3	3	2	4 + 4	4 + 4
Leading-edge sweep	Radial with rounded tips	Sweptback	Sweptback	Sweptforward	Sweptback	Sweptback

(1) Based on inlet tip blade speed.
 (2) At 10% head dropoff from noncavitating head.

La Figura 1.2 muestra seis ejemplos característicos de estas configuraciones básicas. Las imágenes a), b), c) y d) muestran inductores de bajo incremento, mientras que e) y d) corresponden a inductores de alto incremento de presión. La Tabla 1.1, del mismo documento, sintetiza los parámetros de diseño y performance de estos inductores.

Puede verse que, comparados con el rotor de una bomba centrífuga, los inductores tienen menos álabes (comúnmente 3 o 4), con menores ángulos de ataque, mayores ángulos de decalaje (70 a 85 grados) y relaciones de solidez significativamente mayores (entre 1,5 y 2,5), de modo de distribuir las cargas fluidodinámicas sobre una mayor superficie y así incrementar la performance

reduciendo la caída de presión en la región de succión del álabe (aunque la mejora no es del todo óptima debido a las pérdidas viscosas producto de la mayor fricción).

Para obtener altas relaciones potencia/peso en turbo bombas, el rotor debe girar al máximo posible de RPM, con torque relativamente bajo. Por lo que en estos sistemas suele presentarse cavitación, representando la mayor fuente de degradación de la performance de succión, eficiencia, vida útil y confiabilidad [9]. Más específicamente, en aplicaciones espaciales la cavitación puede generar excitaciones que produzcan inestabilidades fluidodinámicas o rotordinámicas en el motor ([10], [11], [12], [13], [14], [15], [16]) o incluso el acoplamiento del sistema de empuje con la dinámica de todo el vehículo [17].

1.2 Motivación del trabajo

El desarrollo de modelos teóricos 3D realistas y precisos, capaces de predecir la performance y geometría óptima de inductores axiales y turbo bombas radiales es de particular interés para los diseñadores de motores cohete, para poder tener rápidamente parámetros para el diseño preliminar de estos sistemas. Algunos modelos 2D basados en aproximaciones teóricas tradicionales, con correcciones empíricas para los ángulos de incidencia y las pérdidas por fricción han sido propuestos por Lakshminarayana 1982 [18] y 1985, Brennen 1994 [7] y 1995 [19], y Bramanti et al. 2007 [20], para la predicción de la performance sin cavitación de inductores y turbo bombas. Sin embargo, ninguno de estos métodos proporciona guías para la geometría del sistema, la que debe ser considerada un dato del problema y posteriormente corregida mediante sucesivas iteraciones por prueba y error.

La simulación numérica permite reducir considerablemente los costos de experimentar con inductores modificados, al evaluar los efectos de distintas geometrías bajo distintas condiciones de operación y permitir un diseño optimizado, que será el que finalmente se construya y termine de caracterizar experimentalmente.

En este trabajo se muestran los resultados en el rediseño del inductor de una bomba de combustible RP1 de uso espacial. Debido a las restricciones impuestas por el diseñador, no todas las variables geométricas eran modificables. En primera instancia se determinó que las variables de diseño a estudiar son el ángulo β_{B1} del álabe en el bode de ataque, el ángulo β_{B2} del álabe en el borde de fuga y la variación (lineal, cuadrática, etc.) desde β_{B1} hacia β_{B2} en función de la distancia meridional.

Luego se realizaron diversas simulaciones mediante CFD para determinar la sensibilidad del salto de presión total en el inductor respecto a estas variables. A partir de estos resultados se seleccionaron tres inductores que se analizaron en mayor detalle, incluyendo la posibilidad de cavitación si la hubiere.

Finalmente se realizaron las simulaciones necesarias para obtener las curvas de caída de presión de estos inductores.

2 Marco Teórico

2.1 Teoría de Bombas

2.1.1 Características Globales de Rendimiento

En general las bombas se caracterizan con unos pocos parámetros, entre los más importantes se encuentran el incremento de presión, el caudal volumétrico y el caudal másico. El incremento de presión normalmente se expresa como altura de presión (H), que se define como la altura de la columna de líquido cuya presión hidrostática en la base es equivalente al incremento de presión que produce la bomba.

$$H_s = \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g}$$

Donde g es la aceleración de la gravedad, ρ es la densidad del fluido y H_s es la altura de presión estática. De forma análoga se calcula la altura de presión total H_t , usando en el cálculo el incremento de presión total.

En este informe se utilizan las formas adimensionales de los parámetros característicos. Por lo que comenzamos definiendo el coeficiente de carga estático como:

$$\psi_s = \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot U_{T1}^2} = \frac{gH_s}{U_{T1}^2}$$

Donde p_1 y p_2 , son la presión estática a la entrada y a la salida de la bomba respectivamente y U_T es la velocidad tangencial en el extremo del rotor. La localización de U_T depende del tipo de bomba, axial, centrífuga, inductores. En el caso de los inductores es normal considerar la velocidad del extremo del álabe en la sección de entrada.

Por otro lado, un parámetro adimensional relacionado con el caudal es el coeficiente de flujo, que se define como:

$$\varphi = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A_0 \cdot U_{T1}} = \frac{Q}{A_0 \cdot U_{T1}} = \frac{C_{a1}}{U_{T1}}$$

Donde C_{a1} es la velocidad absoluta axial en la sección de entrada y U_{T1} es la misma velocidad tangencial del rotor que se usa en los otros parámetros.

Las curvas características de la bomba consisten en representaciones del coeficiente de carga como función del coeficiente de flujo, independientemente de la velocidad de rotación. Es, por lo tanto, la relación entre el aumento de presión en

la bomba y el caudal (másico o volumétrico) a velocidad de rotación constante. Es por ello que para cada velocidad de rotación existe una curva característica.

Además de la curva altura vs caudal, las curvas potencia vs caudal, rendimiento vs caudal y altura de aspiración requerida vs caudal, constituyen el conjunto de las curvas características de la bomba.

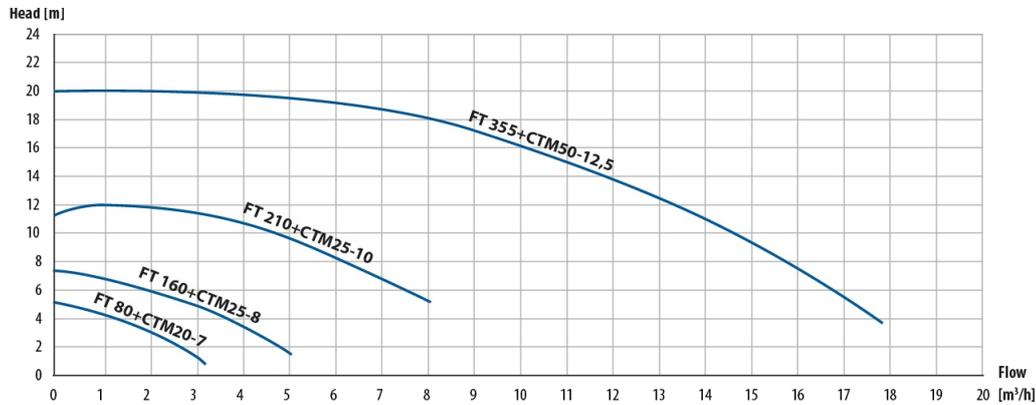


Figura 2.1: Ejemplo de curva altura vs caudal.

2.1.2 Rendimiento con cavitación

La cavitación es un cambio de fase debido a la presión que ocurre en una región del flujo donde la presión estática cae localmente por debajo de la presión de vapor del líquido. Se genera una cavidad llena de vapor de manera que se crea un flujo bifásico en un pequeño dominio del campo de flujo. Estas cavidades desvían el flujo, lo que conduce a una carga desigual de los álabes y por lo tanto a vibraciones y tensiones mecánicas. Los desequilibrios, debidos a la naturaleza inestable de la cavitación, ocurren principalmente en el inductor, siendo el componente más sometido a cavitación. Varios tipos de cavitación son posibles, la Figura 2.2 [7] muestra la variedad de cavidades que pueden ocurrir en una bomba.

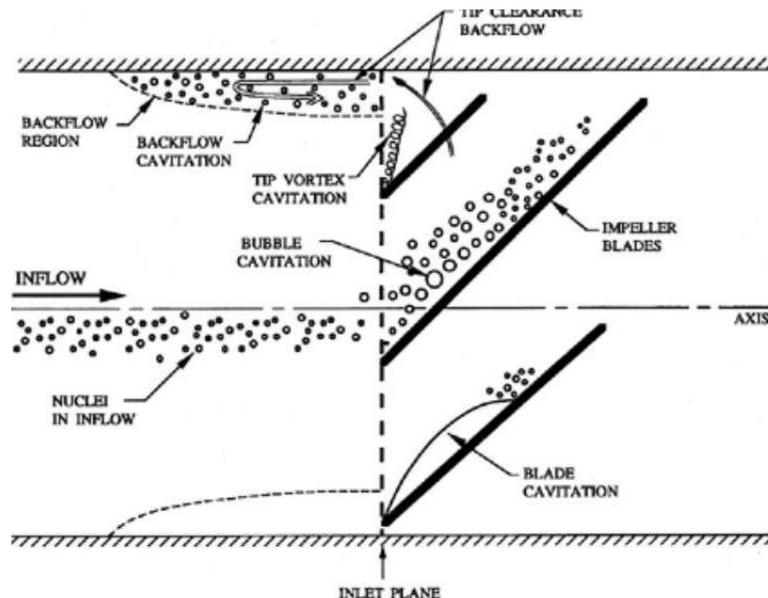


Figura 2.2: Tipos de cavitación que se presentan en bombas e inductores. [7]

La cavitación de recirculación (*backflow cavitation*) y la cavitación de vórtice de extremo de álabe (*tip vortex cavitation*) se encuentran típicamente en inductores.

Para describir el rendimiento de cavitación de una bomba, el coeficiente de carga se relaciona con el número de cavitación, que se define como:

$$\sigma = \frac{p_E - p_v}{1/2 \cdot \rho \cdot U_{T1}^2}$$

El número de cavitación es el parámetro más utilizado para evaluar el rendimiento con cavitación.

Durante una prueba de rampa de cavitación, la presión del sistema se reduce lenta y continuamente, disminuyendo el número de cavitación mientras se mantiene constante el coeficiente de flujo. A medida que se reduce la presión, aumenta la cavitación en la bomba, lo que provoca una caída de la carga y, en última instancia, provoca desborde de la cavitación. El punto donde comienza la caída de la carga, frecuentemente se define como el punto para el cual el coeficiente de carga es un 3% más bajo que el coeficiente de carga sin cavitación. Esta caída significa la pérdida de rendimiento debido a la cavitación y el límite del rango estable de operación de la bomba.

Para indicar los diferentes regímenes de cavitación encontrados durante una prueba de rampa, se definen números de cavitación especiales.

El número de inyección de cavitación, σ_i , es el valor del número de cavitación cuando se produce la cavitación por primera vez. Es sumamente difícil de determinar pues no se ve un deterioro del rendimiento de la bomba. El número crítico de cavitación, σ_a se define como el número de cavitación para el cual, el coeficiente de carga cae un 3% desde su valor sin cavitación. Por último, el número de cavitación del punto de falla representa la condición en la que la cavitación ha provocado un deterioro mayor del rendimiento.

El rendimiento típico de cavitación de una turbo bomba se presenta en la Figura 2.3, en la llamada “curva de rodilla”.

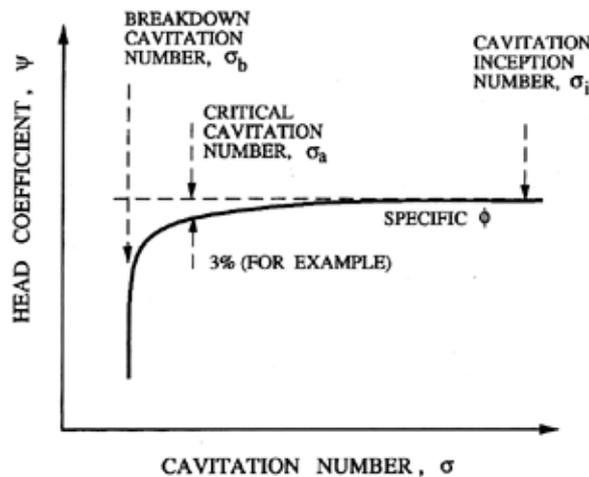


Figura 2.3: Ejemplo de una curva de caída de presión. [7]

2.2 Dinámica de los Fluidos Computacional

Para la simulación, las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento, masa y energía del flujo fueron resueltas con el programa ANSYS CFX, utilizando un método implícito, con discretizaciones espaciales de segundo orden. El modelo de turbulencia utilizado fue el “k- ϵ ” con función de pared escalable. Para resolver el flujo cavitante, se utilizó un modelo de Zwart [21], basado en la ecuación de Rayleigh-Plesset simplificada.

2.2.1 Método de los Volúmenes Finitos (FVM)

El método de Volúmenes Finitos, empleado en el programa comercial ANSYS CFX, discretiza con distintos órdenes de precisión y resuelve numéricamente las ecuaciones integrales de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía del flujo en los pequeños volúmenes (elementos, o celdas) en que se divide el dominio de cómputo. Todas estas ecuaciones, integradas en un elemento de volumen, tienen la misma forma genérica;

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint \rho \phi \mathbf{u} \cdot d\mathbf{A} = \oint \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\mathbf{A} + \int_V S_\phi dV$$

- \mathbf{u} :** Vector velocidad
- $d\mathbf{A}$:** diferencial de Área vectorial
- $\Gamma\phi$:** Coeficiente de difusión de ϕ
- $\nabla\phi$:** Vector gradiente de ϕ
- $S\phi$:** Fuente de ϕ por unidad de volumen

En esta ecuación, ϕ representa una propiedad genérica por unidad de masa (que luego se particularizará como masa, cantidad de movimiento o energía). El primer término del lado izquierdo cuantifica la velocidad de acumulación de esa propiedad en un elemento y el segundo término, el flujo convectivo neto de dicha propiedad al ser transportada por el fluido a través de la superficie del elemento. El primer término de la derecha representa el flujo difusivo (proporcional al gradiente de ϕ) a través de la superficie del elemento, y el segundo, posibles fuentes de esta propiedad.

Cuando ϕ toma el valor 1 y ambos términos de la derecha se anulan, la ecuación representa el principio de conservación de masa (ecuación de continuidad) en un volumen de control.

De la misma forma, si ϕ es el vector \mathbf{u} (velocidad del fluido), la ecuación representa la segunda ley de Newton en un volumen de control (versión integral de las ecuaciones de Navier-Stokes para un fluido). Los términos difusivos son los asociados a la resultante del tensor de tensiones, y los términos fuente, las fuerzas de campo (como la gravedad), proporcionales a la masa del fluido.

Finalmente, si ϕ representa la energía interna, la ecuación se convierte en el primer principio de la termodinámica aplicado en un volumen de control: los términos difusivos representan el flujo de calor, y aparecen del lado derecho el

trabajo realizado por la presión y la producción de calor producto del trabajo de las tensiones viscosas. También se incorporan como términos fuente aquellos correspondientes al calor liberado o absorbido en los casos en que hay un cambio de fase (en nuestro caso, entre líquido y vapor, debidos a la cavitación).

El método se encuentra ampliamente descrito en textos como Blazek [22] o Ferziger [23], y los algoritmos de integración numérica de ANSYS CFX pueden consultarse en su manual [24].

2.2.2 Modelos Turbulencia

En un flujo turbulento, debido a la fluctuación de la presión y velocidad, las variables presentes en las ecuaciones de Navier-Stokes varían rápida y aleatoriamente en función de la posición y del tiempo. Por eso es necesario introducir algún tipo de descripción estadística de los flujos turbulentos. Esta descripción la realizó Osborne Reynolds en 1895 al reescribir las ecuaciones de Navier-Stokes en términos de las medias temporales de las diversas variables fluctuantes. La metodología se basa en la descomposición de las variables de flujo en su valor medio más una componente de fluctuación.

$$U = \bar{U} + U' \quad P = \bar{P} + P'$$

Donde los valores medios se denotan con una barra sobre la variable y los fluctuantes por la prima. A partir de esta descomposición se pueden obtener ecuaciones promediadas para continuidad, cantidad de movimiento y energía (ecuaciones RANS), que son resueltas por CFX.

En particular, en las ecuaciones promediadas de Navier-Stokes, debido a que no son lineales, aparecen términos adicionales:

$$\rho \frac{D\bar{u}_i}{Dt} = F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \Delta \bar{u}_i - \rho \left(\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \right)$$

El último término representa las derivadas de las tensiones de Reynolds o tensiones turbulentas aparentes. Se pueden reagrupar con las tensiones viscosas laminares:

$$\begin{aligned} & \mu \Delta \bar{u}_i - \rho \left(\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \right) \\ & \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \right) \end{aligned}$$

El término entre paréntesis del término anterior corresponde con la tensión de corte total:

$$\tau_{ij} = \mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j}$$

Los modelos de turbulencia tipo RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*) se basan en la presunción de que existe una analogía entre la acción de los esfuerzos viscosos y los esfuerzos de Reynolds en el flujo. En la ley de la viscosidad de Newton

el esfuerzo viscoso es proporcional a la tasa de deformación de los elementos del fluido, que para un flujo incompresible se escribe como:

$$\tau_{ij} = \mu e_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_j}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

Experimentalmente se observa que la turbulencia decae a menos que exista un esfuerzo cortante en un flujo incompresible isotérmico. Por otra parte, se encuentra que el esfuerzo turbulento aumenta conforme aumenta la tasa de la deformación. Boussinesq en 1877 propuso la hipótesis de “viscosidad turbulenta”, que es matemáticamente análoga a la relación anterior de Newton, donde los esfuerzos de Reynolds se pueden asociar a las tasas de deformación.

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} = \rho \nu_t \left(\frac{\partial U_j}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

Esta ecuación muestra que el momento del transporte turbulento es proporcional a los gradientes de velocidad del flujo. Aquí ν_t es la viscosidad turbulenta, o “de remolino” (“*eddy viscosity*”).

Existen distintos modelos matemáticos que buscan resolver numéricamente las ecuaciones de Navier Stokes promediadas en el tiempo (“RANS, por *Reynolds-Averaged Navier-Stokes*”), difiriendo en la forma de obtener la “viscosidad turbulenta” que considera los efectos de las tensiones de Reynolds en el flujo. Entre ellos, los más utilizados por el balance entre la precisión de resultados y costo computacional, son aquellos que calculan la viscosidad de remolino a partir de una ecuación adicional de transporte (Spalart-Allmaras) o a partir la energía cinética de la turbulencia (k) y su tasa de disipación (ε), modelos k - ε , o bien tasa de disipación específica (ω), modelos k - ω . En estos modelos, estas variables -escalares- se obtienen al resolver ecuaciones diferenciales de transporte adicionales a las de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía.

Para este estudio se utilizó el modelo k - ε , que brinda un compromiso aceptable entre precisión de resultados y demanda de recursos computacionales.

2.2.3 Modelo de Cavitación

El flujo con cambio de fase (caso de cavitación) en CFX responde al siguiente modelo matemático [25]:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{U} = \dot{m} \left(\frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_v} \right) \\ \frac{\partial(\rho \mathbf{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \mathbf{U}) = -\nabla P + \nabla \cdot [(\mu + \mu_t)(\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T)] \\ \frac{\partial \gamma}{\partial t} + \nabla \cdot (\gamma \mathbf{U}) = \frac{\dot{m}}{\rho_l} \end{cases}$$

En este modelo cada fase (líquido o vapor) se considera incompresible y ambas comparten el mismo campo de velocidad, \mathbf{U} . Las ecuaciones exhibidas representan, en orden, conservación de masa y cantidad de movimiento para la mezcla líquido-

vapor, y la fracción de volumen para la fase líquida. \mathbf{U} es la velocidad de la mezcla vapor-líquido (o de una sola de las fases, en caso de no estar presente la otra) en el elemento, P_v es la presión de vapor, \dot{m} la transferencia de masa entre fases debida a la cavitación (considerada positiva cuando es desde la fase vapor hacia la fase líquida), ρ_v la densidad del vapor, ρ_l la densidad del líquido, y μ_t la viscosidad turbulenta.

La fracción de volumen de líquido γ , y la fracción de volumen de vapor α , se definen como:

$$\gamma = \frac{\text{volumen de liquido}}{\text{volumen total}} \quad \alpha = \frac{\text{volumen de vapor}}{\text{volumen total}}$$

Están relacionadas por la ecuación constitutiva natura:

$$\gamma + \alpha = 1$$

Finalmente, ρ y μ son la densidad y la viscosidad dinámica de la mezcla liquido-vapor, escaladas por las fracciones de volumen como:

$$\begin{cases} \rho = \gamma \rho_l + (1 - \gamma) \rho_v \\ \mu = \gamma \mu_l + (1 - \gamma) \mu_v \end{cases}$$

Para completar el sistema de ecuaciones, se requiere un modelo para \dot{m} , la de transferencia de masa entre fases.

Dentro de los modelos disponibles para transferencia de masa entre fases, se optó por el modelo de Zwart [21], basado en la ecuación simplificada de Rayleigh-Plesset para dinámica de burbujas:

$$m = \begin{cases} -F_e \frac{3 r_{nuc}}{R_B} \frac{1 - \alpha \rho_v}{\rho_l} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P_v - P}{\rho_l}} & \text{si } P < P_v \\ F_c \frac{3 \alpha \rho_v}{R_B} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P - P_v}{\rho_l}} & \text{si } P > P_v \end{cases}$$

En estas ecuaciones P_v es la presión de vapor, r_{nuc} es la fracción de volumen de sitios de nucleación, R_B es el radio de un sitio de nucleación, F_e y F_c son dos coeficientes empíricos para los procesos de evaporación y condensación respectivamente. En CFX estos coeficientes tienen por defecto los siguientes valores:

$$r_{nuc} = 5,0 \times 10^{-4}$$

$$R_B = 1,0 \times 10^{-6} [m]$$

$$F_e = 50$$

$$F_c = 0,01$$

Puede observarse que las ecuaciones de condensación y evaporación no son simétricas. En particular, en la expresión para la evaporación, α es reemplazado por $r_{nuc}(1 - \alpha)$ para tener en cuenta que, al aumentar la fracción volumétrica de vapor, la concentración de sitios de nucleación debe disminuir en concordancia.

CFX permite el uso de otros modelos de transferencia con algunas diferencias, como el “Full cavitación” o el modelo de Kunz. Sin embargo, basados en el análisis de Morgut et al [25], que no encontró diferencias significativas en los resultados de perfiles con cavitación entre los distintos modelos, se optó por utilizar el de Zwart, que es, además, el modelo por defecto en CFX.

2.2.4 Modelo del Flujo en Sistemas de Referencia Múltiples (MRF)

Para estudiar el flujo en el inductor, se utilizó la metodología MFR (“*Multiple Reference Frames*”) [26], acoplado un dominio rotante y otro fijo. En el dominio rotante, el flujo se considera estacionario.

El modelo MRF es una aproximación estacionaria en la que a ciertas zonas del dominio se le asignan diferentes velocidades de rotación o traslación. El flujo en cada elemento de la zona móvil es resuelto mediante las ecuaciones de la dinámica para un marco de referencia móvil, de modo que aún en un modelo estacionario aparecen términos como aceleraciones de Coriolis y aceleraciones centrípetas, que desaparecen si el sistema de referencia está en reposo o se mueve con velocidad lineal constante. En el caso de velocidad cero para el sistema de referencia, las ecuaciones adoptan naturalmente la forma de un marco de referencia estacionario.

En las interfaces de elementos entre el sistema de referencia quieto y el móvil se utiliza una transformación local para garantizar la continuidad de las variables y flujos en la frontera entre ambas zonas.

En la aproximación MRF, independientemente del movimiento de la zona móvil, la malla permanece fija para los cálculos. Esto resulta en un análisis análogo a “congelar” el campo de flujo en cada posición específica, y obtener el campo instantáneo de flujo en esa posición. Es por ello por lo que el método MRF, sobre todo en caso de turbomáquinas, también es llamado aproximación “de rotor congelado”.

3 Metodología

3.1 Diseño/Optimización

La optimización del diseño del inductor axial requirió el análisis paramétrico de 28 geometrías diferentes, en las que el paso de los álabes y su variación se fue modificando sucesivamente. Se analizó un diseño base, y a partir del mismo los álabes se modificaron de la siguiente manera:

- 2 casos con paso constante de distinto ángulo,
- 12 casos con paso variable linealmente a lo largo del eje
- 14 casos con paso variable a lo largo del eje según una expresión cuadrática

La discretización de cada dominio demandó, según el caso, entre 1,2 y casi 2 millones de elementos.

Las simulaciones iniciales fueron monofásicas, sin tener en cuenta la cavitación en el combustible. Una vez seleccionados tres diseños entre los más favorables, los casos correspondientes se volvieron a correr incluyendo modelos de cavitación.

Las simulaciones iniciales son monofásicas, estacionarias, MRF (“*Multiple Reference Frames*”), con interfaces “*Stage/Mixing Plane*” en el cambio de marco de referencia (entre rotante y fijo). Las condiciones de borde son la presión total a la entrada, caudal másico a la salida, y velocidad de rotación.

Una vez seleccionados los modelos que obtuvieron una mejor performance, se realizaron sobre ellos nuevas simulaciones, incluyendo modelos de cavitación, para contemplar la influencia de este fenómeno en la performance final.

3.2 Especificaciones de Diseño

Los principales requerimientos que debe satisfacer el inductor se enumeran en la siguiente tabla.

Tabla 3.1: Requerimientos principales

Parámetro	Símbolo
Número de álabes	z
Velocidad de rotación	Ω
Caudal másico	\dot{m}
Fluido	RP-1
Presión total a la entrada de rotor	P_{00}
Presión total a la salida del rotor	P_{03}

Es deseable que el nuevo inductor pueda reemplazar al anterior sin necesidad de modificar otros componentes de la turbo-bomba. Por lo tanto, en una primera instancia, se tomarán como requerimientos secundarios las dimensiones geométricas que definen el cubo (*hub*) y la carcasa (*shroud*) del inductor original.

Si luego del primer estudio, se encontrara que no es posible cumplir con los requerimientos primarios y secundarios simultáneamente, se relajaran los requerimientos secundarios de forma que se pueda cumplir completamente con los requerimientos principales.

A continuación, se presenta una figura de pasaje meridional donde se muestran las dimensiones del cubo y la carcasa del inductor.

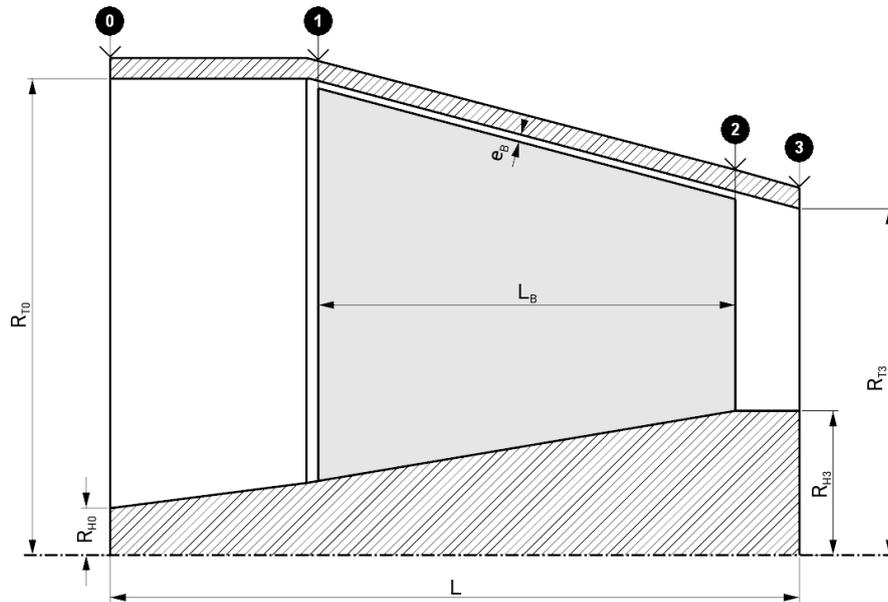


Figura 3.1 - Requerimientos secundarios, dimensiones de la sección meridional

Con los datos de los requerimientos principales, los datos de la geometría y las propiedades del fluido, podemos calcular algunas características generales del inductor a diseñar. Estas características se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 3.2: Características generales del inductor.

Parámetro	Símbolo	Valor
Relación de presiones totales	P_{03}/P_{0e}	2,359
Coefficiente de flujo de diseño	φ_D	0,061
Coefficiente de carga de diseño	ψ_D	0,096
Número de Reynolds	Re	31.926.850
Velocidad específica (definición europea)	n_q	134
Velocidad específica (definición USA)	N_S	6925

3.3 Generación de la geometría

Para generar la geometría de los álabes se utiliza el software “BladeGen”, parte del paquete ANSYS. Este software, a diferencia de un CAD convencional, está pensado específicamente para genera la geometría 3D de los rotores de turbomáquinas axiales y centrifugas.

Una forma de generar el álabe es por medio de la superficie media (álabe sin espesor), definiendo parámetros propios del álabe como el espesor, el ángulo β , el ángulo θ , el radio del borde de ataque, tipo de borde de fuga, tipo de superficie media (General, Ruled, o Radial), etc.

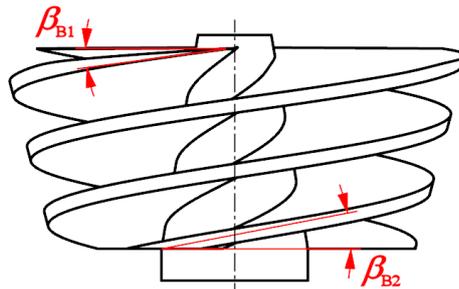


Figura 3.2: Ángulos de entrada (le) y salida (te) del álabe del inductor.

En particular, en este trabajo el tipo de álabe utilizado es “*Radial Blade Element*”. Esta clase de álabe se construye a partir de una superficie media que es generada mediante un **rayo radial** (línea azul en la Figura 3.3) cuyo origen se desplaza axialmente por el eje de rotación (línea verde en la Figura 3.3), al tiempo que el rayo sigue una **curva guía** (líneas rojas en la Figura 3.3) sobre el hub (cubo) del inductor. Notar que esta “**curva guía**” sobre el hub, no es otra cosa, más que la línea media o línea de curvatura del álabe en la raíz.

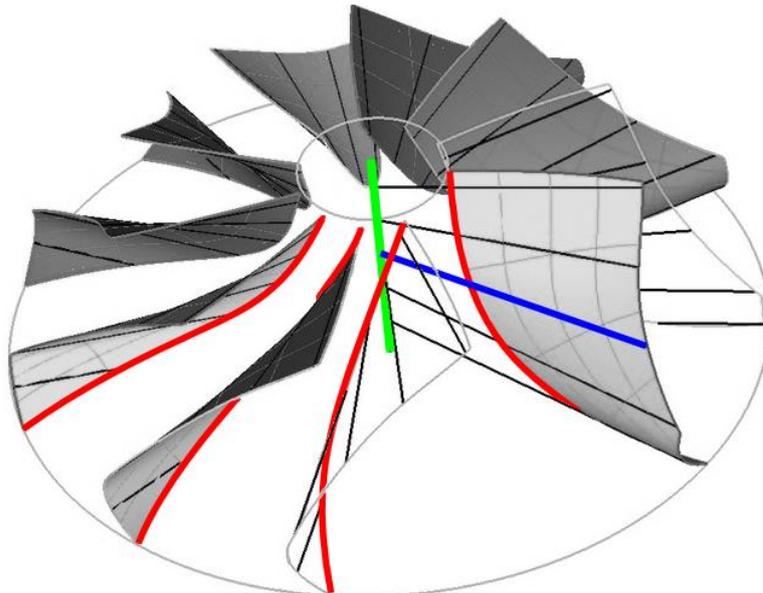


Figura 3.3: Ejemplo de “*Radial Blade Element*”.

Este método de generación del álabe se eligió específicamente para reducir las variables de diseño, ya que solo se requiere definir la línea de curvatura del álabe en su raíz. Otros métodos, como “*Ruled Blade Element*”, requieren que se especifique la línea media en la raíz y en la punta o extremo del álabe.

BladeGen nos brinda dos alternativas para definir la línea media del álabe, mediante una curva θ vs M , o con una curva β vs M . Notar que la primera es la línea de curvatura del álabe y la última, es su derivada expresada en el ángulo β .

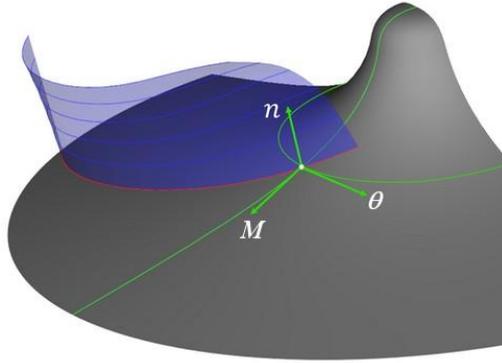


Figura 3.4: Coordenadas intrínsecas (M, θ) .

En adelante utilizaremos la curva β vs M , para definir la línea media del álabe. Consecuentemente, estando todos los otros parámetros definidos en los requerimientos, las variables que definen la forma del álabe son, el ángulo de entrada al álabe sobre el hub β_{BH1} (medido respecto a la dirección circunferencial), el ángulo de salida del álabe sobre el hub β_{BH2} y la distribución de β entre estos dos valores (curva β vs M sobre el hub).

3.4 Modelo Numérico del Inductor

El campo fluidodinámico en los distintos diseños de inductores analizados se resolvió utilizando el código comercial ANSYS CFX. Como se mencionó, la geometría del álabe para los distintos diseños propuestos se generó con Blade-Gen y para la discretización espacial del volumen de fluido (mallado) se utilizó Turbo-Grid. Para aplicar las condiciones de borde, resolver y post procesar las simulaciones se empleó CFX-Pre, CFX-Solver y CFX-Post, respectivamente.

3.4.1 Dominio Computacional

El dominio computacional adoptado para los análisis numéricos consiste en un dominio rotante que contiene al inductor y dos dominios estáticos compuestos por un tubo de succión (tubo de entrada) y un tubo de descarga (tubo salida).

Los dominios fijos son necesarios para alejar del inductor las condiciones de borde de entrada y salida. Esto evita que las perturbaciones producidas por el inductor en el campo fluidodinámico entren en conflicto con las condiciones de borde impuestas, lo que conduce a problemas de convergencia. En la Figura 3.5 se exhibe una vista lateral de los dominios con sus proporciones. Estas se obtuvieron luego de varios ensayos donde, la longitud del tubo de succión se redujo

paulatinamente comprobando que la solución no se vea afectada. El motivo es reducir la cantidad de elementos, siempre sin afectar la solución, para reducir los requerimientos computacionales y acelerar los tiempos de cálculo.

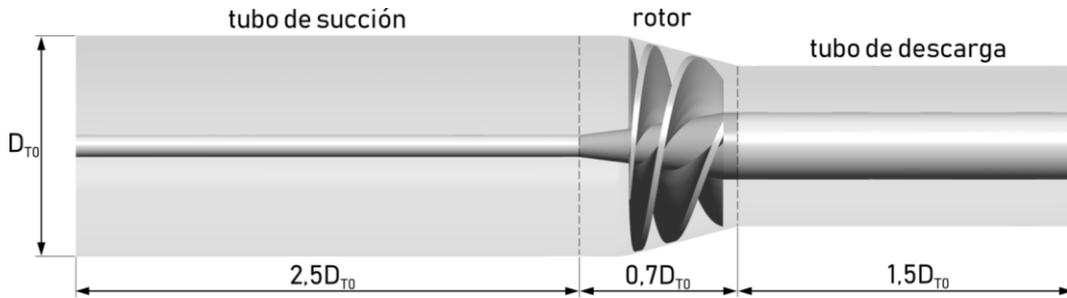


Figura 3.5: Dimensiones del dominio computacional.

3.4.2 Discretización espacial (mallado)

TurboGrid se utilizó debido a sus capacidades para automatizar el proceso de mallado. La malla para el rotor (inductor), el tubo de succión y el tubo de descarga se generaron utilizando el algoritmo ATM (“*Automated Topology and Meshing*”) de TurboGrid, que genera una malla hexaédrica estructurada de calidad, de forma robusta y con poca intervención de parte del usuario. Esto permitió que, una vez configurado el mallado adecuado del inductor, las distintas modificaciones de los álabes requirieron solo retoques menores en la configuración para lograr mallas de calidad consistente.

En todos los casos el valor del $y+$ se mantuvo por debajo de 300, y por arriba de 30, aunque esto último no es estrictamente necesario debido a la función de pared utilizada (función de pared escalable). El huelgo entre el extremo de los álabes y la carcasa se malló con un mínimo de 14 elementos en la dirección radial, también cuidando los límites de $y+$.

Un estudio de independencia de la solución respecto a la malla se realizó junto con el análisis de la longitud del tubo de entrada.

La Figura 3.6 muestra una vista isométrica del mallado de las paredes del rotor y un detalle del mallado del huelgo del extremo de álabes.

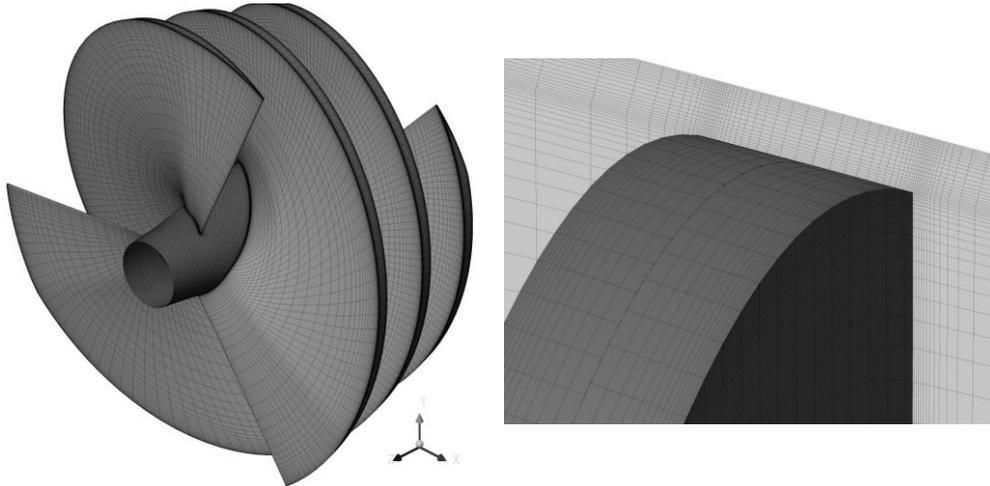


Figura 3.6: Ejemplo del mallado de los inductores.

3.4.3 Condiciones de Borde

Las condiciones de borde adoptadas en todos los ensayos numéricos son presión total a la entrada, caudal másico a la salida, todas las superficies del dominio (inductor, tubo de succión y tubo de descarga) son adiabáticas, hidráulicamente suaves y cumplen con la condición de no deslizamiento.

3.4.4 Configuración del modelo numérico.

Las simulaciones realizadas son todas RANS, estacionarias y flujo incompresible. Para los términos convectivos se utilizó el esquema “*High Resolution*” que es un esquema de segundo orden de precisión en el espacio. El modelo de turbulencia utilizado es $k-\varepsilon$ con una función de pared escalable. Para considerar la rotación del inductor se empleó el modelo MRF [26] con interfaces “*Stage*” entre el dominio rotante y los estáticos.

En los casos que se considera la cavitación, el fluido se modela como una mezcla homogénea y se emplea el modelo de Zwart [21] para la transferencia de masa entre fases.

Todas las simulaciones se iteraron hasta cumplir el criterio de convergencia que consiste en,

- los residuos RSM de las ecuaciones de la cantidad de movimiento no pueden ser mayores a, 1×10^{-4}
- el desbalance de masa en todos los dominios debe ser no mayor a 0,1%,
- las velocidades y presiones promediadas en las secciones (0) y (3) no deben variar en más de 0,1% por al menos 200 iteraciones.

4 Exploración de las Variables de Diseño

4.1 Exploración de variables, Bloque Cero ($Bq-0$)

En este primer bloque de simulaciones, se analizaron dos inductores con distribución de β_B constante (paso contante). Es decir que, para un radio dado, el perfil del álabe es una placa plana (no hay curvatura) y la curva β vs M será una recta horizontal. Sin embargo, como el hub del inductor es un cono, el borde de ataque del álabe tiene un radio distinto del borde de fuga, entonces $\beta_{BH1} \neq \beta_{BH2}$. Consecuentemente, la curva β vs M sobre el hub será una recta, pero con pendiente negativa ($\beta_{BH1} > \beta_{BH2}$).

Los valores del ángulo β sobre el hub son $\beta_{BH1} = 58,1^\circ$ y $\beta_{BH2} = 40^\circ$ para el inductor A y $\beta_{BH1} = 64,6^\circ$ y $\beta_{BH2} = 47,7^\circ$ para el inductor B.

Hay que destacar que estos inductores, al ser de placa plana (paso contante), quedan definidos solo con un ángulo β .

4.1.1 Resultados del bloque Bq-0 (sin cavitación)

Los resultados de las simulaciones de los inductores A y B, se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 4.1: Resultados de las simulaciones del bloque Bq-0.

Parámetro	Símbolo	Valor	
Denominación del Inductor	--	A	B
Ángulo en el borde de ataque	β_{B1}	58,1°	64,6°
Ángulo en el borde de fuga	β_{B2}	40°	47,7°
Relación de presión estática	P_3/P_E	1,778	1,534
Relación de presión total	P_{03}/P_{0E}	3,073	3,051
Coefficiente de carga estático	ψ_s	0,03911	0,02688
Coefficiente de carga total	ψ_t	0,1082	0,1070
Coefficiente de potencia	π_p	15,19 x 10 ⁻⁴	17,76 x 10 ⁻⁴
Eficiencia hidráulica	η_h	42,4%	35,9%

Si bien estos inductores cumplen con los requerimientos en cuanto a relación de presiones totales y coeficiente de carga total, requieren de un ángulo β muy grande para lograrlo. Esto genera que, en la zona del borde de ataque, un gran volumen del flujo tenga una presión local por debajo de la presión de vaporización del RP-1. Es decir que en la zona del borde de ataque se produce cavitación (ver Figura 4.1).

Por otra parte, como se ve al comparar con los resultados del bloque Bq-1, la eficiencia hidrodinámica de estos inductores es baja.

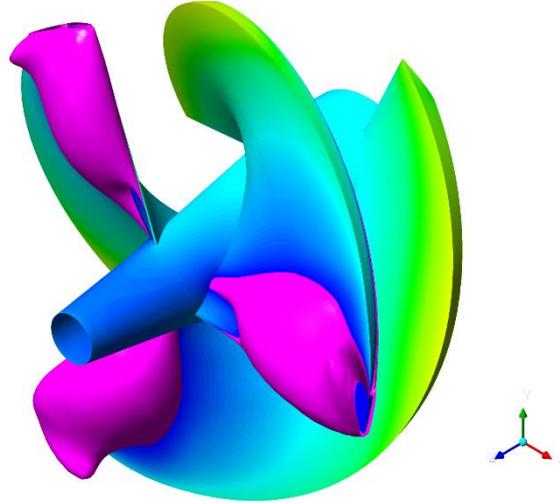


Figura 4.1: Zonas de cavitación en el inductor A.

4.2 Exploración de variables, Bloque Uno (Bq-1)

Se eligieron tres valores para el ángulo de entrada del álabes $\beta_{BH1} = 26^\circ; 29,2^\circ; 32^\circ$ y se eligieron cuatro valores para el ángulo de salida del álabes $\beta_{BH2} = 40^\circ; 50^\circ; 60^\circ; 70^\circ$. Luego se generaron los 12 inductores posibles con estos ángulos, manteniendo en todos ellos, una variación lineal del ángulo beta desde el valor β_{BH1} a la entrada hasta el valor β_{BH2} a la salida, como se muestra en la siguiente figura.

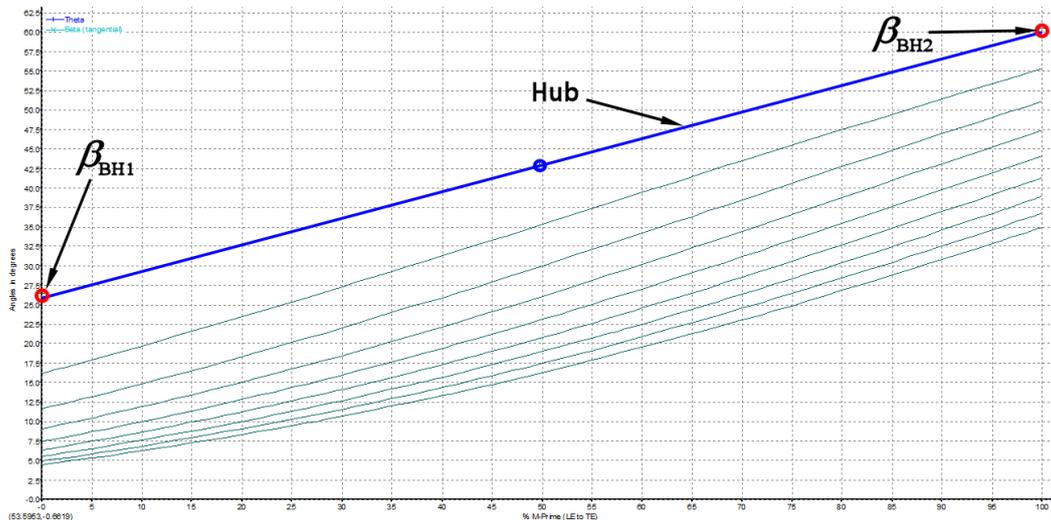


Figura 4.2: Variación lineal de β_{BH} sobre el hub, en la dirección meridional.

4.2.1 Resultados del bloque Bq-0 (sin cavitación)

Los resultados de las simulaciones de los 12 inductores del bloque Bq-1, se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 4.2: Resultados de las simulaciones del bloque Bq-1

Ind. n°	Ángulo		Relación de Presión		Coeficiente de Carga		Potencia π_p $\times 10^{-4}$	Eficiencia η_h
	β_{B1}	β_{B2}	Est. P_3/P_E	Tot. P_{03}/P_{0E}	Est. ψ_s	Tot. ψ_t		
1	26	40	1,467	2,022	0,02350	0,0533	6,86	46,3%
2	26	50	1,415	2,073	0,02086	0,0560	8,73	38,2%
3	26	60	1,262	2,083	0,01317	0,0565	10,45	32,2%
4	26	70	1,351	2,317	0,01768	0,0687	12,28	33,3%
5	29,2	40	1,832	2,378	0,04185	0,0719	7,67	55,8%
6	29,2	50	2,281	3,225	0,06444	0,1161	11,08	62,3%
7	29,2	60	2,338	3,534	0,06729	0,1322	13,21	59,6%
8	29,2	70	2,219	3,542	0,06134	0,1326	14,62	54,0%
9	32	40	2,046	2,637	0,05263	0,0854	8,19	62,1%
10	32	50	2,513	3,579	0,07611	0,1346	11,83	67,7%
11	32	60	2,579	3,973	0,07941	0,1551	14,20	65,0%
12	32	70	2,417	3,938	0,07128	0,1533	15,52	58,8%

4.3 Exploración de las variables, Bloque Dos (Bq-2)

En el segundo ensayo exploratorio, se seleccionó uno de los inductores evaluados en Bq-1 y, dejando fijos los ángulos a la entrada y salida de los álabes, se evaluaron distintas curvas β vs M (en el hub). Siendo el inductor seleccionado, el “Inductor n°7” ($\beta_{BH1} = 29,2^\circ$ y $\beta_{BH2} = 60^\circ$) del “ensayo” Bq-1.

Podríamos definir infinitas funciones en el plano $\%M - \beta$ que pasen por los puntos $(0, \beta_{BH1})$ y $(100, \beta_{BH2})$. Por lo tanto, para sistematizar el análisis, utilizaremos una curva Bézier cuadrática. Esta curva queda definida por el punto inicial $(0, \beta_{BH1})$, el punto final $(100, \beta_{BH2})$ y un único punto de control $BP = (x, \beta^*)$. Donde x es la coordenada meridional $\%M$, y β^* es un ángulo que depende de β_{BH1} y β_{BH2} , de forma que β^* sea una posición de BP relativa a β_{BH1} y β_{BH2} .

$$\beta^* = \frac{\beta - \beta_1}{\beta_2 - \beta_1} \rightarrow \beta = (\beta_2 - \beta_1) \cdot \beta^* + \beta_1$$

En este bloque de ensayos, se tomaron los siguientes valores de $\beta^* = -0,25; 0; 0,5; 1,0; 1,25$ y valores de $x = 25; 50; 75$.

En la siguiente figura se muestra una curva Bézier cuadrática donde el punto de control tiene las coordenadas $(40; 60^\circ)$ en $\%M - \beta$ o $(40; 1)$ en $\%M - \beta^*$.

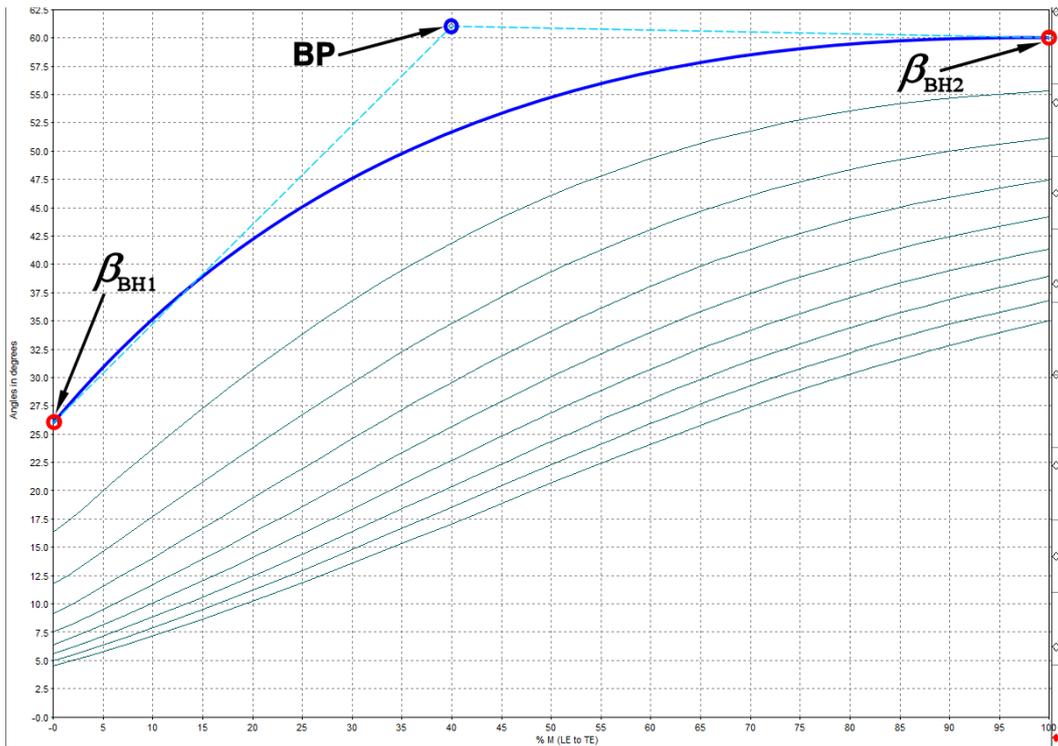


Figura 4.3: Variación cuadrática de β_{BH} sobre el hub, en la dirección meridional.

En la siguiente figura se muestra la ubicación de los puntos de control, o puntos Bézier, utilizados para generar las curvas de los inductores del ensayo Bq-2.

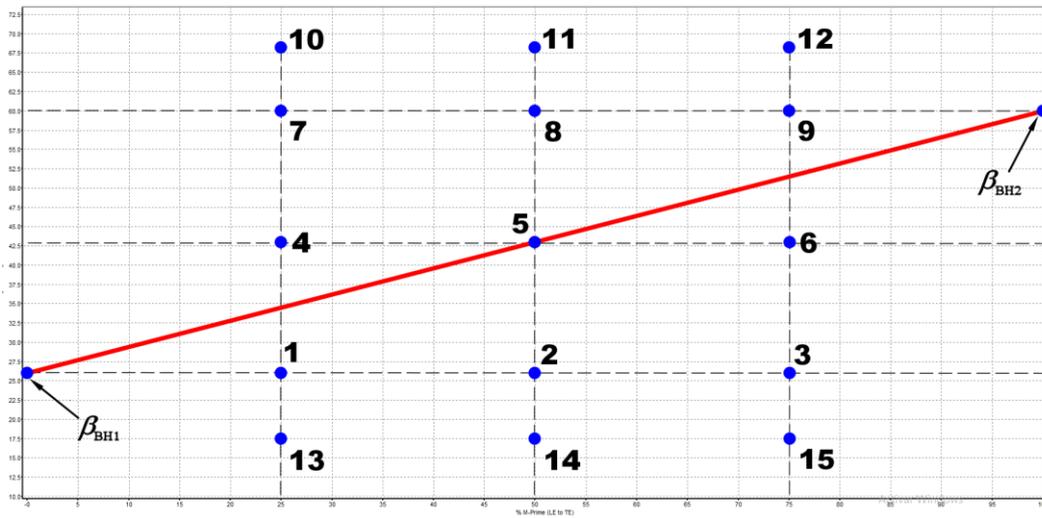


Figura 4.4: Posiciones del punto de control “bp” en el ensayo Bq-2.

NOTA: cuando el punto Bézier está en la posición “5” (bp-5), la distribución del ángulo β es una recta. Consecuentemente, todos los inductores de Bq-1 tienen el punto de control en la posición “5”.

4.3.1 Resultados del bloque Bq-2 (sin cavitación)

Los resultados de las simulaciones de los 14 inductores del bloque Bq-2, se presentan en la siguiente tabla (el inductor 7-BP.5 de Bq-2 es idéntico al inductor 7 de Bq-1).

Tabla 4.3: Resultados de las simulaciones Bq-2.

Ind. n°	Ángulo			Relación de Presión		Coeficiente de Carga		Pot. π_p $\times 10^{-4}$	Rend. η_h %
	bp	x_{bp}	β_{bp}^*	Est. $\frac{P_3}{P_E}$	Tot. $\frac{P_{03}}{P_{0E}}$	Est. ψ_s	Tot. ψ_t		
7.13	13	25	-0,25	0,037	0,681	-0,04843	-0,0167	7,22	-13,7
7.14	14	50	-0,25	0,577	1,271	-0,02130	0,0141	6,65	12,7
7.15	15	75	-0,25	1,019	1,648	0,00095	0,0338	6,79	29,6
7.1	1	25	0	1,341	2,088	0,01713	0,0568	10,02	33,7
7.2	2	50	0	0,825	1,482	-0,00878	0,0252	8,08	18,5
7.3	3	75	0	0,953	1,547	-0,00236	0,0285	7,08	24,0
7.4	4	25	0,5	2,590	4,076	0,07999	0,1605	14,72	64,9
7.5	5	50	0,5	2,338	3,534	0,06729	0,1322	13,21	59,6
7.6	6	75	0,5	2,074	3,025	0,05404	0,1057	11,52	54,6
7.7	7	25	1	2,448	4,074	0,07287	0,1604	16,08	59,3
7.8	8	50	1	2,555	4,153	0,07824	0,1645	15,55	62,9
7.9	9	75	1	2,484	3,894	0,07465	0,1510	14,51	61,9
7.10	10	25	1,25	2,258	3,889	0,06328	0,1508	16,65	53,9
7.11	11	50	1,25	2,456	4,096	0,07327	0,1615	16,16	59,5
7.12	12	75	1,25	2,502	4,060	0,07556	0,1597	15,49	61,3

4.4 Selección de los Inductores

De los 28 diseños ensayados, se seleccionaron tres para realizar un análisis numérico más complejo que incluya los efectos de la cavitación, así como ensayos experimentales en el banco de pruebas. Se escogió el “Inductor n°6”, por ser el primero en cumplir el requerimiento de relación de presión total, si todos lo que lo cumplen se ordenan de menor a mayor. El “Inductor n°7.8” se escogió por ser el de mayor presión total neta de salida. Finalmente, el “Inductor n°7” (ídem Inductor

n°7.5) se eligió por ser, luego del inductor n°6, el siguiente en cumplir con el requerimiento. Sin embargo, se escogió principalmente porque tiene una distribución lineal del ángulo β y los mismos valores de β_1 y β_2 que el inductor de mayor presión a la salida (Inductor 7.8).

En la Figura 4.5 se grafican los distintos diseños de inductores ensayados vs su presión total a la salida. La línea punteada negra indica la presión del requerimiento, la cual divide a los inductores que lo cumplen, de los que no. Los puntos de color gris representan los inductores de bloque Bq-0, los puntos verdes los del bloque Bq-1, los azules los inductores del bloque Bq-2 y los puntos con un círculo externo rojo, representan los inductores seleccionados para mayor análisis.

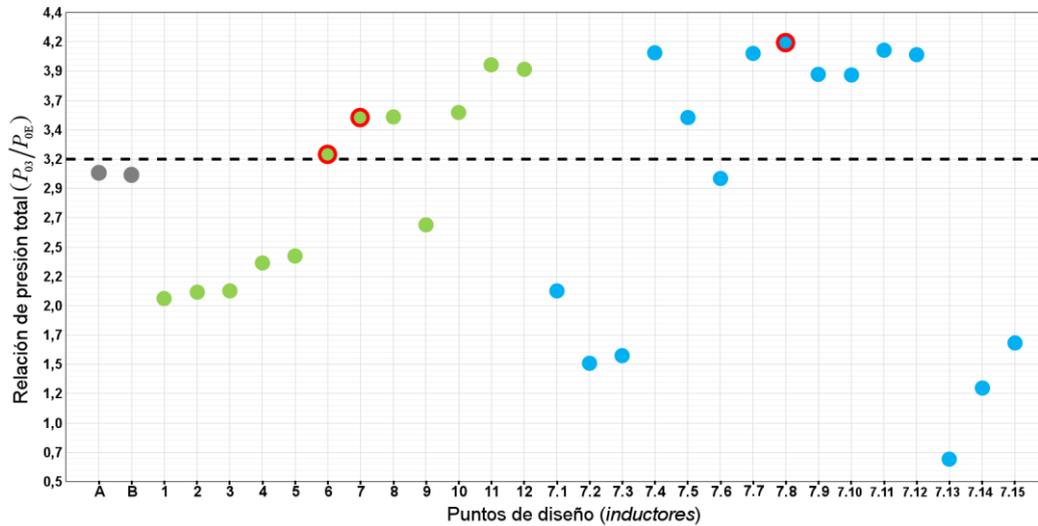


Figura 4.5: Diagrama de los diferentes puntos de diseño analizados.

En la siguiente tabla se enumeran los inductores seleccionados y sus características distintivas.

Tabla 4.4: Propiedades de los inductores seleccionados.

Ind. n°	β_{B1}	β_{B2}	$\beta_B - \%M$	P_3/P_E	P_{03}/P_{0E}	ψ_s	ψ_t	π_p $\times 10^{-4}$	η_h %
6	29,2	50	Lineal	2,281	3,225	0,06444	0,1161	11,08	62,3
7.5	29,2	60	Lineal	2,338	3,534	0,06729	0,1322	13,21	59,6
7.8	29.2	70	Cuadrática	2,219	3,542	0,06134	0,1326	14,62	54,0

5 Análisis multifásico

A continuación, se presentan los resultados del estudio numérico multifásico (con cavitación) realizado a los diseños seleccionados previamente. Para las condiciones del punto de diseño, se muestran los campos de presiones y velocidades, las características de rendimiento y un detalle de las velocidades en las secciones de entrada y salida de cada inductor.

Por último, se muestran las curvas de caída de presión a tres velocidades de rotación diferentes para cada inductor. Estas curvas surgen del análisis de sensibilidad a las variaciones en la presión de entrada, una importante caracterización del desempeño del inductor.

5.1 Inductor n°6

5.1.1 Geometría

En las siguientes figuras se aprecia la geometría del inductor. Las dimensiones del hub (cubo) y shroud (carcasa) son comunes a todos los inductores como se detalla en los requerimientos secundarios, ver Figura 3.1. Los ángulos del álabe del inductor n°6, se muestran en la Tabla 5.1, junto con información sobre la distribución de β_B .

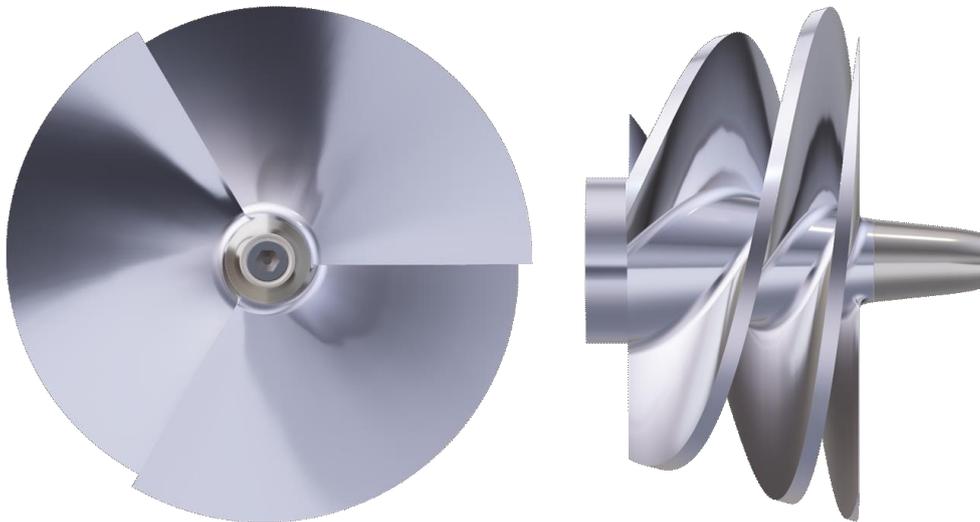


Figura 5.1: Inductor n°6, vistas frontal y lateral izquierda.



Figura 5.2: Inductor n°6, vista isométrica.

Tabla 5.1: Inductor n°6, ángulos del álabe.

Parámetro	Símbolo	Valor	Uds.
Angulo del álabe en la raíz del bode de ataque	β_{BH1}	29,2	<i>grados</i>
Angulo del álabe en la raíz del borde de fuga	β_{BH2}	50	<i>grados</i>
Angulo del álabe en el borde de ataque a media altura	β_{B1}	8,6	<i>grados</i>
Angulo del álabe en el borde de salida a media altura	β_{B2}	33,9	<i>grados</i>
Angulo del álabe en el extremo del borde de ataque	β_{BT1}	5,2	<i>grados</i>
Angulo del álabe en el en el extremo del borde de fuga	β_{BT2}	26,1	<i>grados</i>
Tipo de distribución β_B vs %M		lineal	
Bézier Point	x_{bp}	50	%M
	β_{bp}^*	0,5	[-]

5.1.2 Desempeño General

En la Tabla 5.2 se resumen las prestaciones calculadas para el inductor y en la Figura 5.3 se muestra las posiciones de los planos transversales en los que se toman los datos.

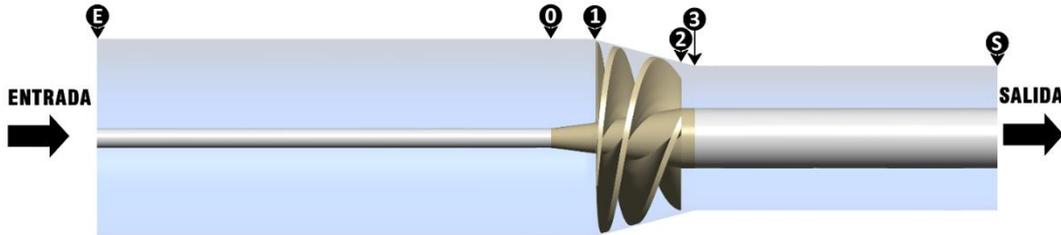


Figura 5.3: Dominio de simulación y estaciones de toma de datos.

Tabla 5.2: Inductor n°6, datos de performance.

Parámetro	Símbolo	Valor
Relación de presión estática	P_3/P_E	1,818
Relación de presión total	P_{03}/P_{0E}	2,501
Coefficiente de carga estático	φ	0,06121
Coefficiente de carga estático	ψ_s	0,05717
Coefficiente de carga total	ψ_t	0,1077
Coefficiente de potencia	π_p	$10,97 \times 10^{-4}$
Eficiencia hidráulica	η_h	58,4%

5.1.3 Presiones

En la Figura 5.4 se grafican las presiones medias, estáticas y totales, a lo largo del dominio de simulación. La escala del eje de abscisas es la longitud axial normalizada. Es decir que, los valores de cero a uno, corresponden a la longitud del tubo de succión (“E” a “0” en la Figura 5.3), de uno a dos, corresponde a la longitud axial del inductor (“0” a “3” en la Figura 5.3) y finalmente los valores de dos a tres corresponden al tubo de descarga (“3” a “S” en la Figura 5.3).

Las Figura 5.5 y Figura 5.7 muestran los campos de la presión, estática y total respectivamente, sobre el plano de simetría YZ.

La distribución de presión estática y total sobre la superficie de revolución que pasa por el 50% de la altura de los álabes, se puede ver en las Figura 5.6 y Figura 5.8 respectivamente.

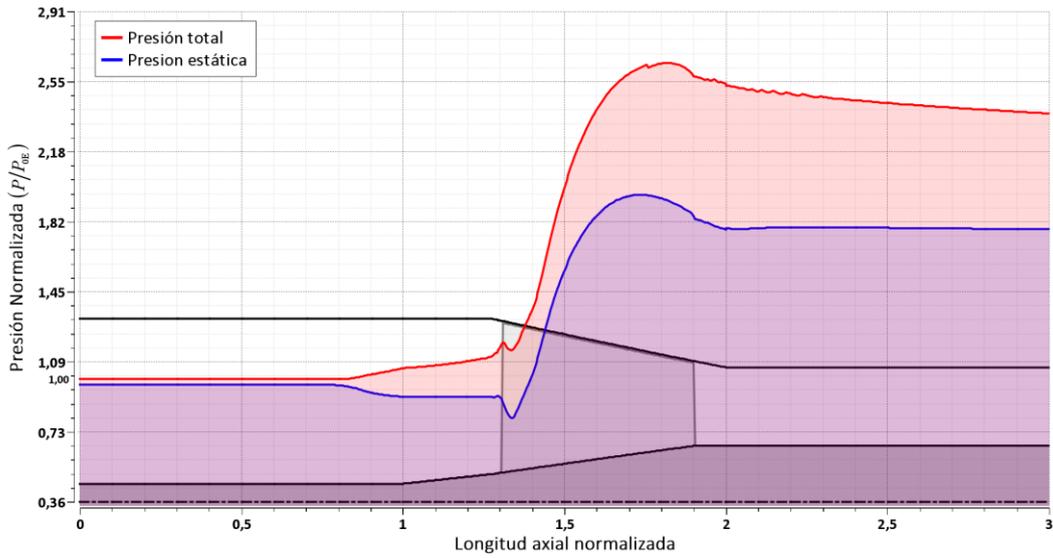


Figura 5.4: Variación longitudinal de las presiones medias, estáticas y totales.

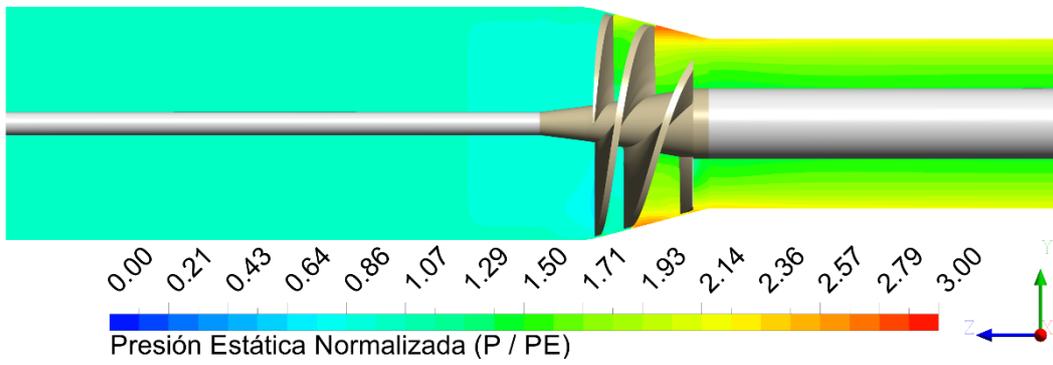


Figura 5.5: Campo de presión estática sobre el plano de simetría YZ.

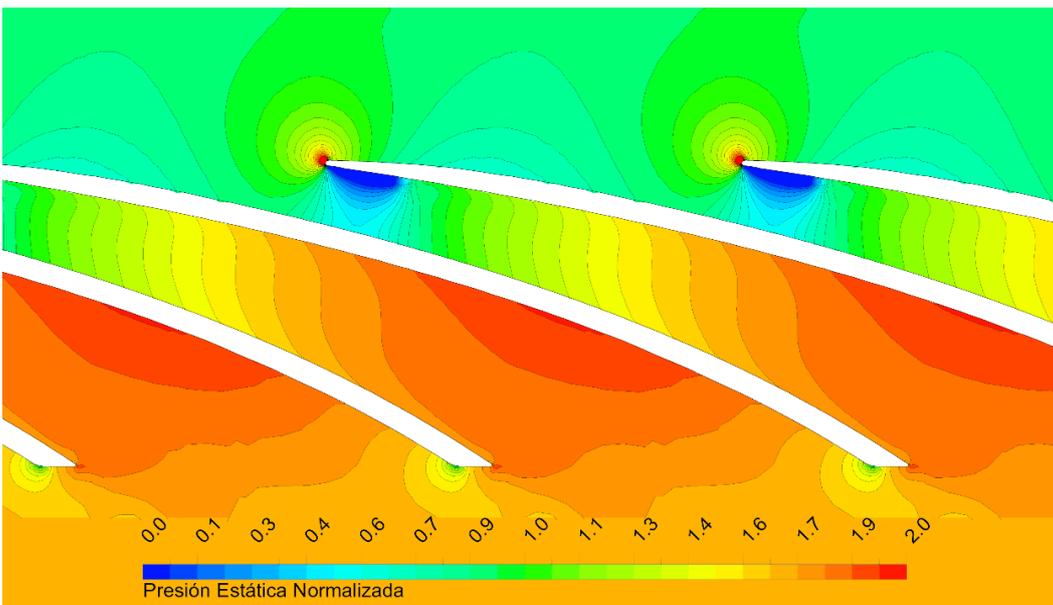


Figura 5.6: Campo de presión estática al 50% de la altura de los álabes.

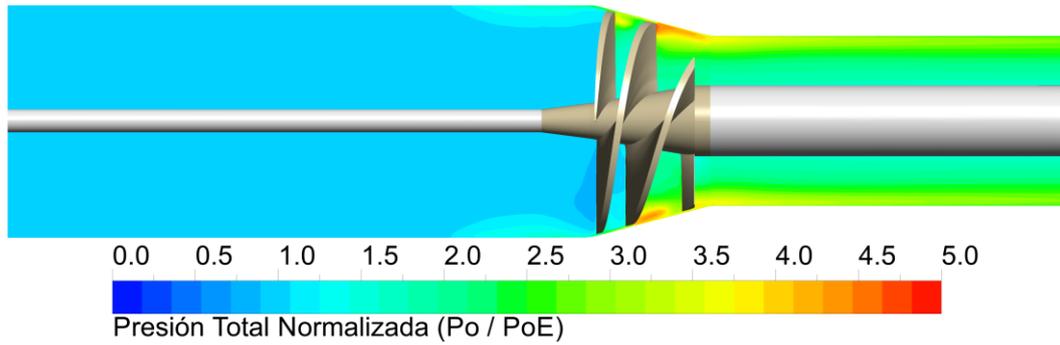


Figura 5.7: Campo de presión total absoluta sobre el plano de simetría YZ.

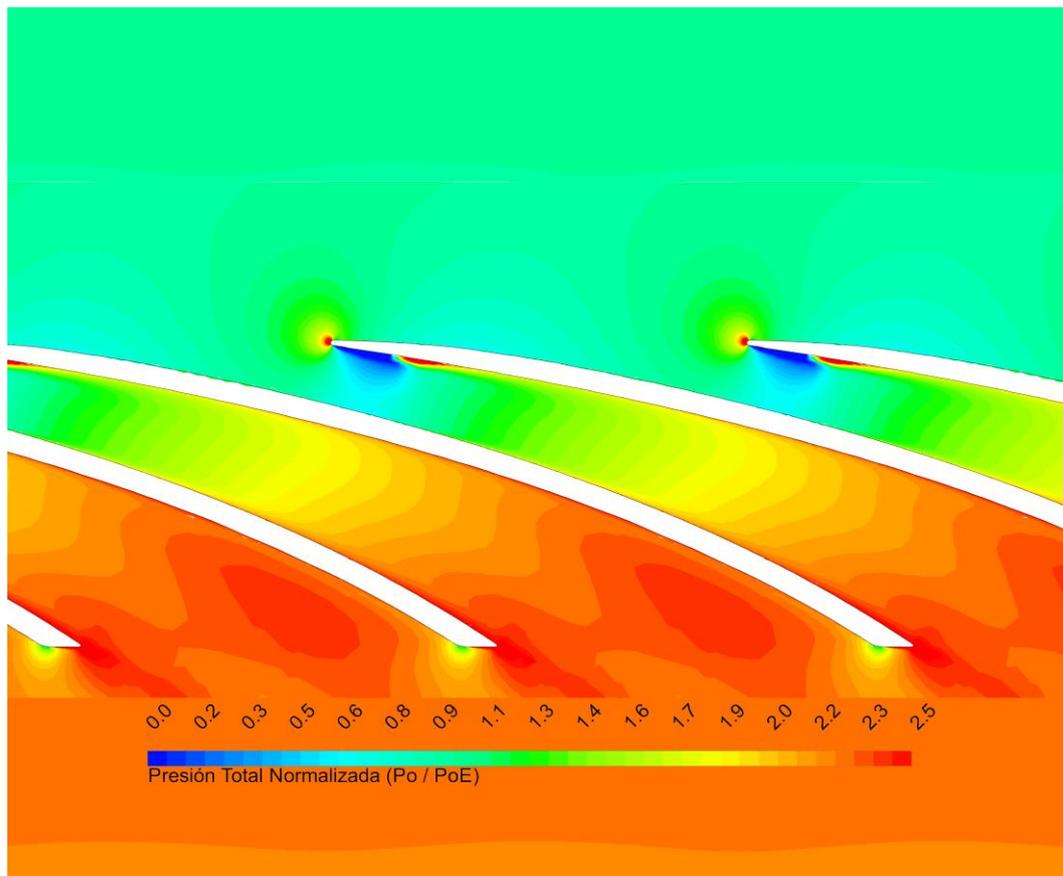


Figura 5.8: Campo de presión total absoluta al 50% de la altura de los álabes.

5.1.4 Velocidades

Las Tabla 5.3, Tabla 5.4, Tabla 5.5 y Tabla 5.6 detallan las componentes medias del triángulo de velocidades (ver Figura 5.9) sobre el radio medio, a la entrada del dominio rotante (plano 0), en el plano del borde de ataque de los álabes (plano 1), en el plano del borde de fuga de los álabes (plano 2) y en el plano de salida del dominio rotante (plano 3). La posición de los planos 0, 1, 2 y 3, se puede ver en la Figura 5.3.

Notar que las velocidades tangenciales C_u y w_u , se consideran positivas cuando tienen el mismo sentido que la velocidad de rotación u .

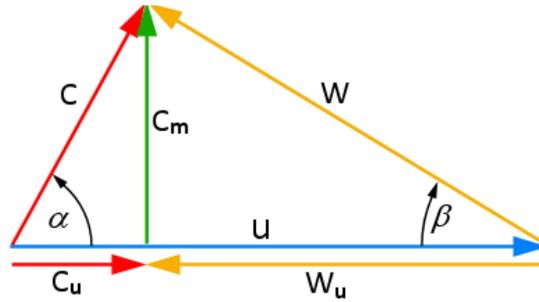


Figura 5.9: Triángulo de velocidades.

Tabla 5.3: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “0”.

	Parámetro	Símbolo	Valor
Velocidad tangencial del rotor a la altura del diámetro medio		u_0/u_{0T}	0,5495
Velocidad absoluta del fluido a la altura del diámetro medio		C_0/u_{0T}	0,1307
Componente meridiana de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio		C_{m0}/u_{0T}	0,1304
Componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio		C_{u0}/u_{0T}	0,008536
Ángulo entre C y U a la altura del diámetro medio		α_0	86,23°
Velocidad relativa del fluido a la altura del diámetro medio		w_0/u_{0T}	0,5566
Componente tangencial de la velocidad relativa del fluido en el diámetro medio		w_{u0}/u_{0T}	-0,5411
Ángulo entre W y U en el diámetro medio		β_0	13,54°

Tabla 5.4: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “1” (*le*).

	Parámetro	Símbolo	Valor
Velocidad tangencial del rotor a la altura del diámetro medio		u_1/u_{0T}	0,5725
Velocidad absoluta del fluido a la altura del diámetro medio		C_1/u_{0T}	0,1058
Componente meridiana de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio		C_{m1}/u_{0T}	0,1055
Componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio		C_{u1}/u_{0T}	0,007813
Ángulo entre C y U a la altura del diámetro medio		α_1	85,74°
Velocidad relativa del fluido a la altura del diámetro medio		w_1/u_{0T}	0,5747
Componente tangencial de la velocidad relativa del fluido en el diámetro medio		w_{u1}/u_{0T}	-0,5650
Ángulo entre W y U en el diámetro medio		β_1	10,57°

Tabla 5.5: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “2” (*te*).

Parámetro	Símbolo	Valor
Velocidad tangencial del rotor a la altura del diámetro medio	$\mathbf{u}_2/\mathbf{u}_{0T}$	0,5274
Velocidad absoluta del fluido a la altura del diámetro medio	$\mathbf{C}_2/\mathbf{u}_{0T}$	0,3001
Componente meridiana de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{C}_{m2}/\mathbf{u}_{0T}$	0,1634
Componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{C}_{u2}/\mathbf{u}_{0T}$	0,2516
Ángulo entre C y U a la altura del diámetro medio	α_2	32,99°
Velocidad relativa del fluido a la altura del diámetro medio	$\mathbf{w}_2/\mathbf{u}_{0T}$	0,3208
Componente tangencial de la velocidad relativa del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{w}_{u2}/\mathbf{u}_{0T}$	-0,2759
Ángulo entre W y U en el diámetro medio	β_2	30,63°

Tabla 5.6: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “3”

Parámetro	Símbolo	Valor
Velocidad tangencial del rotor a la altura del diámetro medio	$\mathbf{u}_3/\mathbf{u}_{0T}$	0,5162
Velocidad absoluta del fluido a la altura del diámetro medio	$\mathbf{C}_3/\mathbf{u}_{0T}$	0,3037
Componente meridiana de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{C}_{m3}/\mathbf{u}_{0T}$	0,1635
Componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{C}_{u3}/\mathbf{u}_{0T}$	0,2558
Ángulo entre C y U a la altura del diámetro medio	α_3	32,59°
Velocidad relativa del fluido a la altura del diámetro medio	$\mathbf{w}_3/\mathbf{u}_{0T}$	0,3076
Componente tangencial de la velocidad relativa del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{w}_{u3}/\mathbf{u}_{0T}$	-0,2606
Ángulo entre W y U en el diámetro medio	β_3	32,11°

En la Figura 5.10, que presenta la distribución del módulo de la velocidad absoluta sobre el plano de simetría YZ, se puede ver sobre las paredes del shroud (carcasa), por delante del inductor, la zona de recirculación debido al flujo que escapa por el huelgo entre el extremo de los álabes y la carcasa.

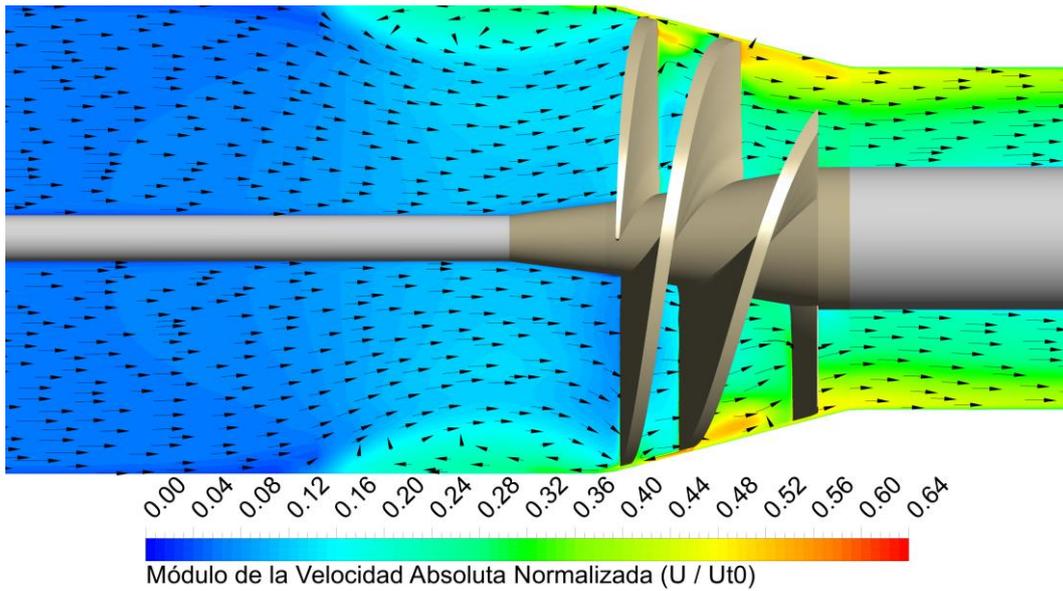


Figura 5.10: Velocidad absoluta, sobre el plano de simetría YZ.

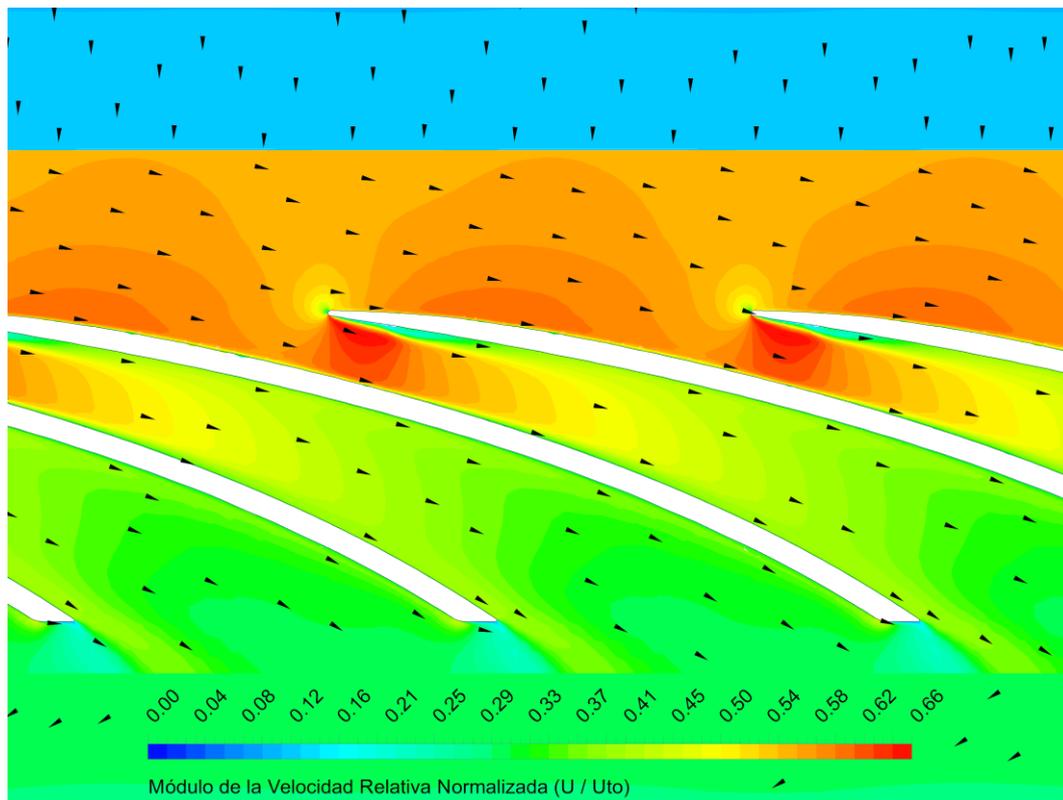


Figura 5.11: Velocidad relativa al 50% de la altura de los álabes.

En la Figura 5.11 se exhibe la distribución del módulo de la velocidad relativa sobre la superficie de revolución que corta los álabes al 50% de su altura. Se puede ver por delante del inductor, en la zona del tubo de succión, un aumento de la velocidad debido a la restricción que produce la recirculación por la fuga en los huecos.

5.2 Inductor n°7.5

5.2.1 Geometría

En las siguientes figuras se aprecia la geometría del inductor. Las dimensiones del Hub (cubo) y Shroud (carcasa) son comunes a todos los inductores como se detalla en los requerimientos secundarios, ver Figura 3.1. Los ángulos del álabe del inductor n°7.5, se muestran en la Tabla 5.7, junto con información sobre la distribución de β_B .

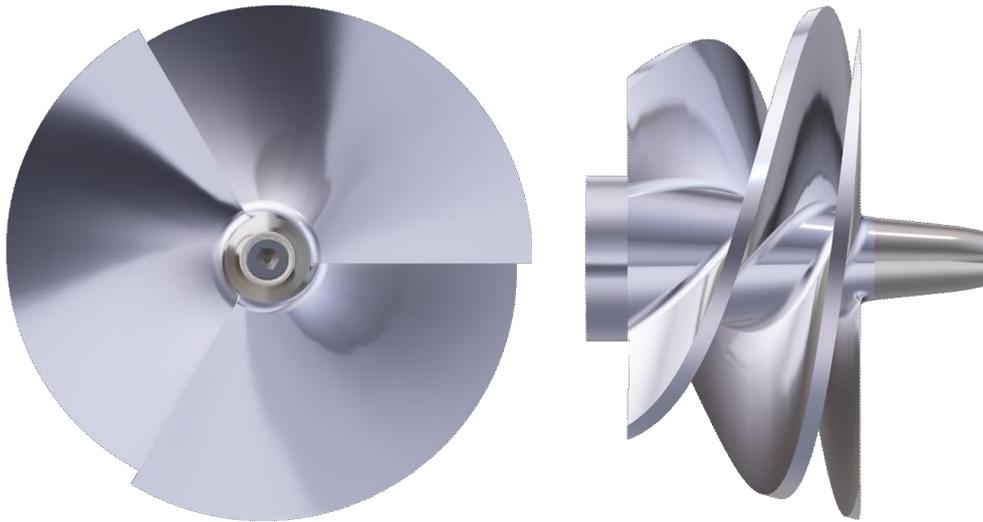


Figura 5.12: Inductor n°7.5, vistas frontal y lateral izquierda.



Figura 5.13: Inductor n°7.5, vista isométrica.

Tabla 5.7: Inductor n°7.5, ángulos del álabe.

Parámetro	Símbolo	Valor	Uds.
Angulo del álabe en la raíz del bode de ataque	β_{BH1}	29,2	grados
Angulo del álabe en la raíz del borde de fuga	β_{BH2}	60	grados
Angulo del álabe en el borde de ataque a media altura	β_{B1}	8,6	grados
Angulo del álabe en el borde de salida a media altura	β_{B2}	44,3	grados
Angulo del álabe en el extremo del borde de ataque	β_{BT1}	5,2	grados
Angulo del álabe en el en el extremo del borde de fuga	β_{BT2}	35,5	grados
Tipo de distribución β_B vs %M		lineal	
Bézier Point	x_{bp}	50	%M
	β_{bp}^*	0,5	[-]

5.2.2 Desempeño General

En la Tabla 5.8 se resumen las prestaciones calculadas para el inductor y en la Figura 5.14 se muestra las posiciones de los planos transversales en los que se toman los datos.

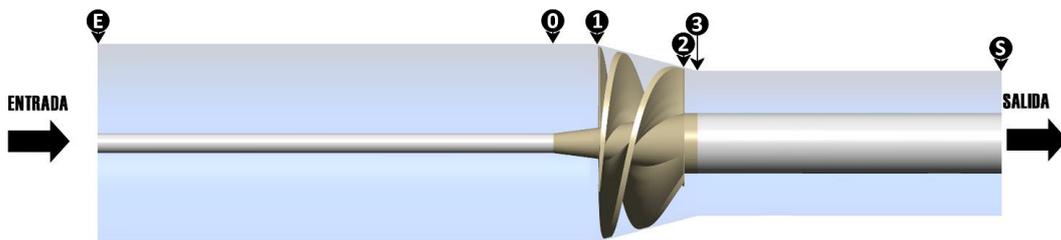


Figura 5.14: Dominio de simulación y estaciones de toma de datos.

Tabla 5.8: Inductor n°7.5, datos de performance.

Parámetro	Símbolo	Valor
Relación de presión estática	P_3/P_E	1,911
Relación de presión total	P_{03}/P_{0E}	2,774
Coefficiente de carga estático	φ	0,06121
Coefficiente de carga estático	ψ_s	0,06367
Coefficiente de carga total	ψ_t	0,1273
Coefficiente de potencia	π_p	$13,19 \times 10^{-4}$
Eficiencia hidráulica	η_h	57,4%

5.2.3 Presiones

En la Figura 5.15 se grafican las presiones medias, estáticas y totales, a lo largo del dominio de simulación. La escala del eje de abscisas es la longitud axial normalizada. Es decir que, los valores de cero a uno, corresponden a la longitud del tubo de succión (“E” a “0” en la Figura 5.14), de uno a dos, corresponde a la longitud axial del inductor (“0” a “3” en la Figura 5.14) y finalmente los valores de dos a tres corresponden al tubo de descarga (“3” a “S” en la Figura 5.14).

Las Figura 5.16 y Figura 5.18 muestran los campos de la presión, estática y total respectivamente, sobre el plano de simetría YZ.

La distribución de presión estática y total sobre la superficie de revolución que pasa por el 50% de la altura de los álabes, se puede ver en las Figura 5.17 y Figura 5.19 respectivamente.

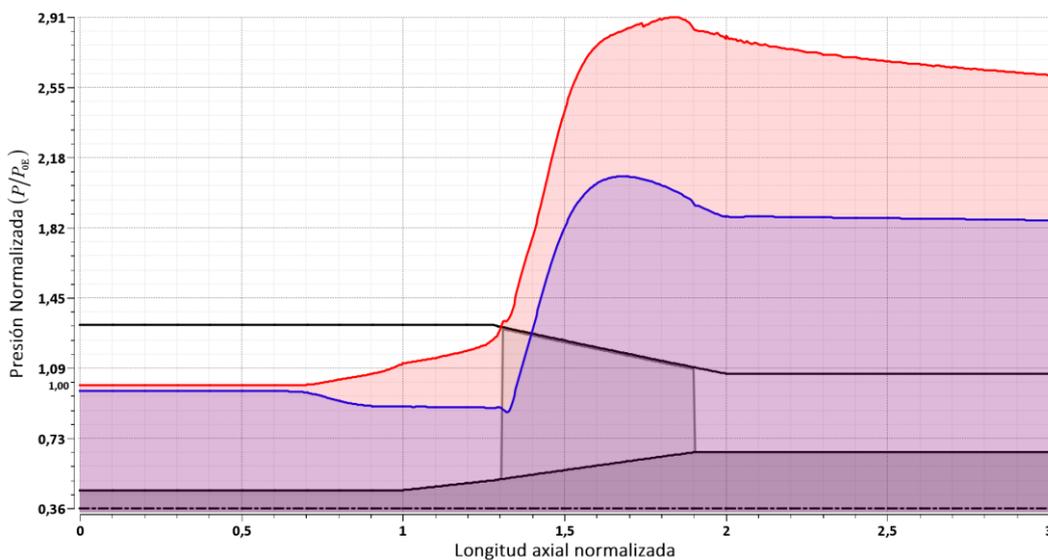


Figura 5.15: Variación longitudinal de las presiones medias, estáticas y totales.

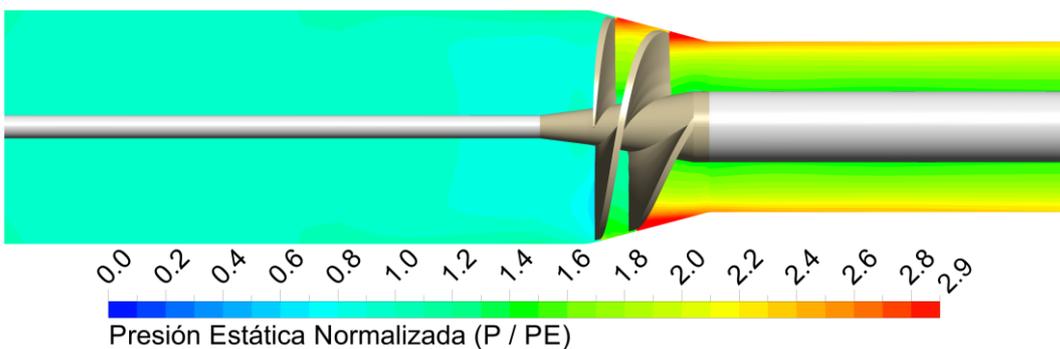


Figura 5.16: Campo de presión estática sobre el plano de simetría YZ.

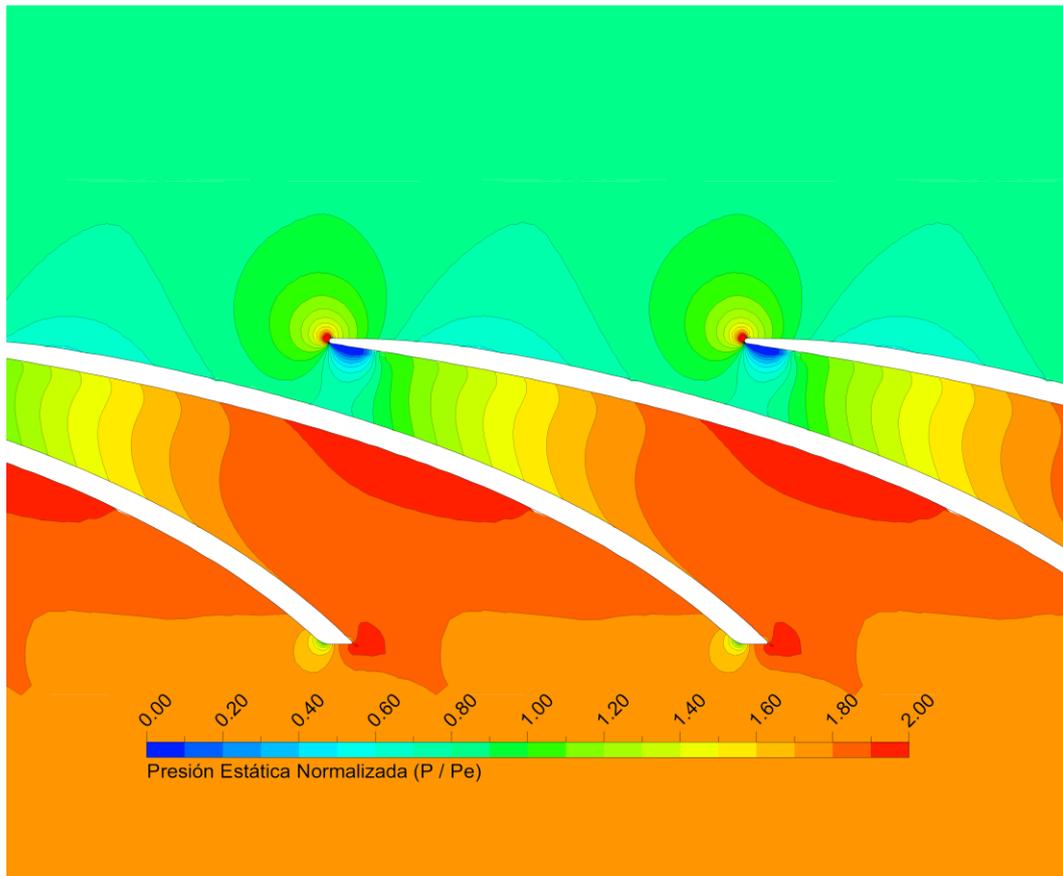


Figura 5.17: Campo de presión estática al 50% de la altura de los álabes.

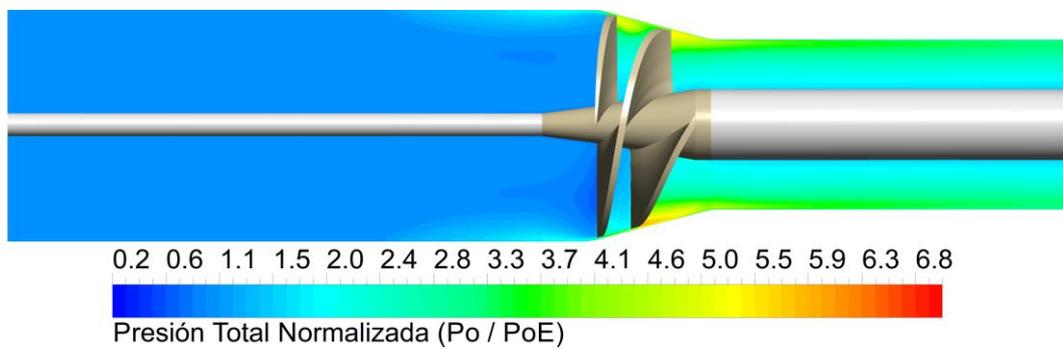


Figura 5.18: Campo de presión total absoluta sobre el plano de simetría YZ.

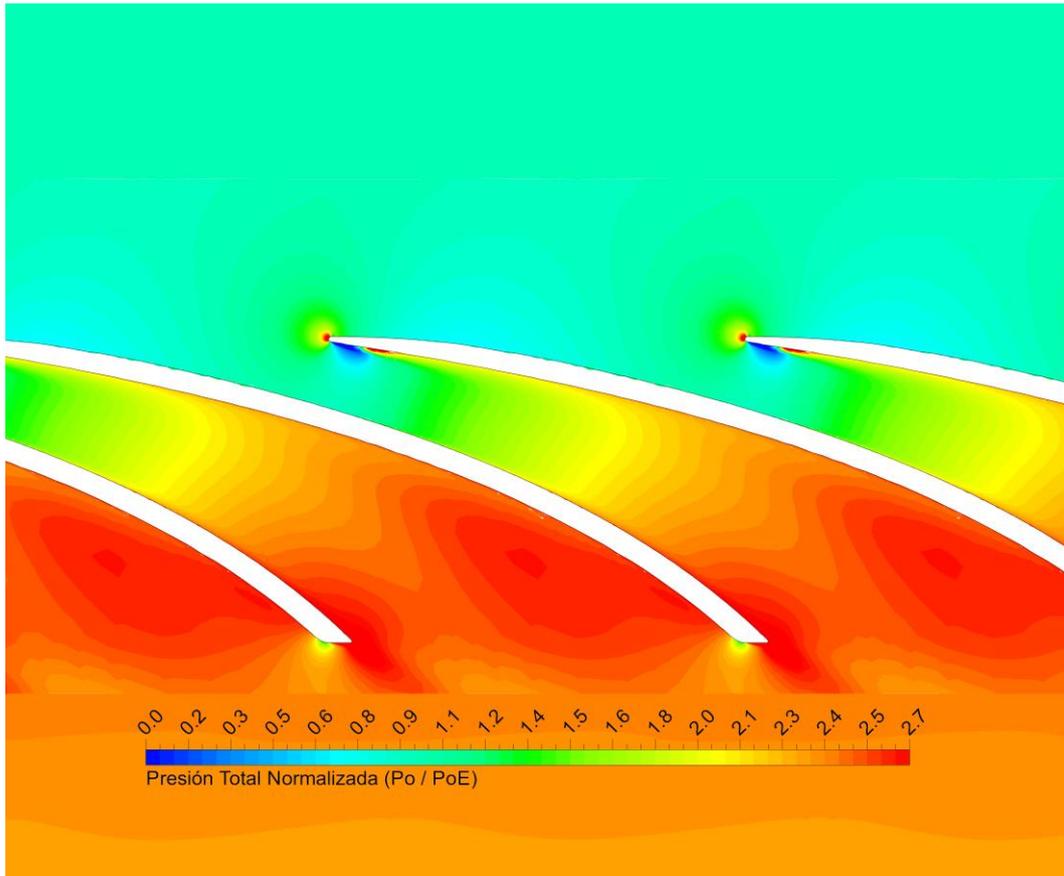


Figura 5.19: Campo de presión total absoluta al 50% de la altura de los álabes.

5.2.4 Velocidades

Las Tabla 5.9, Tabla 5.10, Tabla 5.11 y Tabla 5.12 detallan las componentes medias del triángulo de velocidades (ver Figura 5.20) sobre el radio medio, a la entrada del dominio rotante (plano 0), en el plano del borde de ataque de los álabes (plano 1), en el plano del borde de fuga de los álabes (plano 2) y en el plano de salida del dominio rotante (plano 3). La posición de los planos 0, 1, 2 y 3, se puede ver en la Figura 5.14.

Notar que las velocidades tangenciales C_u y w_u , se consideran positivas cuando tienen el mismo sentido que la velocidad de rotación u .

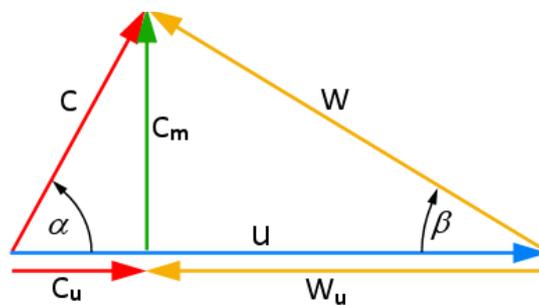


Figura 5.20: Triángulo de velocidades.

Tabla 5.9: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano "0".

Parámetro	Símbolo	Valor
Velocidad tangencial del rotor a la altura del diámetro medio	u_0/u_{0T}	0,5498
Velocidad absoluta del fluido a la altura del diámetro medio	C_0/u_{0T}	0,1401
Componente meridiana de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	C_{m0}/u_{0T}	0,1263
Componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	C_{u0}/u_{0T}	0,06033
Ángulo entre C y U a la altura del diámetro medio	α_0	64,48°
Velocidad relativa del fluido a la altura del diámetro medio	w_0/u_{0T}	0,5057
Componente tangencial de la velocidad relativa del fluido en el diámetro medio	w_{u0}/u_{0T}	-0,4898
Ángulo entre W y U en el diámetro medio	β_0	14,47°

Tabla 5.10: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano "1" (*le*).

Parámetro	Símbolo	Valor
Velocidad tangencial del rotor a la altura del diámetro medio	u_1/u_{0T}	0,5727
Velocidad absoluta del fluido a la altura del diámetro medio	C_1/u_{0T}	0,1160
Componente meridiana de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	C_{m1}/u_{0T}	0,1098
Componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	C_{u1}/u_{0T}	0,03733
Ángulo entre C y U a la altura del diámetro medio	α_1	71,23°
Velocidad relativa del fluido a la altura del diámetro medio	w_1/u_{0T}	0,5466
Componente tangencial de la velocidad relativa del fluido en el diámetro medio	w_{u1}/u_{0T}	-0,5355
Ángulo entre W y U en el diámetro medio	β_1	11,59°

Tabla 5.11: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “2” (*te*).

Parámetro	Símbolo	Valor
Velocidad tangencial del rotor a la altura del diámetro medio	$\mathbf{u}_2/\mathbf{u}_{0T}$	0,5277
Velocidad absoluta del fluido a la altura del diámetro medio	$\mathbf{C}_2/\mathbf{u}_{0T}$	0,3339
Componente meridiana de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{C}_{m2}/\mathbf{u}_{0T}$	0,1554
Componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{C}_{u2}/\mathbf{u}_{0T}$	0,2956
Ángulo entre C y U a la altura del diámetro medio	α_2	27,73°
Velocidad relativa del fluido a la altura del diámetro medio	$\mathbf{w}_2/\mathbf{u}_{0T}$	0,2795
Componente tangencial de la velocidad relativa del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{w}_{u2}/\mathbf{u}_{0T}$	-0,2324
Ángulo entre W y U en el diámetro medio	β_2	33,76°

Tabla 5.12: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “3”

Parámetro	Símbolo	Valor
Velocidad tangencial del rotor a la altura del diámetro medio	$\mathbf{u}_3/\mathbf{u}_{0T}$	0,5165
Velocidad absoluta del fluido a la altura del diámetro medio	$\mathbf{C}_3/\mathbf{u}_{0T}$	0,3235
Componente meridiana de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{C}_{m3}/\mathbf{u}_{0T}$	0,1583
Componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{C}_{u3}/\mathbf{u}_{0T}$	0,2821
Ángulo entre C y U a la altura del diámetro medio	α_3	29,28°
Velocidad relativa del fluido a la altura del diámetro medio	$\mathbf{w}_3/\mathbf{u}_{0T}$	0,2829
Componente tangencial de la velocidad relativa del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{w}_{u3}/\mathbf{u}_{0T}$	-0,2345
Ángulo entre W y U en el diámetro medio	β_3	34,01°

En la Figura 5.21, que presenta la distribución del módulo de la velocidad absoluta sobre el plano de simetría YZ, se puede ver sobre las paredes del shroud (carcasa), por delante del inductor, la zona de recirculación debido al flujo que escapa por el huelgo entre el extremo de los álabes y la carcasa.

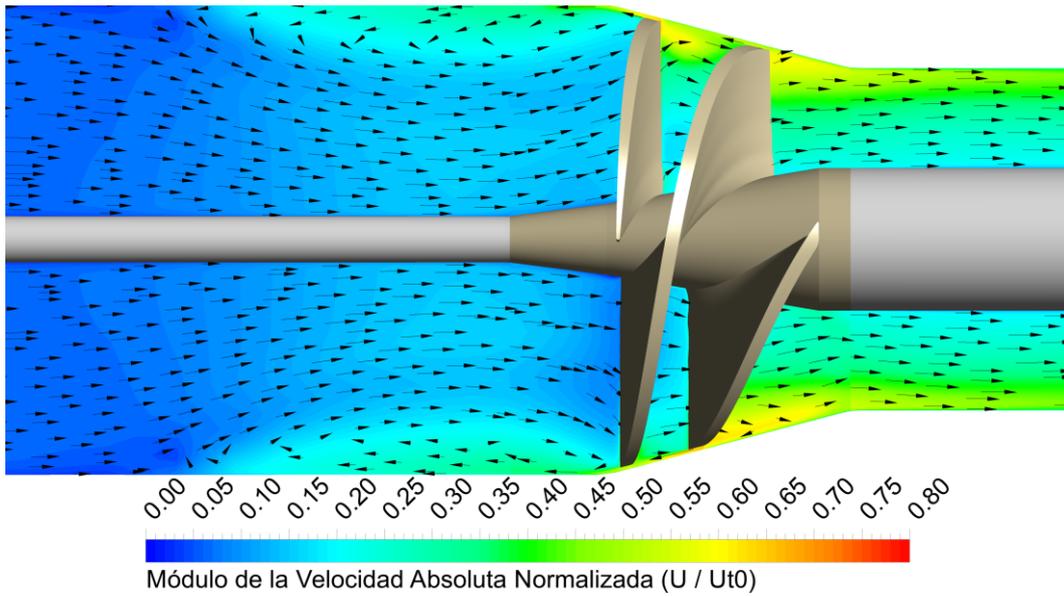


Figura 5.21: Velocidad absoluta, sobre el plano de simetría YZ.

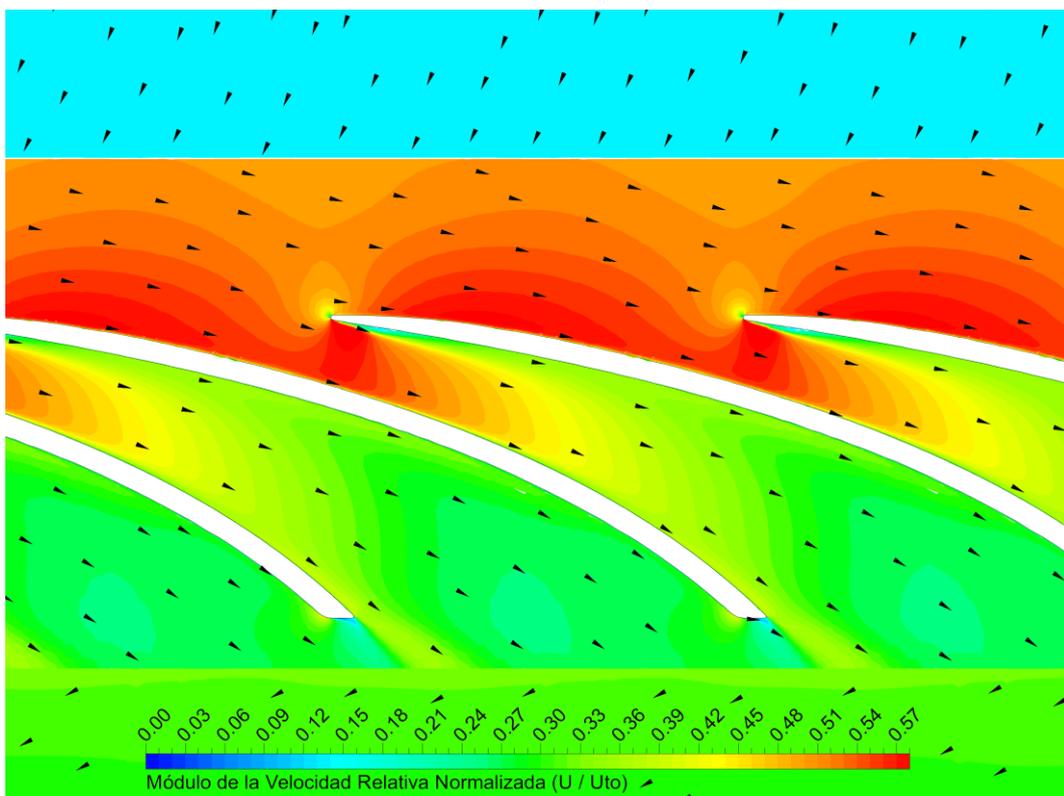


Figura 5.22: Velocidad relativa al 50% de la altura de los álabes.

En la Figura 5.22 se exhibe la distribución del módulo de la velocidad relativa sobre la superficie de revolución que corta los álabes al 50% de su altura. Se puede ver por delante del inductor, en la zona del tubo de succión, un aumento de la velocidad debido a la restricción que produce la recirculación por la fuga en los huecos.

5.3 Inductor n°7.8

5.3.1 Geometría

En las siguientes figuras se aprecia la geometría del inductor. Las dimensiones del Hub (cubo) y Shroud (carcasa) son comunes a todos los inductores como se detalla en los requerimientos secundarios, ver Figura 3.1. Los ángulos del álabe del inductor n°7.8, se muestran en la Tabla 5.13, junto con información sobre la distribución de β_B .

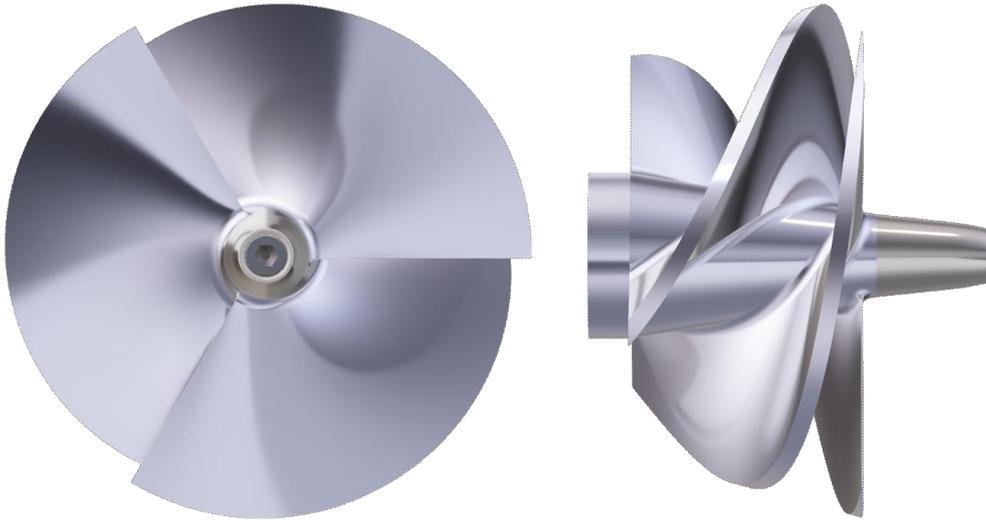


Figura 5.23: Inductor n°7.8, vistas frontal y lateral izquierda.



Figura 5.24: Inductor n°7.8, vista isométrica.

Tabla 5.13: Inductor n°7.8, ángulos del álabe.

Parámetro	Símbolo	Valor	Uds.
Angulo del álabe en la raíz del bode de ataque	β_{BH1}	29,2	grados
Angulo del álabe en la raíz del borde de fuga	β_{BH2}	60	grados
Angulo del álabe en el borde de ataque a media altura	β_{B1}	8,6	grados
Angulo del álabe en el borde de salida a media altura	β_{B2}	43,8	grados
Angulo del álabe en el extremo del borde de ataque	β_{BT1}	5,2	grados
Angulo del álabe en el en el extremo del borde de fuga	β_{BT2}	34,8	grados
Tipo de distribución β_B vs %M		Cuadrática	
Bézier Point	x_{bp}	50	%M
	β_{bp}^*	1	[-]

5.3.2 Desempeño General

En la Tabla 5.14 se resumen las prestaciones calculadas para el inductor y en la Figura 5.25 se muestra las posiciones de los planos transversales en los que se toman los datos.

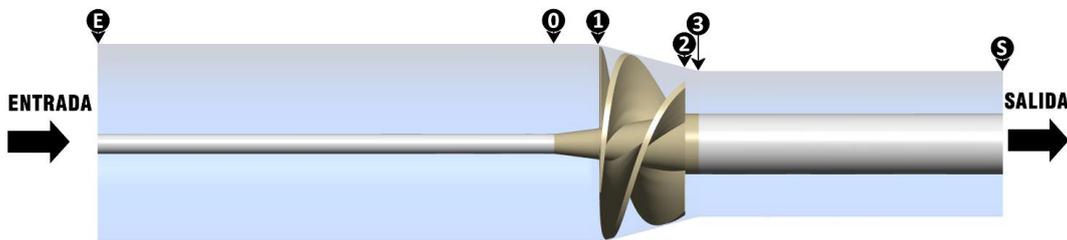


Figura 5.25: Dominio de simulación y estaciones de toma de datos.

Tabla 5.14: Inductor n°7.8, datos de performance.

Parámetro	Símbolo	Valor
Relación de presión estática	P_3/P_E	2,209
Relación de presión total	P_{03}/P_{0E}	3,447
Coefficiente de carga estático	φ	0,06121
Coefficiente de carga estático	ψ_s	0,08290
Coefficiente de carga total	ψ_t	0,1719
Coefficiente de potencia	π_p	$10,96 \times 10^{-4}$
Eficiencia hidráulica	η_h	65,12%

5.3.3 Presiones

En la Figura 5.26 se grafican las presiones medias, estáticas y totales, a lo largo del dominio de simulación. La escala del eje de abscisas es la longitud axial normalizada. Es decir que, los valores de cero a uno, corresponden a la longitud del tubo de succión (“E” a “0” en la Figura 5.25), de uno a dos, corresponde a la longitud axial del inductor (“0” a “3” en la Figura 5.25) y finalmente los valores de dos a tres corresponden al tubo de descarga (“3” a “S” en la Figura 5.25).

Las Figura 5.27 y Figura 5.29 muestran los campos de la presión, estática y total respectivamente, sobre el plano de simetría YZ.

La distribución de presión estática y total sobre la superficie de revolución que pasa por el 50% de la altura de los álabes, se puede ver en las Figura 5.28 y Figura 5.30 respectivamente.

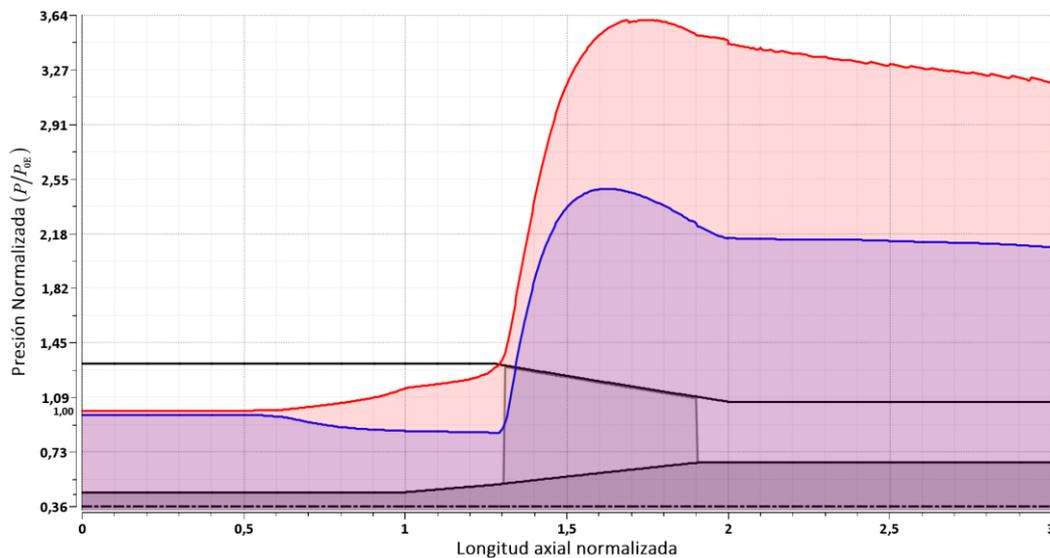


Figura 5.26: Variación longitudinal de las presiones medias, estáticas y totales.

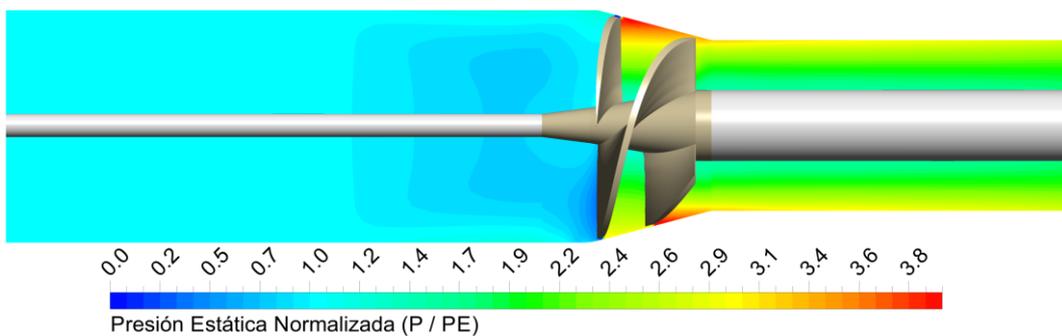


Figura 5.27: Campo de presión estática sobre el plano de simetría YZ.

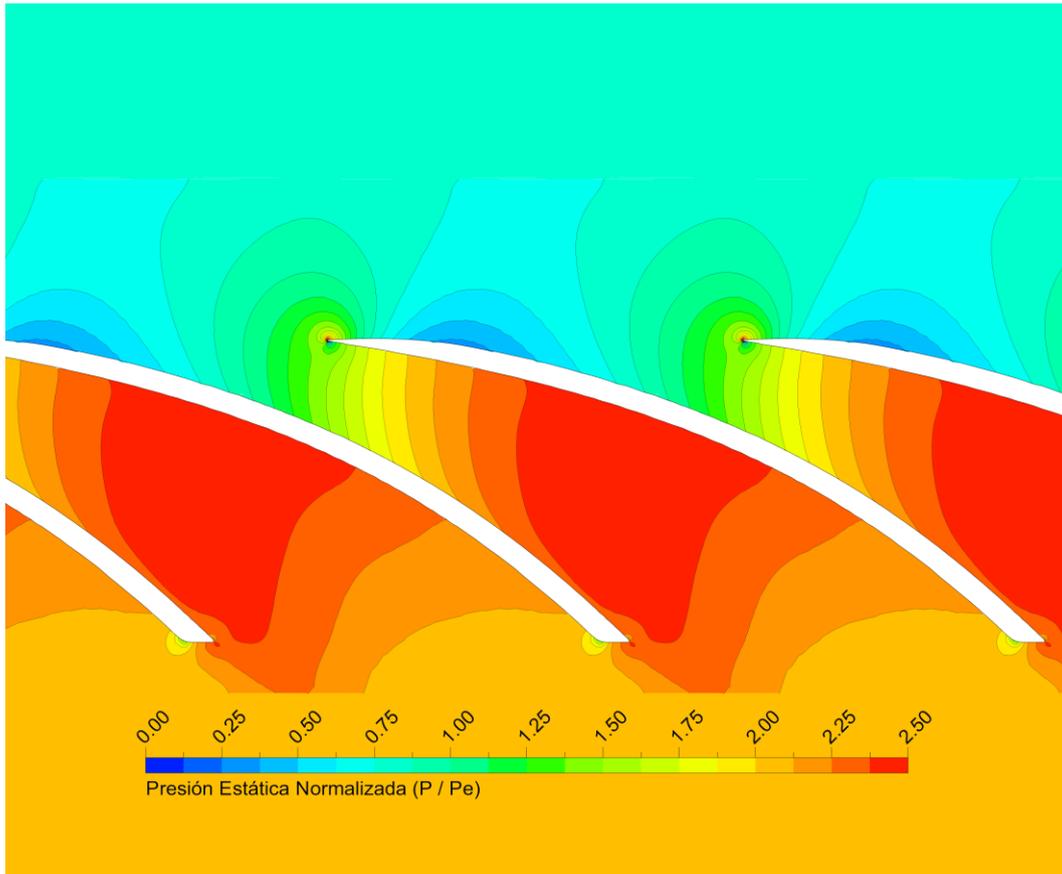


Figura 5.28: Campo de presión estática al 50% de la altura de los álabes.

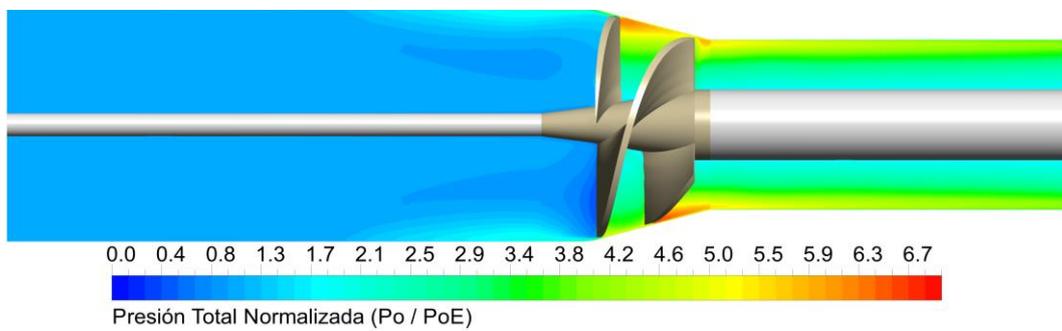


Figura 5.29: Campo de presión total absoluta sobre el plano de simetría YZ.

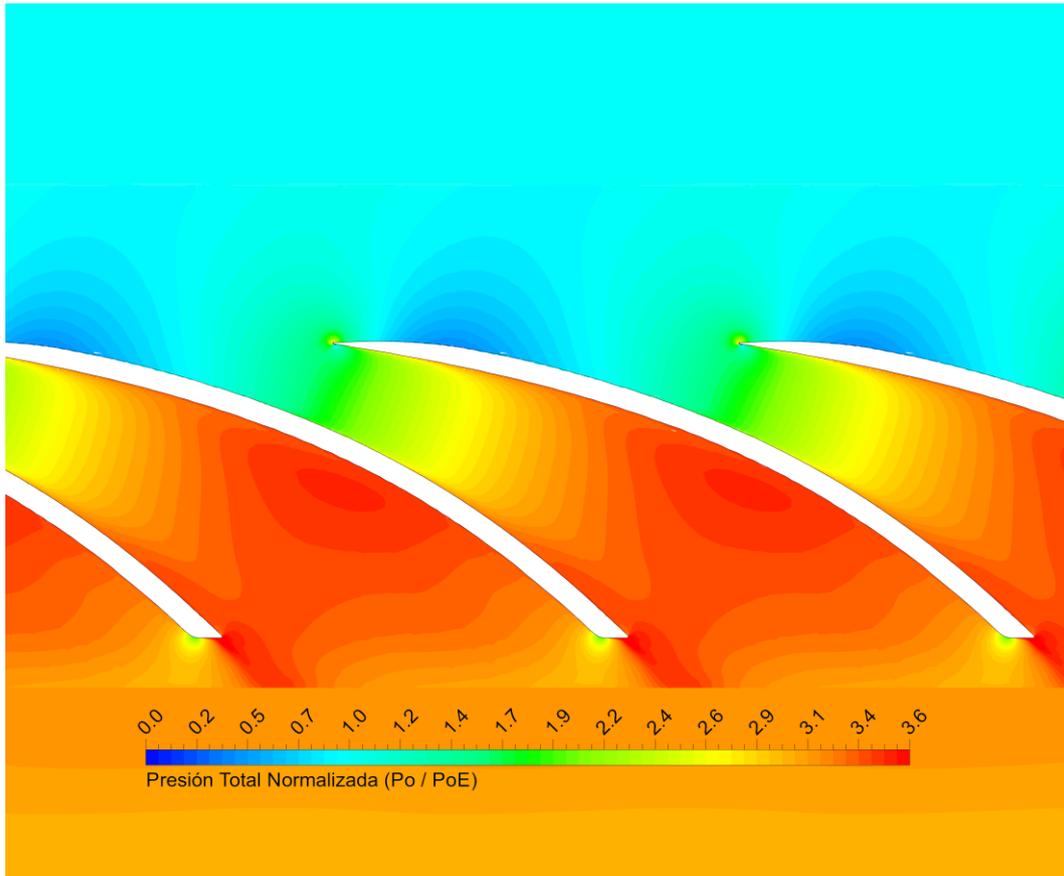


Figura 5.30: Campo de presión total absoluta al 50% de la altura de los álabes.

5.3.4 Velocidades

Las Tabla 5.15, Tabla 5.16, Tabla 5.17 y Tabla 5.18 detallan las componentes medias del triángulo de velocidades (ver Figura 5.31) sobre el radio medio, a la entrada del dominio rotante (plano 0), en el plano del borde de ataque de los álabes (plano 1), en el plano del borde de fuga de los álabes (plano 2) y en el plano de salida del dominio rotante (plano 3). La posición de los planos 0, 1, 2 y 3, se puede ver en la Figura 5.25.

Notar que las velocidades tangenciales C_u y w_u , se consideran positivas cuando tienen el mismo sentido que la velocidad de rotación u .

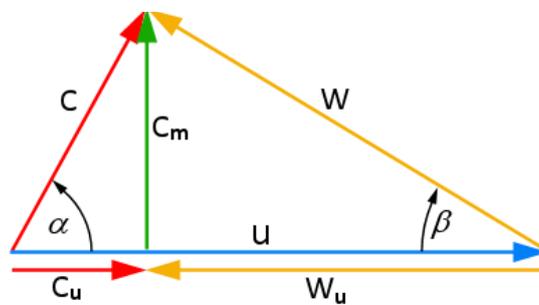


Figura 5.31: Triángulo de velocidades.

Tabla 5.15: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano "0".

Parámetro	Símbolo	Valor
Velocidad tangencial del rotor a la altura del diámetro medio	u_0/u_{0T}	0,5497
Velocidad absoluta del fluido a la altura del diámetro medio	C_0/u_{0T}	0,1489
Componente meridiana de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	C_{m0}/u_{0T}	0,1224
Componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	C_{u0}/u_{0T}	0,08479
Ángulo entre C y U a la altura del diámetro medio	α_0	55,29°
Velocidad relativa del fluido a la altura del diámetro medio	w_0/u_{0T}	0,4808
Componente tangencial de la velocidad relativa del fluido en el diámetro medio	w_{u0}/u_{0T}	-0,4650
Ángulo entre W y U en el diámetro medio	β_0	14,75°

Tabla 5.16: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano "1" (*le*).

Parámetro	Símbolo	Valor
Velocidad tangencial del rotor a la altura del diámetro medio	u_1/u_{0T}	0,5727
Velocidad absoluta del fluido a la altura del diámetro medio	C_1/u_{0T}	0,1247
Componente meridiana de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	C_{m1}/u_{0T}	0,1144
Componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	C_{u1}/u_{0T}	0,04948
Ángulo entre C y U a la altura del diámetro medio	α_1	66,59°
Velocidad relativa del fluido a la altura del diámetro medio	w_1/u_{0T}	0,5356
Componente tangencial de la velocidad relativa del fluido en el diámetro medio	w_{u1}/u_{0T}	-0,5232
Ángulo entre W y U en el diámetro medio	β_1	12,34°

Tabla 5.17: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “2” (*te*).

Parámetro	Símbolo	Valor
Velocidad tangencial del rotor a la altura del diámetro medio	$\mathbf{u}_2/\mathbf{u}_{0T}$	0,5275
Velocidad absoluta del fluido a la altura del diámetro medio	$\mathbf{C}_2/\mathbf{u}_{0T}$	0,3827
Componente meridiana de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{C}_{m2}/\mathbf{u}_{0T}$	0,1515
Componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{C}_{u2}/\mathbf{u}_{0T}$	0,3514
Ángulo entre C y U a la altura del diámetro medio	α_2	23,33°
Velocidad relativa del fluido a la altura del diámetro medio	$\mathbf{w}_2/\mathbf{u}_{0T}$	0,2325
Componente tangencial de la velocidad relativa del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{w}_{u2}/\mathbf{u}_{0T}$	-0,1762
Ángulo entre W y U en el diámetro medio	β_2	40,68°

Tabla 5.18: Velocidades a la altura del radio medio, en el plano “3”

Parámetro	Símbolo	Valor
Velocidad tangencial del rotor a la altura del diámetro medio	$\mathbf{u}_3/\mathbf{u}_{0T}$	0,5164
Velocidad absoluta del fluido a la altura del diámetro medio	$\mathbf{C}_3/\mathbf{u}_{0T}$	0,3801
Componente meridiana de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{C}_{m3}/\mathbf{u}_{0T}$	0,1564
Componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{C}_{u3}/\mathbf{u}_{0T}$	0,3464
Ángulo entre C y U a la altura del diámetro medio	α_3	24,31°
Velocidad relativa del fluido a la altura del diámetro medio	$\mathbf{w}_3/\mathbf{u}_{0T}$	0,2311
Componente tangencial de la velocidad relativa del fluido en el diámetro medio	$\mathbf{w}_{u3}/\mathbf{u}_{0T}$	-0,1700
Ángulo entre W y U en el diámetro medio	β_3	42,61°

En la Figura 5.32, que presenta la distribución del módulo de la velocidad absoluta sobre el plano de simetría YZ, se puede ver sobre las paredes del shroud (carcasa), por delante del inductor, la zona de recirculación debido al flujo que escapa por el huelgo entre el extremo de los álabes y la carcasa.

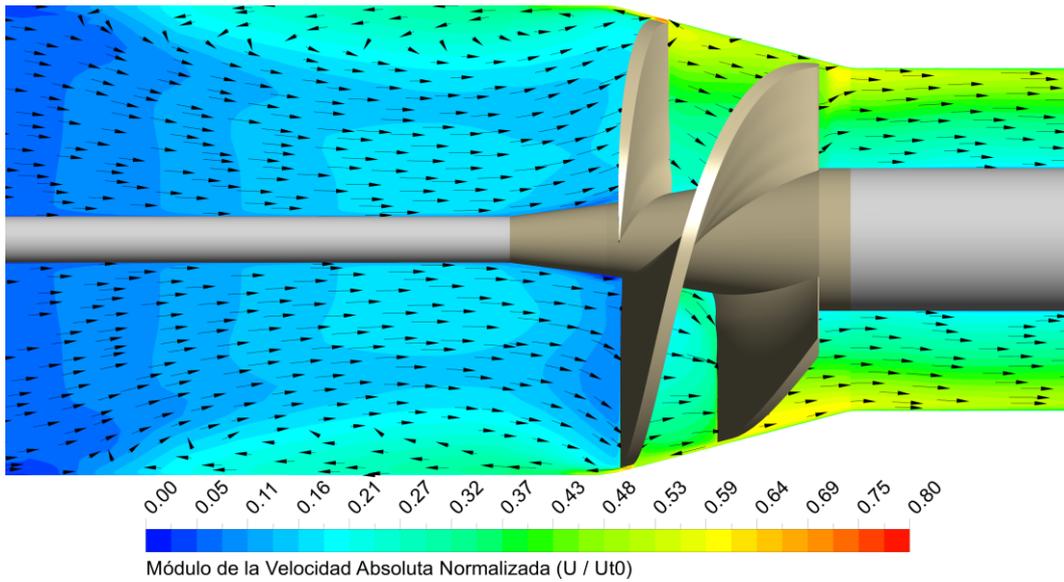


Figura 5.32: Velocidad absoluta, sobre el plano de simetría YZ.

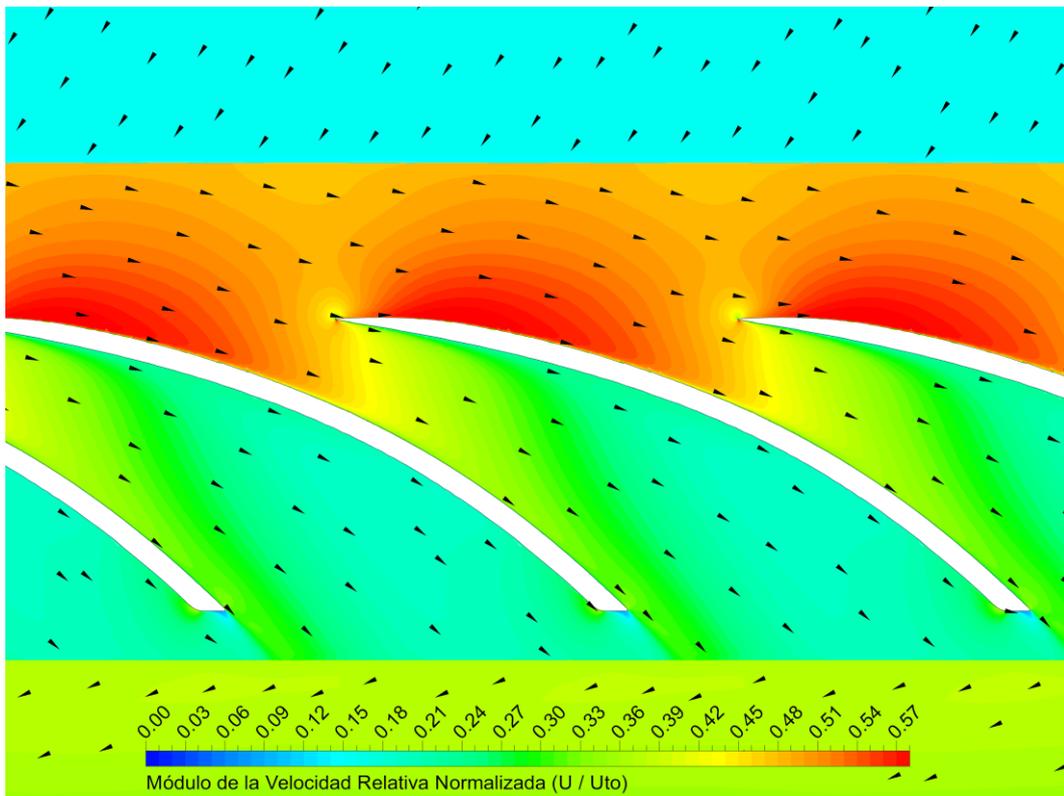


Figura 5.33: Velocidad relativa al 50% de la altura de los álabes.

En la Figura 5.33 se exhibe la distribución del módulo de la velocidad relativa sobre la superficie de revolución que corta los álabes al 50% de su altura. Se puede ver por delante del inductor, en la zona del tubo de succión, un aumento de la velocidad debido a la restricción que produce la recirculación por la fuga en los huecos.

5.4 Curvas de caída de presión

Para exhibir el desempeño con cavitación de los inductores, se utilizan las llamadas “curvas de caída de presión” o “*head-drop curves*” en inglés. Estas consisten en curvas que, para un dado coeficiente de flujo (φ) y velocidad de rotación (Ω), muestran el coeficiente de carga total (ψ_t) generado por el dispositivo vs. el número de cavitación (σ).

Notar que el coeficiente de carga es proporcional al cambio de presión generado por el dispositivo ($\psi_t \sim \Delta P_0$) y el número de cavitación es proporcional a la presión neta de succión ($\sigma \sim NPSP$).

La curva se construye graficando punto a punto el coeficiente de carga total, al tiempo que se varía el número de cavitación, manteniendo siempre constantes la velocidad de rotación y el coeficiente de flujo. El número de cavitación toma valores iniciales suficientemente altos, tal que no haya cavitación perceptible en el dispositivo, y luego se disminuye gradualmente hasta que el coeficiente de carga total generado por el dispositivo se desploma abruptamente por causa de la cavitación.

En las Figura 5.34, Figura 5.35 y Figura 5.36 se grafican las curvas de caída de presión de los inductores n°6, n°7.5 y n°7.8 respectivamente, para el coeficiente de flujo de diseño ($\varphi_D = 0,061$) y tres velocidades de rotación, la nominal de diseño (Ω), 10% por debajo de la velocidad de diseño ($0,9 \cdot \Omega$) y 10% por encima de esta ($1,1 \cdot \Omega$).

En todas las figuras, la línea punteada negra corresponde al 97% del coeficiente de carga total sin cavitación ($\psi_{t,SC}$), los marcadores en forma de rombo, coloreados según la velocidad de rotación, indican el número de cavitación para la cual el coeficiente de carga total cae un 3%, también llamado “*sigma tres*” o “*sigma requerido*” (σ_3 o σ_R). Finalmente, los marcadores circulares, también coloreados según la velocidad de rotación, muestran el coeficiente de carga total que se logra en el punto de diseño ($\psi_{t,D}$) y su ubicación sobre la curva. El número de cavitación en el punto de diseño, que denominamos σ_D , se indica con un marcador circular negro en el eje de las abscisas.

Los valores de todos los marcadores que se muestran en las Figura 5.34, Figura 5.35 y Figura 5.36, se pueden encontrar en las Tabla 5.19, Tabla 5.20 y Tabla 5.21, respectivamente.

5.4.1 Inductor n°6

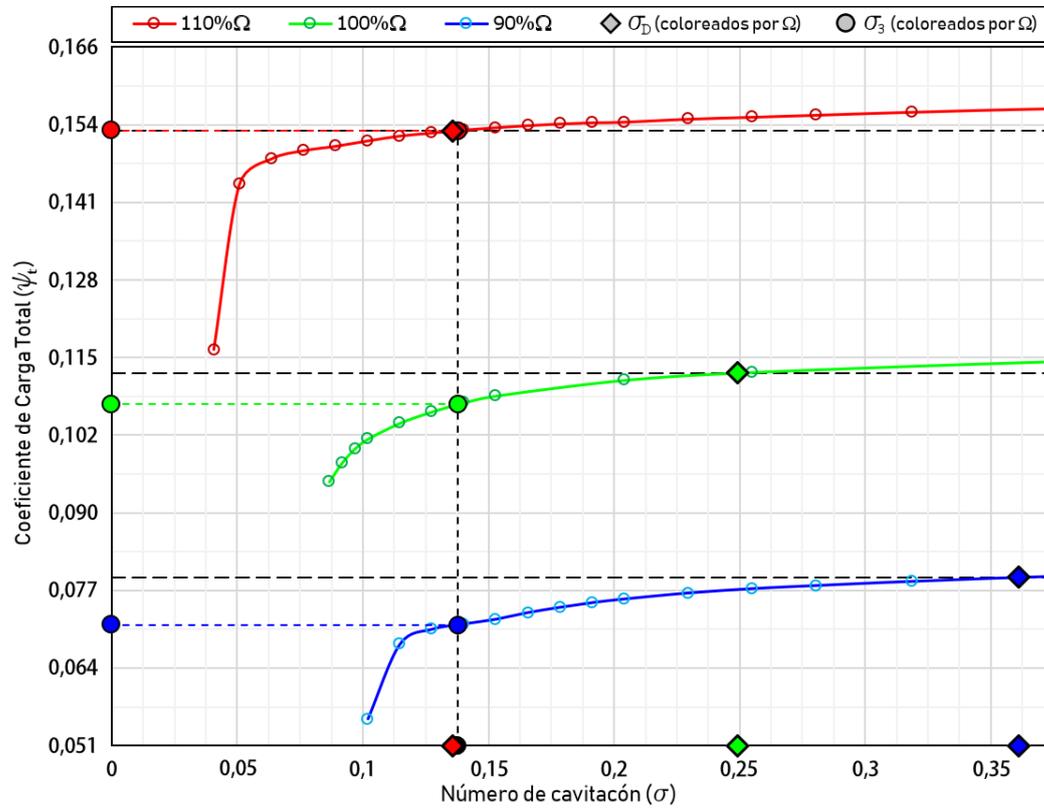


Figura 5.34: Inductor n°6, curvas de caída de presión.

Tabla 5.19: Inductor n°6, performance con cavitación

	Parámetro	Símb.	Valor		
Velocidad de rotación del inductor	Ω		90%	100%	110%
Coefficiente de carga total por requerimiento (pto. de diseño)	ψ_D		0,09582		
Coefficiente de carga total con cavitación (pto. de diseño)	ψ_{CC}		0,07113	0,1072	0,1525
Coefficiente de carga total sin cavitación	ψ_{SC}		0,08136	0,1159	0,1571
3% de caída del coeficiente de carga total sin cavitación	ψ_3		0,07880	0,1126	0,1525
Número de cavitación (pto. de diseño)	σ_D		0,1369		
Número de cavitación para la caída del 3%	σ_3		0,3656	0,2510	0,1348

5.4.2 Inductor nº7.5

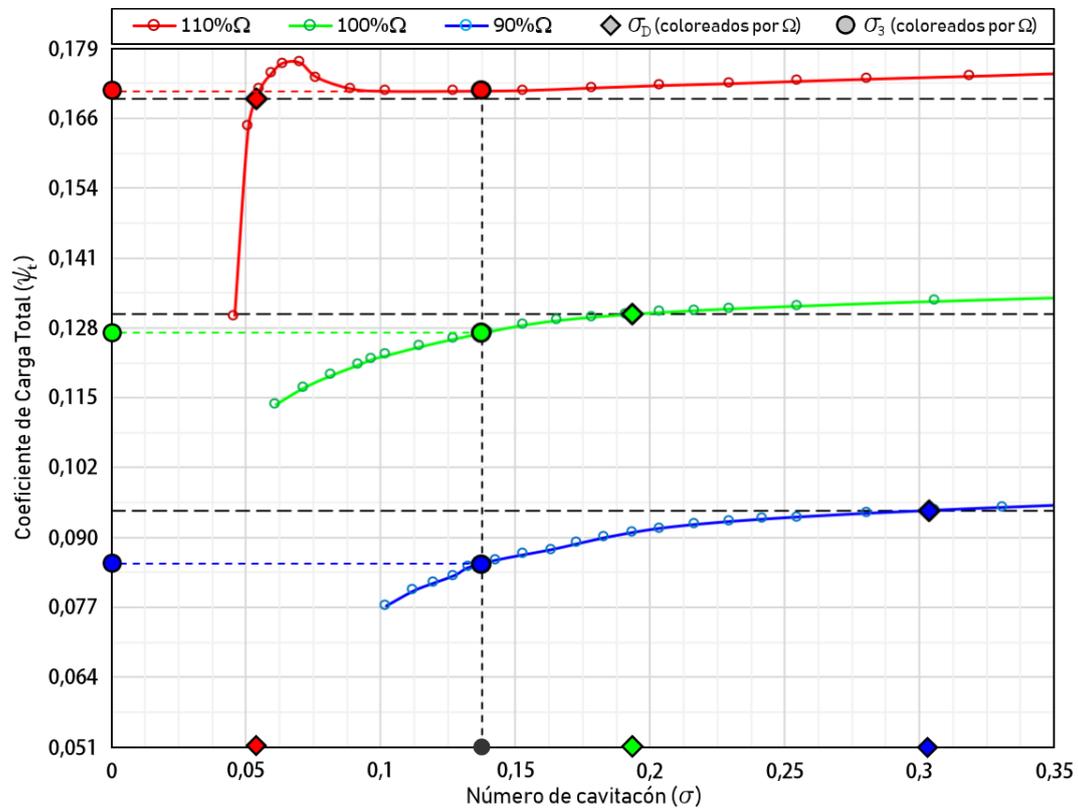


Figura 5.35: Inductor nº7.5, curvas de caída de presión.

Tabla 5.20: Inductor nº7.5, performance con cavitación

	Parámetro	Símb.	Valor		
Velocidad de rotación del inductor	Ω	90%	100%	110%	
Coefficiente de carga total por requerimiento (pto. de diseño)	ψ_D		0,09582		
Coefficiente de carga total con cavitación (pto. de diseño)	ψ_{CC}	0,08469	0,08469	0,08469	0,08469
Coefficiente de carga total sin cavitación	ψ_{SC}	0,09722	0,09722	0,09722	0,09722
3% de caída del coeficiente de carga total sin cavitación	ψ_3	0,09441	0,09441	0,09441	0,09441
Número de cavitación (pto. de diseño)	σ_D		0,1369		
Número de cavitación para la caída del 3%	σ_3	0,3062	0,3062	0,3062	0,3062

5.4.3 Inductor n°7.8

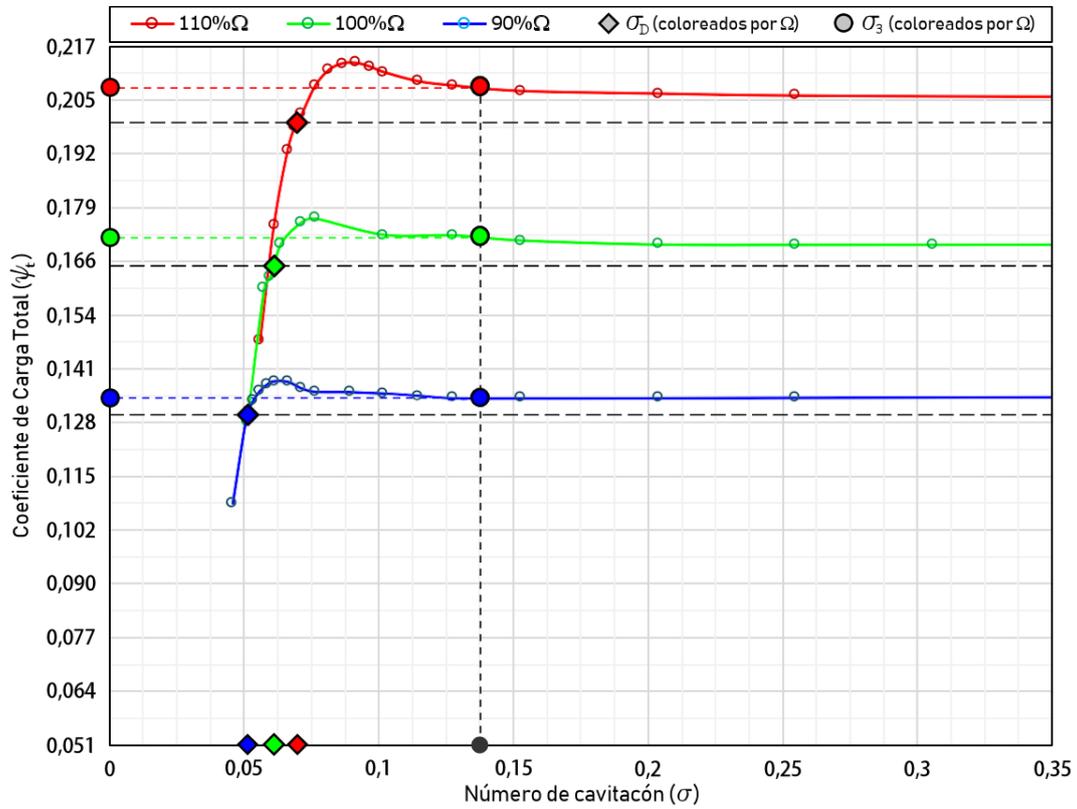


Figura 5.36: Inductor n°7.8, curvas de caída de presión.

Tabla 5.21: Inductor n°7.8, performance con cavitación.

Parámetro	Símb.	Valor	Valor	Valor
Velocidad de rotación del inductor	Ω	0,09582	0,09582	0,09582
Coefficiente de carga total por requerimiento (pto. de diseño)	ψ_D		0,1337	
Coefficiente de carga total con cavitación (pto. de diseño)	ψ_{CC}	0,1339	0,1339	0,1339
Coefficiente de carga total sin cavitación	ψ_{SC}	0,1299	0,1299	0,1299
3% de caída del coeficiente de carga total sin cavitación	ψ_3	0,1371	0,1371	0,1371
Número de cavitación (pto. de diseño)	σ_D		0,04877	
Número de cavitación para la caída del 3%	σ_3	0,09582	0,09582	0,09582

6 Conclusiones

De los ensayos numéricos realizados se desprenden las siguientes conclusiones:

- Un inductor de placa plana (paso constante), no es viable si se mantienen las dimensiones del hub y shroud impuestas en los requerimientos secundarios.
- Se puede cumplir con los requerimientos primarios y secundarios, si se diseña el álabe del inductor con los ángulos de entrada (β_{B1}) y salida (β_{B2}) adecuados (inductor de paso variable).
- Con los ángulos β_{B1} y β_{B2} correctos, el incremento de presión total generado en por el inductor puede superar hasta en un 60% los requerimientos.
- No solo los ángulos β_{B1} y β_{B2} , son importantes en el desempeño del inductor. La distribución del ángulo β_B es también muy importante en el rendimiento del inductor. Como se puede ver en los resultados del bloque 2, el rendimiento toma valores entre 0 y 65%.
- Los resultados del bloque Bq-2 muestran que manteniendo fijos β_{B1} y β_{B2} , al variar la distribución del ángulo β_B , la relación de presiones del inductor varía entre $0,68 < P_{03}/P_{0E} < 4,15$.
- Al tener en cuenta la cavitación se observa que solo uno de los tres diseños seleccionados se encuentra fuera del rango σ_3 para las tres condiciones de operación.

7 Bibliografía

- [1] L. d'Agostino, "On the Hydrodynamics of Rocket Propellant Engine Inducers and Turbopumps," in *Materials Science and Engineering*, 2013.
- [2] K. Kamijo, H. Yamada, N. Sakazume y S. Warashina, «Development history of liquid oxygen turbopumps for the LE-7 engine,» de *36th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, Huntsville, Alabama, 2000.
- [3] R. Ryan, «A history of aerospace problems, their solutions, their lessons. Technical Report 3653,» NASA Marshall Spaceflight Center, 1996.
- [4] B. Goirand, A. L. Mertz, F. Jousselein y C. Rebattet, «Experimental investigations of radial loads induced by partial cavitation with the LH2 Vulcain inducer,» de *3rd International Conference on Cavitation*, Cambridge, England, 2000.
- [5] T. Zoladz, «Overview of rotating cavitation and cavitation surge in the Fastrac engine LOX turbopump,» de *First International Symposium on Advanced Fluids Information*, Sendai, Japan, 2001.
- [6] R. Sekita, A. Watanabe, K. Hirata y T. Imoto, «Lessons learned from H-2 failure and enhancement of H-2A project,» *Acta Astronautica*, 2001.
- [7] C. E. Brennen, *Hydrodynamics of Pumps*, Concepts ETI, Inc. and Oxford University Press, 1994.
- [8] J. K. Jakobsen, «Liquid Rocket Engine Turbopump Inducers,» 1971.
- [9] A. J. Acosta and L. R. Stripling, "Cavitation in Turbopumps — Part 1," New York, 1962.
- [10] L. E. Sack y H. B. Nottage, *ASME J. Basic Eng.*, pp. 87 917-24, 1965.
- [11] M. S. Natanzon y e. al, *Fluid Mech. Soviet Res*, pp. 3(1) 38-45, 1974.
- [12] C. E. Brennen y A. J. Acosta, *Journal of Spacecraft*, 1973.
- [13] A. J. Acosta and C. E. Brennen, "The Dynamic Transfer Function for a Cavitating Inducer," 1976.

-
- [14] D. M. Braisted, «Cavitation Induced Instabilities Associated with Turbomachines,» California Institute of Technology, Pasadena, 1979.
- [15] F. d'Auria, L. d'Agostino y C. E. Brennen, «Bubble Dynamic Effects on the Rotordynamic Forces in Cavitating Inducers,» de *ASME Fluids Engineering Summer Meeting*, Hilton Island, South Carolina, USA,, 1995.
- [16] L. d'Agostino, F. d'Auria y C. E. Brennen, *ASME Journal of Fluids Engineering*, 1998.
- [17] S. Rubin, *Journal of Spacecraft and Rockets*, pp. 3(8) 1188-95, 1966.
- [18] B. Lakshminarayana, «Fluid Dynamics of Inducers — A Review,» 1982.
- [19] C. E. Brennen, *Cavitation and Bubble Dynamics*, Oxford: Oxford University Press, 1995.
- [20] C. Bramanti, A. Cervone y L. d'Agostino, «A Simplified Analytical Model for Evaluating the Noncavitating Performance of Axial Inducers,» *43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference (Cincinnati, USA, 8-11 July 2007)*, 2007.
- [21] P. Zwart, A. Gerber y T. Belamri, «A two-phase model for predicting cavitation dynamics,» de *ICMF 2004 International Conference on Multiphase Flow*, Yokohama, Japan, 2004.
- [22] J. Blazek, *Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications (1st Ed.)*, Elsevier, 2004.
- [23] J. F. a. M. Peric, *Computational Methods for Fluid Dynamics (3rd Ed.)*, Springer, 2002.
- [24] ANSYS Inc., *ANSYS Documentation, CFX-Solver Theory Guide, Chapter 11. Discretization and Solution Theory*, 2017.
- [25] E. N. a. I. B. Mitja Morgut, "Comparison of Mass Transfer Models for the Numerical Prediction of Sheet Cavitation Around a Hydrofoil," 2011.
- [26] R. I. a. A. G. J.Y. Luo, «Prediction of Impeller-Induced Flows in Mixing Vessels Using Multiple Frames of Reference».
- [27] T. Zoladz, «Observations on Rotating Cavitation and Cavitation Surge from the Development of the Fastrac Engine Turbopump,» Huntsville, Alabama, 2000.
- [28] A. C. a. L. d. Cristina Bramanti, «A Simplified Analytical Model for Evaluating the Noncavitating Performance of Axial Inducers,» 2007.
-

- [29] C. E. Brennen, «A Review of the Dynamics of Cavitating Pumps,» 2012.