CAMBIOS EN LA CALIDAD DE LOS BIENES. UNA FORMA DE ESTIMARLOS*

VICTOR J. ELIAS**

1. — Sea el bien X cuya calidad va variando a través del tiempo y cuya variación queremos conocer. El precio del bien X se designa por P. Lo gastado en el bien X en un determinado período lo designamos por S_t. Debido que a través del tiempo P fluctúa por diversas razones, un crecimiento en S_t no indica necesariamente un aumento en la cantidad de X. Por ello utilizamos a $\frac{S_t}{P_t}$ como una aproximación a la cantidad X. Este tipo de aproximación se hace indispensable cuando X se compone de más de un bien o de distintos tipos del mismo bien. En este último caso P_t representa un índice de precios relevante para X.

Si designamos por:

Y_t = ingreso nominal en el período t ya sea para un individuo, pcia. o país.

C_t = índice de precio deflactor de Y_t; podemos especificar la función de demanda del bien X como:

$$(1)\ \log \frac{S_t}{P_t} = \alpha + \beta \log \frac{Y_t}{C_t} + \gamma \log \frac{P_t}{C_t} + U_t ,$$

en donde:

β: elasticidad ingreso,

γ: elasticidad precio,

* La idea de utilizar estimaciones de corte transversal conjuntamente con las de series de tiempo para estimar los cambios de calidad fue sugerida por el profesor Jacob MINCER, de la Universidad de Columbia. Este trabajo fue presentado al 4º Congreso de CIE realizado en Bahía Blanca en Noviembre de 1968.

** Profesor Titular de Econometría y Comercio Internacional en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Tucumán.

U_t: término estocástico,

log en base e.

para $t = 1, 2, 3, \ldots$

Para lograr una estimación de α, β y γ debemos medir correctamente las variables que entran en la ecuación (1). En general sucede que al haber cambios de calidad en los bienes la medición de P_t y C_t es incorrecta.

Considerando únicamente el problema de aumentos de calidad se espera que al aumentar la misma en los distintos bienes los índices de precios medidos en la manera tradicional (por ejemplo tipo LASPEYRES o PAASCHE) sobreestimen el verdadero índice de precios en donde se mantiene la calidad constante. Como es conocido, la introducción de errores en las variables producen sesgos en la estimación de α, β y γ por el método de mínimos cuadrados.

2. — Designamos por P^o_t y C^o_t los índices de precios medidos con calidad constante y por P_t y C_t los índices de precios como se miden corrientemente.

De acuerdo a ello tenemos el modelo "verdadero" que es:

$$(2)\quad \log \frac{S_t}{P^o_t} = \alpha + \beta \log \frac{\gamma_t}{C^o_t} + \gamma \log \frac{P^o_t}{C^o_t} + U_t$$

y el modelo observable:

$$(3)\quad \log \frac{S_t}{P_t} = a + b \log \frac{Y_t}{C_t} + c \log \frac{P_t}{C_t} + V_t$$

Nuestro enfoque se concreta básicamente en la pregunta de: ¿qué podemos decir sobre los cambios de calidad a partir de la estimación del modelo (3)? Para ello necesitamos conocer algunos de los parámetros del modelo (2) y hacer algunos supuestos acerca del comportamiento de los cambios en la calidad de los bienes.

3. — Se considera que si se ajusta el modelo de demanda en base a datos que provienen del tipo de corte transversal, tendremos que:

$$(4)\quad \log \frac{S_{t,i}}{P^o_{t,i}} = \delta + \beta \log \frac{Y_{t,i}}{C^o_{t,i}} + U_{t,i}$$

en donde i representa individuos o provincias. $i = 1, 2\ldots, N$ se ajusta bien a este tipo de información, debido a que es de esperar que no haya cambios de calidad a través de individuos, o provincias, para un dado período de tiempo. Debido a ello es que β puede estimarse sin sesgos. Designemos a ello por $\hat{\beta}$ (estimado por mínimos cuadrados).

4. — Tomemos primera diferencia en log de los modelos (2) y (3), y con ello tendremos:

$$(5)\quad \log \frac{S_t}{P^o_t} - \log \frac{S_{t-1}}{P^o_{t-1}} = \beta \left(\log \frac{Y_t}{C^o_t} - \log \frac{Y_{t-1}}{C^o_{t-1}} \right) + \gamma \left(\log \frac{P^o_t}{C^o_t} - \log \frac{P^o_{t-1}}{C^o_{t-1}} \right) + \left(U_t - U_{t-1} \right)$$

$$(6)\quad \log \frac{S_t}{P_t} - \log \frac{S_{t-1}}{P_{t-1}} = b \left(\log \frac{Y_t}{C_t} - \log \frac{Y_{t-1}}{C_{t-1}} \right) + c \left(\log \frac{P_t}{C_t} - \log \frac{P_{t-1}}{C_{t-1}} \right) + V_t - V_{t-1}$$

y considerando que los logaritmos están en base e, las diferencias en log de las diferentes variables pueden considerarse como una aproximación a las tasas de cambio de dichas variables, por ejemplo:

$$\log \frac{S_t}{P_t} - \log \frac{S_{t-1}}{P_{t-1}} \approx \frac{1}{S_t/P_t}\, d\, \frac{(S_t/P_t)}{dt} = \left(\frac{\dot{S}_t}{P_t} \right)$$

y por ello tenemos:

$$(5)\quad \left(\frac{\dot{S}_t}{P^o_t} \right) = \beta \left(\frac{\dot{Y}_t}{C^o_t} \right) + \gamma \left(\frac{\dot{P}^o_t}{C^o_t} \right) + U_t - U_{t-1}$$

$$(6)\quad \left(\frac{\dot{S}_t}{P_t} \right) = b \left(\frac{\dot{Y}_t}{C_t} \right) + c \left(\frac{\dot{P}_t}{C_t} \right) + \left(\dot{V}_t - V_{t-1} \right)$$

Puesto en esta forma el modelo, nosotros queremos estimar el modelo (5) con datos de series de tiempo, con lo cual debido a los cambios de calidad, el modelo que realmente estimamos es el (6).

Si designamos por $\hat{b}$ y $\hat{c}$ las estimaciones por mínimos cuadrados de b y c respectivamente, nuestro propósito es estimar el sesgo que se comete con el objeto de estimar β y γ.

Un tipo de formulación puede provenir de los siguientes supuestos:

i) $\dot{P}_t = m_t + \dot{P}^o_t$ (Ello proviene de la formulación:

$P_t = Q_t P^o_t$, siendo $\dot{Q}_t = m_t$)

ii) $\dot{C}_t = n_t + \dot{C}^o_t$

iii) $$\frac{\left(\dot{S}_t / P_t\right)}{\left(\dot{S}_t / P^o_t\right)} = \frac{Y'}{Y} = \epsilon$$ /2

iv) $$\frac{\left(\dot{Y}_t / C_t\right)}{\left(\dot{Y}_t / C^o_t\right)} = \frac{X'}{X} = \sigma$$

v) $$\frac{\left(\dot{P}_t / C_t\right)}{\left(\dot{P}^o_t / C^o_t\right)} = \frac{Z'}{Z} = \omega$$

En donde: m_t: es la tasa de cambio en calidad del bien X.
n_t: es la tasa de cambio en calidad de los bienes incluidos en Y.
ϵ, σ, ω: sesgos que se cometen al medir las tasas de cambio de las variables respectivas.

Y, X, Z, Y', X', Z', representan cambio en la designación de las variables para facilitar la manipulación algebraica.

5. — Aplicando el método de mínimos cuadrados al modelo (6) para estimar b y c, tenemos que estos parámetros serán estimados a

2 Ello implica la siguiente relación entre $\dot{P}_t$ y $\dot{P}_t^o$:

$$\dot{P}_t^o = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon}\dot{S}_t + \frac{1}{\epsilon}\dot{P}_t$$

partir de las variables Y', X' y Z' que se relacionan con las verdaderas por:

$$Y' = \epsilon\, Y$$

$$X' = \sigma\, X$$

$$Z' = \omega\, Z$$

El método de mínimos cuadrados para $\hat{b}$ y $\hat{c}$ da lo siguiente:

$$\hat{b} = \frac{\Sigma\, Y'\, X'\, \Sigma\, Z'^2 - \Sigma\, Y'\, Z'\, \Sigma\, X'\, Z'}{\Sigma\, X'^2\, \Sigma\, Z'^2 - (\Sigma\, X'\, Z')^2}$$

$$\hat{c} = \frac{\Sigma\, Y'\, Z' \Sigma\, X'^2 - \Sigma\, Y'\, X'\, \Sigma\, X'\, Z'}{\Sigma\, X'^2\, \Sigma\, Z'^2 - (\Sigma\, X'\, Z')^2}$$

teniendo en cuenta la relación entre Y, X, Z, con Y', X', Z', respectivamente, ello resulta en:

$$\hat{b} = \frac{\epsilon\, \sigma\, \omega^2\, (\Sigma\, Y\, X\, \Sigma\, Z^2 - \Sigma\, Y\, Z\, \Sigma\, X\, Z)}{\sigma^2\, \omega^2\, (\Sigma\, X^2\, \Sigma\, Z^2 - (\Sigma\, X\, Z)^2)}$$

$$\hat{c} = \frac{\epsilon\, \sigma^2\, \omega\, (\Sigma\, Y\, Z\, \Sigma\, X^2 - \Sigma\, Y\, X\, \Sigma\, X\, Z)}{\sigma^2\, \omega^2\, (\Sigma\, X^2\, \Sigma Z^2 - (\Sigma\, X\, Z)^2)}$$

y como

$$\hat{\beta} = \frac{\Sigma\, Y\, X\, \Sigma\, Z^2 - \Sigma\, Y\, Z\, \Sigma\, X\, Z}{\Sigma\, X^2\, \Sigma\, Z^2 - (\Sigma\, X\, Z)^2}$$

$$\gamma = \frac{\Sigma\, Y\, Z\, \Sigma\, X^2 - \Sigma\, Y\, X\, \Sigma\, X\, Z}{\Sigma\, X^2\, \Sigma\, Z^2 - (\Sigma\, X\, Z)^2}$$

por lo tanto tendremos:

$$(7) \quad \hat{b} = \frac{\epsilon}{\sigma}\, \hat{\beta}$$

$$(8) \quad \hat{c} = \frac{\epsilon}{\omega}\, \hat{\gamma}$$

6. — De las ecuaciones (7) y (8) sólo conocemos $\hat{b}$, $\hat{c}$ y $\hat{\beta}$ (que proviene de los datos de corte transversal). Por lo tanto no podemos lograr una estimación de ϵ, σ y ω. Para lograr estimar ϵ, σ y ω debe-

mos contar con la información de alguno de ellos. Una manera de lograrlo es estimar primero σ en un modelo en el cual ϵ sea igual a uno. Ello puede resultar sencillo para el caso de bienes no duraderos. Una vez estimado σ podemos estimar ϵ que es el parámetro que nos interesa.

7. — Habiendo estimado ϵ y σ podemos intentar estimar m_t y n_t que son las tasas de cambio de calidad de X e Y respectivamente. Recordando que:

$$\epsilon = \frac{\left(\dot{S}_t/P_t\right)}{\left(\dot{S}_t/P^o_t\right)}$$

y sabiendo que

$$\left(\frac{\dot{S}_t}{P^o_t}\right) = \dot{S}_t - \dot{P}^o_t = \dot{S}_t - \dot{P}_t + m_t = \left(\frac{\dot{S}_t}{P_t}\right) + m_t$$

por lo tanto:

$$\epsilon = \frac{\left(\dot{S}_t/P_t\right)}{\left(\dot{S}_t/P_t\right) + m_t}$$

de allí se desprende que:

$$\hat{m}_t = \left(\frac{\dot{S}_t}{P_t}\right) \left(\frac{1 - \hat{\epsilon}}{\hat{\epsilon}}\right) \qquad \hat{n}_t = \left(\frac{\dot{Y}t}{C_t}\right) \left(\frac{1 - \hat{\sigma}}{\hat{\sigma}}\right)$$

A partir de lo cual podemos estimar a su vez un promedio para el período considerado:

$$\bar{m}_t = \left(\frac{\bar{\dot{S}}_t}{P_t}\right) \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} \qquad \bar{n}_t = \left(\frac{\bar{\dot{Y}}_t}{C_t}\right) \frac{1 - \sigma}{\sigma}$$

8. — Consideremos ahora algunas de las implicancias del mode-

lo presentado en la estimación de la elasticidad ingreso y elasticidad precios.

El modelo (6) subestima o sobreestima β de acuerdo a que $\epsilon \gtreqless \sigma$, y subestima o sobrestima γ de acuerdo a que $\epsilon \gtreqless \omega$.

En el caso de que σ sea igual a uno $\dfrac{\hat{b}}{\hat{\beta}} = \epsilon$. Como en general es menor que uno $\hat{b}$ subestima β.

Otra implicancia de interés es que la estimación de la elasticidad ingreso puede ser mayor o menor con datos de corte transversal que con datos de series de tiempo. Ello dependerá de qué tipo de bien utilicemos: Si se trata de un bien que está por encima o por debajo del promedio de cambio de calidad con respecto a todos los bienes que componen el ingreso. Esta implicancia puede compararse con la que surge de la interpretación de que la estimación de corte transversal es de largo plazo y la de la serie de tiempo es de corto plazo.

9. — Otra formulación puede hacerse suponiendo que la tasa de cambio en calidad es constante, por lo tanto:

$$\dot{P}^{o}_{t} = P_t - m \tag{9}$$

$$\dot{C}^{o}_{t} = C_t - n \tag{10}$$

Con lo cual el modelo (1) queda expresado como:

$$\log \frac{S_t}{P_t} = \propto + \beta \log \frac{Y_t}{C_t} + \gamma \log \frac{P_t}{C_t} + \tag{11}$$

$$+ [m (1 + \gamma) - n (\beta + \gamma] t$$

Siendo t: la variable tiempo,

haciendo $\delta = m (1 + \gamma) - n (\beta + \gamma)$

Por lo tanto vemos que para estimar β y γ sin sesgos debiéramos incluir a t en la regresión.

Un caso interesante a analizar es si $m = n$, tendremos que:

$$\delta = m (1 - \beta)$$

con lo cual vemos que las estimaciones de β y γ serán insesgados si $\beta = 1$.

CAMBIOS EN LA CALIDAD DE LOS BIENES. UNA FORMA DE ESTIMARLOS

Resumen

Combinando la estimación de las elasticidades precio e ingreso en funciones de demanda por bienes que brindan los datos de corte transversal y de series de tiempo, es posible llegar a una estimación del cambio promedio de calidad de los bienes. Para ello se analizan los sesgos que se cometen en la estimación de las elasticidades precio e ingreso con datos de series de tiempo por el uso de índice de precios, no corregidos por cambio en calidad, para el bien particular y para el conjunto de los bienes que componen el ingreso; y conjuntamente con alguna hipótesis sobre la relación entre índice de precios corregidos y no corregidos por cambios en calidad se logra una estimación de dichos cambios. A su vez se estudian ciertas consecuencias del modelo cuando se desean comparar elasticidades que surgen de datos de corte transversal con los que surgen de series de tiempo.

CHANGES IN THE QUALITY OF GOODS - A WAY OF ESTIMATION

Summary

Combining the estimates of price and income elasticities of demand functions for goods that could be get from cross section and time series data, it is possible to estimate the average changes of the goods quality. In order to do this we analize the bias that are present in the estimates of price and income elasticities from time series data, due to the use of price indeces unadjusted by quality changes for the particular good and in general for all the goods included in the income concept; and adding some hypothesis about the relationship between quality adjusted and unadjusted price indeces it is possible to get an estimate of this quality changes. We also study the possible discrepancy between elasticity estimates coming from cross-section and time series data, and we give an explanation for this under our model.