UNA NOTA SOBRE LA DISTRIBUCION FUNCIONAL DEL INGRESO *

VICTOR J. ELIAS **

En los últimos años se ha observado un continuo interés en la generalización de los resultados que se han obtenido con los modelos de dos productos y dos factores. De allí que resulta frecuente observar la presentación de modelos que incluyan tres o más factores productivos en donde entra en forma crucial en el análisis las elasticidades de sustitución parciales entre los mismos. Como ejemplo de aplicaciones podemos citar: explicar la razón de la poca variabilidad de las estructuras de salarios entre diversas categorías del factor trabajo a pesar de la gran variabilidad observada en la estructura de la cantidad de los mismos; el incremento histórico de la participación de la mujer en la fuerza laboral; la influencia de algunos activos en los modelos macroeconómicos; explicación de las diferencias en las tasas de rentabilidad al capital entre diversas industrias; las fluctuaciones en el empleo en el corto plazo; bienes intermedios en el comercio internacional, etc.

En nuestro caso nos proponemos extender los resultados obtenidos con respecto a los determinantes de los cambios en la participación del ingreso de un modelo de dos a tres factores y un solo producto [1]. Para ello partiremos directamente de la función de la demanda derivada por los factores productivos por parte de las industrias que actúan en competencia perfecta y poseen funciones de producción homogéneas lineales.

2. Consideremos el producto X, que se produce con los tres insumos: L_1, L_2, y L_3. Las funciones de demanda de los factores

* Agradecemos los comentarios de los participantes a las Reuniones de Discusión del Instituto de Investigaciones Económicas.

** Profesor Titular de Econometría de la Universidad Nacional de Tucumán y Miembro del Instituto de Investigaciones Económicas.

1 Para una generalización al caso de dos productos y dos factores ver el trabajo de J. MARQUEZ RUARTE: "Una nota sobre el modelo de dos productos y dos factores", en Reuniones de Discusión del Instituto de Investigaciones Económicas, Universidad Nacional de Tucumán, 1970.

L_1 y L_2, expresadas en forma de diferencial en los logaritmos que representamos por: $EL_1 = d \log L_1$; será:

$$E L_1 = \beta_1 (\sigma_{11} - \eta) E W_1 + \beta_2 (\sigma_{12} - \eta) E W_2 + \beta_3 (\sigma_{13} - \eta) E W_3 \quad (1)$$

$$EL_2 = \beta_1 (\sigma_{12} - \eta) E W_1 + B_2 (\sigma_{22} - \eta) E W_2 + \beta_3 (\sigma_{23} - \eta) E W_3 \quad (2)$$

en donde:

β_1, β_2, β_3 : son las participaciones en el producto de los factores L_1, L_2, y L_3, respectivamente.

σ_{11}, σ_{22}, σ_{33},
σ_{12}, σ_{13}, σ_{23} : son las elasticidades de sustitución parcial entre los diversos factores, definidas de acuerdo a Allen (ver su libro "Análisis Matemático para Economistas"). Estas elasticidades cumplen la siguiente propiedad: σ_{ii} debe ser negativo para $i = 1, 2, 3$.

$$\beta_1 \sigma_{i1} + \beta_2 \sigma_{i2} + \beta_3 \sigma_{i3} = 0 \qquad \text{para } i = 1, 2, 3. \quad (3)$$

η : es la elasticidad de demanda por el producto X, tomada en valor absoluto.

Atendiendo a la definición de elasticidad de demanda [2] que está expresada en valores absolutos y como la industria trabaja en competencia perfecta en ambos mercados (producto y factores), pudiendo expresar el cambio logarítmico del precio P de X como:

$$E P = \beta_1 E W_1 + \beta_2 E W_2 + \beta_3 E W_3 \quad (4)$$

las dos funciones anteriores pueden escribirse como:

$$E L_1 = \beta_1 \sigma_{11} E W_1 + \beta_2 \sigma_{12} E W_2 + \beta_3 \sigma_{13} E W_3 + E X \quad (5)$$

$$E L_2 = B_1 \sigma_{12} E W_1 + \beta_2 \sigma_{22} E W_2 + \beta_3 \sigma_{23} E W_3 + E X \quad (6)$$

Si en las dos funciones anteriores le agregamos a ambos miembros:

$E W_i$ $(i = 1, 2)$; $-(E X)$; y $-(E P)$, teniendo en cuenta que:

$$E \beta_i = E L_i + E W_i - E P - E X, \qquad \text{para } i = 1, 2;$$

y utilizando la expresión de E P anterior, tendremos que:

$$E \beta_1 = (\beta_1 \sigma_{11} + 1 - \beta_1) E W_1 + \beta_2 (\sigma_{12} - 1) E W_2 + \\ + \beta_3 (\sigma_{13} - 1) E W_3 \quad (7)$$

[2] La función de demanda de X es solamente $X(P)$; o bien $X(P; D_o)$, en donde D_o son los otros factores que están dados.

$$E\,\beta_2 = \beta_1\,(\sigma_{12} - 1)\,E\,W_1 + (\beta_2\,\sigma_{22} + 1 - \beta_2)\,E\,W_2 + \\ + \beta_3\,(\sigma_{23} - 1)\,E\,W_3 \qquad (8)$$

Si recurrimos a la relación de σ_{11} y σ_{22} con las otras elasticidades parciales que surgen de las condiciones que cumplen y que se especificaron más arriba, ambas funciones quedarán como:

$$E\,\beta_1 = [\beta_2\,(1 - \sigma_{12}) + \beta_3\,(1 - \sigma_{13})\,]\,E\,W_1 + \\ + \beta_2\,(\sigma_{12} - 1)\,E\,W_2 + \beta_3\,(\sigma_{13} - 1)\,E\,W_3 \qquad (9)$$

$$E\,\beta_2 = \beta_1\,(\sigma_{12} - 1)\,E\,W_1 + [\,\beta_1\,(1 - \sigma_{12}) + \beta_3\,(1 - \sigma_{23})\,]\,E\,W_2 + \\ + \beta_3\,(\sigma_{23} - 1)\,E\,W_3 \qquad (10)$$

De allí podemos ver el conocido resultado de que si todas las elasticidades de sustitución parciales son iguales a 1 (caso Cobb-Douglas porque estamos en presencia de funciones homogéneas lineales), la participación en el ingreso no cambia para cambios en los precios de los servicios de los factores o en la cantidad de los mismos. La condición para que β_1 no cambie es:

$$\beta_2\,(1 - \sigma_{12}) + \beta_3\,(1 - \sigma_{13}) = 0 \qquad (11)$$

o bien: $\qquad \beta_2 + \beta_3 - (\beta_2\,\sigma_{12} + \beta_3\,\sigma_{13}) = 0$

con lo cual puede verse que no es necesario (como en el caso de dos factores) que las elasticidades de sustitución parcial sean iguales a uno para que los β no cambien.

3. Consideremos ahora el cambio relativo entre β_1 y β_2, o sea $E\,\dfrac{\beta_1}{\beta_2}$. Para ello necesitamos restar las expresiones (9) y (10), con lo que tendremos:

$$E\left(\frac{\beta_1}{\beta_2}\right) = [\beta_2\,(1 - \sigma_{12}) + \beta_3\,(1 - \sigma_{13}) + \beta_1\,(1 - \sigma_{12})\,]\,E\,W_1 + \\ + [\,\beta_2\,(\sigma_{12} - 1) + \beta_1\,(\sigma_{12} - 1) + \beta_3\,(\sigma_{23} - 1)\,]\,E\,W_2 + \\ + [\beta_3\,(\sigma_{13} - 1) - \beta_3\,(\sigma_{23} - 1)\,]\,E\,W_3 \qquad (12)$$

lo cual puede ponerse de dos formas equivalentes:

$$E\left(\frac{\beta_1}{\beta_2}\right) = \left(\beta_1 + \beta_2)\,(1 - \sigma_{12}\right) E\left(\frac{W_1}{W_2}\right) + \beta_3\,(1 - \sigma_{13}) \quad E\left(\frac{W_1}{W_3}\right) \\ + \beta_3\,(\sigma_{23} - 1) \quad E\left(\frac{W_2}{W_3}\right) \qquad (13)$$

$$E\left(\frac{\beta_1}{\beta_2}\right) = [\,1 - (\beta_1 + \beta_2)\,\sigma_{12}]\,E\left(\frac{W_1}{W_2}\right) +$$
$$+ \beta_3\,(\sigma_{23}\,E\,W_2 - \sigma_{13}\,E\,W_1) + \beta_3\,(\sigma_{13} - \sigma_{23})\,E\,W_3 \qquad (14)$$

en donde puede verse el rol importante que entra a jugar σ_{13} y σ_{23}. Para ver ello en forma más clara, supongamos el siguiente caso:

$$E\,W_1 = E\,W_2, \text{ lo que implica } E\left(\frac{W_1}{W_3}\right) = E\left(\frac{W_2}{W_3}\right),$$

o sea, consideramos que el salario promedio de trabajadores no preparados (L_1) y de trabajadores preparados (L_2) cambian en la misma proporción; a su vez W_3 representa la retribución al servicio del capital físico. De ello resultará que:

$$E\left(\frac{\beta_1}{\beta_2}\right) = [\beta_3\,(1 - \sigma_{13}) + \beta_3\,(\sigma_{23} - 1)]\,E\,\frac{W_1}{W_3}$$
$$E\left(\frac{\beta_1}{\beta_2}\right) = \beta_3\,(\sigma_{23} - \sigma_{13})\,E\,\frac{W_1}{W_3} \qquad (15)$$

donde se ve que el resultado final depende del sesgo de $(\sigma_{23} - \sigma_{13})$. Como es de esperar que $\sigma_{23} < \sigma_{13}$, vemos que con igual cambio en los salarios de L_1 y L_2, llevará a aumentar la participación de L_2 con respecto a L_1 (si $E\,\frac{W_1}{W_3}$ es positivo).

Este resultado puede servir de explicación adicional de los movimientos que se observan en la distribución funcional del ingreso, y en nuestro caso nos proponemos verificarlo para la Argentina en el período 1935-1968

UNA NOTA SOBRE LA DISTRIBUCION FUNCIONAL DEL INGRESO

Resumen

Se considera un modelo con tres insumos con el objeto de detectar la importancia de las elasticidades de sustitución parciales entre los insumos en la determinación de la participación de cada insumo en el producto total. A partir de la demanda de los tres insumos, utilizando el concepto de elasticidad de sustitución parcial entre insumos de Allen, se deriva la ecuación de tasa de cambio de las participaciones de cada insumo en el producto. Luego se analizan cierton casos particulares en donde se ve el rol que juegan las elasticidades de sustitución parcial entre el trabajo capacitado y no capacitado con el capital físico.

A NOTE ON THE INCOME DISTRIBUTION

Summary

We consider a model with three inputs in order to detect the influence of the partial elasticity of substitution among them in the shares of each input. Starting from the derived demand for each input, and using the Allen's concept of partial elasticity of substitution, we derived the equation for the rate of change of the shares of each input. Then, certain particular cases are analyzed, where we could see the rol of the partial elasticity of substitution between skilled and unskilled labor with physical capital.