

# Objetos de Aprendizaje para la enseñanza de Derivadas Direccionales: diseño, implementación y evaluación

María Claudia Allan, Susana Parra, Adair Martins

Facultad de Informática – Universidad Nacional del Comahue – Neuquén - Argentina

{claudia.allan, susana.parra, adair.martins}@fi.uncoma.edu.ar

## Resumen

El crecimiento desmedido de materiales en Internet en las últimas décadas ha dificultado al usuario la ubicación y selección de recursos pedagógicos de calidad. Como propuesta para la organización de la información ha surgido la entidad Objeto de Aprendizaje (OA), conformado por materiales de soporte digital y carácter educativo, diseñados con el propósito de ser reutilizados en distintos ámbitos educativos. En la enseñanza del Cálculo Diferencial se observan dificultades por parte de los estudiantes en la comprensión de funciones multivariables, dado que la visualización e interpretación geométrica de funciones de dos variables, a diferencia de lo que ocurre en una variable, deben trasladarse del plano al espacio. En este escenario, se diseñó, implementó y evaluó un OA para la enseñanza de derivadas direccionales, basado en los conceptos de visualización en el espacio e interactividad. El mismo fue desarrollado utilizando la metodología CrOA y el software de geometría dinámica GeoGebra. Se realizaron tests comparativos con otros software y los resultados mostraron que los gráficos y cálculos ejecutados por el OA fueron idénticos y la prueba de aceptación con encuestas a estudiantes específicos fue del 100%. Como conclusión, la utilización del OA ayudaría a una mejor visualización y comprensión de las derivadas direccionales.

**Palabras clave:** Objetos de Aprendizaje, Derivadas Direccionales, Visualización,

Interpretación geométrica, Enseñanza y Aprendizaje.

## 1. Introducción

En las últimas décadas la educación ha experimentado importantes cambios y las nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación han impulsado la utilización de herramientas informáticas para mejorar a los procesos de enseñanza y aprendizaje. Los docentes se enfrentan al desafío de construir el conocimiento con sus estudiantes de la forma más significativa, para lo cual recurren al uso de distintos canales y recursos digitales que le permitan mediar con los contenidos y facilitar su comprensión y apropiación [1]. Las oportunidades pedagógicas derivadas del uso de las TIC son amplias y diversas. Internet se presenta como una gran red de información y un medio eficaz para distribuir materiales educativos a los estudiantes, a la vez que combina aspectos tecnológicos. Esta proliferación de información en la web ha generado problemas para ubicar y seleccionar recursos pedagógicos de calidad, ya que, al no tener elementos que describan su contenido o autoría el usuario se ve expuesto a grandes bancos de información, en los que la mayoría de ellos no ser de su interés. Ante estos inconvenientes, ha surgido una propuesta de organización de información bajo la entidad conocida como Objeto de Aprendizaje. Se trata de materiales de soporte digital y carácter educativo, diseñados y creados con significado en sí mismos, con el propósito de ser reutilizados en distintos contextos educativos,

en sucesivas sesiones de aprendizaje. Las características de un OA podrían resumirse en que su contenido será educativo, deberá ser reutilizable (podrán descargarse y modificarse para integrarse a otros objetos), modificable, interactivo, con formatos y caracterización estandarizados (Metadatos, SCORM, etc.) y granularidad variable (susceptible de contener más o menos componentes) [2]. Un aspecto especialmente importante a tener en cuenta en el diseño e implementación de un OA es que este objeto debe tener en sí mismo un valor añadido. Debe aportar valor en algún aspecto del aprendizaje, como la aclaración de un concepto o de un término, o debe proporcionar una interacción efectiva y útil al estudiante.

Para la construcción de OA, es necesario emplear una metodología que guíe, establezca directrices y estándares para asegurar la calidad a la hora de materializar un OA. Existe una gran variedad de metodologías de desarrollo de OA. Se analizaron distintas metodologías como ISDOA, UBOA, LOCOME, CrOA, ISDMELO, AODDEI, entre otras, considerando diversos criterios para su análisis y selección. Desde el punto de vista tecnológico se considera que los OA diseñados sean localizables, con recomendaciones para sus metadatos; reutilizables, utilización a través de Entornos Virtuales de Enseñanza y Aprendizaje (EVEA); publicados, almacenados en Repositorios de Objetos de Aprendizaje (ROA) e interoperables, respetando estándar de empaquetamiento. Desde el punto de vista educativo, se consideran características como componentes del OA, licencias y usuarios. Teniendo en cuenta las características de las distintas metodologías analizadas, se utilizó para el diseño y construcción del OA planteado en este trabajo la metodología CrOA [3]. Se trata de una metodología argentina, actualizada, ampliamente documentada, que ofrece una guía de trabajo atendiendo a conceptos tecnológicos y pedagógicos de los OA.

En la asignatura Métodos Computacionales para el Cálculo de las carreras de Licenciatura en Ciencias de la

Computación, Licenciatura en Sistemas de Información y Profesorado en Informática de la Facultad de Informática de la Universidad Nacional del Comahue se dictan contenidos del cálculo diferencial e integral en varias variables con aplicaciones de métodos numéricos. En trabajos referenciados en la bibliografía se describen las dificultades encontradas por los estudiantes en la comprensión de los conceptos teóricos y prácticos del cálculo diferencial e integral en una o más variables, en la visualización de las funciones de dos variables y en la interpretación geométrica de los métodos numéricos [4]. En la enseñanza del cálculo diferencial e integral multivariado, en particular para funciones de dos variables, algunos conceptos específicos pueden generar dificultades tanto en la enseñanza como en el aprendizaje. Para la construcción de los conceptos matemáticos deben trabajarse las distintas representaciones: gráfica, numérica y simbólica. Dado que cada representación es parcial con respecto al concepto que representa, debemos considerar como absolutamente necesaria la interacción entre ellas para la formación del objeto matemático; no es suficiente trabajar las actividades dentro de un solo sistema de representación, sino también realizar las tareas de conversión de una a otra [5]. La representación gráfica o visualización en el proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones de dos variables presenta mayores dificultades que en el trabajo con conceptos de cálculo en una variable ya que debe trasladarse del plano al espacio. Es necesario que los estudiantes puedan moverse flexiblemente de una representación a otra y el uso de recursos tecnológicos contribuye a un mejor logro de este objetivo. Actualmente existen programas especializados de matemática simbólica que son utilizados como apoyo a la enseñanza y aprendizaje de estos. En las herramientas computacionales utilizadas en el dictado de la asignatura mencionada se observaron limitaciones en cuanto a la representación gráfica de las funciones en el espacio y son insuficientes al

intentar comprobar su aplicación basándose en los contenidos desarrollados. Se ha observado que en la utilización de los diversos software matemáticos se trabaja con representaciones parciales aisladas, es decir, en forma analítica, numérica o gráfica, sin que se pueda lograr una integración de las tres representaciones para la comprensión de los conceptos teóricos y/o prácticos. Surge entonces la importancia de investigar el desempeño de nuevas metodologías, creando recursos didácticos utilizando la tecnología para mejorar las prácticas docentes y la comprensión por parte de los estudiantes de conceptos de cálculo de funciones de dos variables, estableciendo entre los objetivos la visualización e interpretación geométrica.

Por lo mencionado anteriormente y la importancia del tema ha motivado la presentación de esta propuesta para el diseño e implementación de OA para la enseñanza de contenidos de Cálculo Diferencial e Integral de funciones multivariables, con el objetivo puesto en la visualización de los conceptos trabajados en el espacio 3D. Para lograr este objetivo se realizó un análisis e identificación de los recursos dinámicos de diversos software de geometría en el espacio, para seleccionar el más adecuado en la implementación del OA.

Se diseñó e implementó un OA reusable para la enseñanza de derivadas direccionales, basado en su interpretación geométrica y se validó y testeó el recurso con casos de estudio. En el presente trabajo se muestran las distintas etapas de diseño, implementación y testeó del OA **Derivadas Direccionales: Interpretación geométrica.**

## 2. Diseño e implementación del OA

Se detallan a continuación algunas de las tareas desarrolladas para el diseño del OA y su implementación, siguiendo la guía de la metodología de diseño CrOA [3].

### 2.1. Etapa de análisis

Como se ha descrito previamente, los estudiantes presentan dificultades en la comprensión y aplicación de algunos conceptos del cálculo diferencial e integral de varias variables ante la necesidad de manipular y relacionar diferentes contextos de representación y la dificultad adicional que genera el uso del registro gráfico tridimensional. En distintas ocasiones se nota un buen desarrollo por parte de los estudiantes de los aspectos algebraicos y procedimentales, pero ante la falta de comprensión de la interpretación geométrica, se nota una falla en la capacidad de aplicar los conceptos a distintos contextos o problemas. Entre estos temas, se destaca el de Derivadas Direccionales, donde se plantea la importancia de la representación en el espacio tridimensional para comprender su significado y aplicación. La idea principal es crear un recurso educativo que permita a los estudiantes conocer los pasos para la construcción de la interpretación geométrica de las derivadas direccionales y su significado.

El OA diseñado presenta características dinámicas e interactivas, para la representación y visualización de la interpretación geométrica de las derivadas direccionales. Se trabaja con representación en el espacio tridimensional, permitiendo la manipulación de figuras, su rotación y transformación.

Siguiendo las recomendaciones de la metodología CrOA, en la etapa de análisis es necesario determinar para cada OA sus objetivos, conocimientos previos y contenidos relacionados. La finalidad del OA diseñado es que los estudiantes se familiaricen con las representaciones gráficas de los objetos matemáticos tridimensionales, animarlos a que reinterpreten gráficamente aquello que calculan algebraicamente y puedan explorar propiedades de estos objetos [6]. En la tabla 1 se detallan las características del OA propuesto.

**Tabla 1:** Objetivos, requerimientos y temas relacionados del OA

<b>Objetivo</b>	Comprender el significado de las derivadas direccionales
<b>Método</b>	Interpretación geométrica de las derivadas direccionales
<b>Conocimientos previos</b>	Derivadas parciales, gráficas de superficies, planos, rectas y vectores en 3D
<b>Conceptos relacionados</b>	Aplicaciones de derivada direccional a problemas reales.

El OA se planificó para ser utilizado por el docente en el marco de las clases teóricas, con el objetivo de favorecer la explicación de los temas relacionados y serán ofrecidos a los estudiantes para su utilización a través de la Plataforma de Educación del Comahue (PEDCO), utilizada en la Universidad Nacional del Comahue como repositorio de material didáctico. De esta manera, el OA estará disponible vía web a los alumnos matriculados en la asignatura, donde podrán acceder desde cualquier computadora o dispositivo móvil conectado a internet.

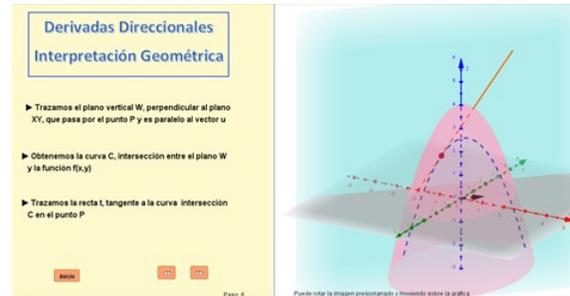
El OA es utilizado de la siguiente manera: 1) El docente lo utiliza durante las clases teóricas para explicar los contenidos teóricos y su representación, utilizando un ejemplo de aplicación particular que permita analizar y visualizar los componentes involucrados en la construcción de la representación. 2) Cada estudiante puede acceder al OA desde PEDCO, seguir sus instrucciones de operatividad y utilizarlo según sus necesidades. En la tabla 2 se presentan los actores involucrados en la utilización del OA y sus tareas.

**Tabla 2:** Actores y tareas

<b>Actor</b>	<b>Tarea</b>
Estudiante	Visualizar la información Interactuar con el recurso
Docente	Análisis, diseño y desarrollo de OA Publicar el OA en EVEA Visualizar la información Interactuar con el recurso Actualizar el contenido del recurso Obtener información de acceso

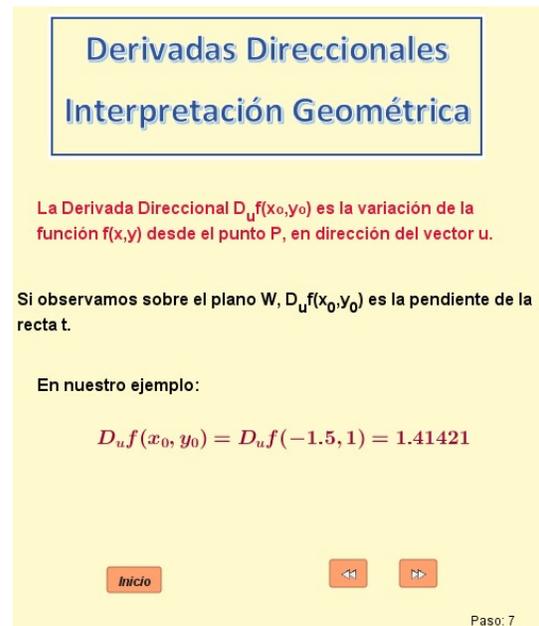
## 2.2. Etapas de diseño y desarrollo

El OA presenta pantallas divididas en vistas: una vista teórica, con conceptos desarrollados en el sistema de representación algebraico y otra vista gráfica, donde se irán representando en el espacio las figuras correspondientes. En la figura 1 se muestra un ejemplo de estas pantallas.



**Figura 1:** Pantalla del OA dividida en vistas algebraica y gráfica

En la vista algebraica se ofrecen botones de avance y retroceso para permitir la navegación a través del material, visualizando las construcciones de manera dinámica. En la figura 2 se muestra una imagen ampliada de esta vista.



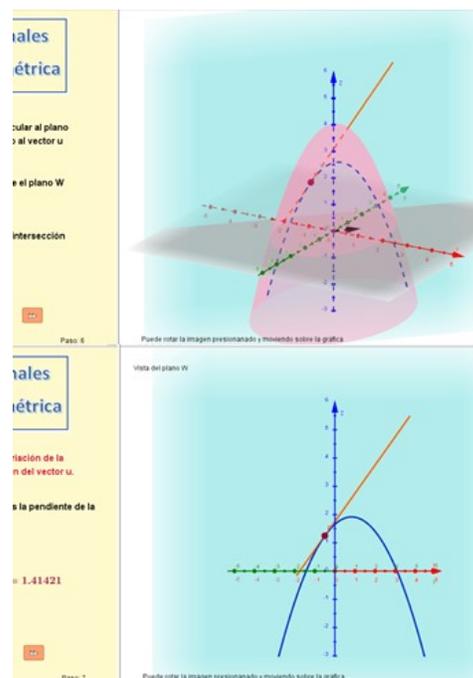
**Figura 2:** Vista algebraica

Se incluyen pantallas donde se desarrolla una animación de algunos objetos

utilizados, con la intención de favorecer la comprensión de los conceptos. Se ofrece al final del recorrido la opción de interactuar con el objeto introduciendo distintas funciones para su representación.

Para la implementación del OA se utiliza el software de geometría dinámica GeoGebra [7], que ofrece diversos objetos y funciones que permiten un desarrollo de manera dinámica, interactiva y manipulable. Se describe a continuación la funcionalidad del OA **Derivadas Direccionales: Interpretación geométrica**

A partir de un ejemplo para una función de dos variables  $f(x,y)$ , un punto de su dominio  $(x_0,y_0)$  y un vector dirección  $v$ , se realiza la interpretación geométrica de las derivadas direccionales como una construcción de diversas figuras. Se construye un plano  $w$ , vertical, que pasa por el punto  $P=(x_0,y_0,f(x_0,y_0))$  y es paralelo al vector  $v$ . Se obtiene la curva  $c$ , intersección entre el plano  $w$  y la función  $f$ . Se calcula la recta tangente a la curva  $c$  en el punto  $P$  y se muestra el significado de la derivada direccional como la pendiente de la recta calculada. Se presenta una animación que representa la variabilidad de la función según la modificación de sus variables en una dirección determinada. En la figura 3 se muestra un ejemplo de rotación de vistas propuesta en el OA, donde se rota la vista gráfica entre los pasos 6 y 7 para poder apreciar el significado de la derivada direccional como pendiente de la recta tangente determinada por la curva de intersección entre la función  $f(x,y)$  y el plano determinado por el punto inicial y la dirección de un vector, realizando una analogía con las derivadas de funciones de una variable.



**Figura 3:** Rotación de la vista gráfica de OA

A cada paso de construcción se van mostrando los contenidos teóricos en una vista algebraica y la representación gráfica de los objetos trabajados en el espacio 2D y/o 3D.

Para contextualizar los conceptos de derivadas direccionales y relacionarlos con conceptos previos, se incluye en el OA una referencia a las derivadas parciales como un caso particular de derivadas direccionales considerando como vectores dirección  $(1,0)$  y  $(0,1)$ . También se destaca al vector gradiente como una dirección particular de crecimiento máximo de la función. En la figura 4 se muestran las pantallas de referencia a las derivadas parciales y a la utilización del vector gradiente.

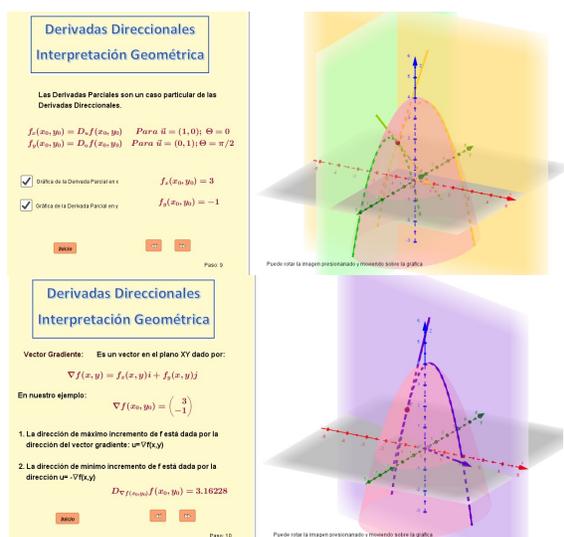


Figura 4: Pantallas de contextualización de las derivadas direccionales

Al final del recorrido, se incluye una instancia interactiva, donde el usuario del OA puede introducir su propia función a evaluar, indicando un punto y dirección particulares. En este caso el OA calcula la derivada direccional y realiza la interpretación gráfica correspondiente. En la figura 5 se muestra la pantalla del paso interactivo del OA.

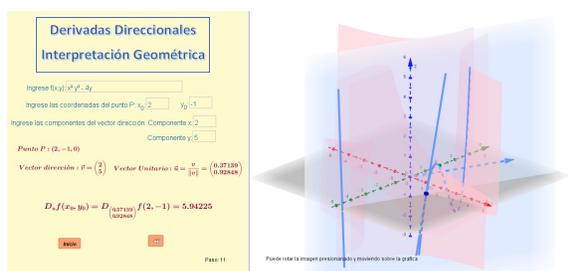


Figura 5: Pantalla interactiva

### 2.3. Ingreso de Metadatos del OA, integración y empaquetamiento

Al implementar el OA se genera un archivo de GeoGebra .ggb. Para transformar el mismo en OA, es necesario empaquetarlo bajo un cierto formato y agregar los metadatos correspondientes, que permitan su catalogación, reuso y publicación. En esta sección se trabajó con el estándar de metadatos LOM [8] y la herramienta de autor

eXeLearning [9] para editar los metadatos y generar un OA con formato SCORM [1].

La herramienta eXeLearning ofrece la posibilidad de incluir applets directamente, pero esta opción se ve limitada por los navegadores. Por este motivo, los archivos fueron cargados en el repositorio libre de GeoGebra en internet, donde quedan disponibles para su utilización online, y desde allí se obtiene el código html de cada recurso que será luego incrustado en la transformación del material en OA. Una vez creada la estructura de presentación de contenido, se editan los metadatos del OA siguiendo el formato LOM. Finalmente, se procede al empaquetado del objeto, ya transformado en OA, exportándolo en formato SCORM. Se obtiene un archivo .zip que representa el paquete que será publicado para su utilización, por parte de docentes y estudiantes.

### 2.4. Etapa de Publicación

En esta etapa, la metodología CrOA propone la publicación del OA en ROA y/o en un EVEA. Es importante considerar que los metadatos estén correctamente cargados de manera tal que ese OA se vuelva fácilmente localizable y accesible para los posibles interesados. En el caso del OA desarrollado en el presente trabajo, fue publicado en el repositorio online de GeoGebra [10] y en el repositorio MERLOT [11].

Para el trabajo con los estudiantes, el OA fue publicado en el apartado de la materia Métodos Computacionales para el Cálculo de la plataforma PEDCO.

### 3. Validación del OA

En la última etapa de la metodología de diseño de OA CrOA, se analizan las características de los mismos y se evalúa su utilización en contextos específicos. Existen diferentes métodos de evaluación de OA. Por un lado, es posible evaluarlo en términos de su consistencia interna, utilizando Test de unidad, módulo y sistema, y por otra parte, se puede

evaluar en su uso en un contexto específico, en el marco de la propuesta educativa en la que se incluya. Allí, su calidad puede ser analizada para estudiantes específicos, con una necesidad educativa concreta. En este caso se utiliza el Test de aceptación [12].

### 3.1. Test de Unidad

En el test de unidad, también llamado de componentes, se prueban los componentes individuales de los OA para asegurarse de que funcionan correctamente. Cada uno se prueba de forma independiente.

Los cálculos realizados en el OA desarrollado se evaluaron realizando una comparación con el software wxmaxima [13]. Para evaluar los gráficos generados por el OA se utilizó el software Calc3D para realizar la comparación [14].

Utilizando el software wxmaxima se comprueba que los ejemplos trabajados en el OA y los cálculos realizados son correctos. En la tabla 3 se muestran los resultados obtenidos para distintos ejemplos utilizando el OA y el software wxmaxima. Si consideramos los cálculos realizados con seis cifras significativas y calculamos el error relativo porcentual cometido al comparar los cálculos realizados con el OA y con wxmaxima, se puede observar que para todos los casos los resultados son equivalentes, lo que permite validar el OA en sus componentes.

Para validar los gráficos de este OA, la función que se utilizó como entrada fue:

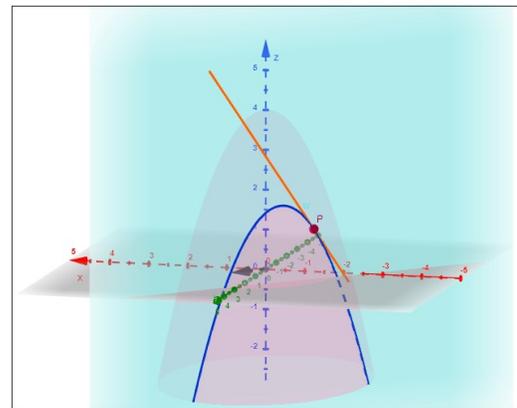
$$f(x,y) = 4 - x^2 - \frac{y^2}{2}$$

Se consideró para realizar el cálculo el punto  $P(-1.5,1)$  en la dirección del vector  $u(0.70711,0.70711)$ .

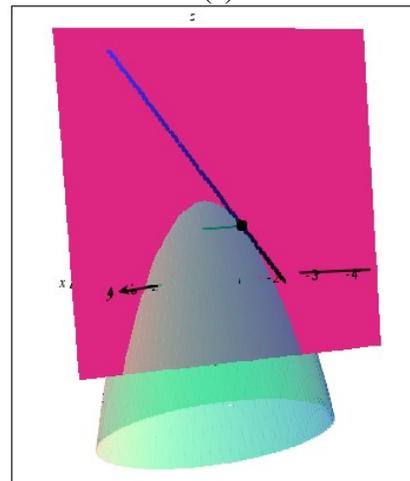
Se muestra en la figura 6 (a) el gráfico obtenido utilizando el OA desarrollado y en la figura 6 (b) el gráfico obtenido utilizando el software Calc3D. Se puede observar que los gráficos son similares, validando así la interfaz gráfica del OA.

**Tabla 3:** Derivadas Direccionales calculadas con OA y wxmaxima

Ejemplo 1		
Datos de Entrada	$f(x,y) = 4 - x^2 - \frac{y^2}{2}$ $P(-1.5,1); u(0.7071,0.7071)$	
OA	Wxmaxima	E.R.%
$D_{uf}(-1.5,1)=1.41421$	$D_{uf}(-1.5,1)=1.41421$	0%
Ejemplo 2		
Datos de Entrada	$f(x,y) = 4 - x^2 - \frac{y^2}{2}$ $P(-1.5,1) \quad v(3,-1)$	
OA	wxmaxima	E.R.%
$D_{uf}(-1.5,1)=3.16228$	$D_{uf}(-1.5,1)=3.16228$	0%
Ejemplo 3		
Datos de Entrada	$f(x,y) = x^2y^3 - 4y$ $P(2,-1) \quad v(2,5)$	
OA	Wxmaxima	E.R.%
$D_{uf}(2,-1)=5.94225$	$D_{uf}(2,-1)=5.94225$	0%



(a)



(b)

**Figura 6:** Gráfico de Derivadas Direccionales realizado con OA (a) y con Calc3D (b)

### 3.2. Test de Módulo y Sistema

Una vez evaluadas las unidades, se integran para formar una secuencia de contenido del OA. Se analizaron las distintas características que debe cumplir un OA:

**Granularidad:** El OA desarrollado presenta una granularidad alta. Según la escala de medición del estándar LOM, presenta un Nivel 2 (Colección de materiales atómicos, incluye archivos zip y otros paquetes que pueden ser accedidos como archivos individuales pero que a su vez forman un único recurso agregado), lo que facilita su reutilización en diversos contextos.

**Reutilización:** La granularidad alta del OA desarrollado garantiza la posibilidad de ser usados en contextos y propósitos educativos diferentes y adaptarse pudiendo combinarse dentro de nuevas secuencias formativas. El formato SCORM utilizado permite su utilización desde distintos entornos de enseñanza y aprendizaje.

**Accesibilidad:** El OA desarrollado es fácilmente accesible vía internet para ser utilizado desde diversos dispositivos. Fue probado desde PC, tablet y teléfonos celulares.

**Interoperabilidad:** El OA fue probado bajo sistemas operativos Linux, Windows, Android e IOs, utilizando diversos buscadores como Explorer, Chrome, Microsoft Edge. Se constató el funcionamiento correcto en todos los casos.

**Metadatos:** Se cargaron los metadatos correspondientes durante el empaquetamiento a formato SCORM.

Se evaluó también en esta etapa que no surjan errores por interacciones no previstas entre componentes y su interfaz, recorriendo el OA y probando distintos ejemplos. Se verificó además que el OA cumple los requerimientos funcionales evaluando la utilización de botones. El OA, transformado en paquetes de formato SCORM y alojado en la plataforma PEDCO fue evaluado en su funcionamiento, su interfaz y su interactividad. Se probaron

distintos ejemplos y se constató la posibilidad de rotar gráficas y visualizar animaciones, cumpliendo los requerimientos esperados.

### 3.3. Test de Aceptación

Para validar el OA desarrollado y publicado en PEDCO con el usuario final, se realizó una prueba de aceptación con un grupo de estudiantes que cursaron la materia Métodos Computacionales para el Cálculo entre los años 2014 y 2018, por lo cual se encontraban familiarizados con los conceptos teóricos tratados en el OA. Se solicitó a los estudiantes recorrer cada paso del OA y probar en la parte interactiva algunos ejemplos particulares. Por medio de una encuesta se les solicitó evaluar la interfaz de usuario del OA, comprensión, aplicación y dificultades de uso y elegir las funcionalidades que consideraron más útiles de la herramienta desarrollada.

Se solicitó a los encuestados completar una tabla de valoración, considerando la comprensión de los mismos, si les parecía que era aplicable a la teoría de la materia Métodos Computacionales para el Cálculo y si encontraron dificultades en su utilización. En la figura 7 se muestra el gráfico de resultados obtenidos. Como se puede observar, el 100% de los estudiantes consideró que el OA resultó de fácil comprensión y aplicación. En el caso de las dificultades de uso el 90% de los encuestados no encontró ninguna dificultad.



**Figura 7:** Resultados obtenidos en la tabla de valoración de la encuesta de aceptación

Se consultó a los estudiantes si considera que con la utilización de OA ayudará a mejorar la comprensión y relacionar los temas teóricos y prácticos de la materia Métodos Computacionales para el Cálculo, si fue interesante utilizar el OA y si se alcanzaron los objetivos propuestos para el mismo. Como opciones podían optar por mucho, poco, nada, no sabe. El 100% de los encuestados optó por la opción mucho.

Se solicitó a los encuestados elegir las funcionalidades que a su criterio consideraban más útiles. Las opciones fueron: interfaz intuitiva, visualización de los gráficos en 3D, interpretación geométrica, seguimiento paso a paso de los temas, animación e interactividad de los OA. En la figura 8 se muestra el gráfico con los resultados obtenidos. Como se puede observar, el 100% de los encuestados consideró que las funcionalidades más útiles son la visualización de gráficos en 3D y la interpretación geométrica. El 70% consideró la interfaz intuitiva, el seguimiento paso a paso de los temas, la animación y el 50% la interactividad.



**Figura 8:** Funcionalidades más útiles del OA según los encuestados

#### 4. Conclusiones

El objetivo principal de este trabajo fue el diseño e implementación de un Objeto de Aprendizaje para la enseñanza de derivadas direccionales, basado en los conceptos de visualización en el espacio. Se presentaron características y ventajas de la utilización de OA. Se analizaron distintas metodologías de diseño de OA y se seleccionó la metodología CrOA como guía para el diseño y desarrollo.

Para la implementación se utilizó el software GeoGebra y la herramienta de autor exeLearning. Para la validación y testeo se presentaron los distintos tests realizados. Se realizaron test de unidad, módulo y sistema y prueba de aceptación llevada a cabo a través de encuestas a estudiantes específicos. Mediante el test de unidad o componente, se validaron los gráficos y cálculos. En el caso de los gráficos, se realizó una comparación con el software Calc3D, mostrando que los gráficos realizados con el OA desarrollado y con el mencionado software resultaron similares, concluyendo que la evaluación fue muy satisfactoria. Para la comparación de los resultados numéricos la misma fue realizada en base al cálculo del error relativo porcentual utilizando 6 cifras significativas. Se compararon los valores obtenidos con el OA desarrollado para distintos ejemplos con los resultados obtenidos utilizando el software wxmaxima. Los resultados en ambos casos fueron exactamente iguales, o sea el error relativo porcentual resultó nulo permitiendo de esta forma comprobar que el OA desarrollado permite realizar los cálculos en forma correcta. Con los test de módulo y sistema se constató el correcto funcionamiento del OA una vez que sus componentes se agrupan en una secuencia didáctica., verificando que cumple con los requerimientos planteados. Finalmente, para las pruebas de usuario se realizó una encuesta de aceptación a un grupo de estudiantes que cursaron la materia Métodos computacionales para el Cálculo. En la misma se solicitó que realicen un recorrido por el OA desarrollado y también realicen ejercicios de prueba con una función propia. Al final del recorrido y prueba con las funciones respondieron una serie de preguntas. A partir de las respuestas se pudo concluir que el 100% considera que la utilización del OA ayudará a mejorar la comprensión y relacionar los temas teóricos y prácticos de la materia Métodos Computacionales para el Cálculo. En particular, para los conceptos de Derivadas Direccionales, los estudiantes pudieron visualizar e interactuar con los gráficos 3D de

la interpretación geométrica, logrando una mejor comprensión del tema. En general no hubo dificultades en su utilización del OA y consideraron que son muy interesantes. Por otra parte, las funcionalidades que consideraron más útiles fueron la visualización y animación de los gráficos en 3D, la interpretación geométrica y el seguimiento paso a paso del contenido, siendo estos los objetivos para los cuales se desarrolló el OA.

## 5. Referencias

- [1] Fierro, W; Bosquez, V (2016), Design and production of a learning object for university teaching: An experience from theory to practice. ISBN 978-1-5090-6149-5
- [2] Jimenez Lopez, E. Luna Cámara, M. Lopez Cuevas, S. and Peraza Arrollo, R. (2013), Desarrollo de un objeto de aprendizaje para la enseñanza de las matemáticas: el caso de las funciones.  
<http://www.laccei.org/LACCEI2013-Cancun/RefereedPapers/RP198.pdf>.
- [3] Sanz, C., Barranquero, F., Moralejo, L., Metodología para la creación de objetos de aprendizaje CrOA.  
<http://croa.info.unlp.edu.ar>
- [4] Silva Santana, B. and Alves da Silva, M. (2016), Aprendizagem de cálculo: A partir do uso de software matemáticos. III CONADU, 1, ISSN 2358-8829.
- [5] Oye, N., Shallsuku, Z. and Iahad, N. (2014) The role of ict in education: Focus on university undergraduates taking mathematics as a course. International Journal of Advanced Computer Science and Applications (IJACSA).
- [6] Del Rio, L. (2017), Enseñar y aprender cálculo con ayuda de la vista gráfica 3d de geogebra. Revista digital Matemática, Educación e Internet, 17(1). ISSN 659 - 0643.  
<http://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica>
- [7] <https://www.geogebra.org>
- [8] LTSC Learning Technology Standards Comitee, IEEE standard for learning object metadata, IEEE standard 1484.12.1.  
<http://www.ieeeeltsc.org>.
- [9] <http://exelearning.net>
- [10] <https://www.geogebra.org/m/efys2w39>
- [11] <https://www.merlot.org/merlot/viewMaterial.htm?id=1375695>
- [12] Sommerville, I. (2011), Ingeniería del software, v. 9. ISBN 978-6073206037.
- [13] <http://maxima.sourceforge.net>
- [14] [http://web.monroecc.edu/manila/web\\_les/calcNSF/JavaCode/CalcPlot3D.htm](http://web.monroecc.edu/manila/web_les/calcNSF/JavaCode/CalcPlot3D.htm)