IMPOSIBILIDAD DE UNA PROPOSICION DEL VALOR-TRABAJO EN EL MODELO DINAMICO DE LEONTIEF*

RICARDO FELDMAN**

El objeto de este trabajo es demostrar que en el modelo dinámico de insumo producto de Leontief no puede verificarse ninguna proposición del valor basada en un insumo único. Si bien ha sido demostrado que en el modelo estático (en que existe un único factor primario escaso, comúnmente considerado trabajo homogéneo) se verifica una proposición del valor-trabajo particular[1], el introducir distintas categorías de capital como factores productivos primarios y escasos modifica las relaciones de valor del modelo estático[2].

Introduzcamos el modelo dinámico abierto de Leontief representando la tecnología mediante dos matrices de clase (n, n) de términos todos no negativos $A = \{ a_{ij} \}$ y $B = \{ b_{ij} \}$ de los coeficientes de insumos corrientes y de capital, respectivamente[3], y el vector a_0 de los coeficientes directos de trabajo. Suponemos que A es indescomponible y que B es no singular. También suponemos que el trabajo es un factor indispensable en la producción de cada bien.

Denotemos con X_t el vector de los productos totales del período t, con S_t el vector de los stocks de capital al comienzo del período t [4], con d_t el vector de las demandas finales de los consumidores ,en el período t y con l_t la cantidad disponible de trabajo al comienzo del período t.

* El autor agradece los comentarios y sugerencias del Dr. OLIVERA, JULIO H. G. Empero la responsabilidad por los desaciertos subsistentes le corresponde totalmente al firmante.

** Ayudante de primera, miembro del Instituto de Investigaciones Económicas de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires.

1 CAMERON, B. "The labour theory of value in Leontief models", *The Economic Journal* vol. LXII, N.º 245, 1952, págs. 191-97.

2 De aquí en más nos referiremos genéricamente a estas distintas categorías de capital como "el capital", simplemente.

3 Las matrices A y B no son independientes. Véase BRODY, A. *Proportions, prices and planning.* (Amsterdam, North Holland, 1970).

4 Se supone que cada categoría de capital es homogénea y no es propia de ninguna industria; o sea, que el capital es transferible. La no transferibilidad no introduce problemas importantes.

En cada período debe satisfacerse una distribución exacta de los productos: $X_t = Ax_t + S_{t+1} - S_t + d_t$[5]. Suponiendo que en todo momento prevalece el pleno empleo de todos los stocks, $Bx_t = S_t$, y del trabajo, $a_o x_t = l_t$, resulta el sistema dinámico de los productos:

$$X_t = Ax_t + B\ (x_{t+1} - x_t) + d_t. \qquad (1)$$

Dados la tecnología del sistema, los stocks al comienzo del primer período y los senderos en el tiempo de la disponibilidad de trabajo y de las demandas finales, el sistema (1) determina el sendero en el tiempo de los niveles de los productos.

Dos sistemas de precios han sido asociados con el sistema (1) de los productos. En primer lugar, el sistema de los precios competitivos de largo plazo (o "precios aceptados")

$$p = pA + rpB + wa_o, \qquad (2)$$

donde p es el vector de los precios nominales de los productos, r es la tasa de interés de largo plazo y w es la tasa de salario nominal (supuesta uniforme en toda la economía). La idea subyacente en esta condición de equilibrio de los precios es que el equilibrio competitivo de largo plazo requiere que los precios igualen a los costos unitarios de producción (que incluyen una carga de interés sobre el valor del capital fijo). De acuerdo con (2) los precios son constantes en el tiempo.

En segundo lugar tenemos el sistema de los precios variables en el tiempo de Solow[6], del cual (2) constituye su equilibrio estacionario:

$$p_{t+1} = p_{t+1}A + rp_tB + (p_t - p_{t+1})\ B + wa_o, \qquad (3)$$

donde p_{t+1} denota el vector de los precios de los productos a fines del período t. La idea subyacente en (3) es que deben tenerse en cuenta las pérdidas o ganancias de capital al determinar los precios de equilibrio.

Dados el vector p_1 de los precios iniciales, w y la tasa de interés (supuesta constante a través del tiempo), el sistema (3) determina el sendero de los precios en el tiempo.

En un trabajo publicado recientemente[7], E. Zaghini ha demostrado (incorporando el modelo de Leontief como caso particular de un modelo más general de acumulación de capital del tipo Walras-Hicks) que el sistema (3) de los precios de Solow es contradictorio en términos, en el sentido de que si bien introduce las expectativas (de ganancias de capital) en el modelo de Leontief, supone al mismo tiempo que son siempre correctas. El suponer previsión perfecta implica permitir que el futuro genere el presente,

[5] Se supone que A incluye la demanda de reposición y mantenimiento de los stocks de capital.

[6] SOLOW, R. N. "Competitive valuation in a dynamic input-output system"; *Econometrica*, vol. XXVII, N.° 1, 1959, págs. 30-53.

[7] ZAGHINI, E. "Solow prices and the dual stability paradox in the Leontief dynamic system"; *Econometrica*, vol. XXXIX, N.° 3, 1971.

mientras que cualquier teoría de la evolución de los precios en el tiempo debe hacer que el presente genere el futuro[8].

Zaghini demuestra también —mediante un razonamiento distinto del usual— que los precios de (2) resultan ser los precios propios del modelo de Leontief. A los efectos que perseguimos podemos entonces desembarazarnos de (3) y centrar la atención en (2)[9].

Bajo las hipótesis ya formuladas, una condición suficiente para que el sistema (2) determine un único conjunto de precios relativos positivos es que la tasa de interés r sea positiva y menor que cierta cota superior.[10] Porque esa condición garantiza que la raíz de Frobenius de $A + rB$ (matriz indescomponible de elementos todos no negativos) es menor que uno. Consiguientemente, $[I - (A + rB)]^{-1}$ es una matriz de términos todos positivos, siendo la suma de la serie matricial

$$I + (A + rB) + (A + rB)^2 + \ldots$$

En consecuencia, (2) da lugar a la solución

$$\bar{p} = a_0 \, [I - (A + rB)]^{-1}, \tag{4}$$

donde $\bar{p}$ denota el vector de componentes $\bar{p}_j = p_{j/w}$ $(j = 1, 2, \ldots, n)$, que expresa los precios $\bar{p}_j$ como función del parámetro r[11].

Cabe definir los coeficientes totales de insumos corrientes y de trabajo.

La matriz $A^* = (I - A)^{-1}$ constituye la matriz de los coeficientes totales de insumos corrientes cuando la economía da lugar a un vector unitario y de producto neto (cuyos componentes son todos iguales a la unidad). Para este mismo vector de producto neto, el vector de los coeficientes totales de trabajo es $a_0^* = a_0 A^*$.

Bajo el supuesto de que $w > 0$, $r > 0$ se verifica que existe la solución (4)[12] resultando evidente que los precios relativos de equilibrio son descriptos por respectivas expresiones que incluyen términos en que aparecen coeficientes de insumos de capital imputados a los costos de producción a través de la tasa de interés, no siendo esos términos reducibles a cantidades de trabajo acumulado.

Esto demuestra que, en general, es imposible que se verifique una proposición del valor-trabajo. La razón última de ello es que si bien el capital se acumula en el sistema, en cada momento del tiempo existen stocks de capital no producidos. El capital es, además de escaso, primario, lo que impide su reducción a trabajo pretérito. De ahí la imposibilidad de expresar los costos de producción en términos de un único factor.

8 Solow, R. M. "Comment"; *Econometrica*, vol. XXXIX, N.° 3, 1971.

9 Las conclusiones de este trabajo no alteran si nos basamos en el sistema (3).

10 Schwartz, J. T.: *Lectures on the mathematical method in analytical economics*. (N. York, Gordon and Breach, 1961).

11 Adviértase que, así como sucede en el modelo estático, los precios se expresan independientemente de consideraciones del lado de la demanda de los consumidores.

12 Schwartz, J. T., op. cit.

Empero, en un caso particular los precios nominales resultan proporcionales a los respectivos coeficientes totales de trabajo (los que podríamos llamar valores-trabajo de los bienes): aquel caso en que la composición orgánica del capital es la misma en todos los sectores. Para introducir esta hipótesis, denotamos con o_j la composición orgánica del capital en el sector j-ésimo, que definimos —por conveniencia— como

$$o_j = \sum_1 p_i b_{ij} / w . a_{oj} \quad (j = 1, 2, \ldots, n).$$

Suponemos que

$$o_j = \lambda, \text{ constante } (j = 1, 2, \ldots, n).$$

Podemos entonces escribir el sistema de equilibrio de los precios nominales como

$$p_j = p_j\, A + (1 + r \,.\, \lambda)\; w a_{oj} \,(j = 1, 2, \ldots, n),$$

donde ${}_jA$ denota el j-ésimo vector columna de A. Por lo tanto, bajo las hipótesis mencionadas es $\bar{p} = (1 + r\,\lambda) \,.\, a_o{}^*$, resultando inmediato que los precios relativos de equilibrio son iguales a los respectivos cocientes de coeficientes totales de trabajo. (Inversamente, —bajo la hipótesis de igual composición orgánica del capital se verifica que todo vector de precios nominales proporcional al vector de los valores-trabajo es un vector de precios de equilibrio, cuando la constante de proporcionalidad es $w\,(1 + r\,\lambda)$ [13].

[13] JOHANSEN, L. "Labour theory of value and marginal utilities", *Economics of Planning*, vol. III, N.° 2, 1963, págs. 89-103.