Infórme

MEDICION DE SUPERFICIES OPTICAS

Jorge Landi Dessy
(Observatorio Astronómico, Córdoba)

La medición y el contralor de superficies ópticas es un problema que se actualiza cada vez que se construye un espejo de ciertas dimensiones y que todavía ofrece algunas dificultades cuando los espejos a controlar no tienen sección cónica.

En el año 1939 apareció el trabajo de R.P.Platzeck y E.Gaviola (1) referente al método de la cáustica. En él se señala también la confusión reinante sobre este problema, citando un artículo aparecido en Popular Astronomy de 1902 (2). En 1939 la situación había mejorado, pero no tanto como era de esperar; en 1962 nos encontramos todavía con problemas en ese sentido. Basta para probarlo, el artículo del Dr. Sábato en la Revista Astronómica (3); en él se habla del radio de curvatura de la zona medida en el método de Foucault clásico; como se verá más adelante, esa denominación no es correcta y puede inducir a error, aunque está muy generalizada. Por lo tanto creemos un deber comenzar con consideraciones bastante elementales, para evitar errores de interpretación y contribuir a aclarar el tema.

Consideremos primeramente el método de Foucault clásico: Se recubre el espejo con una pantalla con ventanas sucesivas a diversas distancias del centro y se mide la aberración esférica longitudinal. Como se puede ver en la figura 1, lo que en realidad se mide es el valor de la coordenada en función de la distancia del centro de la ventana al centro del espejo, más la subnormal correspondiente a la función

$$x = f(r)$$

es decir se mide

$$OC = OE_1' + E_1'C = x + \text{Subnormal} = f(r) + r.r'$$

Conociendo la expresión analítica de $x = f(r)$ o su desarrollo en serie se puede calcular facilmente la cantidad OC para cada r dado.

En el caso de la cáustica se proponen correctos los valores longitudinales teóricos ζ y se mide los transversales η siempre en función de las distancias sucesivas del centro de la pantalla al centro del espejo r. Para este caso el cálculo de las expresiones es un poco más laborioso. Las expresiones ζ, η, que nos dan las coordenadas de los centros de los círculos osculadores en función de r son las siguientes:

$$\zeta = x - r' \frac{1 + r'^2}{r''} \qquad \eta = r + \frac{1 + r'^2}{r''}$$

teniendo la expresión analítica o el desarrollo en serie de la función se pueden obtener los valores de ζ y η necesarios para medir la superficie.

Es conveniente sin embargo considerar el problema desde otro punto de vista; sobre un par de ejes cartesianos ortogonales, hagamos oscular los diversos tipos de cónicas existentes en el origen y consideremos todas ellas contenidas en el semiplano de las x positivas; en caso de poseer más de una rama, consideremos solamente la rama que cumple las condiciones enunciadas (fig.2). Desarrollemos en serie las diversas cónicas expresadas en general por la ecuación $x = f(r)$ y consideremos:

$$x_c = \frac{r^2}{2R} + \frac{r^4}{8R^3} + \frac{r^6}{16R^5} + \ldots \qquad \text{(circunferencia)}$$

$$(1)\, x_e = \frac{r^2}{2R} + (1-e^2)\frac{r^4}{8R^3} + (1-e^2)^2\frac{r^6}{16R^5} \qquad \text{(elipse e hipérbola)}$$

$$x_p = \frac{r^2}{2R} \qquad \text{(parábola)}$$

Si consideramos ahora la aproximación de Gauss, nos debemos limitar al primer término de las series y por lo tanto no podremos distinguir las cónicas entre sí. Tomando un término más, ya podremos distinguir las diversas cónicas y nos encontraremos en la aproximación de tercer orden o de Seidel; considerando los tres primeros términos estaremos en la aproximación de quinto orden o de Schwarzschild. Como al construir los espejos se parte en general de una superficie con sección circular, es conveniente adoptar la siguiente interpretación sugerida de las ecuaciones (1): si al desarrollo

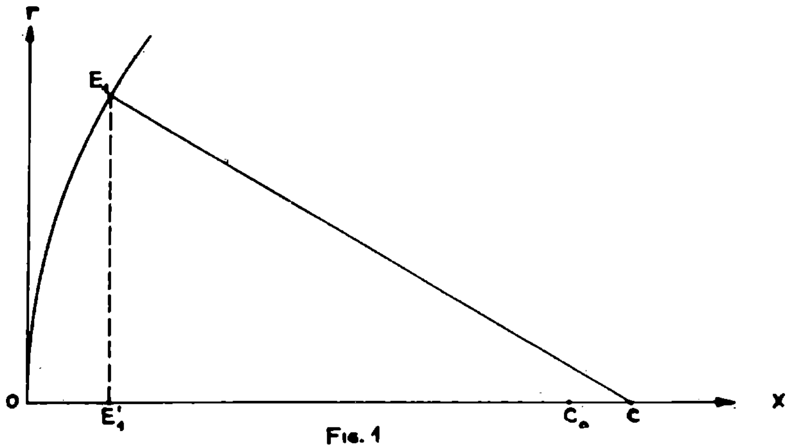
r
E1
O
E'1
C0
C
x

FIG. 1

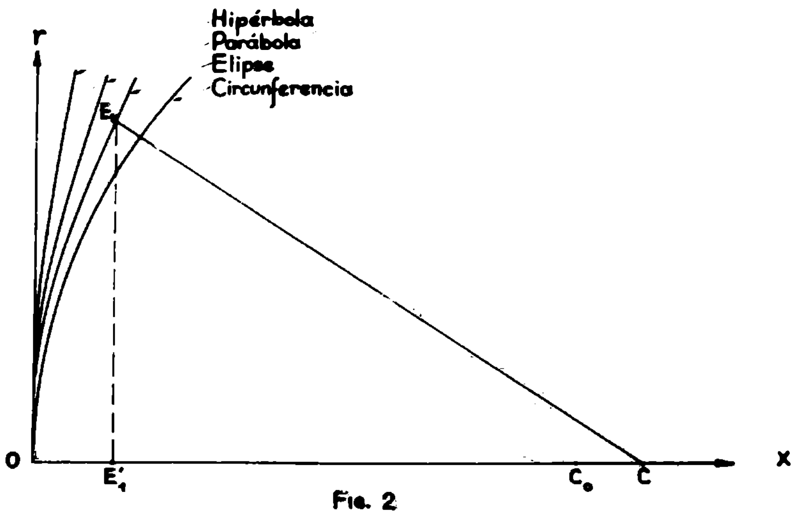
Hipérbola
Parábola
Elipse
Circunferencia
r
E1
O
E'1
C0
C
x

FIG. 2

de la circunferencia le sumamos la cantidad $x_e - x_c$ obtendremos la ecuación de la elipse y por lo tanto podemos interpretar que la sección del espejo está formada por una circunferencia a la que se le sumó un tanto por ciento del término de cuarto grado si nos mantenemos dentro de la aproximación de Seidel.

$$x_e = x_c + (x_e - x_c) = \frac{r^2}{2R} + \frac{r^4}{8R^3} + \ldots + (1 - e^2)\frac{r^4}{8R^3} - \frac{r^4}{8R^3} =$$

$$= \frac{r^2}{2R} + (1 - e^2)\frac{r^4}{8R^3}$$

que por supuesto no es otra cosa que los dos primeros términos del desarrollo en serie de la elipse. Como en el caso de la parábola $e = 1$; lógicamente nos queda sólo el primer término. Esto conduce a alguna gente a decir que la parábola es una curva más fácil pues no tiene términos en cuarto grado; con ese criterio la circunferencia sería muy difícil de realizar pues el término de cuarto grado es mayor que el de la elipse, lo que evidentemente no es correcto.

Empleando una aproximación de cualquier orden, pódremos considerar una cierta curva -sección de un espejo- como una circunferencia a la que se le añade un cierto porcentaje del término en r^4, otro porcentaje del término en r^6, etc. Si la sección del espejo corresponde a una cónica, los distintos porcentajes están relacionados entre sí; pero si queremos un caso más general podemos considerar una curva expresada por la serie:

$$(2) \quad x_k = \frac{r^2}{2R} + a\frac{r^4}{8R^3} + b\frac{r^6}{16R^5} + 5c\frac{r^8}{128R^7} + \ldots$$

en donde los coeficientes a, b, c, son arbitrarios, pudiéndose en este caso obtener curvas que no son cónicas, como ocurre en el primario de un Ritchey-Chrétien. En las cónicas, los coeficientes a, b, c, ... están relacionados de la siguiente manera:

$$a^2 = b \; ; \quad a^3 = c ; \quad \text{etc.}$$

Definida la ecuación que nos dá la sección del espejo debemos ahora encontrar las expresiones que nos permitan medir la superficie del mismo con el método de Foucault y con el método de la Cáustica.

Estas expresiones han sido deducidas por el autor (4) y aplicadas en la medición de espejos cuyas secciones no son cónicas, sin mayor dificultad.

Para el Foucault clásico se obtiene:

Para cónicas :

$$OC \cong R + e^2 \frac{r^2}{2R} + e^2(1 - e^2) \frac{r^4}{8R^3} + \dots$$

Para curvas expresadas mediante la ecuación (2) :

$$OC = R + (1 - a) \frac{r^2}{2R} + (2a^2 + a - 3b) \frac{r^4}{8R^3} + \dots$$

Para el método de la Cáustica se obtienen las siguientes expresiones:

Para cónicas:

$$\zeta = R + 3e^2 \frac{r^2}{2R} - 3e^2 (1 - e^2) \frac{r^4}{8R^3} + \dots$$

$$\eta = - e^2 \frac{r^3}{R^2}$$

Vemos que en las cónicas una de las series que nos dan los centros de los círculos osculadores, se reduce a un solo término.

Para curvas expresadas mediante la ecuación (2):

$$\zeta = R + 3(1 - a)\frac{r^2}{2R} + 3(6a^2 - a - 5b) \frac{r^4}{8R^3} - \dots$$

$$\eta = - (1 - a) \frac{r^3}{R^2} - 3(a^2 - b) \frac{r^5}{2R^4} - \dots$$

Esperamos con este informe haber contribuído a aclarar el problema de la medición de superficies ópticas.

Bibliografía

(1) R.Platzeck y E.Gaviola. J.Opt.Soc.Amer. 29, 484 (1939)
(2) F.L.O.Wadsworth. Pop.Astr. 10, 337 (1902)
(3) E.Sábato. Rev. Astr. 9, 160-178; 228 - 243 (1937).
(4) J.Landi Dessy. Bol. N° 5, Asoc.Arg. de Astr.