Económica, La Plata, Vol. XLV, Número Especial, Año 1999

ECONOMÍA INFORMAL Y ENDEUDAMIENTO EXTERNO

ROLF R. MANTEL*

Introducción y Resumen

Dos temas preocuparon a los gobiernos de las economías latinoamericanas durante los últimos años: el alto nivel alcanzado por el endeudamiento externo, y la proporción creciente de la "economía informal", es decir, de la actividad económica que se sustrae de los canales visibles de imposición, dificultando todo intento de resolver el primer problema por medios fiscales.

Si bien en gran parte un análisis completo debe basarse en parámetros de orden político que no pueden ser evaluados fácilmente en un trabajo introductorio, en el presente ensayo se presentará un marco teórico para el estudio de la cuestión basado en el modelo neoclásico agregado de crecimiento económico, tal como fuera presentado inicialmente por Ramsey [1928], Cass [1965] y Koopmans [1965] para el caso de una economía cerrada y ampliado por Hamada [1966,1969] y Bahrdan [1967] para una economía abierta. El análisis de la imposición a los activos toma de un trabajo de Chamley [1986].

La sección 1 presenta el modelo habitual para una economía cerrada que emplea su acervo de capital y su fuerza de trabajo en la elaboración del producto social agregado, presentando las condiciones habituales para un óptimo de largo plazo. La introducción de la actividad tributaria del estado introduce una distorsión que lleva a un sistema de ecuaciones diferenciales que describe la trayectoria de equilibrio competitivo del sistema, que será óptima si el impuesto al rendimiento de los activos es nulo.

La sección 2 abre la economía al comercio internacional. Se supone que el país bajo análisis es pequeño, en el sentido de no tener influencia sobre los términos del intercambio. El nivel que pueden alcanzar las importaciones netas depende del incremento en el costo marginal del crédito externo por el riesgo creciente que representa el endeudamiento externo para los acreedores. En esta sección, siguiendo análisis conocidos, se supone que el riesgo depende del endeudamiento externo per capita.

---

* Universidad de San Andrés Buenos Aires.

La sección 3 introduce un análisis diferente del riesgo país; además se considera el efecto de la existencia de una extensa economía subterránea o informal, en la que los impuestos recaen sobre quienes actúan en el sector formal de la economía y, al no conocerse oficialmente la actividad informal, se produce un aumento en el riesgo país, y con ello los servicios de la deuda, al reducirse el producto que toman en cuenta los acreedores externos.

La sección 4 concluye que se mantiene la posibilidad de alcanzar un óptimo con impuestos que corrijan las distorsiones, mejorando el bienestar con una reducción en la proporción de la población que se mantiene al margen de la actividad formal.

Una primera versión de este trabajo fue presentado en las Sextas Jornadas Anuales de Economía, Banco Central del Uruguay, Montevideo, 4 y 5 de noviembre de 1991.

1. El modelo: economía cerrada

En un instante **t** determinado el sector productivo de la economía emplea su acervo de capital y su fuerza de trabajo -cuya trayectoria temporal está determinada por fuerzas exógenas-, en la elaboración del producto social agregado. Se designará con k al stock de capital por persona empleada; deberá tenerse en cuenta que se trata de una función del tiempo t aún cuando por comodidad en la notación no se lo indicará explícitamente en las líneas subsiguientes. El producto por empleado, neto de la reposición de capital y de la inversión necesaria para mantener constante el número de máquinas per capita, se representará por una función del capital por empleado f(k). La función mencionada cumple con las condiciones neoclásicas usuales de ser estrictamente cóncava y doblemente diferenciable con continuidad. Además, siendo el capital indispensable para la producción, se cumplen las condiciones

$$(1) \qquad \mathbf{f(0) = 0; \quad f'(K) \leq 0,}$$

donde **K** representa un stock de capital per capita positivo tan elevado que la producción que pueda lograrse con capital adicional no alcanza para lograr un excedente sobre lo necesario para reponer el equipo desgastado, mantener el existente, e incrementarlo en la medida necesaria para que no decaiga el capital per capita. La primera relación en (1) indica que sin capital no hay producto.

Si **c** representa la tasa de consumo per capita, la restricción usual de balance físico de la distribución de la producción está dada, para el caso de una economía cerrada al comercio internacional, por

$$(2) \qquad f(k) = c + k',$$

donde el apóstrofe indica la derivada de una función con respecto a su argumento, tratándose en este caso particular del tiempo. El significado de esta relación es claro; indica que el producto per capita se distribuye entre consumo e inversión, debiendo entenderse esta última como la inversión necesaria para mantener constante el capital per capita. Es obvio que si se tiene en cuenta la posibilidad de desaprovechar parte del producto, la igualdad en (2) debería ser reemplazada por una desigualdad, pero esto no es necesario en el presente análisis debido al tipo de preferencias sociales que se utilizará, que garantiza que en un óptimo social tales ineficiencias no serán toleradas.

Todo programa de consumo e inversión factible estará además restringido por las condiciones obvias de que tanto el consumo como el stock de capital no pueden ser negativos. Igualmente cierto es que el stock inicial de capital está predeterminado por la historia pasada del sistema económico bajo estudio, por lo que no estará sujeto a modificación posible alguna en los instantes subsiguientes.

El bienestar de la sociedad puede medirse por medio de una función de utilidad o función de bienestar social, que en el presente trabajo se tomará igual a la suma de las utilidades del consumo per capita instantáneo descontado a la tasa de preferencia temporal δ. En razón de ser el tiempo una variable continua, dicha suma es en rigor una integral que se extiende desde el instante inicial -el presente- hasta el futuro infinito, en el supuesto de que el consumidor típico se preocupa por sus descendientes, éstos a su vez por los propios, etc. La función de utilidad instantánea u(c) también será estrictamente cóncava y doblemente diferenciable con continuidad; además se supone que nadie desea la extinción de la población, de modo que es razonable exigir que la utilidad marginal del consumo per capita, que es siempre positiva, crezca sin límite al reducirse el consumo a cero.

Bajo las condiciones expuestas anteriormente, es posible demostrar -como lo hiciera Koopmans [1965] en el trabajo citado- que es una condición necesaria para el óptimo que exista un precio p para el producto, cuya magnitud puede depender del tiempo t, con las dos propiedades que se detallan a continuación,

$$(3) \qquad u'(c) = p,$$

$$(4) \qquad f'(k) = \delta - p'/p,$$

que corresponden a las conocidas condiciones de que el precio del bien consumido debe coincidir en el margen con su valuación social, y de que el producto marginal del capital debe exceder a la tasa de caída en el precio del producto en la medida dada por la tasa de preferencia temporal pura de la sociedad.

Ahora bien, después de tomar logaritmos en la relación (3) y de calcular la derivada con respecto al tiempo, se obtiene

$$(5) \qquad \cap\, c'/c = -p'/p,$$

donde $\cap$ representa la elasticidad de la utilidad marginal del consumo, y es positiva bajo los supuestos del presente análisis. Sustituyendo este valor en la ecuación (4) se obtiene la relación

$$(6) \qquad f'(k) = \cap\, c'/c + \delta,$$

que indica la forma en que está ligado el producto marginal del capital con la elasticidad mencionada, la tasa de crecimiento del consumo per capita, y la tasa de preferencia temporal. Debe notarse que las dos ecuaciones (2) y (6) determinan un sistema de dos ecuaciones diferenciales que nos permiten hallar, para cada instante de tiempo, los niveles que alcanzan el consumo, la inversión y el stock de capital, una vez conocido el valor inicial para el nivel de consumo **c**. Este puede ser determinado, entre otras alternativas, por medio de tanteos ("Shooting method") de manera tal que la trayectoria del sistema quede determinada para todos los instantes posteriores al inicial, sin exceder las restricciones a que están sujetas la variables.

Incorporando las ideas de Chamley [1986], debemos tener en cuenta que la introducción de la actividad tributaria del estado introduce una cuña entre los precios pagados por las empresas y los ingresos cobrados por los consumidores. La ecuación de presupuesto del consumidor típico será, tomando el precio del producto como numeraire,

$$(7) \quad \mathbf{c + a' \leq \theta\, R\, a + T}$$

donde a representa sus activos, R el rendimiento de los mismos, θ la fracción de dicho rendimiento que le queda después de pagar sus impuestos, y T es una transferencia pura, tipo "lump sum", que incluye la devolución de impuestos más cualquier ingreso que no dependa de su actividad como ser rentas varias y salarios -para simplificar la exposición se supone que la familia típica ofrece sus servicios en forma inelástica-

Bajo estas condiciones se obtiene una ecuación similar a la (6) para la familia tipo, si se reemplaza el rendimiento del capital por la del activo, de modo que

$$\textbf{(8)} \qquad \theta\, \mathbf{R} = \cap\, \mathbf{c'/c} + \delta,$$

que indica que el rendimiento del activo debe igualar la tasa de reducción en la utilidad marginal del consumo más la tasa de preferencia temporal.

Suponiendo condiciones competitivas, las empresas maximizarán sus beneficios igualando el producto marginal del capital a su rendimiento, que en presencia de posibilidades de arbitraje deberá también igualar al rendimiento de los activos de los consumidores. De allí surge la igualdad

$$\textbf{(9)} \qquad \mathbf{R = f'(k)}$$

pudiendo ahora completarse la ecuación (2) con la siguiente

$$\textbf{(10)} \qquad \mathbf{c' = (c/\cap)\,(\theta\, f'(k) - \delta)}$$

para obtener un sistema de dos ecuaciones diferenciales que describe la trayectoria de equilibrio del sistema. Por supuesto, esta trayectoria solamente coincidirá con la planteada en primer término si $\theta = 1$, es decir, si el impuesto al rendimiento de los activos es nulo; solamente en tal caso la trayectoria de equilibrio será óptima.

2. El modelo: economía abierta

El modelo presentado en la sección anterior es bien conocido, y se trae a colación a fin de mostrar la estrecha vinculación con el caso más interesante de una economía abierta al comercio y crédito internacionales. Se planteará en primer lugar el modelo de endeudamiento óptimo de Hamada [1966,1969] y Bardhan [1967].

Sea *m* el nivel de importaciones per capita, netas de exportaciones. Es de notar que este tratamiento considera que los precios internacionales están dados. Esto se debe a que el país bajo análisis es pequeño, en el sentido de no tener influencia sobre los términos del intercambio, y que cualquier inflación en el resto del mundo se ha descontado de los precios para agregarla a la tasa de interés internacional, que deberá ser interpretada como una tasa real.

Como ahora existe una fuente alternativa para el consumo y la inversión, es necesario reemplazar la ecuación (1.2) por

$$(1) \qquad \mathbf{f(k) + m = c + k'}.$$

No se impondrá restricción alguna sobre el signo de las importaciones netas, ya que representan el saldo de la balanza comercial, pudiéndose tratar tanto de un déficit como de un superávit. En el último de estos dos casos habrá un exceso de exportaciones sobre importaciones, y las importaciones netas serán negativas.

Por supuesto, a la larga habrá una limitación sobre el nivel que pueden alcanzar las importaciones netas, que depende entre otras cosas del incremento en el costo marginal del crédito externo por el riesgo creciente que representa el endeudamiento externo para los acreedores. Si las importaciones netas no se pagan de inmediato, habrá que acceder al crédito internacional, lo que lleva a considerar la restricción impuesta por la acumulación de deuda externa -ecuación de Fischer-

$$(2) \qquad \mathbf{d' = d\, r(d) + m},$$

donde **d** representa el nivel de la deuda en un momento determinado -es decir, también es una función del tiempo **t**- medido en términos per capita, y **d r(d)** representa el costo del endeudamiento, calculado como el producto del nivel de la deuda por la tasa internacional de interés. Esta última relación afirma que los servicios de la deuda más las nuevas importaciones netas de exportaciones incrementarán la deuda existente. El costo del endeudamiento **d r(d)** es una función estrictamente creciente y convexa, reflejando el hecho de que el costo marginal del endeudamiento externo es creciente debido a los riesgos cada vez mayores para los acreedores externos. Debe tenerse en cuenta que en el presente análisis sólo es relevante la componente del costo que refleja el costo asociado con el país, no así el asociado con actividades o prestatarios determinados.

Las siguientes son las condiciones necesarias para un óptimo social, con las mismas preferencias de antes.

Como las dos restricciones presentadas en la sección anterior contienen a la importaciones netas **m**, y éstas no se encuentran sujetas a restricciones en cuanto a su signo - simplemente se trata del saldo comercial de la balanza de pagos, que puede tener cualquier signo-, es posible eliminarlas sumando ambas ecuaciones. Por otro lado es conveniente definir al capital nacional **z=k-d** como la diferencia entre el capital interno **k** y la deuda externa

d. De este modo se obtiene de (1) y (2) la ecuación

$$\text{(3)} \qquad \mathbf{c + z' = f(z+d) - d\, r(d)}$$

Ahora bien, la optimización del bienestar social depende únicamente del programa de consumo que se obtenga en cada instante del tiempo. Como se supuso que las preferencias sociales son crecientes con respecto al consumo en cada instante -más consumo en cada instante es preferido por la sociedad-, puede apreciarse que el óptimo se alcanzará siempre cuando el endeudamiento externo, en cada caso, se elija de manera tal que el miembro derecho de la relación (3) sea máximo, lo que puede alcanzarse sin inconvenientes ya que las restricciones dependen sólo del nivel de la deuda **d** y no de su tasa de cambio.

Definiendo por lo tanto el producto nacional como

$$\text{(4)} \qquad \mathbf{g(z) \equiv \max \{ f(z+d) - d\, r(d) \}}$$

la ecuación de acumulación de capital nacional se obtiene de (3) y toma la forma

$$\text{(5)} \qquad \mathbf{c + z' = g(z),}$$

y es de la misma forma que la relación (1.2), donde se reemplaza el capital por capital nacional, y el producto por producto nacional.

Es de hacer notar que la condición necesaria para un máximo en (4) es que

$$\text{(6)} \qquad \mathbf{f'(z+d) = r(d) + d\, r'(d) = g'(z),}$$

es decir, que el producto marginal del capital, se trate éste del capital externo o del capital nacional, debe igualar el costo marginal del endeudamiento externo. Esta igualdad viene a confirmar lo que la intuición de cualquier economista predice, que el rendimiento de todos los activos, sean internos -capital productivo- o externos -deuda repagada- debe ser el mismo. Teniendo en cuenta la relación (6), la trayectoria en este caso también cumplirá la ecuación diferencial (1.10) siempre y cuando se cobre un impuesto ad valorem sobre el endeudamiento externo igual a $\mathbf{d\, r'(d)/r(d) \equiv 1/\, \varepsilon(d)}$, la recíproca de la elasticidad de la deuda con respecto de la tasa internacional de interés.

3. Riesgo país e informalidad

Hasta el momento no se han planteado novedades con respecto a la literatura sobre el tema. Antes de continuar, es conveniente reformular el modelo de Hamada y Bardhan para tener en cuenta el efecto de la magnitud de la deuda sobre el riesgo país, que afecta el costo del endeudamiento externo por su influencia negativa sobre el ánimo de los acreedores. Se propone la siguiente modificación a la relación de Fischer (2.2).

Definiendo la relación entre deuda y producto

$$(1) \qquad \mathbf{x \equiv d / f(k),}$$

se tiene

$$(2) \qquad \mathbf{d' = d\, r(x) + m,}$$

donde se supone ahora que para los acreedores el riesgo está asociado no con el nivel de la deuda en sí, sino en la capacidad de repago de la misma, indicada por la relación entre el total de la deuda y el producto. Se supone que el costo marginal de endeudamiento no solo es positivo sino creciente, de modo que el producto $\mathbf{x.\ r(x)}$ es una función creciente y convexa.

Como en la sección anterior, se llega al óptimo por medio de una optimización en dos etapas, donde ahora el producto del capital nacional estará dado por

$$(3) \qquad \mathbf{g(z) \equiv max\ \{ f(z{+}d) - d\ r(d/f(z{+}d)) \}}$$

La condición necesaria para un máximo en (3) es ahora más complicada,

$$(4) \qquad \mathbf{g'(z) = [1{+}x^2\ r'(x)]\ f'(k) = r(x) + x\ r'(x),}$$

es decir, que el producto marginal del capital nacional, debe igualar por un lado el costo marginal del endeudamiento externo, y por el otro el rendimiento marginal del capital productivo, tomando en cuenta no solamente el efecto directo de un aumento en el producto, sino también el efecto indirecto, por reducción en el costo financiero internacional al reducirse el riesgo país indicado por el segundo término entre corchetes en la expresión (4).

Ahora bien, el efecto de la existencia de una extensa economía subterránea o informal es doble. Por un lado, los impuestos que recauda el gobierno recaen sobre quienes actúan en el sector formal de la economía. Por otro lado, al no conocerse oficialmente la actividad informal, se produce un aumento en el riesgo país, y con ello los servicios de la deuda, al reducirse el producto que toman en cuenta los acreedores externos en un factor que se designará con $\boldsymbol{\mu}$.

Reescribiendo las ecuaciones (2) a (4) teniendo en cuenta este factor, se tiene

$$\textbf{(2')} \qquad d' = d\, r(x/\mu) + m,$$

donde se supone ahora que para los acreedores el riesgo está asociado a la capacidad de repago de la deuda percibida por ellos, de modo que la tasa de interés depende de la relación entre el total de la deuda y el producto, éste ahora reducido por el factor $0<\mu<1$.

El producto del capital nacional estará dado por

$$\textbf{(3')} \qquad g(z;\mu) \equiv \max \{ f(z+d) - d\, r(d/[\mu\, f(z+d)]) \}$$

debiéndose cumplir por supuesto la ecuación de acumulación de capital nacional (2.5) con esta nueva definición de $g()$

La condición necesaria para un máximo en (3') es ahora

$$\textbf{(4')} \qquad \begin{aligned} g'(z;\mu) &= [1 + x^2\, r'(x/\mu)/\mu]\, f'(k) \\ &= r(x/\mu) + x\, r'(x/\mu)/\mu, \end{aligned}$$

expresión que puede simplificarse si se define la elasticidad de la razón deuda-producto con respecto a la tasa de interés

$$\textbf{(5)} \qquad \varepsilon(x) \equiv 1/[d\log r(x)/d\log x],$$

de la siguiente manera

$$\textbf{(4'')} \qquad \begin{aligned} g'(z;\mu) &= [1 + x\, r(x/\mu)/\ \varepsilon(x/\mu)]\, f'(k) \\ &= r(x/\mu)\, (1 + 1/\, \varepsilon(x/\mu)) \end{aligned}$$

En un equilibrio competitivo los activos nuevamente deberán tener el mismo rendimiento desde el punto de vista privado. Si las empresas maximizan sus beneficios y las familias su utilidad sin tener en cuenta las externalidades que generan, será necesario plantear un sistema de subsidios e impuestos para guiar al sistema al óptimo. El subsidio ad valorem al rendimiento del capital productivo debe ser igual a $x\ r(x/\mu)\ /\ \varepsilon(x/\mu)$, y el impuesto ad valorem al endeudamiento externo será igual a $1/\ \varepsilon(x/\mu)$ a fin de que se cumplan las dos igualdades en (4'').

Con ello los activos rinden lo mismo; si la familia típica declara los beneficios obtenidos de la fracción de sus activos en el sistema formalizado, el rendimiento efectivo de los mismos será

$$\textbf{(6)} \qquad [1 - \mu + \theta\, \mu]\, g'(z;\mu),$$

siendo nuevamente nulo el impuesto óptimo sobre el rendimiento de los activos, una vez que se han corregido las externalidades indicadas en el párrafo anterior.

Si la economía se ha adaptado a la situación imperante con cierta fracción de la población en el sector informal, hacia el futuro el capital será invariante, teniéndose la solución de largo plazo

$$\text{(7)} \quad r(x/\mu) + x\, r'(x/\mu)/\mu = \delta$$
$$\text{(8)} \quad [1 + x^2\, r'(x/\mu)/\mu]\, f'(k) = \delta$$
$$\text{(9)} \quad d = x\, f(k)$$
$$\text{(10)} \quad z = k - d$$
$$\text{(11)} \quad c = f(k) - d\, r(x/\mu)$$

ecuaciones que forman un sistema triangular que permite determinar, en este orden, los niveles de las variables **x, k, d, z, c**.

4. Conclusiones

Está claro que si en el momento inicial se plantea un aumento de la fracción **μ** de la población en el sector formal de la economía, con el consiguiente efecto sobre la contabilización del producto, bajará la relación $x = d/\mu f$ entre deuda y producto percibido. En consecuencia, se producirá una reducción en la tasa de interés internacional **r**, con lo que se reducen los pagos por los servicios de la deuda. Queda más para consumir en cada instante, por lo que la trayectoria anterior queda dominada por otra que es factible, con idéntica trayectoria para el capital productivo y la deuda externa, pero con mayor nivel de consumo.

Formalmente, sean $x^*(t)$, $k^*(t)$, $d^*(t)$, $z^*(t)$, $c^*(t)$ los valores de las variables a lo largo de la trayectoria óptima, correspondientes a cierta fracción μ^* de la población en el sector formal. Sea $\mu > \mu^*$ la nueva fracción, y considérese la trayectoria de comparación definida por las relaciones

$$k(t)=k^*(t),\ d(t)=d^*(t),\ z(t)=z^*(t),\ x(t)=x^*(t),\ \text{y}$$

$$c(t) = f(k^*(t))\,(1 - x^*(t)\, r[x^*(t)/\mu]) - \delta z^*(t)/\delta t$$

Entonces la trayectoria de comparación será factible, ya que solamente difiere de la anterior en el nivel del consumo **c(t)**, que es mayor que **c*(t)** debido a que la tasa de interés **r()** es una función creciente de su argumento.

Por supuesto la nueva trayectoria óptima será mejor aún que esta trayectoria de comparación. También resulta obvio que el óptimo social se alcanza cuando $\mu=1$, es decir, cuando no hay economía informal.

Una vez que se haya reducido al mínimo la actividad informal, puede aplicarse el razonamiento relacionado con la fórmula **(3.6)** para concluir que se mantiene la posibilidad de alcanzar un óptimo con un impuesto al rendimiento a los activos nulo, siendo necesarios para un óptimo solamente subsidios o impuestos que corrijan las distorsiones causadas en la tasa de interés internacional por modificaciones en la relación **x** entre la deuda externa y el producto.

REFERENCIAS

AVRAMOVIC, D., e.a., 1964, *Economic growth and external debt*. Baltimore: Johns Hopkins Press.

BARDHAN, P., 1967, "Optimum foreign borrowing", en Shell, K., comp., *Essays on the theory of optimal economic growth*. Cambridge: The M.I.T. Press.

CASS, D., 1965, "Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation", *Review of Economic Studies 32*, 233-240

CHAMLEY, C., 1986, "Optimal taxation of capital income in general equilibrium with infinite lives", *Econometrica 54*, 607-622.

HAMADA, K., 1966, "Economic Growth and Long-Term International Movement", *Yale Economic Essays 6*, Primavera.

HAMADA, K., 1969, "Optimal capital accumulation of an cconomy facing an international capital market", *Journal of Political Economy* 77, 684-697

KOOPMANS, T. C., 1965, "On the concept of optimal growth", en *The econometric approach to development planning*. Amsterdam: North-Holland.

RAMSEY, F.P., 1928, "A mathematical theory of saving", *Economic Journal 38*, 543-559