Económica, La Plata, Vol. XLV, Número Especial, Año 1999

INEXISTENCIA DE UN EQUILIBRIO DE GUERRA ARANCELARIA

ROLF R. MANTEL*

Introducción

En un trabajo anterior, el autor (1985) presentó un ejemplo de dos países enfrentados en una guerra de aranceles sobre su comercio exterior en el que no hay un equilibrio Cournot-Nash.

Lo habitual en la teoría del comercio internacional es suponer que tal equilibrio existe. Tanto Scitovsky (1942) como Harry Johnson (1953) lo suponen, como también lo hiciera el autor en un trabajo con Martirena-Mantel (1973) . Otani (1980) demostró que el equilibrio existe si las oportunidades de comercio de un país, dada la estructura arancelaria del resto del mundo, conforman un conjunto convexo.

La importancia de la existencia de tal equilibrio ha sido destacada en trabajos del autor con Martirena-Mantel (1973, 1982) . Allí se ha mostrado que es natural suponer que al negociar un programa de integración económica los países candidatos a integrarse partan de un "statu quo" correspondiente a un equilibrio de Cournot-Nash de guerra arancelaria previa a la integración.

Esta investigación presenta un nuevo análisis de la situación para mostrar con mayor claridad las razones de la posibilidad de inexistencia de un equilibrio.

En la sección 2 se presenta el modelo a utilizar, una generalización del modelo utilizado por Gorman (1957) . La sección 3 arancel analiza la situación en que el arancel se fija de manera óptima, dado el arancel fijado por el otro país. La sección 4 presenta las condiciones de equilibrio que deben satisfacerse en un hipotético equilibrio estratégico. La sección 5 presenta un ejemplo en el que dichas condiciones de equilibrio no pueden ser satisfechas. Finalmente, en el apéndice, sección 6 , se extiende la noción de equilibrio cuando no se dan todos los supuestos de diferenciabilidad de las funciones hechos en el texto.

---

* Salta- Agosto de 1996.

El modelo: un país que comercia

En esta sección se presenta el modelo a utilizar. Se supone la existencia de dos países -el doméstico, d, y el extranjero, e -que comercian internacionalmente entre si. Las preferencias en el intercambio del país doméstico pueden representarse por medio de la función

$$M = \Gamma(X, U) \qquad (1)$$

que indica las cantidades de importaciones M requeridas por el país d a fin de alcanzar un nivel de utilidad U cuando sus exportaciones alcanzan el nivel X. Si se fija la utilidad en el nivel U, esta función describe la curva de indiferencia correspondiente en el espacio (X,M). Para niveles dados de importaciones y exportaciones, esta ecuación proporciona el nivel de utilidad $U(M,X)$.

En un importante artículo, Gorman (1957) utiliza la forma especial de esta función

$$\Gamma(X, U) = U^c H(X/U),$$

donde c es una constante, y demuestra que en consecuencia las curvas de demanda recíproca son rectas paralelas en un gráfico con escalas logarítmicas para las cantidades comerciadas internacionalmente, cuya posición depende del arancel, con pendiente c. En el presente trabajo se generaliza la propuesta de Gorman. Se escribe

$$\Gamma(X, U) = G(U)H(X/U),$$

de modo que la ecuación

$$M = G(U)H(X/U) \qquad (2)$$

describe la curva de indiferencia de un país típico, dado el nivel de utilidad U. Las funciones $G(.)$ y $H(.)$ -con derivadas continuas de primer y segundo orden- toman valores positivos para argumentos positivos, y se normalizan de modo tal que $G(1) = H(1) = 1$. Las variables M, X, U son números reales positivos -se refieren a importaciones, exportaciones y utilidad, respectivamente-.

Para un nivel dado de utilidad U, las importaciones M a lo largo de una curva de indiferencia son una función creciente y convexa de las exportaciones X, de modo que H', H'' son positivas. Esto surge de derivar (2) con respecto a X para un nivel dado de utilidad,

$$\frac{\partial M}{\partial X} = G(U)H'(\xi)/U$$
$$\frac{\partial^2 M}{\partial X^2} = G(U)H''(\xi)/U^2 ,$$

donde se define $\xi \equiv X/U$. Además, la monotonicidad de las preferencias requiere que la utilidad aumente con el nivel de importaciones, es decir, $\partial U/\partial M > 0$; derivando la ecuación (2) con respecto a M se obtiene la relación

$$1 \equiv \left(G'H - GH'X/U^2\right)\frac{\partial U}{\partial M}, \qquad (3)$$

Definiendo las elasticidades de las dos funciones involucradas,

$$\sigma_G \equiv \frac{UG'}{G},$$
$$\sigma_H \equiv \frac{\xi H'}{H},$$

se obtiene de (3), multiplicando el paréntesis por el factor U/HG, la desigualdad $\sigma_G > \sigma_H$.

Por otra parte, derivando (2) con respecto a X se tiene que

$$0 \equiv \left(G'H - GH'X/U^2\right)\frac{\partial U}{\partial M} + GH'/U, \qquad (4)$$

y por lo tanto

$$-\frac{U_M}{U_X} = \frac{U}{GH'} = \frac{UH}{MH'} = \frac{XH}{M\xi H'} = \frac{X}{M\sigma_H} \qquad (5)$$

Dada una distorsión equivalente a 1+arancel = T, si se toma como numerario las exportaciones, y si P es el precio de las importaciones en términos de las exportaciones, el equilibrio para el país doméstico d requiere que se cumpla con el balance comercial

$$PM = X.$$

y con la condición marginal de igualdad entre la tasa marginal de sustitución y los precios relativos con que efectivamente se enfrenta el consumidor típico del país,

$$-\frac{U_M}{U_X}=PT\,.$$

de modo que, eliminando P, se obtiene de la ecuación (5)

$$-\frac{XU_X}{MU_M}=\sigma_H\equiv\sigma_H(\xi)=\frac{1}{T}\,,$$

donde $\sigma_H \equiv \sigma_H(\xi)$ depende sólo de ξ debido a la forma funcional que se ha supuesto. Si $\sigma'_H \neq 0$, es decir

$$0\neq\frac{d\ln}{d\xi}\left(\frac{\xi H'}{H}\right)=\frac{1}{\xi}+\frac{H''}{H'}-\frac{H'}{H}=\frac{1}{\xi}\left(1+\frac{\xi H''}{H'}-\sigma_H\right)$$

habrá una solución única. La relación X = ξU, correspondiente proporciona para cada distorsión T una relación lineal entre X y U, que junto con la ecuación que define a la curva de indiferencia determina a la curva de demanda recíproca para una distorsión o arancel dados. Escribiendo el valor particular de ξ como $\xi(T)$ se tiene la ecuación de demanda recíproca

$$M=G(X/\xi(T))H(\xi(T))$$

cuya forma obviamente está dictada por la función $G(.)$. Siguiendo a Gorman (1957) expresaremos todos los conceptos en términos de logaritmos. Se utilizará la convención de designar el logaritmo natural de una variable con la minúscula correspondiente -de modo que $m\equiv lnM, x\equiv lnX$, etc.-. Del mismo modo se designará con la minúscula correspondiente al logaritmo de una función como exponencial de su argumento -siendo así por ejemplo $g(u)\equiv\ln G(e^u), h(x-u)\equiv\ln H(e^{x-u})$, etc.-. Está claro que entonces $\sigma_H(e^{x-u})=h'(x-u), \sigma_G(e^u)=g'(u)$, y la función de demanda recíproca, en logaritmos, se expresa en forma paramétrica -con u el parámetro- como

$$\begin{aligned} m &= g(u)+h(\gamma) \\ x &= \gamma+u \end{aligned} \qquad (6)$$

donde $\gamma\equiv\ln\xi(T)$. La expresión e^γ representa las exportaciones por "útil", dada la distorsión T, y depende sólo de ésta.

3. El arancel óptimo

Sea el país analizado en la sección anterior el país doméstico, designado con d. Si hay otro país similar -el extranjero, e-, sean (v, x, m) los logaritmos de su utilidad, sus importaciones y sus exportaciones, respectivamente -tener en cuenta que con dos países las exportaciones de uno son las importaciones del otro-. Para simplificar, se supone que la función $h(.)$ es la misma para los dos, mientras que la función $g(u)$ del país doméstico corresponde a la función $f(v)$ en el país extranjero.

Si el país doméstico toma como un dato el nivel del arancel impuesto por el otro -y con ello el valor de γ_e- para fijar el propio al mejor nivel posible, determinará su arancel resolviendo el problema

$$\max_{u,m,x} \{u \mid m = g(u) + h(x-u); x = f(m-\gamma_e) + h(\gamma_e)\}$$

Formando el Lagrangeano se tiene

$$L \equiv u + \lambda[g(u) + h(x-u) - m] + \mu[f(m-\gamma_e) + h(\gamma_e) - x]$$

Necesario para el máximo es -entre otras condiciones- que

$$\lambda h'(x-u) - \mu = 0$$
$$-\lambda + \mu f'(m-\gamma_e) = 0$$

o sea, eliminando λ y μ,

$$h'(x-u)f'(m-\gamma_e) = 1$$

Ver el apéndice para el caso en que $f(.)$, $g(.)$ no son derivables en todos sus puntos.

4. Guerra arancelaria

Supóngase ahora que el otro país actúa de manera similar, fijando su propio arancel al nivel que maximiza su utilidad dado el arancel del país doméstico. Ello producirá una condición de máximo similar,

$$h'(m-v)g'(x-\gamma_d) = 1$$

Reemplazando x, m de (6) se obtiene el sistema de equilibrio de guerra arancelaria

$$\gamma_e + v = g(u) + h(\gamma_d)$$
$$\gamma_d + u = f(v) + h(\gamma_e)$$
$$h'(\gamma_d) f'(v) = 1$$
$$h'(\gamma_e) g'(u) = 1$$

Puede verse que se trata de un equilibrio de Cournot-Nash, en el que cada contrincante espera que el adversario no modifique su estrategia.

5. Un ejemplo sencillo sin equilibrio

Sean g, f funciones lineales por tramos,

$$g(u) = max\{\alpha_b u, \alpha_a u\} \qquad 1 < \alpha_b < \alpha_a$$
$$f(v) = max\{\beta_b v, \beta_a v\} \qquad 1 < \beta_b < \beta_a$$

de modo que el índice b (bajo) es el relevante si el argumento es negativo, y el índice a (alto) es el relevante si el argumento es positivo.
Hay cuatro posibilidades, que se indican con el índice $j \in \{aa, ab, ba, bb\}$, con cuatro combinaciones posibles de signos para los niveles de utilidad correspondientes, $(u_j, v_j) \in \{++, +-, -+, --\}$ Para una cualquiera de ellas valen las condiciones de equilibrio

$$\gamma_e + v_j = \alpha_j u_j + h(\gamma_d)$$
$$\gamma_d + u_j = \beta_j v_j + h(\gamma_e)$$
$$h'(\gamma_d)\beta_j = 1$$
$$h'(\gamma_e)\alpha_j = 1$$

Sea, por ejemplo,

$$H(\xi) \equiv \sqrt{1+\xi^2},$$

que cumple con los supuestos ya que es creciente y convexa, al ser

$$H' = \frac{\xi}{\sqrt{1+\xi^2}} > 0,$$

$$H'' = \frac{1}{\left(\sqrt{1+\xi^2}\right)^3} > 0;$$

el efecto de la transformación logarítmica de Gorman produce

$$h(\gamma)=\frac{1}{2}\ln\left(1+e^{2\gamma}\right)$$

En equilibrio, para el país d.

$$h'(\gamma_d)=\frac{e^{2\gamma_d}}{1+e^{2\gamma_d}}=\frac{1}{1+e^{-2\gamma_d}}=1/\beta_j \Rightarrow$$

$$e^{-2\gamma_d}=\beta_j-1$$

$$\gamma_d=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{\beta_j-1}\right)$$

$$h(\gamma_d)=\frac{1}{2}ln\left(1+e^{2\gamma_d}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\ln\left(1+\frac{1}{\beta_j-1}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\beta_j}{\beta_j-1}\right)$$

Del mismo modo, para el país e,

$$\gamma_e=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{\alpha_j-1}\right)$$

$$h(\gamma_e)=\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\alpha_j}{\alpha_j-1}\right)$$

Reemplazando, se obtienen dos ecuaciones para las dos incógnitas, los niveles de utilidad en los dos países,

$$\alpha_j u_j-v_j=\frac{1}{2}\left[\ln\left(\frac{1}{\alpha_j-1}\right)-\ln\left(\frac{\beta_j}{\beta_j-1}\right)\right]$$

$$\beta_j v_j-u_j=\frac{1}{2}\left[\ln\left(\frac{1}{\beta_j-1}\right)-\ln\left(\frac{\alpha_j}{\alpha_j-1}\right)\right]$$

Sumando la primera ecuación multiplicada por β_j a la segunda,

$$(\alpha_j\beta_j - 1)u_j = \frac{1}{2}\left[\beta_j \ln\left(\frac{1}{\alpha_j - 1}\right) - \beta_j \ln\left(\frac{\beta_j}{\beta_j - 1}\right) + \ln\left(\frac{1}{\beta_j - 1}\right) - \ln\left(\frac{\alpha_j}{\alpha_j - 1}\right)\right]$$

Simplificando,

$$(\alpha_j\beta_j - 1)u_j = \frac{1}{2}\left[(\beta_j - 1)\ln\left(\frac{\beta_j - 1}{\alpha_j - 1}\right) - \ln\alpha_j - \beta_j \ln\beta_j\right] \qquad (7)$$

Sumando la segunda por α_j a la primera se obtiene de igual manera

$$(\alpha_j\beta_j - 1)v_j = \frac{1}{2}\left[(\alpha_j - 1)\ln\left(\frac{\alpha_j - 1}{\beta_j - 1}\right) - \alpha_j \ln\alpha_j - \ln\beta_j\right] \qquad (8)$$

Por lo tanto, como existen cuatro combinaciones posibles para los signos de (u_j, v_j) y como $\alpha_j\beta_j - 1 > 0$, $\forall j$ se tiene que

- $j = ab$, $(u_j, v_j) = +-$, de modo que (7) con $u_j > 0$ implica que

$$\ln\left(\frac{\beta_b - 1}{\alpha_a - 1}\right) > \frac{\ln\alpha_a + \beta_b \ln\beta_b}{\beta_b - 1}$$

En consecuencia, $\beta_b > \alpha_a$; esta posibilidad se excluye eligiendo $\beta_b < \alpha_a$

- $j = ba$, $(u_j, v_j) = -+$, de modo que (8) con $v_j > 0$ implica que

$$\ln\left(\frac{\alpha_b - 1}{\beta_a - 1}\right) > \frac{\alpha_b \ln\alpha_b + \ln\beta_a}{\alpha_b - 1}$$

En consecuencia, $\alpha_b > \beta_a$; esta posibilidad se excluye eligiendo $\alpha_b < \beta_a$

Todas estas condiciones son consistentes, si se elige

$$1 < (\alpha_b, \beta_b) < (\alpha_a, \beta_a)$$

La última condición surge de la posibilidad de tener un equilibrio con los dos niveles de utilidad menores que la unidad — $u_j, v_j < 0$—, es decir,.

- $j = bb$, $(u_j, v_j) = --$, de modo que

$$\ln\left(\frac{\beta_b - 1}{\alpha_b - 1}\right) < \frac{\ln\alpha_b + \beta_b \ln\beta_b}{\beta_b - 1}$$

$$\ln\left(\frac{\alpha_b - 1}{\beta_b - 1}\right) < \frac{\alpha_b \ln \alpha_b + \ln \beta_b}{\alpha_b - 1}$$

Es obvio que una de estas dos desigualdades no se cumple si por ejemplo en el caso de la primera se elige $\alpha_b > 1$ cerca de 1.
Con lo antedicho queda claro que es posible que bajo ciertas circunstancias no existe un equilibrio de Cournot-Nash si las variables estratégicas de los dos países son los niveles de sus aranceles.

6. Apéndice

Si *g()* no es derivable en todos los puntos, el análisis no cambia sustancialmente. El caso del texto se refiere a una función que no tiene derivada en el origen, $g(u) = max\{bu, au\}$ con $1 < b < a$. El problema se puede escribir como sigue,

$$max\left\{ u \left| \begin{array}{l} bu + h(x-u) - m \leq 0 \\ au + h(x-u) - m \leq 0 \\ bm - x \leq b\gamma_2 - h_2(\gamma_2) \\ am - x \leq a\gamma_2 - h_2(\gamma_2) \end{array} \right. \right\}$$

Formando el Lagrangeano se tiene

$$\begin{aligned} L &\equiv u + \lambda_b[-bu - h(x-u) + m] + \lambda_a[-au - h(x-u) + m] \\ &+ \mu_b[b\gamma_2 - h_2(\gamma_2) + x - bm] + \mu_a[a\gamma_2 - h_2(\gamma_2) + x - am] \end{aligned}$$

Necesario para el máximo es que $(\lambda_a, \lambda_b, \mu_a, \mu_b) \geq 0$ y

$$\begin{aligned} &1 - \lambda_b b - \lambda_a a + (\lambda_b + \lambda_a) h'(x-u) = 0 \\ &-(\lambda_b + \lambda_a) h'(x-u) + \mu_a + \mu_b = 0 \\ &\lambda_b + \lambda_a - \mu_b b - \mu_a a = 0 \end{aligned}$$

junto con las condiciones de holgura complementaria. La primera relación garantiza que una de λ's es estrictamente positiva: si $u < 0$ será λ_b, si no λ_a, pero de todos modos $\lambda_b + \lambda_a > 0$. Por ello

$$0 < \mu_b + \mu_a = (\lambda_b + \lambda_a) h'(x-u) = (\mu_b b + \mu_a a) h'(x-u)$$

$$\mu_a[ah'(x-u)-1]+\mu_b[bh'(x-u)-1]=0\Rightarrow$$

$$h'(x-u)=\frac{1}{\frac{\mu_b}{\mu_b+\mu_a}b+\frac{\mu_a}{\mu_b+\mu_a}a}\varepsilon[1/a,1/b]\ si\ \ v=0$$

$$\mu_a=0, h'(x-u)=1/b \text{ si } v<0$$

$$\mu_b=0, h'(x-u)=1/a \text{ si } v>0$$

o sea

$$h'(x-u)\varepsilon[1/a,1/b]$$

REFERENCIAS

GORMAN, W. M., (1957), Tariffs Retaliation, and the Elasticity of demand for imports, Review of Economic Studies 25, 133-162.

JOHNSON, HARRY, (1953) Optimum tariffs and retaliation, Review of Economic Studies 21, 142-153.

KUGA, KIYOSHI, (1973) Tariff retaliation and policy equilibrium, Journal of International Economics.3, 351-366.

MANTEL, ROLF R., y ANA M. MARTIRENA-MANTEL, (1973) Integración económica, distribución del ingreso y consumo: una nueva racionalidad para la integración económica, Conferencia de ECIEL, Hamburgo. Publicada en castellano en El Trimestre Económico 42, 1975, 631-669. Publicada en inglés en Consumption and income distribution in Latin America, Robert Ferber (comp.), Washington: Organizacion de los Estados Americanos, 1980, 349-384.

MANTEL, ROLF R., y ANA M. MARTIRENA-MANTEL, (1982) On the measurement of the social benefits of a custom union, trabajo presentado en el III Congreso Regional Latinoamericano de la Econometric Society, ciudad de México.

MANTEL, ROLF R., (1985) Aranceles óptimos, represalias y la existencia de equilibrios de política comercial. Anales de la Asociación Argentina de Economía Política, Imprenta de la Universidad Nacional de Cuyo, vol.III, 961-974..

OTANI, YOSHIHIKO, (1980) Strategic equilibria of tariffs and general equilibrium, Econometrica 80, 643-662.

SCITOVSKY, TIBOR, (1942) A reconsideration of the theory of tariffs, Review of Economic Studies 6, 89-110.