

SOBRE LAS FAMILIAS DE TELESCOPIOS APLANATICOS

II - TELESCOPIOS APLANATICOS LIBRES DE DISTORSION

Jorge Landi Dessy
(Observatorio Astronómico, Córdoba)

Es conocido que las soluciones anastigmáticas no se han empleado hasta el presente en grandes telescopios. Las soluciones aplanáticas han dormido casi ininterrumpidamente cerca de medio siglo y recién en estos últimos tiempos están entrando verdaderamente en el ambiente astronómico. Mencionar hace un lustro las ventajas y posibilidades de construir un aplanático de grandes dimensiones era exponerse a la más absoluta incomprensión de parte del mundo astronómico y sólo unos pocos comprendían realmente el problema, como lo pudo experimentar el autor del presente trabajo.

Se considera en esta comunicación solamente los sistemas formados por un espejo primario cóncavo. El propósito es tratar de encontrar sistemas aplanáticos libres de distorsión. Las ecuaciones siguientes se tratan siguiendo el método de Burch.⁽¹⁾

$$(1) \quad A + B = \bar{P} \quad (\text{aberración esférica})$$

$$(2) \quad -\left(\frac{1-q}{q}\right) B = \bar{Q} \quad (\text{coma})$$

$$(3) \quad X = -\frac{\xi}{4(\xi-q)} \left[\left(\frac{1-q}{q}\right)^2 B - \bar{R} \right] \quad (\text{astigmatismo})$$

$$(4) \quad 8\Delta = +\left(\frac{1-q}{q}\right)^3 B + \frac{2\xi+1-q}{\xi(2\xi-q)} \bar{R} \quad (\text{distorsión})$$

en donde

$$(5) \quad \bar{P} = 1 - \frac{q^2(2\xi-q)^2}{\xi^3}$$

$$(6) \quad \bar{Q} = 2 - \frac{q^2(2\xi-q)(2\xi+1-q)}{\xi^3}$$

$$(7) \quad \bar{R} = 4 - \frac{q^2(2\xi+1-q)^2}{\xi^3}$$

f_1 = distancia focal del espejo 1 ; D_1 = diámetro del espejo 1

$$\xi = \frac{f_2}{f_1} \quad q = \frac{D_2}{D_1}$$

a estas ecuaciones se pueden agregar: la que da la situación paraxial de las superficies focales

$$(8) \quad \left(\frac{2\xi - q}{\xi - q} q - 1 \right) f_1 = \delta$$

(δ es positivo para posiciones detrás del vértice del primario y negativo cuando las superficies focales se sitúan entre el espejo primario y secundario) y la que da el aumento del sistema

$$(9) \quad r = \Lambda f_1 = \frac{\xi}{\xi - q} f_1$$

Mediante la ecuación (2) se puede aplanatizar las otras ecuaciones y tendremos:

$$(10) \quad A = \bar{P} + \frac{q}{1 - q} \bar{Q}$$

$$(11) \quad x = \frac{\Lambda}{4} \left(\frac{1 - q}{q} \bar{Q} + \bar{R} \right)$$

$$(12) \quad 8\Delta = - \left(\frac{1 - q}{q} \right)^2 \bar{Q} + \frac{2\xi + 1 - q}{\xi (2\xi - q)} \bar{R}$$

Las ecuaciones (10), (11) y (12) contienen todas las soluciones aplanáticas posibles con primario cóncavo. Si se desean sistemas libres de distorsión la ecuación (12) deberá ser igualada a cero y se tendrá:

$$(13) \quad \left(\frac{1 - q}{q} \right)^2 \bar{Q} = \frac{2\xi + 1 - q}{\xi (2\xi - q)} \bar{R}$$

Se puede poner $\xi = f(q)$ ó $q = f(\xi)$; efectuando las operaciones bastante engorrosas y largas, pero que no presentan mayor dificultad se obtiene la siguiente expresión:

$$(14) \sum_{i=0}^{i=7} a_i q^i = 0 = a_0 + a_1 q + a_2 q^2 + a_3 q^3 + a_4 q^4 + a_5 q^5 + a_6 q^6 + a_7 q^7$$

en donde

$$\begin{aligned} a_0 &= + 4\xi^5 & a_4 &= - (8\xi^4 + 20\xi^3 + 2\xi^2 - 5\xi - 1) \\ a_1 &= - (8\xi^5 + 2\xi^4) & a_5 &= + (12\xi^3 + 4\xi^2 - 9\xi - 3) \\ a_2 &= + (4\xi^5 - 12\xi^4 - 8\xi^3) & a_6 &= - (6\xi^2 - 3\xi - 3) \\ a_3 &= + (14\xi^4 + 24\xi^3 + 4\xi^2) & a_7 &= + (\xi - 1) \end{aligned}$$

La solución del polinomio no es sencilla y las raíces del mismo se pueden encontrar en (2) tabuladas para valores de $0,1 \leq \xi \leq 3,0$ con intervalo de $0,1\xi$.

La forma general del polinomio para algunos valores de ξ se puede ver en la figura 1.

En la figura 2 se ve una de las soluciones en función de ξ , juntamente con la posición del foco paraxial b . En esta solución b toma valores negativos para $\xi < 1,62$ lo que corresponde a valores relativamente grandes de q , que tiene sus ventajas para sistemas luminosos.

Si se hace $\xi = 1$, el polinomio se reduce a

$$(16) \quad 4 - 10q - 16q^2 + 42q^3 - 24q^4 + 4q^5 = 0$$

desapareciendo los términos de 6° y 7° grado; las soluciones en este caso para valores posibles de q son:

$$q_1 = 0,350\ 168 \quad q_2 = 1,000\ 000$$

Se tiene pues la posibilidad de construir telescopios aplanáticos libres de distorsión con obstrucciones cercanas a 0,5 lo que es factible con telescopios relativamente grandes; si se desea una obstrucción menor se tendrá un negativo, pero con valores en general pequeños, de modo que aún en este caso no se presentan inconvenientes insuperables.

La condición de aplanaticidad libre de distorsión, fija a priori la posición de la superficie focal, pero la variación pequeña de este parámetro-

-manteniendo la aplanaticidad - da sistemas en donde la distorsión es pequeña.

Fig.1

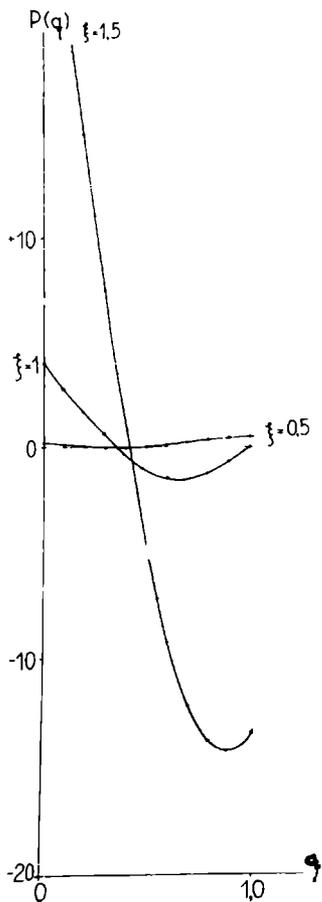
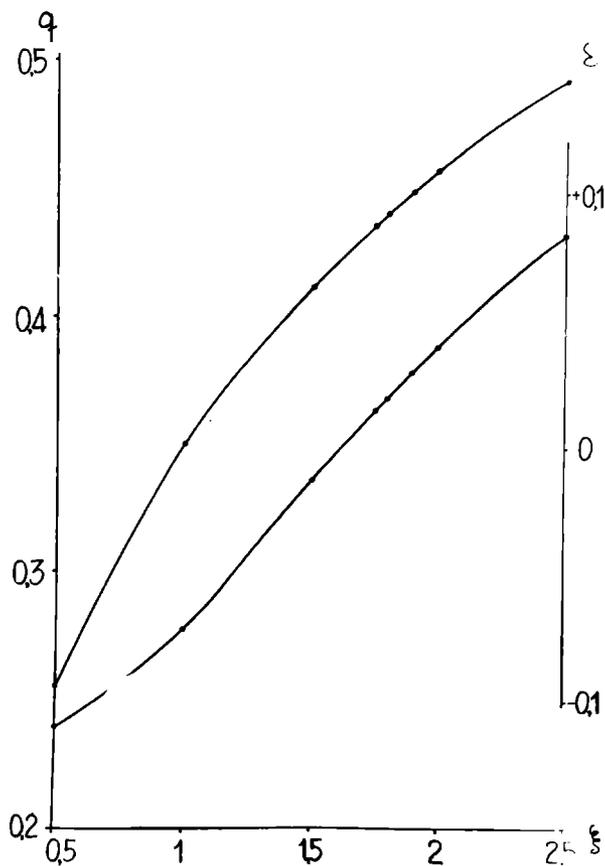


Fig.2



Valores de $\xi < 1$ para $1 \leq q < 0$ dan dos soluciones; en el caso de $q = 0,5$ ellas son

$$\begin{aligned}
 q_1 &= 0,25483 & q_2 &= 0,44436 \\
 \delta &= -0,22547 f_1 & \delta &= +3,4375 f_1
 \end{aligned}$$

Para $\xi < 0,4$ las raíces tienden a acercarse y para $\xi = 0,3$ la raíz es compleja, siendo su parte real $q_1 = q_2 = 0,20343$; señalando de todos modos el lugar en donde la distorsión es mínima en el intervalo considerado.

La tabla I da algunos ejemplos de sistemas aplanáticos libres de distorsión:

TABLA I

| ξ | 0,5 | 1,0 | 1,5 | 1,75 | 2,0 | 2,5 |
|------------|----------|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| d' | 0,36539 | F' 0,42228 | 0,42552 | 0,42253 | 0,41831 | 0,40824 |
| R' | -0,11829 | F' -0,22195 | -0,29819 | -0,32900 | -0,35610 | -0,40164 |
| θ_7 | 31'6 | 37'7 | 41'0 | 42'2 | 43'1 | 44'5 |
| θ_5 | 26'7 | 31'9 | 34'7 | 35'6 | 36'4 | 37'6 |
| $2x$ | 6,4145 | 4,5056 | 3,8135 | 3,6107 | 3,4565 | 3,2367 |
| $q_{,7}$ | 0,28641 | 0,40010 | 0,47341 | 0,50130 | 0,52526 | 0,56462 |
| $q_{,5}$ | 0,27389 | 0,38031 | 0,44942 | 0,47577 | 0,49844 | 0,53575 |
| δ' | -0,11056 | F' -0,072114 | -0,012654 | +0,014355 | +0,039288 | +0,083543 |
| Δ | 2,03940 | 1,53886 | 1,37978 | 1,33271 | 1,29667 | 1,24489 |

d' distancia entre los vértices de los espejos tomando $F' = l = F.D_1$

F' distancia focal del sistema

R' Radio de curvatura de la superficie focal media ($F'=1$)

θ_7 Diámetro del campo en que la imagen se mantiene 1" para un $F'=7.D_1$

θ_5 Diámetro del campo en que la imagen se mantiene 1" para un $F'=5.D_1$

$q_{,7}$ Obstrucción del secundario teniendo en cuenta el campo θ_7 ($D_1 = 1$)

$q_{,5}$ Obstrucción del secundario teniendo en cuenta el campo θ_5

δ' posición de la superficie focal media ($F' = 1$).

Δ aumento ($F' = \Delta f_1$)

X astigmatismo

Se puede concluir que los sistemas libres de distorsión son realizables en la práctica y señalan la relación que debe mantener ξ respecto de q para que la distorsión sea pequeña o nula.

El planteo del problema se puede considerar poniendo $q = f(\xi)$, en este caso se obtiene la siguiente ecuación:

$$q^4(1-q)^3 + (5q^4 - 9q^5 + 3q^6 + q^7)\xi + (4q^3 - 2q^4 + 4q^5 - 6q^6)\xi^2 + (-8q^2 + 24q^3 - 20q^4 + 12q^5)\xi^3 + (-2q - 12q^2 + 14q^3 - 8q^4)\xi^4 + (4 - 8q + 4q^2)\xi^5 = 0$$

Se ha preferido el caso anterior por que facilita la discusión de otros parámetros como se efectuó en (3).

Soluciones de la ecuación (14) se encuentran tabuladas para intervalos de $0,1\xi$ entre $0,1 \leq \xi \leq 3,2$ (2).

Bibliografía.

- (1) E.H.Linfoot. Recent advances in optics. Oxford at the Clarendon Press. (1955).
- (2) J.Landi Dessy y A.Puch. Tablas de parámetros de construcción en sistemas aplanáticos formados por un espejo primario cóncavo y un secundario convexo. Boletín n° 5 del I.M.A.F.(en preparación)
- (3) J.Landi Dessy. Sobre las familias de telescopios aplanáticos I. Boletín n° 6, A.A.A.

Summary.

ON THE FAMILIES OF APLANATIC TELESCOPES

II. DISTORSION-FREE APLANATIC TELESCOPES

A solution of the equation containing the aplanatic systems free of distortion with a concave primary is given.(Equation 14).

The more important constructive parameters for some cases of practical interest are indicated.

A summarized version in English will soon be published somewhere else.