

**POLÍTICA DEL TIPO DE CAMBIO
EN UNA ECONOMÍA ABIERTA
I- MINIDEVALUACIONES ACTIVAS***

ROLF R. MANTEL y ANA M. MARTIRENA-MANTEL**

Resumen

Durante la segunda mitad de la década de los años 70, algunos países de América Latina (Argentina, Chile, Uruguay) adoptaron un régimen cambiario que consiste en mantener el tipo de cambio fijo –aunque no constante en el tiempo– e independiente del comportamiento de otras variables endógenas del sistema económico.

El objetivo de las minidevaluaciones activas es utilizar el tipo de cambio como una herramienta de control de la inflación en la creencia de que es la causa principal que alimenta las expectativas inflacionarias.

En general, la política de minidevaluaciones (o política del “crawling peg”) es una propuesta de flexibilidad limitada del tipo de cambio que fue avanzada formalmente durante la década de 1960 e independientemente por J. Williamson, J. Murphy y J. Black a fin de superar los problemas asociados con el sistema de paridades fijas creado en Bretton Woods. Los adjetivos “activo” y “pasivo” fueron añadidos por R. McKinnon en 1979 como una forma de distinguir las políticas cambiarias seguidas por varios países latinoamericanos durante los años 1960 y 1970.

El propósito de este trabajo es estudiar las propiedades de estabilidad dinámica de la política de minidevaluaciones activas dentro del marco de un modelo Walrasiano-monetarista, como un primer ataque al problema. La Parte II presenta el modelo para una economía abierta con dos sectores productivos y perfecta substitución entre los activos financieros comerciados. La Parte III analiza la dinámica comparativa de largo plazo y explora la noción de la regla

* Trabajo presentado en el First Latin American Regional Meeting of the Econometric Society, Buenos Aires, julio 16-18, 1980. Agradecemos especialmente los comentarios valiosos y detallados de Paolo Guedes.

** Instituto Torcuato Di Tella y Universidad Católica Argentina.

de oro óptima (“golden rule”) para la tasa reptante. La Parte IV estudia las propiedades de estabilidad local.

Bajo condiciones muy suaves se ha hallado que el sistema económico posee un nodo estable y el estudio permite inferir que el sistema puede converger rápidamente a un nivel de bienestar inferior (superior) cuando la tasa de minidevaluaciones es reducida en la presencia de una elasticidad-interés de la demanda de dinero superior (inferior) a la unidad.

Introducción

Durante la segunda mitad de la década de los años 70, algunos países de América Latina (Argentina, Chile, Uruguay) adoptaron un régimen cambiario que consiste en mantener el tipo de cambio fijo -aunque no constante en el tiempo- e independiente del comportamiento de otras variables endógenas del sistema económico. El precio del cambio extranjero es pre-anunciado en la “tabla del dólar”, de modo que la política cambiaria adopta una actitud activa hacia la inflación interna.

El objetivo de las minidevaluaciones activas es utilizar el tipo de cambio como una herramienta de control de la inflación en la creencia de que es la causa principal que alimenta las expectativas inflacionarias. Por consiguiente, esta política cambiaria activa admite una relación causal que es la opuesta a la de minidevaluaciones pasivas. En esta última, el objetivo es aislar al sector externo de los peores efectos de la inflación interna al ajustar la tasa de minidevaluaciones de modo de mantener la paridad del poder adquisitivo con el mercado internacional, preservando así la competitividad externa del sector que produce bienes comerciados. Por consiguiente, la evolución temporal de las minidevaluaciones pasivas está relacionada esencialmente con la conducta de otras variables económicas del sistema. Esta política cambiaria, en último análisis, permite alcanzar la independencia de la política monetaria, al hacer posible diferenciar la tasa de inflación interna de la internacional.

En general, la política de minidevaluaciones (o política del “crawling peg”) es una propuesta de flexibilidad limitada del tipo de cambio, que fue avanzada formalmente durante la década de 1960 en forma independiente por J. Murphy (1965), J. Williamson (1965) y J. Black (1966) a fin de superar los

problemas asociados con el sistema de paridades fijas creado en Bretton Woods¹

Los adjetivos “activo” y “pasivo” fueron añadidos por R. McKinnon (1979) como una forma de distinguir entre la propuesta de Williamson y las políticas cambiarias seguidas por distintos países de América Latina durante la década de 1970. El primer adjetivo es un sustituto académico útil de la noción popular previa de la “tabla del dólar” en la práctica de los países del Cono Sur de América Latina, durante la segunda mitad de la década de 1970.

En este entonces el marco conceptual y empírico que inspiró esta investigación. En las páginas que siguen omitimos deliberadamente toda referencia a economías de la vida real, ya que nuestro modelo, como primera aproximación al problema, descuida varios aspectos importantes en el corto plazo, como rigideces de precios y salarios, desempleo de recursos productivos y “lags” en el proceso de ajuste de precios.

Nuestro objetivo central es formular y contestar la siguiente pregunta. ¿Es posible probar la conjetura de McKinnon (1979) con respecto a las minidevaluaciones activas, esto es, que la política puede ser utilizada para reducir la inflación interna a cero o al nivel de la inflación internacional, en una economía que ha liberalizado su comercio de bienes y se ha abierto también a los movimientos internacionales de capitales?

El ordenamiento del trabajo es como sigue. La Parte II presenta el modelo de una economía abierta con dos sectores productivos, con sustitución perfecta entre los activos financieros comerciados internacionalmente y con dinero pasivo. La Parte III analiza la dinámica comparada del largo plazo y explora la noción de una regla de oro óptima (“golden rule”) para la tasa de minidevaluaciones. La Parte IV estudia las propiedades de estabilidad local de la política y evalúa las trayectorias correspondientes.

II. EL MODELO

El modelo comprende dos países: el país local, pequeño, y el “resto del mundo”. El tiempo es continuo.

¹ Ver Williamson, J. (1979) para una guía de la evolución del pensamiento acerca del “crawling peg”.

Además del stock nominal de dinero interno, M , los residentes domésticos o locales poseen otros dos activos financieros, esto es, bonos domésticos y extranjeros, sustitutos perfectos entre sí y ambos sustitutos imperfectos del dinero local.

Los bonos locales son emitidos por el Gobierno. Su precio nominal está fijo en la unidad en moneda local. El stock neto D , gana interés a la tasa nominal corriente doméstica i y solo es poseído por los residentes locales. Los bonos extranjeros tienen un precio fijado en la unidad en moneda extranjera. El stock neto F que poseen los residentes domésticos, gana interés a la tasa extranjera nominal j , un dato para la economía pequeña.

Los bonos son de corto plazo y no existen restricciones en los signos de D y F ; cantidades negativas se interpretan obviamente como pasivos o deudas². Como consecuencia de la completa integración de los mercados internacionales de capitales, estas tasas están vinculadas en el mercado local a través de la tasa esperada de minidevaluaciones debido al arbitraje, que nos da la condición de equilibrio de mercado.

$$(1) \quad i = j + \pi$$

El modelo supone expectativas miopes, de modo que la tasa actual de minidevaluaciones es la tasa esperada. Por lo tanto la ecuación de formación de expectativas $\pi = E/E$ es parte del sistema.

La riqueza total privada W , es la suma de los valores de estos activos, $W = D + M + EF$ donde los bonos extranjeros se han convertido a dinero local usando el tipo de cambio corriente E .

Los residentes locales asignan a dinero una parte de su cartera de acuerdo con la función de conducta L . El equilibrio de mercado está dado por la igualdad entre la demanda y oferta de dinero,

$$(2) \quad M = L(i, A/W) W$$

El primer argumento de L denota la diferencia entre la tasa real de retorno del dinero (la tasa esperada de deflación) y la tasa real de sus sustitutos (la tasa nominal de interés más la tasa esperada de inflación). El segundo

² El modelo ignora los efectos distributivos de activos y pasivos, siguiendo a Patinkin (1965).

argumento denota la fracción del ingreso ajustado disponible con respecto a la riqueza. Suponemos que L y las demás funciones son al menos dos veces continuamente diferenciables. Sus elasticidades λ y ε son positivas.

El ingreso nominal ajustado disponible se utiliza para satisfacer el gasto privado en bienes y servicios Z y para acumular riqueza³. La cantidad asignada a esta última es una proporción positiva σ de la discrepancia entre riqueza deseada y actual o corriente. La riqueza deseada a su vez es un múltiplo γ del ingreso ajustado disponible como una proxy de la idea de ingreso permanente, de modo que los ahorros se utilizan para ajustar en forma gradual la riqueza a su nivel deseado, a la velocidad σ .

Esto nos da;

$$A = Z + \sigma(\gamma A - W)$$

o, resolviendo:

$$(3) \quad Z = A + \sigma(W - \gamma A)$$

Existen dos sectores productivos. Uno produce bienes no comercializables para su venta en los mercados internos. El otro produce bienes comercializados o internacionales. Su producción es un bien compuesto que consiste en exportables e importables. Como su precio relativo es constante, solo consideramos el agregado neto.

Las condiciones productivas son muy generales, ya que extienden el bien conocido modelo de Salter-Swan (1959) (1960), ampliado por Dornbusch (1972) y siguiendo las líneas adoptadas en una investigación previa (Mantel y Martirena-Mantel, 1973). El único requisito es que el conjunto de posibilidades productivas sea convexo con la frontera definida por una función de transformación estrictamente cóncava, y además que los precios relativos internos coincidan con las tasas marginales de sustitución en la producción en equilibrio. Esto incluye como caso especial la historia neoclásica de oferta fija de factores, algunos de ellos específicos a un sector dado como tierra o capital fijo, y otros libremente transferibles como el trabajo.

³ Es esta la consecuencia del supuesto de separabilidad de las preferencias en el tiempo, como demuestran, por ejemplo, Anderson y Takayama (1977).

El precio interno de los bienes no comerciados es P , y mediante una elección conveniente de unidades, el precio interno de los bienes comerciados es E , el tipo de cambio.

Denotando X_T y X_H a las cantidades producidas de los dos bienes, el valor de la producción total Y es:

$$(4) \quad Y = E X_T(E, P) + P X_H(E, P)$$

De acuerdo con el supuesto de marginalidad de los precios, los productos son homogéneos de grado cero en sus argumentos. Además, como es bien sabido en (4) las derivadas parciales del valor del producto con respecto a uno de los precios es la cantidad producida correspondiente.

Las preferencias individuales por el gasto en los dos bienes pueden ser descritas por medio de preferencias que satisfacen las condiciones usuales, y particularmente por medio de una función de utilidad estrictamente cóncava que por simplicidad suponemos homogénea como en Dornbusch. Si denotamos como C_H y C_T las funciones de demanda correspondientes, dadas las demandas del Gobierno G_H y C_T , podemos describir la condición de equilibrio de mercado para los bienes H :

$$(5) \quad C_H(E, P, Z) + G_H = X_H(E, P)$$

Las funciones de demanda serán homogéneas de grado cero en sus argumentos.

Similarmente, la demanda excedente por los bienes comerciados o importaciones netas E_T se escribe:

$$(5a) \quad E_T = C_T(E, P, Z) + G_T - X_T(E, P)$$

Multiplicando (5) y (5a) por E y P y sumando, obtenemos la restricción flujo del presupuesto del sector privado,

$$(5b) \quad E E_T = E G_T + P G_H + Z - Y$$

utilizando la Ley de Walras, $Z = E C_T + P C_H$.

Las ecuaciones (1) a (5) describen el equilibrio temporario de la economía, si reconocemos que la política de minidevaluaciones activas consiste en fijar el sendero temporal de E .

Dadas la tasa de devaluación esperada π y su nivel E , los valores de las variables predeterminadas, los datos exógenos y las variables de política, podemos alcanzar la determinación simultánea de las variables endógenas i , M , A , Z e Y .

Las variables endógenas predeterminadas en el equilibrio instantáneo son W y P , cuyos senderos temporales están dados por las ecuaciones dinámicas siguientes. La restricción de presupuesto del Gobierno en la economía abierta está dada por la siguiente expresión:

$$(6a) \quad \dot{M} + \dot{D} = E G_T + P G_H + i D - \theta Y + E R$$

Esta identidad dice que las emisiones nuevas de dinero \dot{M} y de deuda no monetaria \dot{D} por parte del Gobierno y sus ingresos impositivos θY , se utilizan para satisfacer el gasto público corriente en los dos bienes, los servicios de la deuda sobre los bonos vigentes $i D$ y para acumular reservas de moneda extranjera $E R$.

Suponemos que la tasa impositiva sobre los ingresos de factores productivos es constante y positiva. R representa el stock de moneda extranjera, en moneda externa.

El flujo neto de salida de capitales F está determinado indirectamente por la función de preferencia de liquidez y las operaciones de mercado abierto del Gobierno en bonos públicos, debido a la utilización del enfoque de distribución de cartera. Si es negativo, lo interpretamos como una entrada neta de capitales.

La restricción de cambio extranjero o de balanza de pagos en moneda extranjera está dada por:

$$(6b) \quad \dot{F} + \dot{R} = -E_T + j F$$

que nos dice que el cambio en las reservas iguala la suma de la cuenta corriente, superávit comercial más el ingreso por intereses sobre la tenencia de bonos externos, más la cuenta capital.

Multiplicando (6b) por E y sumando a (6a) se obtiene:

$$(6) \quad \dot{W} = (1 - \theta) Y + i(W - M) - Z$$

largo de sustituir la definición de W y reemplazando la balanza comercial por su equivalente obtenido de (6b). Nos dice que la acumulación de riqueza nominal es la resultante de substraer Z del total del ingreso disponible, sin ajustar.

La segunda ecuación dinámica surge del vínculo entre el ingreso disponible ajustado y sin ajustar o sea de la estimación de las ganancias o pérdidas de capital que relaciona la acumulación de riqueza nominal y real.

Llamemos ϕ al índice de precios minoristas, una función lineal homogénea de los dos precios E y P . La riqueza real se define entonces como W/ϕ .

Como las preferencias de los consumidores son homotéticas, es natural tomar la recíproca de la función de utilidad indirecta (para el ingreso unitario) como índice de precios minoristas. Diferenciando respecto del tiempo, se obtiene:

$$(7a) \quad \phi(d/dt)(W/\phi) = \dot{W} - W[\alpha \dot{P}/P + (1 - \alpha)\pi]$$

donde α denota la elasticidad del índice de precios minoristas con respecto al precio de los bienes domésticos. En otras palabras, es la participación del gasto en bienes no comerciados en el gasto total. Esta expresión nos proporciona el cambio esperado en la riqueza real, si como en el caso de E , los agentes económicos también forman sus expectativas de precios igualando la tasa de inflación esperada con la corriente,

Al escribir la ecuación (3), supusimos que el ahorro real era $\sigma(\gamma A - W)$. Substituyendo esta expresión en el lado izquierdo de (7a), obtenemos:

$$(7) \quad \alpha W \dot{P}/P = \dot{W} - \sigma(\gamma A - W) - W(1 - \alpha)\pi$$

Esta relación dice que el equilibrio de corto plazo del sistema se obtiene cuando la tasa de inflación se ajusta de modo de cerrar la brecha entre la acumulación de la riqueza real deseada y corriente.

Como control, notemos que (7a) y (3) implican que:

$$A = \dot{W} + Z - W \dot{\phi} / \phi$$

Por otro lado, (6) indica que $\dot{W} + Z$ es ingreso disponible no ajustado, de modo que podemos ver que la diferencia entre este último y el ingreso neto disponible ajustado es la pérdida de capital sobre la riqueza real debido a la inflación, siguiendo a Foley y Sidrausky (1971).

Las ecuaciones (6) y (7) junto con las cinco ecuaciones estáticas nos describen las trayectorias de las variables endógenas i , M , A , Z , Y , W , y P y será llamada por lo tanto el subsistema principal. Las dos variables R y F pueden entonces obtenerse de (6a) y (6b) una vez que el Gobierno fija su emisión de bonos D .

Como no existe realimentación ("Feedback") desde estas ecuaciones al subsistema principal, el trabajo concentrará la atención en este último.

III. ANÁLISIS DE LARGO PLAZO

A. Equilibrio de largo plazo

A fin de analizar una política consistente con el equilibrio de largo plazo, supongamos que el Gobierno adopta la política de minidevaluaciones activas fijando la tabla de la moneda extranjera de modo que el tipo de cambio aumenta a la tasa constante π . Es entonces más sencillo expresar todas las variables nominales en términos de moneda extranjera. En la notación, reemplazamos las letras mayúsculas o valores en dinero local, por letras minúsculas de modo de obtener:

$$\begin{aligned}
 (1') & \quad i = j + \pi \\
 (2') & \quad m = L(i, a/w) W \\
 (3') & \quad z = a + \sigma(w - \pi) \\
 (4') & \quad v = (1 - \theta) y(p) \\
 (5') & \quad g + \alpha z / p = y'(p) \\
 (6') & \quad \dot{w} = v - im + jw - z \\
 (7') & \quad (\alpha v / \psi) (\dot{v}/v) = v - im + jw - a
 \end{aligned}$$

A fin de obtener este sistema de las ecuaciones (1) a (7), debemos tomar en consideración lo que sigue:

- a) v denota el retorno de los factores de la producción neto de impuestos, en moneda externa. La ecuación (4') la relaciona con el valor del producto como función de los precios relativos.
- b) En (5'), $g \equiv G_H$ es el consumo del Gobierno de bienes no comercializados. Como se dijo antes α denota la participación del gasto en bienes domésticos en el gasto total. El lado derecho de la ecuación representa la producción de bienes no comercializables.
- c) En (6'), el interés sobre la riqueza en moneda externa toma en cuenta la revaluación de la riqueza debida a la depreciación a la tasa esperada π .
- d) El mismo efecto ocurre en (7'). Además, aquí la variable v , producto neto de impuestos, ha sido sustituida en lugar del precio relativo p , para simplificar el análisis. La relación funcional que se necesita para esta transformación se obtiene de (4') y esto explica el divisor ψ que denota la elasticidad de y respecto de p , que vemos en (7').

Puede verificarse que la solución estacionaria de (1') a (7') implica que $z = a = w / \gamma$

B - Desplazamiento del equilibrio. La tasa óptima de minidevaluación

A fin de investigar el efecto de cambios en la tasa de minidevaluaciones en la posición de equilibrio de largo plazo, notemos que la condición de equilibrio en el mercado de bienes no comercializables (5') indica que aumentos en los precios relativos están asociados con aumentos del gasto. Esto es así porque entonces aumenta el lado derecho de la ecuación, o producción de bienes no comercializables. Para que la demanda aumente simultáneamente con el incremento de precio, el gasto necesariamente tiene que aumentar si las preferencias son homotéticas. Si los precios quedan constantes, (6') muestra que un aumento en $k \equiv iL$ ($i, 1/\mu$) debe aumentar z . La demanda excedente consiguiente en el mercado de bienes no comercializables debe ser corregida con un aumento de precios. Así la nueva posición de equilibrio corresponderá a precios más altos, y por lo tanto a mayor producción de estos bienes. El gasto real final deberá aumentar pues de otro modo el aumento de precio habría

interés de la función de preferencia de liquidez. En caso de que esta elasticidad exceda la unidad se produce un aumento de bienestar al aumentar la tasa de minidevaluaciones hasta que λ disminuya a la unidad.

C - Estabilidad local

Independientemente de que la política de minidevaluaciones siga la regla de oro, puede interesarnos conocer las propiedades de estabilidad de la solución estacionaria. El análisis que sigue se concentra en las propiedades locales y, como está basado en álgebra inevitable y extensa, se sintetiza en el apéndice. Allí se demuestra que el equilibrio de largo plazo resulta ser un nodo estable ante un valor suficientemente grande de la expresión $j - k (1 - \varepsilon)$, condición que será satisfecha si es no negativa.

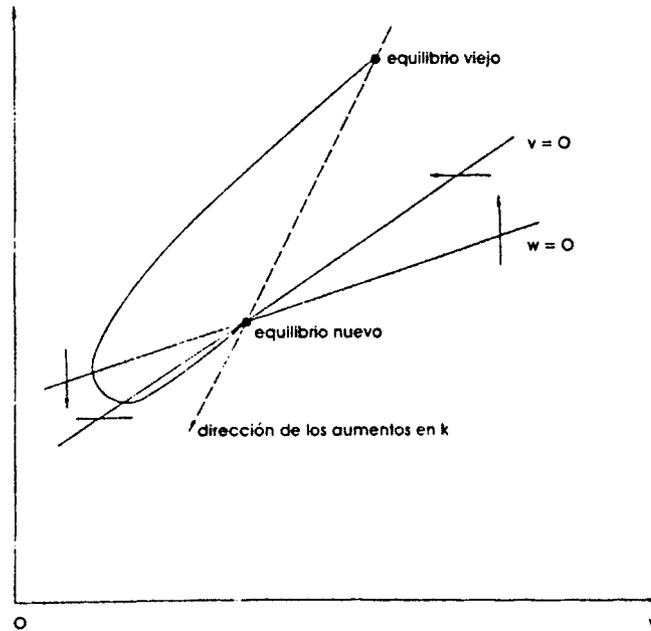
¿Cómo explicamos el signo de esta expresión? Es fácil ver que:

$$\begin{aligned} j - k (1 - \varepsilon) &= (\delta / \delta v) [jw - iwL(i, a/w)] \\ &= (\delta / \delta v) [i(w - m) - \pi v] \end{aligned}$$

donde en la última derivada, m está dada por la función de preferencia de liquidez (2'). Este es el ingreso neto marginal obtenido al mantener una unidad adicional de riqueza suponiendo equilibrio de cartera. Su positividad indica que los ingresos por intereses sobre la deuda monetaria deben ser suficientes para compensar la pérdida de capital debido a la inflación que en el largo plazo iguala la tasa de minidevaluación.

En la Figura 2, el lector puede hallar un ejemplo de una trayectoria posible que lleva a una nueva solución de largo plazo, luego del desplazamiento de π , la tasa de minidevaluación. Muestra las isoclinas $w - v = 0$ en el plano de fases (w, v) .

FIGURA 2



El equilibrio de largo plazo a la tasa inicial π ha sido desplazado a un nuevo punto correspondiente a un valor más alto de k . La respuesta de largo plazo dibujada consiste de una fase inicial durante la cual el sistema “overshoots” la meta y se aproxima al equilibrio desde el lado opuesto. Con otros valores de los parámetros, es posible una aproximación al equilibrio más directa. No obstante, se demuestra en el apéndice que el locus de equilibrio de largo plazo posee una pendiente más elevada que las isoclinas, de modo que la respuesta inicial siempre reducirá tanto el nivel del producto como el de la riqueza expresados en moneda extranjera.

La conclusión de que el sistema posee un nodo estable se mantiene bajo condiciones muy poco restrictivas. Nos permite por lo tanto inferir que la economía convergerá muy rápidamente hacia un nivel de bienestar real inferior en el largo plazo, si la tasa de minidevaluaciones es reducida en presencia de una elasticidad-interés de la demanda de dinero que excede la unidad.

IV. CONCLUSIONES

Podemos mencionar brevemente las siguientes conclusiones:

1. La política de minidevaluaciones activas en la economía abierta de dos sectores productivos, con movilidad imperfecta del capital y dinero pasivo, posee propiedades fuertes de estabilidad local dentro del marco monetarista-Walrasiano que hemos elegido como una primera aproximación al análisis de la conjetura de McKinnon.
2. El estudio de la dinámica comparada del modelo nos permitió hallar una regla de oro para la tasa del "crawl" tal que la riqueza real es maximizada como una proxy del bienestar. Este resultado y el análisis de estabilidad nos permitió demostrar que el sistema puede converger muy rápido hacia un nivel de bienestar inferior.
3. Hemos hallado que la tasa de minidevaluaciones afecta la composición de las tenencias de activos en el equilibrio de largo plazo debido a sus efectos en sus rendimientos relativos. Por lo tanto, la tasa de depreciación del tipo de cambio resulta ser no neutral en el largo plazo.
4. El análisis demostró que en el equilibrio de largo plazo existe desequilibrio comercial sin necesidad de cambio alguno en las tenencias oficiales de reservas de moneda extranjera. Esto es así debido a la inclusión de pagos de intereses en el análisis.
5. Finalmente, el estudio de las trayectorias que siguen las variables endógenas ha demostrado la posibilidad de "over-shooting" del equilibrio de largo plazo.

Sin embargo, mucho queda por hacer aún para explorar más de cerca las propiedades macroeconómicas de corto plazo de esta política, así como estudiar las minidevaluaciones activas en un marco que admite los problemas de corto plazo mencionados en la introducción.

REFERENCIAS

- ANDERSON R. AND TAKAYAMA A. (1977) "Devaluation, the Specie Flow Mechanism and the Steady State", *Review of Economic Studies*.
- BLACK, J. (1966) - "A Proposal for the Reform of Exchange Rates", *Economic Journal*, June 1966.
- DORNBUSCH, R. - (1972) - "Real and Monetary Aspects of the Effects of Exchange Rate Changes" in Aliber, R. (Ed.) *National Policies and the International Financial System* (University of Chicago Press, 1974).
- FOLEY, D. AND SIDRAUSKY, M. - (1971) *Monetary and Fiscal Policy in a Growing Economy* (Mac Millan)
- MANTEL, R. AND MARTIRENA-MANTEL, A.- (1973) "Economic Integration, Income Distribution and Consumption. A New Rationale for Economic Integration", in Ferber, R. (E.), *Consumption and Income Distribution in Latin America* (ECIEL Program. Organization of American States, 1980).
- MC KINNON, R. (1979) - "Monetary Control and the Crawling Peg" in Williamson, J. (Ed.) *Exchange-Rate Rules. The Theory, Performance and Prospects of the Crawling Peg* (Mac Millan, London, Forthcoming 1981).
- METZLER, L. (1951) "Wealth, Savings and the Rate of interest", *Journal of Political Economy*, 1951.
- MURPHY, J. (1965) "Moderated Exchange Rate Variability", *National Banking Review*, December.
- PATINKIN, D. (1965) *Money, Interest and Prices*, (Karpner and Row Publishers, 1965).
- PHELPS, E. (1967) *Golden Rules of Economic Growth* (North Holland, 1967).
- SALTER, W. (1959) "Internal and External Balance - The Role of Price and Expenditure Effects", *Economic Record*, August 1959.
- SWAN, T. (1960) "Economic Control in a Dependent Economy", *Economic Record*.
- WILLIAMSON, J. (1965) - *The Crawling Peg*. Princeton Essays in International Finance No. 50, 1965.

WILLIAMSON, J. (1979) "The Crawling Peg in Historical Perspective", in Williamson, J. (Ed.), *Exchange-Rate Rules: The Theory, Performance and Prospects of the Crawling Peg* (Mac Millan, London, forthcoming 1981).

Apéndice: Propiedades de estabilidad local

Para una determinada tasa de crawl π consideremos la estabilidad de la aproximación lineal al sistema de ecuaciones diferenciales (6') y (7') en la proximidad de la solución estacionaria. Para ello será más conveniente definir nuevos parámetros ρ, η, τ, Δ en términos de los cuales se tiene:

$$\begin{aligned}\gamma\sigma &= \eta / (1 + \eta) \\ \gamma\epsilon k &= \tau / (1 - \tau) \\ \gamma(k - j) &= (\tau - \Delta) / (1 - \tau) \\ \alpha + \xi + (1 - \alpha)S - \psi &= \rho\end{aligned}$$

El Jacobiano del sistema, evaluado en la solución estacionaria, resulta:

$$\begin{pmatrix} (\Delta + \eta\tau) / \gamma(1 - \tau) & -[\psi(\Delta + \eta\tau) + \rho(1 + \eta\tau)] / \psi(1 - \Delta) \\ (\Delta + \eta)\psi(1 - \Delta) / \alpha\gamma^2(1 - \tau)^2 & -[\psi(\Delta + \eta) + \rho(1 + \eta)] / \alpha\gamma(1 - \tau) \end{pmatrix}$$

Las condiciones necesarias y suficientes para que el sistema lineal con esta matriz sea estable requieren que la traza T –o sea la suma de los elementos de la diagonal principal–, sea negativa y que el determinante D sea positivo. Puede demostrarse que

$$\begin{aligned}D &= \eta(1 - \Delta)\rho / \alpha\gamma^2(1 - \tau), \text{ y} \\ T &= -[(\rho + \psi - 1)(\eta + 1) + (1 - \alpha)(\Delta + \eta\tau) + \eta(1 - \tau) + (1 - \psi)(1 - \Delta)] / \\ &\quad \alpha\gamma(1 - \tau)\end{aligned}$$

A partir de las definiciones se aprecia que $\eta > 0$, $0 < \tau < 1$, $1 - \Delta = (1 - \tau)v / z > 0$, mientras que en el caso normal $\rho > 0$, de modo que el determinante D es positivo. El presupuesto y la participación de los productos satisfacen $0 < \alpha < 1$ y $0 < \psi < 1$. De acuerdo a los supuestos (ver sección III.C del texto):

$$\frac{\Delta}{\gamma(1 - \tau)} = j - k(1 - \epsilon) > 0$$

de modo que $\Delta > 0$, porque $\gamma = w/z > 0$. De esta manera se verifica fácilmente

que para que $T < 0$ es suficiente la condición adicional $\rho \geq 1 - \psi$, o lo que es equivalente, sustituyendo ρ por su definición:

$$\xi + (1 - \alpha)(S - 1) \geq 0 \quad (\text{A.1})$$

Como $\xi \geq 0$, esta relación será satisfecha en tanto $S \geq 1$; luego, si la función de utilidad es del tipo Cobb Douglas el sistema será ciertamente estable. Por supuesto que la condición es mucho más débil, permitiendo elasticidades de sustitución en el consumo más bajas en tanto el grado de sustituibilidad en la producción sea adecuado.

Con el propósito de investigar si las raíces características del sistema son reales o complejas, consideremos la relación

$$R = -T / 2\sqrt{D}$$

que es bien definida y positiva de acuerdo al análisis anterior. Luego, las raíces son reales si y solo si $R^2 \geq 1$.

Para números reales positivos a , b y η tenemos la desigualdad:

$$(a\sqrt{\eta} + b / \sqrt{\eta})^2 \geq 4ab \quad (\text{A.2})$$

Pero como T y D son lineales en η , R^2 puede expresarse como una función de η como en (A.2), donde a y b dependen de los otros parámetros pero no de η . Luego,

$$\begin{aligned} R^2 &= \frac{[(\rho + \psi - 1)(\eta + 1) + (1 - \alpha)(\Delta + \eta\tau) + (1 - \tau) + (1 - \psi)(1 - \Delta)]^2}{4\alpha(1 - \tau)\eta(1 - \Delta)\rho} \geq \\ & \quad [(\rho + \psi - 1) + (1 - \alpha)\tau + (1 - \tau)][(\rho + \psi - 1) + (1 - \alpha)\Delta \\ & \quad + (1 - \psi)(1 - \Delta)] / \alpha(1 - \tau)(1 - \Delta)\rho \end{aligned}$$

La última expresión disminuye con τ , de modo que fijando τ en su límite inferior 0,

$$R^2 \geq [\rho + \psi][(\rho + \psi - 1) + (1 - \alpha)\Delta + (1 - \psi)(1 - \Delta)] / \alpha(1 - \Delta)\rho$$

De igual modo disminuye con aumentos de α , de manera que haciendo $\alpha = 1$:

$$R^2 \geq [\rho + \psi][(\rho + \psi - 1) + (1 - \psi)(1 - \Delta)] / (1 - \Delta)\rho$$

Esta expresión disminuye con Δ , de modo que podemos hacer $\Delta = 0$:

$$R^2 \geq [\rho + \psi][\rho] / \rho = \rho + \psi - 1$$

Esta última relación es por supuesto (A.1). Por lo tanto podemos concluir que las raíces características son reales y negativas. Luego, la solución estacionaria es un nodo estable.

Para dibujar la Figura 2 necesitamos las pendientes de las isoclinas y de la línea de desplazamiento del equilibrio. A partir del Jacobiano obtenemos:

$$\left. \frac{\partial v}{\partial w} \right|_{w=0} = (\Delta + \eta\tau)\psi(1 - \Delta) / \gamma(1 - \tau)[\psi(\Delta + \eta\tau) + \rho(1 + \eta\tau)] = a$$

$$\left. \frac{\partial v}{\partial w} \right|_{w=0} = (\Delta + \eta)\psi(1 - \Delta) / \gamma(1 - \tau)[\psi(\Delta + \eta) + \rho(1 + \eta)] = b$$

Es fácil de comprobar que b es la expresión de a si τ se reemplaza por uno. Como a es creciente en τ , tenemos que $a < b$.

De la sección III.B del texto, especialmente de la ecuación (9), obtenemos para un desplazamiento del equilibrio:

$$\frac{\partial v}{\partial w} = \frac{v}{\gamma z} \frac{\partial \log v / \partial \log p}{\partial \log z / \partial \log p} = \frac{1 - \Delta}{\gamma(1 - \tau)} \frac{\psi}{\rho + \psi} = c$$

Pero b aumenta con η , y c se obtiene de b haciendo que η tienda a $+\infty$, luego $c > b$.