UNA NOTA SOBRE LA TERCERA "LEY" DE LA DEMANDA DERIVADA

ALBERTO PORTO *

1. El objetivo de esta nota es presentar una explicación alternativa para la tercera "ley" de Marshall sobre la elasticidad de la demanda derivada por un factor de la producción. La expresión más general para la elasticidad de la demanda derivada es la dada por J.R.Hicks (6), quien analiza la demanda del mercado por un factor productivo suponiendo competencia perfecta en todos los mercados, dos factores productivos (por ejemplo trabajo (L) y tierra (T), cuyos precios son respectivamente ω y r) y rendimientos constantes a escala. La expresión de Hicks es [1]:

$$\lambda_L = \frac{\partial L}{\partial \omega} \cdot \frac{\omega}{L} = \frac{\sigma(\eta + \epsilon) + Y_\omega \epsilon (\eta - \sigma)}{\eta + \epsilon - Y_\omega(\eta - \sigma)} \tag{1}$$

donde:

σ es la elasticidad de sustitución entre factores (definida positiva);

ϵ es la elasticidad de la oferta del factor cooperante (en el caso normal positiva);

η es la elasticidad de la demanda por el producto (definida positiva): e

Y_ω es la participación del factor L en el costo total (necesariamente positiva).

A. Marshall (7) formuló cuatro "leyes" sobre la elasticidad de la demanda derivada; esas "leyes -en el orden en que Marshall las expuso- son las siguientes:

1) la demanda derivada por un factor de la producción será más elástica cuanto mayor sea la elasticidad de sustitución entre factores;

2) La demanda derivada por un factor de la producción será más elástica cuanto más elástica sea la demanda por el producto final;

3) La demanda derivada por un factor de la producción será más elástica cuanto mayor sea su participación en el costo total;

4) La demanda derivada por un factor de la producción será más elástica cuanto más elástica sea la oferta del factor cooperante.

Las "leyes" serán verificadas si las derivadas parciales de la expresión (1), con respecto a cada una de las variables, tienen signo positivo.

* Instituto de Investigaciones Económicas, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de La Plata.-

1 Una forma alternativa a la del Apéndice de Hicks de obtener la expresión (1) del texto, puede consultarse en H.L.DIEGUEZ y A. PORTO (4).-

$$\frac{\partial \lambda_L}{\partial \sigma} = \frac{(1 - Y_\omega)\ (\eta + \epsilon)^2}{(\eta + \epsilon - Y_\omega (\eta - \sigma))^2} \tag{2}$$

$$\frac{\partial \lambda_L}{\partial \eta} = \frac{Y_\omega\ (\epsilon + \sigma)^2}{(\eta + \epsilon - Y_\omega (\eta - \sigma))^2} \tag{3}$$

$$\frac{\partial \lambda_L}{\partial Y_\omega} = \frac{(\eta + \epsilon)\ (\epsilon + \sigma)\ (\eta - \sigma)}{(\eta + \epsilon - Y_\omega\ (\eta - \sigma))^2} \tag{4}$$

$$\frac{\partial \lambda_L}{\partial \epsilon} = \frac{Y_\omega \cdot (1 - Y_\omega) \cdot (\eta - \sigma)^2}{(\eta + \epsilon - Y_\omega\ (\eta - \sigma))^2} \tag{5}$$

Las leyes primera, segunda y cuarta son válidas dado que las expresiones (2), (3) y (5) son siempre positivas. La tercera "ley" es la que ha provocado dificultades dado que, aún descontando los casos de ϵ negativa, sólo se cumple si $\eta > \sigma$ -ver expresión (4); un problema asociado ha sido el de encontrar una explicación adecuada para la excepción a la tercera ley. En esta nota se incluyen algunas de las explicaciones propuestas y se presenta una explicación alternativa que se considera relevante.

2. Algunas de las explicaciones avanzadas para la tercera ley, son las siguientes:

i. J.R.Hicks (6): "Aún si nos limitamos solamente a los casos donde ϵ es positiva (η y σ deben ser positivas) la... regla es solamente válida en la medida en que la elasticidad de la demanda por el producto es mayor que la elasticidad de sustitución. Por supuesto en los casos usuales tomados para ilustración de esta regla, se cumple la condición para su validez. Se supone que la demanda por el producto es elástica mientras que la sustitución es díficil. Pero si la sustitución es fácil, mientras que la demanda por el producto es inelástica la regla trabaja de otra forma. Por ejemplo, un factor puede encontrar más fácil beneficiarse con una restricción en la oferta si juega una gran parte en el proceso de producción que si juega una parte pequeña. Es **"importante no ser importante", sólo cuando el consumidor puede sustituir más fácilmente que el empresario.** Aún si $\eta > \sigma$, pero la diferencia es pequeña, la importancia de esta regla será insignificante" (El subrayado es del original).

ii. G.J.Stigler (9): "Hay una regla que parece más obvia a la mayoría de la gente que cualquiera de las anteriores: cuanto mayor es la fracción del costo total que corresponde a los pagos a un servicio productivo, menos elástica será la demanda. Si los timbres duplican su precio (digamos de \$ 1 a \$ 2), el costo de construir una casa también aumentará en $ 1, o digamos un 0,005 o/o. Debido a que muy poca gente dejará de comprar una casa por este aumento, la demanda de timbres será muy inelástica. Hay algo de cierto en la regla, pero su limitación básica puede ser sugerida como sigue. Supongamos que se clasifican los carpinteros que construyen una casa en polacos, alemanes, irlandeses, etcétera. Puesto que los salarios de cualquiera de esos grupos será una pequeña fracción del costo total -en caso de no serlo, subclasificamos a los carpinteros según la ciudad de orígen- ¿no podemos decir que la elasticidad de la demanda por carpinteros irlandeses es menor que la elasticidad de la demanda por todos los carpinteros?. Verdaderamente podemos decirlo puesto que la libertad de hablar incluye la libertad de cometer errores. La sustitución es mayor cuando subclasificamos a los carpinteros y el efecto sustitución conduce a un incremento en la elasticidad de la demanda. Este será usualmente el caso, o seríamos capaces por una mera subclasificación de convertir a toda demanda derivada en inelástica".

iii. D.H. Robertson (8): . . ."si la demanda de carbón es muy inelástica, mientras que los mineros pueden ser fácilmente sustituídos por las máquinas reforzaría la posición de los trabajadores que sus salarios constituyeran una gran parte del costo total. Esto no es fácil de ver por sentido común, pero puede ser expuesto en la forma siguiente. En el caso supuesto, el elemento de debilidad en la posición de los mineros, es el riesgo de sustitución. Pero este elemento de debilidad será tanto menos serio en sus consecuencias cuanto mayor es el campo sobre el cuál tiene que ser aplicado en orden a inferirle a ellos un grave daño; es decir, cuanto mayor es la proporción que, en el punto de partida, tienen los salarios en el costo total".

iv. M. Bronfenbrenner (3): Interpreta en la forma siguiente la explicación de Robertson: "Robertson parece estar implicando que un alto κ opera técnicamente, reduciendo el valor de σ "; "esto significa que la elasticidad de sustitución cae con la importancia del servicio productivo en el costo total [2]". **Esto provee en nuestro punto de vista el mayor elemento de plausibilidad para el caso especial en el que la tercera ley de Marshall no se cumple, y debemos su desarrollo a Robertson".** (El subrayado es nuestro).-

En la sección siguiente se analizan con más detalles las vías por las que Y_ω influye en determinar el valor de la elasticidad de la demanda derivada por un factor productivo y se presenta una explicación alternativa para el caso donde la tercera ley de Marshall no se cumple.

2 El símbolo K de BRONFENBRENER es la participación del factor en el costo total (o sea, el Y_ω de la expresión (1)).

3. Se analizará ahora con más detalle por que vías Y_ω influye en determinar el valor de la elasticidad de la demanda derivada por un factor. De las explicaciones citadas surge con claridad que una vía la constituye la **elasticidad de la demanda por el producto** y la otra vía, la **elasticidad de sustitución entre factores.**

i) La primera vía aparece muy clara. Si ω varía, el costo de producción y el precio del producto variarán en un porcentaje que será tanto mayor cuanto mayor sea Y_ω; dada la variación en el precio, la variación en la cantidad será mayor cuanto mayor sea η; y cuanto mayor la variación de la cantidad, mayor será la variación de L necesaria para producirla. **Por consiguiente, dado todo lo demás, cuanto mayor sea la participación de un factor en el costo total, más elástica será la demanda derivada por ese factor.**

ii) La explicación de la segunda vía es más complicada. Si ω varía en un determinado porcentaje, el precio relativo de los factores $(\frac{r}{\omega})$ variará en la misma proporción [3]. Ante esa variación porcentual en $\frac{r}{\omega}$ se producirá una variación porcentual en $\frac{L}{T}$ que será tanto mayor cuanto mayor sea la elasticidad de sustitución entre factores [4]. Dada la variación porcentual de $\frac{L}{T}$, los porcentajes de variación de L y de T dependen de Y_ω.

$$\frac{d\left(\frac{L}{T}\right)}{dL} = \frac{T - \frac{dT}{dL} \cdot L}{T^2}$$

Siendo $-\frac{dT}{dL} = \frac{fL}{fT}$, reemplazando y reordenando se obtiene

$$\frac{d\left(\frac{L}{T}\right)}{\frac{L}{T}} = \frac{1}{1 - Y_\omega} \frac{dL}{L} \qquad (6)$$

ó

$$\frac{dL}{L} = (1 - Y_\omega) \frac{d\left(\frac{L}{T}\right)}{\frac{L}{T}} \qquad (7)$$

3 $d\left(\frac{r}{\omega}\right) = -\frac{r}{\omega^2} \cdot d\omega$; completando tasas de cambio,

$$\frac{d\left(\frac{r}{\omega}\right)}{\frac{r}{\omega}} = -\frac{d\omega}{\omega}$$

4 $\frac{dL}{L} - \frac{dT}{T} = \sigma \left(\frac{dr}{r} - \frac{d\omega}{\omega}\right)$

Similarmente se obtienen,

$$\frac{d\left(\frac{L}{T}\right)}{\frac{L}{T}} = - \frac{1}{Y_\omega} \frac{dT}{T} \tag{8}$$

$$\frac{dT}{T} = - Y_\omega \cdot \frac{d\left(\frac{L}{T}\right)}{\frac{L}{T}} \tag{9}$$

La expresión (6) indica que ante una variación porcentual dada en L se originará un incremento porcentual en $\frac{L}{T}$ tanto mayor cuanto mayor sea Y_ω y la expresión (7) que ante una variación dada en $\frac{L}{T}$ la variación porcentual en L será tanto menor cuanto mayor sea Y_ω.

La secuencia es entonces la siguiente: dada una disminución porcentual en ω, el precio relativo $\frac{r}{\omega}$ aumentará en la misma proporción; como consecuencia $\frac{L}{T}$ aumenta, siendo el aumento porcentual tanto mayor cuanto mayor sea o; dado el aumento porcentual en $\frac{L}{T}$, el aumento en L será tanto menor cuanto mayor sea Y_ω. **Por consiguiente, dado todo lo demás, cuanto mayor sea la participación de un factor en el costo total, más inelástica será la demanda derivada por ese factor.**

Queda por analizar con más detalle la relación entre la variación porcentual en L/T y la variación porcentual en L (y T). Ante una misma variación porcentual en $\frac{L}{T}$ el ajuste se logrará tanto más a través de L cuanto menos intensiva en L sea la tecnología; en el caso contrario el ajuste será fundamentalmente a través de la utilización de T. La intensidad de uso de trabajo es medida por Y_ω.

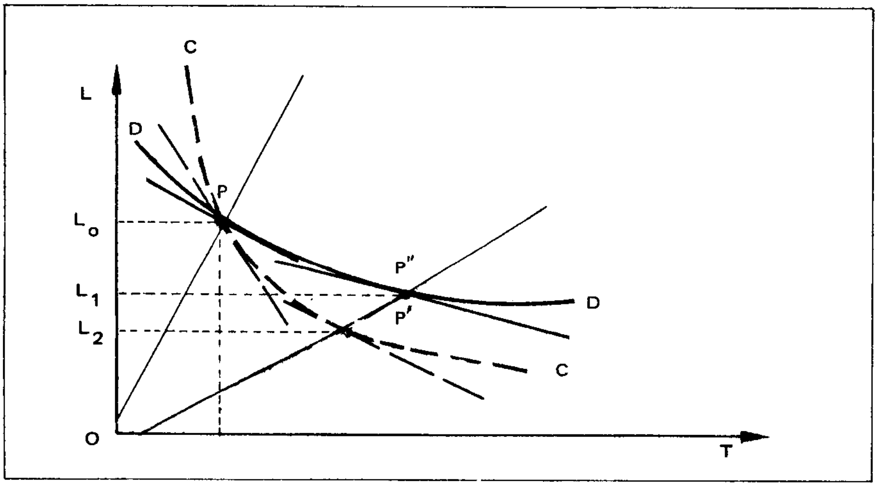
Esta es una explicación relevante para el caso donde la tercera ley de Marshall no se cumple. La posibilidad de excepción será tanto mayor cuanto más intensiva en el factor cuyo precio ha variado sea la tecnología. Esta explicación es más general que la dada por Robertson según la interpretación de Broenfenbrenner pués permite considerar las excepciones a la tercera ley Marshalliana tanto en el caso de funciones de producción con elasticidad de sustitución variable como en el caso de funciones de producción con elasticidad de sustitución constante [5].

5 Por ejemplo, si se trata de una función con elasticidad de sustitución constante C.E.S., que como caso particular puede ser una COBB-DOUGLAS con $\sigma = 1$) donde el efecto ROBERTSON-BRONFENBRENNER es nulo -por ser σ constante-, se verifica no obstante la excepción en la tercera ley que puede ser explicada sólo en los términos dados en el texto. En el caso más simple, considerando $\epsilon = \infty$ y $\eta = o$ y dada la función de producción COBB-DOUGLAS.

$$q = AL^{a} T^{(1 - a)}$$

la elasticidad de la demanda derivada por el factor L es,

4. Las relaciones anteriores pueden visualizarse con más facilidad con el auxilio de un gráfico. Supónganse dos isocuantas, C y D, con igual elasticidad de sustitución; las variaciones porcentuales de $\frac{L}{T}$ y de $-\frac{dL}{dT} = \frac{r}{\omega}$ son las mismas entre P y P' (isocuanta C) y entre P y P'' (isocuanta D). La isocuanta D es más intensiva en trabajo que C; por ejemplo en el punto P, para una misma relación $\frac{L}{T}$, $\frac{dL}{dT} = \frac{fT}{fL}$ es mayor en C que en D; por consiguiente, como la



productividad marginal de la tierra en relación a la del trabajo es mayor en C que en D, C es intensiva en tierra (D es intensiva en trabajo) [6]. Con los supuestos mencionados, ante una variación en ω, tanto en C como en D se origina la misma variación porcentual en $\frac{r}{\omega}$ y en $\frac{L}{T}$; pero la variación porcentual en L será menor cuanto más intensiva en L sea la tecnología (dada la variación porcentual en ω, la variación porcentual en L es $\frac{LoL1}{Lo0}$ en D que es menor que $\frac{LoL2}{Lo0}$ en C).

$$\lambda_L = -\frac{\partial_L}{\partial_\omega} \cdot \frac{\omega}{L} = (1 - a)$$

siendo $a = Y_\omega$. Derivando con respecto a a se obtiene

$$\frac{\partial \lambda_L}{\partial a} = -1$$

o sea, la excepción a la tercer ley de MARSHALL: cuánto más intensiva en L sea la tecnología (o, según la formulación más tradicional, cuanto mayor sea la participación de un factor en el costo total) más inelástica será la demanda derivada por ese factor.

6 En el gráfico, a partir del punto P, un incremento del 1o/o en T libera un porcentaje mayor de L en la tecnología C que en D; por consiguiente, D es intensiva en trabajo. Si la tecnología D es intensiva en L, una misma disminución de $\frac{L}{T}$ se logrará a través de una menor caída en L y un mayor incremento en T comparada con la tecnología C que es intensiva en T - en la cuál el ajuste se hará a través de una mayor caída en L y un menor incremento en T.

REFERENCIAS

(1) R. G. D. ALLEN: **Análisis Matemático para Economistas**, Séptima Edición, Aguilar, Madrid, 1966.-

(2) J. C. BERRA y A. PORTO: Notas sobre la teoría de la distribución y la Teoría de la demanda de los factores de la producción, **ECONOMICA**, La Plata, No. 3, Setiembre - Diciembre, 1971.-

(3) M. BRONFENBRENNER: Notes on the elasticity of derived demand, **Oxford Economic Papers**, Octubre 1.-

(4) H. L. DIEGUEZ y A. PORTO: **Problemas de Microeconomía**, Amorrortu Editores, Buenos Aires, 1972.-

(5) M. FRIEDMAN: **Teoría de los Precios**, Alianza Editorial, Madrid, 1972.-

(6) J. R. HICKS: **The Theory of Wages**, Second Edition, Mac Millan, New York, 1964.-

(7) A. MARSHALL: **Principios de Economía**, Aguilar, Madrid, 1957.-

(8) D. H. ROBERTSON: **Lecciones sobre Principios de Economía**, Editorial Tecnos S. A., 1961.-

(9) G. J. STIGLER: **The Theory of Price**, Thrid Edition, Mac Millan, 1969.-