L. V. Kantorovich

HECTOR L. DIEGUEZ*

I

Leonid Vitalievich Kantorovich es de los galardonados con el premio Nobel de economía la personalidad menos conocida, al menos para los economistas latinoamericanos, y, al mismo tiempo, el único perteneciente a un país no capitalista. Además, las contribuciones que lo llevaron a alcanzar esa distinción iluminan una temática generalmente en penumbras científicas, por lo mismo que está vigorosamente permeada por cuestiones ideológicas. Por ello me ha parecido que puede ser de utilidad una reflexión sobre su vida y su obra.

Kantorovich nació en San Petesburgo —luego Leningrado— en 1912 y allí ha transcurrido la mayor parte de su vida, como estudiante primero, como profesor e intelectual después. Su ascendencia judía y sus ideas heterodoxas hicieron que su destino fuera propenso a circunstancias difíciles, siendo probablemente sus notables dotes matemáticas las que en un par de coyunturas delicadas le evitaron riesgos personales, permitiéndole encontrar el rumbo hacia los más altos galardones de su país y del mundo: en 1949 recibió el premio Stalin (en matemática, por sus trabajos ligando enfoques teóricos de análisis funcional con temas de matemáticas aplicadas); en 1949 le fue otorgado el premio Lenin, junto con Nemchinov y Novozhilov (en economía, por sus contribuciones en economía matemática) y en 1976 compartió con T. C. Koopmans, de la Universidad de Yale, el premio Nobel de economía.

Desde temprana edad evidenció un especial brillo matemático y fue en esa dirección que orientó sus estudios en la Universidad de Leningrado, publicando a los veinte años un libro sobre cálculo de variaciones. En 1935 se doctoró y pasó a desempeñarse como profesor en la misma universidad.

* Centro de Investigaciones Económicas del Instituto Di Tella

Tenía poco más de veinticinco años cuando se produjo el hecho que iba a alterar el curso de su vida intelectual, llevándolo hacia la economía. Un aserradero cercano a Leningrado solicitó a la universidad colaboración para determinar su plan óptimo de producción. La universidad encomendó a Kantorovich, entonces joven y sobresaliente matemático, estudiar la consulta. Con sorpresa de su parte, a poco de considerar el problema planteado, Kantorovich encontró que los métodos usuales de optimización no resultaban apropiados para el caso, por cuanto el problema estaba dado en términos técnicos de coeficientes fijos, o sea sin posibilidad de aplicar los métodos convencionales para la determinación de máximos y mínimos por derivación de funciones, y con restricciones no en forma de igualdades.

El tema planteado fue investigado por Kantorovich primero en la Universidad de Leningrado y luego en el Instituto de Matemáticas de la Academia de Ciencias de la Unión Soviética, presentando informes a dicho instituto, en 1942, y al Instituto de Economía de la misma Academia, en 1943. Las referencias a su obra se basan en esta nota en su primer estudio escrito sobre el tema (3), editado por la Universidad de Leningrado en 1939, y en su libro principal (4), terminado de escribir en 1942 y que fue publicado después de superar obstáculos que bloquearon su difusión durante diecisiete años.

II

Examinemos uno de los casos tratados en su libro de 1939 [1]. Se dispone de tablas de 7.4 metros de largo (insumo) que deben cortarse de modo de dar lugar a tablas de 2.9, 2.1 y 1.5 metros (productos finales), de los cuales se deben producir cien unidades de cada una de las tres medidas, siendo la pregunta cual es la forma óptima de hacerlo, o sea aquella que minimiza el desperdicio de madera.

Hay varias formas de presentación matricial del problema, por ejemplo:

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
A_1	1	2	–	1	–	1
A_2	–	–	2	2	1	1
A_3	3	1	2	–	3	1
d	–	0.1	0.2	0.3	0.8	0.9

1 (3), páginas 236 y siguientes.

donde A_1, A_2 y A_3 representan las clases de tablas de 2.9, 2.1 y 1.5 metros, respectivamente, y las técnicas X_1 a X_6 indican las cantidades de tablas de cada clase que pueden obtenerse a partir de la dimensión original de la tabla insumo de 7.4 metros de largo. En la última fila de la matriz se indica el desperdicio de madera de cada técnica.

Matemáticamente, se trata de minimizar

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6$$

con sujección al cumplimiento de las restricciones

$$X_1 + 2\,X_2 + X_4 + X_6 \geqslant 100$$

$$2\,X_3 + 2\,X_4 + X_5 + X_6 \geqslant 100$$

$$3\,X_1 + X_2 + 2\,X_3 + 3\,X_5 + X_6 \geqslant 100$$

Minimizar X es el núcleo del problema: utilizar la menor cantidad de tablas de insumo. Las tres restricciones indican que es necesario obtener como mínimo cien tablas de cada una de las tres longitudes especificadas.

Una primera posibilidad consiste en aplicar solo la técnica 6, que permite obtener 100 tablas de cada una de las tres clases con la utilización de 100 tablas de insumo. El desperdicio en tal caso es de 90 metros de tabla. Si, en cambio, 40 tablas se cortan según la técnica segunda, 30 según la tercera y 20 según la cuarta, entonces se obtiene el resultado buscado pero a un costo de utilización de solo 90 tablas de insumo. Alternativamente, también cortar 30 tablas con la primera técnica, 10 con la segunda y 50 con la cuarta también permite obtener el resultado buscado mediante la utilización de 90 tablas de insumo. En ambos casos el desperdicio es de 16 metros de tabla. No hay mejor alternativa posible.

En un caso sencillo como éste, basta considerar todas las posibilidades existentes y seleccionar la más conveniente. Pero en casos más complejos es necesario disponer de métodos que no exijan el tener que considerar todas las posibilidades, sino lograr por aproximaciones sucesivas una convergencia a la solución de óptimo. Es lo que Kantorovich logró con su método de multiplicadores ("resolving multpliers" es la expresión utilizada en la edición en inglés) presentado en su primer libro (3), que en trabajos posteriores, como (4), fue rebautizado como de "valuaciones objetivamente determinadas", expresión que ya va mucho más al fondo del problema de la teoría del valor que subyace en los ejemplos presentados por Kantorovich.

Mantengamos atención sobre el mismo problema, pero expresemos ahora su planteo y resolución en términos modernos del método simplex de programación lineal [2]. Sean, como antes, X_1 a X_6 las seis técnicas posibles y A_1 a A_3 los tres tipos de tablas a producir. Introduzcamos S_1, S_2 y S_3 para indicar producción excedente (o sea más de las 100 unidades requeridas) de cada uno de los tipos de tabla y expresemos los costos (fila c) en términos de tablas insumo, teniendo entonces la matriz.

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	S_1	S_2	S_3
A_1	1	2	—	1	—	1	-1	—	—
A_2	—	—	2	2	1	1	—	-1	—
A_3	3	1	2	—	3	1	—	—	-1
c	1	1	1	1	1	1			

La función a minimizar es, como antes,

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6$$

sujeta ahora al cumplimiento de las restricciones

$$X_1 + 2\,X_2 + X_4 + X_6 - S_1 = 100$$

$$2\,X_3 + 2\,X_4 + X_5 + X_6 - S_2 = 100$$

$$3\,X_1 + X_2 + 2\,X_3 + 3\,X_5 + X_6 - S_3 = 100$$

2 Para una presentación sencilla del método simplex, ver en (1) los problemas de la sección 2, especialmente el N° 13.

El método parte de un punto arbitrario que cumpla las restricciones, o sea un punto factible no necesariamente óptimo, por ejemplo:

$X_2 = 50$
$X_3 = 50$
$S_3 = 50$

cuyo costo es 100, en términos de tablas de insumo. Para evaluar la optimalidad de cantidades el método recurre a la introducción de precios, que resultan de resolver un sistema de ecuaciones (correspondientes a las actividades en la base, o sea X_2, X_3 y S_3) con tres incógnitas (los precios a imputar a A_1, A_2 y A_3). O sea

$2\ p_1 + p_3 = 1$

$2\ p_2 + 2\ p_3 = 1$

$-p_3 = 0$

sistema que determina los valores

$p_1 = 0.5$
$p_2 = 0.5$
$p_3 = 0$

siendo nulo solo el precio imputado a la clase de tabla que se está produciendo en exceso. Se puede ahora evaluar si conviene introducir en la base alguna de las técnicas no incluidas, por una comparación de costos y beneficios. No conviene introducir X_1, pues $(1 \times 0.5) < (1 \times 1)$, ni tampoco X_5, pues $(1 \times 0.5) < (1 \times 1)$, siendo en cambio indiferente introducir X_6, pues $((1 \times 0.5) + (1 \times 0.5)) = (1 \times 1)$. Conviene sí introducir X_4, por cuanto $((1 \times 0.5) + (2 \times 0.5)) > (1 \times 1)$. Al ingresar esta actividad a la base una de las existentes debe salir, y, en este caso, las otras dos reducirse, pudiendo probarse que la nueva base es

$X_2 = 40$
$X_3 = 30$
$X_4 = 20$

El método vuelve ahora a recorrer idéntico itinerario de razonamiento. Del sistema de ecuaciones

$$2\,p_1 + p_3 = 1$$

$$2\,p_2 + 2\,p_3 = 1$$

$$p_1 + 2\,p_2 = 1$$

resultan los nuevos precios imputados

$$p_1 = 0.4$$
$$p_2 = 0.3$$
$$p_3 = 0.2$$

verificándose que no conviene introducir X_5 ni X_6, y que es indiferente introducir X_1, en cuyo caso la base queda integrada por

$$X_1 = 30$$
$$X_2 = 10$$
$$X_3 = 50$$

tal como se indicó precedentemente.

Cualquiera de las dos combinaciones de técnicas que resultan equivalentes entre sí constituyen la solución óptima buscada, pues no hay otra combinación que permita disminuir el costo de producir 100 tablas de cada una de las tres longitudes estipuladas.

Se indica en (1) que el método acentúa la similitud entre el proceso de optimización en el cálculo de planificación de una economía centralizada y el proceso de ajuste de una economía de mercado en condiciones competitivas en un caso de maximización de producto a partir de dotaciones dadas de factores [3].

III

Hoy todo esto es bien conocido en la teoría corriente de programación lineal: un problema de determinación óptima de cantidades

3 Ver (1), páginas 69-70.

se asocia con un problema dual de precios óptimos, y a partir de un punto arbitrario inicial de cantidades factibles (no óptimas) sucesivas evaluaciones mediante precios imputados van permitiendo mejorar el resultado (maximizar producción o minimizar costos, según la naturaleza del problema).

Si bien Kantorovich no alcanzó a proveer un algoritmo de solución equivalente al simplex, en generalidad y en nitidez conceptual, está claro que en sus multiplicadores y en sus valuaciones objetivamente determinadas la noción de precios imputados dentro del proceso de cómputo y decisiones fue adquiriendo una importancia cada vez mayor. De un problema local, a nivel del método óptimo de corte de tablas en un aserradero, Kantorovich fue pasando a ideas mucho más generales relativas a la forma óptima de planeamiento de una economía mediante valuaciones objetivas (precios, aunque él no usó tal palabra), como se aprecia en (4). Ya aquí aparecen temas de valuación de materiales escasos y de recursos naturales, en conflicto con enfoques de valores solo determinados por insumos de trabajo [4] .

Consideremos un ejemplo que Kantorovich presenta en (4). Un proceso comprende cinco etapas en el ciclo productivo, con volúmenes de producción (en las respectivas unidades) indicados en la segunda columna del cuadro 1. Existe para cada etapa un método manual (producciones diarias, en tercera columna, y costo unitario, en la cuarta) y otro con utilización de máquinas (producciones y costos,

CUADRO 1

Etapa (1)	Volúmenes de producción (2)	Producción Manual: Diaria (3)	Producción Manual: Costo unitario (4)	Producción con máquinas: Diaria (5)	Producción con máquinas: Costo unitario (6)
I	2.000.000	40	0.6	1.000	0.2
II	1.500.000	10	3.0	500	1.2
III	200.000	4	7.0	50	1.0
IV	40.000.000	200	0.15	10.000	0.05
V	2.500.000	20	1.5	500	0.3

4 Una mera observación del índice de (4) permite apreciar la generalidad que Kantorovich asigna a su método, al incursionar en temas como la cuestión de la mejor distribución del programa entre varias empresas; el uso eficiente de equipos y su valuación; utilización racional de recursos naturales y el cálculo de su valor de renta; planificación del transporte y cálculo de las tarifas apropiadas; inversiones de corto y largo plazo; modos de realizar planes óptimos de largo plazo, etcétera.

en las columnas quinta y sexta, respectivamente). Las máquinas, iguales entre sí, se pueden usar en cualquiera de las cinco etapas, para simplificar el ejemplo [5].

En base a los datos del cuadro 1 se construye el cuadro 2, cuya primera columna se determina relacionando el volumen de operaciones requerido con la producción diaria utilizando máquinas (columnas 2 y 5 del cuadro 1), tomando en cuenta un período de producción de cien días. La segunda columna indica las diferencias entre los costos unitarios de las dos técnicas (manual y con máquinas), o sea entre las columnas 4 y 6 del cuadro 1. La tercera columna, por último, resume la ventaja en costos de utilizar máquinas (o sea que resulta de multiplicar la columna 2 del cuadro 2 por la columna 5 del cuadro 1).

CUADRO 2

Etapa	Número de Máquinas necesarias para el volumen requerido de operaciones	Diferencia de costos entre la producción manual y con máquinas	
		Unitaria	Por máquina-día
	(1)	(2)	(3)
I	20	0.4	400
II	30	1.8	900
III	40	6.0	300
IV	40	0.1	1.000
V	50	1.2	600

La limitación en el número disponible de máquinas hace conveniente comenzar por utilizarlas en la etapa en que dan lugar a la mayor economía de costos (la IV), siguiendo por la II y utilizando el remanente de máquinas (30) en la etapa V. El volumen adicional de producción requerido en esta última etapa y la totalidad de I y III debe obtenerse mediante producción manual. El punto significativo de este ejemplo, tal como Katarovich lo presenta, es que entonces se concluye que la unidad productiva puede estar dispuesta a pagar hasta 600 (rublos) por el alquiler de una máquina y denominar a este concepto "valor de renta", pues todo pago inferior a esa cifra le reporta el beneficio entre la baja de costos que resulta de multiplicar 500 (producción diaria en la etapa V, donde quedó el margen de uti-

5 Ver (4), páginas 75 y siguientes.

lización de la máquina) por 1.2 (diferencia entre los costos unitarios con método manual y con máquinas) [6] .

Aunque el propósito de esta nota, por su misma brevedad, no es una indagación de los temas vinculados a teorías del valor, conviene aquí señalar que en el ejemplo presentado las máquinas están consideradas como un dato de existencia a nivel de una empresa, con la referencia adicional de que hay más máquinas susceptibles de ser alquiladas por la firma. Los costos de las técnicas utilizadoras de máquinas incluyen la depreciación y las reparaciones provenientes del uso de las máquinas. En un modelo más general, como el que estudió en (2), con un sector productor de bienes de consumo y otro de máquinas, ambos con utilización de trabajo y máquinas, surge la cuestión adicional del tiempo y de la tasa de interés, por la opción entre utilización presente del trabajo (técnicas manuales) o su inmovilización, en términos de valor, en máquinas a utilizar en períodos futuros.

IV

Los ejemplos presentados son versiones bastante simplificadas de los problemas reales sometidos a consideración de Kantorovich. La consulta del aserradero, la primera estudiada, se basaba en la existencia de ocho clases diferentes de máquinas y cinco tipo de producto final; cada una de las máquinas podría producir los cinco productos finales, pero en distintas proporciones; los productos finales debían ser producidos en proporciones fijas, o sea que eran en verdad insumos de una etapa final de ensamble. Esta resultaba ser, como Kantorovich lo advirtió, una cuestión matemáticamente similar al antiguo problema de Monge, el matemático e ingeniero francés que a comienzos del siglo XIX se planteó la cuestión de fortificación militar siguiente: existen puntos fortificados donde está concentrada la potencia de fuego; en otros puntos están almacenadas la pólvora y las municiones; el problema consiste en establecer qué puntos de depósito y en qué proporciones deben abastecer los puntos fortificados de modo de minimizar los costos de transporte.

6 Este valor de renta va decreciendo al disponer de mayor número de máquinas. Su disminución se produce en escalones, siendo este valor constante en tanto los aumentos en la disponibilidad de máquinas se apliquen a la misma etapa y bajando un escalón cuando la máquina marginal pasa a utilizarse en otra etapa.

Problemas de una estructura matemática similar en la organización logística de la fueza aérea dieron lugar en los Estados Unidos, hacia 1947, al descubrimiento por parte de C. B. Dantzig y asociados (en forma independiente de las contribuciones precursoras de Kantorovich) de las técnicas de programación lineal, incluyendo el ahora tan conocido método simplex. Cabe mencionar, asimismo, que los métodos de insumo-producto, vinculados por su forma estructural a la programación lineal, fueron desarrollados en la Universidad de Harvard por Wassily W. Leontief, llevándolo también a la obtención del premio Nobel de Economía. Es poco conocido el hecho de que Leontief completó sus estudios precisamente en la Universidad de Leningrado en la década de los 1920, donde tuvo ocasión de familiarizarse con el modo soviético de planificación en base a los denominados balances materiales: el primer cuadro de balances intersectoriales fue elaborado en la Unión Soviética para los años 1923-1924. Además su conocimiento de las contribuciones de Kantorovich fue muy anterior al del resto de la profesión en Occidente pues pudo leer sus primeros trabajos en su idioma original. Debe recordarse que el primer libro escrito por Kantorovich sobre el tema que nos ocupa se publicó en ruso en 1939, en tanto la traducción al inglés de ese libro (3) se publicó en 1964 y la de (4) en 1965. Solo después de estas ediciones en inglés Kantorovich fue redescubierto en Occidente, siendo su esfuerzo pionero muy valorado, como lo evidencia el discurso de Koopmans al recibir, compartiéndolo precisamente con Kantorovich, el premio Nobel de economía correspondiente a 1976, ocasión en que se dedicó a examinar los conceptos de optimalidad y sus usos (6). La influencia de Kantorovich es por otra parte notoria en los economistas matemáticos de los países del Este europeo, como por ejemplo puede apreciarse en las múltiples referencias que aparecen en el libro del húngaro J. Kornai (7).

Los autores soviéticos usualmente subrayan que las técnicas de programación lineal y de insumo-producto se originaron en su país. Novozhilov, por ejemplo, expresa en (9) que "fue en nuestro país donde pusieron los cimientos de los métodos matemáticos de planeamiento óptimo. Los trabajos de Kantorovich precedieron el desarrollo de la programación lineal en el exterior (en Estados Unidos) en casi diez años. Así, los principios y métodos del planeamiento óptimo fueron primero desarrollados en el primer país con una economía planificada. Esto era enteramente de esperar" [7] .

Katsenelinboigen reflexiona en (5) que Kantorovich, habiendo resuelto matemáticamente los problemas planteados por el aserradero, pudo haber pasado por alto la implicancia económica de los multiplicadores por él utilizados. En cambio, percibió con claridad la importancia de ese espacio conjugado de precios para la elaboración de planes en escala mayor, así como para sus correcciones durante el proceso de implementación.

El mismo autor narra los problemas de intentar en la Unión Soviética, por aquellos años, extender ideas matemáticas al planeamiento, con el uso implícito o explícito de alguna norma de precios no ligados a la teoría del valor trabajo, excepto en casos locales muy acotados, o sea a nivel de planta. Y aun en un caso de ese tiempo rememora una anécdota. Algo antes de 1950, Kantorovich y un grupo de sus discípulos recomendaron la aplicación de métodos de programación para racionalizar actividades de corte de metales en la planta Elgorov de construcción de vagones ferroviarios. La propuesta fue aceptada e implementada y el desperdicio de metal disminuyó apreciablemente... pero de ello resultó un problema para Kantorovich pues el desperdicio anterior había estado constituyendo parte de la materia prima utilizada por una vecina fábrica de acero, que pasó a tener dificultades de abastecimiento. Cuanta Katsenelinboigen que en esa oportunidad, como en otras similares, Kantorovich no sufrió molestias mayores sólo por sus habilidades matemáticas, que en ese momento estaban al servicio de cálculos para la producción de reactores atómicos.

El prefacio editorial de V. S. Nemchinov a (4) es de alto valor testimonial. Por un lado señala la importancia de los métodos desarrollados por Kantorovich, indicando que en condiciones de producción socialista las técnicas de programación lineal pueden ser de enorme beneficio, por cuanto el sistema de cálculo económico utilizando valuaciones objetivamente determinadas, con recursos escasos recibiendo una alta valuación, mientras aquellos disponibles en exceso reciben una valuación nula, permite utilizar los recursos disponibles de modo de lograr el máximo nivel productivo posible. Pero enseguida se siente obligado a señalar que Kantorovich asigna a su sistema de valuacio-

7 Páginas 21-22.

nes y cálculo económico una interpretación de tal amplitud y significación universal que resulta inaceptable.

Nemchinov acepta las ideas y propuestas de Kantorovich cuando se refieren a cuestiones microeconómicas y tiende en cambio a un rechazo progresivamente más enérgico cuanto más generalidad macroeconómico sostienen, a nivel de plan nacional. Considera que los puntos de vista de Kantorovich son muy útiles, pero en una esfera estrictamente limitada. En cambio, cuando Kantorovich sostiene que la existencia de consistentes valuaciones objetivamente determinadas —tanto para productos como para factores— es la condición principal para la optimalidad de un plan nacional, sostiene que es imposible estar de acuerdo y que dicho punto de vista debe ser rechazado. La lucha que el prólogo entabla entre la aceptación y el rechazo de las ideas de Kantorovich es el resultado final de la prolongada discusión que durante diecisiete años bloqueó la publicación del libro en la Unión Soviética.

REFERENCIAS

(1) H. L. DIEGUEZ y A. PORTO, Problemas de microeconomía, Amorrortu Editores, Buenos Aires, 1971.

(2) H. L. DIEGUEZ, "Capital, crecimiento y precios", El Trimestre Económico, N° 171, México D. F., julio-setiembre de 1976.

(3) L. V. KANTOROVICH, Mathematical methods of production planning and organization", en V. S. Nemchinov (ed.), The use of mathematics in economics, M.I.T. Press, Cambridge, Mass., 1964.

(4) L. V. KANTOROVICH, The best use of economic resources, Harvard University Press, Cambridge, Mass, 1965.

(5) A. KATSENELINBOIGEN, "L. V. Kantorovich: the political dilema in scientific creativity", Journal of Post Keynesean Economics, Vol. I, N° 2, 1978-79.

(6) T. KOOPMANS, "Concepts of optimality and their uses", American Economic Review, Vol. 67, N° 3, June 1977.

(7) J. KORNAI, Mathematical planning of structural decisions, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1967.

(8) V. V. NOVOZHILOV, Problems of cost-benefit analysis in optimal planning, International Arts and Sciences Press, New York, 1970.

L. V. KANTOROVICH

RESUMEN

El artículo consiste en una reflexión sobre la vida y obra del Premio Nobel de Economía L. V. Kantorovich. En primer lugar se presenta el problema que se considera alteró su vida intelectual, llevándolo de la matemática a la economía: la resolución del plan óptimo de producción de una actividad productiva, un aserradero; desde ese problema Kantorovich fue pasando a ideas mucho más generales, relativas a la forma óptima de planeamiento de una economía. En el método de Kantorovich aparecen problemas de valuación de materiales escasos y recursos naturales, en conflicto con enfoques de valores solo determinados por insumos de trabajo. Las implicancias ideológicas del método bloquearon durante diecisiete años la publicación de su libro en la Unión Soviética.

L. V. KANTOROVICH

SUMMARY

This article is a reflection on the life and work of Nobel Prize winner L. V. Kantorovich. Firstly it presents the problem which is considered to have altered his intellectual life, centering it away from Mathematics and on to Economics: the resolution of the optimal production plan of a productive activity: a sawmill; from that problem, Kantorovich passed on to much more general ideas, relative to the optimal maner of planning an economy. In Kantorovich's method there appear problems of valuation of scarce materials and natural resources, in conflict with value approaches determined only by labour inputs. The ideological implications of the method blocked the publication of his book in the Soviet Union for seventeen years.